Instituto Tecnológico de Costa Rica **I Semestre 2019**
Escuela de Ingeniería Electrónica
EL-5805 Procesamiento Digital de Señales
Profesor: Ing. José Miguel Barboza Retana

TAREA 2: Sistemas en tiempo discreto

Instrucciones: La tarea deben desarrollarla en los grupos de trabajo del curso y entregar un archivo .rar o .zip en el TEC-Digital (en el lugar designado) que contenga los archivos .m desarrollados (cada ejercicio por separado) y un documento .pdf que contenga las explicaciones de cómo resolvieron cada ejercicio, los resultados obtenidos y cualquier nota que sea necesaria en cada solución o investigación realizada. El código desarrollado en cada archivo .m debe estar debidamente comentado con el fin de su comprensión, con un encabezado donde venga el nombre de los integrantes, la fecha y que es el código del archivo. Pueden utilizar Matlab u Octave como herramienta de software para resolver esta tarea.

La fecha de entrega de la tarea será a más tardar el **14/04/2019 a las 11:59pm.** Luego de esa hora no podrán subir sus soluciones a la plataforma del TECDigital.

- **Ejercicio #1.** Muchos computadores o calculadoras utilizan algoritmos recursivos para realizar cálculos numéricos. Investigue algoritmos recursivos que permitan calcular la raíz cuadrada y cúbica de un número real. Escoja un algoritmo para cada operación matemática que pueda ser implementado a través de un sistema en tiempo discreto $y(n) = \mathcal{T}[x(n)]$. Diseñe una ecuación que describa la salida del sistema causal de forma que la misma converja al cálculo numérico correspondiente. Una vez diseñado, implemente un sistema en tiempo discreto utilizando Matlab/Octave el cual a través de una función reciba como entrada dos números: a y b, donde a es la raíz n-ésima (2 o 3) y b el número real al cual se le calculará dicha raíz n-ésima. Por ejemplo: Raiz(2,3). Aquí la función debe poner a funcionar el sistema de forma que calcule la raíz cuadrada de 3. La función debe devolver como salida el cálculo numérico con al menos 8 decimales de precisión. Por ejemplo: $Raiz(3,2) = 1{,}73205080$.

- **Ejercicio #2**. Implemente una función que reciba dos señales finitas en tiempo discreto, tanto las muestras y los valores de las muestras de ambas, y calcule la convolución entre ambas. Asumiendo que una función sea la entrada de un sistema $x(n)$ y segunda la respuesta al impulso $h(n)$, el resultado de la convolución representaría la salida de dicho sistema $y(n)$. De forma matemática se representaría como $y(n) = h(n) * x(n)$. No puede utilizar la función "conv" que dispone Matlab para implementar la función solicitada. Tanto la función de entrada como la respuesta al impulso tendrán cualquier número de muestra deseado. Una vez que su función de convolución es desarrollada, utilice esta misma para generar una nueva función que calcule la correlación de dos señales de entrada bajo los mismos criterios. Así, la idea es que esta función de correlación utilice la primera función disponible y no duplique nuevamente dicho algoritmo de convolución.

  En ambas funciones, deberán plotear en una figura las tres señales involucradas. Las de entrada y la salida respectiva. Deben tener nombres que identifiquen las señales claramente.

- **Ejercicio #3**. Sea $x_a(t)$ la señal transmitida por un radar y la señal $y_a(t)$ la señal recibida. La señal recibida se puede modelar matemáticamente por la siguiente ecuación $y_a(t) = ax_a(t - t_d) + v_a(t)$. Donde $v_a(t)$ representa ruido aleatorio aditivo. Las señales $x_a(t)$ y $y_a(t)$ se muestrean en el receptor de acuerdo con el teorema de muestreo y se procesan digitalmente para determinar el retardo de tiempo y, por tanto, la distancia del objeto. Las señales en tiempo discreto resultantes son:

  $$x(n) = x_a(nT)$$
  $$y(n) = y_a(nT) = ax_a(nT - DT) + v_a(nT)$$
  $$y(n) = ax(n - D) + v(n)$$

  a. Explique cómo puede medir el retardo D calculando la correlación cruzada $r_{xy}(l)$.
  b. Sea $x(n)$ la secuencia de Barker de 13-puntos:

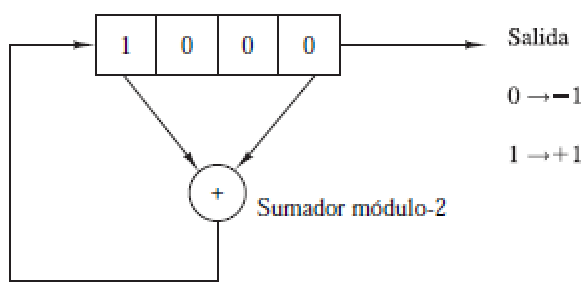
  $$x(n) = \{+1, +1, +1, +1, +1, -1, -1, +1, +1, -1, +1, -1, +1\}$$

y $v(n)$ una secuencia aleatoria gaussiana con media igual a cero y varianza $\sigma^2 = 0.01$. Escriba un programa que genere la secuencia $y(n), 0 \leq n \leq 199$ para $a = 0.9$ y $D = 20$. Dibuje las señales $x(n)$, $y(n)$, $0 \leq n \leq 199$.

c. Calcule y dibuje la correlación cruzada $r_{xy}(n)$ utilizando la función desarrollada en el ejercicio 2 para $0 \leq l \leq 59$. Utilice la gráfica para estimar el valor del retardo D.
d. Repita los apartados b y c para $\sigma^2 = 0.1$ y $\sigma^2 = 1$.
e. Repita los apartados b y c para la secuencia:

$$x(n) = \{-1, -1, -1, +1, +1, +1, +1, -1, +1, -1, +1, +1, -1, -1, +1\}$$

que se obtiene a partir del registro de desplazamiento lineal de cuatro etapas mostrado en la siguiente figura:



Observe que $x(n)$ es sólo un periodo de la secuencia periódica obtenida del registro de desplazamiento.

f. Repita los apartados b y c para una secuencia de periodo $N = 2^7 - 1$, la cual se ha obtenido de un registro de desplazamiento de siete etapas. La tabla siguiente proporciona las etapas conectadas al sumador de módulo-2 para secuencias del registro de desplazamiento de longitud $N = 2^m - 1$.

Con respecto a este ejercicio realice una descripción de los pasos seguidos, los resultados obtenidos y las conclusiones logradas al ir desarrollando punto a punto.

m	Etapas conectadas al sumador módulo-2
1	1
2	1, 2
3	1, 3
4	1, 4
5	1, 4
6	1, 6
7	1, 7
8	1, 5, 6, 7
9	1, 6
10	1, 8
11	1, 10
12	1, 7, 9, 12
13	1, 10, 11, 13
14	1, 5, 9, 14
15	1, 15
16	1, 5, 14, 16
17	1, 15