Ejercicio 3

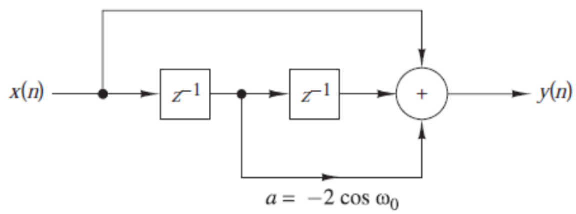

Figura 1: Filtro digital

a) Del diagrama de la figura 1 se puede determinar la función de salida:

$y(n) = x(n) + ax(n-1) + x(n-2)$

Al aplicar transformada Z:

$Y(z) = X(z) + aX(z)z^{-1} + X(z)z^{-2}$

$\frac{Y(z)}{X(z)} = H(z) = z^{-2} + az^{-1} + 1$

Como $z = e^{-j\omega}$:

$H(w) = e^{-2j\omega} + ae^{-j\omega} + 1$

$H(w) = e^{-j\omega}(e^{-j\omega} + a + e^{j\omega})$

$H(w) = e^{-j\omega}(a + 2cos(\omega))$

Como $a = -2cos(\omega_0)$

$H(w) = e^{-j\omega}(-2cos(\omega_0) + 2cos(\omega))$

$H(w) = 2e^{-j\omega}(cos(\omega)) - cos(\omega_0))$

b) El módulo y la fase se pueden determinar de la siguiente forma:

$H(w) = 2(cos(\omega)) - cos(\omega_0))e^{-j\omega} = Ae^{j\phi}$

De esta forma se puede apreciar que la magnitud es:

$|H(w)| = |2(cos(\omega)) - cos(\omega_0))|$

Y la fase está dada por:

$\angle H(\omega) = -\omega$

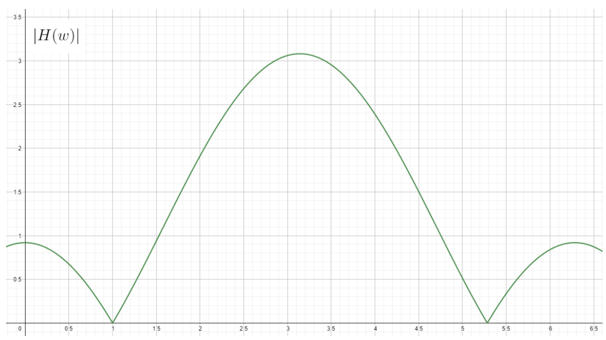

Figura 2: Respuesta de magnitud con $\omega_0 = 1$

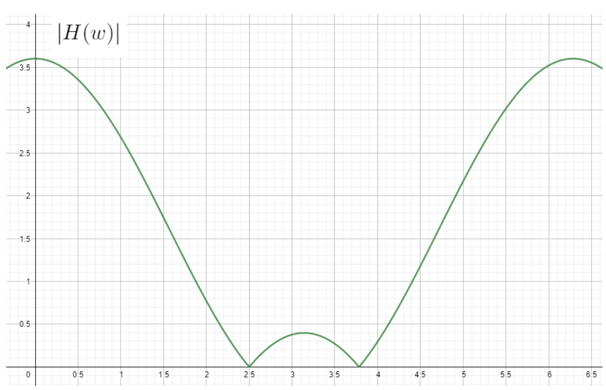

Figura 3: Respuesta de magnitud con $\omega_0 = 2,5$

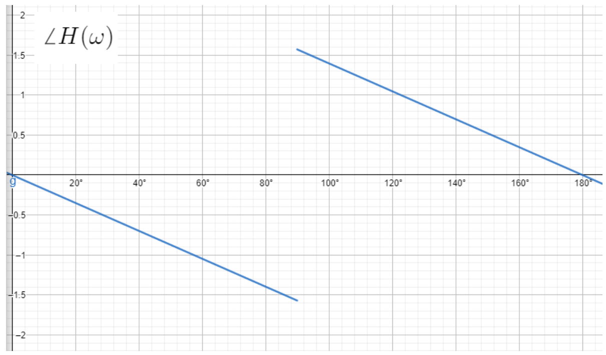

Figura 4: Respuesta de fase

c) Las frecuencias bloqueadas por el filtro, son aquellas en donde la magnitud del filtro es 0. Esto se da en $\omega = \pm\ \omega_0$

d) Para una frecuencia de $\omega_0 = \pi/2$, se debe determinar la salida, cuando la entrada es:

$x(n) = 2sin(\frac{\pi}{5}n + 10°)$

$x(n) = 2cos(\frac{\pi}{5}n - 80°)$

$y(n) = |H(w)|\, 2sin(\frac{\pi}{5}n - 80° + \angle H(\omega))$

$y(n) = \frac{1}{4}(1 + \sqrt{5})2sin(\frac{\pi}{5}n - 80° - 36°)$

$y(n) = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})sin(\frac{\pi}{5}n - 116°)$