

Problema 4

Encargado: Andrés Vargas Rivera

Descripción: El problema 4 consiste en el diseño de un filtro que permite rechazar la frecuencia de 60Hz afectando lo más levemente posible a la frecuencia de 50Hz. Además con los requisitos de que su frecuencia de muestreo es de 300Hz.

Solución: Para poder establecer la solución del problema se realiza un filtro IIR rechaza banda o notch, el cual permite realizar el bloque de la frecuencia específica.

A. Función de transferencia.

- a. Para poder establecer los correctos parámetros a utilizar se plantea la siguiente ecuación de transferencia.

$$H(z) = b_0 \frac{1-2\cos(\omega_0)z^{-1}+z^{-2}}{1-2r\cos(\omega_0)z^{-1}+r^2z^{-2}}$$

- b. Donde el valor de ω_0 esta dado por:

$$\omega_0 = (f_0/f_s)2\pi$$

$$\omega_0 = (60/300)2\pi$$

$$\omega_0 = 0.4\pi$$

- c. Además se asigna un valor de 0.97 r el cual gracias a la demostración gráfica de la respuesta en frecuencia se denota que es un valor estimado apto para el uso del filtro sin afectar la frecuencia de 50Hz.

- d. Realizando la sustitución de los valores se obtiene:

$$H(z) = b_0 \frac{1-0.6181z^{-1}+z^{-2}}{1-0.5994z^{-1}+0.94z^{-2}}$$

- e. Despejando la variable b_0 para $z = e^{jw}$ y $w=0$ se obtiene:

$$b_0 = \frac{1-0.5994+0.94}{1-0.6181+1}$$

$$b_0 = 0.97$$

- f. Por lo tanto la función de transferencia:

$$H(z) = \frac{0.97-0.6181z^{-1}+0.97z^{-2}}{1-0.5994z^{-1}+0.94z^{-2}}$$

B. Módulo y fase

- a. En esta sección se representan las respuesta del filtro así como el plano z de polos y ceros. Donde se establece el ángulo que representa el polo con respecto a la frecuencia de muestreo.

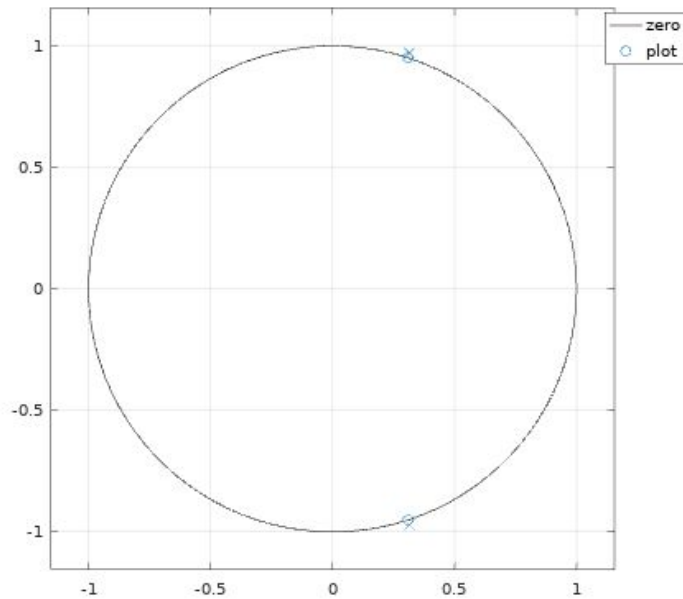


Figura 1. Polos y Ceros de la función de transferencia

- b. Se aprecia en la figura 2 donde el filtro notch logra evadir la frecuencia de 60Hz el cual es el propósito principal de manera que no afecte de forma directa las frecuencias cercanas para mantener el mejor funcionamiento posible.

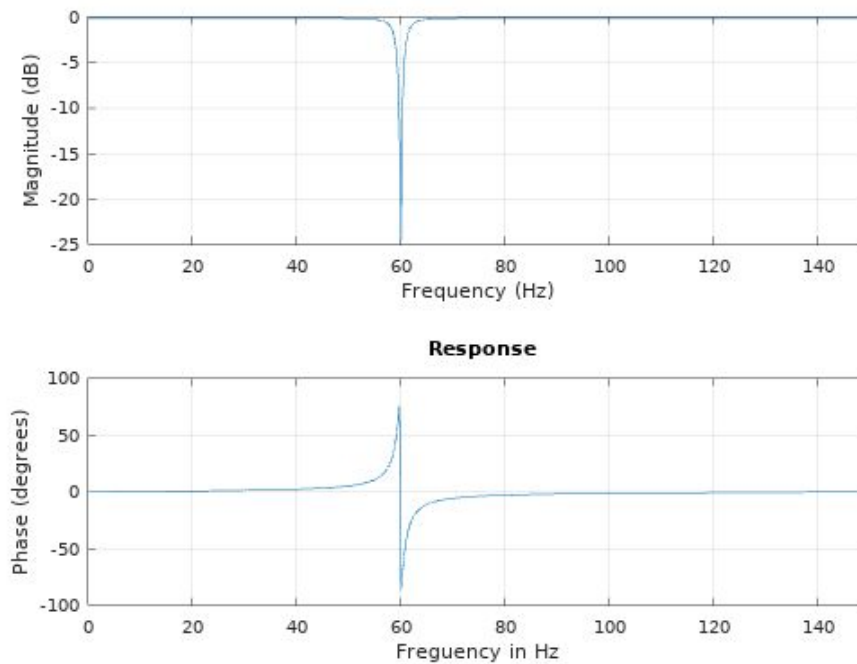


Figura 2. Respuesta en frecuencia y fase del filtro notch

- C. Ecuación de diferencia se da mediante la transformada inversa z utilizando la función de transferencia partiendo de la premisa de $H(z) = y(z)/x(z)$.

a. Ecuación de diferencias.

$$\frac{y(z)}{x(z)} = \frac{0.97 - 0.6181z^{-1} + 0.97z^{-2}}{1 - 0.5994z^{-1} + 0.94z^{-2}}$$

$$y(z) * (0.97 - 0.6181z^{-1} + 0.97z^{-2}) = x(z) * (1 - 0.5994z^{-1} + 0.94z^{-2})$$

$$y(n) = 0.97x(n) - 0.599x(n-1) + 0.97x(n-2) - 0.5994y(n-1) + 0.94y(n-2)$$

b. Diagrama de bloques. El diagrama corresponde a la representación gráfica de la función de transferencia ejemplificando el comportamiento de la información mediante operaciones. Donde el valor a dentro del diagrama corresponde a el valor constante r.

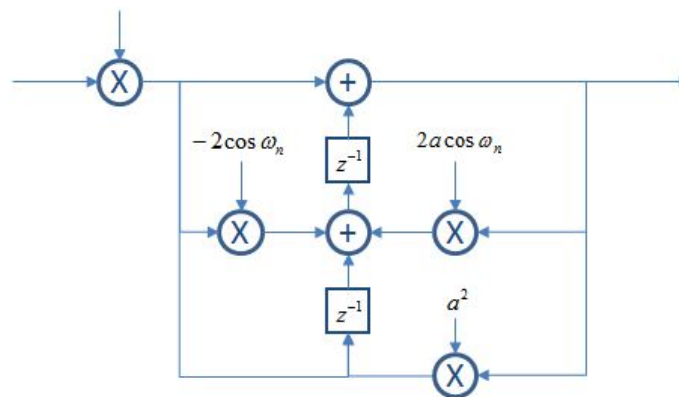


Figura 3. Diagrama de bloques del filtro notch

D. En esta sección se establece una función de entrada proporcionada por el profesor la cual debe ser filtrada para esto debemos realizar la discretización de la función. Para ello se utiliza la función filter de octave la cual permite mediante los polos y ceros de la función de transferencia así como la función $x(t)$ se puede obtener la función $y(t)$. Esta función genera el resultado de muestras para las cuales se dio el filtrado de la función senoidal inicial los resultados pueden ser observados en la figura 4.

a. Función de entrada $x(t)$ proporcionada por el profesor.

$$x(t) = 2 + \cos(100\pi t + \pi) + \sin(120\pi t + \pi/2)$$

b. Esta función se ejecuta en conjunto con los polos y ceros de la función de transferencia mediante el método filter generando la respuesta representada en la figura 4.

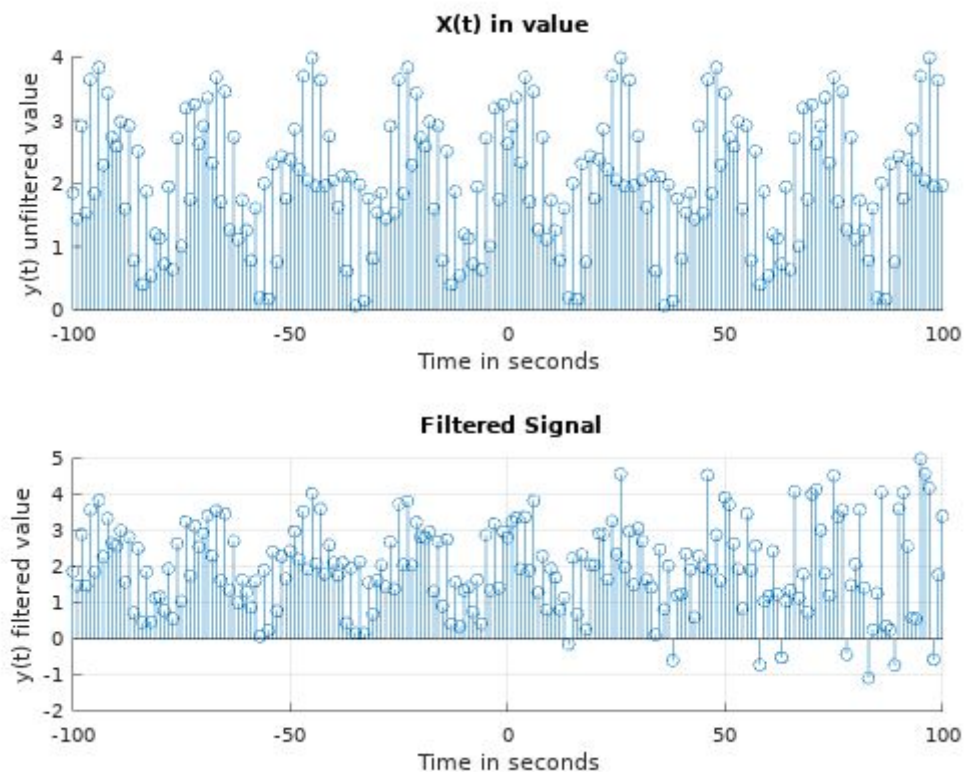


Figura 4. Señal $x(t)$ previo a ser filtrada y posteriormente el resultado $y(t)$

Problema 8

Encargado: Andrés Vargas Rivera

Descripción: El problema 8 consiste en el diseño de un filtro pasa bajas el cual tenga un ancho de banda de 22kHz además de una frecuencia de muestreo de 44,1Hz. La frecuencia dada de corte de 5kHz y una ganancia de -3dB.

Solución: Para poder establecer la solución del problema se realiza un filtro IIR rechaza banda o notch, el cual permite realizar el bloque de la frecuencia específica.

E. Función de transferencia.

- a. Para poder establecer los correctos parámetros a utilizar se plantea la siguiente ecuación de transferencia.

$$H(z) = b_0 \frac{1 - 2\cos(\omega_0)z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r\cos(\omega_0)z^{-1} + r^2z^{-2}}$$

- b. Donde el valor de ω_0 esta dado por:

$$\omega_0 = (f_0/f_s)2\pi$$

$$\omega_0 = (60/300)2\pi$$

$$\omega_0 = 0.4\pi$$

- c. Además se asigna un valor de 0.97 r el cual gracias a la demostración gráfica de la respuesta en frecuencia se denota que es un valor estimado apto para el uso del filtro sin afectar la frecuencia de 50Hz.

- d. Realizando la sustitución de los valores se obtiene:

$$H(z) = b_0 \frac{1-0.6181z^{-1}+z^{-2}}{1-0.5994z^{-1}+0.94z^{-2}}$$

- e. Despejando la variable b_0 para $z = e^{jw}$ y $w=0$ se obtiene:

$$b_0 = \frac{1-0.5994+0.94}{1-0.6181+1}$$

$$b_0 = 0.97$$

- f. Por lo tanto la función de transferencia:

$$H(z) = \frac{0.97-0.6181z^{-1}+0.97z^{-2}}{1-0.5994z^{-1}+0.94z^{-2}}$$

F. Módulo y fase

- a. En esta sección se representan las respuesta del filtro así como el plano z de polos y ceros. Donde se establece el ángulo que representa el polo con respecto a la frecuencia de muestreo.

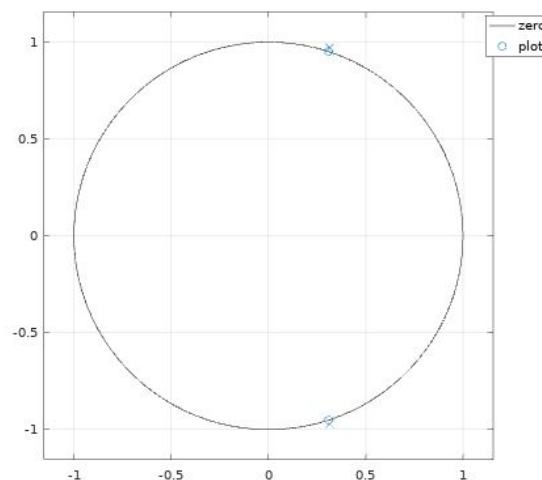


Figura 1.Polos y Ceros de la función de transferencia

- b. Se aprecia en la figura 2 donde el filtro notch logra evadir la frecuencia de 60Hz el cual es el propósito principal de manera que no afecte de forma

directa las frecuencias cercanas para mantener el mejor funcionamiento posible.

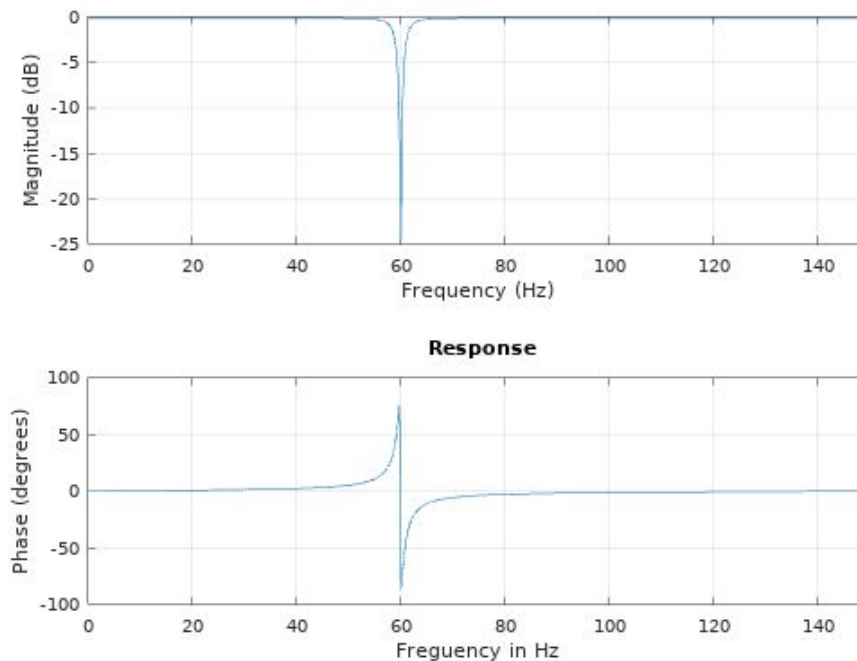


Figura 2. Respuesta en frecuencia y fase del filtro notch

G. Ecuación de diferencia se da mediante la transformada inversa z utilizando la función de transferencia partiendo de la premisa de $H(z) = y(z)/x(z)$.

a. Ecuación de diferencias.

$$\frac{y(z)}{x(z)} = \frac{0.97 - 0.6181z^{-1} + 0.97z^{-2}}{1 - 0.5994z^{-1} + 0.94z^{-2}}$$

$$y(z) * (0.97 - 0.6181z^{-1} + 0.97z^{-2}) = x(z) * (1 - 0.5994z^{-1} + 0.94z^{-2})$$

$$y(n) = 0.97x(n) - 0.599x(n-1) + 0.97x(n-2) - 0.5994y(n-1) + 0.94y(n-2)$$

b. Diagrama de bloques. El diagrama corresponde a la representación gráfica de la función de transferencia ejemplificando el comportamiento de la información mediante operaciones. Donde el valor a dentro del diagrama corresponde a el valor constante r .

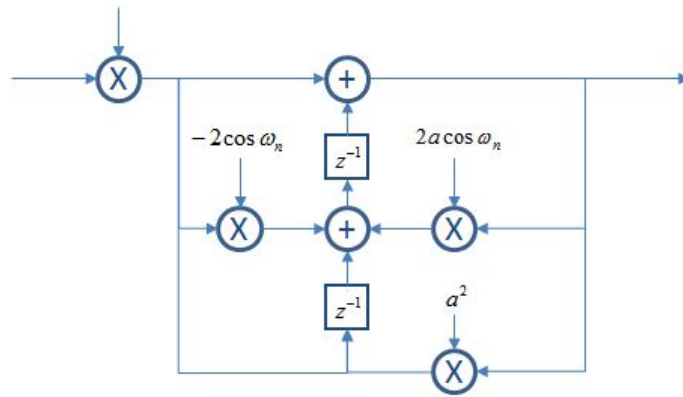


Figura 3. Diagrama de bloques del filtro notch

H. En esta sección se establece una función de entrada proporcionada por el profesor la cual debe ser filtrada para esto debemos realizar la discretización de la función. Para ello se utiliza la función filter de octave la cual permite mediante los polos y ceros de la función de transferencia así como la función $x(t)$ se puede obtener la función $y(t)$. Esta función genera el resultado de muestras para las cuales se dio el filtrado de la función senoidal inicial los resultados pueden ser observados en la figura 4.

a. Función de entrada $x(t)$ proporcionada por el profesor.

$$x(t) = 2 + \cos(100\pi t + \pi) + \sin(120\pi t + \pi/2)$$

b. Esta función se ejecuta en conjunto con los polos y ceros de la función de transferencia mediante el método filter generando la respuesta representada en la figura 4.

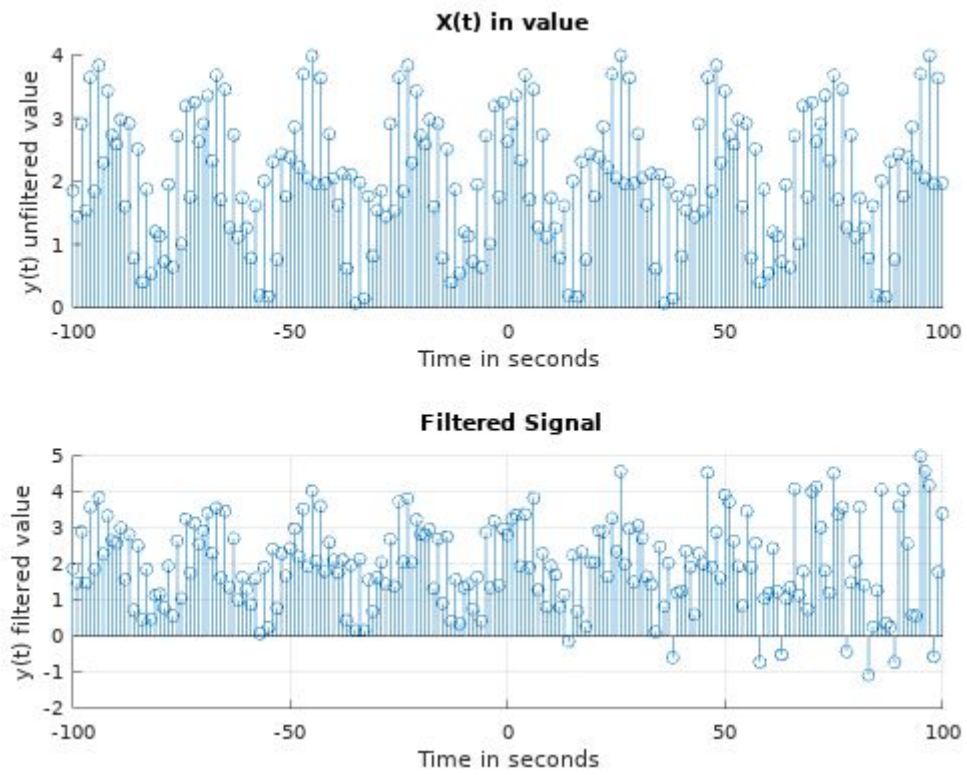


Figura 4. Señal $x(t)$ previo a ser filtrada y posteriormente el resultado $y(t)$