Instituto Tecnológico de Costa Rica
Escuela de Ingeniería Electrónica
EL-5805 Procesamiento Digital de Señales
Prof.: Ing. José Miguel Barboza Retana, MSc.

I Semestre 2019

Solución

Examen Corto #1. (30 puntos)

Nombre: José Miguel Barboza Retana Carné: –

1. (2,5 puntos) La Figura 1 muestra las tres componentes de una señal que representa la aceleración en la superficie terrestre debida a un terremoto. Esta aceleración es el resultado de tres tipos básicos de ondas elásticas. Las ondas primarias (P) y las ondas secundarias (S) se propagan dentro del cuerpo de la roca y son longitudinales y transversales, respectivamente. El tercer tipo de onda elástica recibe el nombre de onda superficial, porque se propaga cerca de la superficie de la Tierra.

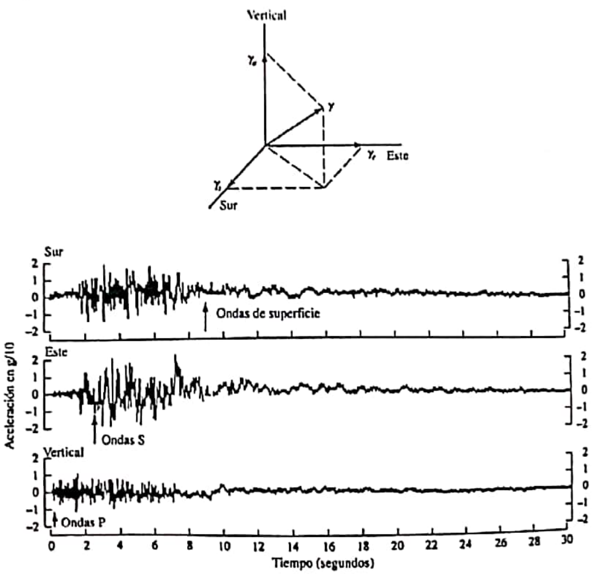


Figura. 1. Componentes de aceleración en tierra medida a pocos kilómetros del epicentro de un terremoto (Tratamiento Digital de Señales, G. Proakis and G. Manolakis)

Según las características utilizadas para describir señales, defina que tipo de señal es la presentada en la Figura 1:

- Número de variables: una: 1
- Dimensionalidad: vectorial
- Variable independiente: continua
- Variable dependiente: continua
- Naturaleza estadística: aleatoria

2. (1 punto) Una señal en tiempo discreto se caracteriza por ser
   a) Determinista y de valor discreto.
   b) Unidimensional y de variable independiente discreta.
   c) De valor discreto y de variable independiente discreta.
   d) Vectorial y de variable independiente discreta.
   e) Ninguna de las anteriores.

3. (2 puntos) Dadas las siguientes funciones
   - $x_1(n) = \{0,1,2,3,4,5,\ldots\}$
   - $x_2(n) = u(3n+1) - u(3n-1)$
   - $x_3(n) = \delta(n)2^{n+1}$

   La señal $x_4(n) = x_1(2n)x_2(n) + x_3(n)$ es
   a) $x_4(n) = \{2\}$
   b) $x_4(n) = 2^{n+1}$
   c) $x_4(n) = \{2,1\}$
   d) $x_4(n) = \{2,2\}$
   e) Ninguna de las anteriores

4. (6 puntos) Considere la Figura 2 que representa la señal en tiempo discreto $x(n)$.

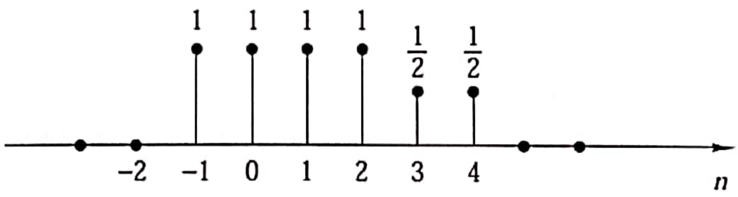


Figura. 2 Señal en tiempo discreto $x(n)$

   a) (2 puntos) Defina una forma de expresar la función $x(n)$ únicamente a través de la función $u(n)$. Puede utilizar escalamientos de valor y/o desplazamientos, inversiones o escalamientos temporales.
   b) (2 puntos) Determine en forma de secuencia la señal definida como $y(n) = 2x(n^2)$.
   c) (2 puntos) Calcule la parte par $x_p(n)$ de la función $x(n)$.

5. (2,5 puntos) El sistema en tiempo discreto $\mathcal{T}_1$ está definido por la siguiente ecuación:

$$y(n) = \text{Trun}[x(n)]$$

Si la función $\text{Trun}[x(n)]$ obtiene la parte entera de $x(n)$ obtenida por truncamiento, caracterice dicho sistema según:

- Estático o dinámico: estático
- Lineal o no lineal: no lineal
- Invariante o variante en n: invariante
- Causal o no causal: causal
- Estable o inestable: estable

6. (4 puntos) Durante el funcionamiento de un sistema invariante en el tiempo se han observado las siguientes parejas de entrada-salida:

$$x_1(n) = \left\{\underset{\uparrow}{1}, 0,2\right\} \xrightarrow{\mathcal{T}} y_1(n) = \left\{\underset{\uparrow}{0}, 1,2\right\}$$

$$x_2(n) = \left\{\underset{\uparrow}{0}, 0,3\right\} \xrightarrow{\mathcal{T}} y_2(n) = \left\{\underset{\uparrow}{0}, 1,0,2\right\}$$

$$x_3(n) = \left\{\underset{\uparrow}{0}, 0,0,1\right\} \xrightarrow{\mathcal{T}} y_3(n) = \left\{1, \underset{\uparrow}{2}, 1\right\}$$

a) (2 puntos) Es el sistema Lineal o no. Justifique su respuesta a partir de los resultados mostrados anteriormente.

b) (2 puntos) Determine la respuesta al impulso $h(n)$ de este sistema a partir de los resultados brindados en el enunciado. No puede utilizar la transformada z.

7. (1 punto) La señal en tiempo discreto $x(n) = \left(\frac{3}{2}\right)^n \cos\left(\frac{2\pi}{3}n\right)$ donde $n \in \mathbb{Z}$; es:

a) Una señal de energía.

b) Una señal de potencia.

c) No es ni señal de energía ni señal de potencia.

d) Es señal de energía y señal de potencia.

e) Es una señal de potencia cero.

8. (2 puntos) La señal $2u(-n-1) - 2u(n)$ en tiempo discreto tiene:

a) Potencia promedio cero.

b) Potencia promedio igual a 2 y energía promedio 0.

c) Potencia promedio igual a 3/2.

d) Energía igual a 1/2.

e) Potencia promedio igual a 2.

f) Ninguna de las anteriores

9. (2 puntos) Una señal sinusoidal discreta $x(n) = e^{\cos\left(\frac{40\pi}{9}n\right)}$

a) No es periódica.

b) Es periódica para $N = 18$.

c) Tiene periodo fundamental 18.

d) Tiene periodo fundamental 20/9.

e) Tiene periodo fundamental 2/9.

f) Ninguna de las anteriores.

10. (2 puntos) Considere la siguiente función en tiempo discreto:

$$x(n) = \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) - \sin\left(\frac{\pi n}{8}\right) + 3\cos\left(\frac{\pi n}{4} + \frac{\pi}{3}\right)$$

a) No es periódica.

b) Es periódica para $N = 2$.

c) Tiene periodo fundamental 4.

d) Tiene periodo fundamental 16.

e) Tiene periodo fundamental 8.

f) Ninguna de las anteriores.

11. (5 puntos) Considere la siguiente señal analógica sinusoidal:

$$x_a(t) = 3\sin(100\pi t)$$

a) (2 puntos) Represente gráficamente la señal $x_a(t)$ para $0 \leq t \leq 30$ ms.

b) (2 puntos) La señal $x_a(t)$ se muestrea con una tasa de muestreo de $F_s = 300\ \text{muestras}/s$. Determine la frecuencia ω de la señal discreta en el tiempo $x(n) = x_a(nT)$, $T = 1/F_s$.

c) (1 puntos) ¿Es periódica la función $x(n)$? Si lo es, determine el periodo mínimo fundamental N, si no lo es justifique su respuesta.

Examen Corto #1 – DSP ①

www.tec.ac.cr

TEC | Tecnológico de Costa Rica

Pregunta #4 (6pts)

a) (2pts)

$x(n) = u(n+1) \cdot u(-n+4) - \frac{1}{2} u(n-3) \cdot u(-n+4)$ opción a

$x(n) = u(n+1) - \frac{1}{2} u(n-3) - \frac{1}{2} u(n-5)$ opción b

$x(n) = u(n+1) \cdot u(-n+2) + \frac{1}{2} u(n-3) u(-n+4)$ opción c

$x(n) = [u(n+1) - u(n-3)] + \frac{1}{2} [u(n-3) - u(n-5)$ opción d

b) (2pts)

n	y(n)
-3	0
-2	1
-1	2
0	2
1	2
2	1
3	0

$$\boxed{y(n) = \{1, 2, \underset{\uparrow}{2}, 2, 1\}}$$

c) (2pts) $x_p(n) = \dfrac{x(n) + x(-n)}{2}$

$x(n) = \{1 \quad \underset{\uparrow}{1} \quad 1 \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}\}$

$+ \quad x(-n) = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, 1, \underset{\uparrow}{1}, 1\}$

$\{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, 2, \underset{\uparrow}{2}, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$

$$\boxed{x_p(n) = \{\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, \underset{\uparrow}{1}, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\}}$$

Pregunta #6 (4pts)

a) (2pts)

$$\{\underset{\uparrow}{0},0,3\} \xrightarrow{T} \{\underset{\uparrow}{0},1,0,2\}$$

$$\{\underset{\uparrow}{0},0,0,3\} \xrightarrow{T} \{\underset{\uparrow}{0},0,1,0,2\}$$ ← retrasando 1 muestra la entrada.

$$\{0,0,0,1\} \xrightarrow{T} \{0,0,\tfrac{1}{3},0,\tfrac{2}{3}\}$$ ← señal escalada por $\frac{1}{3}$.

Como la salida anterior es distinta al resultado de salida obtenido experimentalmente donde:

$$x_3(n) = \{\underset{\uparrow}{0},0,0,1\} \xrightarrow{T} y_3(n) = \{1,\underset{\uparrow}{2},1\}$$

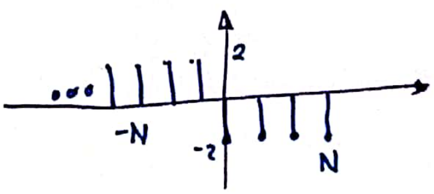
$\boxed{\text{El sistema no es Lineal}}$

b) (2pts)

$$x_3(n+3) = \{\underset{\uparrow}{1}\} = \delta(n) \longrightarrow y_3(n+3) = h(n)$$

$$\boxed{h(n) = \{1,2,1,0,\underset{\uparrow}{0}\}}$$

Pregunta #8 (2pts)



$$P_N = \frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}|x(n)|^2 = \frac{1}{2N+1}\cdot 4 \cdot \sum_{n=-N}^{N} 1$$

$$P_N = \frac{4\cancel{(2N+1)}}{\cancel{2N+1}} = 4$$

$$\boxed{P_{promedio} = 4}$$

Pregunta #9 (2pts)

$$\frac{40\pi}{9} = \omega_k = 2\pi f + 2\pi K$$

$$\omega_0 = \omega_K - 4\pi$$

$$\omega_0 = \frac{4\pi}{9}$$

$$\omega_0 = 2\pi f_0$$

$$\frac{4\pi}{9} = 2\pi f_0$$

$$\frac{2}{9} = f_0$$

N: periodo fundamental

$$\boxed{N=9}$$

Pregunta #10 (2pts)

$x(0) = 1{,}5$

$x(16) = 1{,}5$

$x(32) = 1{,}5$

$$x(n) = \underbrace{\cos\left(\frac{\pi n}{2}\right)}_{N=4} - \underbrace{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi n}{8}\right)}_{N=16} + \underbrace{3\cdot\cos\left(\frac{\pi n}{4} + \frac{\pi}{3}\right)}_{N=8}$$

Por lo tanto el periodo de $x(n)$ es $\boxed{N=16}$

Examen Corto #1 - DSP

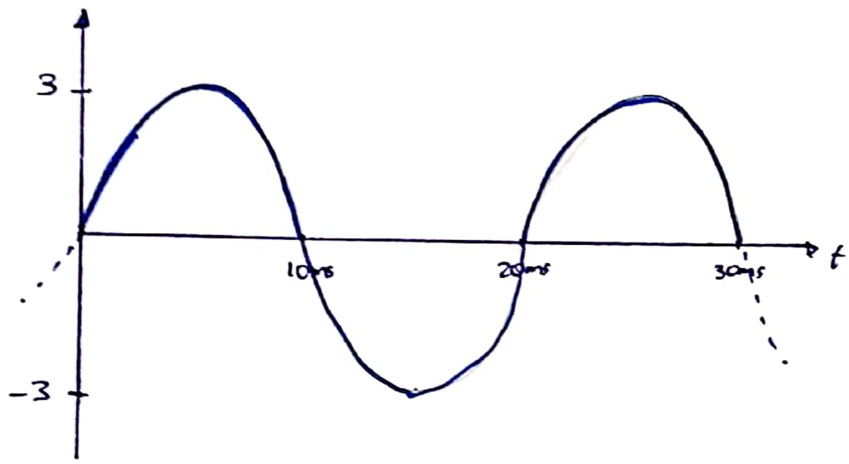
www.tec.ac.cr

TEC | Tecnológico de Costa Rica

4

Pregunta #11 (5pts)

a) (2pts) $x_a(t) = 3\,\text{sen}(100\pi t)$



$\Omega = 100\pi$

$F = \frac{100\pi}{2\pi} = 50\text{Hz}$

$T = 20\text{ms}$

b) (2pts)

$f = \frac{F}{F_s} = \frac{5\cancel{0}}{30\cancel{0}} \; \frac{\text{ciclos/seg}}{\text{muestras/seg}}$

$f = \frac{1}{6} \; \frac{\text{ciclos}}{\text{muesta}}$

$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{6}$

$\boxed{\omega = \frac{\pi}{3} \text{ rad/muestra}}$

c) (1pts)

$x(n) = 3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} n\right)$

$\boxed{N = 6}$ si es periódica

Scanned by CamScanner