

Instituto Tecnológico de Costa Rica  
Escuela de Ingeniería Electrónica  
EL-5805 Procesamiento Digital de Señales  
Profesor: M.Sc. José Miguel Barboza Retana  
II Semestre, 2018  
**Examen Final**

Total de Puntos:	109
Puntos obtenidos:	
Porcentaje:	
Nota:	

Nombre: \_\_\_\_\_

Carné: \_\_\_\_\_

### Advertencias:

- Resuelva el examen en forma ordenada y clara.
- En todas las preguntas y problemas debe indicarse algún procedimiento o justificación clara para llegar a la solución.
- No se aceptarán reclamos de desarrollos con lápiz, borradores o corrector de lapicero.
- Si trabaja con lápiz, debe marcar su respuesta final con lapicero.
- El uso de lapicero rojo **no** está permitido.
- El uso del teléfono celular no es permitido. Este tipo de dispositivos debe permanecer **totalmente apagado** durante el examen.
- El instructivo de examen debe ser devuelto junto con su solución.
- El examen es una prueba individual.
- El no cumplimiento de los puntos anteriores equivale a una nota igual a cero en el ejercicio correspondiente o en el examen.

**Firma:** \_\_\_\_\_

Pregunta 1	de 3
Pregunta 2	de 3
Pregunta 3	de 4
Pregunta 4	de 4
Pregunta 5	de 8
Pregunta 6	de 9
Problema 1	de 26
Problema 2	de 25
Problema 3	de 27

# Preguntas

31 Pts

Debe justificar sus respuestas a las preguntas. Para ello basta un esbozo de la idea o concepto requerido, y si necesita más espacio puede utilizar el cuaderno de examen indicando claramente la pregunta correspondiente.

1. Una señal sinusoidal discreta  $x(n) = 5 \sin(5\pi n + 2)$ :

3 Pts

- ☐ a) No es periódica
- ☐ b) Tiene periodo fundamental 5
- ☐ c) Tiene periodo fundamental 2
- ☐ d) Tiene periodo fundamental  $\pi$
- ☐ e) ninguna de las anteriores

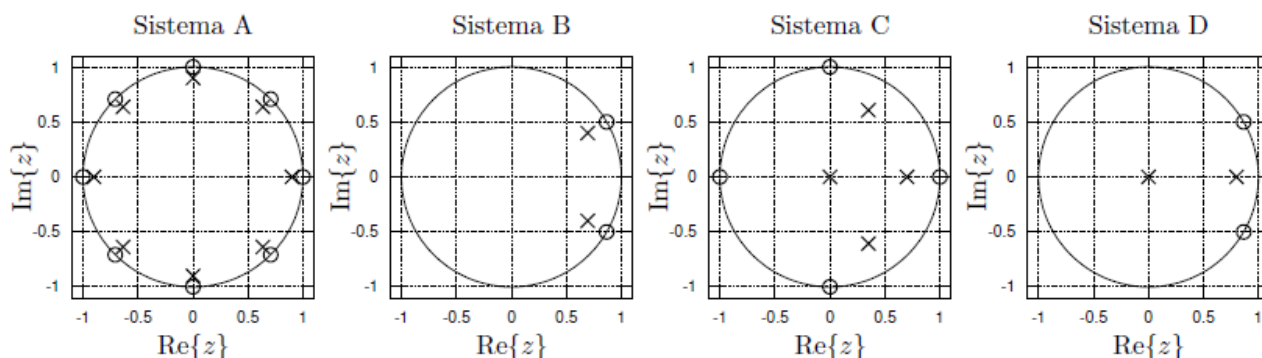
2. Indique cuál de las siguientes secuencias puede representar la autocorrelación de una secuencia real de longitud 4:

3 Pts

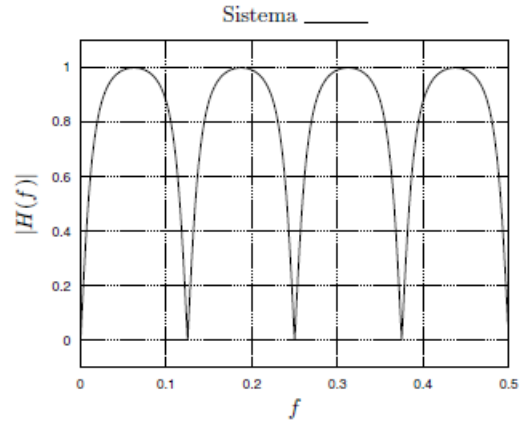
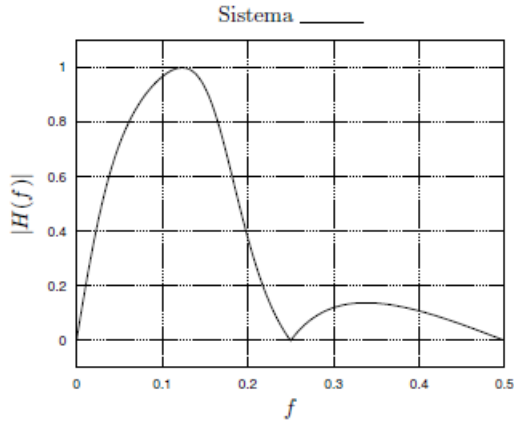
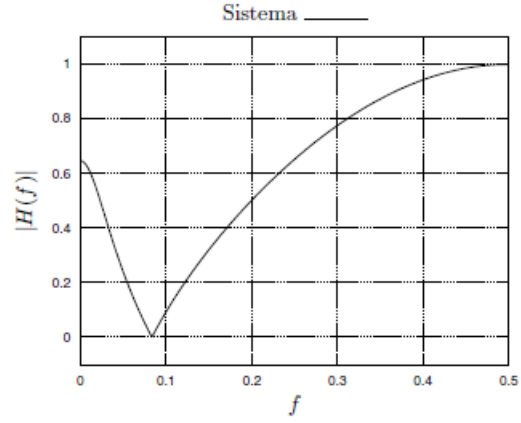
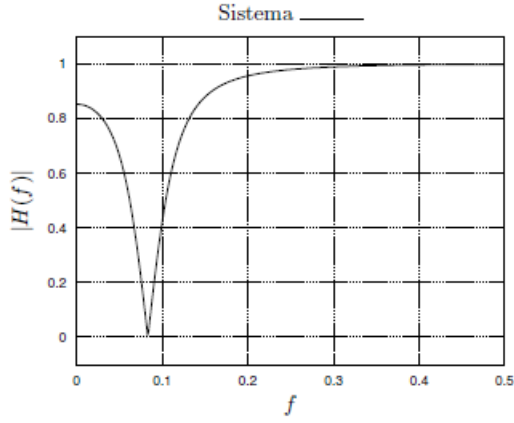
- ☐ a)  $\left\{1, 2, 3, \underset{\uparrow}{4}, 1, 2, 3\right\}$
- ☐ b)  $\left\{1, 2, 3, \underset{\uparrow}{0}, 3, 2, 1\right\}$
- ☐ c)  $\left\{-1, -2, -3, \underset{\uparrow}{4}, 3, 2, 1\right\}$
- ☐ d)  $\left\{1, 2, 3, 4, \underset{\uparrow}{2}, 4, 3, 2, 1\right\}$
- ☐ e) Ninguna de las anteriores

3. Dados los siguientes diagramas de polos y ceros de las funciones de transferencia de cuatro filtros digitales (*se omite la constante del sistema*):

4 Pts



Asocie dichos sistemas a las siguientes respuestas en magnitud:



4. Un sistema LTI responde a la entrada  $x(n) = \left(\frac{1}{3}\right)^n u(n)$  con  $y(n) = \left(\frac{1}{5}\right)^n u(n-2)$ . Determine la respuesta en frecuencia del sistema. 4 Pts

5. Determine la respuesta al impulso  $h(n)$  de un filtro FIR paso bajos de fase lineal, de longitud  $M = 16$  y que tenga una respuesta impulsional simétrica  $h(n) = h(M-1-n)$ . El filtro debe tener una respuesta en frecuencia que cumpla con: 8 Pts

$$H\left(\frac{2\pi k}{16}\right) = \begin{cases} 1 & k = 0, 1, 2 \\ 0,3945 & k = 3 \\ 0 & k = 4, 5, 6, 7 \end{cases}$$

6. Determine la convolución circular de las secuencias:

$$\begin{aligned} x_1(n) &= \{1, 2, 3, 1\} \\ x_2(n) &= \{4, 3, 2, 1\} \end{aligned}$$

en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia utilizando la DFT e IDFT. 9 Pts

# Problemas

## Problema 1 Análisis de Sistemas Discretos

26 Pts

Considere un sistema en tiempo discreto con entrada  $x(n)$  y salida  $y(n)$ , el cual se puede describir a partir de las siguientes ecuaciones de diferencias:

$$v(n) = -a_1v(n-1) + x(n) \quad (1.1)$$

$$y(n) = b_0v(n) + b_1v(n-1) + b_2v(n-2) \quad (1.2)$$

- a) Grafique el diagrama de bloques del sistema representado por las ecuaciones 1.1 y 1.2. 3 Pts
- b) Inquique qué estructura de implementación está representada en las ecuaciones 1.1 y 1.2 (Forma Directa I, II, muestreo en frecuencia, forma transpuesta, etc.). 1 Pt
- c) Encuentre la función de transferencia del sistema  $H(z)$ . 6 Pts
- d) Grafique el diagrama de polos y ceros del sistema. Para ello considere: 4 Pts

- $F = 100 \text{ Hz}$
- $F_s = 600 \text{ Hz}$
- $\omega_c = 2\pi \frac{F}{F_s}$
- $a_1 = \cos(\omega_c)$
- $b_0 = 1$
- $b_1 = -2a_1$
- $b_2 = 1$

- e) Demuestre que la expresión para la respuesta en magnitud del sistema es: 5 Pts

$$|H(\omega)| = \frac{|2\cos(\omega) - 1|}{\sqrt{\cos(\omega) + \frac{5}{4}}}$$

- f) Esboce la respuesta en magnitud del sistema. Para ello indique el valor de  $|H(\omega)|$  en al menos  $\omega = 0$ ,  $\omega = \pi$  y al menos siete puntos más que considere conveniente. 4 Pts
- g) Indique qué tipo de filtro es: pasa bajos, pasa alta, pasa banda, rechaza banda o pasa todo. 1 Pt
- h) Indique qué debe modificarse en el sistema para que una señal de valor constante no cambie su valor al pasar por el filtro. En su propuesta debe considerar que sea el menor cambio posible para dichas ecuaciones. 2 Pts

**Problema 2** Diseño de Filtros Digitales**25 Pts**

Un filtro digital se caracteriza por las siguientes propiedades:

- Es un filtro paso alto y tiene un polo y un cero.
- El polo se encuentra a una distancia  $r = 0,95$  del origen del plano  $z$ .
- Las señales constantes no pasan a través del sistema.

Determine:

- a) Dibuje el patrón de polos y ceros del filtro. 2 Pts
- b) Determine la función de transferencia  $H(z)$ . 1 Pt
- c) Calcule el módulo  $|H(\omega)|$  y la fase  $\angle H(\omega)$  de la respuesta del filtro. Represente ambas de la forma más simplificada posible. 6 Pts
- d) Normalice la respuesta en frecuencia  $H(\omega)$  de modo que  $|H(\pi)| = 1$ . 2 Pts
- e) Dibuje un bosquejo de las respuestas de magnitud y de fase del filtro normalizado. 4 Pts
- f) Determine la ecuación de diferencias del filtro. 3 Pts
- g) Represente la ecuación de diferencias en la forma de implementación transpuesta. 2 Pts
- h) Calcule la salida del sistema si la entrada es  $x(n) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{6}n + \frac{\pi}{6}\right)$  3 Pts
- i) Calcule la salida del sistema si la entrada es  $x(n) = u(n)$ . Asuma que el sistema se encontraba en reposo. 2 Pts

**Problema 3** Transformada Discreta de Fourier**27 Pts**

Sea la secuencia:

$$x(n) = \{1, 0, 2, 0, -1, 3, 0, -1, 0, 2\}$$

la cual será filtrada por un sistema LTI con respuesta al impulso  $h(n) = \{-1, 1\}$ .

Así:

- a) Divida la señal de entrada en bloques de tamaño  $L=3$ . 1 Pt
- b) Aplique el algoritmo de solapamiento y suma para encontrar la salida  $y(n)$  del filtro. 22 Pts
- c) Compare el resultado obtenido con la convolución lineal de  $x(n)$  y  $h(n)$ . 4 Pts