

Instituto Tecnológico de Costa Rica
Escuela de Ingeniería Electrónica
EL-5805 Procesamiento Digital de Señales
Profesor: M.Sc. José Miguel Barboza Retana
I Semestre, 2017
Examen Final

Total de Puntos:	81
Puntos obtenidos:	
Porcentaje:	
Nota:	

Nombre: _____

Carné: _____

Advertencias:

- Resuelva el examen en forma ordenada y clara.
- En todas las preguntas y problemas debe indicarse algún procedimiento o justificación clara para llegar a la solución.
- No se aceptarán reclamos de desarrollos con lápiz, borrones o corrector de lapicero.
- Si trabaja con lápiz, debe marcar su respuesta final con lapicero.
- El uso de lapicero rojo **no** está permitido.
- El uso del teléfono celular no es permitido. Este tipo de dispositivos debe permanecer **totalmente apagado** durante el examen.
- No se permite el uso de **ningún tipo** de calculadora electrónica.
- El instructivo de examen debe ser devuelto junto con su solución.
- El examen es una prueba individual.
- El no cumplimiento de los puntos anteriores equivale a una nota igual a cero en el ejercicio correspondiente o en el examen.

Preguntas	de 28
Problema 1	de 15
Problema 2	de 21
Problema 3	de 17

Preguntas

28 Pts

Debe justificar sus respuestas a las preguntas. Para ello basta un esbozo de la idea o concepto requerido, y si necesita más espacio puede utilizar el cuaderno de examen indicando claramente la pregunta correspondiente.

1. Indique cuál es la respuesta en frecuencia de un sistema con respuesta al impulso $h(n) = \frac{u(n)}{3^n}$

2 Pts

- ☐ a) $H(\omega) = \frac{1}{1-e^{j\omega}}$
- ☐ b) $H(\omega) = \frac{3}{3-e^{j\omega}}$
- ☐ c) $H(\omega) = \frac{3}{1-e^{-j\omega}}$
- ☐ d) $H(\omega) = \frac{3}{3-e^{-j\omega}}$
- ☐ e) $H(\omega) = \frac{1}{3-e^{-j\omega}}$

2. Determine la respuesta en frecuencia de un filtro digital con respuesta al impulso $h(n) = (-1)^n u(n)$ e indique que tipo de filtro representa con respecto a su comportamiento en frecuencia (paso bajos, altos o banda) y la naturaleza de dicha respuesta al impulso (IIR, FIR)

2 Pts

3. Dado un sistema caracterizado por la ecuación de diferencias

1 Pt

$$y(n) = Ax(n) + Bx(n-1) + Cy(n-1) + Dy(n-3)$$

(la entrada al sistema es $x(n)$ y la salida es $y(n)$). Para la función de transferencia $H(z)$ del sistema se cumple que:

- ☐ a) tiene cuatro polos determinados por los coeficientes A,B,C y D.
- ☐ b) tiene tres polos determinados por los coeficientes A,B,C,D.
- ☐ c) tiene tres polos determinados por los coeficientes A y B.
- ☐ d) tiene tres polos determinados por los coeficientes C y D.
- ☐ e) tiene dos polos determinados por los coeficientes C y D.

4. Determine la secuencia de salida del sistema LTI con respuesta al impulso $h(n) = (\frac{1}{2})^n u(n)$ cuando la entrada es $x(n) = e^{j\frac{\pi n}{2}} + 10$. 4 Pts

5. La salida del sistema descrito por la ecuación de diferencias 2 Pts

$$y(n) = \frac{1}{4}x(n) + \frac{1}{2}x(n-1) + \frac{1}{8}x(n-2)$$

puede ser expresada con la convolución $y(n) = h(n) * x(n)$. Encuentre qué secuencia es $h(n)$.

6. Indique si el filtro con respuesta al impulso 2 Pts

$$h(n) = \{1, -1, 2, 0, -2, 1, -1\},$$

es de fase lineal. Justifique.

7. Se tiene una señal de cuatro muestras

1 Pt

$$x(n) = \{1, 2, 2, 1\}$$

cuyo espectro obtenido con la DFT se sabe que tiene cuatro muestras

$$X(k) = \{6, -1 - j, 0, -1 + j\}$$

Si $x(n)$ se completa con 252 ceros, entonces el espectro $X_2(k)$ calculado con la DFT de esta nueva señal:

- ☐ a) No contiene más información, pues el nuevo $X_2(k)$ contiene a su inicio las mismas cuatro muestras que $X(k)$ completadas con 252 ceros.
- ☐ b) No contiene más información. El espectro $X_2(k)$ representa simplemente un mayor muestreo del espectro continuo correspondiente a $x(n)$, aunque las cuatro muestras espectrales originales son suficientes para rescatar la señal.
- ☐ c) La DFT de esta señal contiene mucha más información y compensa el error de solo utilizar cuatro muestras.
- ☐ d) La DFT de esta señal contiene mucha más información, pues el espectro $X_2(k)$ tiene más muestras del espectro continuo de $x(n)$.
- ☐ e) Ninguna de las anteriores.

8. Calcule la DFT de la secuencia de cuatro puntos

4 Pts

$$x(n) = \{0, 1, 2, 3\}$$

9. Calcule la convolución circular de las secuencias:

9 Pts

$$x_1(n) = \{2, 1, 2, 1\}$$

$$x_2(n) = \{1, 2, 3, 4\}$$

en el dominio del tiempo, y en el dominio de la frecuencia utilizando la DFT e IDFT

10. El filtro descrito por la ecuación de diferencias $y(n) = 0,9y(n-1) + 0,1x(n)$ tiene un comportamiento de paso bajos en la frecuencia. Cúal de las siguientes ecuaciones de diferencias representa un filtro con un comportamiento de paso altos:

1 Pt

- ☐ a) $y(n)=0.1y(n-1)+0.9x(n)$
- ☐ b) $y(n)=0.9y(n-1)-0.1x(n)$
- ☐ c) $y(n)=-0.9y(n-1)-0.1x(n)$
- ☐ d) $y(n)=-0.1y(n-1)+0.9x(n)$
- ☐ e) Ninguna de las anteriores

Problemas

Problema 1 Transformada Discreta de Fourier

15 Pts

La secuencia $x(n) = \{1, 0, 2, 0, 0, 3, 0, 0, 0, 2, 0, 1, 0, 0, 0, 2\}$ debe filtrarse con el método de solapamiento y almacenamiento con un filtro $h(n) = \{1, -1, 1\}$

1.1. Divida la señal de entrada en bloques de tamaño $L = 4$.

1 Pt

1.2. Aplique el algoritmo de solapamiento y almacenamiento para encontrar la salida del filtro.

10 Pts

1.3. Compare el resultado anterior con la convolución de $x(n)$ y $h(n)$.

4 Pts

Problema 2 Diseño de Filtros Digitales

21 Pts

La función de transferencia $H(z)$ de un filtro digital tiene 3 polos y 3 ceros. Los ceros se encuentran todos en $z = 1$. Un polo se encuentra en $z = -1/2$ y otro en $z = e^{\frac{2\pi}{3}}/2$.

2.1. Determine la posición del tercer polo asumiendo de la respuesta impulsional del sistema es real.

1 Pt

2.2. Dibuje el diagrama de polos y ceros de la función de transferencia $H(z)$.

2 Pts

2.3. Exprese la función de transferencia de la forma

$$H(z) = A \frac{(1 + a_1 z^{-1})(1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2})}{(1 + c_1 z^{-1})(1 + d_1 z^{-1} + d_2 z^{-2})}$$

Determine para ello los valores de los parámetros a_i , b_i , c_i y d_i .

4 Pts

2.4. Exprese $H(z)$ en sus fracciones parciales, con coeficientes reales en el denominador.

4 Pts

2.5. Determine la ecuación de diferencias correspondiente al sistema.

2 Pts

2.6. Dibuje el diagrama de bloques del sistema en la Forma Directa II (forma canónica).

2 Pts

2.7. Dibueje el diagrama de bloques del sistema como la cascada de sistemas de menor orden.

2 Pts

2.8. Dibuje el diagrama de bloques del sistema como el paralelo de sistemas de menor orden (Ayuda: utilice la descomposición en fracciones parciales hecha anteriormente).

2 Pts

2.9. De la distribución de polos y ceros derive aproximadamente la forma de la respuesta en magnitud del filtro.

2 Pts

Problema 3 Programación C++/Filtros Digitales**17 Pts**

La Figura 1.1 presenta un listado de un programa en C++ que le han solicitado analizar a usted. El código forma parte de un sistema mayor que invoca el método *procesar* cada vez que se tiene un bloque de datos de un determinado tamaño, indicado a la hora de llamar el método.

- 3.1. Extraiga del código las ecuaciones de diferencias que rigen el sistema. 2 Pts
- 3.2. Grafique el diagrama de bloques de la ecuación implementada en el código. 2 Pts
- 3.3. Indique qué estructura de implementación utiliza este código (Forma Directa I o II, muestreo en frecuencia, forma transpuesta, etc). 1 Pt
- 3.4. Encuentre la función de transferencia del sistema. 3 Pts
- 3.5. Grafique el diagrama de polos y ceros del sistema. 2 Pts
- 3.6. Encuentre la expresión para la respuesta en magnitud del sistema. 3 Pts
- 3.7. Esboce la respuesta en magnitud del sistema. Para ellos indique el valor de $|H(\omega)|$ en al menos $\omega = 0$, $\omega = \pi$ y algún otro punto que usted considere conveniente. 2 Pts
- 3.8. Indique qué tipo de filtro está implementado. 1 Pt
- 3.9. Indique qué debe modificarse en el código para que una señal de valor constante no cambie su valor a la salida del filtro. 1 Pt

```

1 //Clase para aplicar filtro a bloque de datos
2 class filtro{
3 private:
4     //Atributos de la clase
5     //muestra anterior
6     float v_de_n_menos_1;
7
8     //muestra trasanterior
9     float v_de_n_menos_2;
10
11     //coeficientes del filtro
12     float a1, b0, b1, b2;
13
14 public:
15     //Constructor
16     filtro();
17
18     //Metodo que realiza el procesamiento de los datos
19     //entrada: puntero a arreglo de N flotantes con la señal entrada
20     //salida: puntero a arreglo de N flotantes con la señal de salida
21     //N: numero de flotantes en arreglos anteriores
22
23     void procesar(float* entrada,
24                 float* salida,
25                 const int N);
26 };
27
28 //Constructor
29 filtro::filtro(){
30     v_de_n_menos_1=0.0f;
31     v_de_n_menos_2=0.0f;
32
33     //inicializacion de los coeficientes del filtro
34     const float Fs = 600.0f; //frecuencia de muestreo
35     const float F = 100.0f;
36     const float omegac = 2*3.14159265359f*(F/Fs);
37     a1 = cos(omegac);
38     b0 = 1.f;
39     b1 = -2*a1;
40     b2 = 1.f;
41 };
42
43 //Metodo que realiza el procesamiento de los datos
44 void filtro::procesar(float* entrada, float* salida, const int N){
45     const float* ptrIn = entrada; //puntero a inicio de entrada
46     const float* const ptrEnd = ptrIn+N; //puntero al final de la entrada
47     float* ptrOut; //puntero a bufer de salida
48
49     //para todas las muestras a la entrada
50     while (ptrIn != ptrEnd){
51         //filtre
52         const float vn = *ptrIn++ - a1*v_de_n_menos_1;
53         *ptrOut++ = b0*vn + b1*v_de_n_menos_1 + b2*v_de_n_menos_2;
54
55         v_de_n_menos_2 = v_de_n_menos_1;
56         v_de_n_menos_1 = vn;
57     }
58 }

```

Figura 3.1: Implementación de filtro digital en C++