

Señales y sistemas
Verano 2017-2018
Examen Final

Nombre: _____

Tiempo limite: Mucho

Carne _____

-
- Este examen consta de 4 paginas (incluyendo la portada) y 5 preguntas.
 - El total de puntos es de 94.
 - C mamut si hace cosas a lapiz porque no puede reclamar.
 - Si tiene dudas con su procedimiento y piensa que esta malo deje de hacer el problema porue **no** le dare puntos.
 - **Esta prohibido llorar durante el examen.**
 - Este examen no tiene tildes ni nada de eso porque no se quisieron poner.
 - Sume todo bien y con tranquilidad.
 - **Disfrute el examen.**
 - Debe saber hablar arabe para resolver el examen de manera correcta.
 - El incumplimiento de lo dicho anteriormente sera penalizado con 10 cartas en el juego al iniciar la proxima partida.
 - Inserte aqui mas reglas >:v

Firma

Tabla de calificacion.

Question	Points	Score
1	15	
2	18	
3	20	
4	19	
5	22	
Total:	94	

1. (15 points) **Series de Laurent**

Dada la siguiente funcion de variable compleja.

$$f(z) = \frac{z}{-z^2 - z + 2}$$

- (a) (3 points) Indique cuantas regiones de convergencia son posibles para la serie de Laurent centrada en $z_0 = 1 + j$.
- (b) (12 points) Encuentre la serie de Laurent que corresponda a la region de convergencia relacionada a una serie que solo contenga parte de Taylor, en referencia a las regiones definidas en el punto anterior.

2. (18 points) **Ortogonalidad**

Dadas las siguientes funciones:

$$r_0(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < 1 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

$$r_1(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < 0,5 \\ -1 & 0,5 < t < 1 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

$$r_2(t) = \begin{cases} 1 & 0 < t < 0,25 \\ -1 & 0,25 < t < 0,5 \\ 1 & 0,5 < t < 0,75 \\ -1 & 0,75 < t < 1 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

- (a) (6 points) Demuestre que estas funciones forman un conjunto ortogonal sobre el interbalo $t \in [0, 1]$.
- (b) (3 points) ¿Es tambien ortogonal este conjunto? Justifique su respuesta.
- (c) (6 points) Represente la señal $f(t) = t - \frac{1}{2}$ en el interbalo $t \in [0, 1]$ utilizando una combinacion lineal de este conjunto de funciones.
- (d) (3 points) Grafique la representacion de $f(t)$ utilizando $r_0(t)$, $r_1(t)$ y $r_2(t)$ como la combinacion lineal obtenida en el punto anterior.

3. (20 points) **Series de Fourier**

Considere la siguiente funcion de periodo $T = 4$ definida por:

$$x(t) = \begin{cases} \sin(\pi t) & 0 \leq t \leq 2 \\ 0 & 2 \leq t \leq 4 \end{cases}$$

Demuestre que los coeficientes de una serie trigonometrica de Fourier $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{-jw_0 kt}$ utilizada para sintetizar la funcion $x(t)$ estan dados por la expresion:

$$c_k = \begin{cases} 0 & k = 0 \\ \frac{1}{4j} & k = 2 \\ \frac{-1}{4j} & k = -2 \\ 0 & k \text{ par} \\ \frac{2}{\pi - \pi k^2} & k \text{ impar} \end{cases}$$

4. (19 points) **Analisis de sistemas en tiempo continuo**

Considere un sistema caracterizado por la siguiente ecuacion diferencial:

$$\frac{d^3}{dt^3}y(t) + 6\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 11\frac{d}{dt}y(t) + 6y(t) = x(t)$$

(a) (11 points) Determine la respuesta de estado cero del sistema cuando la entrada es $x(t) = e^{-4t}u(t)$.

(b) (8 points) Determine la respuesta natural del sistema si:

$$y(0^-) = 1 \quad \frac{d}{dt}y(t)|_{t \rightarrow 0^-} = -1 \quad \frac{d^2}{dt^2}y(t)|_{t \rightarrow 0^-} = 1$$

5. (22 points) **Análisis de sistemas en tiempo discreto**

Considere un sistema LTI casual descrito por el siguiente diagrama de polos y ceros:

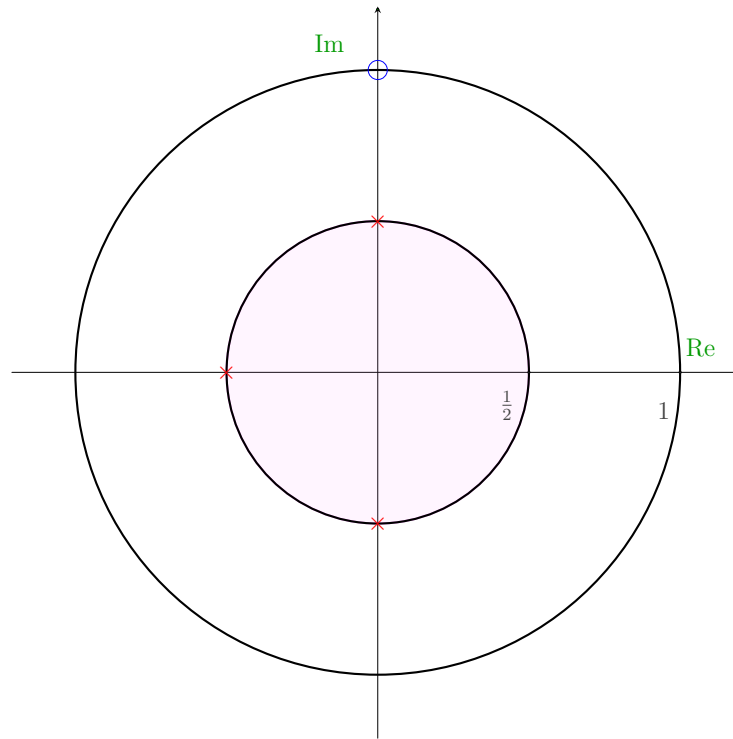


Figura 1: Diagrama de polos y ceros del sistema.

- (3 points) Encuentre la función de transferencia del sistema $H(z)$ en la forma racional $\frac{N(z)}{D(z)}$ sin factorizar. Considere una ganancia en función $K = 1$
- (12 points) Determine la respuesta al impulso $h(n)$ del sistema. Defina la expresión más simplificada posible de la misma.
- (3 points) Considere que la entrada del sistema es $x(n)$ y la salida $y(n)$. Encuentre la ecuación de diferencias recursiva que determina la salida del mismo.
- (4 points) Defina un diagrama de bloques que represente el sistema anterior de forma equivalente.