2. Klasifikace systémů

Created	@April 26, 2025 7:11 PM
Tags	Done
Kdo vypracoval	Robb

Doporučuju přečíst jedlovo skripta.

Klasifikace systému

Systém

Jakýkoli **soubor komponent**, který přetváří vstupy na výstupy prostřednictvím vnitřní dynamiky/operace

Jeden nebo více vstupů → Jeden nebo více výstupů (jak se přetváří určuje vnitřní dynamika)

Může být definován přirozeně (např.: ekosystém) nebo uměle (např.: mechanické, elektrické nebo regulační)

Orientovaný

Jasně daný směr toku informací/interakce dokud kam plyne

př.: v řídícím systému je tok inf. od vstupu k výstupu (**Kauzální**)

Neorientovaný

Teoretické

Nemá jasný tok informací

Komponenty se ovlivňují bez konkrétního vztahu

př.: rozvodná síť

Kauzální

Zaměření na vztah mezi výstupem a vstupem

Výstupy v přítomnosti jsou ovlivněny pouze vstupy v minulosti, přítomnosti

Budoucí vstupy nijak aktuální výstupy neovlivňují

Většina fyzikálních systémů je kauzální

př.: Termostat ovládající teplotu v místnosti

vztah mezi naměřenou teplotou a výstupní regulovanou

Nekauzální

Výstupy v přítomnosti jsou ovlivněny vstupy v minulosti, přítomnosti a budoucnosti

Nerealizovatelné

Dynamický

Jak se stav mění v čase

Klíčovým aspektem je časová závislost na vývoji stavu

př.: Termostat ovládající teplotu v místnosti

vývoj za určitý čas

Statický

Záleží jen na vstupu v přítomnosti

Nemá paměť na předchozí vstupy

Nemá vnitřní dynamiku

př.: Led lampička

Deterministický

Vždycky reaguje na stejné vstupy stejně

Perfektně předvídatelný

Absence náhody

př.: Počítačové programy a algoritmy

Stochastický

Na stejné vstupy jiné výstupy

Nejsou předvídatelné

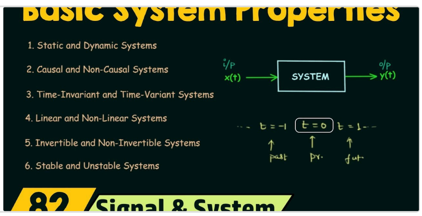
Chovají se náhodně

př.: Ruleta

Basic System Properties

Signal and System: Basic System Properties
Topics Discussed:
1. Classification of systems.

https://www.youtube.com/watch?v=npsZ2SBeVpA&t=13s



Vnější popis systému

Podle vstupu ovlivňujeme výstup

Podle rozdílu výstupu jsme schopni popsat funkci systému

Diferenciální rovnice

Diferenciální rovnice popisuje vztah mezi vstupem a výstupem systému v časové doméně a vývoj výstupu v čase

Př.: Pro systém prvního řádu je diferenciální rovnice:

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Ku(t)$$

kde:

- y(t) je výstup.
- u(t) je vstup.
- τ je časová konstanta.
- K je zesílení systému.

Tento popis je běžně používán pro modelování mechanických, elektrických nebo tepelných systémů v časové doméně.

Přenosová funkce (v laplaceově transformaci)

Poměr výstupu ke vstupu, vyjádřený v laplacově doméně

Převod diferenciálních rovnic na algebraické pomocí Laplaceovy transformace

Laplaceova transformace = Převádí z jednoho prostoru do jiného

Přenosová funkce pro systém prvního řádu:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{\tau s + 1}$$

Kde:

- **G(s)** je přenosová funkce systému.
- **K** je zesílení systému. Reprezentuje poměr velikosti výstupu k velikosti vstupu v ustáleném stavu.
- **τ** (tau) je časová konstanta systému. Udává, jak rychle systém reaguje na změny. Menší časová konstanta znamená rychlejší odezvu systému.
- **s** je Laplaceova proměnná (komplexní frekvence), což je standardní součást přenosových funkcí v Laplaceově doméně.

Přechodová funkce

Přechodová funkce ukazuje, jak se výstup systému vyvíjí z počátečního stavu do ustáleného stavu po skokové změně vstupu

Poskytuje informace o:

- Době nárůstu
- Době ustálení
- Ustálené hodnotě systému

Př.: Pro systém prvního řádu s přenosovou funkcí:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

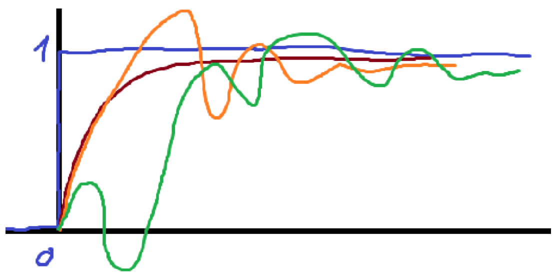
je přechodová funkce:

$$y(t) = K\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

Kde:

- **G(s)** je přenosová funkce systému.
- **K** je zesílení systému. Reprezentuje poměr velikosti výstupu k velikosti vstupu v ustáleném stavu.
- **τ** (tau) je časová konstanta systému. Udává, jak rychle systém reaguje na změny. Menší časová konstanta znamená rychlejší odezvu systému.
- ***t*** je časová doména

Přechodová charakteristika



Doba náběhu - čas, za který se výstupní hodnota dostane od nějakého % do nějakého % ustálené hodnoty (obvykle od 10% do 90%)

Doba ustálení- čas, za který hodnota zůstane v nějakém rozmezí hodnot (do nějakého % hodnoty)

Překmit - vzdálenost, kterou přepálí hodnota nad požadovanou hodnotu

Chyba ustáleného stavu - rozdíl mezi konečným a požadovaným výstupem

Impulzní funkce

Díky impulzní funkci/odezvě zjistíme jak systém reaguje na impulz

Reakce systému na **Diracův pulz** v čase 0

Diracův pulz - 0 široký a nekonečně vysoký (integrál je roven 1)

Pro systém prvního řádu je pulzní odezva:

$$h(t) = -\frac{K}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad t \geq 0$$

Impulsní odezva je zvláště užitečná pro analýzu přechodového chování systému a slouží jako základní prvek pro složitější vstupy prostřednictvím konvoluce.

Impulzní charakteristika

Poskytuje kompletní popis dynamiky systému. Vzhledem k tomu, že impulsní odezva reprezentuje reakci systému na velmi krátký vstup, může být použita k určení, jak systém reaguje na jakýkoli libovolný vstup prostřednictvím **konvoluce**

Systém prvního řádu

Typicky systém s přenosovou funkcí ve tvaru:

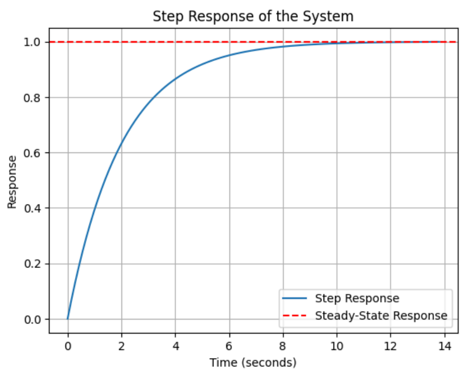
$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

Systém popsaný touto přenosovou funkcí se často využívá k modelování jednoduchých dynamických systémů jako jsou:

1. Tepelné procesy
2. Systém toku kapalin
3. Elektrické obvody s odporem a kapacitou

Přechodová charakteristika

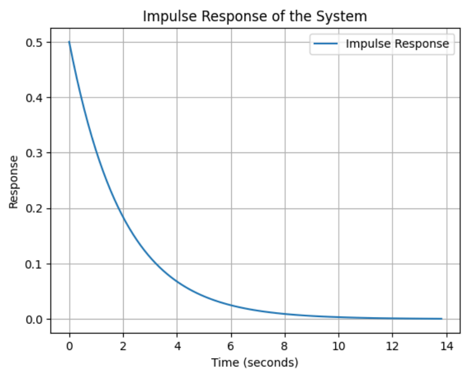
$$y(t) = K\left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$$



- Reaguje na skokovou změnu vstupu

Impulzní charakteristika

$$y(t) = \frac{K}{\tau} e^{\frac{-t}{\tau}}$$



- Reaguje na **Diracův pulz**

Klíčové metriky systému prvního řádu

1. **Přechodová charakteristika**

Odezva systému na skokovou změnu vstupu je **exponenciální křivka** která se **asymptoticky blíží ke K**

Časová konstanta (Tau) udává jak rychle se blíží k ustálenému stavu

2. **Doba náběhu**

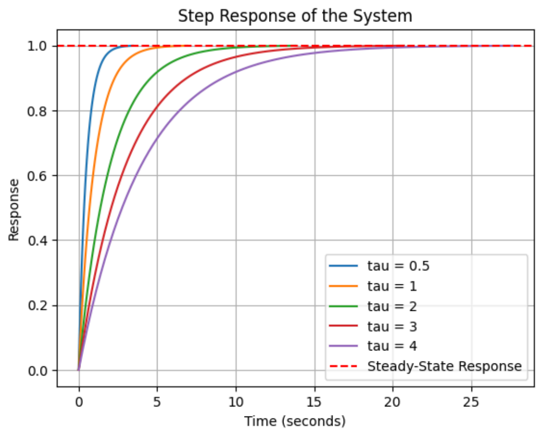
   Čas, který systém potřebuje aby z 0% dosáhl nějaké **procentuální hodnoty** své ustálené/konečné hodnoty (nejčastěji 90% nebo 95% konečné hodnoty)

3. **Doba ustálení**

   Čas, který systém potřebuje na to any se ustálil na své konečné hodnotě

   = Jak dlouho se “uklidní” po změně

   Jako ustálený se systém uvažuje po čase **4 - 5 Tau**



Příklady systémů prvního řádu

1. **Elektrický systém: RC obvod**

   - **Popis systému:** Rezistor-kondenzátorový (RC) obvod, kde napětí na kondenzátoru je výstupem systému a vstupem je napěťový zdroj.
   - **Přenosová funkce:**

   $$G(s) = \frac{1}{RCs + 1}$$

   - **Diferenciální rovnice:**

   $$RC\frac{dV_{out}}{dt} + V_{out}(t) = V_{in}(t)$$

   - **Vysvětlení:** RC obvod ukládá energii do kondenzátoru a rezistor tuto energii rozptyluje. Výstupní napětí na kondenzátoru závisí na časové konstantě RC, která určuje, jak rychle se kondenzátor nabíjí nebo vybíjí.

2. **Mechanický systém: Hmotnost tlumič**

   - **Popis systému:** Mechanický systém skládající se z objektu (hmotnosti) připojené k tlumiči. Vstupem je síla působící na objekt a výstupem je rychlost objektu.
   - **Přenosová funkce:**

$$G(s) = \frac{1}{ms + b}$$

- **Diferenciální funkce:**

$$m\frac{dv(t)}{dt} + bv(t) = F(t)$$

- **Vysvětlení:** V tomto systému tlumič poskytuje odpor vůči pohybu úměrný rychlosti. Rychlost hmotnosti se mění v závislosti na aplikované síle a systém je prvního řádu, protože zahrnuje pouze rychlost (bez členu zrychlení).

3. **Tepelný systém: Tepelný výměník**

- **Popis systému**: Jednoduchý tepelný systém, kde se materiál ohřívá z tepelného zdroje, a výstupem je teplota materiálu.
- **Přenosová funkce**:

$$G(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

- **Diferenciální rovnice**:

$$\tau\frac{dT(t)}{dt} + T(t) = T_{in}(t)$$

- **Vysvětlení**: Časová konstanta τ představuje tepelnou kapacitu materiálu a určuje, jak rychle dosáhne vstupní teploty. Systém je prvního řádu, protože popisuje pouze vztah mezi teplotou a přenosem tepla.

4. **Hydraulický systém: Nádrž s kapalinou**

- **Popis systému**: Nádrž s přítokem kapaliny a odtokovým mechanismem. Vstupem je průtok v nádrži a výstupem je výška kapaliny.
- **Přenosová funkce**:

$$G(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

- **Diferenciální rovnice**:

$$\tau\frac{dh(t)}{dt} + h(t) = Q_{in}(t)$$

- **Vysvětlení**: Časová konstanta τ představuje schopnost systému ukládat kapalinu a určuje, jak rychle systém reaguje na změny vstupního průtoku. Výstupem je výška kapaliny v nádrži.

5. **Chemický systém: CSTR (Kontinuální míchaný reaktor)**

- **Popis systému**: Chemický reaktor, do kterého jsou kontinuálně přiváděny reaktanty a kontinuálně odebírány produkty. Vstupem je koncentrace reaktantů přicházejících do systému a výstupem je koncentrace produktů.

- **Přenosová funkce**:

$$G(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

- **Diferenciální rovnice**:

$$\tau \frac{dc(t)}{dt} + c(t) = C_{in}(t)$$

- **Vysvětlení:** V tomto chemickém systému se koncentrace reaktantů v reaktoru mění v čase a časová konstanta τ určuje, jak rychle reaktor dosáhne rovnováhy.

Souhrn vztahů příkladů

Systém	Přenos	Diferenciální rovnice
RC Obvod	$\frac{1}{RCs+1}$	$RC\frac{dV_{out}}{dt} + V_{out}(t) = V_{in}(t)$
Hmotnost-tlumič	$\frac{1}{ms+b}$	$m\frac{dv(t)}{dt} + bv(t) = F(t)$
Tepelný výměník	$\frac{1}{\tau s+1}$	$\tau\frac{dT(t)}{dt} + T(t) = T_{in}(t)$
Nádrž s kapalinnou	$\frac{1}{\tau s+1}$	$\tau\frac{dh(t)}{dt} + h(t) = Q_{in}(t)$
CSTR	$\frac{1}{\tau s+1}$	$\tau\frac{dc(t)}{dt} + c(t) = c_{in}(t)$

Systém druhého řádu

Komplexnější než systém prvního řádu, muže popisovat širší škálu dynamického chování

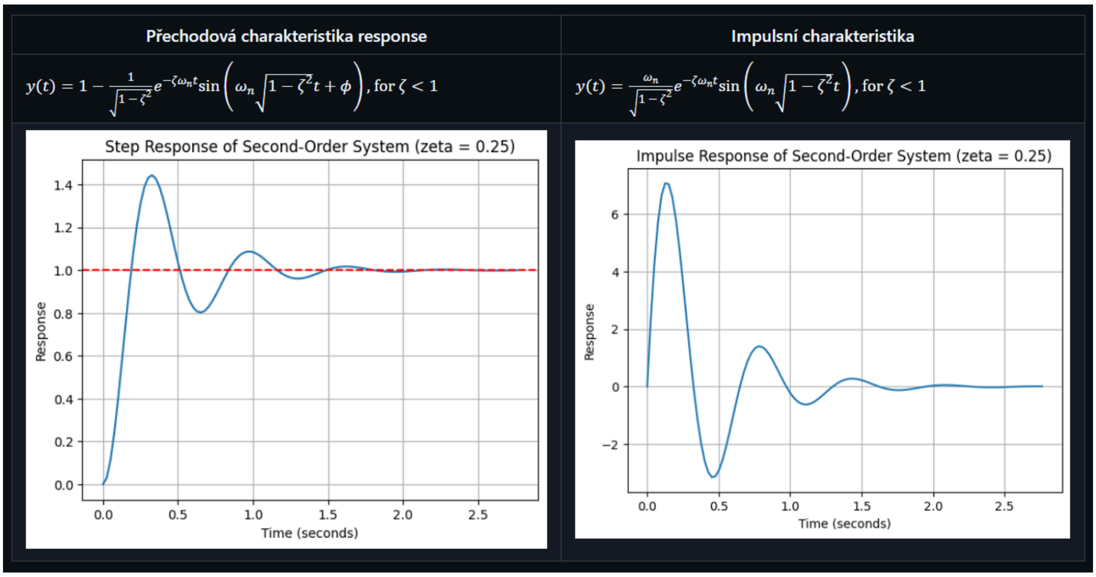
Používá se při modelování fyzikálních systémů, které oscilují (tlumič u auta atd.)

Obecná funkce systému druhého řádu:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

Kde:

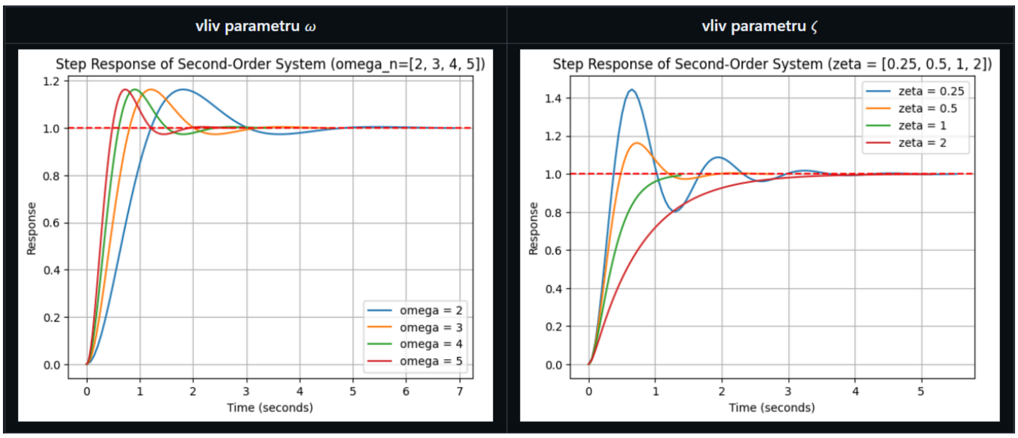
- **G(s):** Přenosová funkce systému.
- **ωn** (přirozená frekvence): Určuje rychlost oscilace systému při absenci tlumení. Charakterizuje vlastní frekvenci oscilace systému.
- **ζ** (koeficient tlumení, Zeta): Tlumí (zmenšuje) amplitudu oscilace v čase. Určuje typ odezvy systému:
  - **ζ=0:** Netlumený systém (čistě oscilující).
  - **0<ζ<1:** Podtlumený systém (oscilace se nakonec utlumí a výstup odpovídá zesílení).
  - **ζ=1:** Kriticky tlumený systém (nejrychlejší ustálení bez oscilací).
  - **ζ>1:** Přetlumený systém (pomalejší odezva bez oscilací).



Klíčové metriky u systémů druhého řádu

- **Doba dosažení špičky (tp):**
  - Čas, ve kterém systém poprvé dosáhne své maximální hodnoty během oscilace. Tato metrika je typicky relevantní pro podtlumené systémy.
- **Maximální překmit**:
  - O kolik výstup systému překročí konečnou ustálenou hodnotu, vyjádřeno v procentech.
- **Doba ustálení (ts)**:
  - Čas, který je potřeba, aby se systém ustálil v rámci specifikovaného rozsahu konečné hodnoty (typicky do 2 % nebo 5 %). U podtlumených systémů je doba ustálení závislá na koeficientu tlumení ζ a přirozené frekvenci ωn.
- **Doba nárůstu (tr)**:
  - Čas, za který odezva systému vzroste z 10 % na 90 % konečné hodnoty.

Tyto metriky pomáhají analyzovat dynamickou odezvu systému a umožňují hodnotit, jak rychle a přesně systém dosahuje ustáleného stavu.



Příklady systémů druhého řádu

1. **Mechanický systém: Hmotnost-pružina-tlumič**
   - **Popis systému**: Hmotnost připojená k pružině a tlumiči. Vstupem je aplikovaná síla a výstupem je posunutí hmotnosti.
   - **Přenosová funkce**:

   $$G(s) = \frac{1}{ms^2 + bs + k}$$

   - **Diferenciální rovnice**:

   $$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} + b\frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = F(t)$$

   - **Vysvětlení**: Systém hmotnost-pružina-tlumič obsahuje dynamiku druhého řádu kvůli setrvačnosti hmotnosti (druhá derivace) a silám vyvolaným tlumením a tuhostí pružiny (první derivace a posunutí).

2. **Elektrický systém: RLC obvod**
   - **Popis systému**: Sériový **RLC** obvod, který obsahuje rezistor (R), cívka (L) a kondenzátor (C) zapojené v sérii. Vstupem je napětí zdroje a výstupem je napětí na kondenzátoru.
   - **Přenosová funkce**:

   $$G(s) = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

   - **Diferenciální rovnice**:

   $$L\frac{d^2q(t)}{dt^2} + R\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C}q(t) = V_{in}(t)$$

   - **Vysvětlení**: Systém je druhého řádu kvůli prvkům, které ukládají energii (cívka a kondenzátor), což zahrnuje jak derivace proudu, tak napětí.

3. **Mechanický systém: Kyvadlo (aproximace malých úhlů)**
   - **Popis systému**: Jednoduché kyvadlo s aproximací malých úhlů. Vstupem je externí točivý moment nebo síla a výstupem je úhlové vychýlení.
   - **Přenosová funkce**:

   $$G(s) = \frac{1}{\frac{L}{g}s^2 + 1}$$

   - **Diferenciální rovnice**:

   $$\frac{L}{g}\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + \theta(t) = \theta_{in}(t)$$

   - **Vysvětlení**: Pohyb kyvadla je modelován jako systém druhého řádu kvůli setrvačnosti (hmotnosti) a gravitaci působících na kyvadlo.

4. **Hydraulický systém: Kolísání hladiny kapaliny v nádrži**
   - **Popis systému**: Nádrž s kapalinou, která kolísá v důsledku vstupních sil, jako jsou externí vibrace nebo změny tlaku. Vstupem je síla působící na kapalinu a výstupem je oscilace výšky kapaliny.
   - **Přenosová funkce**:

$$G(s) = \frac{K}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

   - **Diferenciální rovnice**:

$$\frac{d^2h(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_n\frac{dh(t)}{dt} + \omega_n^2 h(t) = KF(t)$$

   - **Vysvětlení**: Dynamika kolísání kapaliny zahrnuje oscilace a tlumení, což z něj činí systém druhého řádu.

Souhrn vztahů příkladů

Systém	Přenos	Diferenciální rovnice
Systém hmotnost-pružina-tlumič	$\frac{1}{ms^2 + bs + k}$	$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} + b\frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = F(t)$
RLC Obvod	$\frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$	$L\frac{d^2q(t)}{dt^2} + R\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = V_{in}(t)$
Kyvadlo (malé úhly)	$\frac{1}{\frac{L}{g}s^2 + 1}$	$\frac{L}{g}\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + \theta(t) = \theta_{in}(t)$
Kolísání hlainy kapaliny v nádrži	$\frac{K}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$	$\frac{d^2h(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_n\frac{dh(t)}{dt} + \omega_n^2 h(t) = KF(t)$

Zdroje

skripta-kyb/kybernetika/chapters/systems_CZ.md at main · bublinak/skripta-kyb

Contribute to bublinak/skripta-kyb development by creating an account on GitHub.

https://github.com/bublinak/skripta-kyb/blob/main/kybernetika/chapters/systems_CZ.md#kl%C3%AD%C4%8Dov%C3%A9-metriky-u-syst%C3%A9m%C5%AF-druh%C3%A9ho-%C5%99%C3%A1du