

# Indhold

<b>1</b>	<b>Indledning</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Problemformulering</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Metodeafsnit</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Termodynamiske processor og kredsprocessor</b>	<b>4</b>
4.1	Termodynamiske processor . . . . .	4
4.1.1	Isokor process . . . . .	4
4.1.2	Isobar proces . . . . .	5
4.1.3	Isoterm proces . . . . .	6
4.1.4	Adiabatisk proces . . . . .	6
4.2	Kredsprocesser . . . . .	7
4.2.1	Arbejde i kredsprocessor . . . . .	7
4.3	EuroDish . . . . .	9
<b>5</b>	<b>Analyse af EuroDishs effektivitet</b>	<b>9</b>
5.1	Analyse af en idealiseret Stirlingmotor . . . . .	9
5.1.1	Arbejde udført af en idealiseret Stirlingmotor . . . . .	10
5.1.2	Tilførsel af varme til systemet . . . . .	12
5.1.3	nyttevirkning af en idealiseret Stirling motor . . . . .	12
5.2	Beregning på modellen . . . . .	13

## 1 Indledning

Gennem tidens løb har mennesket adapteret sig til og anvendt sine omgivelser til deres fordel ved at udarbejde redskaber, som gjorde dagligdagens opgaver nemmere. Denne tilpasning har fundet sted og finder stadig sted den dag i dag. Før i tiden har udviklingen været motiveret ved at skabe hurtigere og mere effektive redskaber og maskineri, som kunne erstatte manuelt arbejde. Denne forskydning, hvor mennesker hele tiden har fundet nyere, smartere og mere effektive måder at udføre jobs på, har medført at flere mennesker kan arbejde i det tertiære erhverv. Ultimativt vil denne udvikling nok resultere i en næsten komplet overtagelse af arbejde. I takt med at jordens befolkningsmængde stiger eksponentielt, kræves der flere og flere ressourcer, både i form af energi, varme og fødevarer, mere specifikt så har verdensenergiforbruget mere end tredoblet siden 1970 <sup>1</sup>. Produktionen af el i USA kommer primært fra fossile brændsler, som er en andel på 81 procent, hvoraf 61.8 procent kommer fra naturgas og kul<sup>2</sup>. For at kunne følge med på denne trend, med en voksende befolkningsmængde og et voksende energiforbrug, så vurderer forskere, at de naturlige ressourcer, som kul og olie, vil blive opbrugt indenfor ca. 53 år <sup>3</sup>. Derfor er det nødvendigt at ændre på hvilke ressourcer, der anvendes til energiproduktion, for ellers løber verden tør. Der er generel konsensus på dette, og der bliver indgået aftaler om nedskæring af anvendelse af fossile brændsler og CO<sub>2</sub> udledning. Et eksempel på dette er Parisaftalen, som er en international aftale inden for FN's klimakonvention UNFCCC <sup>4</sup>. I Danmark er der også en grøn omstillingsplan, som har til mål at reducere den danske udledning af drivhusgasser med 70 procent i 2030<sup>5</sup>. Danmark er i forvejen et meget grønt land. Hvis man kigger på det nuværende danske elforbrug, så stammer 49 procent fra sol- og vindkraft, hvis energi produceret med biomasse inkluderes, så stammer

<sup>1</sup>[https://www.drivkraftdanmark.dk/wp-content/uploads/2019/05/DD\\_Energistatistik\\_2019\\_WEB-spreads.pdf](https://www.drivkraftdanmark.dk/wp-content/uploads/2019/05/DD_Energistatistik_2019_WEB-spreads.pdf)

<sup>2</sup><https://www.agfoundation.org/common-questions/view/Where-does-energy-come-from>

<sup>3</sup><https://eu.usatoday.com/story/money/business/2014/06/28/the-world-was-533-years-of-oil-left/11528999/>

<sup>4</sup>[https://da.wikipedia.org/wiki/Parisaftalen\\_\(2015\)](https://da.wikipedia.org/wiki/Parisaftalen_(2015))

<sup>5</sup><https://www.gate21.dk/groen-omstilling-i-2030/>

hele 72 procent af Danmarks elforbrug fra CO<sub>2</sub>-frie energikilder <sup>6</sup>.

Dette projekt arbejder med, hvordan man kan forebygge det altoverskyggende problem; global opvarmning, som med sig bringer mange konsekvenser. Blandt andet vil de naturlige ressourcer være opbrugt indenfor 53 år, grundet det nuværende forbyg på verdensplan, som netop består af disse ressourcer. I og med jordens ressourcer er ved at være opbrugt, så er det nødvendigt for menneskeheden at omlægge energiproduktionen til primært at bestå, hvis ikke udelukkende, af vedvarende energikilder, som solenergi, vindenergi og bølgeenergi m.m. I denne opgave tages der afsæt i maskinen, Dish-Stirling, som er en maskine, der omdanner solens energi til el med en Stirling motor, der er koblet til en generator. (se Figur 1 for et grafisk overblik over projektets afgrænsning)

## 2 Problemformulering

Det er et problem, at verdens naturlige ressourcer er ved at være opbrugt i forhold til den nuværende produktion af el og varme.

- Hvordan fungerer en EuroDish og hvilke termodynamiske processor anvendes?
- Hvordan kan man opstille en matematisk model, som der kan regnes på?
- Hvordan forholder effektiviteten sig i praksis og ved opstillede teoretiske modeller?
- Hvor effektiv er en Dish-Sterling i forhold til eksempelvis en solcelle eller et varmekraftværk?
- Hvilke begrænsninger er der ved EuroDish generatoren i forhold til klima og eventuelle andre faktorer, samt om den er et realistisk bud på et grønnere alternativ?

---

<sup>6</sup>[https://energiwatch.dk/Energinyt/Politik\\_\\_Markeder/article11839395.ece](https://energiwatch.dk/Energinyt/Politik__Markeder/article11839395.ece)

### 3 Metodeafsnit

## 4 Termodynamiske processor og kredsp processor

### 4.1 Termodynamiske processor

Idealgasligningen er en ligning, som kan anvendes til at beskrive sammenhængen mellem *tryk*, *volumen*, *stofmængde* og *temperatur* for en ideal gas og derved dens tilstand. Den kan afbildes rent matematisk som

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (1)$$

hvor  $p$  er gassens tryk,  $V$  er gassenes volumen,  $n$  er stofmængden,  $R$  er gaskonstanten og har værdien  $8.314 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$  og  $T$  er temperaturen angivet i Kelvin. Mere specifikt gør ligningen sig gældende for ideale gasser, hvilket betyder, at der antages at gasmolekylerne kolliderer total elastisk imellem hinanden, altså at der ikke går nogen energi tabt ved sammenstød af molekyler. Hvis man begynder at ændre på to af de resterende faktorer ved en indespæret gas, som har en konstant stofmængde, så vil den tredje variable indstille sig, så den overholder idealgasligningen. Denne indstilling fra et stadie til et andet kaldes for en *proces*. Generelt for alle processorer gælder det, at temperaturen direkte korrelerer til ændringen af en given gas' indre energi, som er et begreb for molekylernes kinetisk energi og indbyrdes kræfter i gassen. Dette kan illustreres ved

$$\Delta E_i = n \cdot c_{mV} \cdot \Delta T \quad (2)$$

hvor  $\Delta E_i$  er den indre energi i gassen,  $n$  er stofmængdekonzentrationen i mol,  $c_{mV}$  er den specifikke molære varmekapacitet ved et konstant volumen.

#### 4.1.1 Isokor proces

Hvis en gas indespæret med konstant volume oplever en varmetilførsel, så vil gassens tryk variere alt efter, om der er en positiv eller negativ varmetilførsel. En sådan proces, hvor volumenet holdes konstant kaldes en *isokor* proces. Arbejdet som en gas under en isokor

proces udfører kan beregnes ved som følgende

$$A = p \cdot \Delta V. \quad (3)$$

Idet volumenet i en isokor proces er konstant, så er volumeændringen  $\Delta V$  lig nul, og derved vil arbejdet også være lig nul, da gassen ikke kan 'skubbe' på omgivelserne ved at udvide sig ligeledes er omgivelsernes arbejde på gassen lig nul.

$$A = 0 \quad (4)$$

Formlen for at beregne den nødvendige mængde varme,  $Q$ , som skal tilføres til gassen under en isokor proces, kan findes ved den tidligere nævnte formel (2)

$$Q = n \cdot n_{mV} \cdot \Delta T \quad (5)$$

#### 4.1.2 Isobar proces

Forskellen fra en isokor til en isobar process er, at trykket holdes konstant fremfor volumenet som i det forrige. Ved denne proces kan det udførte arbejde på gassen, altså omgivelsernes arbejde, findes ved

$$A = -p \cdot \Delta V \quad (6)$$

som er den samme som ligning (3) bortset fra at der er introduceret et negativt fortegn. Dette er gjort fordi det er arbejdet fra omgivelserne på gassen, der betragtes. Arbejdet vil kun være positivt, når gassen komprimeres, idet det vil resultere i en negativ volumeændring.

Den tilførte varme,  $Q$ , som skal tilføres gassen for at resultere i temperaturændringen  $\Delta T$  kan findes ved

$$Q = n \cdot (c_{mV} + R) \cdot \Delta T \quad (7)$$

hvor man indfører en special varmekapacitet, som kaldes *den specifikke molære varmekapacitet ved konstant tryk* der denoteres som  $c_{mp}$ . Denne varmekapacitet anvendes ved en isobar proces og er defineret som

$$c_{mp} = c_{mV} + R \quad (8)$$

Så beregnes den tilførte varme,  $Q$ , nu ved

$$Q = n \cdot c_{mp} \cdot \Delta T \quad (9)$$

### 4.1.3 Isoterm proces

En isoterm proces er en proces, hvor temperaturen holdes konstant. Derfor må gassens indre energi også være konstant, da den direkte indikerer temperaturen på gassen, ligesom i formel (2). Hvis der tilføres eller fjernes varme under en isoterm proces, så må der på tilsvarende vis udføres et arbejde for at komme af med den overskydne varme og holde temperaturen konstant, og hvis der fjernes varme, så må der tilføres et arbejde på gassen for at holde temperaturen konstant. Ved en isoterm proces kan det arbejde, som omgivelserne skal udføre på gassen beregnes ved

$$A = -n \cdot R \cdot T \cdot \ln \left( \frac{V_{\text{slut}}}{V_{\text{start}}} \right) \quad (10)$$

Det arbejde, som udføres på en gas under en isoterm proces, skal udlignes af den tilførte varme  $Q$  for at temperaturen kan forblive konstant, deraf har vi

$$Q = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \left( \frac{V_{\text{slut}}}{V_{\text{start}}} \right) \quad (11)$$

Den eneste forskel på ligning (10) og (11) er fortegnet, hvilket bevidner, at de to er modsatte.

Endvidere, hvis en isoterm proces plottes i et  $pV$ -diagram, så vil den afbilde en hyperbel. Netop da, hvis man isolerer  $p$  og  $V$  i idealgasligningen (1), så følger det

$$p = n \cdot R \cdot T \cdot \frac{1}{V} \quad (12)$$

Netop da den plottes i et  $pV$ -diagram, hvor førsteaksen er volumenet,  $V$ , så vil trykket  $p$  aftage asymptotisk som volumenet stiger.

### 4.1.4 Adiabatisk proces

En adiabatisk proces er en proces, hvorved der ikke udveksles varme med omgivelserne. Denne proces finder eksempelvis sted i en dieselmotor, hvor dens stempel, som komprimerer en blanding af dieselolie og luft så hurtigt og kraftigt, at gassen ikke har tid til at afgive varme til hverken cylindreret eller stemplet. Så alt arbejdet går til at få temperaturen på gassen til at stige. Altså sker der en stigning i indre energi, hvilket betyder at

$$Q = 0 \quad (13)$$

Med andre ord, så forekommer der ingen varmetilførsel, hverken til eller fra gassen. Netop da alt det udførte arbejde bliver omdannet til indre energi i gassen. Heraf kan følgende opstilles med formel (2)

$$A = n \cdot c_{mV} \cdot \Delta T \quad (14)$$

Følgende gælder for en adiabatisk proces

$$p \cdot V^\gamma = k, \quad \text{det betyder at } p_1 \cdot V_1^\gamma = p_2 \cdot V_2^\gamma \quad (15)$$

og

$$T \cdot V^{\gamma-1} = k, \quad \text{det betyder at } p_1 \cdot V_1^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_2^{\gamma-1} \quad (16)$$

hvor  $k$  er en konstant og  $\gamma$  kaldes for adiabatkonstanen eller varmfyldeforholdet, der er defineret som

$$\gamma = \frac{c_{mp}}{c_{mV}} \quad (17)$$

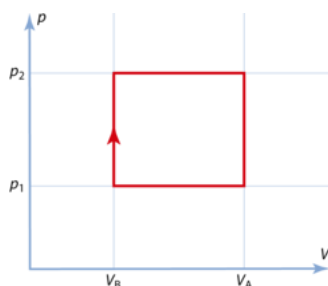
## 4.2 Kredsprocesser

Alle ovenstående termodynamiske processer kan kombineres til at danne en såkaldt *kredsproces*. En kredsproces består af op til flere forskellige termodynamiske processer i en vilkårlig rækkefølge, som en gas i et lukket system ville opleve. Det definerende ved en kredsproces er at det fungerer som en kreds, altså at efter alle påvirkninger fra de forskellige termodynamiske processer, så vender gassen tilbage i dens starttilstand med samme tryk, temperatur og volume. Udledningsvist, betyder dette, at ændringen i gassens indre energi er nul, da den starter og slutter samme sted. Derfor gælder følgende for en kredsproces

$$\Delta E_i = 0 \quad (18)$$

### 4.2.1 Arbejde i kredsprocessor

For at få et overblik over en kredsproces, så kan det være fordelagtigt at integre dem i et  $pV$ -diagram, hvor førsteaksen er volume,  $V$  og andenaksen er trykket,  $p$ , dette er gjort på figur 1



Figur 1: simpel kredsproces indtegnet i et  $pV$ -diagram. Kilde: <https://orbithtxa.systime.dk/?id=281>

I kredsprocessen i figur 1 ses det, at pilen indikerer, at omløbsretningen er med uret, derfor udføres der først en isokor opvarmning, så en isobar ekspansion, så en isokor afkøling og endelig en isobar kompression, så den er tilbage til starttilstanden. I kredsprocessen udføres der et arbejde ved to isobare processer. Først ved den isobare ekspansion, hvor gassen udvider sig og derved udfører et arbejde på omgivelserne, derefter udfører omgivelserne et arbejde på gassen idet den komprimeres ved den isobare kompression. Bemærk, at de to stykker arbejde der udføres, ikke er lige store, idet den isobare ekspansion finder sted ved et meget højere tryk end den isobare kompression. Nettoarbejdet for enhver kredsproces er lig det areal, som termodynamiske processer afgrænser i  $pV$ -diagrammet.

Hvis kredsprocessens gas' omløbsretning forløber med uret i  $pV$ -diagrammet, så udfører gassen et positivt arbejde på omgivelserne, ligesom i eksemplet, hvor gassens arbejde er større end omgivelsernes arbejde på gassen, derfor vil nettoarbejdet være positivt. Dermed så modtager gassen varme og udfører et mekanisk arbejde - en sådan maskine benævnes som en kraftvarmemaskine. Hvorimod hvis gassen forløber mod uret, så udfører omgivelserne et positivt arbejde på gassen. Udfra termodynamikkens første hovedsætning samt at i en kredsproces gælder  $\Delta E_i = 0$ , kan følgende opstilles

$$A_{\text{gas}} = Q_{\text{tilført}} - Q_{\text{afgivet}} \quad (19)$$

hvor  $A_{\text{gas}}$  er gassens nettoarbejde på omgivelserne,  $Q_{\text{tilført}}$  er den varme, som omgivelserne tilfører gassen i kredsprocessens forløb og  $Q_{\text{afgivet}}$  er den varme, der afgives til omgivelserne fra gassen. kilder <sup>7</sup> <sup>8</sup>

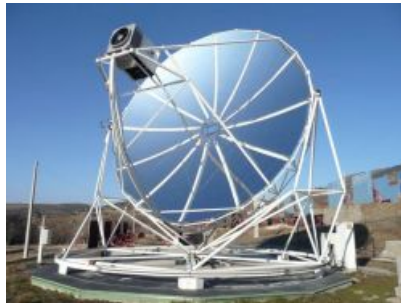
<sup>7</sup><https://orbithtxa.systime.dk/?id=281>

<sup>8</sup>Orbit A, s. 156-157



## 4.3 EuroDish

EuroDish er en maskine, som udvikles i projektet EnviroDish. Maskinen består af en parabolisk formet koncentrator, som koncentrerer solens lys i et brændpunkt. I brændpunktet er monteret en Stirling motor, som er koblet til en el-generator, der omdanner Stirling motorens mekaniske arbejde til el, der kan sendes ud til elnettet eller anvendes lokalt. For at udnytte solens energi bedst muligt, så er selve monteringsanordningen konfigureret sådan, at den ved instruktioner fra en sensor kan følge solens bane på himlen og derved altid være optimalt placeret i forhold til solen. Se figur 2 for et billede af en monteret EuroDish. Kilde <sup>9</sup>



Figur 2

## 5 Analyse af EuroDishs effektivitet

For at kunne regne på, hvor effektiv en EuroDish er, så er det nødvendigt at opstille en matematisk model, som der kan regnes på. En sådan model, tager afsæt i selve den del på EuroDishen, som omdanner solens energi til mekanisk energi, altså Stirlingmotoren.

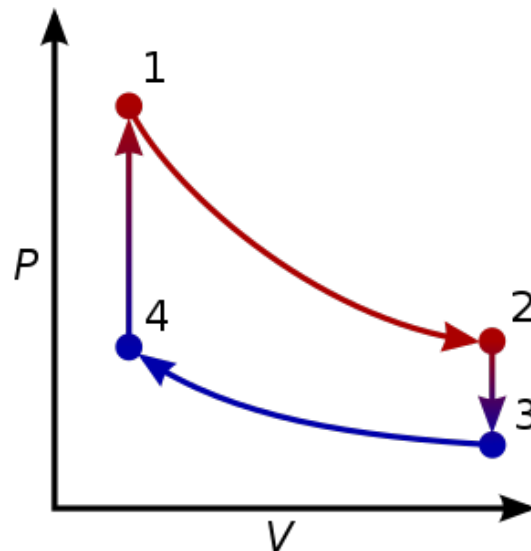
### 5.1 Analyse af en idealiseret Stirlingmotor

En idealiseret Stirling motor er en model, som kan opstilles til en Stirling motor, hvor der termodynamiske processor sammensættes til en kredsp proces. Da de termodynamiske processor er udledt af idealgasligningen, så giver det god mening, at en model opstillet

---

<sup>9</sup>[https://www.promes.cnrs.fr/index.php?page=eurodish-system#prettyPhoto\[742\]/1/](https://www.promes.cnrs.fr/index.php?page=eurodish-system#prettyPhoto[742]/1/)

med disse også vil være ideal. Den idealiseret Stirling motor vil derfor ikke matche en realistisk Stirling Motor. Den idealiserede stirling motors  $pV$ -diagram kan ses på figur 3



Figur 3: En idealiseret Stirling motos kredsproces indtegnet i et  $pV$ -diagram.  
Kilde: [https://en.wikipedia.org/wiki/Stirling\\_engine#/media/File:Stirling\\_Cycle\\_color.svg](https://en.wikipedia.org/wiki/Stirling_engine#/media/File:Stirling_Cycle_color.svg)

Hvor proces:

$1 \rightarrow 2$ : er en isotherm ekspansion

$2 \rightarrow 3$ : er en iskor afkøling

$3 \rightarrow 4$ : er en isotherm kompression

$4 \rightarrow 1$ : er en isokor opvarmning

### 5.1.1 Arbejde udført af en idealiseret Stirlingmotor

Nettoarbejdet for en idealiseret Stirling motor kan beregnes ved at finde arealet, der afgrænses af de termodynamiske processor i  $pV$ -diagrammet. Der udføres kun et arbejde ved proces  $1 \rightarrow 2$ , altså den isotherme ekspansion og ved den proces  $3 \rightarrow 4$ , den isotherme kompression. Arbejdet for en isotherm proces kan opfattes, som arealet under den afbillede

graf i diagrammet. Derfor må nettoarbejdet være lig med forskellen på den øverste process og den nederste process, som rent matematisk kan udregnes som

$$A_{\text{netto}} = \int_{V_1}^{V_2} p dV - \int_{V_3}^{V_4} p dV \quad (20)$$

Selve arbejdet, som en isoterm udfører undervejs, kan findes ved at betrage ligning (20), idealgasligningen, og huske at for en isoterm proces er temperaturen  $T$  konstant, samt stofmængden  $n$ , da det er en kredsproces. Ud fra dette kan et udtryk for det udførte arbejde skrives som

$$\int_{V_A}^{V_B} p dV = \int_{V_A}^{V_B} \frac{nRT}{V} dV = nRT \cdot \int_{V_A}^{V_B} \frac{1}{V} dV \quad (21a)$$

$$= nRT \cdot [\ln V]_{V_A}^{V_B} = nRT \cdot (\ln V_B - \ln V_A) \quad (21b)$$

$$= nRT \ln \left( \frac{V_B}{V_A} \right) \quad (21c)$$

hvor  $V_B$  og  $V_A$  er henholdsvis slut- og startvolumenet. Fra trin b til c i ligning (21c) anvendes, at

$$\ln(A) - \ln(B) = \ln \left( \frac{A}{B} \right).$$

Dette er den samme ligning, som blev introduceret i redegørelse, navnlig ligning (10), den eneste forskel er fortegnet. I redegørelsen var det arbejdet, som omgivelserne skulle udføre på gassen, hvorimod det her er gassens arbejde. Ved at substituere ligning (21c) i ligning (20), så kan integralet for nettoarbejdet evalueres på følgende vis

$$A_{\text{netto}} = nRT_H \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) - nRT_L \ln \left( \frac{V_3}{V_4} \right) \quad (22)$$

hvor subskriftene  $H$  og  $L$  denoterer henholdsvis den høje og lave temperatur i den isoterme proces. Ved at observere  $pV$ -diagrammet (indsæt figur), så kan det ses at  $V_4 = V_1$  samt at  $V_3 = V_2$ , netop da to lodrette processor er isokore processor, hvor volumenet holdes konstant. Herved kan ligningen omskrives til

$$A_{\text{netto}} = nRT_H \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) - nRT_L \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) \quad (23)$$

Ved at faktorisere kan udtrykket skrives som

$$A_{\text{netto}} = nR \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) \cdot (T_H - T_L) \quad (24)$$

Så arbejdet, som udføres på omgivelserne, af en idealiseret Stirling motor kan beregnes ved anvendelse af ligning (24) kilde <sup>10</sup>

---

<sup>10</sup>pdf, plus bog

### 5.1.2 Tilførsel af varme til systemet

Varmen,  $Q$ , som skal tilføres til gassen i kredsprocessen kan udledes ud fra ligning

$$Q_{\text{tilført}} = nRT_H \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) \quad (25)$$

### 5.1.3 nyttevirkning af en idealiseret Stirling motor

For en kraftvarmemaskine, som Stirling maskinen er dens nyttevirkning defineret som forholdet mellem maskinens arbejde og den tilførte energi. Nytte virkningen kan beregnes ved

$$\eta = \frac{A_{\text{maskine}}}{Q_{\text{tilført}}} \quad (26)$$

hvor  $A_{\text{maskine}}$  er maskinens arbejde og  $Q_{\text{tilført}}$  e varmen, der tilføres maskinen undervejs. For en idealiseret Stirling motor, så kan nyttevirkningen udregnes ved at indsætte ligning (24) og (25) i ligning (26), som resulterer i

$$\eta = \frac{nR \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) \cdot (T_H - T_L)}{nRT_H \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right)} \quad (27)$$

Her kan det let ses, at  $nR \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right)$  i tæller og nævner vil udligne hinanden og så kan nyttevirkningen nu beregnes med

$$\eta = \frac{T_H - T_L}{T_H} \quad (28)$$

Heraf kan det ses, at nyttevirkningen af en idealiseret stirling motor udelukkende afhænger af den højeste og laveste temperatur. Ved at omskrive ligning (28) som følgende

$$\eta = \frac{T_H - T_L}{T_H} \quad (29a)$$

$$= \frac{T_H}{T_H} - \frac{T_L}{T_H} \quad (29b)$$

$$= 1 - \frac{T_L}{T_H} \quad (29c)$$

så kan det observeres, at nyttevirkningen for en idealiseret stirling motor aldrig kan overstige 1.

## 5.2 Beregning på modellen

## 5.3 Sammenligning