

Ewa Dudek-Dyduch^{*}, Jarosław Wąs^{*}

Formalizacja automatów komórkowych w zagadnieniach symulacji dynamiki pieszych

1. Wprowadzenie

Pojęcie automatu komórkowego (*Cellular Automata*) wykorzystywane jest w różnych dziedzinach badań. Zastosowania te obejmują między innymi badania zjawisk zachodzących w przyrodzie takich, jak płynąca lawa [14], pożary lasów [3] czy modelowanie przepływu wody np. w przypadku rzeki anastomozującej [15]. Inne zastosowania to modelowanie populacji roślinnych i zwierzęcych, np. narastania otwornic [16], symulacja przemieszczeń ławicy ryb czy symulacja ruchu stada ptaków [13]. Począwszy od początku lat 90. XX w. automaty komórkowe wykorzystywane są też w modelowaniu zachowania ludzi. Początkowo badania te obejmowały modelowanie ruchu samochodowego [12], a następnie coraz powszechniej rozpoczęto modelowanie dynamiki pieszych [1, 4, 5, 8, 17, 18].

Cechą wyróżniającą pojęcie automatu komórkowego (CA) jest fakt, że za jego pomocą można modelować globalne procesy (zachowania globalne), używając odpowiednio zdefiniowanych odwzorowań lokalnych.

Dla wykonania modelu za pomocą automatu komórkowego konieczne jest zdefiniowanie szeregu pojęć takich, jak:

- zbiór komórek wraz z jego topologią,
- pojęcie sąsiedztwa komórki potrzebne do definiowania odwzorowania lokalnego,
- zbiór stanów komórek i reguły określające odwzorowanie lokalne.

2. Formalne modele automatów komórkowych

2.1. Najczęściej stosowane definicje automatów komórkowych

W literaturze najczęściej spotykać można dwie definicje automatu komórkowego.

Pierwsza z nich, definicja Ferbera mówi, że *automaty komórkowe są dyskretnym, dynamicznym systemem, którego zachowanie jest całkowicie określone w warunkach lokalnych relacji*.

^{*} Katedra Automatyki, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

Z kolei definicja automatu komórkowego według Weimera opisuje go jako czwórkę (L, N, S, f) , gdzie:

- L – przestrzeń podzielona na siatkę cel,
- S – zbiór skończonych stanów,
- N – zbiór sąsiadów danej celi,
- f – funkcja zmiany konfiguracji w poszczególnych celach.

Konfiguracja $C_t: L \rightarrow S$ jest funkcją, którą łączy stan z każdą celą siatki. Funkcja f zmienia konfigurację C_t w nową konfigurację C_{t+1} , widoczną na równaniu (1) wraz z równaniem uzupełniającym (2).

$$C_{t+1}(r) = f\left(\{C_t(i) \mid i \in N(r)\}\right) \quad (1)$$

gdzie:

- $N(r)$ – zbiór sąsiadów celi r ,
- r – numer danej celi,
- $t \rightarrow t + 1$ dyskretny krok czasowy,
- i – pojedyncza celda

$$N(r) = \{i \in L \mid r - i \in N\} \quad (2)$$

W tabeli 1 przedstawiono pełną definicję automatów komórkowych.

Tabela 1
Definicja automatów komórkowych (wg Weimera)

Definicja	Objaśnienie
L	Składa się z siatki cel
$t \rightarrow t + 1$	Ewolucja układu w dyskretnym kroku czasowym
$S \in$	Zbiór stanów skończonych
$f: S^n \rightarrow S$	Każda celda ewaluuje na tych samych zasadach, które zależą od stanu celi i skończonej liczby cel sąsiednich
$N: \forall c \in N \forall r \in L \ c + r \in L$	Relacje sąsiedzkie są jednakowe i lokalne

2.2. Dlaczego modyfikować istniejące definicje

Większość modeli opartych na automatach komórkowych, w szczególności tych dotyczących dynamiki ruchu pieszych wykracza poza definicje CA umieszczone w rozdziale 2.1, a autorzy modeli sygnalizują brak odpowiedniej formalizacji np. [10, 11].

W szczególności przedstawiony formalizm zakłada:

- jednorodność modelu polegającą na jednakowej definicji sąsiedztw dla wszystkich komórek,
- regularność siatki,
- jednakowe dla każdej komórki odwzorowanie lokalne przyporządkowujące jej następujący stan w zależności od stanu sąsiedztwa.

Jednorodność ta uniemożliwia modelowanie bardziej skomplikowanych procesów. Przykładami prac wykraczającymi poza podany w poprzednim rozdziale formalizm jest połączenie automatów komórkowych z systemem multiagentowym, zastosowane w symulacji ruchu pieszych w centrum handlowym [4, 5], zastosowanie statycznych pól potencjalnych przy ewakuacji statków pasażerskich [10, 11].

W pracach [9, 17, 18] poświęconych zdolnościom strategicznym pieszych, obok zależności lokalnych poszczególnych komórek automatu rozpatrywane są również zależności globalne, na przykład przy ewakuacji pomieszczenia przez grupę ludzi kwestia wyboru wyjścia ze zbioru dostępnych, gdzie parametrami wpływającymi na decyzję są: odległość od wyjścia, zagęszczenie w sąsiedztwie wyjścia (sąsiedztwo o określonym promieniu), dynamika zmian zagęszczenia w sąsiedztwie wyjścia [18]. W związku z tym istnieje potrzeba zdefiniowania nowej klasy automatów, które umożliwią rozpatrzenie globalnych relacji w całej siatce. Punktem wyjścia są klasyczne automaty komórkowe, stąd konieczność ich zdefiniowania w taki sposób, aby możliwe było na ich podstawie zdefiniowanie nowej klasy automatów komórkowych.

2.3. Proponowany formalny model

W punkcie tym podamy formalną definicję automatu komórkowego, który nazwiemy **automatem komórkowym ze stałą siatką**. Autorzy proponują nieco odmienną od przedstawionego w punkcie 2.1 postać formalnego modelu automatu komórkowego.

Autorzy proponują taką postać formalną, która obejmuje szerszą klasę automatów niż automat zdefiniowany powyżej. Z drugiej strony, postać ta pozwala przez uszczegółowienie pewnych składników definicji wyróżniać podklasy automatów komórkowych. Ponieważ wprowadzona definicja jest nieco inna niż spotykane w literaturze, dla odróżnienia wprowadzono nazwę automatu komórkowego ze stałą siatką. Nazwa ta ma dodatkowo podkreślać fakt, że automat ten będzie wykorzystywany dla modelowania systemów, w których zbiór komórek oraz ich wzajemne położenie nie będzie się już zmieniało. Siatka taka ma zastosowanie, jeśli modeluje struktury przestrzenne o niezmienniejącej się w czasie topologii (drogi, pomieszczenia itd.).

Pojęcie stałej siatki zostało użyte dla automatów, dla których siatka jest utworzona, jako siatka statyczna, na podobieństwo statycznych struktur danych jak np. tablice, w odróżnieniu od siatki zmiennej, „dynamicznej”, która stosuje się do pewnej klasy automatów na podobieństwo dynamicznych struktur danych takich jak np. listy.

W celu zdefiniowania automatów ze stałą siatką przedstawimy wprowadzone na potrzeby definicji pojęcia i oznaczenia.

Zbiór komórek będziemy oznaczać symbolem C . W zbiorze C zdefiniujemy relację przyległości $R_p \subset C \times C$ posiadającą własność symetrii i będącą relacją antyzwrotną, a więc:

$$c_i R_p c_j \Leftrightarrow c_j R_p c_i \text{ oraz } \forall (c_i \in C): (c_i, c_i) \notin R_p.$$

Relacja ta będzie wykorzystywana do definiowania różnych struktur siatek (różnych topologii w zbiorze komórek). W szczególności pozwala na konstruowanie siatek nieregularnych. Jako siatkę L będziemy rozumieli zbiór komórek C z ustaloną w nim relacją przyległości R_p , zatem $L = (C, R_p)$.

Każda komórka ma zdefiniowane sąsiedztwo. W modelu założymy, że definicja sąsiedztwa nie musi być jednakowa dla wszystkich komórek zbioru C . Da to możliwość definiowania odmiennie sąsiedztwa dla pewnych wyróżnionych podzbiorów komórek (np. dla komórek, które będą w jakimś modelu zdefiniowane jako komórki brzegowe). Będziemy natomiast zakładać spójność zbioru sąsiedztwa. Dla jej zdefiniowania będziemy wykorzystywać relację przyległości oraz zdefiniowaną na jej podstawie tzw. relację pośredniej przyległości R_{pp} . Powiemy, że komórka c_j jest pośrednio przyległa do c_i wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje ciąg komórek od komórki c_j do c_i , które są komórkami przyległymi.

Formalnie możemy zapisać:

$$c_k R_{pp} c_i \Leftrightarrow \exists (c_{j_1}, c_{j_2}, \dots, c_{j_n}) \text{ taki, że } c_{j_m} = c_k, c_{j_n} = c_i \text{ oraz } c_{j_k} R_p c_{j_{m+1}} \text{ dla } j = 1, 2, \dots, n-1.$$

Jako sąsiedztwo komórki c_i będziemy rozumieli wyróżniony zbiór komórek, w którym każda komórka jest przyległa bądź pośrednio przyległa do komórki c_i , czyli $c_k R_{pp} c_i$.

Oczywiście $c_k R_p c_i \Rightarrow c_k R_{pp} c_i$ oraz łatwo pokazać, że relacja pośredniej przyległości jest symetryczna, antyzwrotna i przechodnia.

Sąsiedztwo zdefiniujemy za pomocą odwzorowania: $\eta: C \rightarrow 2^C$, które każdej komórce $c \in C$ przypisuje podzbiór komórek stanowiących jej sąsiedztwo $\eta(c)$. (2^C oznacza zbiór wszystkich podzbiorów zbioru C). Odwzorowanie η będziemy nazywać funkcją sąsiedztwa. Zauważmy, że wprowadzenie funkcji sąsiedztwa pozwala na niezależne definiowanie różnych sąsiedztw dla poszczególnych komórek, a także pozwala na definiowanie sąsiedztw o nieregularnym kształcie. Oczywiście nie wyklucza to sytuacji, gdy sąsiedztwo jest zdefiniowane jednakowo dla wszystkich komórek i ma regularny kształt.

Oznaczmy symbolem S zbiór stanów komórki. Odwzorowanie $\text{con}: C \rightarrow S$, które każdej komórce c przyporządkowuje jej stan $\text{con}(c) = s \in S$, będziemy nazywać konfiguracją. Ponieważ konfiguracja określa stany wszystkich komórek utożsamiać ją będziemy ze stanem całej siatki. Zbiór konfiguracji będziemy oznaczać symbolem CON . Zbiór ten będzie odpowiadał zbiorowi stanów automatu.

Zmiany konfiguracji będą definiowane za pomocą funkcji przejścia $f: \text{CON} \rightarrow \text{CON}$, która każdej konfiguracji przyporządkowuje konfigurację następną $f(\text{con}_t) = \text{con}_{t+1}$. Funkcja f jest funkcją globalnej zmiany stanów [6, 7]. Jak wiadomo, istotą pojęcia automatu komórkowego jest to, że wyznaczanie następnej konfiguracji odbywa się za pomocą lokalnie zdefiniowanego odwzorowania, które jest liczone kolejno dla każdej komórki należącej do siatki lub dla komórek z pewnych podzbiorów (jeśli stan pozostałych komórek się nie zmienia). Aby zatem zdefiniować funkcję przejścia, wprowadzimy lokalne reguły pozwalające modelować zachowanie całego systemu.

Oznaczmy restrykcję odwzorowania con do zbioru $\eta(c_i)$ jako $\text{con}/\eta(c_i)$, czyli $\text{con}/\eta(c_i)$ jest określona tylko dla argumentów ze zbioru $\eta(c_i)$ i tym samym określa stany wszystkich komórek należących do sąsiedztwa komórki c_i . Oznaczmy symbolem r odwzorowanie lokalne, które na podstawie stanu komórki i -tej, $s_i(c_i)$ oraz konfiguracji jej sąsiedztwa $\text{con}_t/\eta(c_i)$ wyznacza stan tej komórki w chwili następnej, czyli

$$r(s_i(c_i), \text{con}_t/\eta(c_i)) = s_{t+1}(c_i).$$

Odwzorowanie to będziemy nazywać lokalną regułą.

Można teraz zdefiniować funkcję przejścia f za pomocą wielokrotnego liczenia funkcji lokalnej reguły r dla kolejnych komórek w następujący sposób:

$$f(\text{con}_t) = \text{con}_{t+1}, \text{ taka że } \forall c_i \in C : \text{con}_{t+1}(c_i) = s_{t+1}(c_i) = r(s_i(c_i), \text{con}_t/\eta(c_i)).$$

Automat komórkowy ze stałą siatką oznaczany jako $\text{ACL}_{\text{const}}$, zdefiniujemy jako siódemkę:

$$\text{ACL}_{\text{const}} = (C, R_p, \eta, S, \text{CON}, r, f).$$

Korzystając z ogólnie przyjętej terminologii teorii automatów możemy powiedzieć, że automat komórkowy $\text{ACL}_{\text{const}}$ jest szczególnym rodzajem automatu bez wejść $\text{ACL}_{\text{const}} = (X, f)$, dla którego zbiór stanów jest równoważny zbiorowi konfiguracji $X \equiv \text{CON}$, przy czym konfiguracja con zdefiniowana jest jako odwzorowanie $\text{con} : C \rightarrow S$, zaś f jest funkcją przejścia

$$f : \text{CON} \rightarrow \text{CON}$$

określoną za pomocą definicji lokalnej reguły i pojęcia sąsiedztwa.

Wracając do terminologii przyjętej w teorii automatów, konfiguracja con odpowiada stanowi automatu, zaś zbiór konfiguracji CON odpowiada zbiorowi stanów automatu.

3. Zastosowanie formalizacji w modelowaniu dynamiki pieszych

W punkcie tym przedstawimy rozszerzony model automatu komórkowego $\text{CAL}_{\text{const}}$.

Zwróćmy uwagę na dwie własności wprowadzonego modelu.

Po pierwsze, reguła lokalna przyporządkowywała stan następny każdej komórki w zależności od jej obecnego stanu oraz stanu jej sąsiedztwa.

Po drugie, funkcja przejścia była określona za pomocą reguły lokalnej liczonej dla kolejnych komórek, przy czym kolejność liczenia nie odgrywała roli. Dla potrzeb modelowania ruchu pieszych model taki nie jest wystarczający.

Wprowadźmy zatem następujące rozszerzenie w modelu. Regułę lokalną zdefiniujemy jako funkcję przyporządkowującą następny stan komórki nie tylko na podstawie jej stanu oraz stanów komórek sąsiednich, lecz dodatkowo na podstawie stanów innych wyróżnionych komórek. Ogólnie $r : \text{CON} \rightarrow S$ taka, że $s_{t+1}(c) = r(s_t(c), \text{con}_t/\eta(c), \text{con}_t/A)$, gdzie

A jest dodatkowym podzbiorem komórek, których stan wpływa na przyszły stan rozważanej komórki.

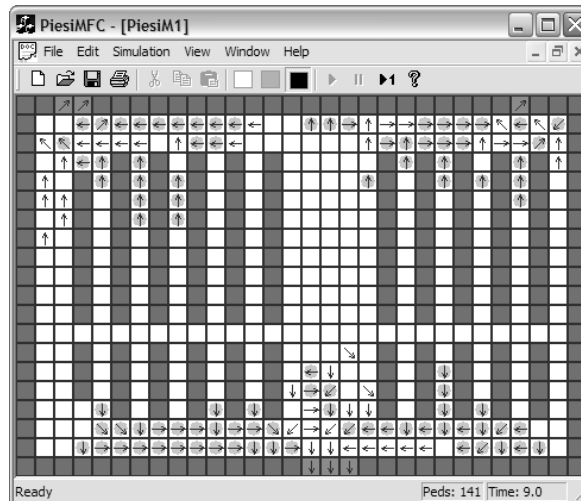
Zmieńmy też nieco definicję funkcji przejścia, przyjmując, że w algorytmie jej obliczania istotna jest kolejność przeglądania komórek. Taki model automatu komórkowego będziemy nazywać automatem komórkowym rozszerzonym i będziemy oznaczać $ECAL_{const}$.

Przykładem zastosowania powyższej formalizacji jest model symulacji dynamiki pieszych. Rozpatrywana sytuacja to opuszczanie dużej sali kinowej przez grupę pieszych [9].

Przedstawmy topologię pomieszczenia (rys. 1). Pomieszczenie w modelu reprezentowane jest siatką kwadratową $L = (C, R_p)$, zatem każda komórka c indeksowana jest za pomocą dwóch wskaźników c_{ij} gdzie $1 \leq i \leq i_{max}$, $1 \leq j \leq j_{max}$, a wartości i_{max} oraz j_{max} wynikają z rozmiaru pomieszczenia i rozmiaru komórki. Relacja przyległości R_p pokrywa się z naturalną relacją przyległości w siatkach kwadratowych. Jako sąsiedztwo $\eta(c_i)$ przyjęto dla każdej komórki sąsiedztwo Moora.

W zbiorze C wyróżniamy następujące podzbiory komórek:

- Zbiór wyjść oznaczany jako E , które mogą być różnie definiowane. W rozważanym modelu wyjście odpowiada kilku komórkom i oznaczane jest jako e . Każde wyjście składa się z podzbioru przyległych komórek i tak np.: $e_1 = \{c_{5,6}, c_{6,6}, c_{7,6}\}$.
- Zbiór komórek odpowiadających czterem ścianom $W = W_1 \cup W_2 \cup W_3 \cup W_4$, gdzie W_i reprezentuje komórki i -tej ściany. Przykładowo pierwsza ściana W_1 jest zdefiniowana jako: $W_1 = \{c_{ij} \in C : j = 1 \text{ oraz } 1 \leq i \leq i_{max}\}$.
- Zbiór komórek reprezentujących wnętrze pomieszczenia, w którym wyróżniamy podzbiór komórek reprezentujących krzesła stanowiące przeszkody, oznaczany symbolem O , oraz podzbiór komórek stanowiących przestrzeń dla ruchu ludzi.



Rys. 1. Obraz symulacji przedstawiający pieszych opuszczających salę kinową. Piesi reprezentowani są poprzez strzałki wskazujące żądany kierunek ruchu, w przypadku niemożności wykonania ruchu komórka z danym pieszym zaznaczona jest kółkiem

Zbiór stanów komórek $S = \{0, 1\}$, gdzie $s(c) = 0$ oznacza komórkę pustą, zaś $s(c) = 1$ komórkę zajętą przez jednego człowieka [11]. Dla wszystkich komórek zbioru O przyjęto $s(c) = 0$. Rozmiar celi został przyjęty na podstawie pola, jakie przeciętnie zajmuje człowiek w gęstym tłumie, zatem przyjęto rozmiar celi 40×40 cm.

W pomieszczeniu losowo generujemy populację osób, które w dyskretnych przedziałach czasowych opuszczają pomieszczenie, poprzez dostępne wyjścia. Piesi odejmują decyzję o kierunku ruchu na podstawie informacji globalnej o przestrzeni, a więc o stanie zarówno bezpośredniego otoczenia (sąsiedztwa), jak i całego pomieszczenia, a w szczególności o zagęszczeniu osób w pobliżu poszczególnych wyjść oraz swojej odległości od różnych wyjść.

Osoby reprezentowane są w modelu za pomocą zajętości komórki $s(c) = 1$. Ich ruch bezpośrednio zależy od stanu sąsiedztwa (zajętości komórek). Zakładając homogeniczność zbioru ludzi, ruch reprezentowany jest jednakową lokalną regułą r , przy czym reguła ta zależy zarówno od stanów komórek sąsiednich $\text{con}(\eta(c))$, jak i od stanów komórek w pobliżu wyjść.

Tabela 2
Definicje tworzonego modelu

Definicja	Objaśnienie
$e \in E$	wyjście e należące do zbioru wyjść E
$d_i(e_j)$	znormalizowana odległość i -tego pieszego od j -tego wyjścia
$j = 1, 2, \dots E $	indeks j -tego wyjścia
$i = 1, 2, \dots P $	indeks i -tego pieszego
$N(e_j, \lambda)$	Otoczenie Moore'a j -tego wyjścia o promieniu λ
$\rho(e_j)$	zagęszczenie wokół j -tego wyjścia
$K_{i,j} = d_i(e_j)w_d + \rho(e_j)w_p$	koszt korzystania przez i -tego pieszego z j -tego wyjścia
D_i	decyzja i -tego pieszego: indeks wyjścia, do którego zmierza

Kryteria, które decydują o skierowaniu się pieszego do danego wyjścia to: znormalizowana odległość od danego wyjścia, gęstość tłumy przy danym wyjściu $\rho(e_j)$. Na podstawie obydwu kryteriów tworzona jest funkcja kosztu $K_{i,j}$, której minimum stanowi o decyzji podjętej przez pieszego. Założenia i definicje przyjęte w zaproponowanym modelu są zaprezentowane w tabelach 2 i 3 oraz opisane równaniami (3) i (4):

$$\rho(e_j) = \frac{1}{n} \sum_{i=1, j=1}^{i_{\max}, j_{\max}} s(c_{i,j}) \quad (3)$$

$$D_i = j, \text{ dla którego } K_{ij} = \min \quad (4)$$

Tabela 3
Objaśnienia do równania (3)

Definicja	Objaśnienie
$s(c_{i,j})$	stan k -tej komórki otoczenia Moore'a j -tego wyjścia, równe 0, gdy komórka jest wolna lub 1, gdy znajduje się na niej pieszy
$c_{i,j} \in N(e_j, \lambda), c_{1,1} = 0$	k -ta komórka należąca do otoczenia Moore'a j -tego wyjścia
$n = (2\lambda + 1)^2$	liczba komórek należących do otoczenia Moore'a o promieniu λ w przestrzeni dwuwymiarowej (wliczając w to rozpatrywaną komórkę)

Równanie (4) określa strategię pieszego w wyborze wyjścia, którym zamierza opuścić salę. Aby móc porównywać wartość zagęszczenia wokół wyjścia z odległością pieszego od tego wyjścia, należy znormalizować wszystkie odległości. Dokonujemy tego, dzieląc każdą odległość przez maksymalną odległość między skrajnymi komórką i wyjściem (najdłuższa możliwa odległość wynosi 1) [18].

Rysunek 1 ukazuje przykładową symulację opartą na opisywanym modelu. Ludzie reprezentowani poprzez strzałki opuszczają salę kinową poprzez trzy dostępne wyjścia. Komórki oznaczone wewnątrz pomieszczenia reprezentują krzesła.

4. Podsumowanie

Artykuł związany jest z tworzeniem modeli opartych na pojęciu automatu komórkowego. Pierwszym celem artykułu było zaproponowanie nowej formalnej definicji automatu komórkowego, stanowiącą podstawę do tworzenia różnych modeli dynamicznych zagadnień przestrzennych. Zaproponowana formalizacja obejmuje szerszą klasę automatów niż definicje podane w literaturze. Ponadto przedstawiona formalizacja umożliwia ścisłą klasyfikację poszczególnych modeli, ich porównywanie, a także pozwala drogą uszczegółowienia pewnych składników definicji wyróżniać podklasy automatów komórkowych.

Ponieważ wprowadzona definicja jest nieco inna niż spotykane w literaturze, dla odróżnienia wprowadzono nazwę automatu komórkowego ze **stałą siatką**. Nazwa ta ma dodatkowo podkreślać fakt, że automat ten będzie wykorzystywany dla modelowania systemów o stałej topologii przestrzennej.

Kolejnym celem było zaproponowanie rozszerzonej koncepcji i formalnej definicji automatu komórkowego $ECAL_{const}$ umożliwiającej ścisłe przedstawienie modelu szerokiej klasy zagadnień związanych z ruchem pieszych. Zaprezentowana zmodyfikowana formalizacja automatów komórkowych umożliwia zdefiniowanie zarówno podstawowej koncepcji automatu komórkowego, w której stan danej komórki i jego zmiana zależą jedynie od relacji lokalnych, jak i rozszerzenia koncepcji automatu komórkowego o właściwości globalne.

Przedstawiony formalizm zilustrowano konkretnym modelem służącym do symulowania ruchu pieszych i badania potencjalnych strategii.

Literatura

- [1] Blue V., Adler J.: *Bi-directional emergent fundamental pedestrian flows from cellular automata microsimulation*. Proceedings of ISTTT'99 Amsterdam, 1999, 235–254
- [2] Burstedde C.K., Klauck K., Schadschneider A., Zittartz J.: *Simulation of pedestrian dynamics using a 2-dimensional cellular automaton*. Phys. Rev., A 295, 2001, 507–525
- [3] Corsonello P., Spezzano G., Staino G., Talia D.: *Efficient implementation of Cellular algorithms on reconfigurable hardware*. Proceedings of Euromicro-PDP, 2002, 211–219
- [4] Dijkstra J., Jessurun A. J., Timmermans H.: *A multi-agent cellular automata model of pedestrian movement. Pedestrian and evacuation dynamics*. Berlin, Springer-Verlag 2000, 173–181
- [5] Dijkstra J., Jessurun A.J., Timmermans H.: *A multi-agent cellular automata system for visualising simulated pedestrian activity*. Proceedings of TPICA'00 Berlin, 2001, 29–36
- [6] Dudek-Dyduch E.: *Formalizacja i analiza problematyki dyskretnych procesów produkcyjnych*. Zesz. Nauk. AGH, Automatyka, z. 54, 1990
- [7] Dudek-Dyduch E., Dutkiewicz L., Kucharska E.: *Formalny model symulacji procesów decyzyjnych jako model algebraiczno-logiczny*. XI warsztaty naukowe PTSK Białystok–Augustów, 2005, 394–402
- [8] Gloor C., Stucki P., Nagel K.: *Hybrid Techniques for Pedestrian Simulations*. LNCS 3305, Proceedings ACRI 2004, University of Amsterdam, Science Park Amsterdam, The Netherlands, 2004, 581–590
- [9] Gudowski B., Wąs J.: *Zdolności strategiczne pieszych w symulacji dynamiki ruchu metodą automatów komórkowych*. XI warsztaty naukowe PTSK Białystok–Augustów, Warszawa, 2005, 508–515
- [10] Klüpfel H., Meyer-König T., Wahle J., Schreckenberg M.: *Microscopic simulation of evacuation processes on passenger ships*. Proceedings IV ICCARI, London, 2000, 63–71
- [11] Klüpfel H.: *A cellular automaton model for crowd movement and egress simulation*. Praca doktorska niepublikowana, 2003
- [12] Nagel K., Schreckenberg M.: *A cellular automaton model for freeway traffic*. J. Phys., I 2, 1992, 2221–2229
- [13] Reynolds C.W.: *Flocks, Herds, and Schools: A Distributed Behavioral Model*. Computer Graphics, 21(4) SIGGRAPH '87 Conference Proceedings, 1987, 25–34
- [14] Spataro W., D'Ambrosio D., Rongo R., Trunfio G.A.: *An Evolutionary Approach for Modelling Lava Flows through Cellular Automata*. LNCS 3305, Proceedings ACRI 2004, University of Amsterdam, Science Park Amsterdam, The Netherlands, 2004, 725–734
- [15] Topa P., Paszkowski M.: *Anastomosing transportation networks*. LNCS 2328, Proceedings of PPAM 2001, Nałęczów, Berlin, Springer 2001, 904–911
- [16] Tyszcza J., Topa P., Łabaj P., Alda W.: *Nowa metoda modelowania morfogenezy otwornic*. Przegląd Geologiczny, t. 52, nr 1, 2004, 80–83
- [17] Wąs J., Gudowski B.: *Zastosowanie automatów komórkowych w symulacji dynamiki pieszych*. Półrocznik AGH Automatyka, t. 8, z. 3, 2004, 303–313
- [18] Wąs J., Gudowski B.: *Simulation of strategical abilities in pedestrian movement using Cellular Automata*. Proceedings of 24th IASTED International Conference on Modelling, Identification and Control, Innsbruck, 2005, 549–553

