

Modelação e Controlo Lateral Não-Linear do Planador L-13

Projeto C2: André Lemos (86611), Pedro Lima (84484)



Maio de 2019
Controlo de Voo
Professor J.R.Azinheira

I Resumo

Neste projeto, foi realizada a análise de estabilidade e controlo dos modos laterais do planador LET L-13 Blaník, com o objetivo final de fazer seguimento de um circuito, juntando o trabalho desenvolvido com o controlo linear longitudinal de outro grupo, a cinemática completa não linear e vento ascendente.

A estabilização do sistema SISO para Nível 1 foi feita com realimentação do ângulo de derrapagem e um controlador PD, depois de a realimentação de dois estados se ter provado insuficiente. Para o controlo de trajetória este controlador foi substituído por um controlador MIMO, do tipo LQR, para aumento da robustez do sistema, e incluiu-se o ângulo de guinada ψ no sistema, passando este a um sistema de 5ª ordem. Isto permitiu o controlo de trajetória com input de derrapagem e guinada de referência, realimentadas em servo-mecanismo, com as restantes variáveis realimentadas em regulação.

Quanto à implementação dos sensores e atuadores, foram seguidas as indicações do enunciado. Sendo que se verificou que o sensor de ângulo de guinada (bússola) apresentava o maior dos ruídos mas que este era posteriormente de certa forma filtrado pelo sistema, não influenciando a sua estabilidade.

A criação de um modelo completo juntando o controlo longitudinal do grupo C1 e a cinemática não-linear (Equações 4 e 5) permitiu o seguimento do Circuito 1 (Fig. 1), incluindo as voltas coordenadas nas térmicas dos pontos E e F, e aterragem (simplificada) na pista JK. O seguimento foi feito implementando um algoritmo que gera o ângulo de guinada de referência para cada ponto do percurso, e escolhendo um ângulo de descida de 4.08° (3° na aproximação à pista).

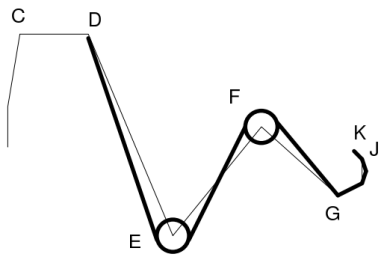


Figura 1: Diagrama do Circuito 1, com colunas de 400 m de diâmetro de vento ascendente em E e F, e pista em JK

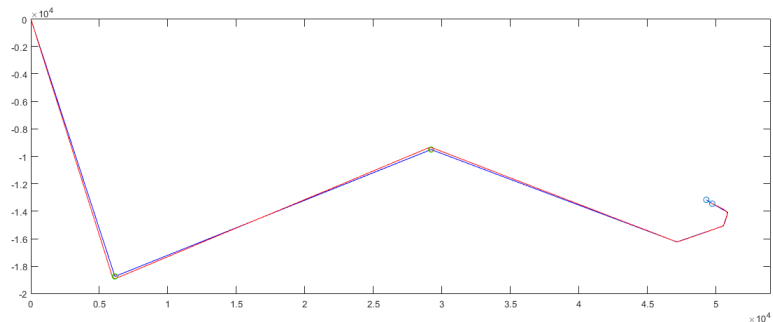


Figura 2: Vista de topo da simulação de seguimento do Circuito 1. Trajeto da aereoave (vermelho) sobreposto ao circuito (azul)

II Introdução

A dinâmica de uma aeronave pode ser representada em espaço de estados (Eq. 1), que define a relação entre o vetor de estados x , o vetor de entrada u , e o vetor de saída y

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (1)$$

Sendo A , B , C e D as matrizes da dinâmica, entrada, saída e saída direta, respetivamente, e todas elas com coeficientes constantes. Para o caso do controlo lateral, $x = y = [\beta \ p \ r \ \phi]^T$ (existindo um quinto estado de guinada ψ opcional) e $u = [\delta_a \ \delta_r]^T$ são os desvios aos valores de equilíbrio ($X = X_0 + x$).

Através da realimentação de estados, é possível construir controladores para seguimento de estados, sendo os utilizados neste projeto um controlador PID (Fig. 3 e Eq. 2) num sistema SISO, e um controlador LQR (Figs. 9 e 11) no sistema MIMO. No controlador LQR, o ganho K do controlador LQR é a solução que minimiza a função de custo da Equação 3, e $Q \geq 0$ e $R > 0$ são matrizes de ponderação.

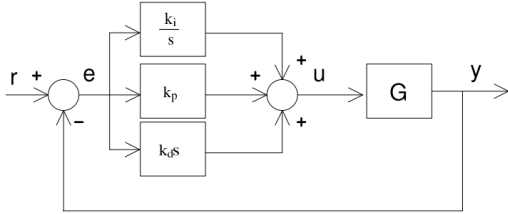


Figura 3: Controlador PID

$$H(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (2)$$

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (3)$$

Juntando o modelo longitudinal ao lateral, é possível calcular a posição da aeronave com as equações da cinemática não lineares:

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{S}^T \mathbf{V}_a + \mathbf{V}_w \quad (4)$$

onde \mathbf{V}_a é a velocidade da aeronave no referencial local, \mathbf{V}_w é a velocidade do vento no referencial fixo e \mathbf{S} é a matriz de rotação do referencial fixo para o local:

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_\phi \mathbf{S}_\theta \mathbf{S}_\psi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\phi & s_\phi \\ 0 & -s_\phi & c_\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & -s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_\psi & s_\psi & 0 \\ -s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

III Análise do modelo

Segundo o enunciado, foi construído o modelo de 4^a ordem com as matrizes A e B , que estabelecem a dinâmica da aeronave:

$$A = \begin{bmatrix} Y_v & Y_p + W_0/U_0 & Y_r - 1 & gc_{\theta_0} & 0 \\ L'_v & L'_p & L'_r & 0 & 0 \\ N'_v & N'_p & N'_r & 0 & 0 \\ 0 & 1 & c_{\theta_0} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} Y_{\delta_A} & Y_{\delta_R} \\ L'_{\delta_A} & L'_{\delta_R} \\ N'_{\delta_A} & N'_{\delta_R} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Em anel aberto, as características dos modos laterais do sistema podem ser calculadas através da execução do comando `damp(A)` no Matlab.

```
>> damp(A)
```

Pole	Damping	Frequency (rad/TimeUnit)	Time Constant (TimeUnit)
-3.55e+00	1.00e+00	3.55e+00	2.82e-01
-6.56e-02 + 1.05e+00i	6.27e-02	1.05e+00	1.52e+01
-6.56e-02 - 1.05e+00i	6.27e-02	1.05e+00	1.52e+01
-3.00e-01	1.00e+00	3.00e-01	3.33e+00

Figura 4: Polos do sistema em anel aberto

Deduz-se assim que o primeiro pólo, mais rápido, corresponde ao modo de rolamento, que os pólos conjugados correspondem ao modo de rolamento holandês, e que o último (o mais lento de todos) corresponde ao modo de espiral. De acordo com a Tabela I de qualidades de voo para aeronaves de classe I na fase de voo A, verifica-se que em anel aberto o modo de rolamento holandês não satisfaz os critérios do Nível 1. Para além do Nível 1, impõe-se também, como objetivo de projeto, um amortecimento mínimo $\xi = 0.6$ para este modo. Por estas razões, é necessário introduzir um sistema de aumento de estabilidade.

Tabela I: Requisitos para Nível 1 dos modos laterais, para aeronaves de Classe I, na fase de voo A

Espiral	Ter o seu polo no SPCE $\vee T_2 = \frac{\ln(2)}{\rho_{\text{polo}}} > 12 \text{ s}$
Rolamento	$\tau < 1.0 \text{ s}$
Rolamento Holandês	$\xi > 0.19 \wedge \xi\omega_n > 0.35 \wedge \omega_n < 1.0$

IV Aumento de estabilidade

a) Através de estratégias SISO

A análise dos LGR para realimentação da derrapagem (β) e da razão de guinada (r) das Figuras 5 e 6 revelam que nenhum ganho de realimentação a qualquer uma dessas variáveis iria simultaneamente atingir as condições de amortecimento e frequência natural mínimas, pelo que se optou pela implementação de um controlador do tipo PD.

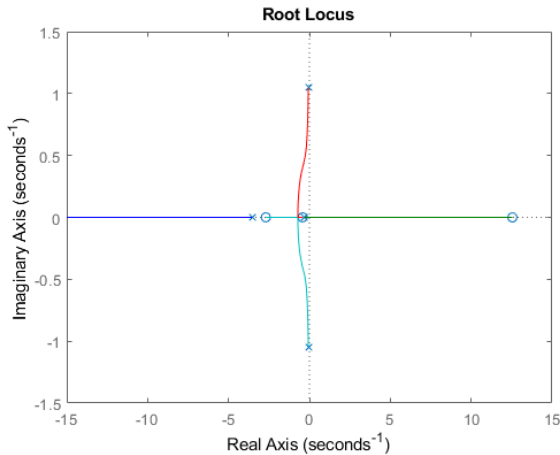


Figura 5: LGR com realimentação positiva da derrapagem β

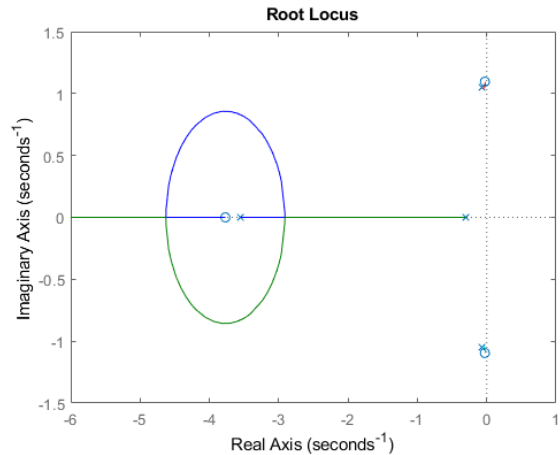


Figura 6: LGR com realimentação positiva da razão de guinada r

Utilizando a aproximação de segundo grau para o rolamento holandês com realimentação unitária positiva e $G(s) = H(s) * \beta(s) / \delta_r(s)$, resolveu-se um sistema a duas equações comparando a FT_{AF} com a formulação clássica de segundo grau com $\xi = 0.77$ e $\omega_n = 1.1$. Isto resulta num controlador PD com $T_d = -2.20675$ e $K_p = 0.474136$ ($T_i = \infty \iff K_i = 0$) e pólos segundo a Figura 7.

```
>> damp(feedback(pid(-0.474136, 0, -0.474136*2.20675)*sys2,1))
```

Pole	Damping	Frequency (rad/seconds)	Time Constant (seconds)
-3.22e-01	1.00e+00	3.22e-01	3.11e+00
-1.04e+00 + 9.41e-01i	7.40e-01	1.40e+00	9.66e-01
-1.04e+00 - 9.41e-01i	7.40e-01	1.40e+00	9.66e-01
-5.11e+00	1.00e+00	5.11e+00	1.96e-01

Figura 7: Polos do anel fechado resultante da aplicação do PD ao sistema inicial

O sistema SISO completo resultante passa a satisfazer as condições de Nível 1 (referidas na tabela I) para o rolamento holandês, para além de também melhorar o modo de rolamento.

b) Através de estratégias MIMO

Antes de partir para a implementação de uma estratégia MIMO optou-se pela adição do ângulo de guinada ψ ao sistema, passando este a um de 5ª ordem como o apresentado abaixo:

$$A = \begin{bmatrix} Y_v & Y_p + W_0/U_0 & Y_r - 1 & gc_{\theta_0} & 0 \\ L'_v & L'_p & L'_r & 0 & 0 \\ N'_v & N'_p & N'_r & 0 & 0 \\ 0 & 1 & c_{\theta_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/c_{\theta_0} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} Y_{\delta_A} & Y_{\delta_R} \\ L'_{\delta_A} & L'_{\delta_R} \\ N'_{\delta_A} & N'_{\delta_R} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Por se pretender um controlo do tipo MIMO, construiu-se um controlador LQR. Utilizando o método de Bryson [1], foram definidas matrizes de custo Q e R (deg é a conversão de graus para radianos), e o ganho K resultante do comando `lqr(sys,Q,R)` foi o seguinte:

$$Q = \begin{bmatrix} 3 * deg & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 * deg & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 * deg \end{bmatrix}^{-2} \quad R = \begin{bmatrix} 3.4 * deg & 0 \\ 0 & 4.6 * deg \end{bmatrix}^{-2}$$

$$K = \begin{bmatrix} 0.2874 & -0.5112 & 0.2129 & -0.6272 & -0.1504 \\ 0.8958 & -0.0642 & -1.1986 & 0.0813 & -0.4125 \end{bmatrix}$$

O anel fechado resulta no sistema com os seguintes pólos, dados pelo comando `damp(feedback(sys,k))`:

Pole	Damping	Frequency (rad/seconds)	Time Constant (seconds)
-2.19e-01	1.00e+00	2.19e-01	4.56e+00
-9.84e-01	1.00e+00	9.84e-01	1.02e+00
-1.93e+00 + 9.50e-01i	8.97e-01	2.15e+00	5.18e-01
-1.93e+00 - 9.50e-01i	8.97e-01	2.15e+00	5.18e-01
-1.46e+01	1.00e+00	1.46e+01	6.84e-02

Figura 8: Polos do anel fechado resultante da aplicação do LQR ao sistema inicial

Cujo diagrama de blocos se encontra na Figura 9. Pela análise dos pólos verifica-se que o sistema ficou a nível 1 como pretendido, sendo que houve a adição de um pólo em -0.219 que corresponde ao adicionado pelo ângulo de guinada. Por comparação com os pólos apresentados na Figura 7, é possível afirmar que, comparativamente ao controlo com PD, todos os modos tiveram um aumento de estabilidade com este LQR. Uma resposta no tempo do sistema às entradas pode ser visualizada na Figura 10.

Estando o interesse no controlo de trajetória será preciso deixar de ter δ_a e δ_r como entradas e passar a ter β_{ref} e ψ_{ref} de modo a existir seguimento do sistema a um input, isto é, passar de um diagrama de blocos com uma simples aplicação de LQR representado na Figura 9 e passar para o representado na Figura 11 utilizando os ganhos do LQR combinado com Servomecanismo.

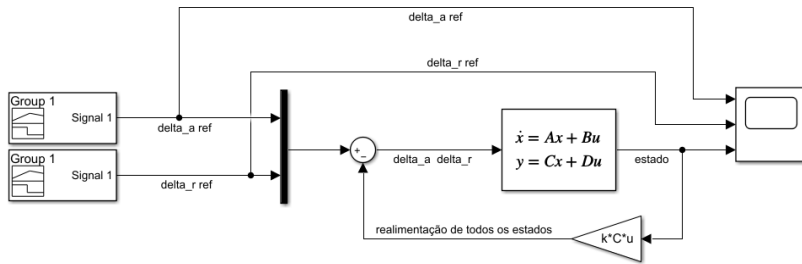


Figura 9: Diagrama de blocos da realimentação com LQR, de realçar que a matriz C é apenas uma matriz identidade 5×5 e a matriz de ganho K é a apresentada acima no cálculo LQR

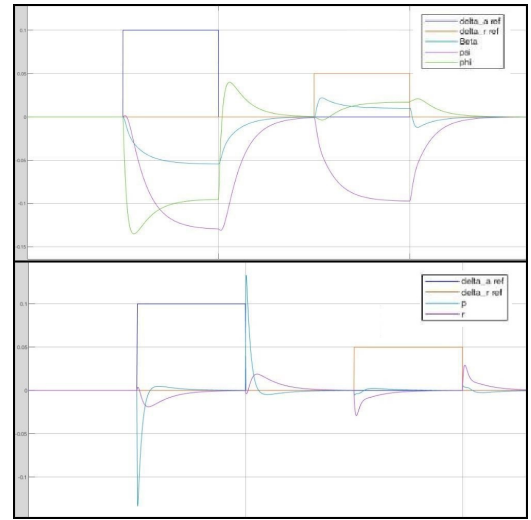


Figura 10: Resposta do sistema ao lado a entradas em retângulos nas entradas δ_a e δ_r com condições iniciais nulas

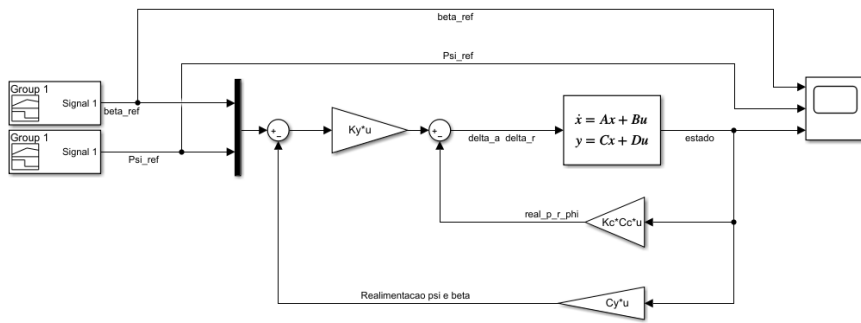


Figura 11: Diagrama de blocos da realimentação com LQR e Servomecanismo.

$$C_C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$K_y = \begin{bmatrix} 0.2874 & -0.1504 \\ 0.8958 & -0.4125 \end{bmatrix}$$

$$K_C = \begin{bmatrix} -0.5112 & 0.2129 & -0.6272 \\ -0.0642 & -1.1986 & 0.0813 \end{bmatrix}$$

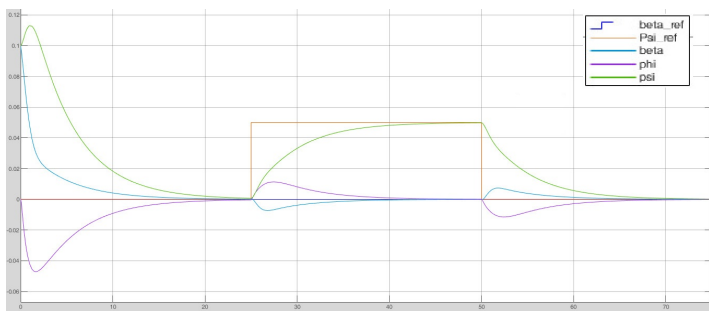


Figura 12: Resposta de β , ϕ e ψ a uma entrada em retângulo de ψ_{ref} e condições iniciais de $\beta_{inicial} = 0.1$ e $\psi_{inicial} = 0.1$

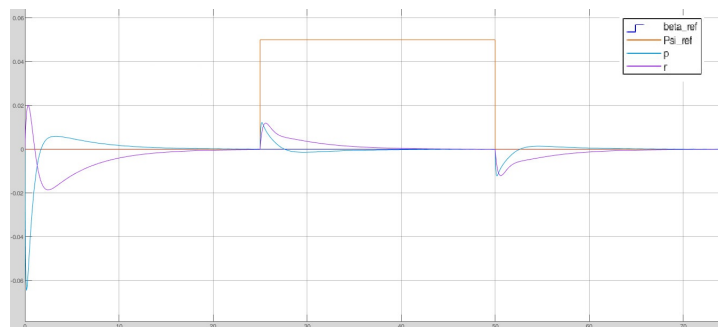


Figura 13: Resposta de p e r a uma entrada em retângulo de ψ_{ref} e condições iniciais de $\beta_{inicial} = 0.1$ e $\psi_{inicial} = 0.1$

A partir das Figuras 12 e 13 é possível afirmar que o sistema consegue seguir um valor de referência dado pelo utilizador, embora seja um pouco lento a responder a alterações. Todos os outros estados respondem às alterações impostas de modo estável sendo assim o sistema presente na Figura 11 robusto (para os valores pedidos).

Desta forma, é possível afirmar que o sistema está estável, com as qualidades de voo desejadas e que consegue seguir valores de referência para controlo de trajetória. É possível agora aplicar sensores e atuadores ao sistema, visualizando posteriormente se existiu alguma anormalidade no comportamento do mesmo.

V Inclusão dos sensores e atuadores

Sensores são utilizados para transmitir informação entre a aeronave e os seus sistemas de controlo. Visto que não existem sensores ideais, constatou-se a necessidade de realizar uma modelação dos mesmos de modo a que possam ser implementados no modelo:

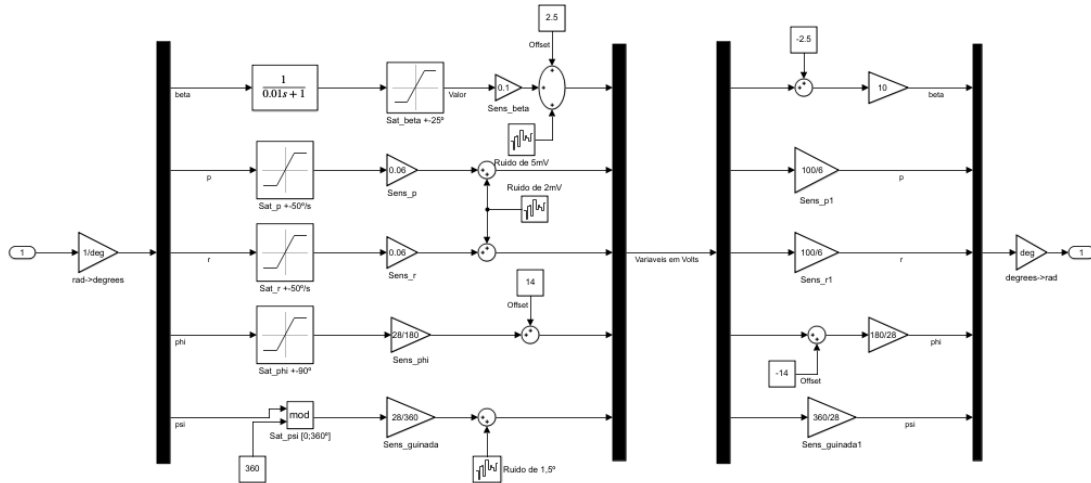


Figura 14: Diagrama de blocos da implementação dos sensores

Como é visível na Figura 14, são utilizados sensores para medir todas as variáveis de estado, β , p , r , ϕ e ψ . De realçar que apenas o sensor de β tem dinâmica associada, modelada através de um sistema de 1ª ordem com uma constante de tempo de 10ms, sendo que todos os outros apenas convertem ângulos ou razões angulares em tensões elétricas.

Já para o caso dos atuadores, estes são modelados através de um sistema de 1ª ordem (com uma constante de tempo de 100 ms), uma saturação, frequência de amostragem de 40 Hz e um *Rate Limiter* de modo a não permitir que as deflexões das superfícies de controlo se realizem a mais de 1 rad/s. Esta modelação está representada na Figura 15.

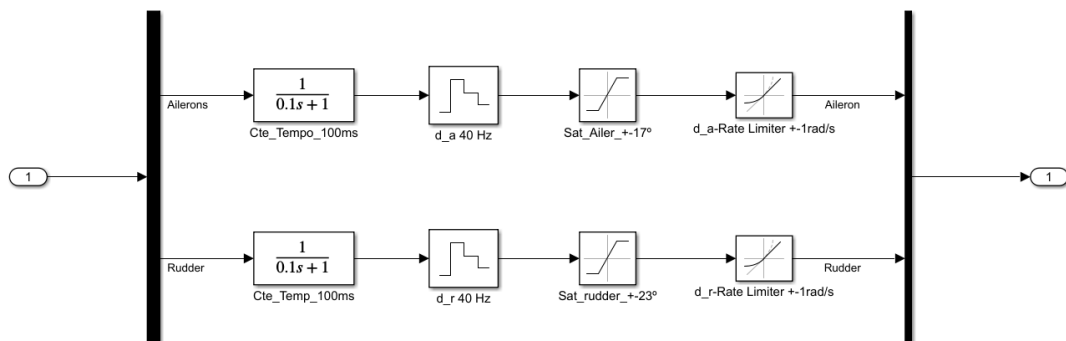


Figura 15: Diagrama de blocos da implementação dos Atuadores

Adicionando estes elementos ao sistema obtém-se o diagrama de blocos representado na Figura 16 em que o bloco 2 corresponde aos atuadores (Figura 15) e o bloco 3 aos sensores (Figura 14).

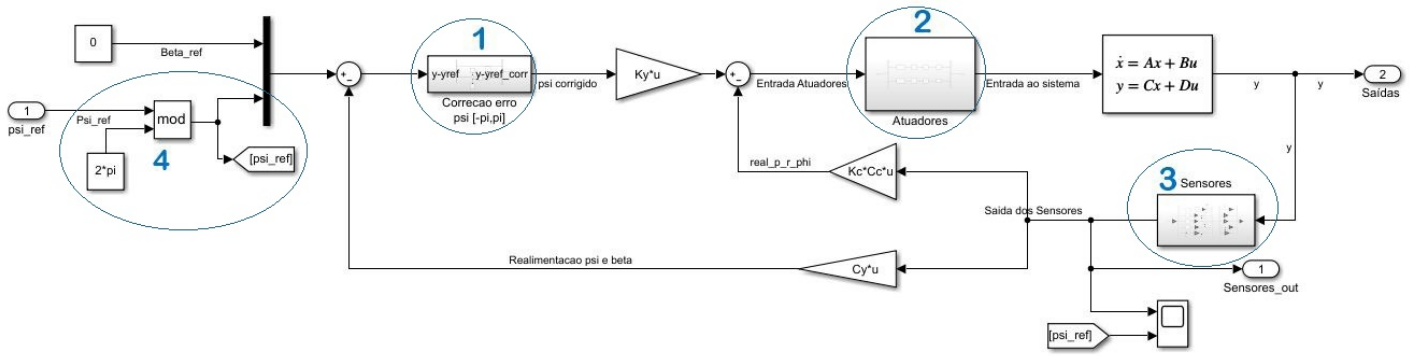


Figura 16: Diagrama de blocos resultante da adição de sensores e atuadores ao sistema

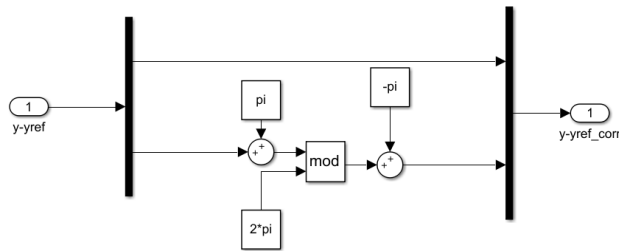


Figura 17: Diagrama de blocos que representa o interior do bloco 1 da Figura 16

Visto que o percurso desejado requererá a realização de voltas coordenadas em que a aeronave realizará mais que uma volta, levando a um $\psi > 360$ foi necessária a introdução dos blocos 1 e 4, sendo que o bloco 1 converte ψ_{ref} para o valor no intervalo $[0; 2\pi]$ (Ex: $\psi = 750^\circ \Rightarrow \psi = 30^\circ$), e o bloco 4 converte a diferença $\psi_{ref} - \psi$ para o intervalo $[-\pi; \pi]$. Estes blocos também convertem ângulos de guinada negativos para esse intervalo (Ex: $\psi = -10^\circ \Rightarrow \psi = 350^\circ$).

Em baixo, nas Figuras 18 e 19, é possível observar a resposta do sistema com atuadores e sensores às mesmas condições iniciais e entradas que as presentes nas Figuras 12 e 19, estabelecendo uma comparação. Assim se pode concluir que embora a implementação destes blocos adicione um pouco de ruído às variáveis de estado (como seria de esperar), o sistema continua estável e a conseguir acompanhar um sinal de referência. Isto indica que os métodos de estabilização considerados acima não eram de todo irrealistas e como tal foi possível efetuar a sua implementação.

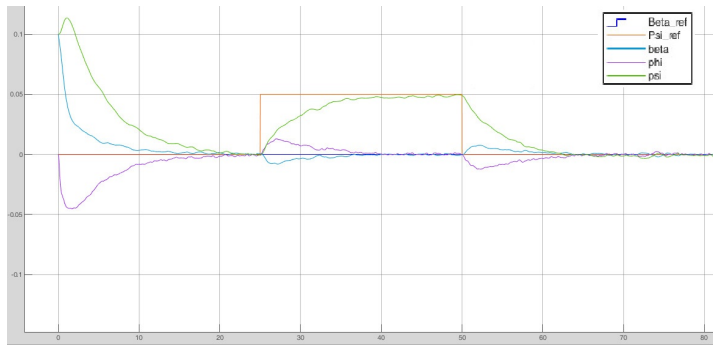


Figura 18: (Com sensores e atuadores) Resposta de β , ϕ e ψ a uma entrada em retângulo de ψ_{ref} e condições iniciais de $\beta_{inicial} = 0.1$ e $\psi_{inicial} = 0.1$

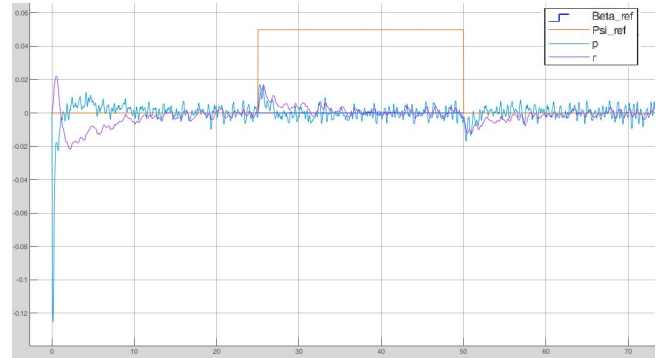


Figura 19: (Com sensores e atuadores) Resposta de p e r a uma entrada em retângulo de ψ_{ref} e condições iniciais de $\beta_{inicial} = 0.1$ e $\psi_{inicial} = 0.1$

VI Controlo de trajetória

Estando o sistema a responder como queremos às referências, é possível passar ao principal objetivo deste trabalho: o controlo não-linear da trajetória do planador L-13. O diagrama de blocos completo está representado em anexo, na Figura 27.

Para implementar a cinemática não linear em Simulink criou-se um bloco de código Matlab que usa as equações (4) e (5) para calcular a velocidade instantânea do planador no referencial 'plano' terrestre ('fixo') a partir de V_a e V_w . Esta velocidade é depois integrada no tempo para obter a posição, que é convertida para o referencial ENU, como exemplificado na Figura 20.

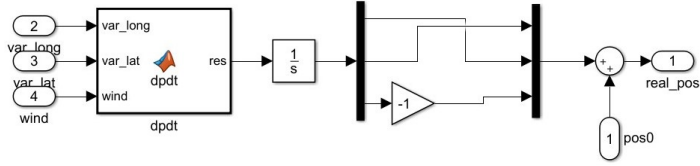


Figura 20: Implementação do bloco de cinemática em Simulink

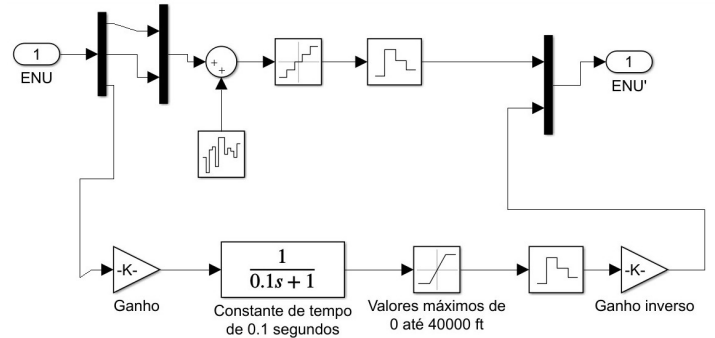


Figura 21: Implementação do bloco de GPS em Simulink

Para tornar a simulação mais realista, implementou-se um bloco no Simulink que introduz a resolução e ruído do GPS. A implementação deste bloco encontra-se exemplificada na Figura 21. De referir que a medição da altitude foi efetuada com um barómetro idêntico ao implementado no bloco linear da dinâmica longitudinal, uma vez que este não introduz ruído na medição, ao contrário do GPS. Não visível na Figura 24, está um ponto na origem do referencial, por o barómetro ter uma constante de tempo associada e não ter a altura correta no início.

Finalmente, o bloco do Piloto Automático tem como entrada a lista das coordenadas no sistema ENU, assim como o rumo e posição vindos dos sensores. Este bloco calcula o rumo de referência a cada instante entre os pontos do circuito. Para além disso, ativa/desativa as manobras de volta coordenada com base na proximidade aos pontos, na altura final desejada, e no rumo atual. Este bloco tem também a dupla funcionalidade de ativar o vento vertical quando a posição verdadeira da aeronave entra num raio de 200 m dos pontos E e F. É importante sublinhar a importância de uma entrada e saídas tangenciais à volta coordenada, por forma a evitar mudanças de rumo bruscas. Este objetivo é satisfeito pelo Piloto Automático na saída, e por blocos de Simulink à entrada da manobra. Verifica-se na Figura 22 que os ângulos aerodinâmicos se mantêm abaixo dos 15° , e que os ângulos de atitude se mantêm abaixo dos 30° .

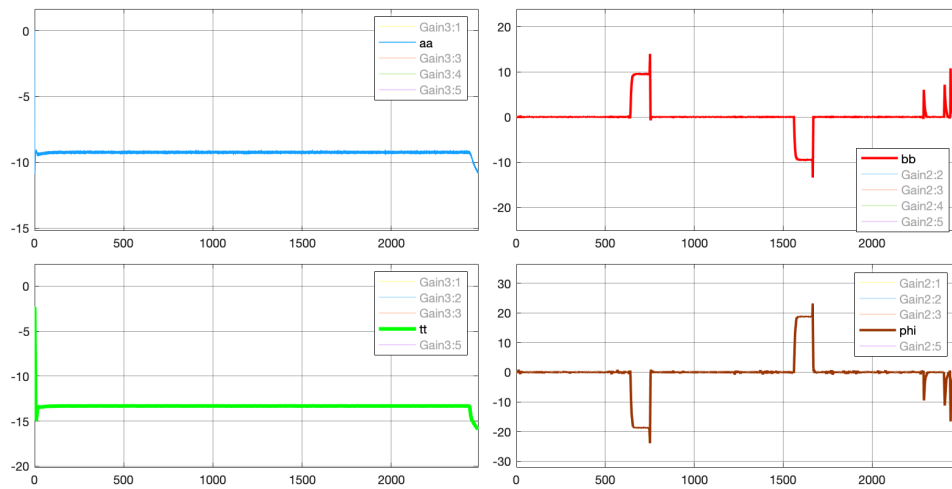


Figura 22: Ângulos aerodinâmicos e de atitude durante o percurso. Da esquerda para a direita e de cima para baixo: α , β , θ , ϕ

Nas Figuras 24, 25 e 26, verifica-se o bom seguimento do trajeto, incluindo dentro das térmicas, apesar da alta incerteza horizontal do GPS. Na Figura 23 observa-se também a aterragem simplificada na pista JK, sem arredondamento.

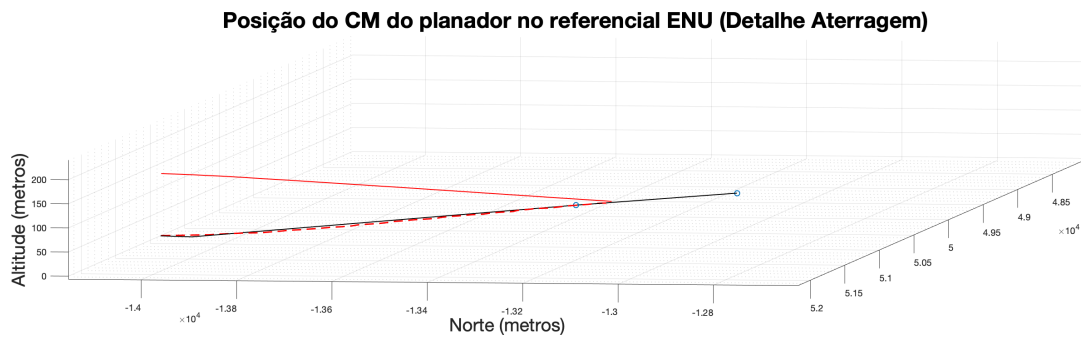


Figura 23: Vista 3D da aterragem simplificada na pista JK

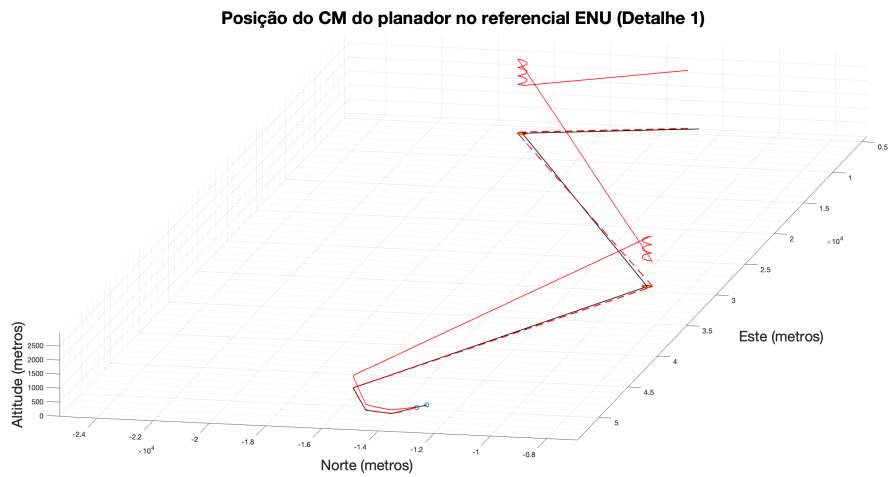


Figura 24: Vista 3D do percurso completo, e posição dada pelo GPS + barómetro

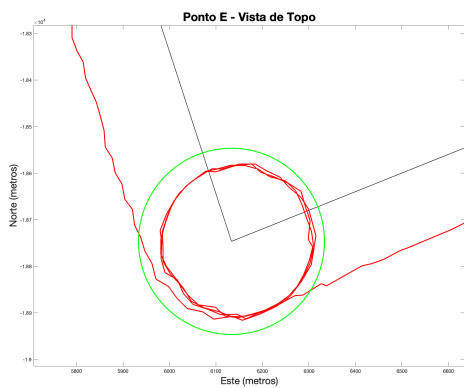


Figura 25: Ponto E: Vista de topo

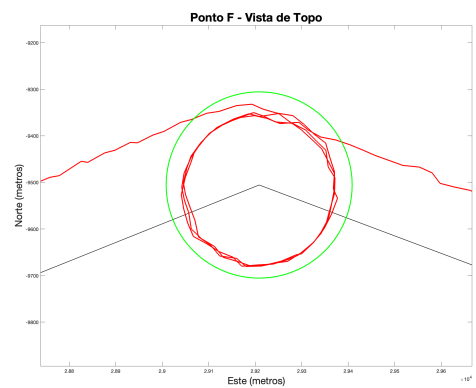


Figura 26: Ponto F: Vista de topo

VII Análise Complementar e Conclusões

Estando o resumo deste trabalho presente numa outra secção, esta secção servirá principalmente para comentários aos resultados obtidos ao longo deste projeto.

Em primeiro lugar será importante dizer que houve o cuidado no seguimento do circuito de nunca chegar aos valores de saturação nas variáveis de estado, e isto foi conseguido uma vez que a aeronave entra e sai da volta coordenada através de retas tangenciais permitindo assim uma suavização das mudanças de ψ . A taxa de variação do ângulo de guinada

Como foi notório no relatório não foram notadas diferenças de maior ao incluir os Sensores e Atuadores no sistema (à exceção da adição de algum ruído e discretização no sistema). Isto deveu-se não só à boa qualidade dos sensores utilizados para a tarefa em questão, como também ao facto de os pedidos do sistema implementado não serem irreais e como tal os sensores e atuadores conseguiram responder a eles de forma positiva. Isto é verdade graças ao esforço exercido pelos atuadores, pois sem estes o sistema iria responder de forma muito brusca a todas as alterações que o ruído vindo dos sensores iria causar. De certa forma, os atuadores filtram o ruído, estabilizando o sistema.

A utilização das equações não lineares da cinemática permitiu uma vista mais geral do trabalho desenvolvido, ao passar o controlo da aeronave para três dimensões e revelar a relação entre dinâmica e cinemática. É importante referir que, embora tenhamos obtido bons resultados, ainda foram feitas aproximações consideráveis ao separar os modos longitudinal e lateral. Uma melhor simulação seria assim realizada caso se tivesse utilizado um modelo de ordem superior, com acoplamento lateral-longitudinal, ou que pelo menos tivesse tido em conta o vento nos modos lineares.

Obviamente o facto de o projeto seguir pontos de coordenadas dado por um GPS permitiu a expansão do conhecimento dos elementos do grupo acerca do funcionamento de um GPS e a conversão de coordenadas GPS em coordenadas escritas num referencial cartesiano local.

No decorrer do projeto muitas foram as situações de dúvida e experimentação de diferentes processos mas no final será seguro dizer que o projeto correu de uma forma que agradou ao grupo, visto que todos os objetivos inicialmente estabelecidos foram alcançados e um aprofundamento de conceitos teóricos foi adquirido. Isto foi possível graças à bibliografia disponibilizada e muitas dúvidas respondidas pelo docente desta Unidade Curricular.

Para terminar, será importante referir que este projeto não contempla uma última parte da aterragem (o arredondamento) do planador uma vez que esse não foi um objetivo definido para o projeto mas este beneficiaria de uma implementação dessa parte de modo a ficar o circuito completo e realista.

VIII Referências Bibliográficas

- [1] Azinheira, José Raul, *Controlo de Voo*, IST, DEM Fevereiro de 2019

IX

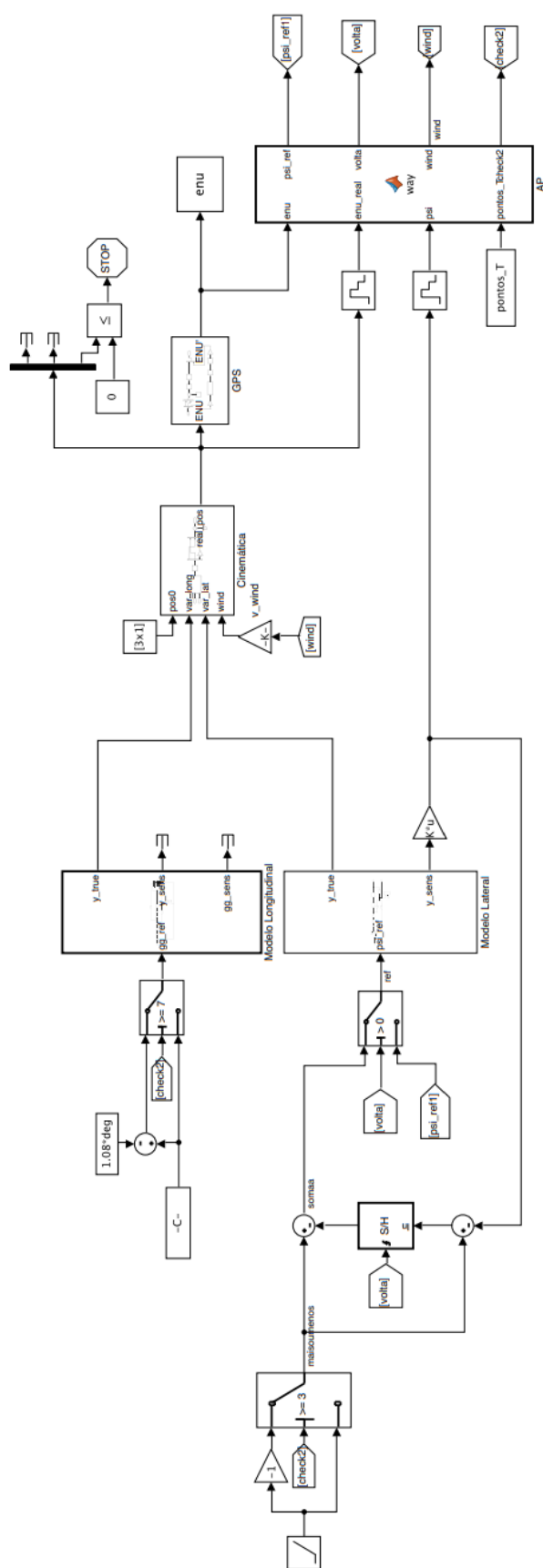


Figura 27