



**Instituto Superior Técnico**

Universidade de Lisboa

Mestrado Integrado em Engenharia Aeroespacial

Controlo de Voo

---

## Relatório do Projeto 42 - Gripen-1 Patrulha

---



### **Grupo 32**

Francisco dos Santos, 86631

Miguel Morgado, 86668

### **Docente:**

Prof. José Raul Azinheira

## Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Análise do Modelo</b>	<b>1</b>
2.1	Equação de Movimento . . . . .	1
2.2	Pólos do Sistema . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Sistema de Aumento de Estabilidade</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>Controlo de Atitude e Seguimento de Trajetória</b>	<b>3</b>
<b>5</b>	<b>Atuadores e Sensores</b>	<b>6</b>
5.1	Atuadores . . . . .	6
5.2	Sensores . . . . .	6
5.3	Sistema GPS . . . . .	6
<b>6</b>	<b>Patrulha</b>	<b>8</b>
<b>7</b>	<b>Conclusões</b>	<b>10</b>

# 1 Introdução

No âmbito da cadeira de Controlo de Voo, este relatório foi redigido com o objetivo de familiarizar os alunos à metodologia da projeção de um controlador de voo e da sua análise crítica.

Neste projeto, a aeronave cujo controlador foi projetado é o **Saab JAS 39 Gripen**, uma aeronave de combate sueca, na situação de voo 1 dada. Neste trabalho será projetado um controlador que permitirá realizar uma trajetória de patrulha tendo em conta apenas o ângulo de derrapagem e o ângulo de rolamento da aeronave.

## 2 Análise do Modelo

### 2.1 Equação de Movimento

De forma a analisar o modelo fornecido do avião, usaremos a formulação em Espaço de Estados para o modo lateral de voo:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

com  $x = [\beta, p, r, \phi]^T$  e  $u = [\delta_a, \delta_r]^T$  onde A é a matriz da dinâmica da aeronave, deduzida a partir das equações da dinâmica lateral da aeronave em [1], página 26:

$$\begin{cases} \dot{\beta} = Y_{\beta}\beta + (Y_p + \alpha_0)p + (Y_r - 1)r + \frac{g}{U_0} \cos \theta_0 \phi \\ \dot{p} = (L_{\beta} + \frac{I_{xz}}{I_x} N_{\beta})\beta + (L_p + \frac{I_{xz}}{I_x} N_p)p + (L_r + \frac{I_{xz}}{I_x} N_r)r \\ \dot{r} = (N_{\beta} + \frac{I_{xz}}{I_z} L_{\beta})\beta + (N_p + \frac{I_{xz}}{I_z} L_p)p + (N_r + \frac{I_{xz}}{I_z} L_r)r \\ \dot{\phi} = p + \tan \theta_0 r \end{cases}$$

Os coeficientes das entradas de controlo, omissas das equações anteriores, formam a matriz B. Posto isto e em função das derivadas de estabilidade fornecidas, as matrizes da equação da dinâmica do Espaço de Estados tomam os valores:

$$\begin{array}{l} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.0438 & 0.0651026 & -0.9981 & 0.1152609 \\ -0.0376882 & -0.7251979 & 0.0072727 & 0. \\ 0.1722518 & 0.0007772 & -0.0221907 & 0. \\ 0. & 1. & 0.0644918 & 0. \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0. & -0.001 \\ -0.3840356 & -0.0000037 \\ -0.0294886 & -0.003 \\ 0. & 0. \end{bmatrix} \end{array}$$

Figura 1: Matrizes A e B do Espaço de Estados.

## 2.2 Pólos do Sistema

Resolvendo a equação  $\det(A - \lambda I) = 0$ , é possível obter os pólos do sistema e determinar as qualidades de voo da aeronave:

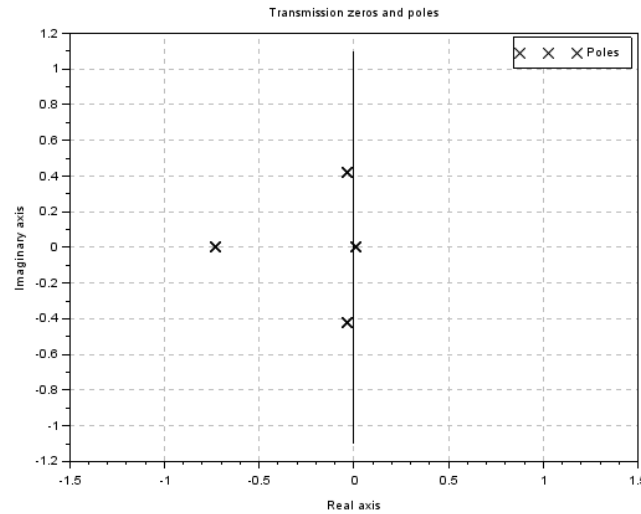


Figura 2: Localização dos pólos no Plano Complexo.

Modo	Pólos	Freq. Natural	Fator de Amort.
Espiral	0.0075	0.0075	-1
Rolamento	-0.729	0.729	1
Rol. Holândes	$-0.0358 \pm i0.421$	0.422	0.082

Tabela 1: Pólos do Sistema

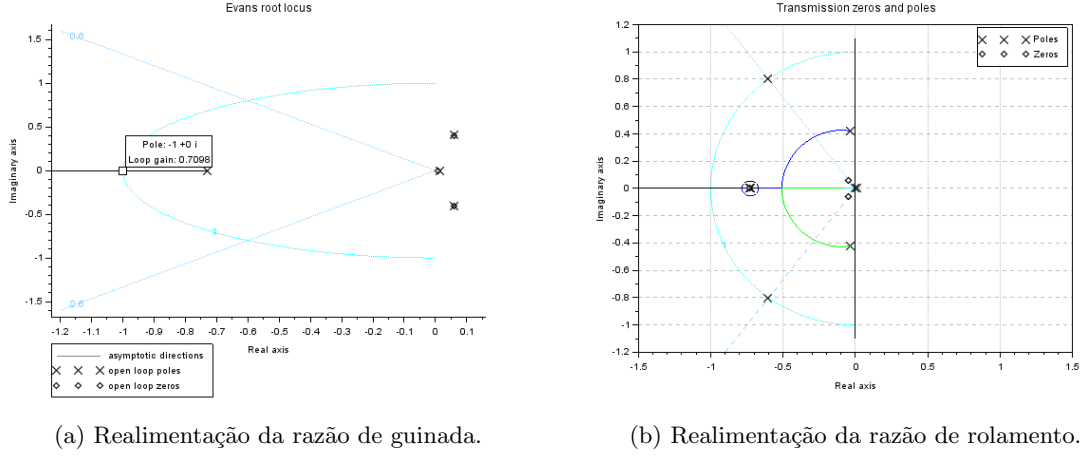
Podemos ver que esta distribuição dos pólos é convencional e está adequada para um caça que se quer com elevada manobrabilidade, pois os pólos são lentos e próximos de ser instáveis. Os pólos conjugados, associados ao Rolamento Holandês, têm  $\xi = 0.082$  e frequência natural de  $0.421 \text{ rad/s}$ , tendo portanto uma qualidade de voo de nível 3. O pólo mais à esquerda corresponde ao Rolamento e tem uma constante de tempo  $T_{e\text{quivalente}} = 1.37 \text{ s}$ , sendo por isso de nível 2 (para manobras rápidas). Por último, o pólo real da espiral é mais lento que o do rolamento, como seria de esperar e é instável com uma constante  $T_2$  grande o suficiente para se considerar a espiral de nível 1.

Como tal, a aeronave tem uma qualidade de voo na sua generalidade de nível 3.

## 3 Sistema de Aumento de Estabilidade

O Gripen é um caça de combate, pelo que se trata de um avião da classe IV que voa em patrulha (categoria A) e, como tal, para atingir um nível 1 de qualidade de voo é necessário que o pólo do rolamento confira uma constante de tempo  $T < 1 \text{ s}$ . De forma a colocar o pólo do rolamento mais à esquerda, procedemos à técnica de LGR para efetuar uma realimentação  $\delta_a = \delta_a^0 + K_p p$ , obtendo o gráfico da figura 3. Pode-se assim verificar que para obter Qualidade de Voo de nível 1 é necessário um ganho  $K_p = 0.7104$ . Esta realimentação assegura também que o pólo da espiral se mantém a nível 1.

A estabilização a nível 1 do Rolamento Holandês, por outro lado, revelou-se bastante difícil. Tendo em conta a natureza do avião de combate moderno, é de esperar que o leme de direção se revele pouco influente na dinâmica total do avião. Primeiramente, aplicámos a técnica de LGR com uma realimentação da razão de guinada  $\delta_r = \delta_r^0 + K_r r$ . O resultado, ilustrado na



(a) Realimentação da razão de guinada.

(b) Realimentação da razão de rolamento.

Figura 3: *Root locus* das soluções SISO implementadas.

Figura 3, permite perceber que não é possível atingir ambas as especificações de  $\omega_n$  e  $\xi$  com uma realimentação SISO (Single Input, Single Output) da razão de guinada.

A realimentação de  $r$  apenas se mostrou frutífera quando aplicada no sistema completo às equações em  $\beta$  e  $r$ , sendo que esta solução não é SISO (poderá ser considerada "SIMO"). Também se implementou um controlador PD, usando a aproximação de segunda ordem do Rolamento Holandês descrito em [1], página 34, e comparando com a função de transferência de segunda ordem canónica, cujo denominador é o polinómio característico  $\Delta s = s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2$ , mas com sucesso limitado, uma vez que o ganho derivativo obtido foi de  $K_d = 931$ , para  $\xi = 0.222\omega_n = 1.58\text{rad/s}$ .

## 4 Controlo de Atitude e Seguimento de Trajetória

De maneira a criarmos um sistema de controlo de atitude com seguimento de trajetória, optamos por utilizar o método do *Regulador Quadrático Linear (LQR)*, de maneira a também melhorar os resultados obtidos na modelação SISO feita anteriormente. De forma a realizar seguimento de trajetória em patrulha, o objetivo último do trabalho, optamos por querer controlar o ângulo de derrapagem  $\beta$  e o ângulo de rumo  $\psi$  de forma a que estes tenham um bom seguimento a uma referência. Para o conseguir, será necessário realizar uma realimentação de ganho  $\mathbf{K}$ , cujo valor da matriz será obtido através da resolução do problema de minimização da função de custo  $J$ :

$$J = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (4.1)$$

Onde as matrizes  $Q$  e  $R$  correspondem ao custo (energético ou de erro associado) do estado e da entrada. De forma a determinar estas matrizes, utilizamos o método de Bryson para determinar os seus valores iniciais e foi realizado *fine tune* até se obter os seguintes valores:

$$Q = \begin{bmatrix} 1.3131 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 205.1754 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 58.361 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 820.7016 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 13131.2254 \end{bmatrix}; R = \begin{bmatrix} 0.1459 & 0 \\ 0 & 0.3283 \end{bmatrix}$$

E a matriz dos ganhos:

$$K = \begin{bmatrix} 34.3189 & -33.2028 & -103.1062 & -66.1914 & -159.7897 \\ -38.4078 & 21.3059 & -282.6519 & 21.52256 & -169.2693 \end{bmatrix}$$

Realizando a realimentação ao sistema  $u = -Kx$ , obtemos os seguintes pólos do sistema:

Modo	Pólos	Freq. Natural	Fator de Amort.
Rumo	-0.168	0.168	1
Espiral	-2.106	2.106	1
Rolamento	-14.275	14.275	1
Rol. Holânde	$-0.460 \pm i0.606$	0.761	0.604

Tabela 2: Pólos em LQR

De maneira a podermos fazer seguimento com uma referência  $u_e = Fy_{ref}$ , será necessário criar a matriz  $F$  que pode ser deduzida por:

$$\dot{x} = (A - BK)x + Bu_e = 0 \Leftrightarrow x_e = -(A - BK)^{-1}Bu_e \quad (4.2)$$

Como as referências que queremos seguir são o ângulo de derrapagem e o rumo, iremos multiplicar  $x_e$  pela matriz  $C$ :

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

E obtemos:

$$y_{ref} = -C(A - BK)^{-1}Bu_e \Leftrightarrow u_e = Fy_{ref} \quad (4.3)$$

$$F = -(C(A - BK)^{-1}B)^{-1} \quad (4.4)$$

Com isto podemos colocar à entrada do sistema um  $y_{ref}$  que o sistema irá seguir, como mostrado na figura seguinte. Caso quiséssemos que o sistema seguisse outras variáveis, variaríamos a posição ao longo das linhas dos 1's na matriz  $C$ .

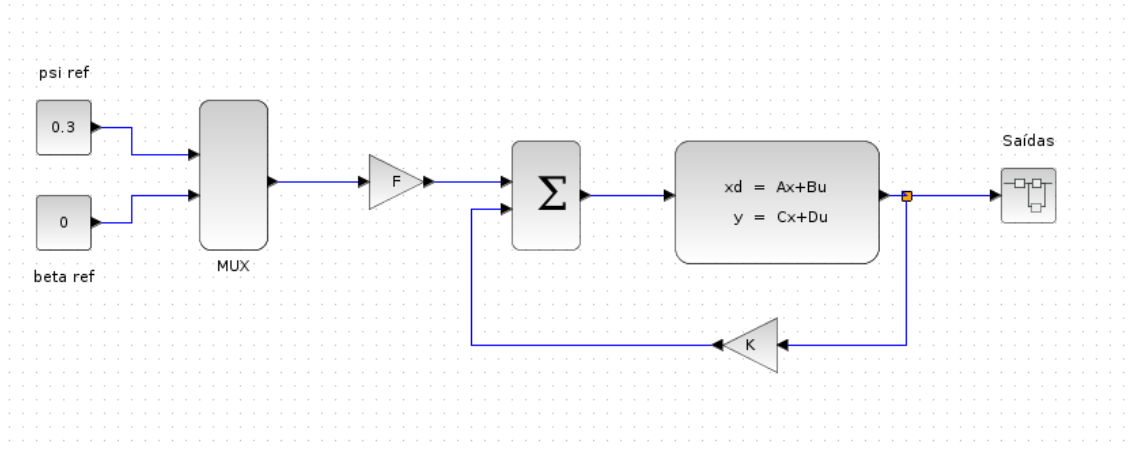


Figura 4: Diagrama de blocos do sistema em realimentação.

Fazendo uma simulação onde se mete uma referência de ângulo de rumo  $\psi$  a 0.3 rad, obtém-se o seguinte comportamento:

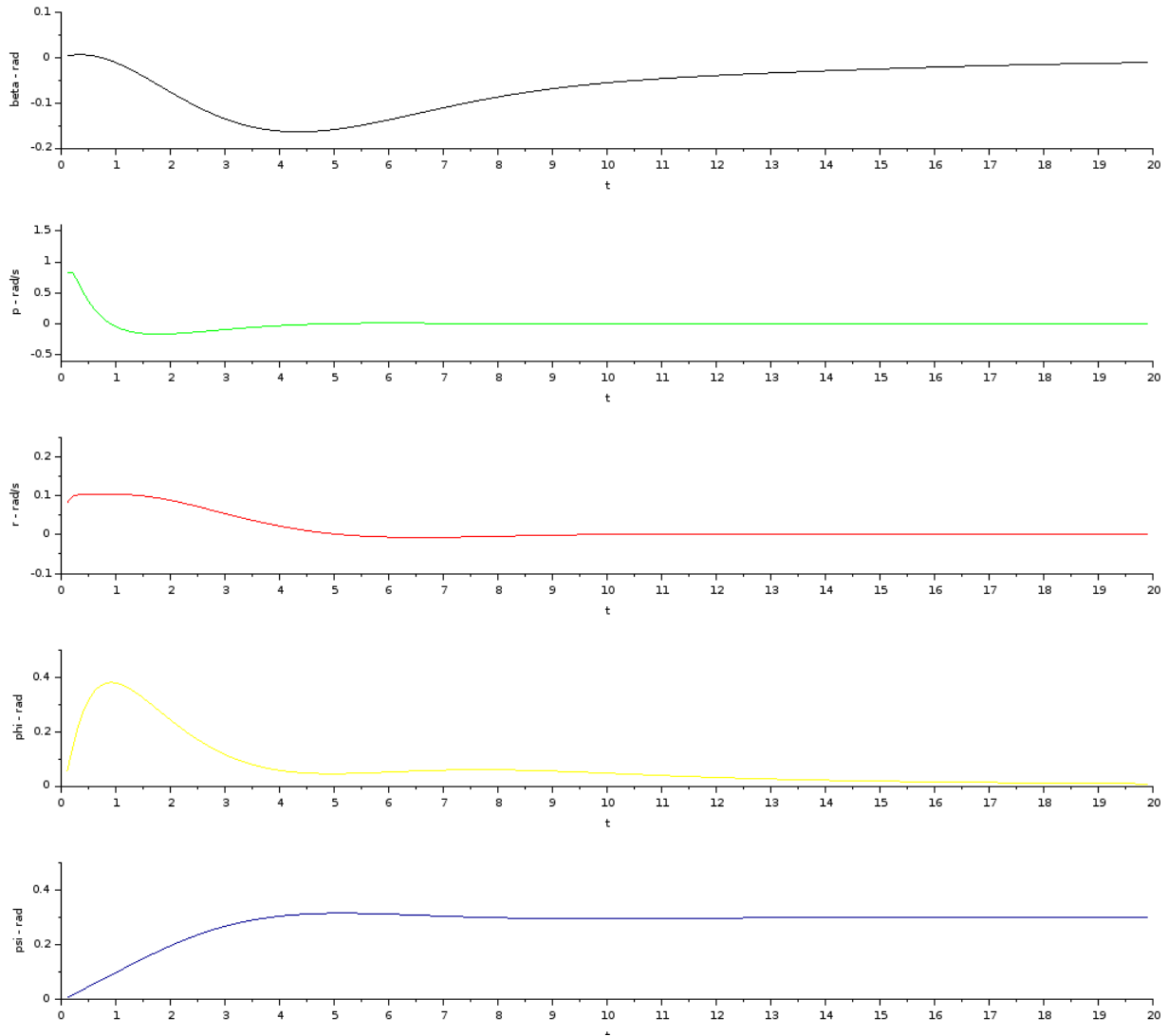


Figura 5: Resposta a um step de 0.3 rad no ângulo de rumo.

A partir destes resultados, podemos ver que o modelo segue o a referência de rumo sem erro com uma constante de tempo de cerca de 3.5 s. Podemos ver também uma resposta rápida do ângulo de rolamento e uma resposta lenta do ângulo de derrapagem, ambas características de uma aeronave de combate como um caça, onde o rolamento tem um comportamento bastante rápido e o rolamento holandês é lento e normalmente instável.

## 5 Atuadores e Sensores

De maneira a criar um modelo mais fidedigno da aeronave, incluímos no nosso modelo a implementação de sensores e atuadores com características reais como tempo de amostragem, valores de saturação e outros. Todos os diagramas de blocos de cada subsistema será apresentado no final da sua secção.

### 5.1 Atuadores

Sendo o nosso projeto no âmbito do movimento lateral, estamos responsáveis por atuar o leme de direção (*rudder*,  $\delta_R$ ) e os *aileron*s ( $\delta_A$ ). Como tal, modelamos os respetivos atuadores de acordo com as especificações atribuídas no enunciado.

Como tal, no nosso modelo colocamos à entrada dos atuadores um bloco *sample holder*, que lê os valores recebidos a uma frequência de 40 Hz como pedido. De seguida, coloca-se um bloco com a função transferência  $\frac{10}{s+10}$  que nos dá a constante de tempo pedida e serve como filtro passa-baixo ao atuador. À saída da função transferência coloca-se um bloco *rate limiter* que não permite que as superfícies rodem a uma velocidade superior a 1 rad/s, seguido de um bloco de saturação que não as deixa ultrapassar os valores limites enunciados. Os valores de saída serão então enviados para o bloco da dinâmica do sistema, terminando assim a ação dos atuadores.

### 5.2 Sensores

A modelação dos sensores baseia-se na transformação dos sinais debitados pelo sistema nas correspondentes voltagens de saída correspondentes a cada sensor, incluindo mais algumas adições para tornar o sensor o mais real possível.

Em todos os sensores, foram utilizados blocos de ganho e adição de forma a normalizar os valores recebidos para as voltagens certas e adicionar o ruído branco, gerado através dos blocos de geração aleatória. Blocos de saturação para limitar a gama de medida dos sensores também foram utilizados.

É de ter em atenção que no inversor dos sensores para entradas regulares, foi necessária a adição de uma alimentação com a saída do ângulo de rumo do sistema de maneira a contar o número de voltas já dadas pela aeronave para que não aconteçam descontinuidades na realimentação e o sistema perca o controlo.

### 5.3 Sistema GPS

Tal como os sensores e os atuadores, o sistema GPS obedece a parâmetros apresentados no enunciado do projeto aos quais nos cingimos.

De forma a modelar o sistema GPS, é necessário retirar a posição atual da aeronave a partir dos valores devolvidos pela dinâmica do sistema. Para isso, calcula-se primeiramente o vetor velocidade da aeronave e integra-se ao longo do tempo. Utiliza-se o ângulo de guinada da aeronave  $\psi$  e o ângulo de derrapagem  $\beta$  para saber a direção da velocidade da aeronave, separam-se nas duas componentes  $x$  e  $y$  (ou Norte - N e Este - E) e multiplica-se pela velocidade  $U_0$  e somada a velocidade do vento. As duas componentes são integradas para obter a variação total da posição, que por sua vez será adicionada à posição inicial  $x_0$  e  $y_0$  e a um gerador aleatório que serve o propósito de ruído (com os 4 m RMS na horizontal). De seguida, um *sample holder* dá a amostragem de 1 Hz e um bloco de quantização a resolução de 0.5 m.



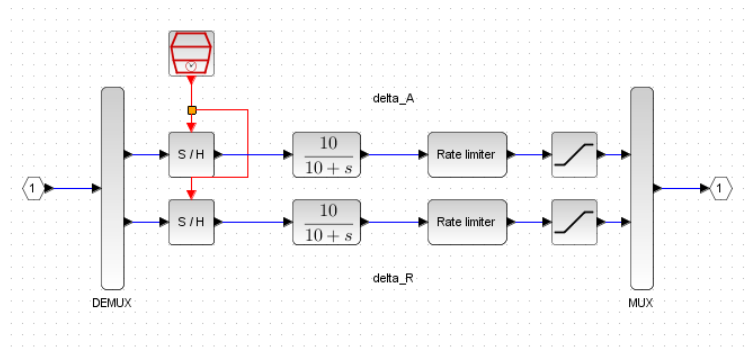


Figura 6: Diagrama de Blocos dos Atuadores

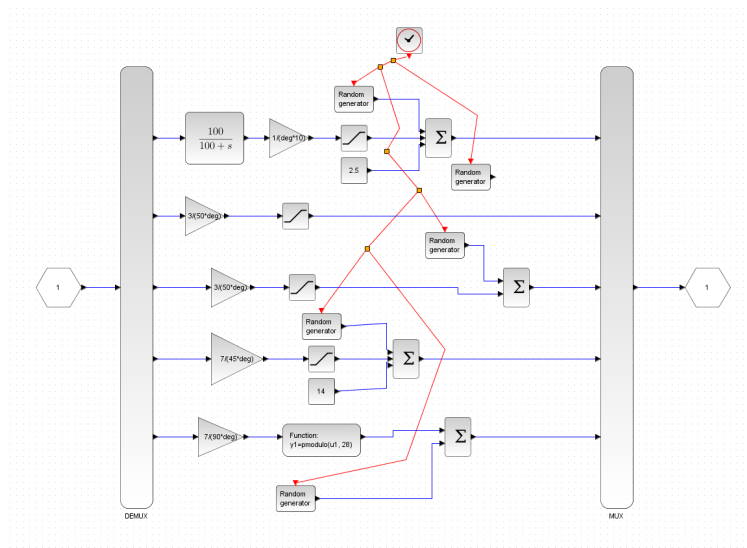


Figura 7: Diagrama de Blocos dos Sensores

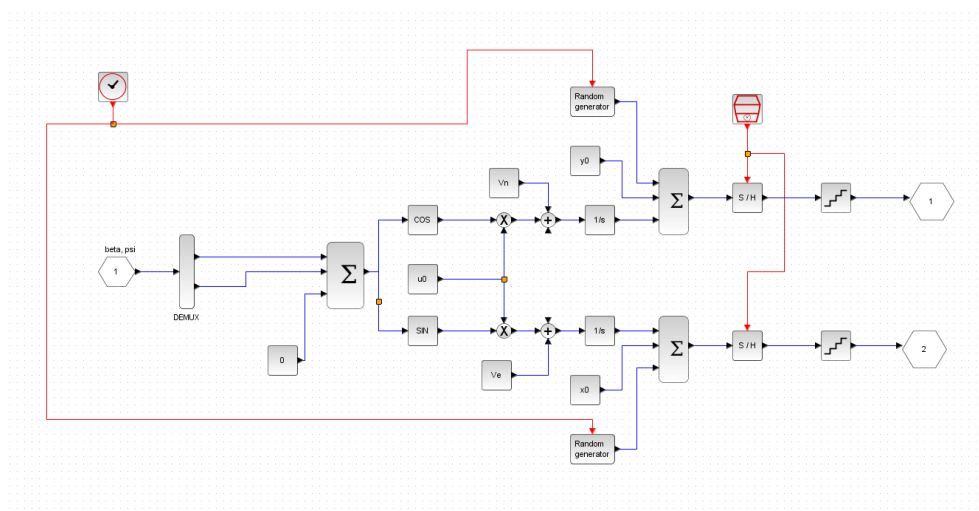


Figura 8: Diagrama de Blocos do Sistema GPS

## 6 Patrulha

O objetivo último do trabalho sempre foi a realização de um circuito horizontal de patrulha simulado ao longo tempo. Com o bom seguimento de rumo conseguido utilizando o método de LQR e com a implementação do sistema de GPS, implementamos a realização deste circuito utilizando um conjunto de pontos que o definiam (localizados no início e no fim das retas e curvas) e, começando num ponto inicial, o sistema calculava o rumo a tomar de maneira a chegar ao próximo ponto. Estando nas vizinhanças do mesmo (tomamos a liberdade de escolher esta distância como 200 m), o sistema decidia que tinha chegado a esse ponto e seguia em direção ao próximo.

Uma das limitações impostas neste voo era um limite de  $30^\circ$  no ângulo de rolamento, limite este que era facilmente ultrapassado se o degraú no ângulo de rumo fosse demasiado elevado. Para tal, decidimos que o sistema não poderia debitar uma referência de rumo que diferísse da atual por mais de um certo valor. Primeiro começamos por calcular o valor do raio mínimo da curva coordenada que a aeronave poderia realizar sem ultrapassar os  $30^\circ$  no ângulo de rolamento. Isto calculou-se utilizando:

$$\dot{\psi} = \frac{g}{U_0} \tan(\phi_{max}) \quad (6.1)$$

$$\dot{\psi} = \frac{U_0}{r_{min}} \quad (6.2)$$

Resultando em:

$$r_{min} = \frac{U_0^2}{g \tan(\phi_{max})} \quad (6.3)$$

E num raio mínimo de 1273.7 m. Utilizando a resposta a um degrau realizada em LQR, deduziu-se que para obtermos um declive  $\psi = U_0/r_{min}$ , o ganho ao degrau no rumo de referência teria de ser no mínimo 1.8 (para um degrau de  $U_0/r_{min}$ ), mas isto não se verificou durante as simulações. Só com um ganho de 4.25 é que se verificou o seguimento da curva com  $r = r_{min}$  e  $|\phi| < 30^\circ$ .

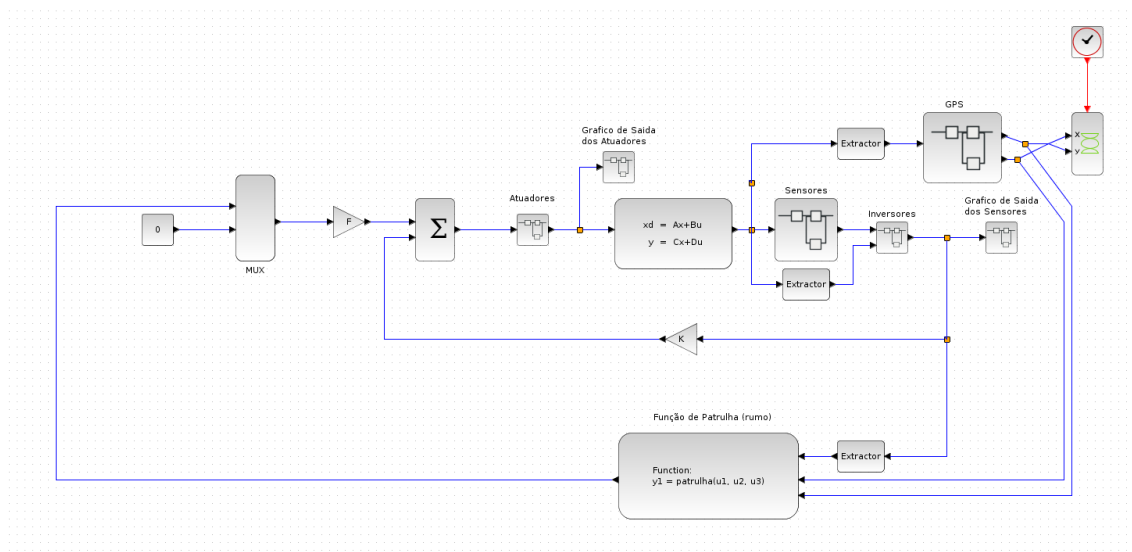


Figura 9: Diagrama de Blocos do Modelo Completo.

Como não havia indicações no enunciado, a simulação foi realizada sem vento com uma duração de 640 s tendo sido obtidos os seguintes gráficos:

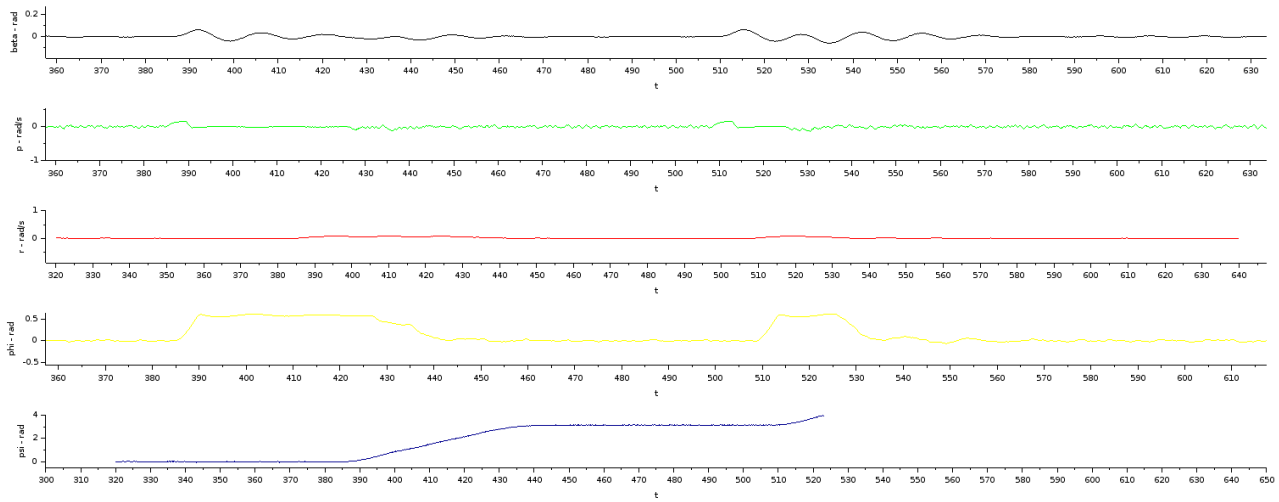


Figura 10: Saídas da aeronave em alguns períodos do voo.

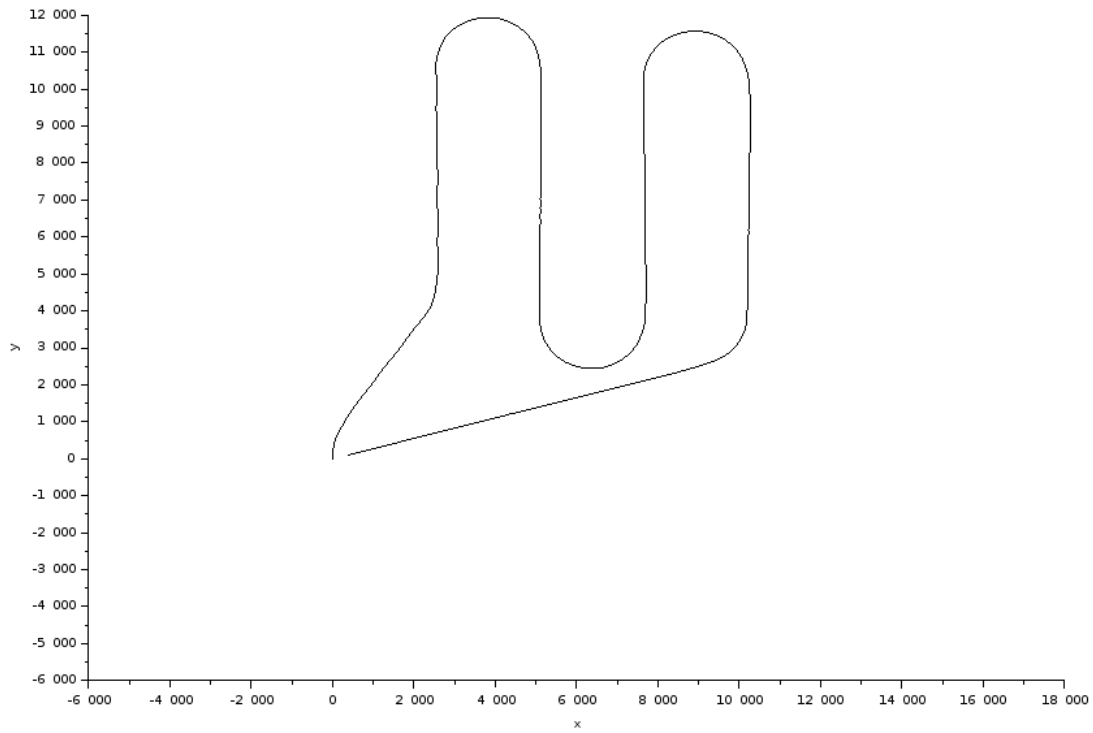


Figura 11: Seguimento do circuito pela aeronave.

Verificámos então o seguimento correto do rumo da aeronave e a correta implementação do piloto automático da aeronave. As referências introduzidas na matriz de patrulha foram todas seguidas corretamente seguidas do retorno ao ponto de partida. Nos gráficos da 10 observa-se que o ângulo de rolamento não ultrapassa os  $30^\circ$  (um pouco mais de 0.5 rad) aquando das voltas coordenadas e que as perturbações nas outras variáveis de saída são pequenas e atenuadas.

## 7 Conclusões

Verificámos ao longo da execução do projeto que controlar um caça é bastante diferente de um avião mais convencional, principalmente devido à fraqueza relativa do estabilizador vertical em relação aos *aileron*s, que tornam o rolamento holandês muito difícil de estabilizar adequadamente.

Verificámos que o controlo MIMO através de LQR do modelo foi satisfatório na forma como levou ao correto seguimento de uma referência constante, apesar de não ser capaz de seguir uma entrada de rampa. Percebemos que o ângulo de rolamento tinha variações rápidas, ou seja, a sua constante de tempo era relativamente baixa, o que está de acordo com as nossas noções de uma aeronave deste tipo. No entanto, parece-nos que o seguimento de  $\psi$  não é tão rápido como seria expectável. Presumimos que tal se ocorra devido ao facto de apesar de realizarem rotações rápidas, as curvas mais apertadas são realizadas com o auxílio do leme de profundidade, que não pertence às entradas de movimento lateral.

A adição de sensores veio trazer ruído ao sistema mas este fator foi praticamente inconsequente, excluindo o problema da determinação do rumo a seguir quando a aeronave se desloca para Norte, devido à descontinuidade no ângulo de rumo nesse ponto. Esse problema foi resolvido posteriormente adicionando uma entrada com a saída de rumo original do sistema e a diferença fosse adicionada antes do sistema ser realimentado, mantendo assim o ruído criado pelo modelo de sensor e permitindo a continuação de uma boa simulação.

É importante referir que não foram implementadas as fases de aterragem e descolagem do voo de patrulha, pois essas componentes do circuito não nos eram pedidas e dizem respeito a uma simulação que inclui os modos longitudinais que o nosso modelo não engloba. Seria interessante juntar um modelo longitudinal a este de forma a completar a simulação e ver de que forma o uso do leme de profundidade poderia diminuir o raio de curvatura das curvas do circuito de patrulha, se não se fizesse uso da volta coordenada.

## Referências

- [1] Azinheira, José Raul, *Controlo de Voo*, DEM,IST Fevereiro de 2019
- [2] Scilab Online Help  
[https://help.scilab.org/docs/6.0.2/en\\_US/](https://help.scilab.org/docs/6.0.2/en_US/)