

Задание

Наименование задачи:

Вид решения: программа и отчёт.

Реализация решения: язык C или C++.

Методом хорд найти хотя бы один вещественный корень уравнения, решение снабдить графиками функций и указать найденные корни.

$$5^x \sqrt{8^{x-1}} - 189 = 0;$$

$$x^3 - x^2 + 2x - 5 = 0;$$

$$2 \lg x^2 - 5 \lg^2 x - 4 = 0;$$

$$2 \sin(2x) - \cos(3x) = 0.5, x \in [0; 2\pi];$$

$$2x^3 - 7x^2 - 7x - 2.5 = 0.$$

Произвести оценку вычислительной сложности метода. Посчитать число итераций для решения уравнения с заданной точностью.

Task: Using the chord method, find at least one real root of the equation, supply the solution with graphs of functions and indicate the found roots.

Элементы теории

Укажем способ нахождения корня ξ уравнения $f(x) = 0$, лежащего на заданном отрезке $[a, b]$ таком, что $f(a) * f(b) < 0$.

Пусть для определенности $f(a) < 0$ и $f(b) > 0$. Тогда, вместо того чтобы делить отрезок $[a, b]$ пополам, более естественно разделить его в отношении $f(a):f(b)$. Это дает нам приближенное значение корня

$$x_1 = a + h_1, (1)$$

$$\text{где } h_1 = -\frac{f(a)}{-f(a)+f(b)}(b-a) = -\frac{f(a)}{(f(b)-f(a))}(b-a). (2)$$

Далее, применяя этот прием к тому из отрезков $[a, x_1]$ или $[x_1, b]$, на концах которого функция $f(x)$ имеет противоположные знаки, получим второе приближение корня x_2 и так далее.

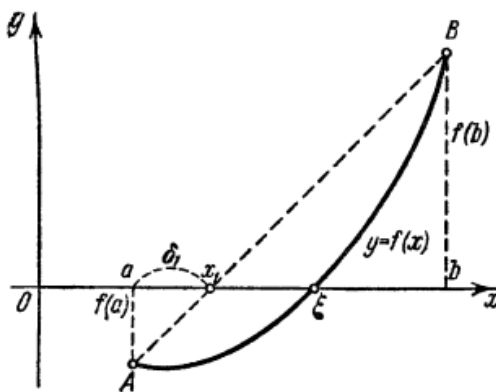


Рис. 1.

Геометрически способ пропорциональных частей эквивалентен замене кривой $y = f(x)$ хордой, проходящей через точки $A(a, f(a))$ и $B(b, f(b))$ (рис. 1). В самом деле, уравнение хорды AB есть $\frac{x-a}{b-a} = \frac{y-f(a)}{f(b)-f(a)}$.

Отсюда, полагая $x = x_1$ и $y = 0$, получим: $x_1 = a - \frac{f(a)}{f(b)-f(a)}(b-a)$. (1')

Формула (1') полностью эквивалентна формулам (1) и (2).

Листинг программы

```
#include <iostream>

#include <math.h>

using namespace std;

double equation(double, int);

int main() {

    setlocale(LC_ALL, "Russian");

    const double pi = 3.1415926535;

    int n;

    cout << "Введите номер уравнения" << endl;

    cin >> n;

    if (!(n >= 1 && n <= 5)){

        cout << "Нет уравнения с таким номером" << endl;

        return 0;

    }
```

```

double left_bound, right_bound;

cout << "Введите границы отрезка" << endl;

cin >> left_bound >> right_bound;

double e;

cout << "Введите точность решения" << endl;

cin >> e;

if (!(equation(left_bound, n) * equation(right_bound, n) < 0)) {

    cout << "Границы отрезка не удовлетворяют условиям метода" << endl;

    return 0;

}

if ((n == 4) && !(left_bound >= 0 && right_bound <= 2 * pi)){

    cout << "Границы отрезка не удовлетворяют условиям задания" << endl;

    return 0;

}


int iterations = 0;

double prev_solution, solution; //Приближенные корни

do {

    prev_solution = solution;

    solution = left_bound - (equation(left_bound, n) / (equation(right_bound, n) -
equation(left_bound, n))) * (right_bound - left_bound);

    iterations++;

    if(equation(solution, n) == 0) {

        goto END; //График функции - прямая

    }

    if (equation(left_bound, n) * equation(solution, n) < 0) {

        right_bound = solution;

    }

    else {

```

```

        left_bound = solution;

    }

} while (fabs(prev_solution - solution) > e);

END:

cout << "Корень уравнения: x = " << solution << endl;

cout << "Количество итераций: " << iterations << endl;

cout << "Проверка решения: f(solution) = " << equation(solution,n) << endl;

return 0;

}

double equation(double x, int n) {

    if (n == 1) {

        return pow(5, x) * sqrt(pow(8, x - 1)) - 189;

    }

    if (n == 2) {

        return pow(x, 3) - pow(x, 2) + 2 * x - 5;

    }

    if (n == 3) {

        return 2 * log10(pow(x, 2)) - 5 * pow(log10(x), 2) - 4;

    }

    if (n == 4) {

        return 2 * sin(2 * x) - cos(3 * x) - 0.5;

    }

    if (n == 5) {

        return 2 * pow(x, 3) - 7 * pow(x, 2) - 7 * x - 2.5;

    }

}

```

Вывод программы

Введите номер уравнения

1

Введите границы отрезка

0 3.5

Введите точность решения

0.0001

Корень уравнения: $x = 2.37062$

Количество итераций: 58

Проверка решения: $f(\text{solution}) = -0.247555$

Введите номер уравнения

2

Введите границы отрезка

-1 3

Введите точность решения

0.001

Корень уравнения: $x = 1.63903$

Количество итераций: 13

Проверка решения: $f(\text{solution}) = -0.00524048$

Введите номер уравнения

3

Введите границы отрезка

-2 4.84

Введите точность решения

0.001

Границы отрезка не удовлетворяют условиям метода

Введите номер уравнения

4

Введите границы отрезка

0.127 1.25

Введите точность решения

0.001

Корень уравнения: $x = 0.298656$

Количество итераций: 3

Проверка решения: $f(\text{solution}) = 8.10484e-05$

Введите номер уравнения

5

Введите границы отрезка

3.6 5

Введите точность решения

0.001

Корень уравнения: $x = 4.3669$

Количество итераций: 6

Проверка решения: $f(\text{solution}) = -0.00508901$

Введите номер уравнения

5

Введите границы отрезка

4 5.4

Введите точность решения

0.001

Корень уравнения: $x = 4.36655$

Количество итераций: 6

Проверка решения: $f(\text{solution}) = -0.0213697$

Введите номер уравнения

5

Введите границы отрезка

3.6 5

Введите точность решения

0.0001

Корень уравнения: $x = 4.36699$

Количество итераций: 7

Проверка решения: $f(\text{solution}) = -0.00111301$

Введите номер уравнения

5

Введите границы отрезка

3.6 5.5

Введите точность решения

0.001

Корень уравнения: $x = 4.36681$

Количество итераций: 8

Проверка решения: $f(\text{solution}) = -0.00926498$

Введите номер уравнения

5

Введите границы отрезка

3.6 5.5

Введите точность решения

0.0001

Корень уравнения: $x = 4.36699$

Количество итераций: 10

Проверка решения: $f(\text{solution}) = -0.00109954$

Выводы

Результаты работы показали, что количество итераций цикла зависит от длины отрезка, на котором ищется приближенное решение уравнения, от задаваемой точности и функции $y = f(x)$, для которой ищется корень. Значения функций в соответствующих найденных точках несильно отличаются от нуля.

Заключение

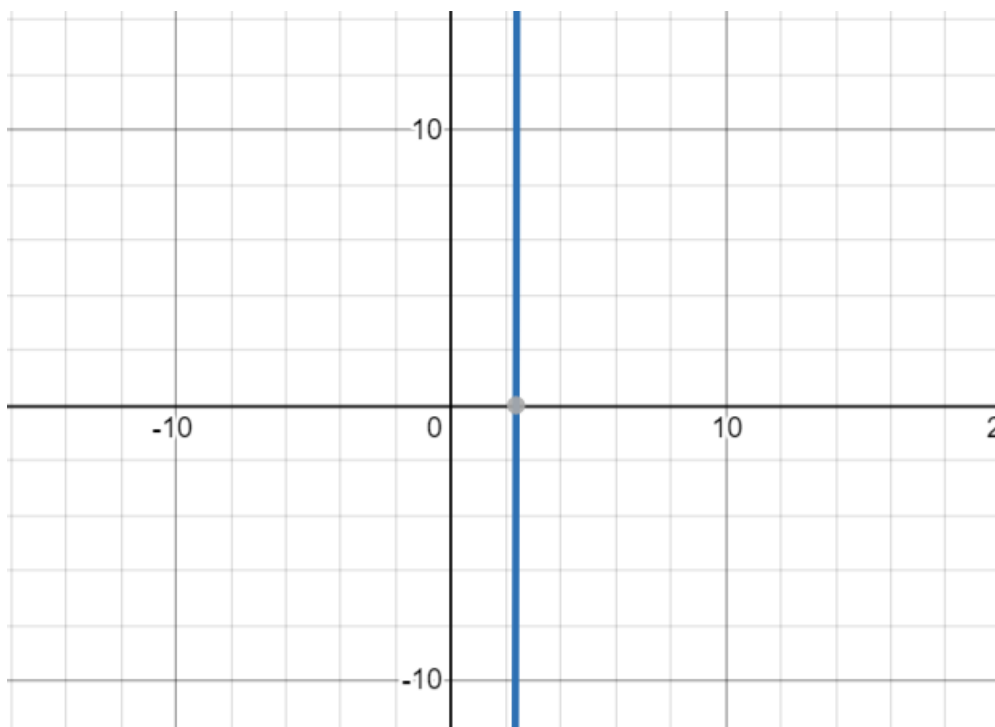
В ходе выполнения домашнего задания были изучены теоретические основы метода хорд для приближенного решения уравнений. Также был реализован алгоритм на языке C++. Проверка найденных решений продемонстрировала, что алгоритм можно считать правильным.

Список литературы

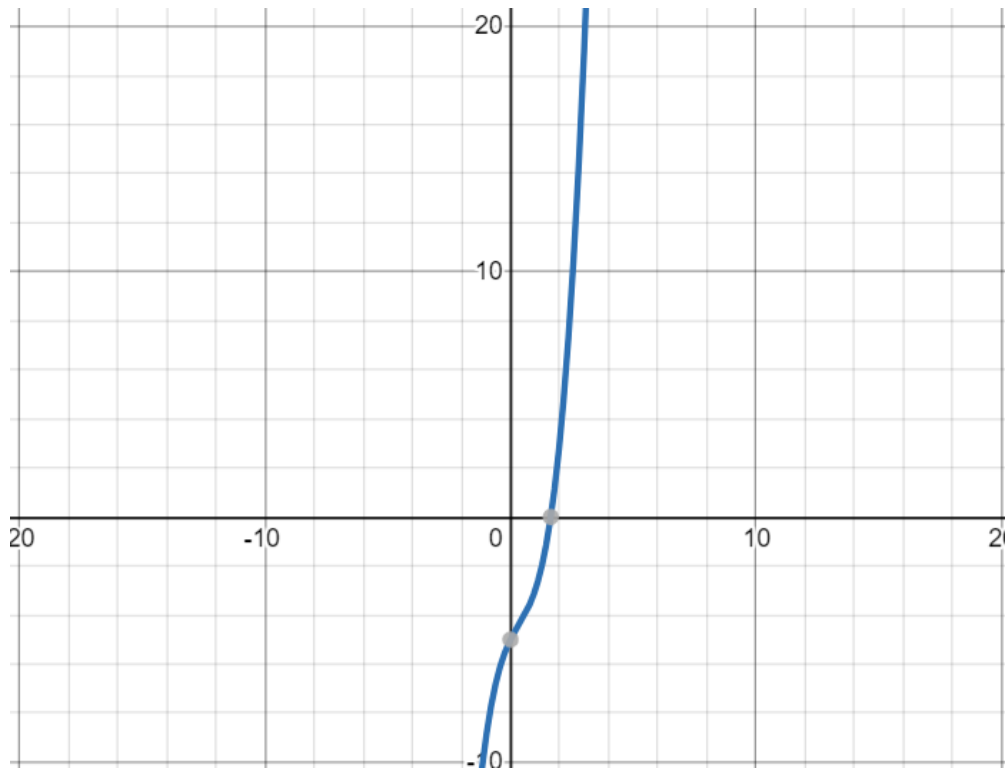
1. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики // М.: Наука, 1970. – 664 с.

Приложение

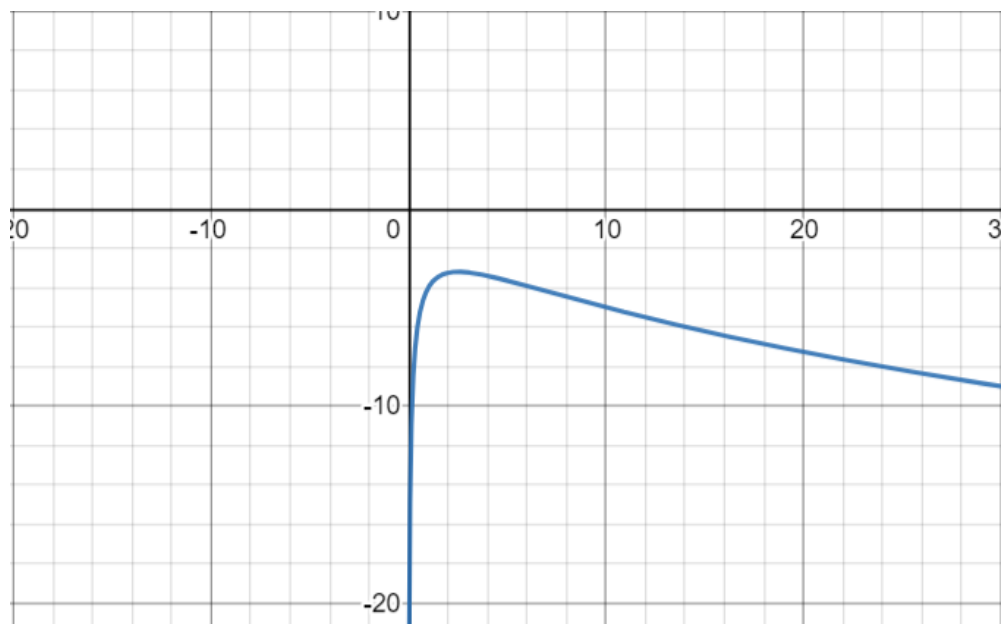
$$5^x \sqrt{8^{x-1}} - 189 = 0$$



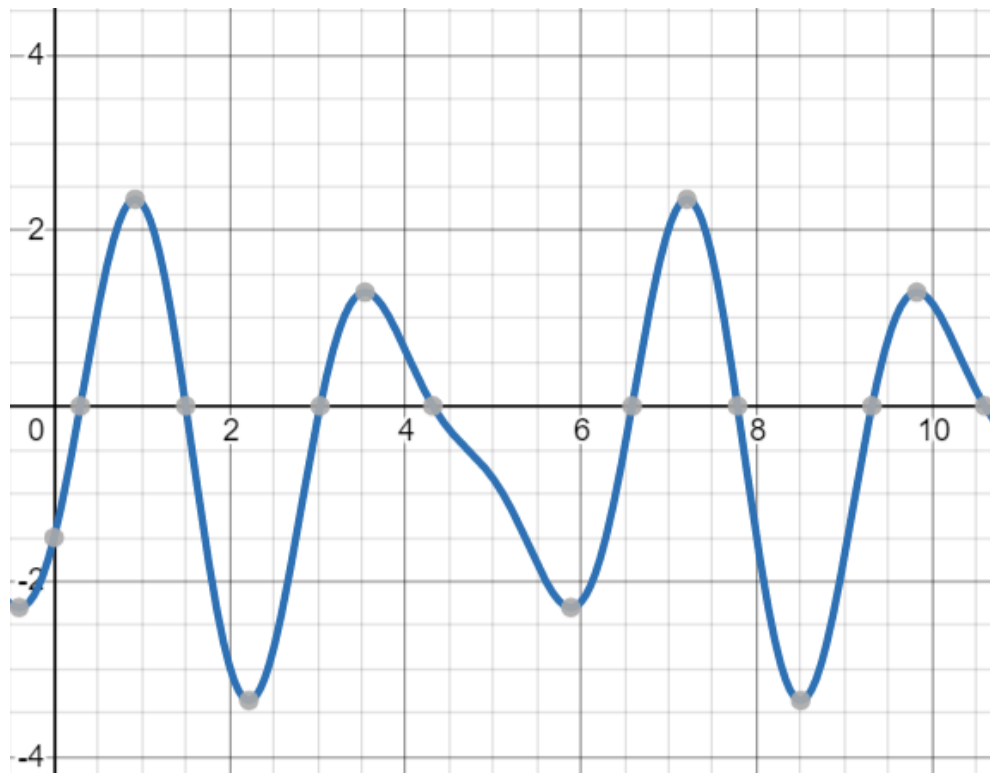
$$x^3 - x^2 + 2x - 5 = 0$$



$$2 \lg x^2 - 5 \lg^2 x - 4 = 0$$



$$2 \sin(2x) - \cos(3x) = 0.5, x \in [0; 2\pi]$$



$$2x^3 - 7x^2 - 7x - 2.5 = 0$$

