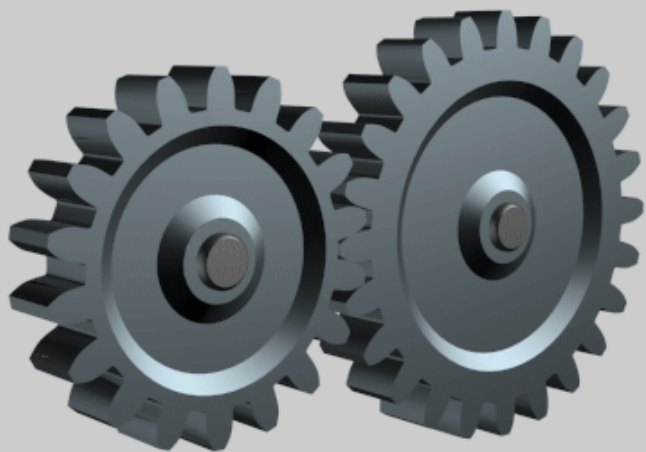


第五章 齿轮机构及其设计

§ 5-1 齿轮机构的应用及分类

Unregistered HyperCam



(avi)

特点：结构紧凑，工作可靠，效率高，寿命长，能保证恒定或准确的传动比，传递功率大，适用的速度范围大，可以用来传递任意两轴间的运动和动力；制造安装费用较高，低精度齿轮传动的振动噪声较大。

典型的齿轮传动

齿轮机构是通过一对对齿面的依次啮合来传递两轴之间的运动和动力的，根据一对齿轮实现传动比的情况，它可以分为定传动比和变传动比齿轮机构。

本章仅讨论实现定传动比的圆形齿轮机构。

齿轮机构分类

用于平行轴间传动的齿轮机构

内啮合齿轮传动
外啮合齿轮传动
齿轮齿条传动

直齿轮传动
斜齿轮传动
人字齿轮传动

用于相交轴间传动的齿轮机构

圆锥齿轮传动
人字齿轮传动

直齿
斜齿
曲齿

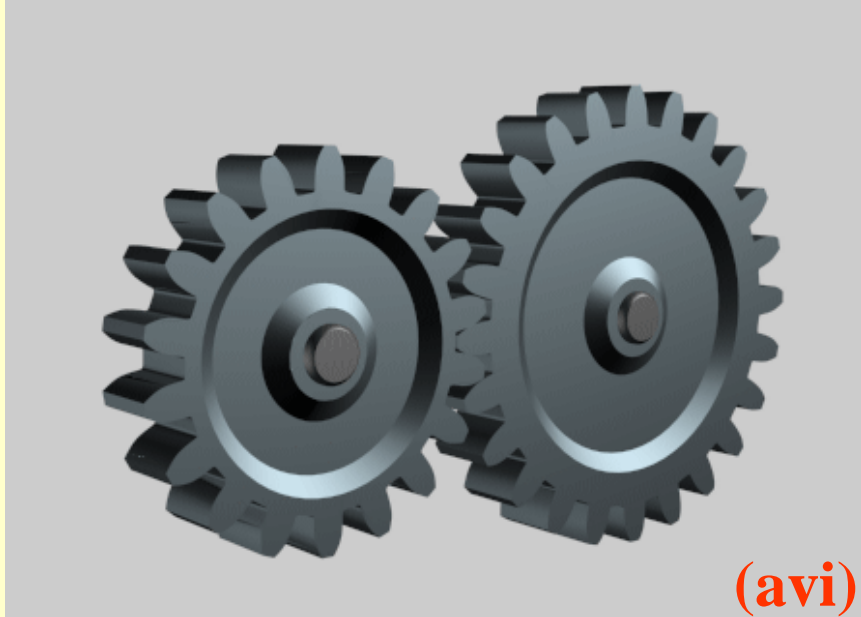
用于交错轴间传动的齿轮机构

螺旋齿轮传动
蜗轮蜗杆传动

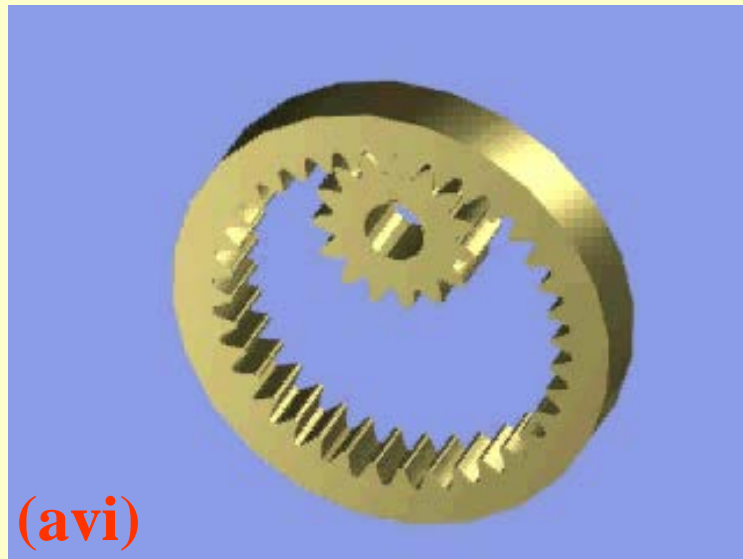
1. 用于平行轴之间传递的齿轮机构

(1) 直齿圆柱齿轮机构

Unregistered HyperCam



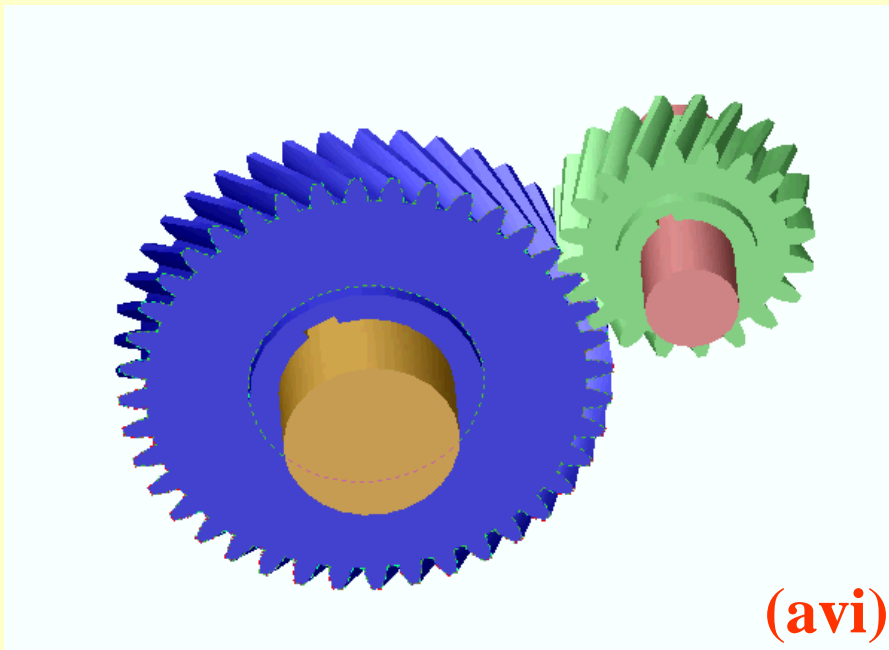
外啮合齿轮传动



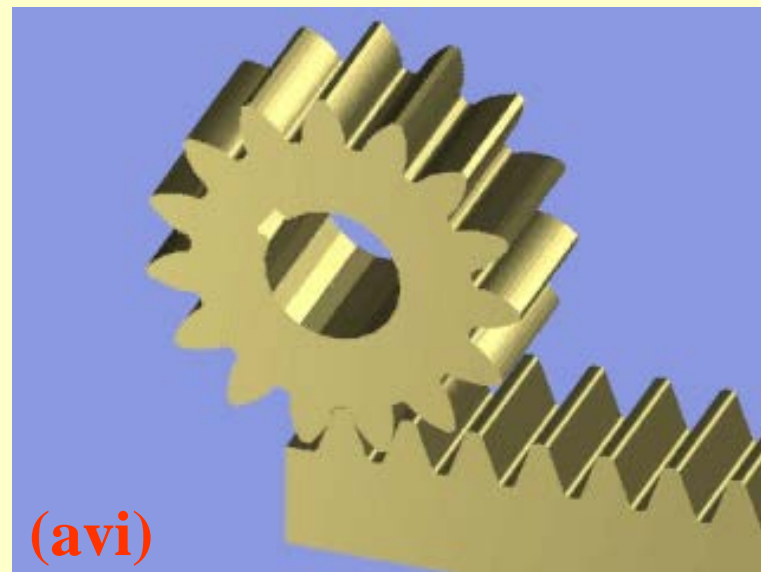
内啮合齿轮传动

- a. 轮齿分布在圆柱上，且与其轴线平行；
- b. 外啮合齿轮转向相反，内啮合齿轮转向相同。

(2) 斜齿圆柱齿轮机构

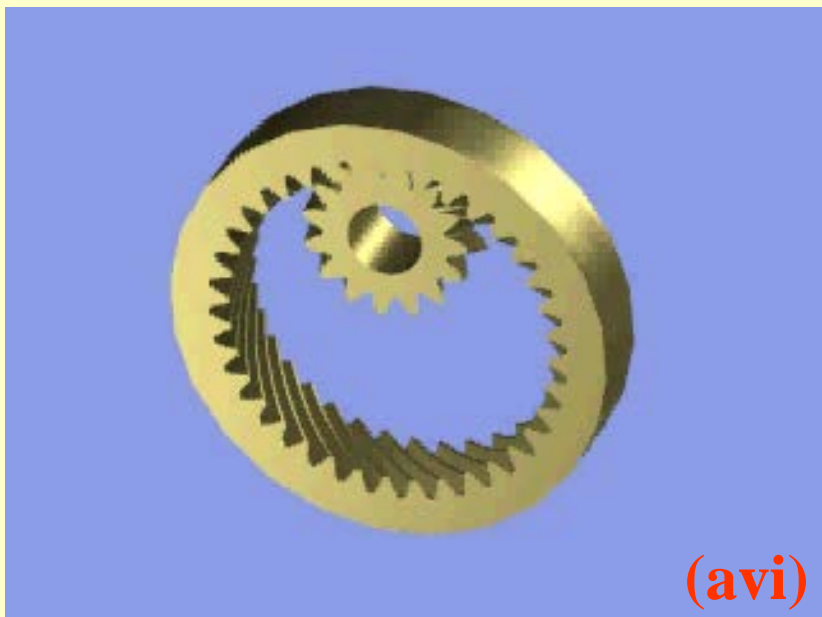


外啮合齿轮传动



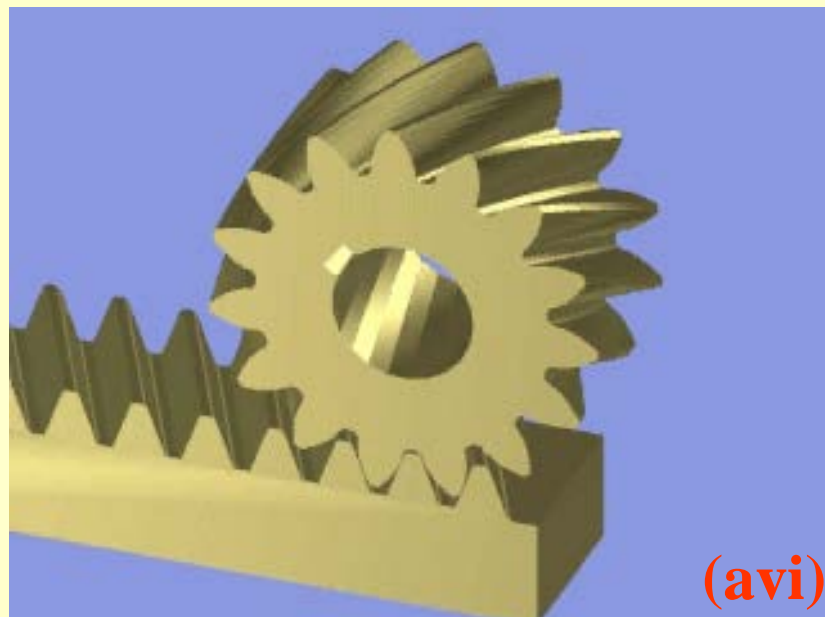
齿轮齿条传动

特点：轮齿与其轴线倾斜；传动平稳，适合于高速传动，但有轴向力；有外啮合、内啮合和齿轮齿条传动类型。



(avi)

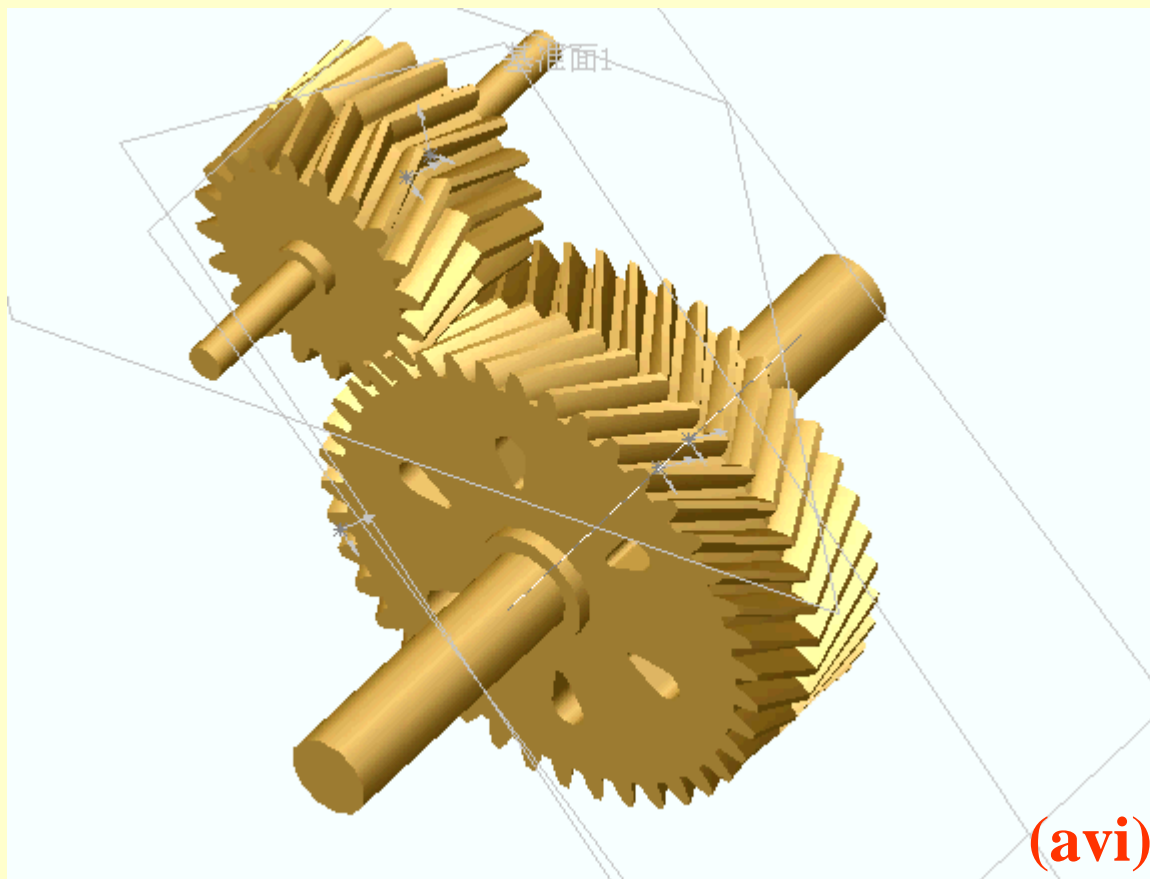
内啮合圆柱齿轮机构



(avi)

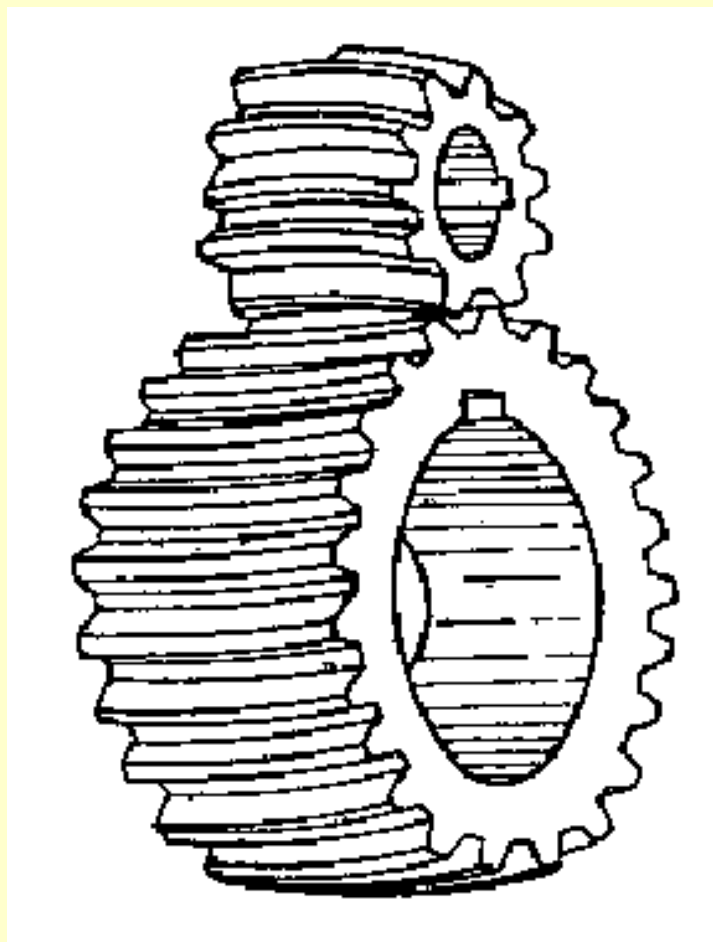
齿轮齿条机构

(3) 人字齿圆柱齿轮机构

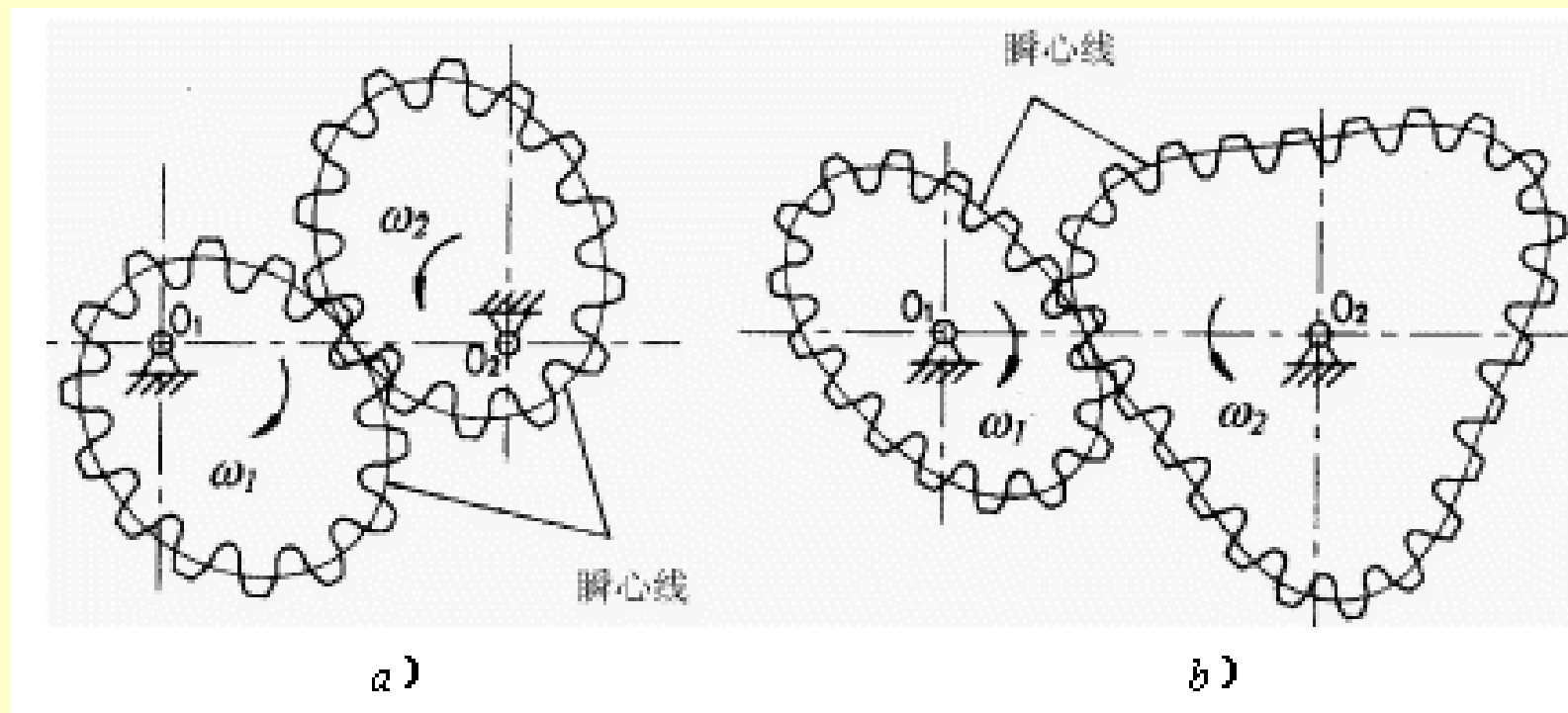


特点：由两排旋向相反的斜齿轮对称组成，其轴向力被相互抵消。适合高速和重载传动，但制造成本较高。

曲线齿圆柱齿轮机构

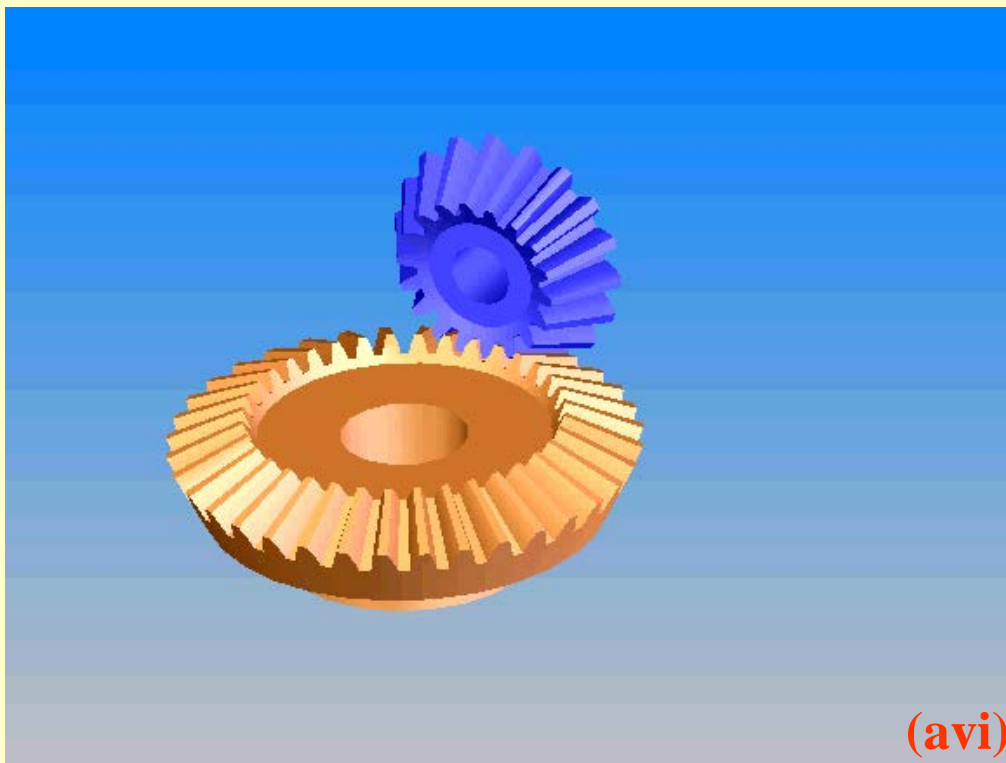


(4) 非圆齿轮机构



特点：轮齿分布在非圆柱体上，可实现一对齿轮的变传动比。需要专用机床加工，加工成本较高，设计难度较大。

2. 相交轴之间传递运动 ——圆锥齿轮机构



直齿圆锥齿轮机构

特点：轮齿沿圆锥母线排列于截锥表面，是相交轴齿轮传动的基本形式。制造较为简单。

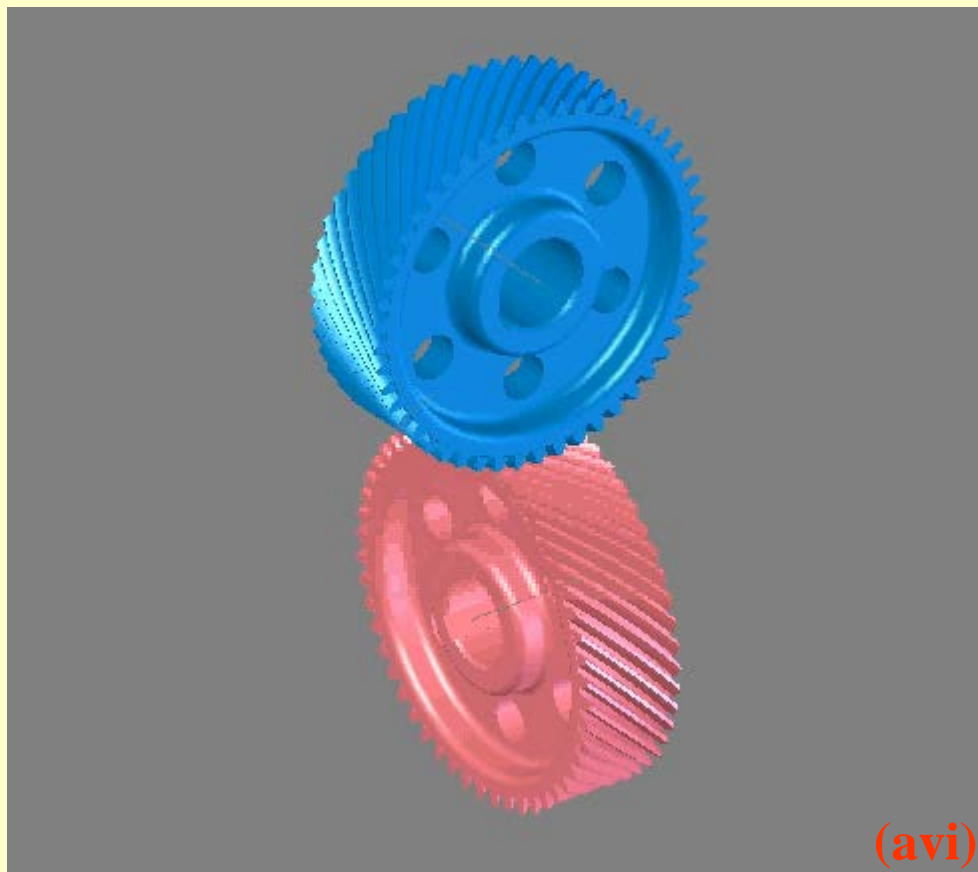


(avi)

斜齿圆锥齿轮机构

3. 交错轴之间传递运动

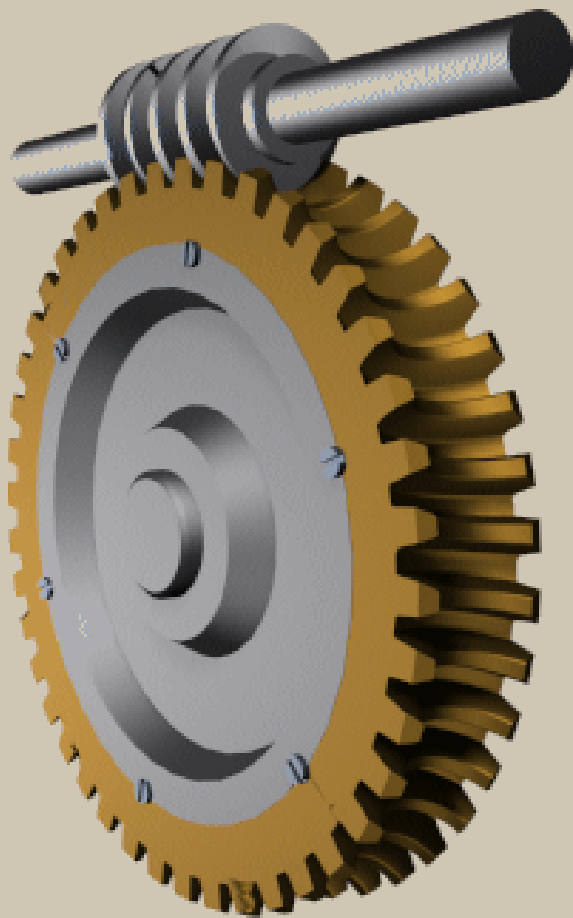
(1) 交错轴斜齿圆柱齿轮机构



特点：两螺旋角数值不等的斜齿轮啮合时，可组成两轴线任意交错传动，两轮齿为点接触，且滑动速度较大，主要用于传递运动或轻载传动。

(2) 蜗杆蜗轮传动

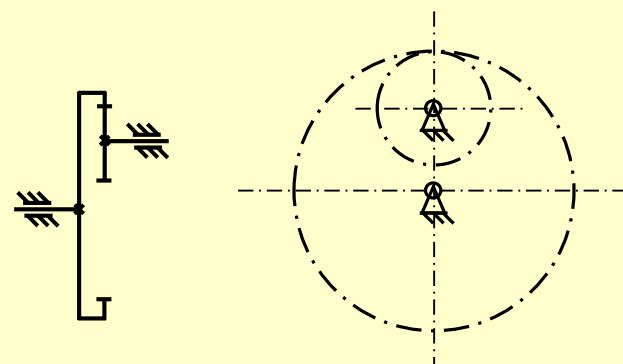
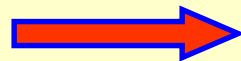
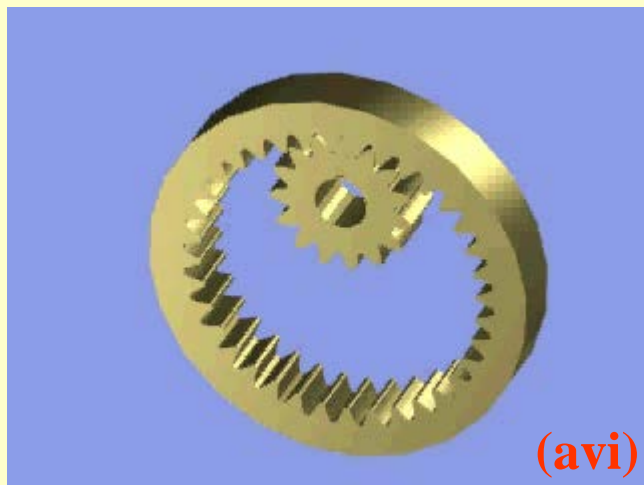
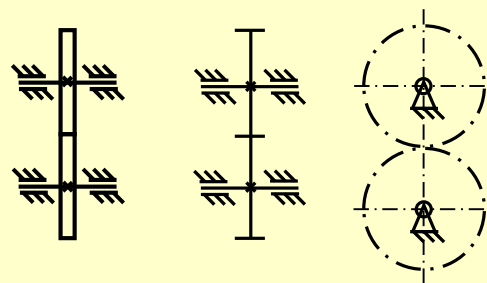
Unregistered HyperCam



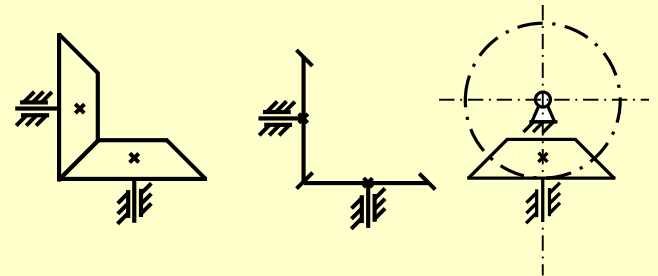
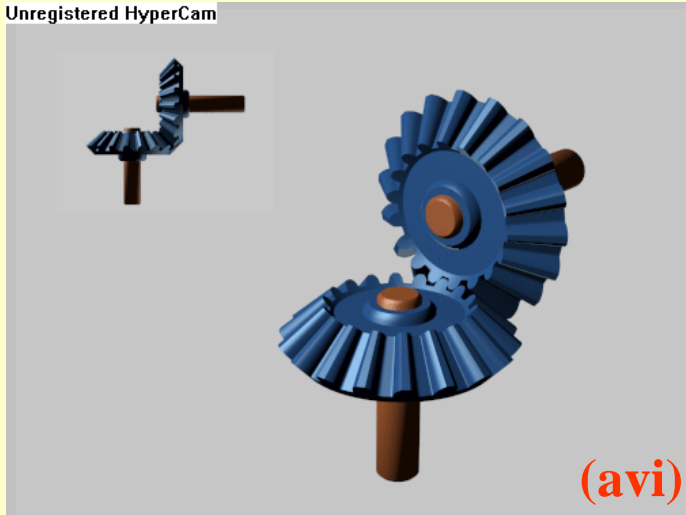
(avi)

特点：蜗杆蜗轮传动多用于两轴交错角为 90° 的传动，其传动比大，传动平稳，具有自锁性，但效率较低。

4. 齿轮机构的机构运动简图



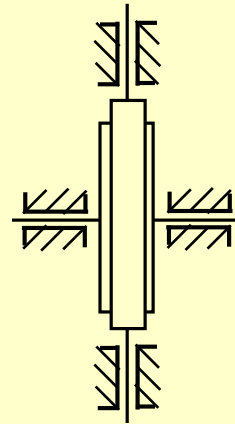
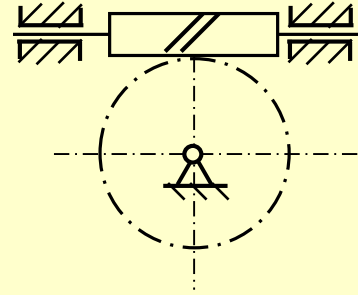
Unregistered HyperCam



Unregistered HyperCam



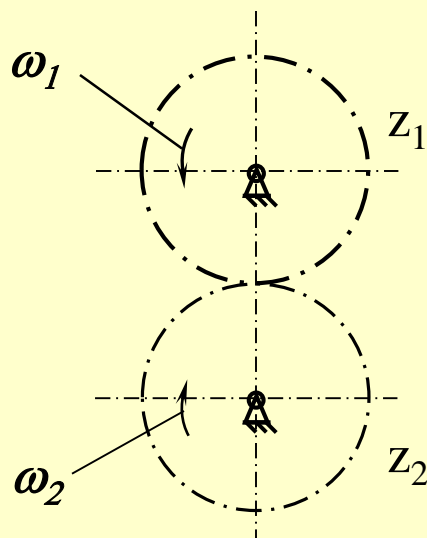
(avi)



5. 齿轮机构的功能

齿轮用于传递（变换）运动和力。

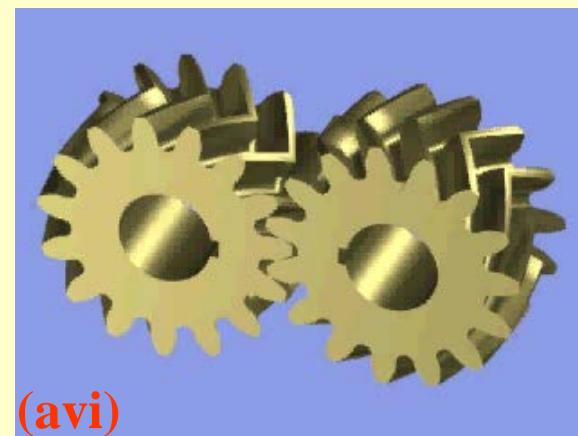
（1）转速大小的变换



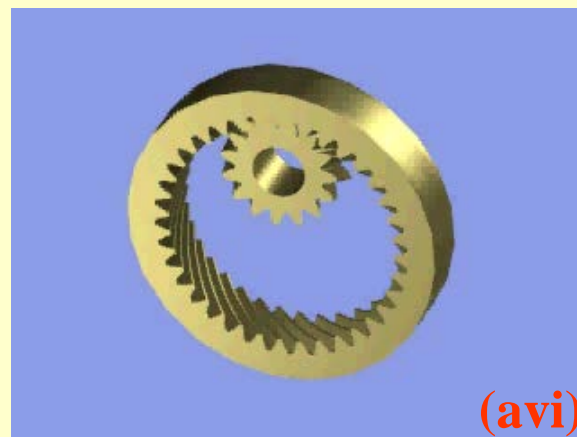
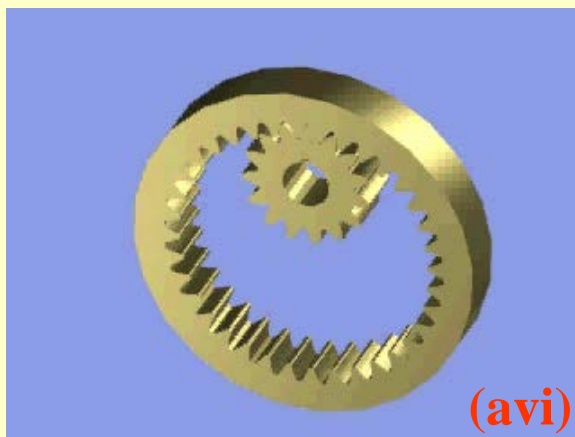
$$\omega_2 = \frac{z_1}{z_2} \omega_1$$

齿数比 $\frac{z_1}{z_2}$ 决定转速变换量

(2) 转速方向的变换

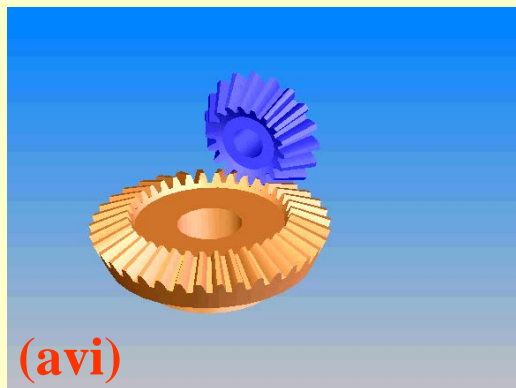


平行轴外啮合齿轮传动改变齿轮的回转方向

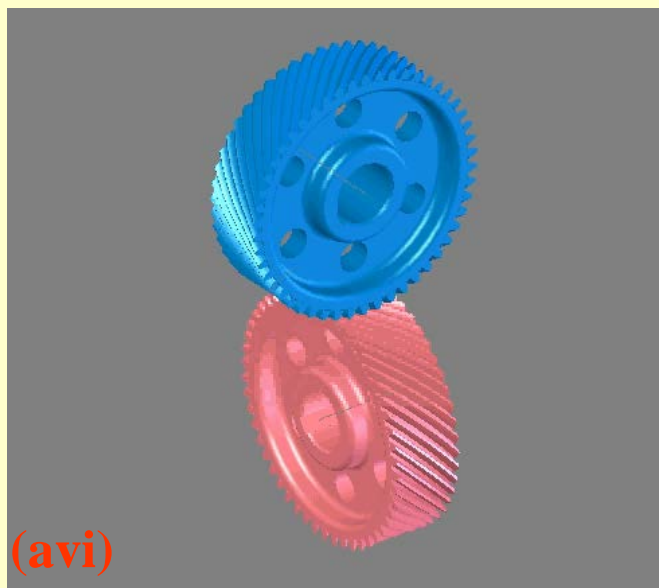


平行轴内啮合齿轮传动不改变齿轮的回转方向

(3) 改变运动的传递方向

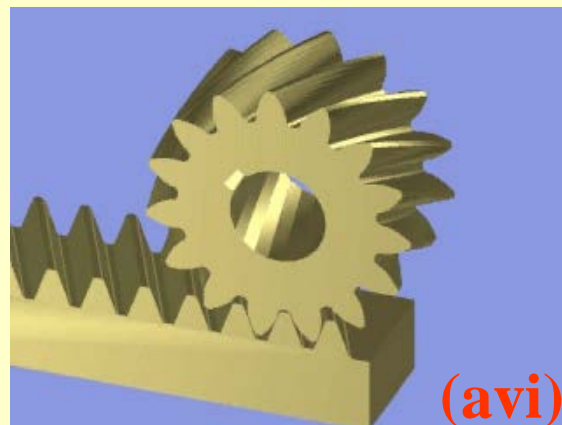
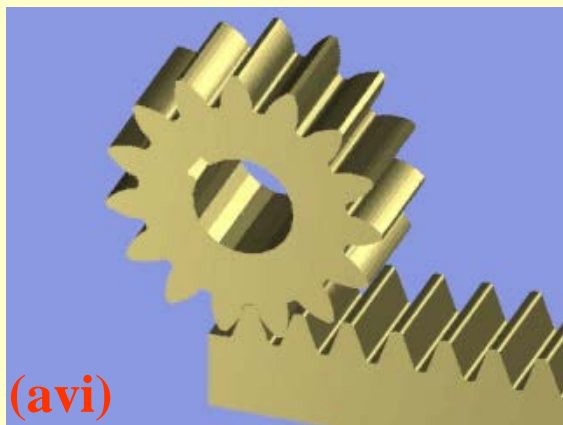


相交轴外啮合齿轮传动不仅改变齿轮的回转方向还改变运动的传递方向

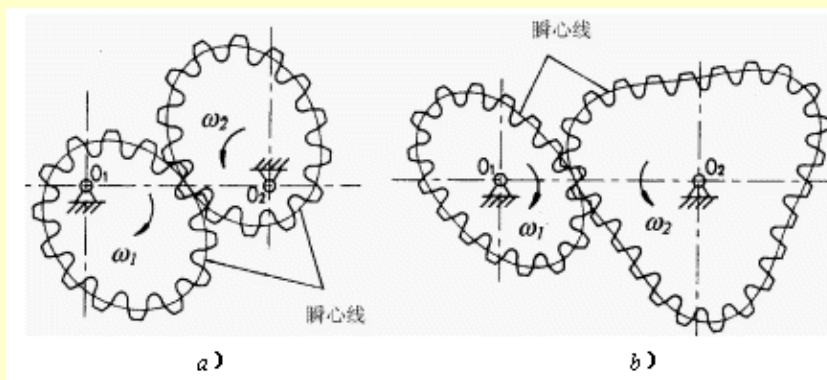


交错轴外啮合齿轮传动不仅改变齿轮的回转方向还改变运动的传递方向

(4) 改变运动特性



齿轮齿条传动可以把一个转动变换为移动，或者把一个移动变换为转动

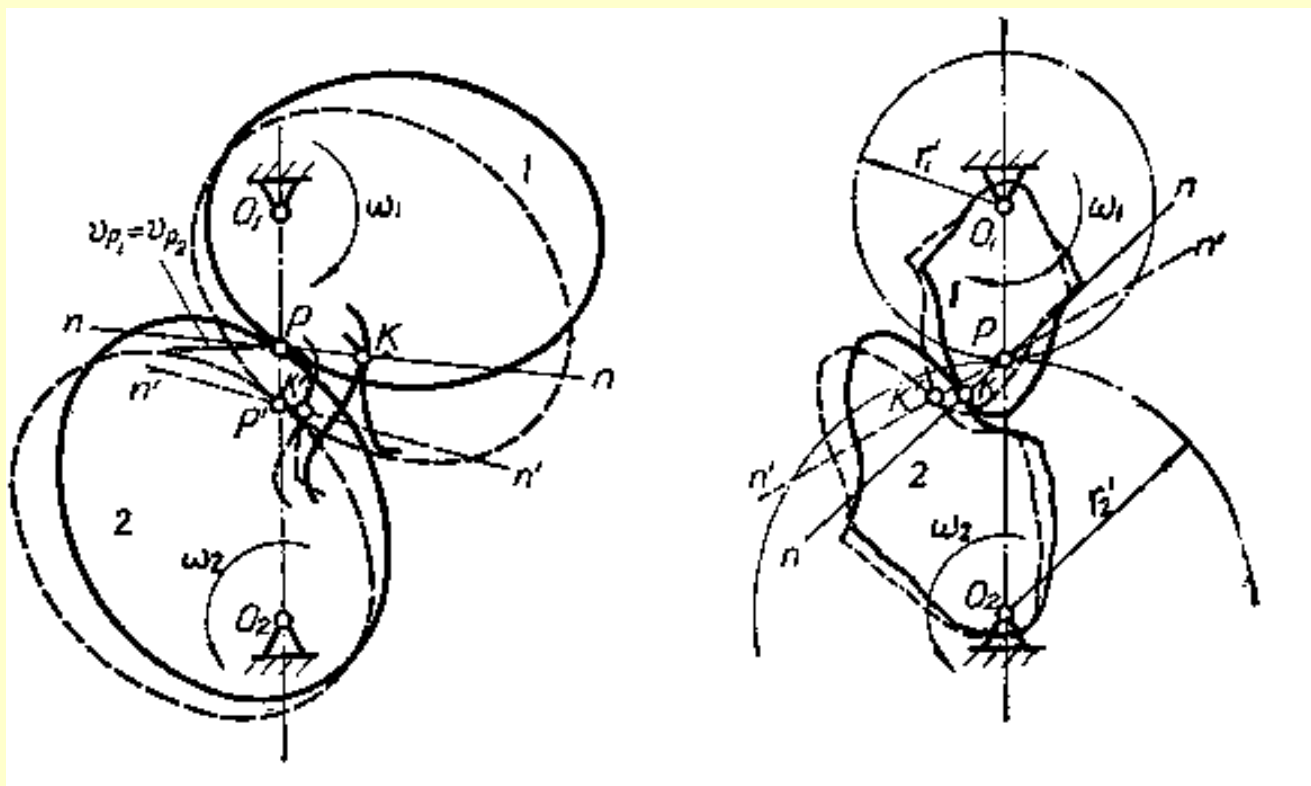


非圆齿轮传动可以把一个匀速转动变换为非匀速转动，或者把一个非匀速转动变换为匀速转动

§ 5-2 齿廓啮合基本定律

一、一对相互啮合的轮齿之间的传动：

齿轮1以角速度 ω_1 转动并以齿廓 g_1 推动齿轮2的齿廓 g_2 以 ω_2 角速度转动。

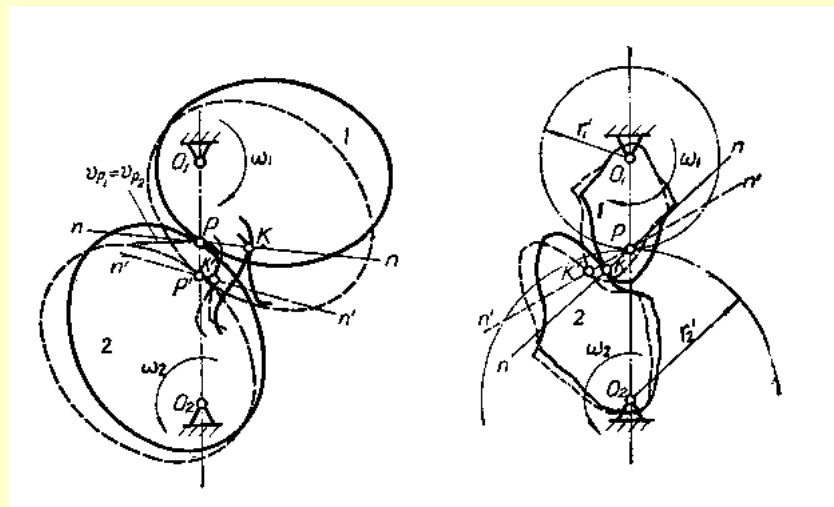


- 按三心定理，公法线n—n与二齿轮连心线的交点P为二齿轮的相对速度瞬心（啮合节点，简称节点），即二齿轮在P点上的线速度应相等：

$$\omega_1 \times \overline{O_1 P} = \omega_2 \times \overline{O_2 P}$$

- 由此得瞬时传动比*i*₁₂:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2 P}}{\overline{O_1 P}}$$



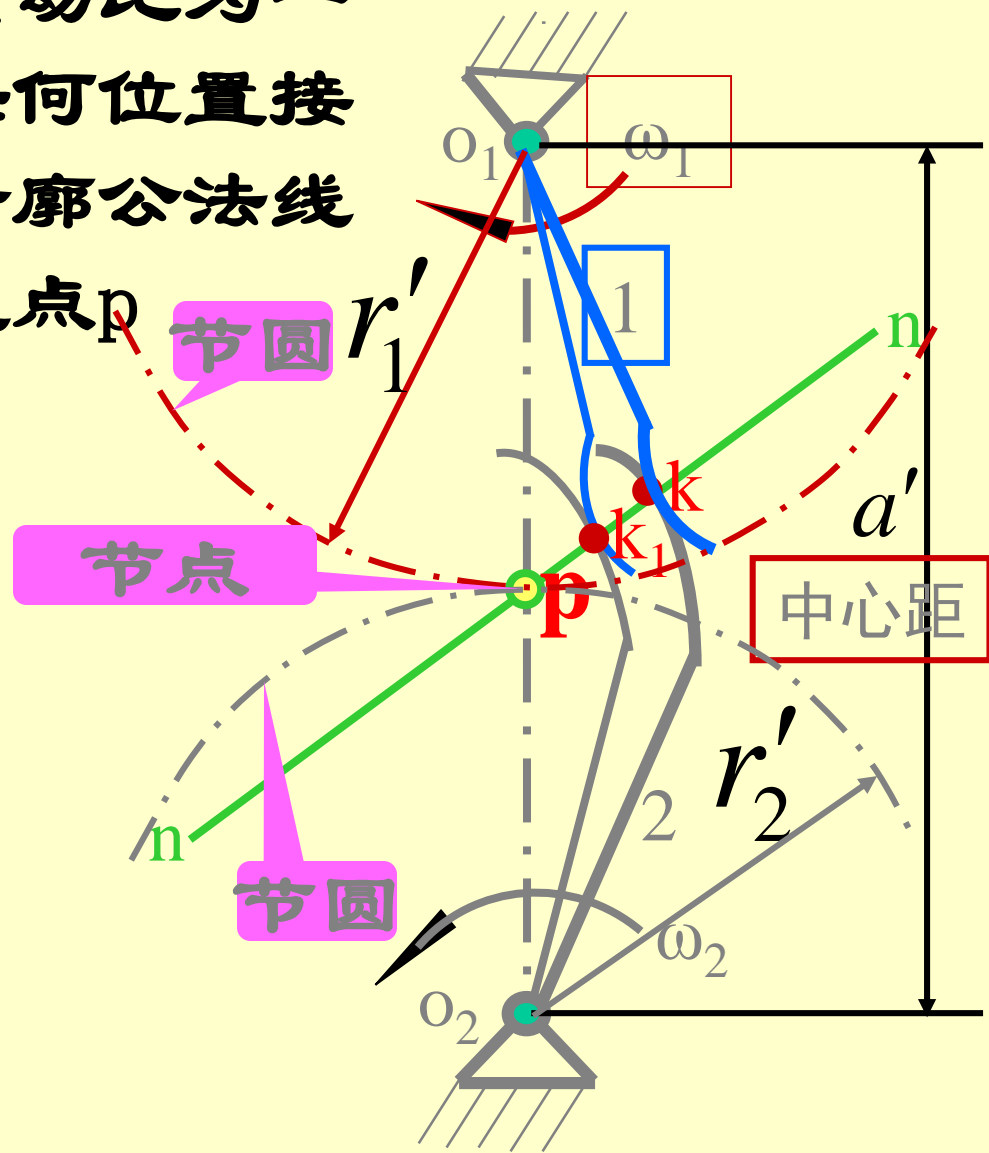
若要求一对齿轮按给定变化规律的传动比实现运动的传递，则两轮的齿廓曲线必须满足的条件是：在啮合传动的任一瞬时，两轮齿廓曲线在相应接触点的公法线必须通过按给定传动比确定的该瞬时的节点，这一条件称为**齿廓啮合的基本定律**。

该定律是各种平面齿轮机构轮齿齿廓正确啮合的基本条件。

圆形平面齿轮齿廓啮合基本定律

要使两齿轮的瞬时传动比为一常数，则不论两齿廓在任何位置接触，过接触点所作的两齿廓公法线都必须与连心线交于一定点p

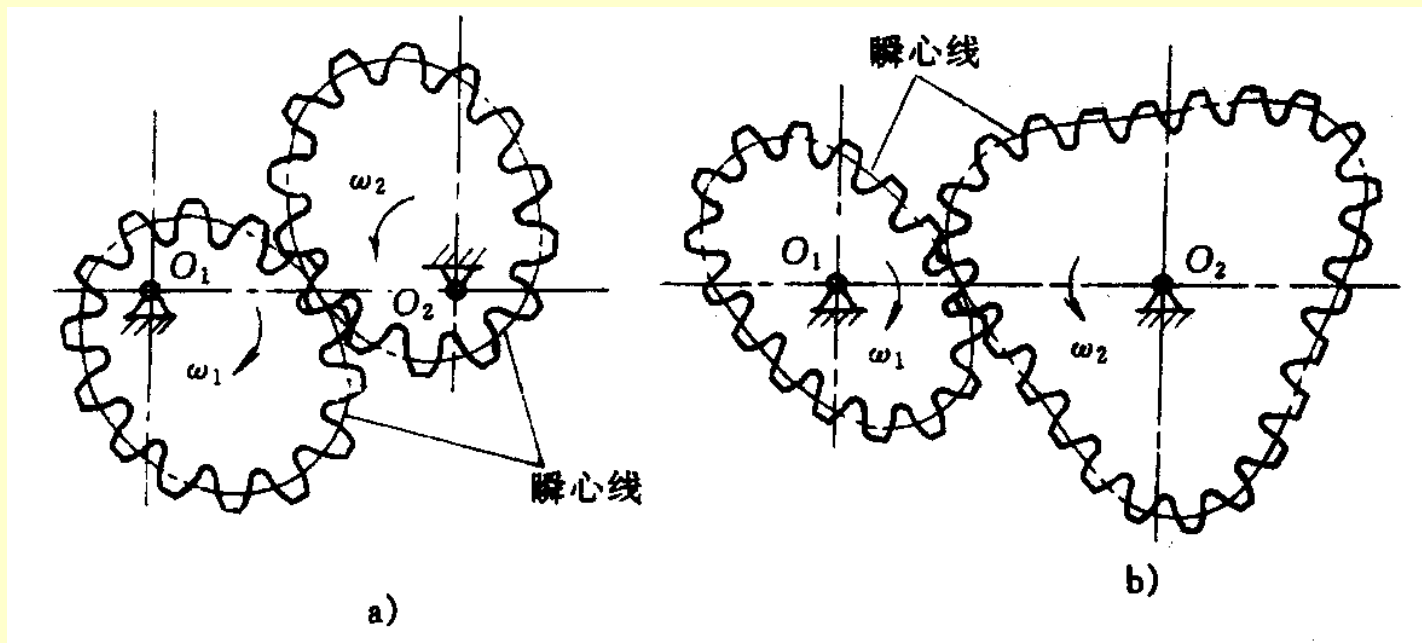
凡能满足齿廓啮合基本定律的一对齿廓称为共轲齿廓，理论上有无穷多对共轲齿廓，但从制造、安装、强度等多方面考虑，只有少数几种实用。其中以渐开线齿廓应用最广。本章介绍最常用的渐开线齿廓。



在齿轮机构中，相对速度瞬心P称为啮合节点，简称节点

- 为实现定传动比传动，要求两齿廓在任何位置啮合时，其节点P都为中心线上的一个**固定点**。
- 两齿轮啮合传动时，节点C在两轮各自运动平面内的轨迹称为**瞬心线(节曲线)**，
- 它们分别是以 O_1 、 O_2 为圆心，以 O_1P 、 O_2P 为半径的圆 C_1 和 C_2 ，称为齿轮的**节圆**。
- 故**节圆就是齿轮的瞬心线**，齿轮的啮合传动相当于其两节圆作无滑动的纯滚动。

- 若要求齿轮的传动比 i_{12} 按某一规律变化时，齿廓每个瞬时的啮合节点C就不再是固定点，而应在其中心线上按一定规律移动。
- 移动的节点C在两齿轮的各自运动平面内所形成的相对瞬心线也就不再是“圆”，而是某种“非圆曲线”。
- 实现变传动比运动的齿轮，其相对瞬心线（又称作节曲线）为非圆曲线。图5—2中给出两种非圆齿轮传动及其对应的瞬心线。



二、共轲齿廓的形成

- 凡能满足齿廓啮合基本定律的一对齿廓称为**共轲齿廓**。
- 共轲齿廓啮合时，两齿廓在啮合点相切，其啮合点的公法线通过节点C。理论上，只要给定一齿轮的齿廓曲线，并给定中心距
- $\overline{O_1O_2}$ 和传动比 i_{12} ，就可以求出与之共轲的另一齿轮的齿廓曲线。
- **共轲齿廓**可以用包络线法、齿廓法线法或动瞬心线法等方法求得。

二、共轭齿廓的形成

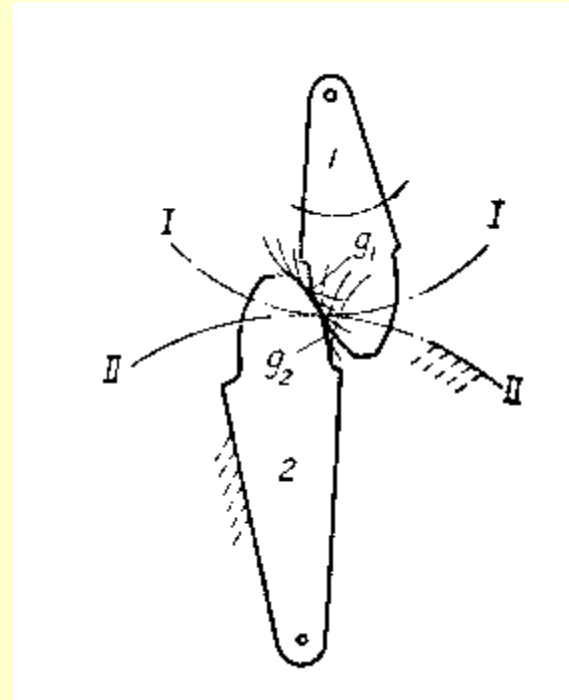
凡能满足齿廓啮合基本定律的一对齿廓称为**共轭齿廓**。

共轭齿廓啮合时，两齿廓在啮合点相切，其啮合点的公法线通过节点 P 。

理论上，只要给定一齿轮的齿廓曲线，并给定中心距和传动比 i_{12} ，就可以求出与之共轭的另一齿轮的齿廓曲线。

用包络线法生成共轭齿廓

- 如图所示，图中I、II为给定的一对瞬心线（相当于给定传动比和中心距），当I沿II作纯滚动时，与I相固结的齿廓 g_1 即可包络出齿廓 g_2 。

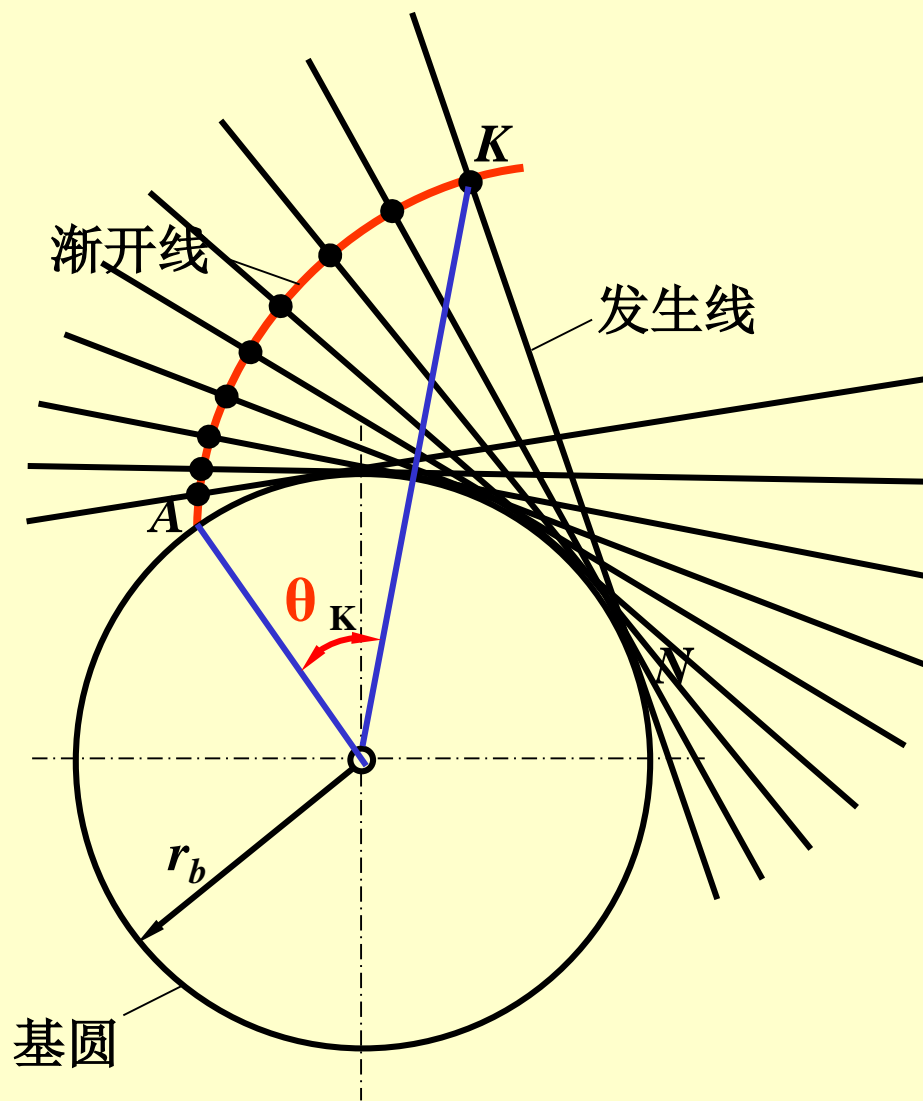


§ 5-3 渐开线与渐开线齿廓啮合传动的特点

一、渐开线的形成及其特性

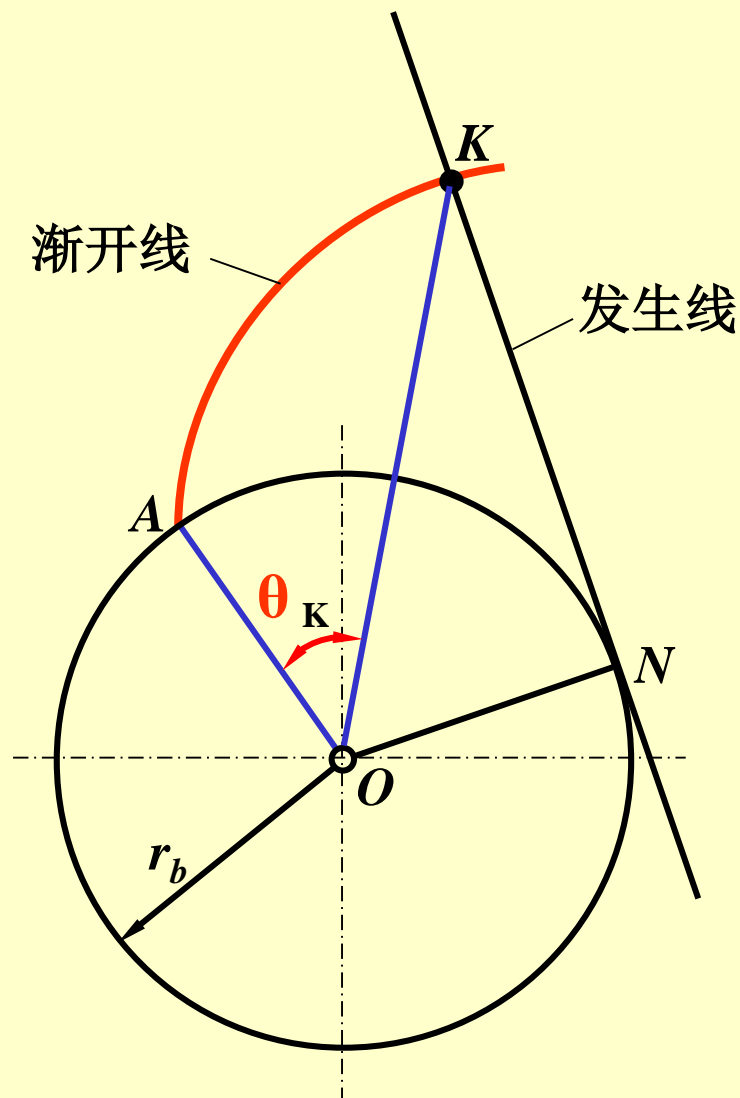
1. 渐开线的形成

当一直线沿半径为 r_b 的圆作纯滚动时，该直线上任一点 K 的轨迹称为该圆的**渐开线**，该圆称为渐开线的**基圆**，直线 $x-x$ 称为渐开线的**发生线**，角 θ_K 称为渐开线 AK 段的展角。

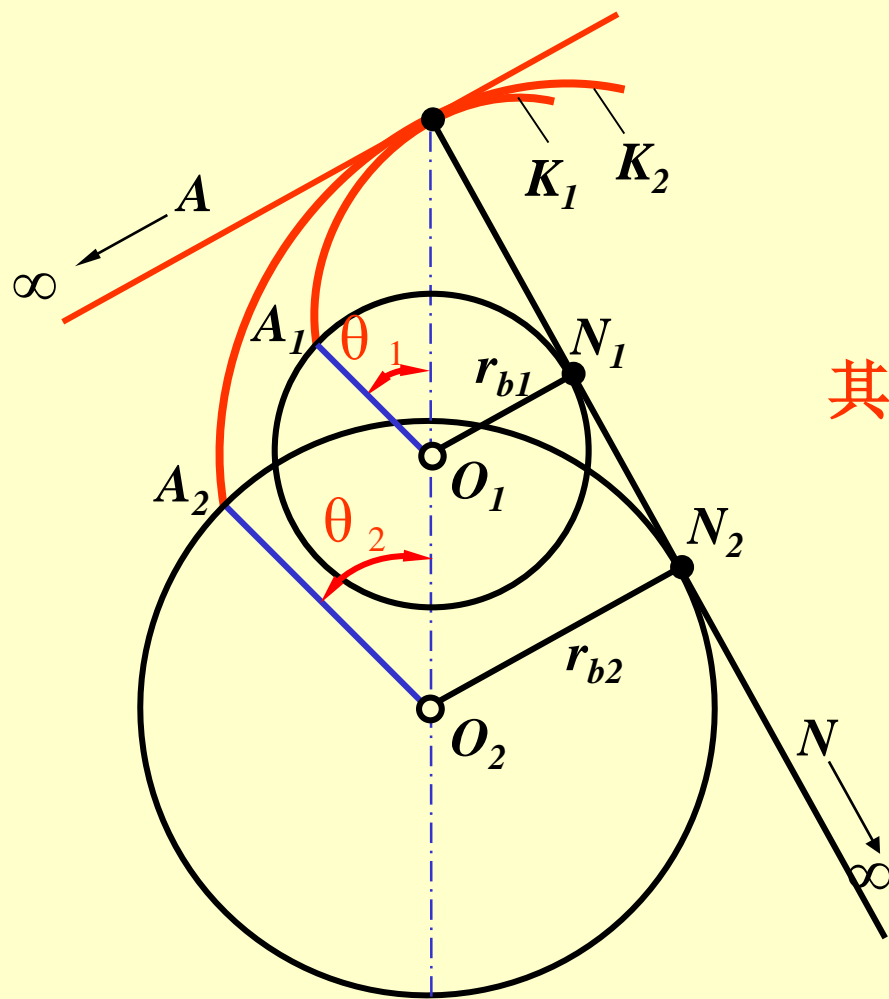


2. 渐开线的性质

- 1) 发生线在基圆上滚过的线段长度 \overline{KN} 等于基圆上被滚过的圆弧长度 \widehat{AN} ，即 $\overline{KN} = \widehat{AN}$ 。
- 2) 渐开线上任一点的法线切于基圆。
- 3) 切点 N 为渐开线上在点 K 处的曲率中心， \overline{NK} 为 K 点处的曲率半径。在基圆上的曲率半径为零。
- 4) 基圆以内没有渐开线。



5) 渐开线的形状仅取决于其基圆的大小。



其中: $\theta_1 = \theta_2$

6) 同一基圆上任意两条渐开线间的法向距离相等。

a. 异侧

$$\overline{A_1B_1} = \overline{A_1N_1} + \overline{N_1B_1}$$

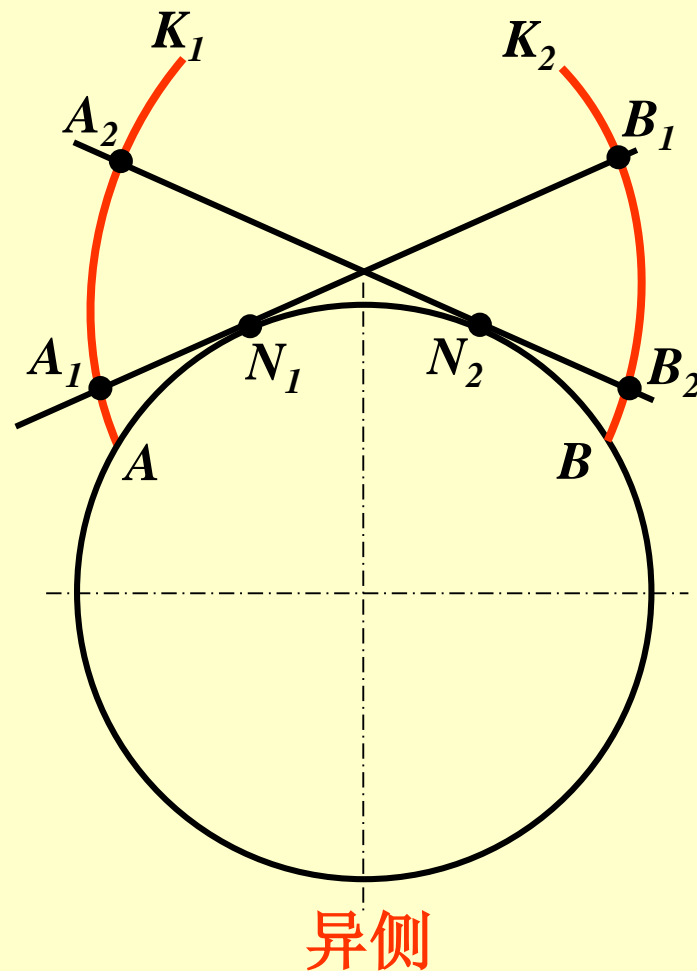
$$\overset{\parallel}{\widehat{AB}} = \overset{\parallel}{\widehat{AN_1}} + \overset{\parallel}{\widehat{N_1B}}$$

$$\overline{A_2B_2} = \overline{A_2N_2} + \overline{N_2B_2}$$

$$\overset{\parallel}{\widehat{AB}} = \overset{\parallel}{\widehat{AN_2}} + \overset{\parallel}{\widehat{N_2B}}$$

所以

$$\overline{A_1B_1} = \overline{A_2B_2}$$



b. 同側

$$\overline{A_1B_1} = \overline{A_1N_1} - \overline{N_1B_1}$$

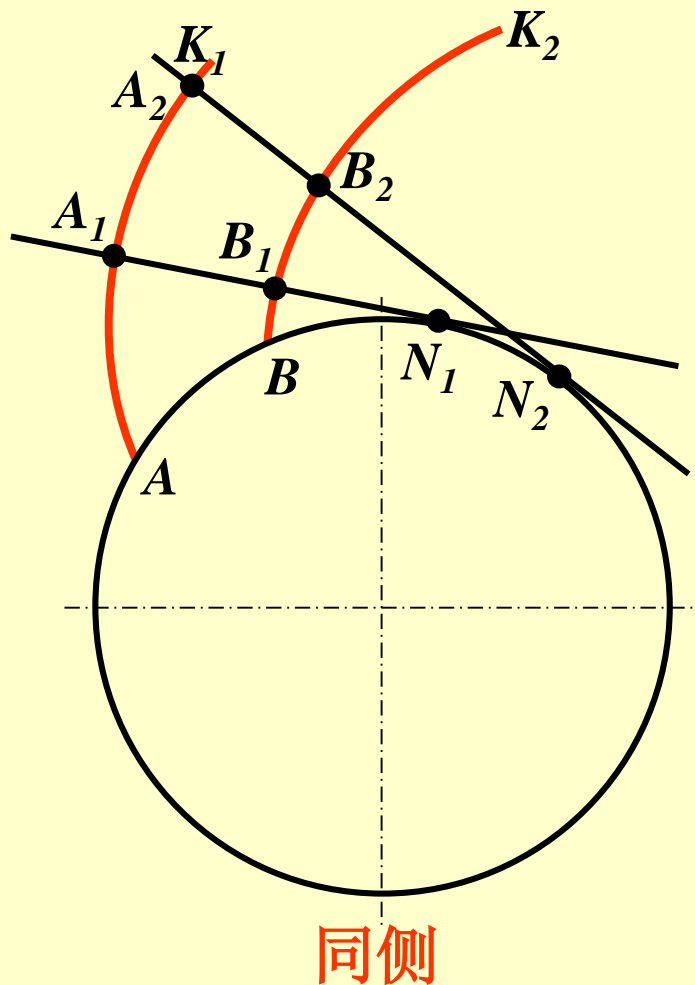
$$\overset{\parallel}{\widehat{AB}} = \overset{\parallel}{\widehat{AN_1}} - \overset{\parallel}{\widehat{N_1B}}$$

$$\overline{A_2B_2} = \overline{A_2N_2} - \overline{N_2B_2}$$

$$\overset{\parallel}{\widehat{AB}} = \overset{\parallel}{\widehat{AN_2}} - \overset{\parallel}{\widehat{N_2B}}$$

所以

$$\overline{A_1B_1} = \overline{A_2B_2}$$



3. 渐开线方程

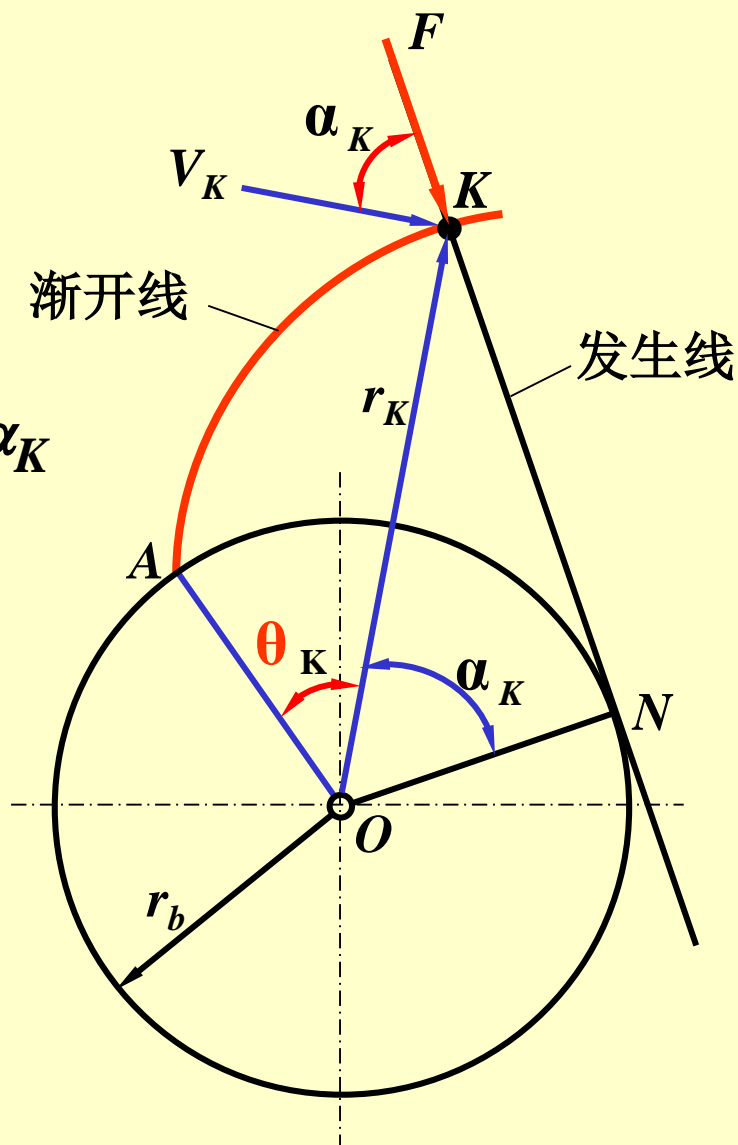
α_K ——渐开线在 K 点的压力角。

$$r_b(\theta_K + \alpha_K) = \widehat{AN} = \overline{KN} = r_b \tan \alpha_K$$

故: $\theta_K = \tan \alpha_K - \alpha_K$

展角 θ_K 称为压力角 α_K 的渐开线函数，工程上常用 $\text{inv}\alpha_K$ 表示。即

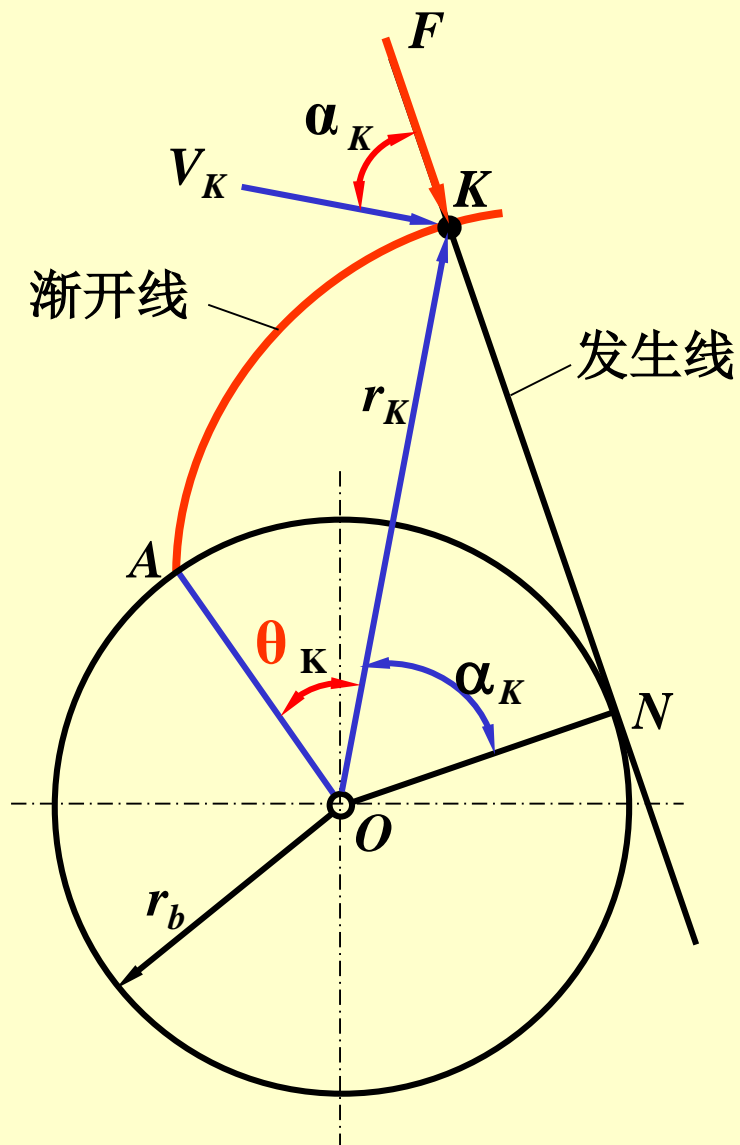
$$\mathbf{inv} \ \alpha_K = \tan \ \alpha_K - \ \alpha_K$$



综上所述，可得渐开线的极坐标参数方程为：

$$\begin{cases} r_K = r_b / \cos \alpha_K \\ \text{inv} \alpha_K = \tan \alpha_K - \alpha_K \end{cases}$$

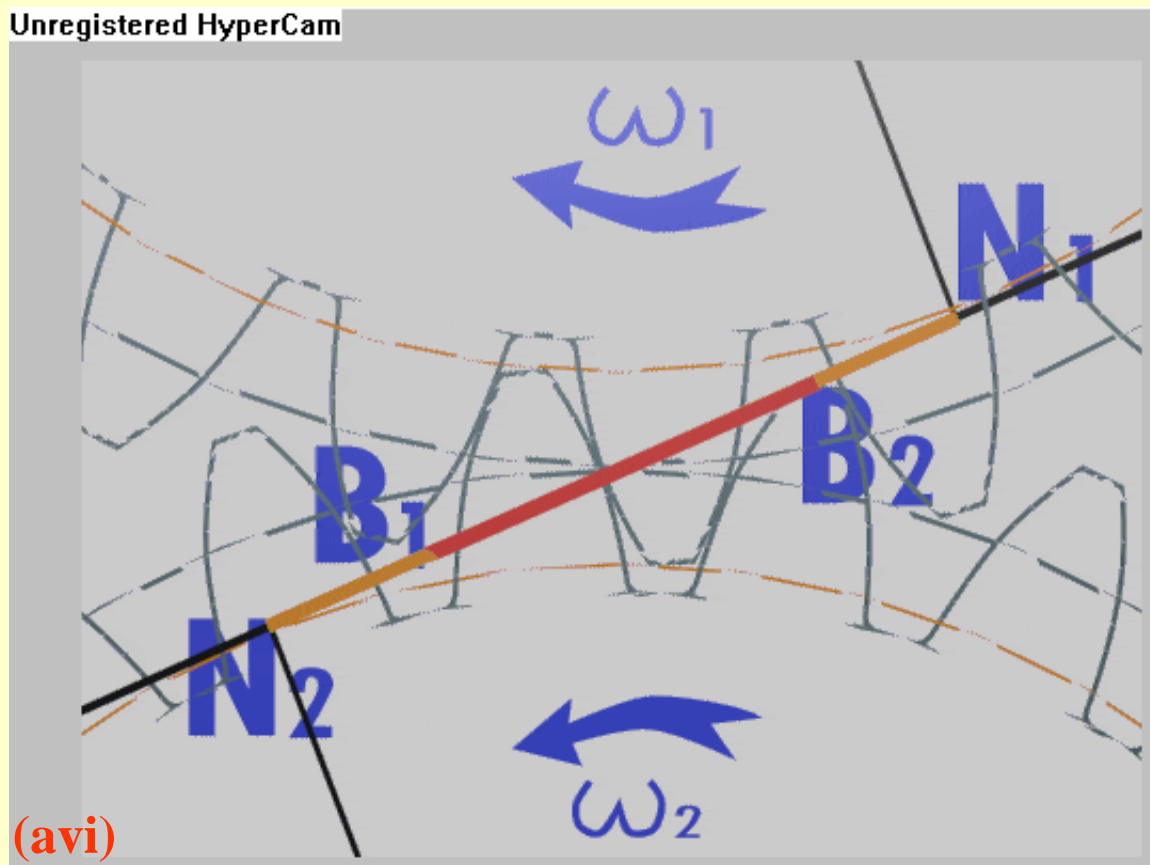
渐开线在基圆上的压力角为零。



§ 5-4 渐开线齿廓啮合传动

一、渐开线齿廓能保证定传动比

——满足齿廓传动啮合基本定律



$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2P}}{\overline{O_1P}} = \frac{r_2'}{r_1'}$$

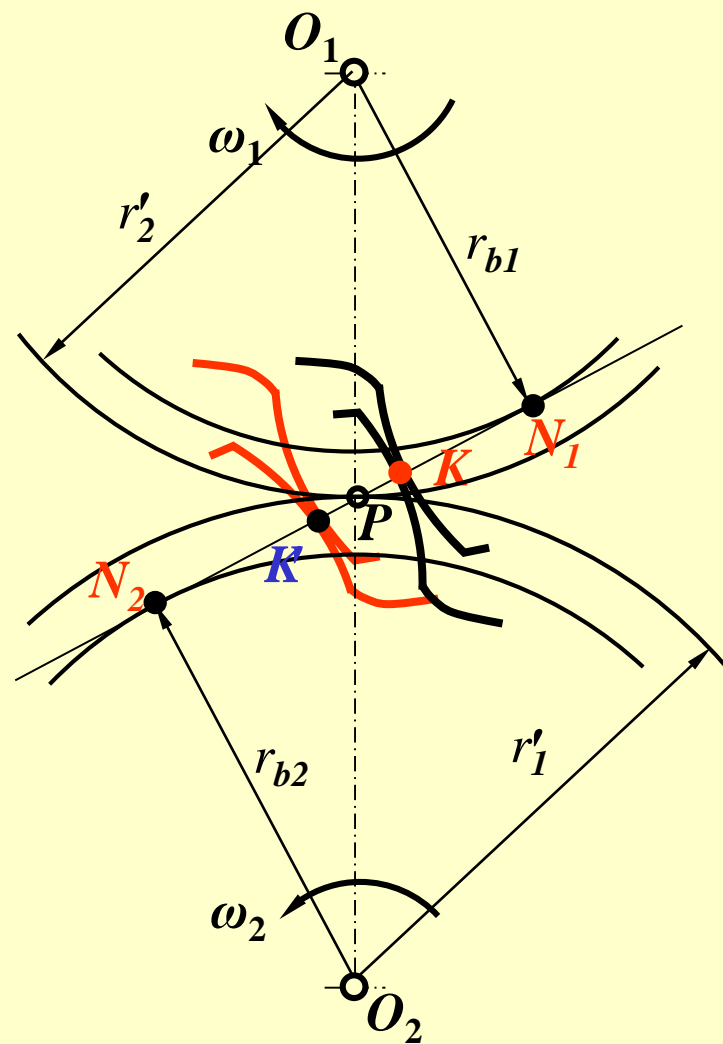
二、渐开线齿廓传动的特点

啮合线为定直线

啮合点：齿廓啮合时的接触点。

啮合线：啮合点的轨迹线

——内公切线、啮合线、公法线三线合一



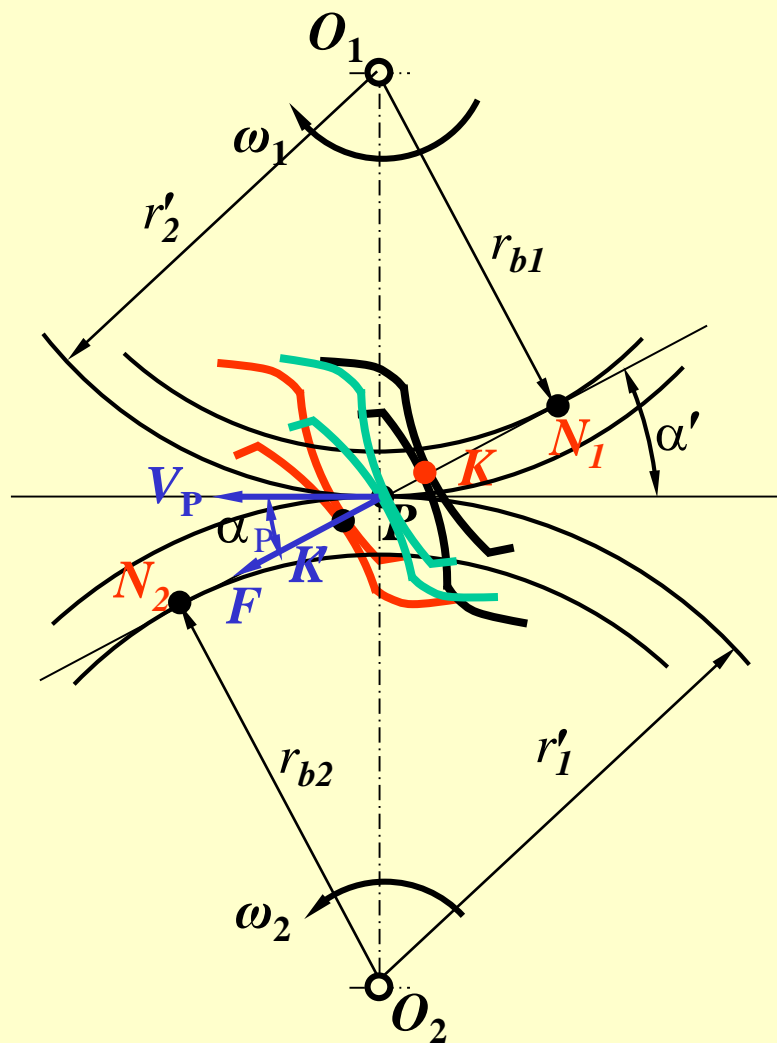
2. 啮合角为常数

啮合角： 啮合线与过节点P处两节圆的内公切线之所夹锐角。

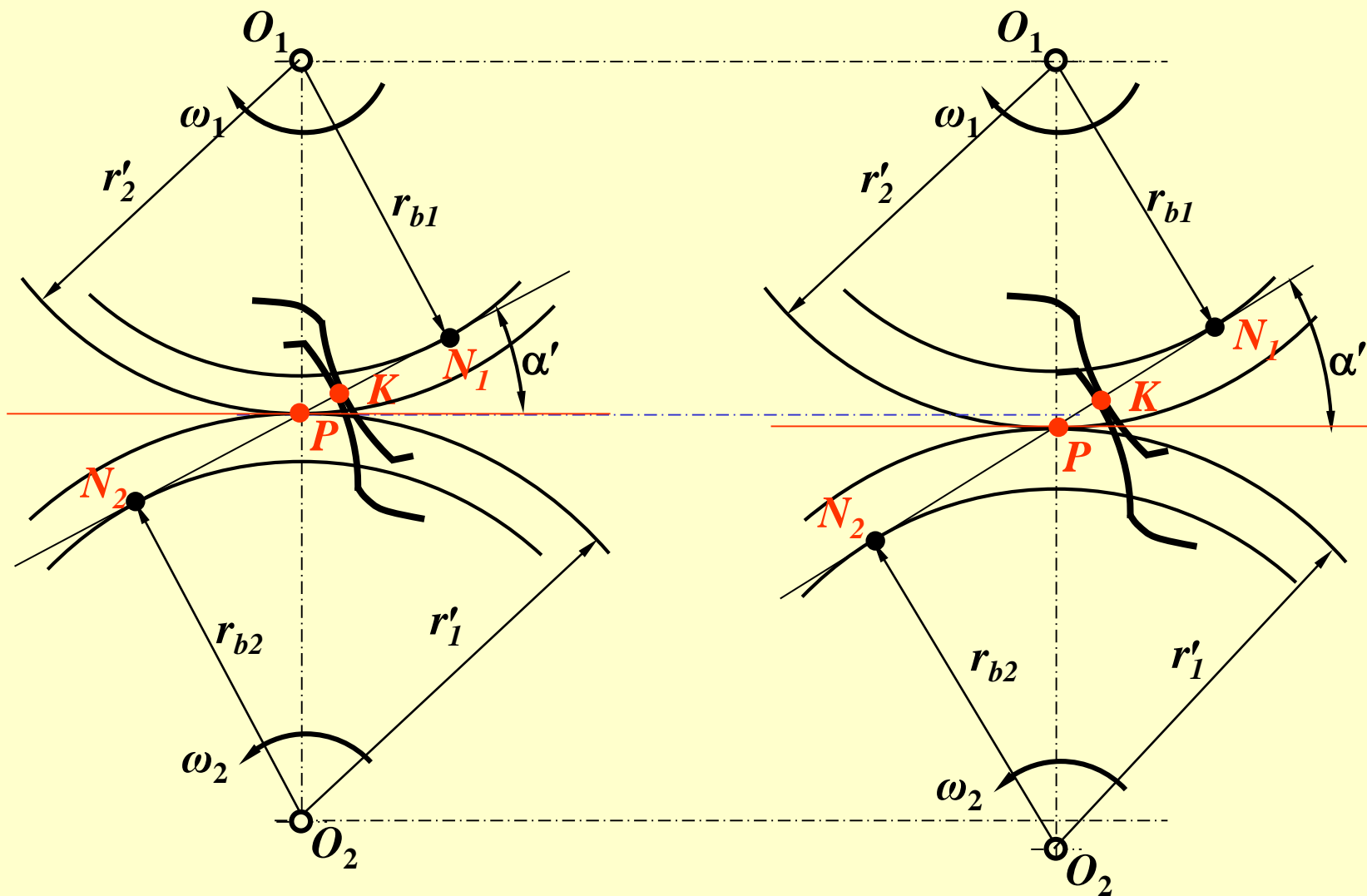
——它等于两齿轮在节圆上的压力角。

啮合线为定直线、啮合角为常数的好处：

- ◆ 齿轮正压力方向不变；
- ◆ 传递扭矩一定（功率不变）时，正压力大小不变——传动平稳，齿轮、轴、轴承寿命增大。



3. 可分性

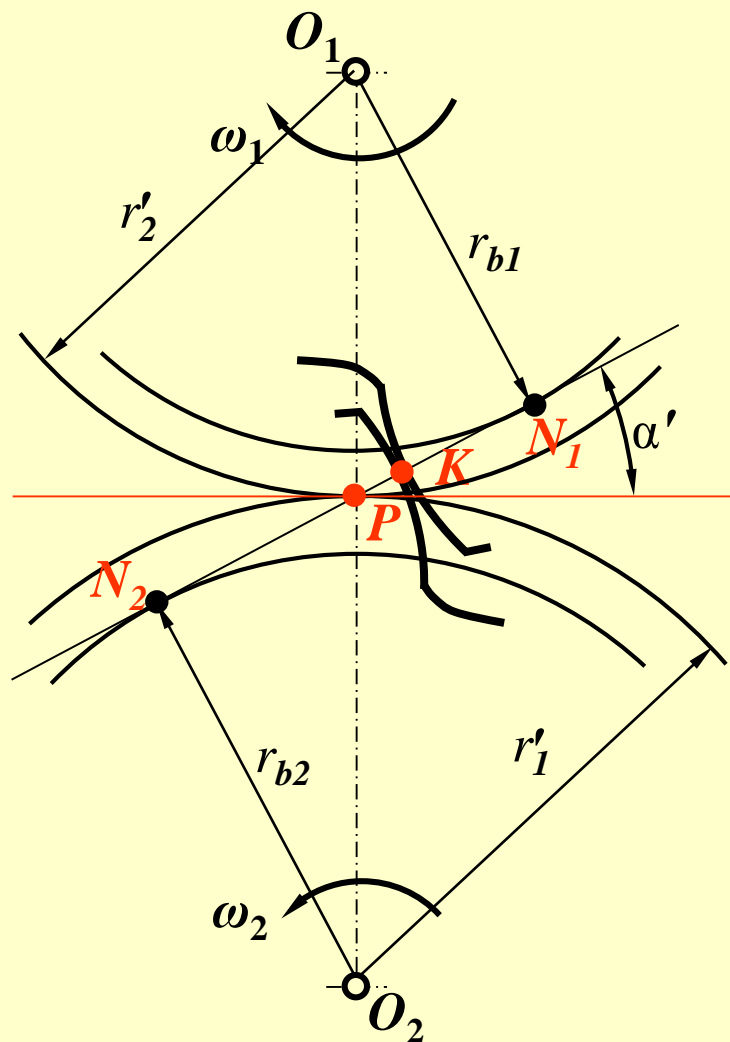


$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2P}}{\overline{O_1P}} = \frac{r'_2}{r'_1} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}}$$

结论:

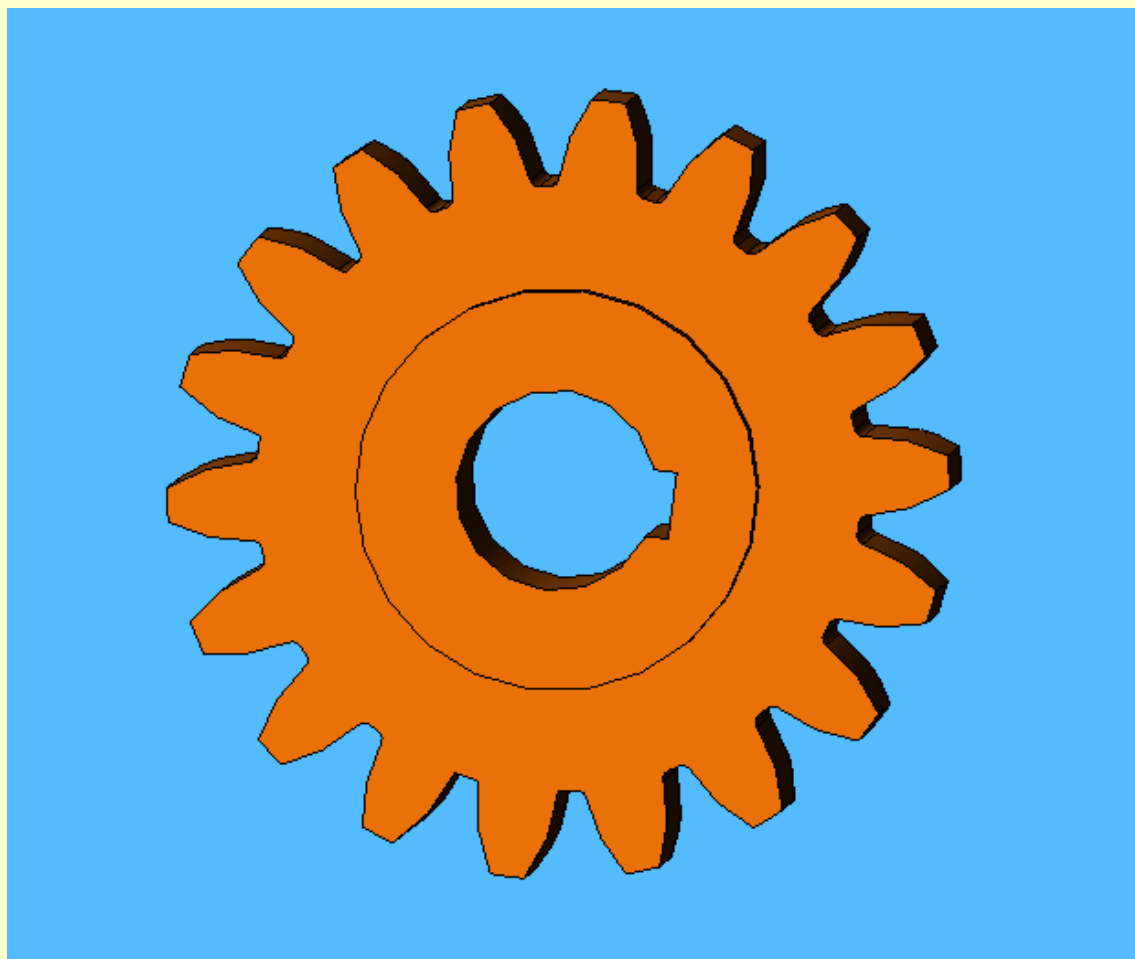
a. 传动比仅与两基圆半径有关，中心距的改变并不影响其传动比；

b. 啮合线、啮合角在中心距一定后也一定。



§ 5-4 渐开线各部分的名称、符号及标准齿轮几何尺寸的计算

一、齿轮各部分的名称及符号



轮齿与齿槽

四圆：齿顶圆(r_a , d_a)

齿根圆(r_f , d_f)

基 圆(r_b , d_b)

分度圆(r , d)

——设计基准圆

周向度量：齿厚(s)

齿槽(e)

齿距($p=s+e$)

径向度量：齿顶高(h_a)

齿根高(h_f)

全齿高(h)

任意圆上的齿距

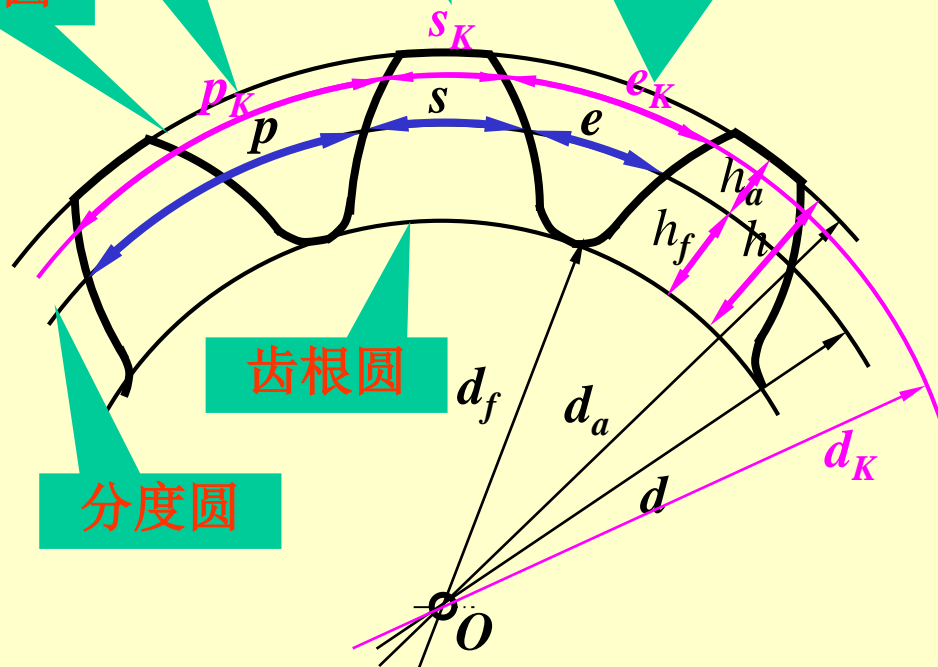
任意圆上的齿厚

任意圆上的齿槽宽

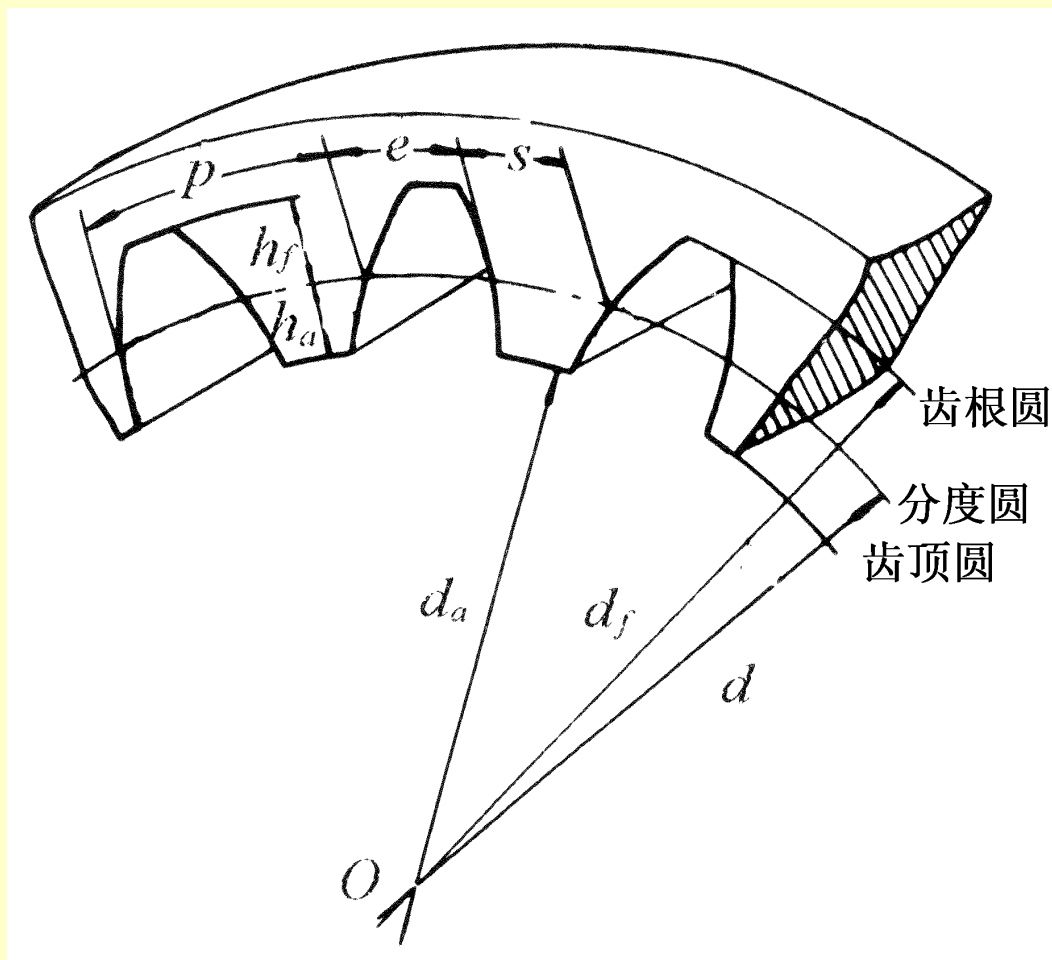
齿顶圆

齿根圆

分度圆



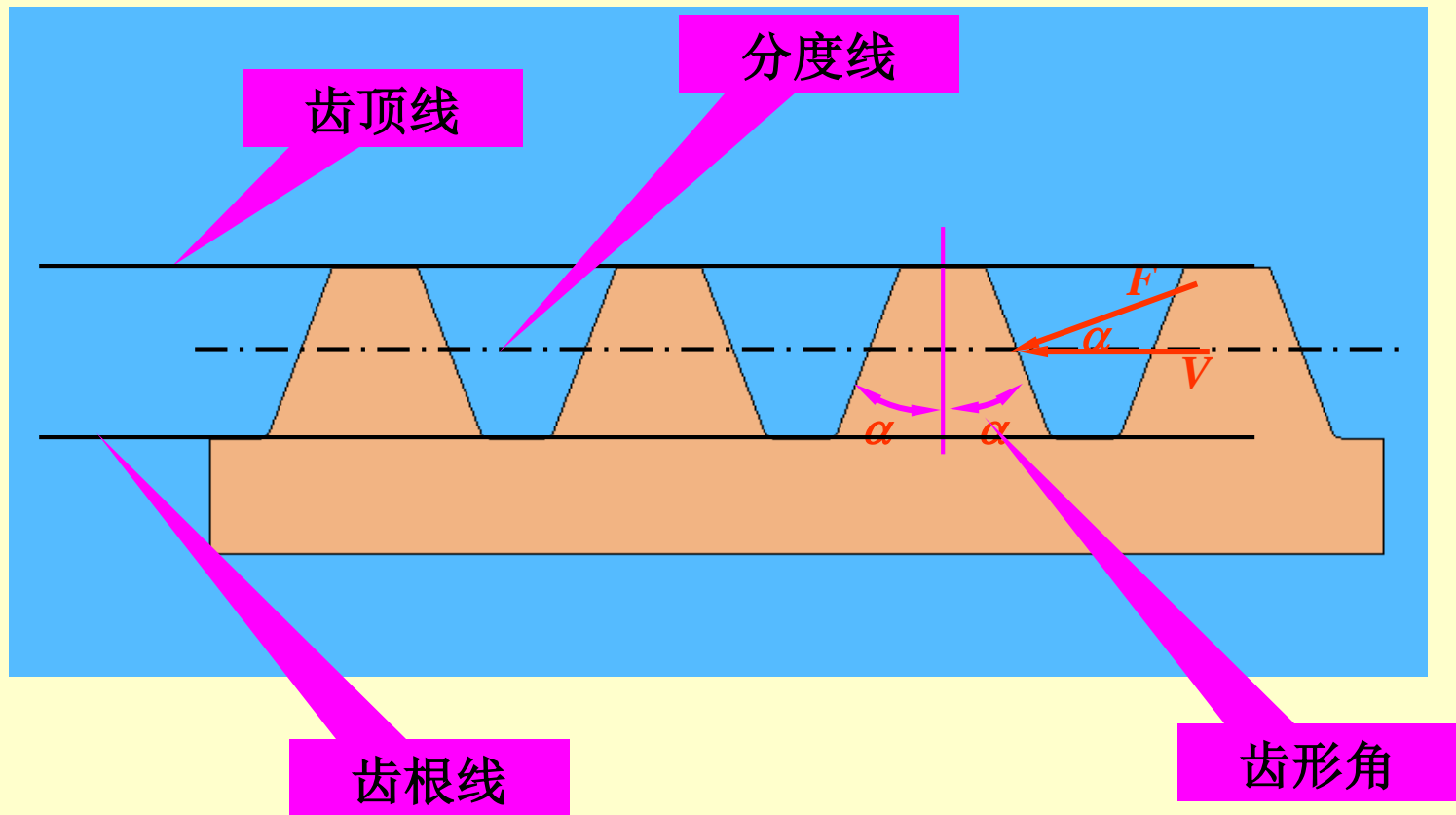
内齿轮



特点：齿顶圆小于齿根圆。

注意：齿顶圆必须不小于基圆。

齿条



二、渐开线标准直齿圆柱齿轮的几何尺寸

1. 渐开线齿轮的五个基本参数

(1) 齿数(z)

齿数根据设计需要确定，如：传动比、中心距要求、接触强度等。

(2) 模数(m)

a. 定义

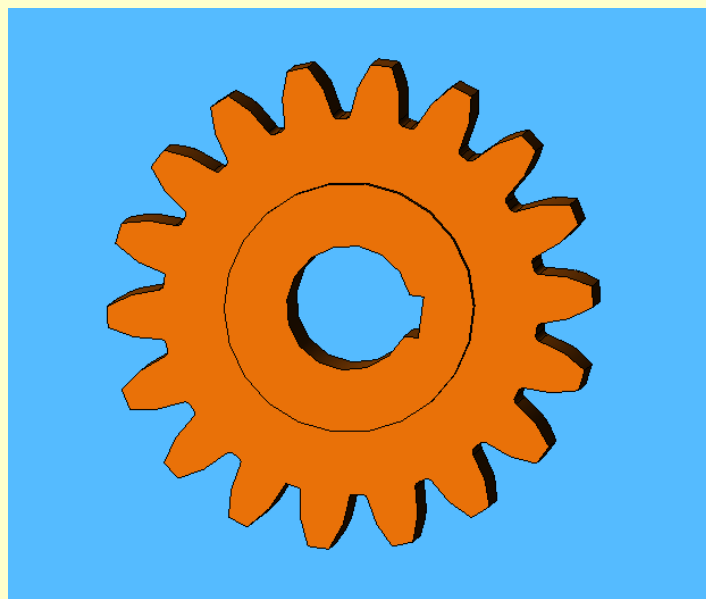
任意圆的周长： $\pi d_K = p_K \times z$

于是，直径与齿数的关系为：

$$d_K = z \frac{p_K}{\pi} \quad \text{分度圆上有：} d = z \frac{p}{\pi}$$

为了设计、制造等方面的方便性，令： $\frac{p}{\pi} = m$

于是有： $d = mz$



标准值

模数系列

第 一 系 列	0.1	0.12	0.15	0.2	0.25	0.3	0.4	0.5	0.6		
	0.8	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5	6	
	8	10	12	16	20	25	32	40	50		
第 二 系 列	0.35	0.7	0.9	1.75	2.25	2.75	(3.25)	3.5	(3.75)	4.5	5.5
	(6.5)	7	9	(11)	14	18	22	28	(30)	36	45

b. 模数的意义

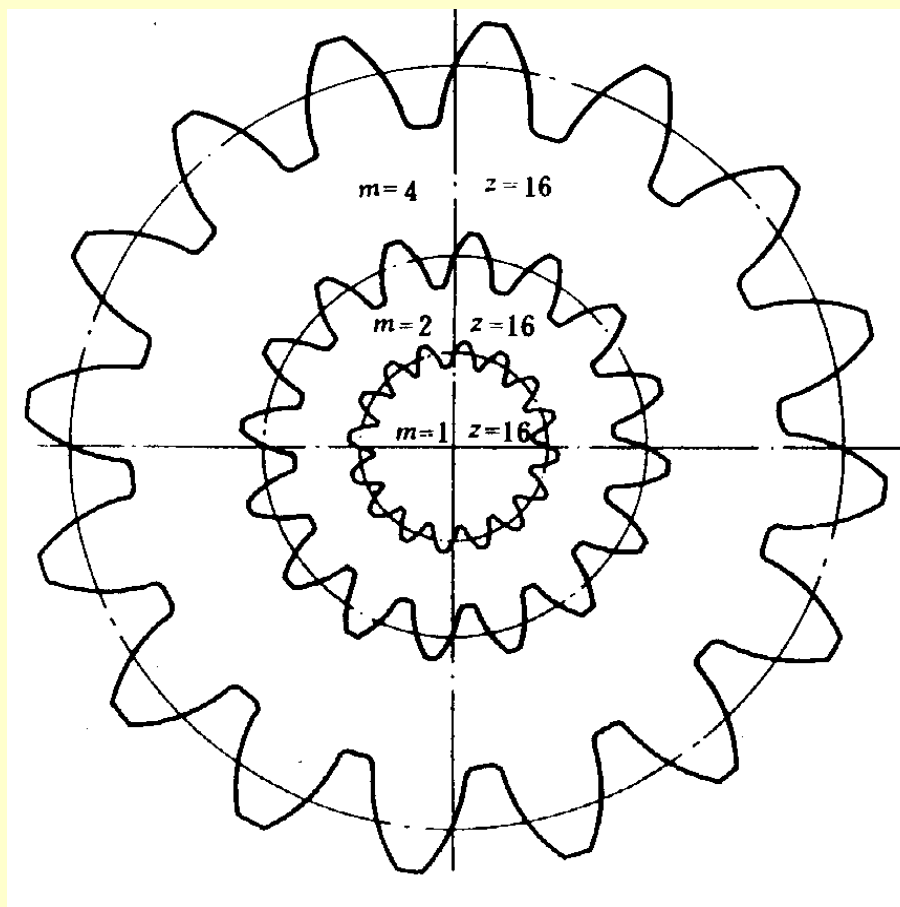
◆ 模数的量纲 mm

◆ $m = \frac{p}{\pi}$ ，确定模数m实际上就是确定齿距p，也就是确定齿厚和齿槽宽e。模数m越大，齿距p越大，齿厚s和齿槽宽e也越大。

◆ 模数越大，轮齿的抗弯强度越大。

c. 确定模数的依据

根据轮齿的抗弯强度选择齿轮的模数



一组齿数相同，模数不同的齿轮。

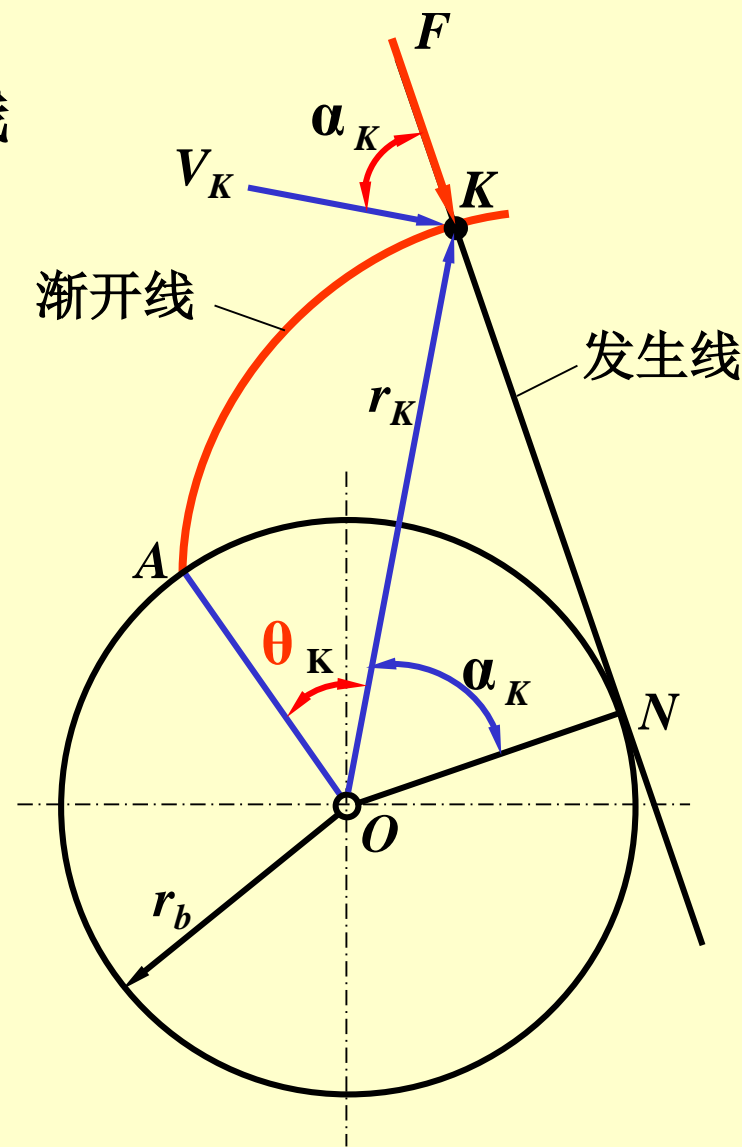
(3) 分度圆压力角 α

α : 在分度圆上的受力方向线与被作用点速度方向线所夹锐角。

$$r_K = r_b / \cos \alpha_K$$

$$r = r_b / \cos \alpha$$

国家标准 (GB1356-88)
中规定分度圆压力角为标准
值为 20° 。



(4) 齿顶高系数(h_a^*)

齿顶高: $h_a = h_a^* m$

(5) 径向间隙系数(c^*)

——亦称顶隙系数

齿根高: $h_f = (h_a^* + c^*) m$

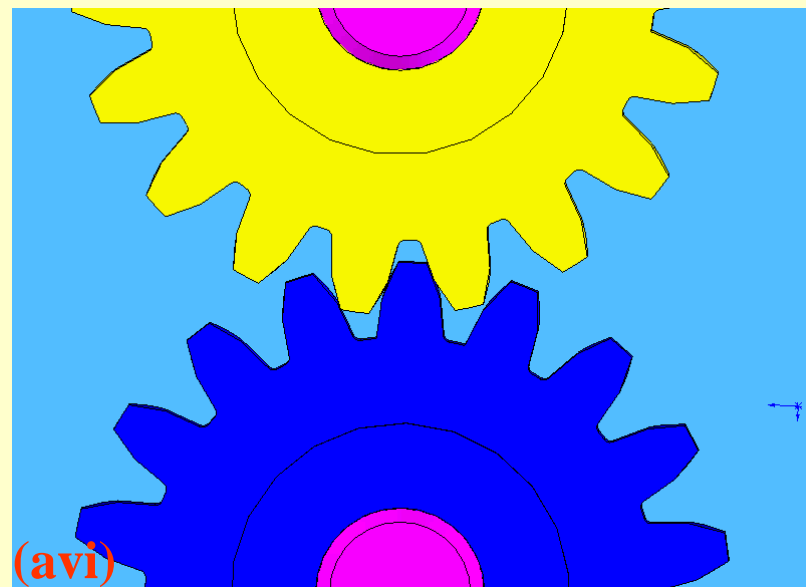
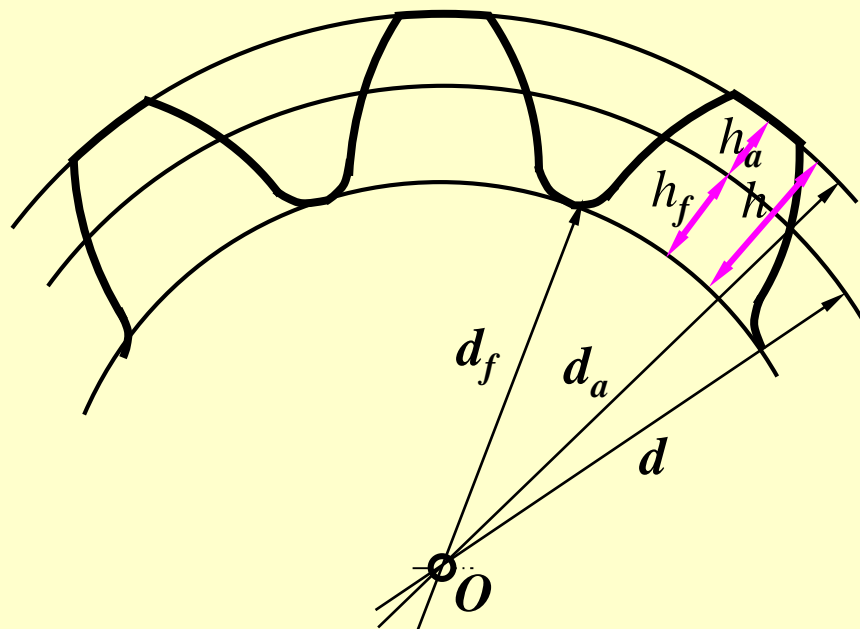
轮齿间的径向间隙:

$$c = c^* m$$

齿顶高系数 h_a^* 和径向间隙系数 c^* 均为标准值。

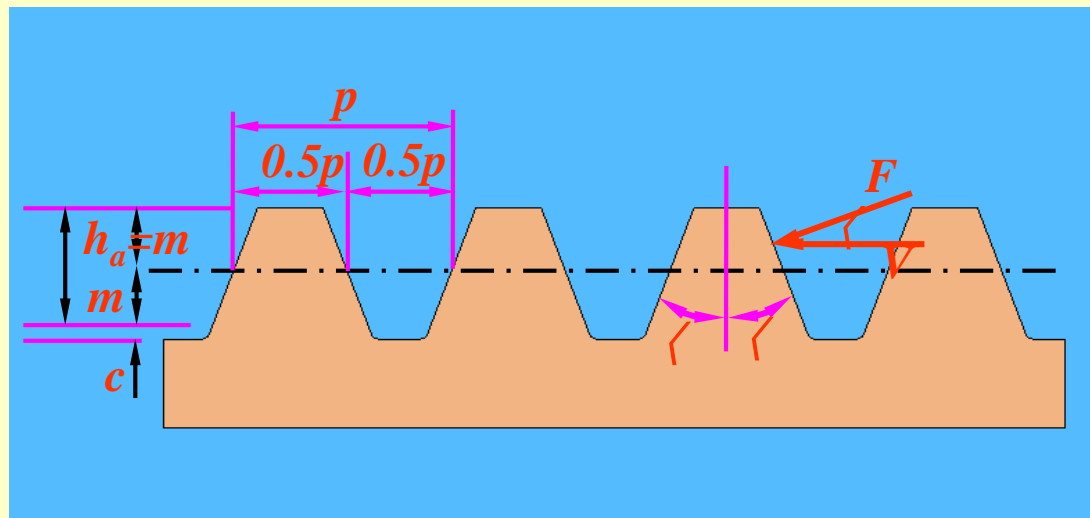
正常齿标准: $h_a^* = 1, c^* = 0.25$

短齿标准: $h_a^* = 0.8, c^* = 0.3$



(6) 渐开线齿条的基本（基准）齿廓（齿形）

a. 齿条同侧齿廓为平行的直线，齿廓上各点具有相同的压力角，即为其齿形角，它等于齿轮分度圆压力角。



b. 与齿顶线平行的任一直线上具有相同的齿距 $p = \pi m$ 。

c. 与齿顶线平行且齿厚 s 等于齿槽宽 e 的直线称为分度线，它是计算齿条尺寸的基准线。

2. 渐开线标准直齿圆柱齿轮的几何尺寸

表5-5渐开线标准直齿圆柱齿轮几何尺寸公式表

名 称	代 号	公 式
分度圆直径	d	$d_1=mz_1, d_2=mz_2$
基圆直径	d_b	$d_{b1}=mz_1 \cos a, d_{b2}=mz_2 \cos a$
齿顶高	h_a	$h_a = h_a^* m$
齿根高	h_f	$h_a = (h_a^* + c^*) m$
齿顶圆直径	d_a	$d_{a1}=d_1+2 h_a = m (z_1+2 h_a^*), d_{a2}=d_2+2 h_a = m (z_2 \pm 2 h_a^*)$
齿根圆直径	d_f	$d_{f1}=d_1-2 h_f = m (z_1 -2 h_a^* -2c^*),$ $d_{f2}=d_2 \mp 2 h_f = m (z_2 \mp 2 h_a^* \mp 2c^*)$
齿 距	p	$P= \pi m$
齿 厚	s	$s= \pi m/2$
基圆齿距	p_b	$P_b= \pi m \cos a$
中心距	a	$a=m(z_1 \pm z_2)/2$

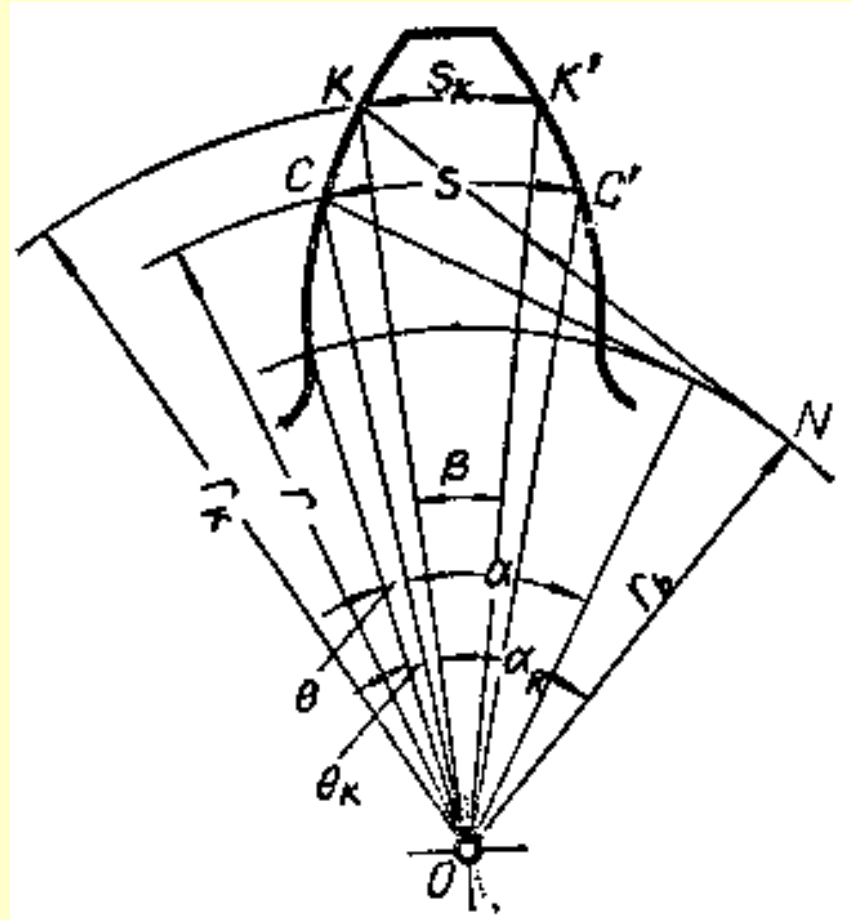
注：上面符号用于外齿轮或外啮合传动，下面符号用于内齿轮或内啮合传动。

三、任意圆上的齿厚

$$\beta = \angle COC' - 2\angle COK = \frac{s}{r} - 2(\theta_k - \theta)$$

$$s_k = r_k \beta = \frac{s}{r} r_k - 2r_k (\theta_k - \theta)$$
$$= s \frac{r_k}{r} - 2r_k (\text{inv} \alpha_k - \text{inv} \alpha)$$

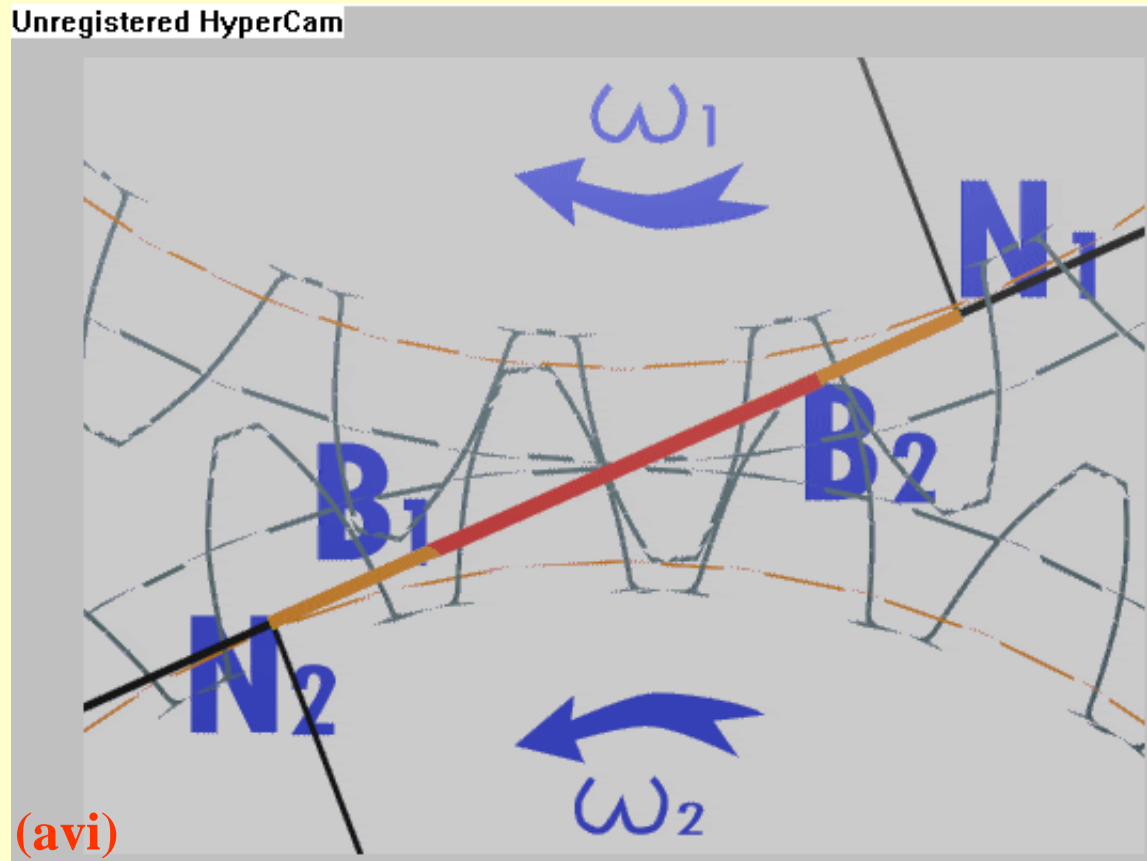
式中: $\alpha_k = \arccos\left(\frac{r_b}{r_k}\right)$



§ 5-5 渐开线直齿圆柱齿轮的啮合传动

一、一对渐开线齿轮正确啮合的条件

1. 渐开线直齿圆柱齿轮的啮合过程



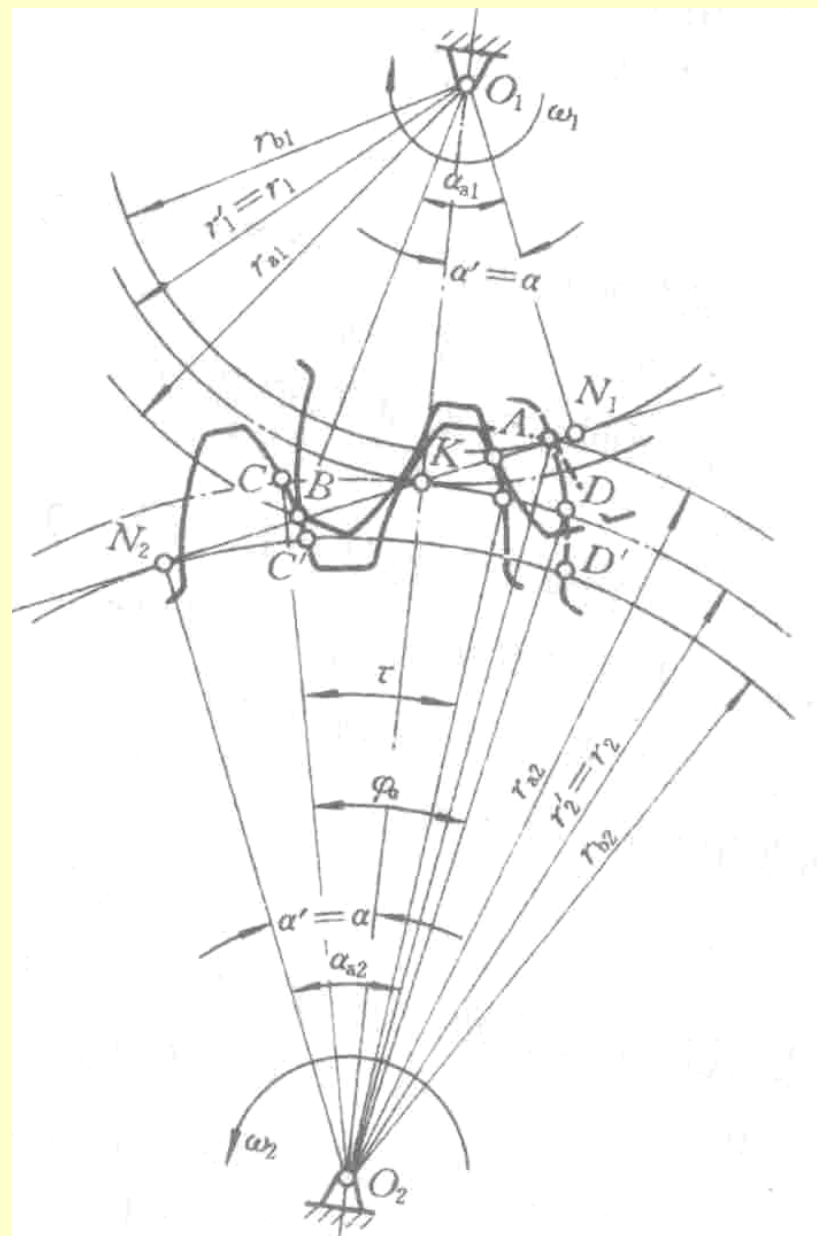
渐开线标准直齿圆柱齿轮的啮合传动

一对齿轮啮合过程

开始啮合，必为主动轮的齿根推动从动轮齿顶，这由 r_{a2} 与啮合线 N_1N_2 的交点A确定；

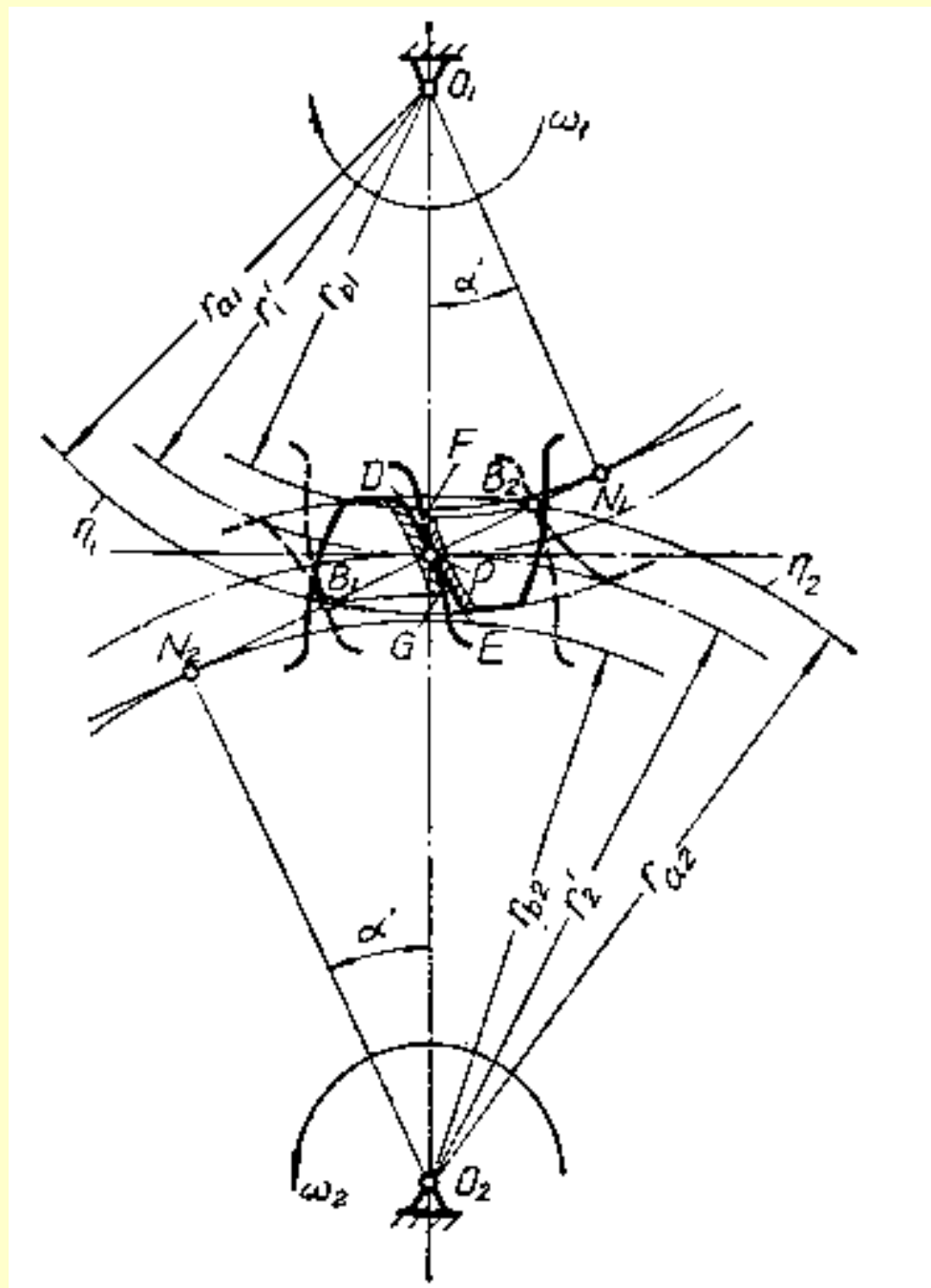
分离时，必为主动轮齿顶推动从动轮的齿根，这由 r_{a1} 与啮合线 N_1N_2 的交点B确定。

AB称为实际啮合线
 N_1N_2 称理论啮合线.



EF和DG为齿廓工作段

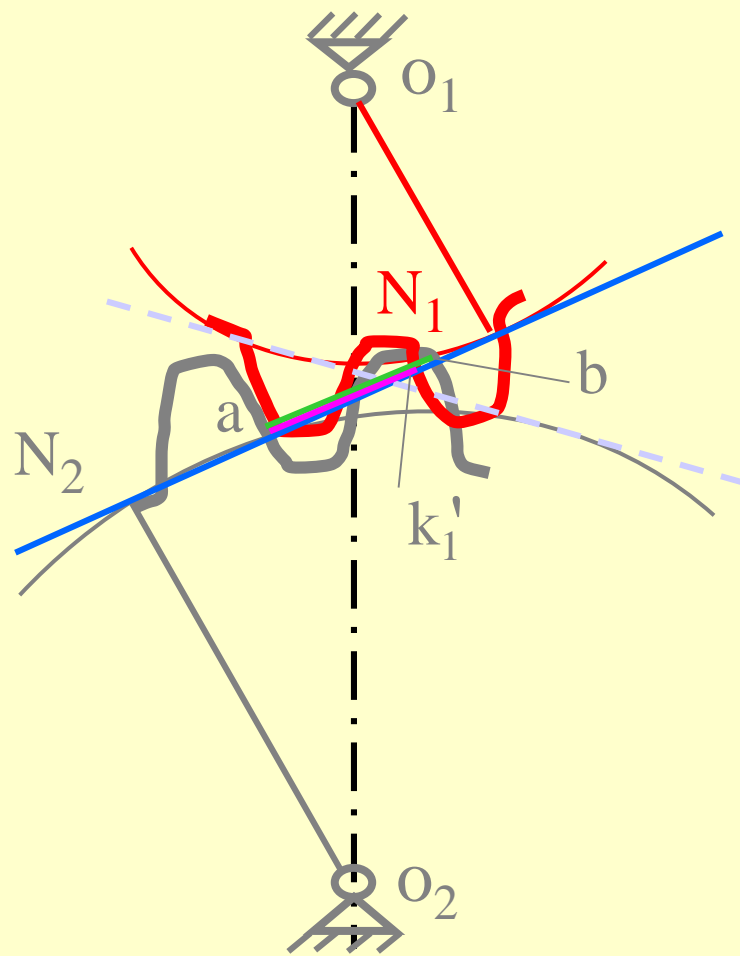
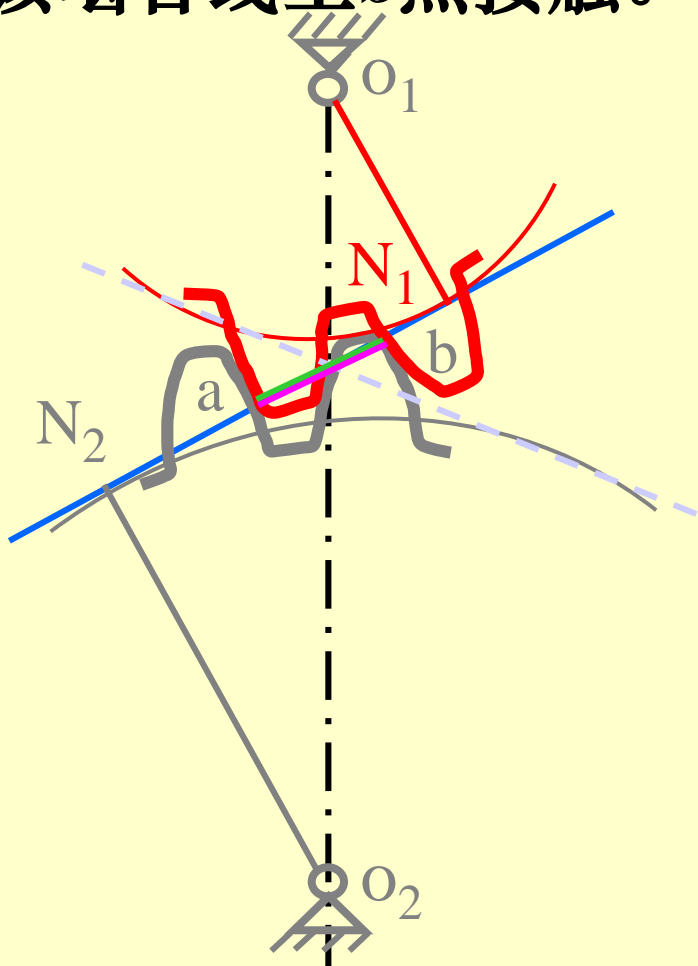
其余为齿廓非工作段

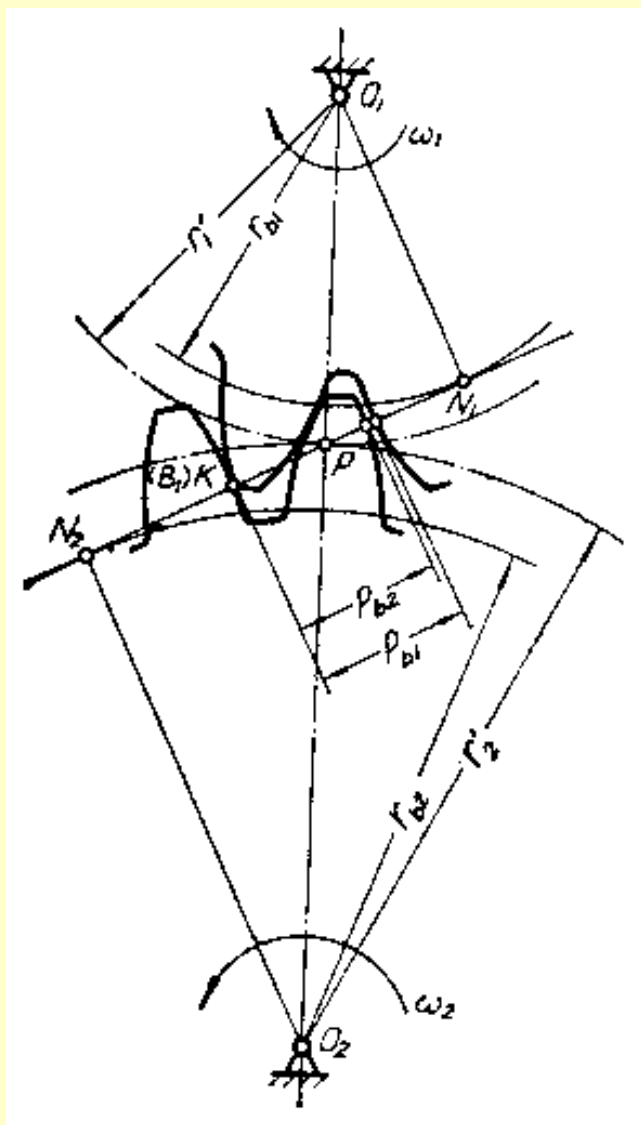


欲使两齿轮正确啮合，两轮的法节必须相等。

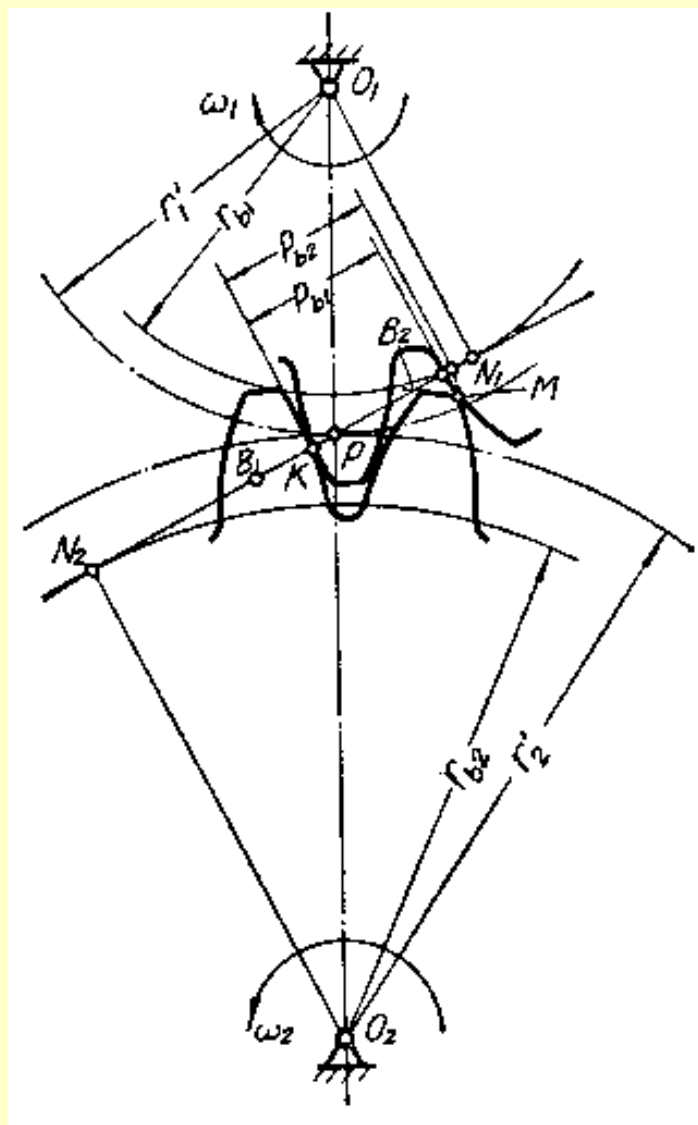
2. 正确啮合条件(Right Meshing Condition)

当前一对齿廓在啮合线a点接触时，后一对齿廓就应在该啮合线上b点接触。

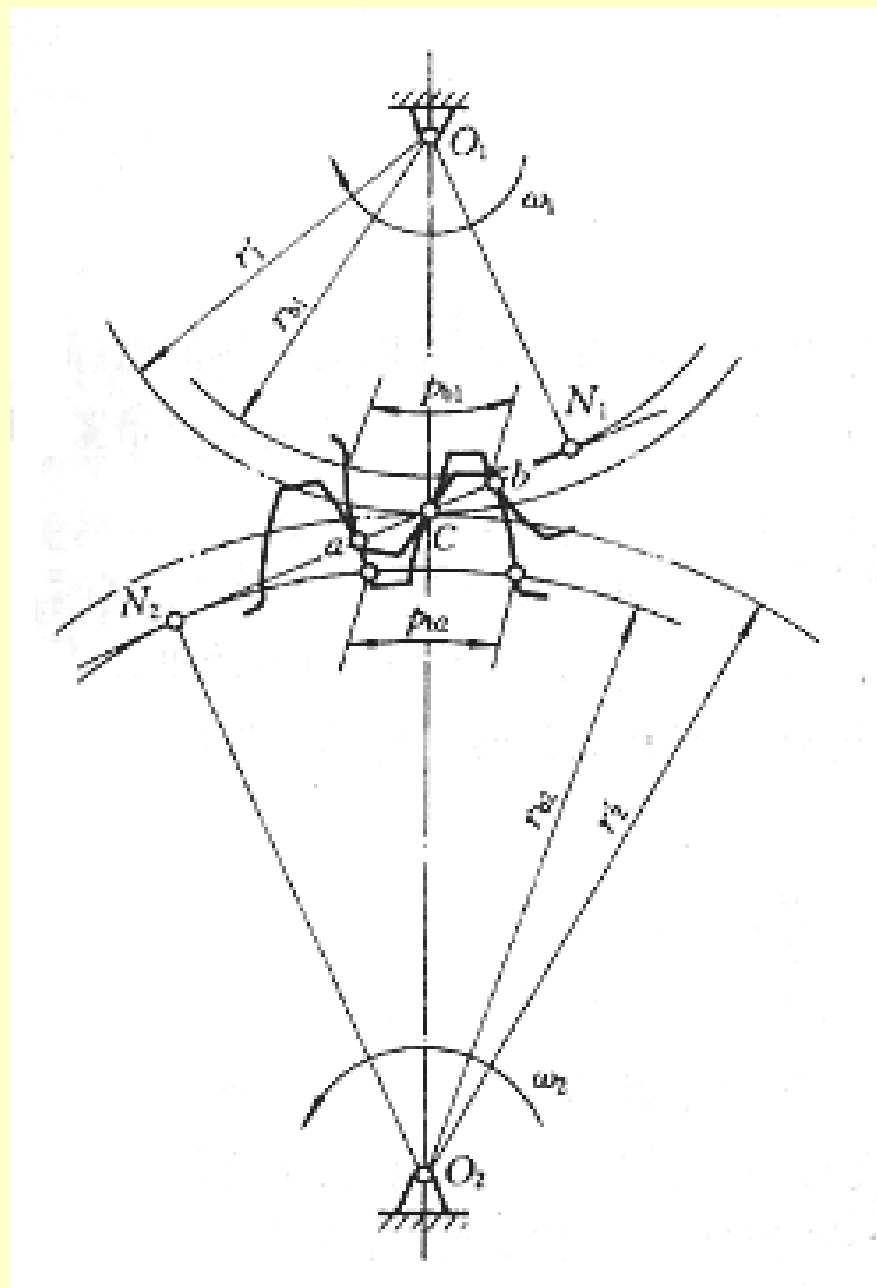




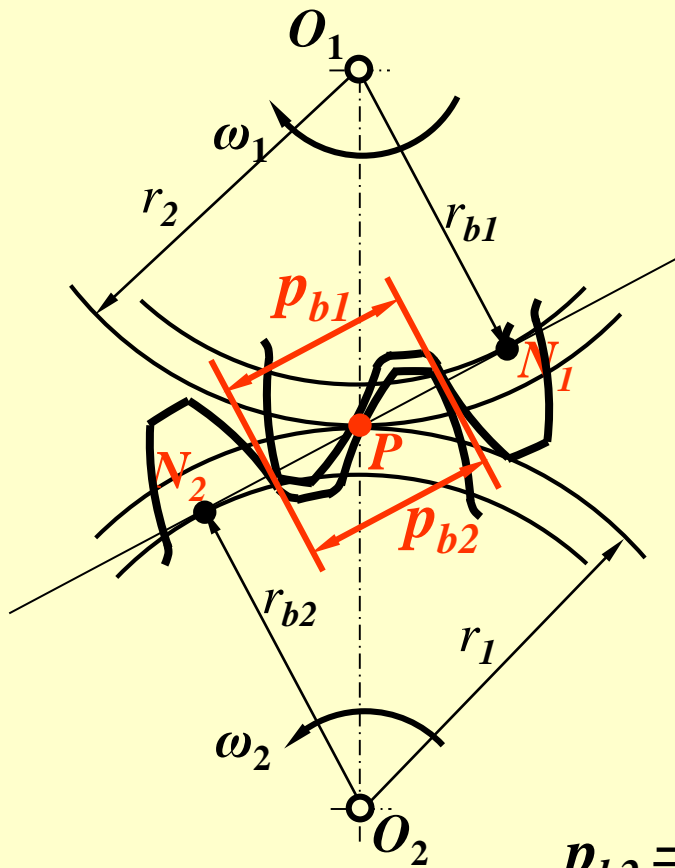
$$p_{b1} > p_{b2}$$



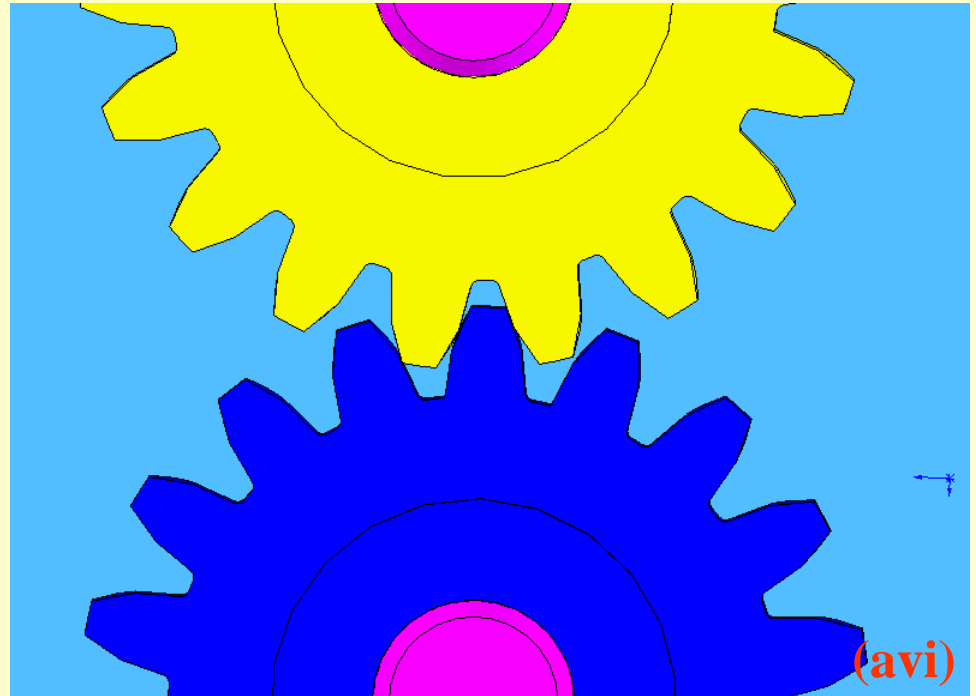
$$p_{b2} > p_{b1}$$

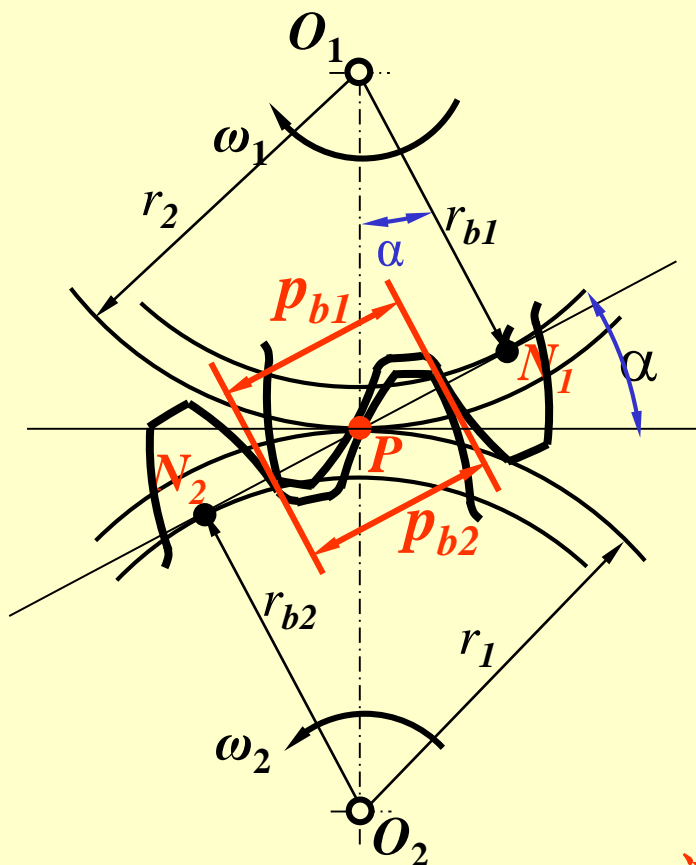


$$p_{b1} = p_{b2}$$



$$p_{b2} = p_{b1}$$





$$p_{b2} = p_{b1}$$

传动比可表示为:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2'}{d_1'} = \frac{d_{b2}}{d_{b1}} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

$$r_b = r \cos \alpha$$

$$2\pi r_b = 2\pi r \cos \alpha$$

$$z p_b = z p \cos \alpha$$

$$p_b = p \cos \alpha$$

$$p_b = \pi m \cos \alpha$$

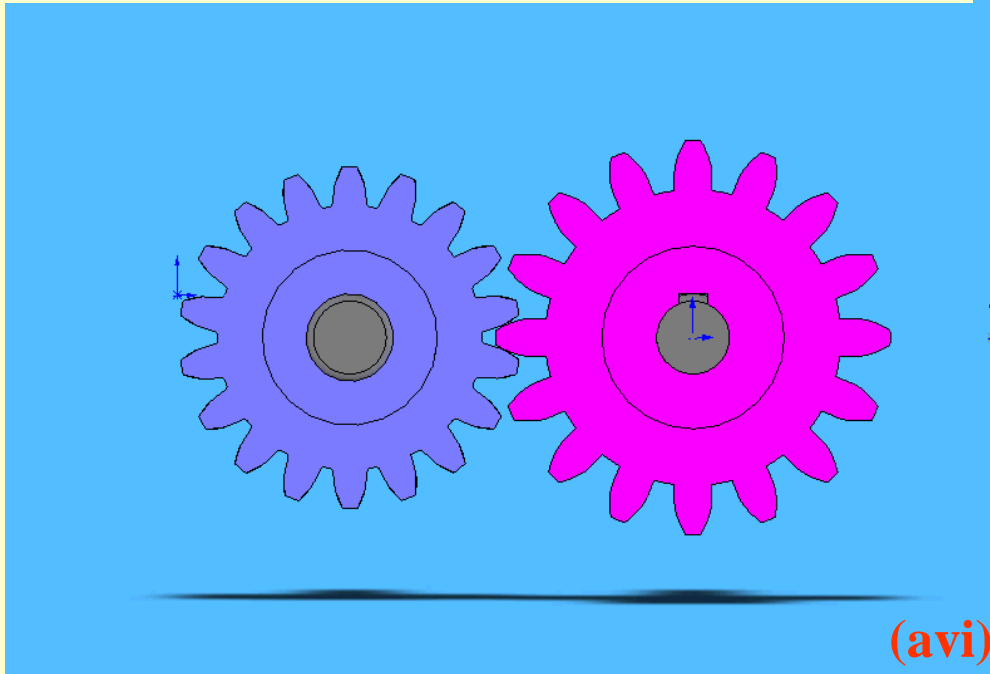
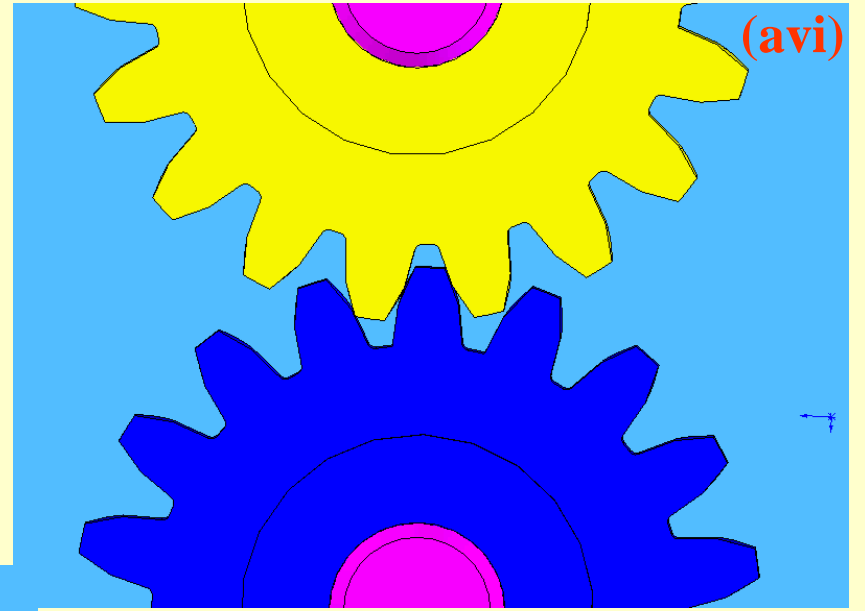
$$m_1 \cos \alpha_1 = m_2 \cos \alpha_2$$

$$\begin{cases} m_1 = m_2 = m \\ \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha \end{cases}$$

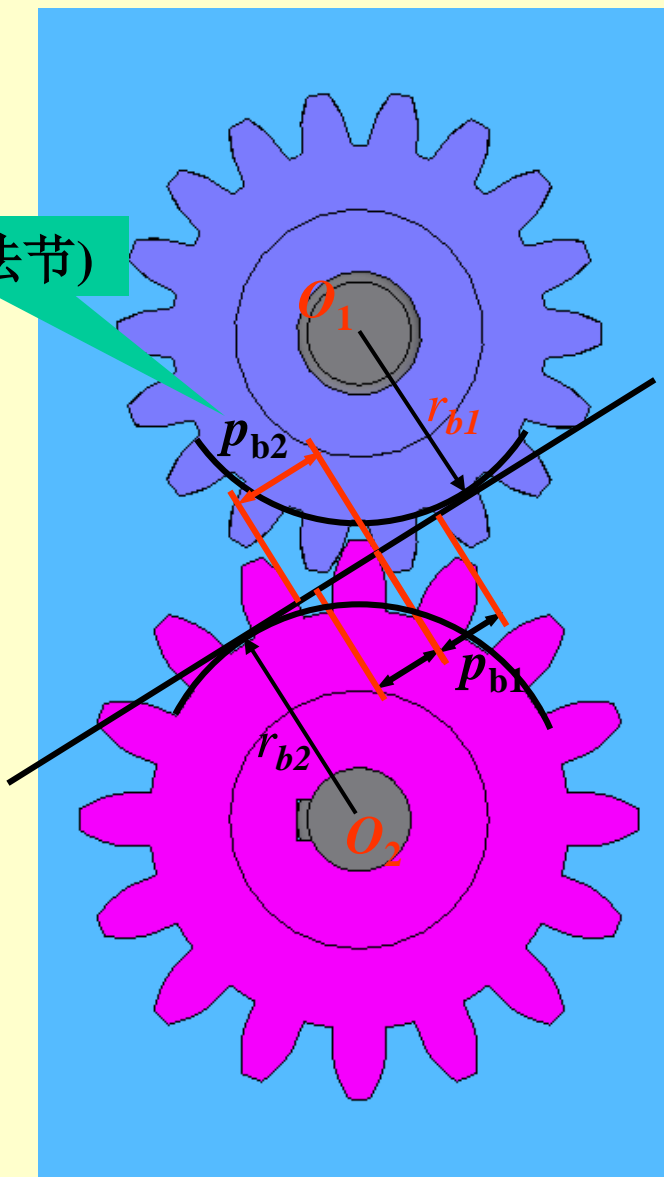
标准值

渐开线齿轮正确啮合的条件:

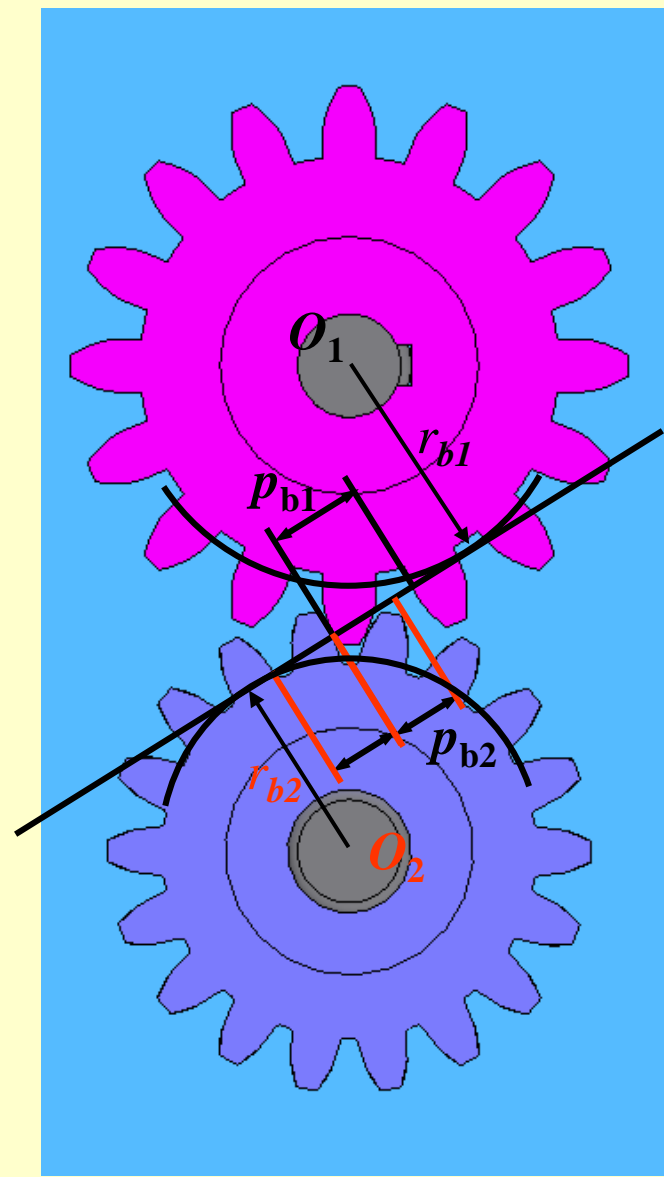
两齿轮的模数和压力角对应相等。



基节(法节)



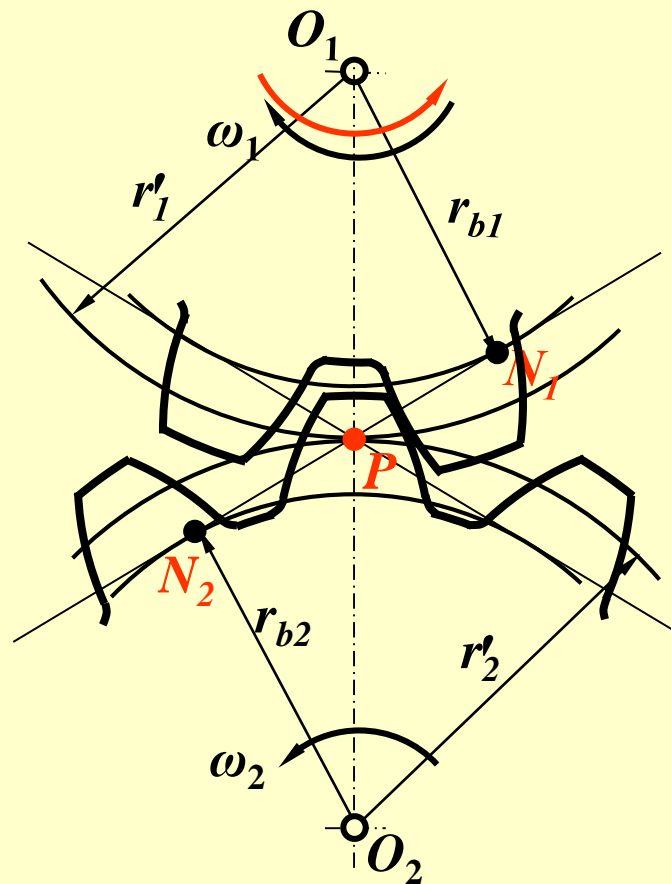
$$p_{b2} > p_{b1}$$



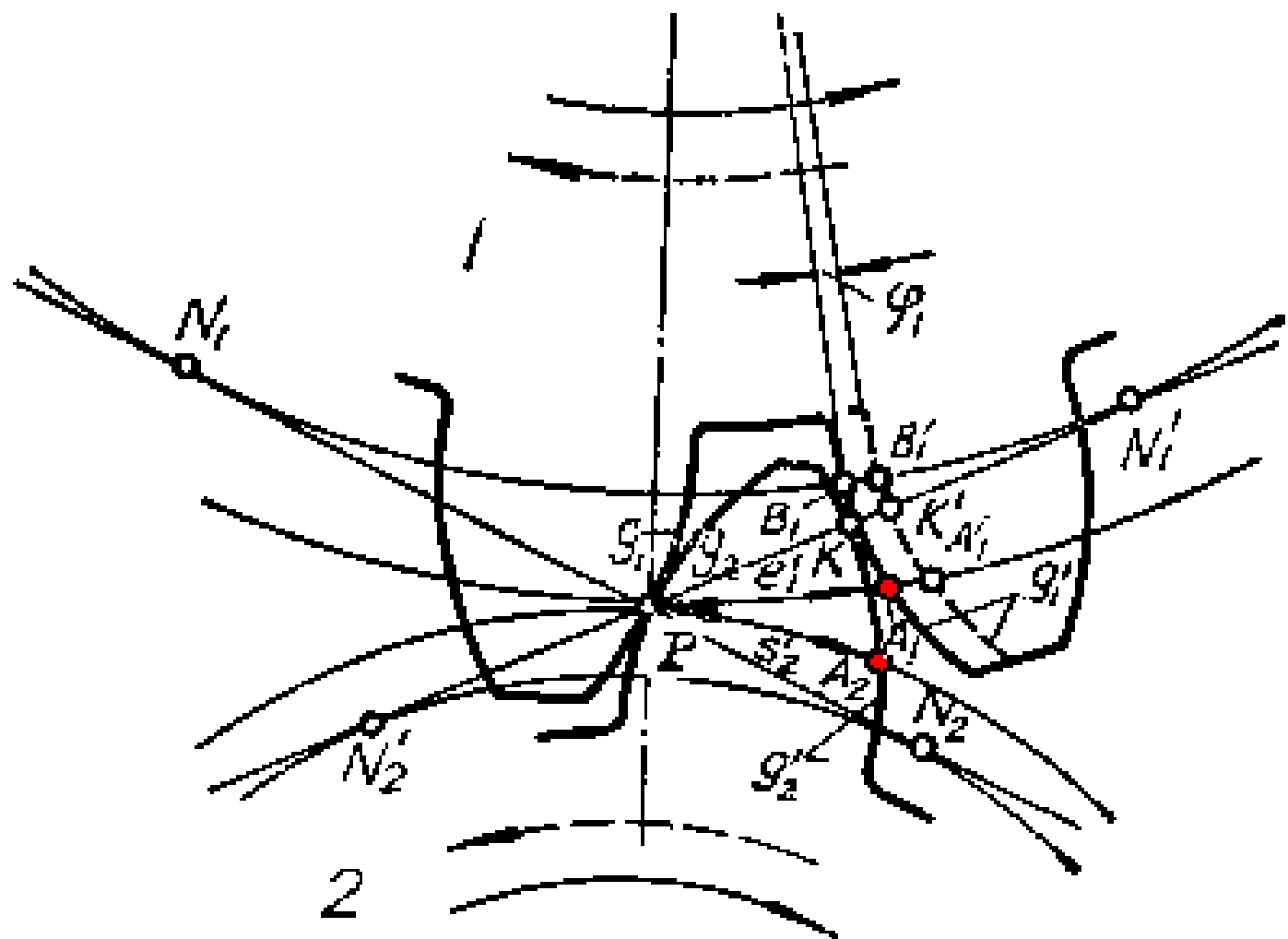
$$p_{b1} > p_{b2}$$

二、齿轮正确安装条件

1. 无齿侧间隙啮合条件



齿侧间隙： 在轮齿未受力一面所具有的间隙



$$\text{弧} A_1P = e_1' \quad \text{弧} A_2P = s_2'$$

两节圆作纯滚动，所以： $e_1' = s_2'$

而：

$$d_b = d' \cos \alpha'$$

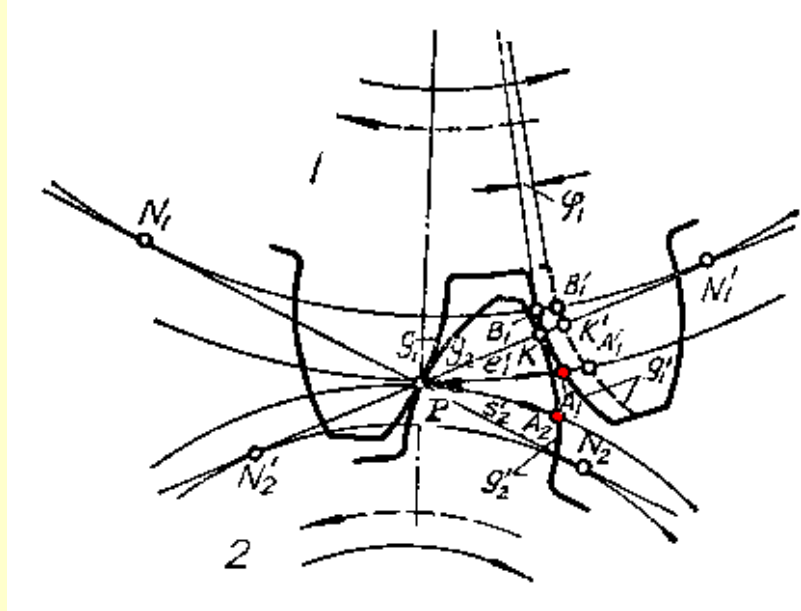
$$p_b = \pi d_b / z = \frac{\pi}{z} d' \cos \alpha' = p' \cos \alpha'$$

$$\because p_{b1} = p_{b2} \quad \therefore p_1' = p_2'$$

$$\text{有： } e_2' = s_1'$$

无齿侧间隙啮合条件：

$$s_1' = e_2' , \quad e_1' = s_2'$$



渐开线标准直齿圆柱齿轮的啮合传动

2.标准中心距和标准顶隙

对标准齿轮传动有：

$$s_1 = e_2 = s_2 = e_1 = \pi m / 2$$

即当分度圆与节圆重合时，齿侧间隙为零。

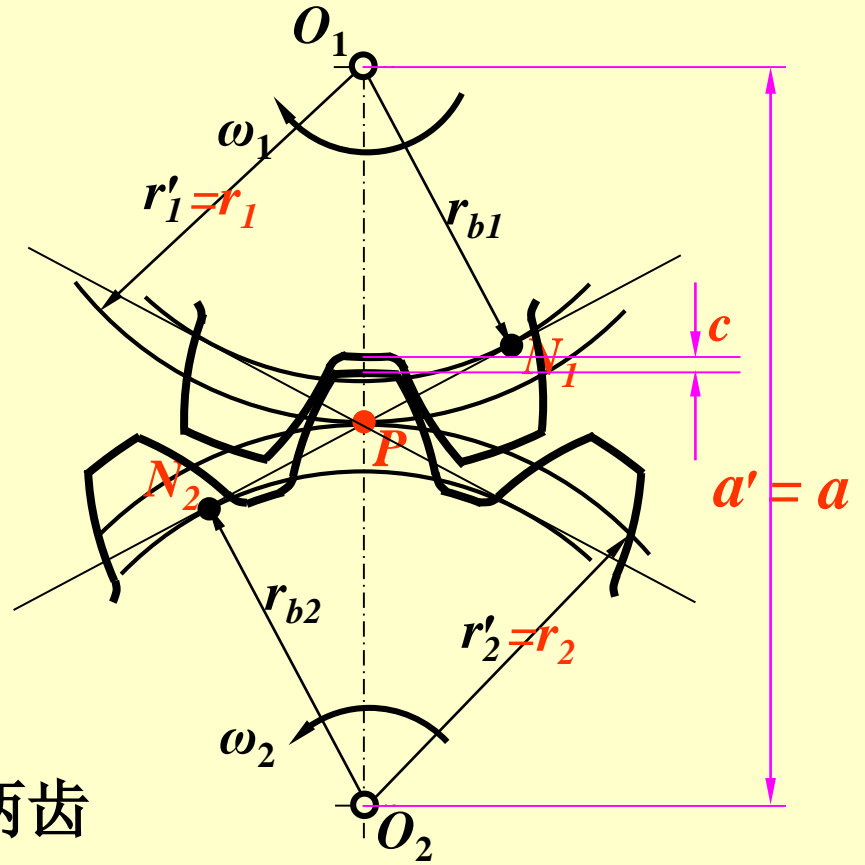
这时中心距称标准中心距

$$a = r_1' + r_2' = r_1 + r_2 = \frac{m}{2}(z_1 + z_2)$$

顶隙：

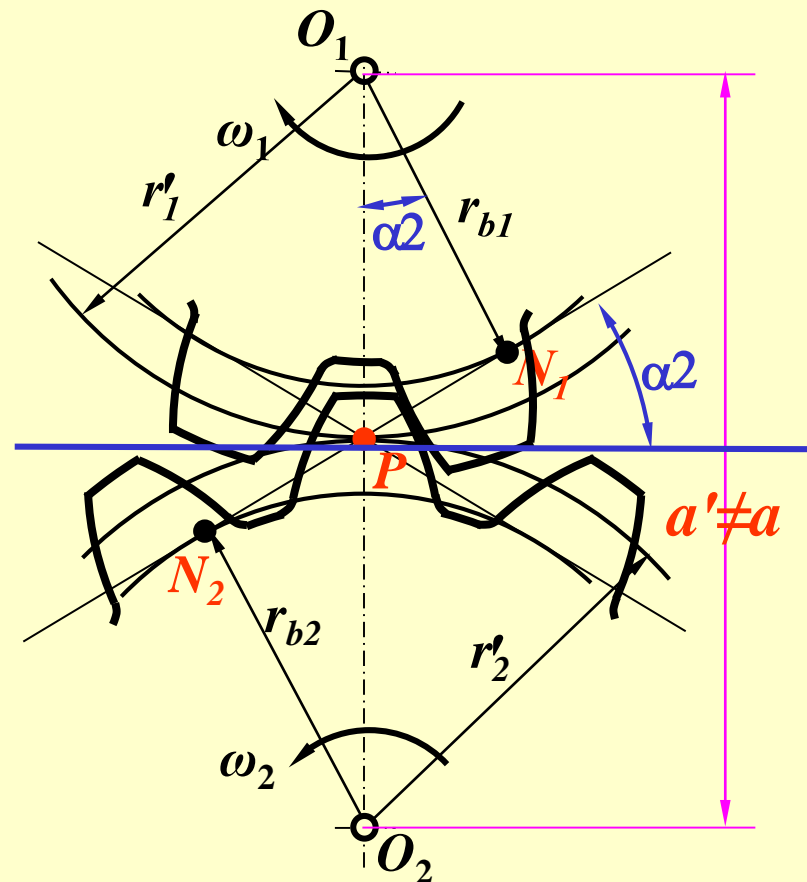
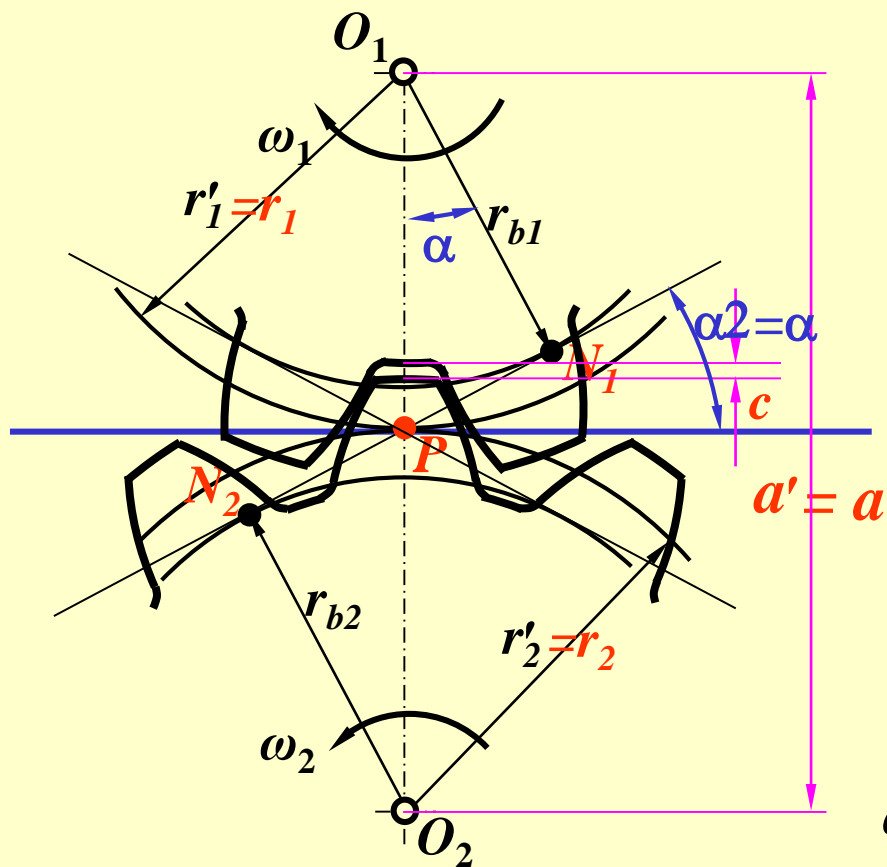
$$c = h_f - h_a = (h_a^* + c^*)m - h_a^*m = c^*m$$

此时顶隙为标准值



按标准中心距安装时，两齿轮的分度圆相切，即此时两轮的分度圆与节圆重合。

3. 啮合角与中心距



啮合角 α_2 ：节点 P 处圆周速度方向与啮合线 N_1N_2 之间所夹锐角

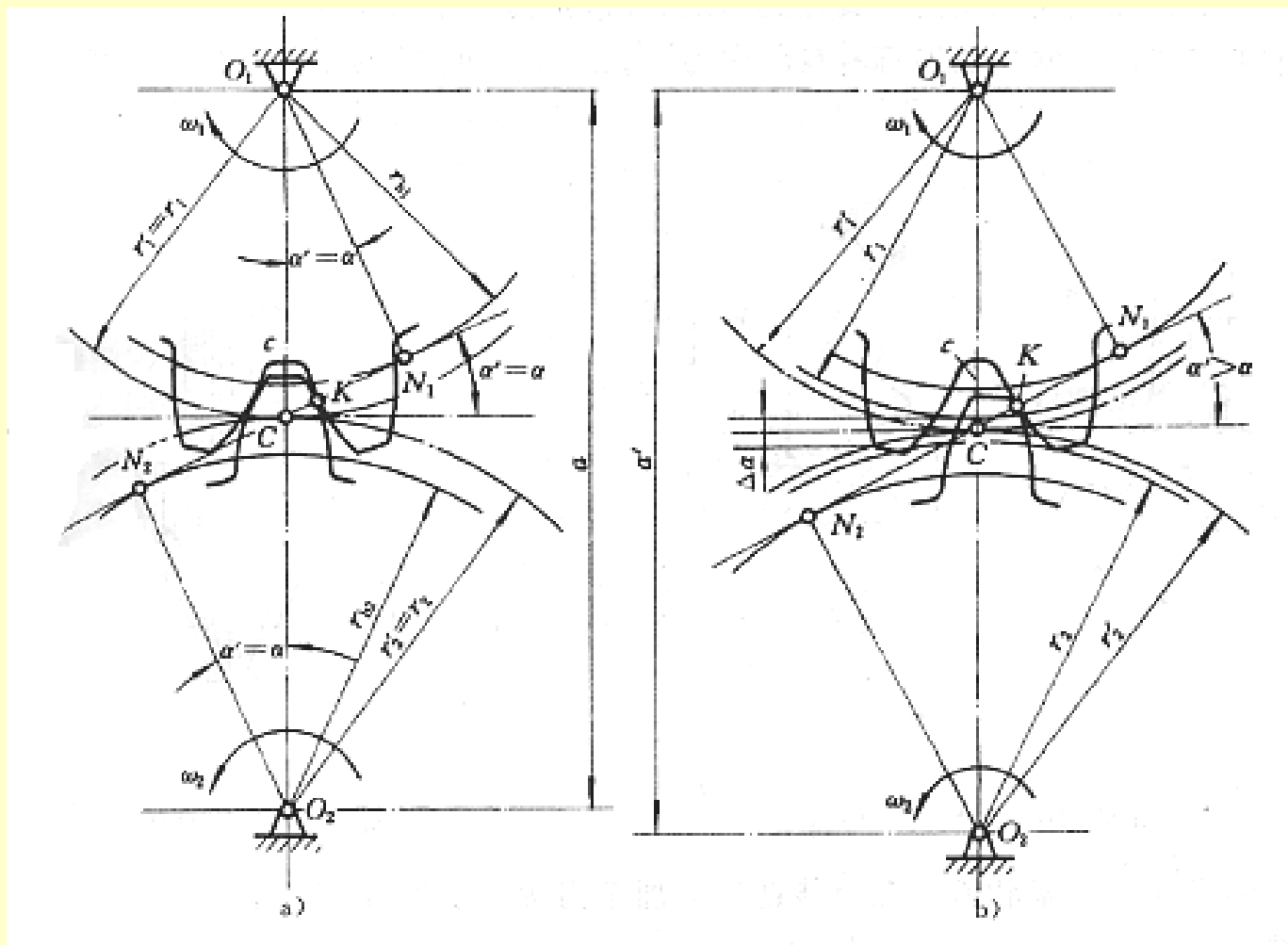
$$a = r'_1 + r'_2 = r_{b1} / \cos \alpha' + r_{b2} / \cos \alpha'$$

$$\text{即：} r_{b1} + r_{b2} = a' \cos \alpha'$$

$$\text{同理有：} r_{b1} + r_{b2} = a \cos \alpha$$

$$\text{所以有：} a \cos \alpha = a' \cos \alpha'$$

当 $a' > a$ 时, $\alpha' > \alpha$?



此时仍有:

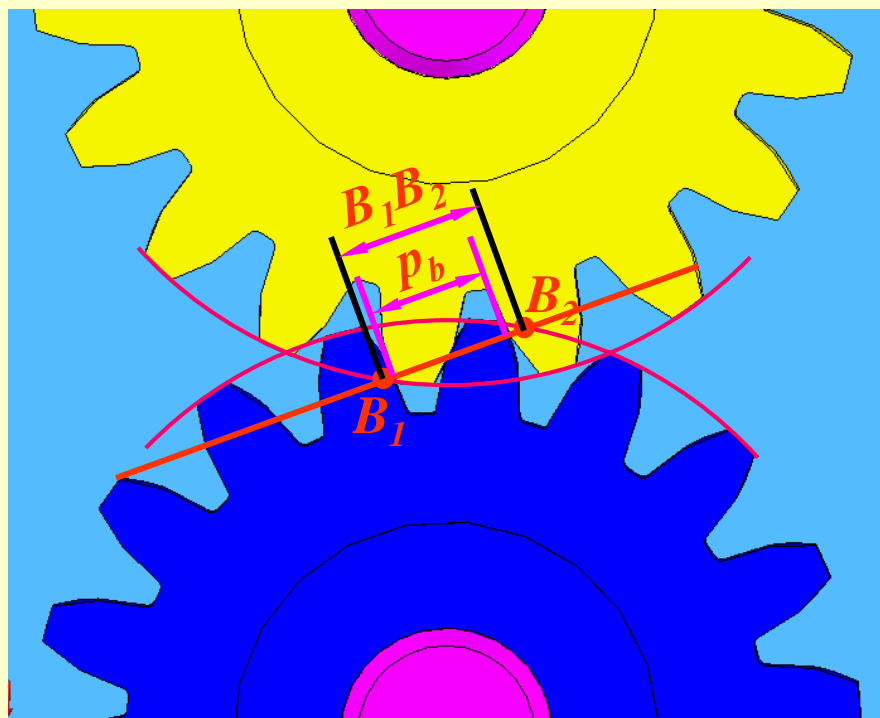
$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2'}{d_1'} = \frac{d_{b2}}{d_{b1}} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

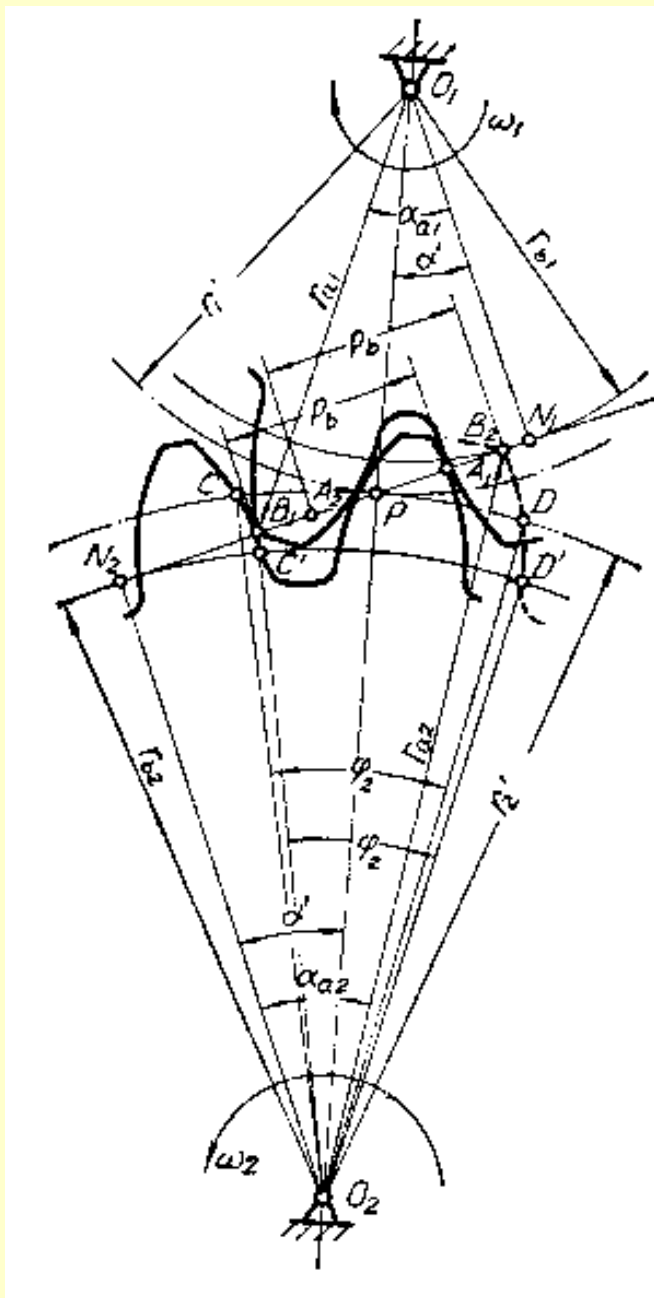
三、重合度的意义

$$\varepsilon = \frac{\overline{B_1 B_2}}{P_b} > 1$$

ε 值越大 \longrightarrow 承载能力越高 \longrightarrow 连续性和平稳性越好

齿轮传动的许用重合度
 $[\varepsilon]=1.3\sim 1.4$ ，即要求 $\varepsilon \geq [\varepsilon]$ 。





$$\overline{B_1B_2} = \text{弧}C'D' = r_{b2}\varphi_2$$

$$= \frac{r_{b2}}{r_2} \times \text{弧}CD$$

$$= \cos \alpha' \times \text{弧}CD$$

$$\therefore p_b = p' \cos \alpha'$$

$$\begin{aligned} \therefore \varepsilon_\alpha &= \frac{\overline{B_1B_2}}{p_b} = \frac{\text{弧}CD \times \cos \alpha'}{p' \cos \alpha'} \\ &= \frac{\text{弧}CD}{p'} = \frac{\text{作用弧}}{\text{节圆齿距}} \end{aligned}$$

重合度的计算

$$\varepsilon = \frac{\overline{B_1B_2}}{P_b}$$

$$B_1B_2 = PB_1 + PB_2$$

$$= (B_1N_1 - PN_1) + (B_2N_2 - PN_2)$$

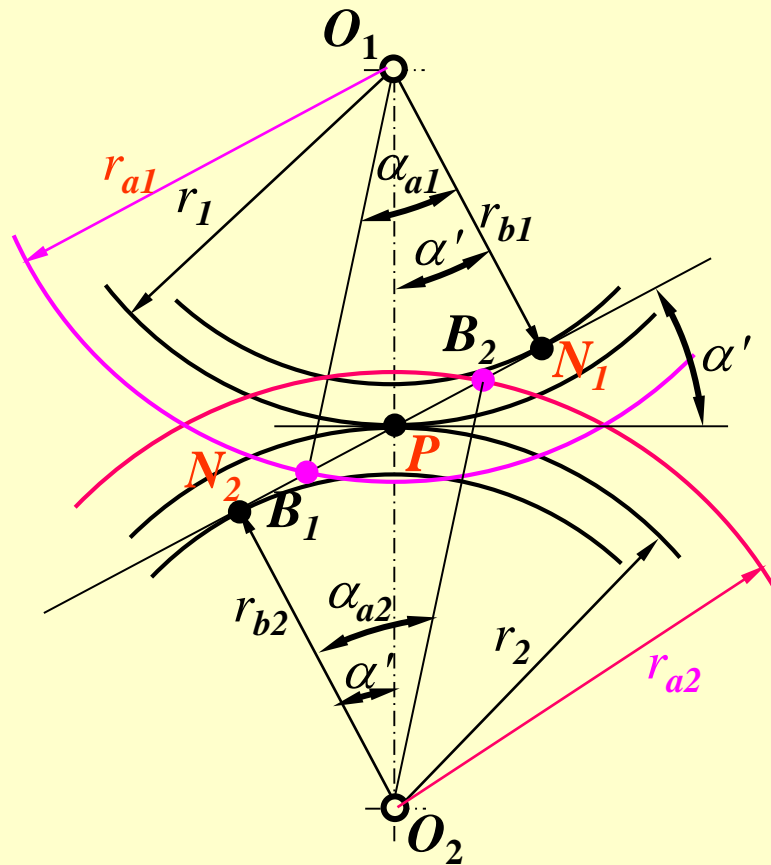
$$= r_{b1} (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha') + r_{b2} (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha')$$

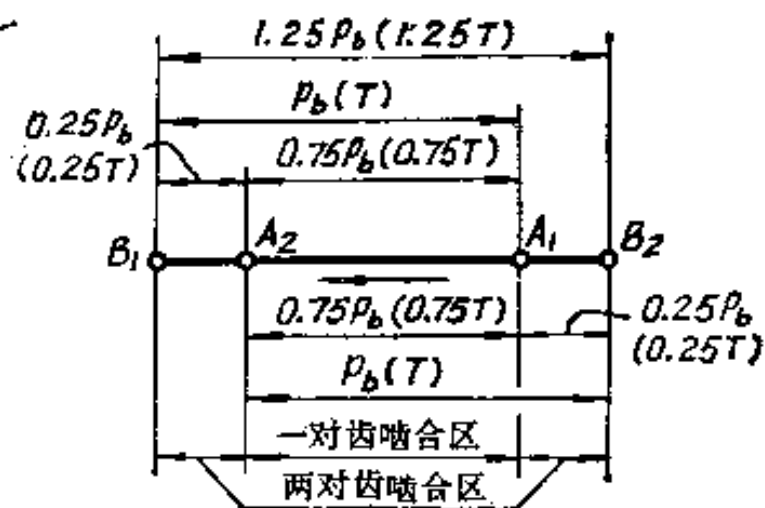
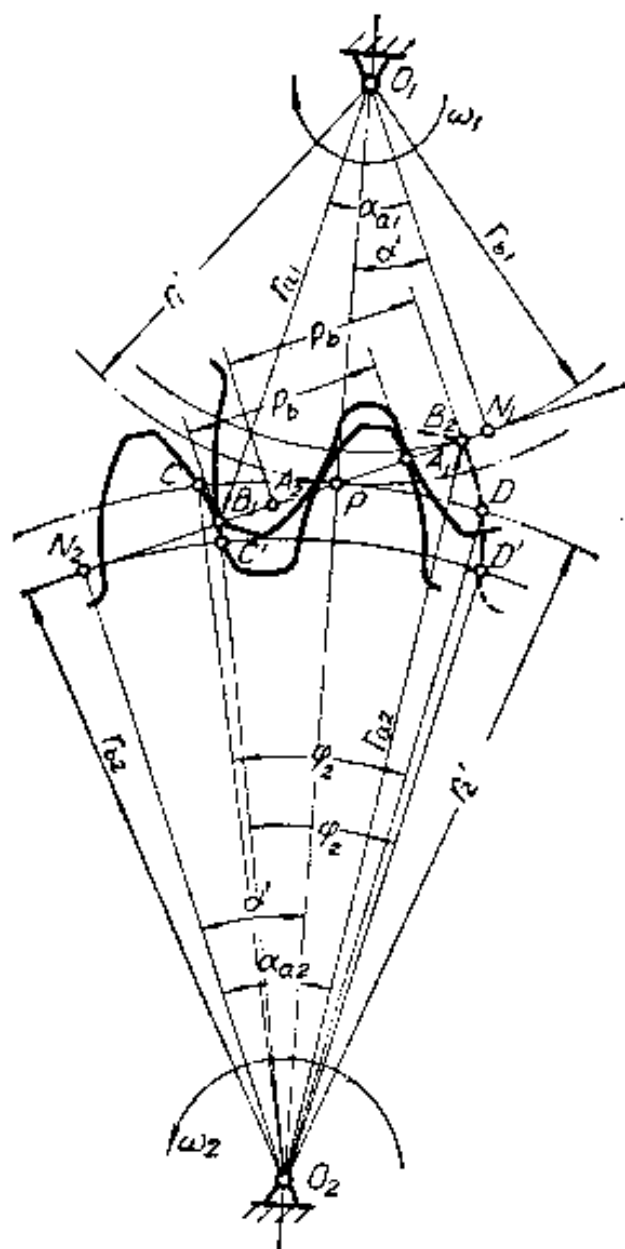
$$= mz_1 \cos \alpha (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha') / 2 +$$

$$mz_2 \cos \alpha (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha') / 2$$

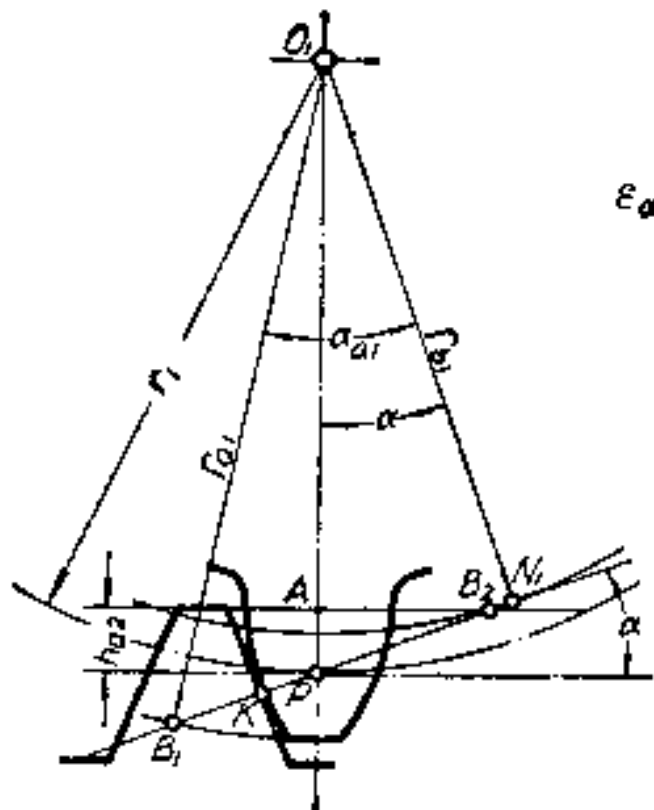
$$\text{而: } P_b = m \pi \cos \alpha$$

$$\text{所以: } \varepsilon = \frac{1}{2\pi} [z_1 (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha') + z_2 (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha')]$$





齿条与齿轮啮合：



$$\varepsilon_\alpha = \frac{\overline{B_1P} + \overline{PB_2}}{\pi m \cos \alpha} = \frac{z_1}{2\pi} (\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha) + \frac{2h_a^*}{\pi \sin 2\alpha}$$

$$\overline{PB_2} = \frac{h_{a2}}{\sin \alpha} = \frac{h_a^* m}{\sin \alpha}$$

当齿轮 1 的齿数 z_1 也趋近无穷大时,

$$\text{则 } \overline{PB_1} = \frac{h_a^* m}{\sin \alpha},$$

重合度最大值为：

$$\varepsilon_{\alpha \max} = 2 \left(\frac{h_a^* m}{\sin \alpha} \right) / \pi m \cos \alpha = \frac{4h_a^*}{\pi \sin 2\alpha}$$

$\alpha = 20^\circ$ 及 $h_a^* = 1$ 时, 标准直齿轮的 $\varepsilon_{\alpha \max} = 1.981$ 。

§ 5-6 渐开线齿廓的加工原理及根切现象

齿轮的加工方法主要有：

★ 铸 造

★ 热 轧

★ 冲 压

★ 模 锻

★ 粉末冶金

★ 切削法

切削法加工也有多种方法，但从加工原理看，可概括为展成法和仿形法两大类。

齿轮加工实例



冲压齿轮

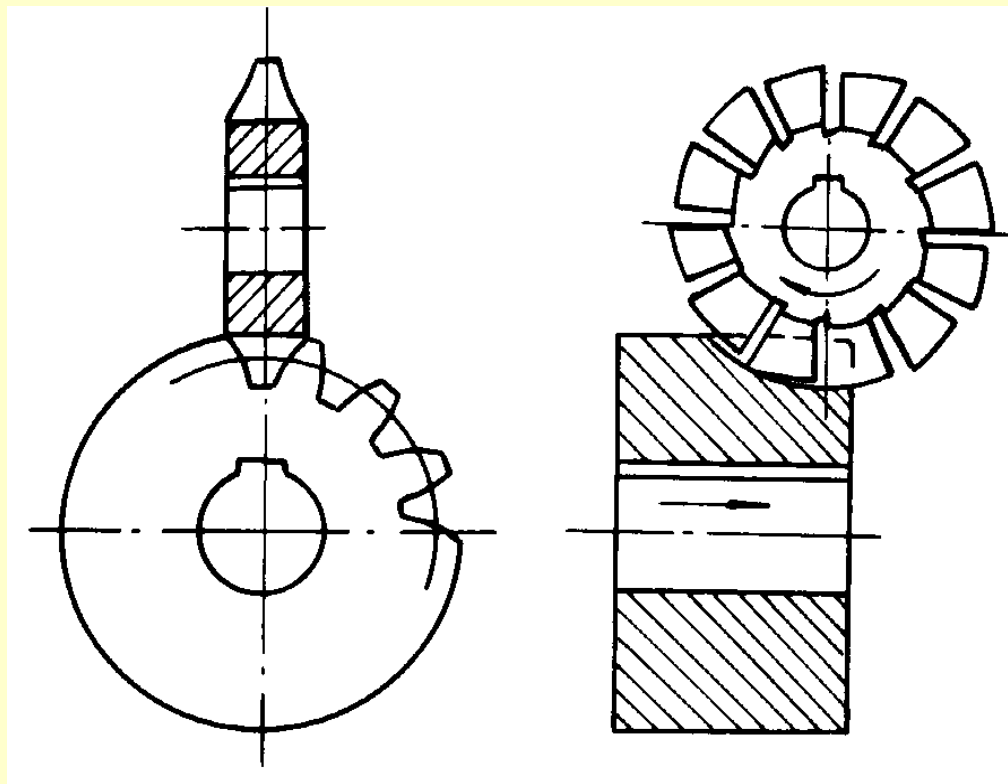


拉刀拉齿

一、仿形法

仿形法是利用与齿轮的齿槽形状相同的刀具直接加工出齿轮齿廓的。

分度头将轮坯转过 $360^\circ/z$ 。





铣
齿

讨论: $d_b = d \times \cos\alpha = mz \times \cos\alpha$

m 一定, z 变化, 将有一组 d_b ——一组齿形。

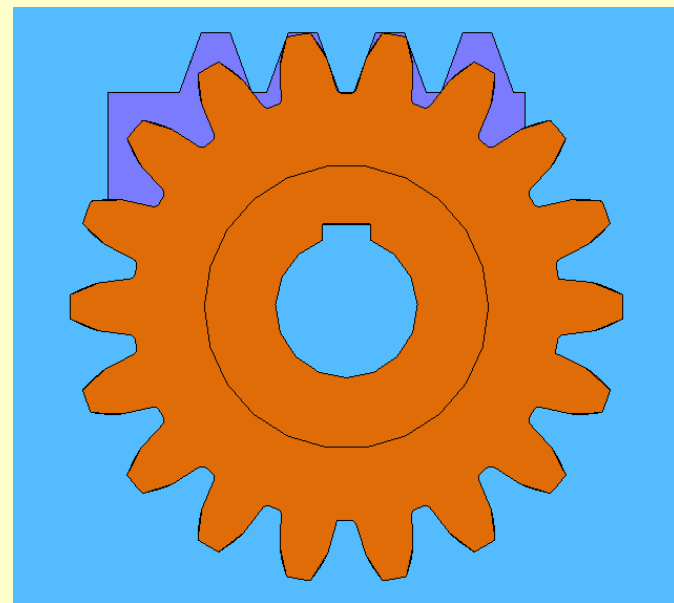
表: 一组8把模数铣刀与加工齿数范围

刀 号	1	2	3	4	5	6	7	8
加工齿数范围	12~13	14~16	17~20	21~25	26~34	35~54	55~134	135以上

特点:

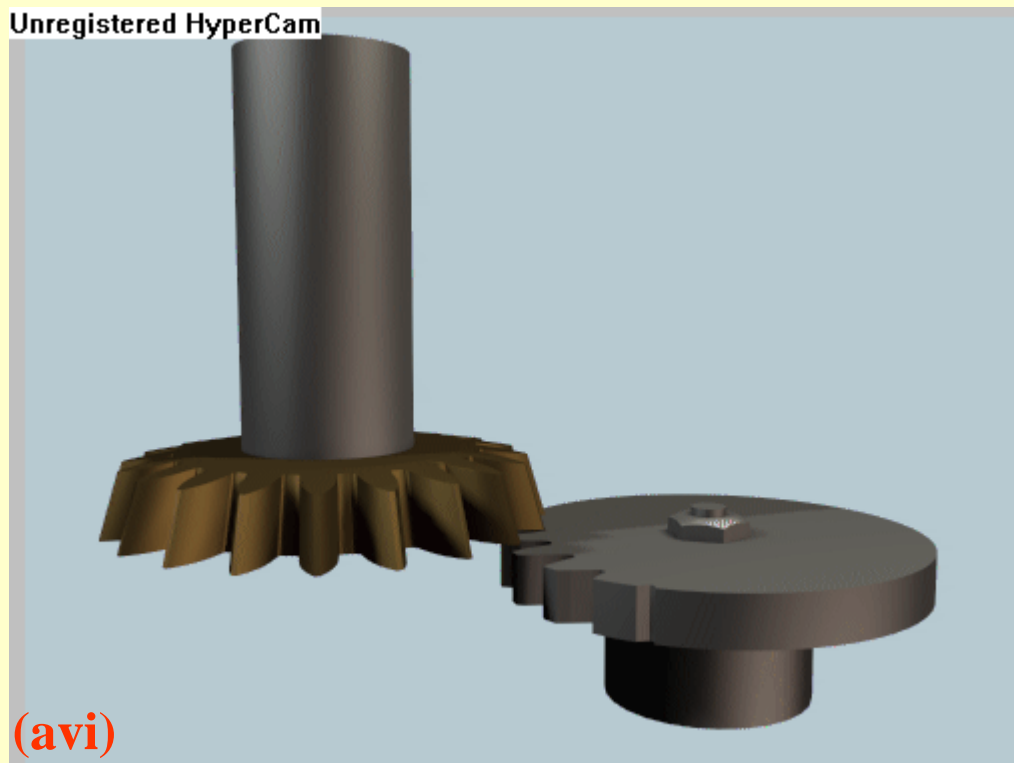
- (1) 精度较低;
- (2) 加工效率低;
- (3) 无须专用设备;
- (4) 适用于修配。

(5) 各号铣刀的齿形都是按该组内齿数最少的齿轮齿形制作的。



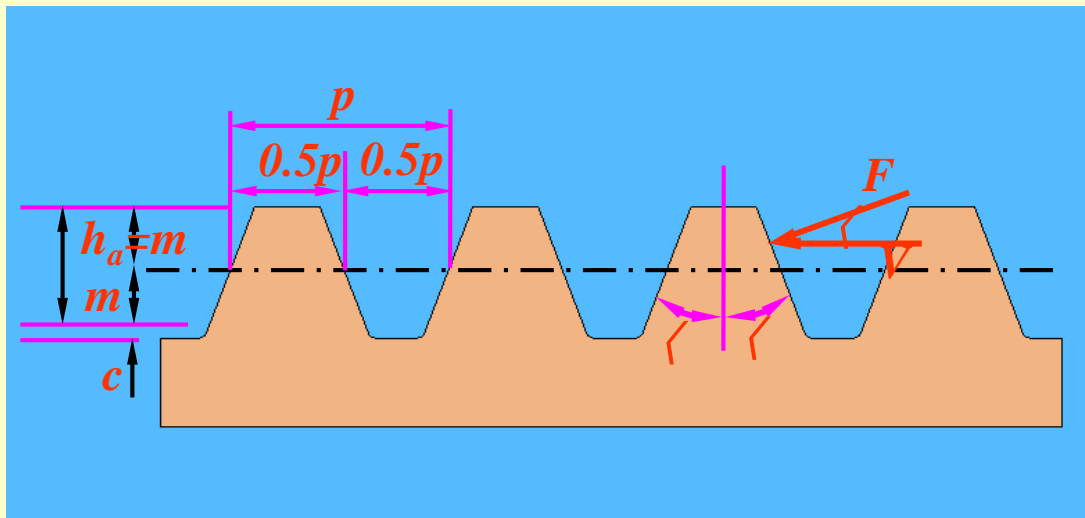
二、展成法

依据一对齿轮正确啮合的方式，根据包络法形成共轭齿廓的原理，当刀具的瞬心线 C_1 与齿轮的瞬心线 C_2 相切作纯滚动时，与 C_1 固结的刀具齿廓 K_1 可以包络齿轮的齿廓 K_2 。这种加工方法称为展成法。

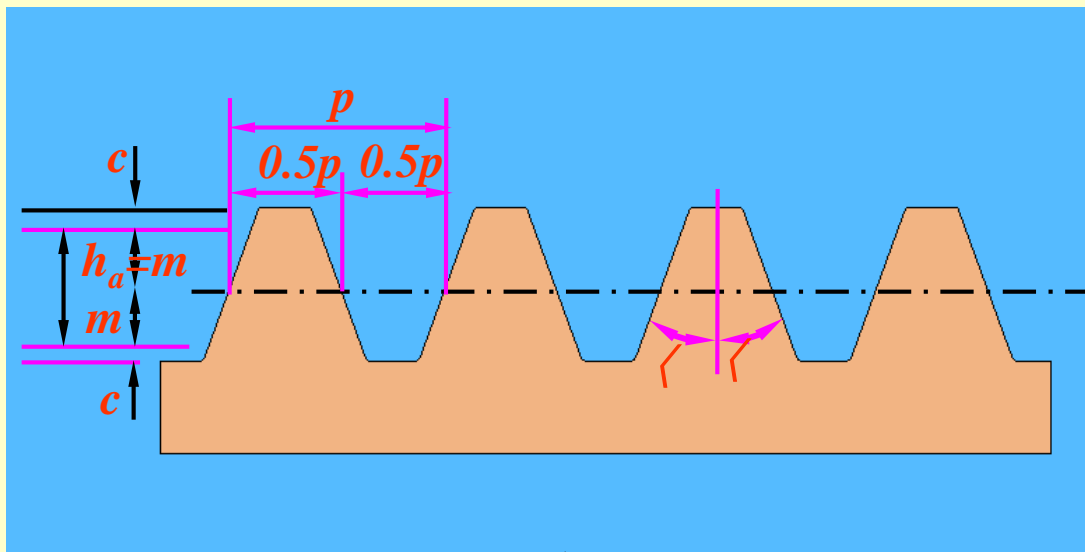


1. 刀具及其齿形

用展成法切削
齿轮时，常用的刀
具有：齿轮插刀、
齿条插刀(梳刀)和
滚刀。



齿条



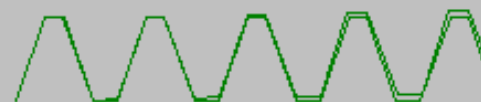
齿条插刀

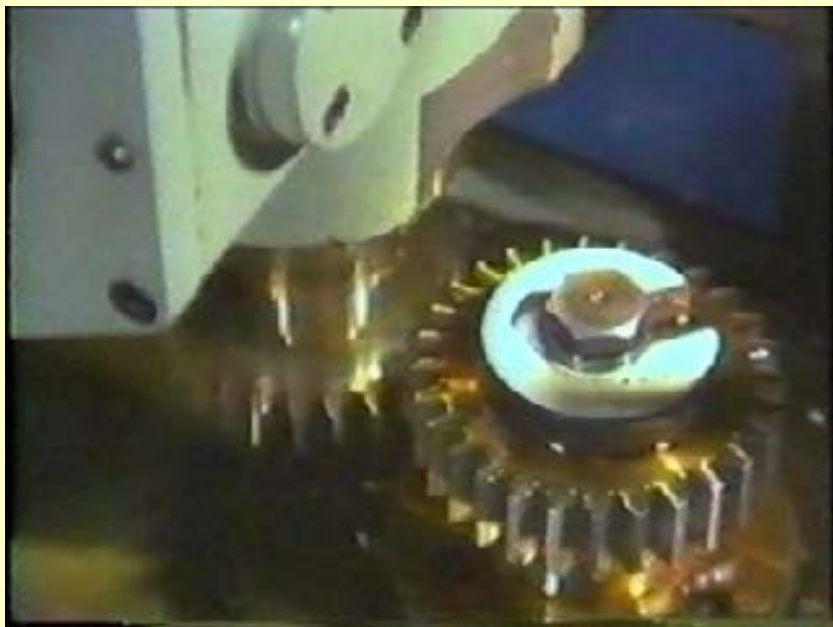


red HyperCam

齿条插刀插齿

(avi)





齿轮插刀插外齿



齿轮插刀插内齿



齿 轮 插 刀



磨 齿

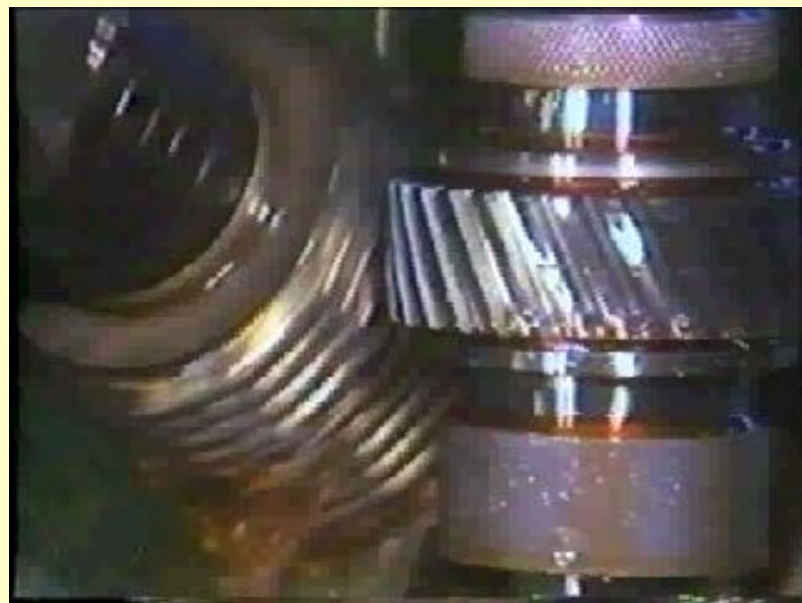
齿轮的一般加工工艺路线：

滚齿(插齿) → 剃 齿 → 热处理 → 珩 齿

滚齿(插齿) → [剃 齿 → 热处理] → 磨 齿



滚直齿轮



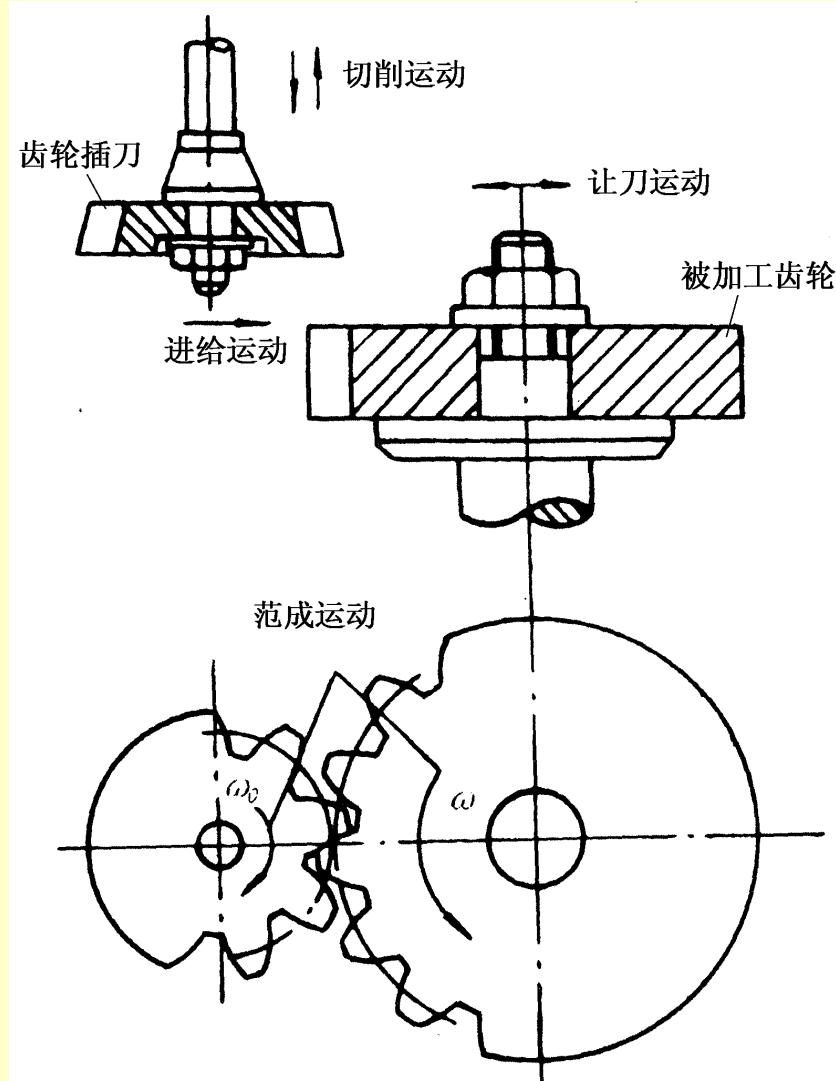
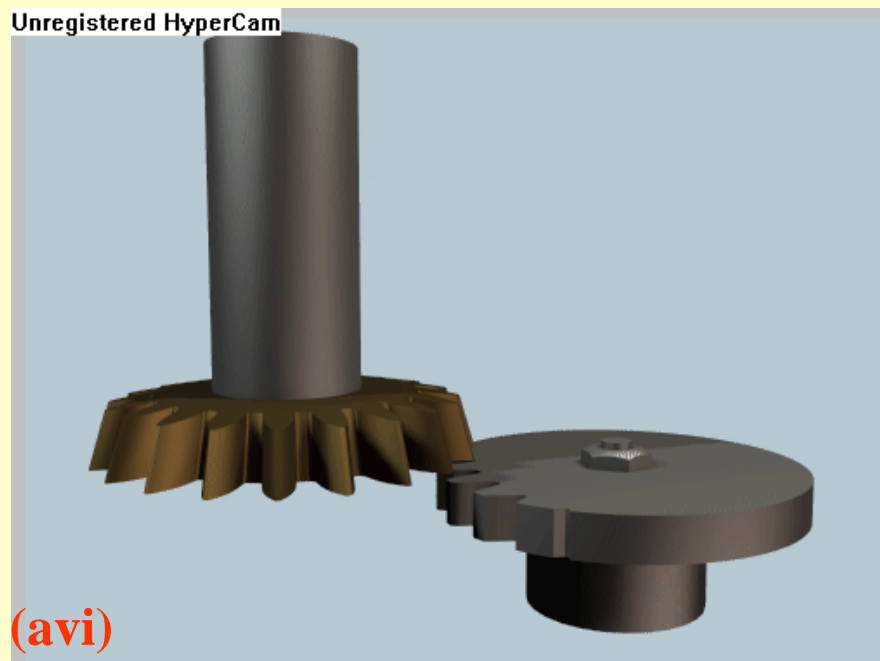
滚斜齿轮



2.切削过程中的运动

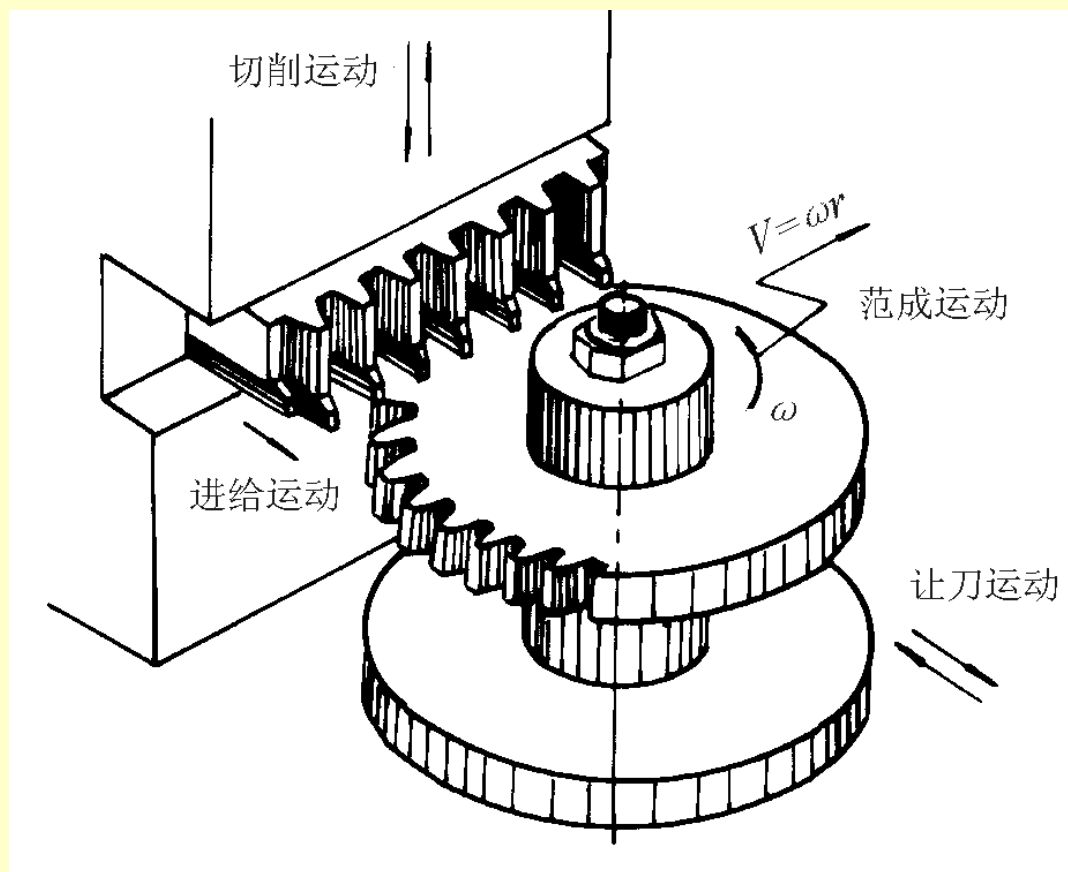
(1) 展成运动

用齿轮插刀加工齿轮时，
齿轮插刀的**节圆**与被加工齿轮的**节圆**相切并作纯滚动，这种运动称为展成运动。



用齿条刀具加工齿轮时

齿条刀具的**节线**与
被加工齿轮的**分度圆**相
切并作纯滚动，这种运
动称为展成运动。



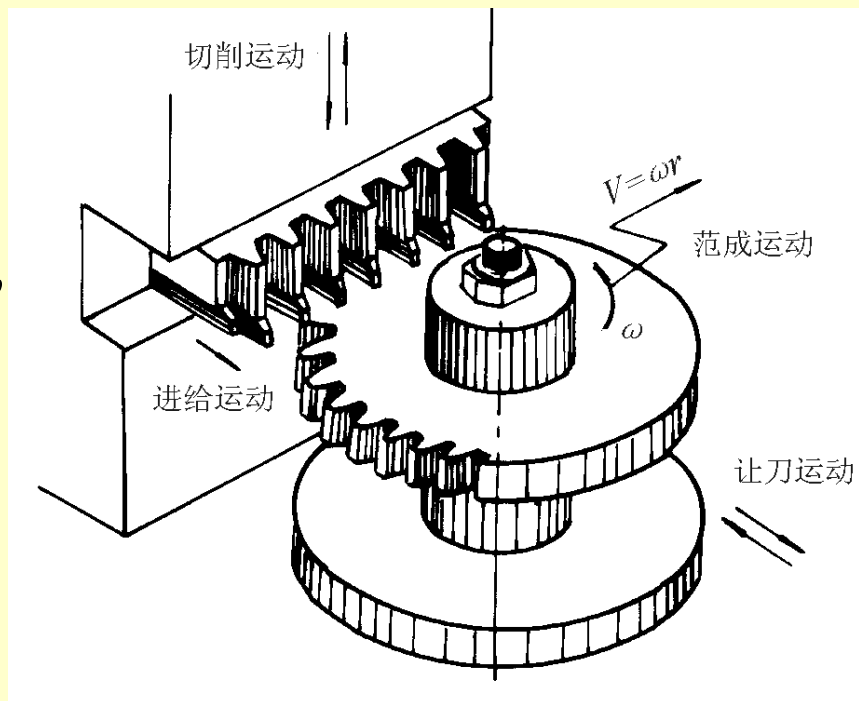
注意：展成运动是在完成一次切削运动后进行的。

3. 滚齿加工的特点

(1) 齿条刀插齿的缺点

●齿条刀(梳刀)插齿时，由于梳刀的长度有限，在加工几个齿廓之后必须退回到原来位置，这就造成机床结构复杂且难以保证分齿精度。

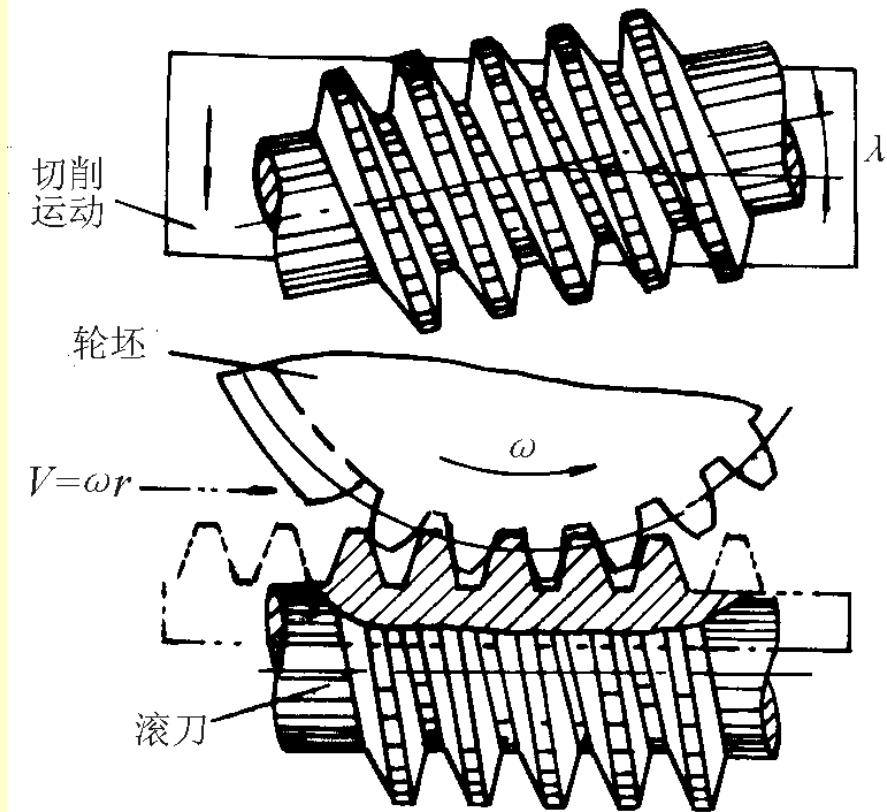
●插齿过程中切削不连续，生产率低。



(2) 滚齿原理

设想：

- 把滚刀做成蜗杆形状
- 该蜗杆的轴截面为直线齿形
- 滚刀旋转时，相当于直线齿廓的齿条沿其轴线方向连续不断地移动



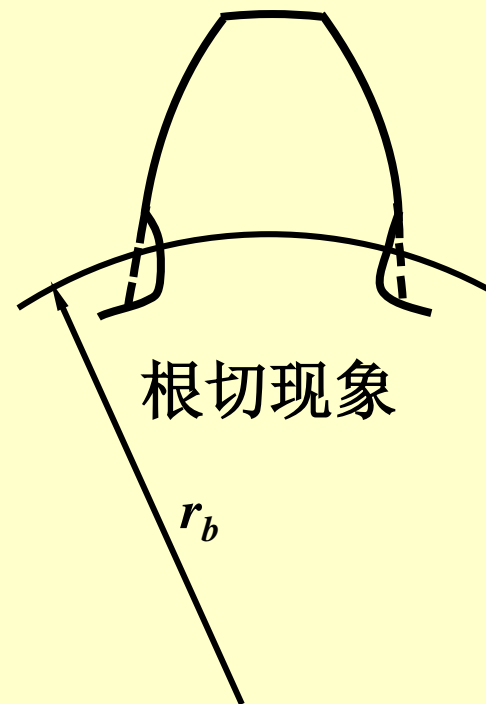
§ 5-8 渐开线齿轮加工中的几个问题

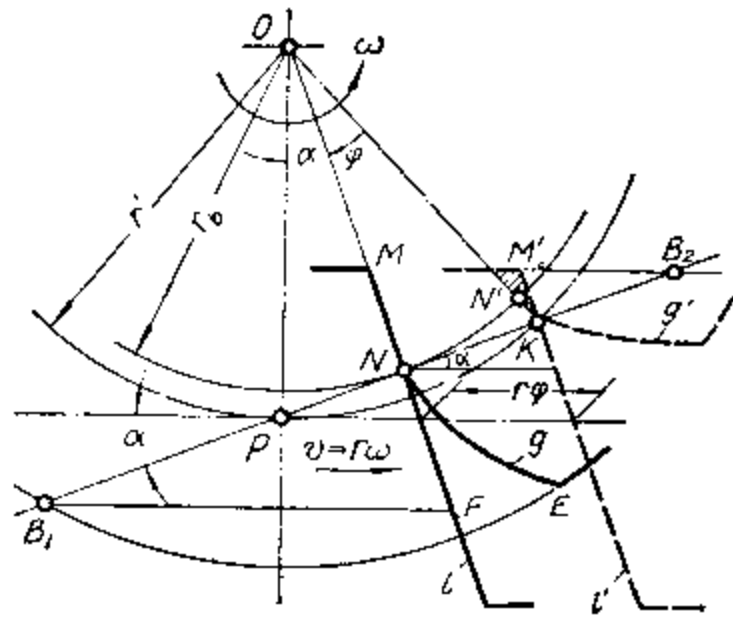
1. 根切现象及产生原因

根切现象：因某种原因，轮齿根部的渐开线被切削掉的现象。

用展成法加工渐开线齿轮过程中，有时刀具齿顶会把被加工齿轮根部的渐开线齿廓切去一部分，这种现象称为根切。根切的危害：

根切将削弱齿根强度，甚至可能降低传动的重合度，影响传动质量。





这时轮坯上的点 N 转过的弧长为 $\widehat{NN'} = r_b \varphi$

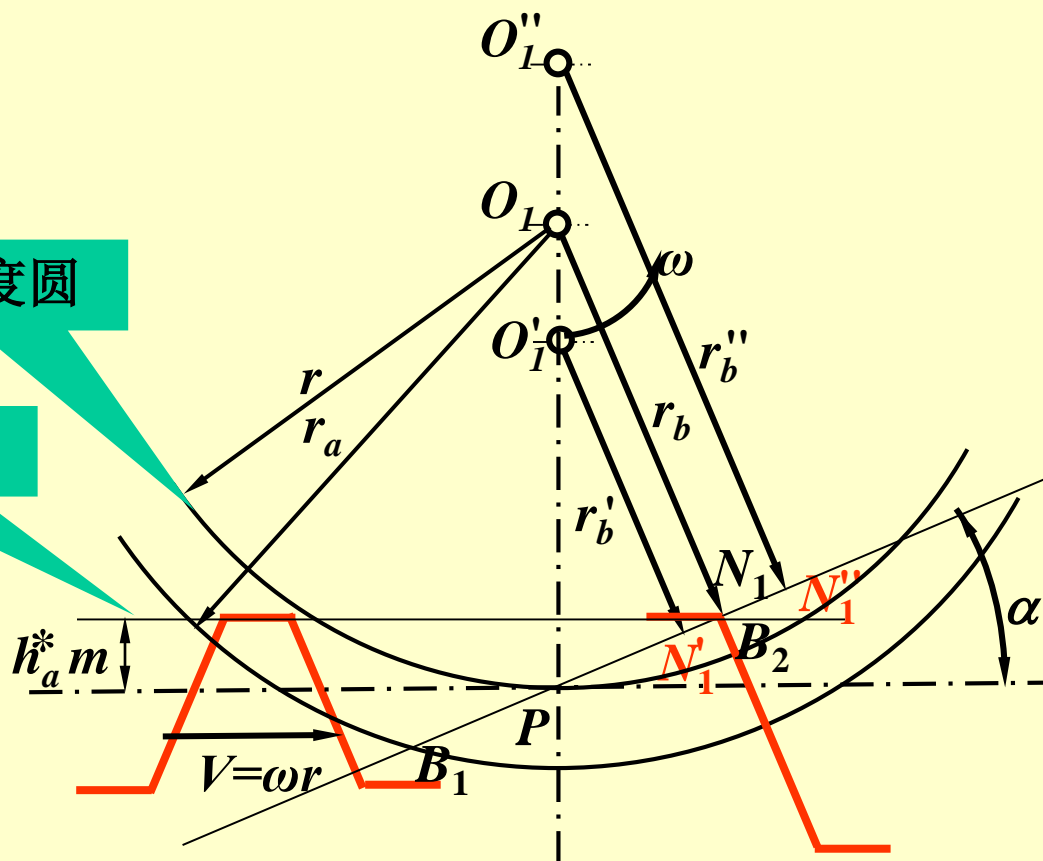
因此得 $\widehat{NN'} = \overline{NK}$

由于 \overline{NK} 为点 N 到直线齿廓 l' 的垂直距离, 而 $\widehat{NN'}$ 为圆弧, 所以点 N' 必在齿廓 l' 的左边。又因 N' 是齿廓 g' 在基圆上的始点, 以刀具的齿顶必定切入轮坯的齿根, 不但基圆内的齿廓被切去一部分, 而且基圆外的渐开线齿廓也被切去一部分, 即发生根切现象。

2. 最小不根切齿数

轮坯分度圆

刀具齿顶线



不产生根切条件：

$$\overline{PN_1} \geq \overline{PB_2}$$

而： $\overline{PN_1} = r \sin \alpha$

$$\overline{PB_2} = h_a^* m / \sin \alpha$$

所以有： $r \sin \alpha \geq h_a^* m / \sin \alpha$

$$\frac{mz \sin \alpha}{2} \geq \frac{h_a^* m}{\sin \alpha}$$

即： $z \geq 2h_a^* / \sin^2 \alpha$

当 $h_a^* = 1$, $\alpha = 20^\circ$ 时, $z_{\min} = 17$

3. 避免根切的方法 ——变位齿轮的提出

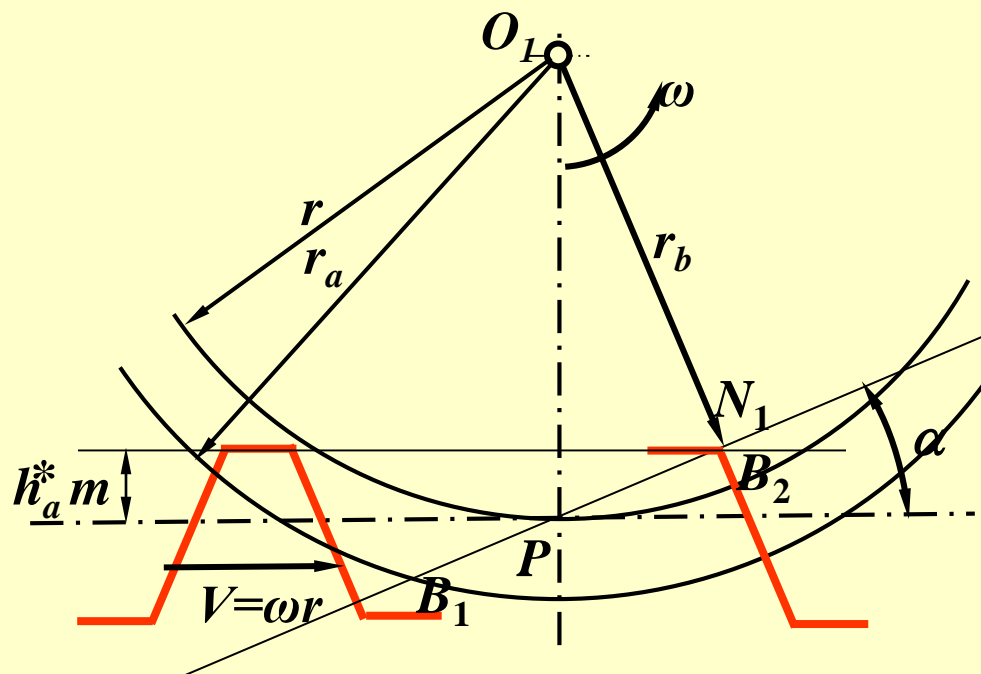
1) 提高啮合极限点 N_1

- ◆ 增加齿数 Z
- ◆ 加大压力角 α

2) 降低刀具齿顶线

- ◆ 减小齿顶高系数 h_a
- ◆ 向外移动刀具

——正变位



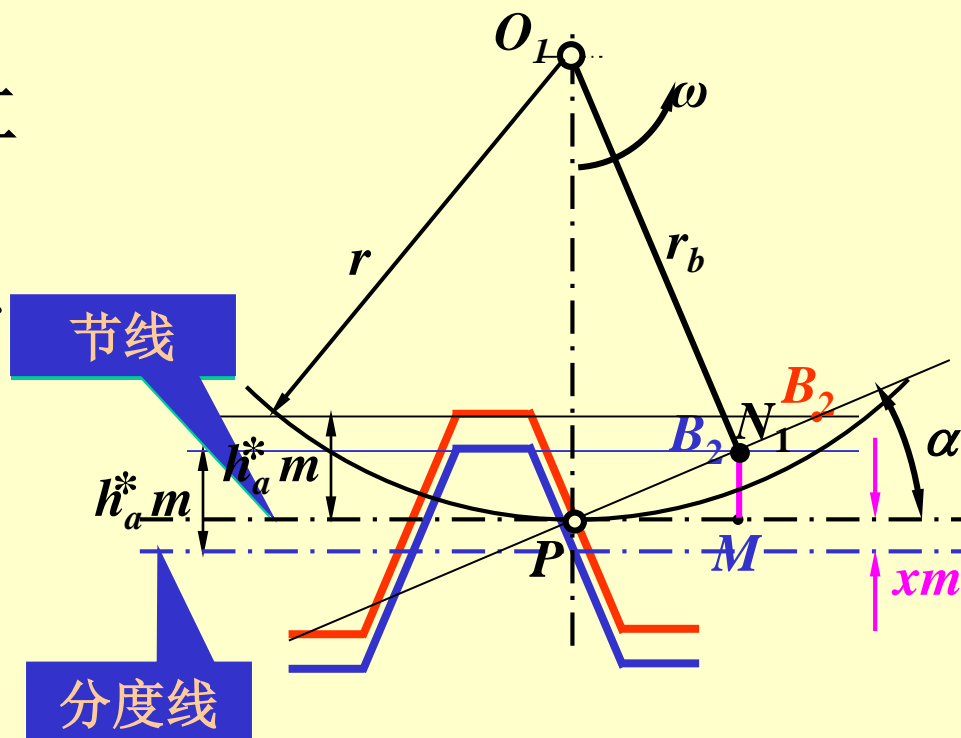
4. 最小变位系数 x_{min}

变位：刀具相对被加工
齿轮的径向移动。

变位量 xm ，变位系数 x

$$h_a^* m - xm \leq \overline{N_1 M}$$

$$\begin{aligned}\overline{N_1 M} &= \overline{PN_1} \sin \alpha \\ &= r \sin^2 \alpha\end{aligned}$$



$$r \sin^2 \alpha \geq h_a^* m - xm$$

$$mz \sin^2 \alpha / 2 \geq h_a^* m - xm$$

$$z_{min} = 2h_a^* / \sin^2 \alpha \quad h_a^* = z_{min} \sin^2 \alpha / 2$$

$$x_{min} = h_a^* \frac{z_{min} - z}{z_{min}} = \frac{17 - z}{17}$$

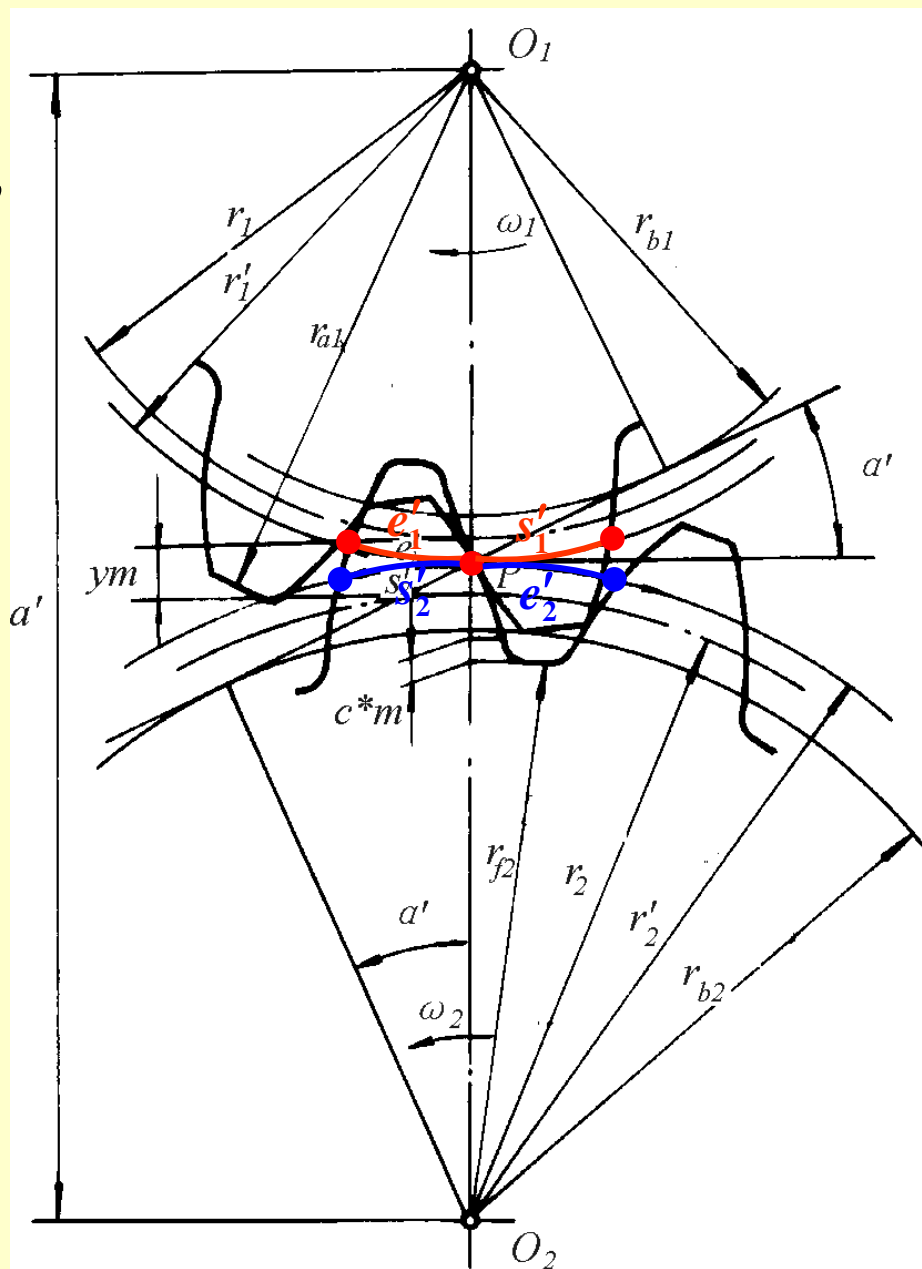
5. 变位齿轮啮合

为保证无齿侧间隙啮合，
应该有：

$$\begin{cases} e'_1 = s'_2 \\ e'_2 = s'_1 \end{cases}$$



$$p'_1 = s'_1 + e'_1 = s'_2 + e'_2 = p'_2$$



无侧隙啮合方程

$$p' = s_1' + e_1' = s_1' + s_2'$$

$$s_1' = s_1 \frac{r_1'}{r_1} + 2r_1'(\text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha')$$

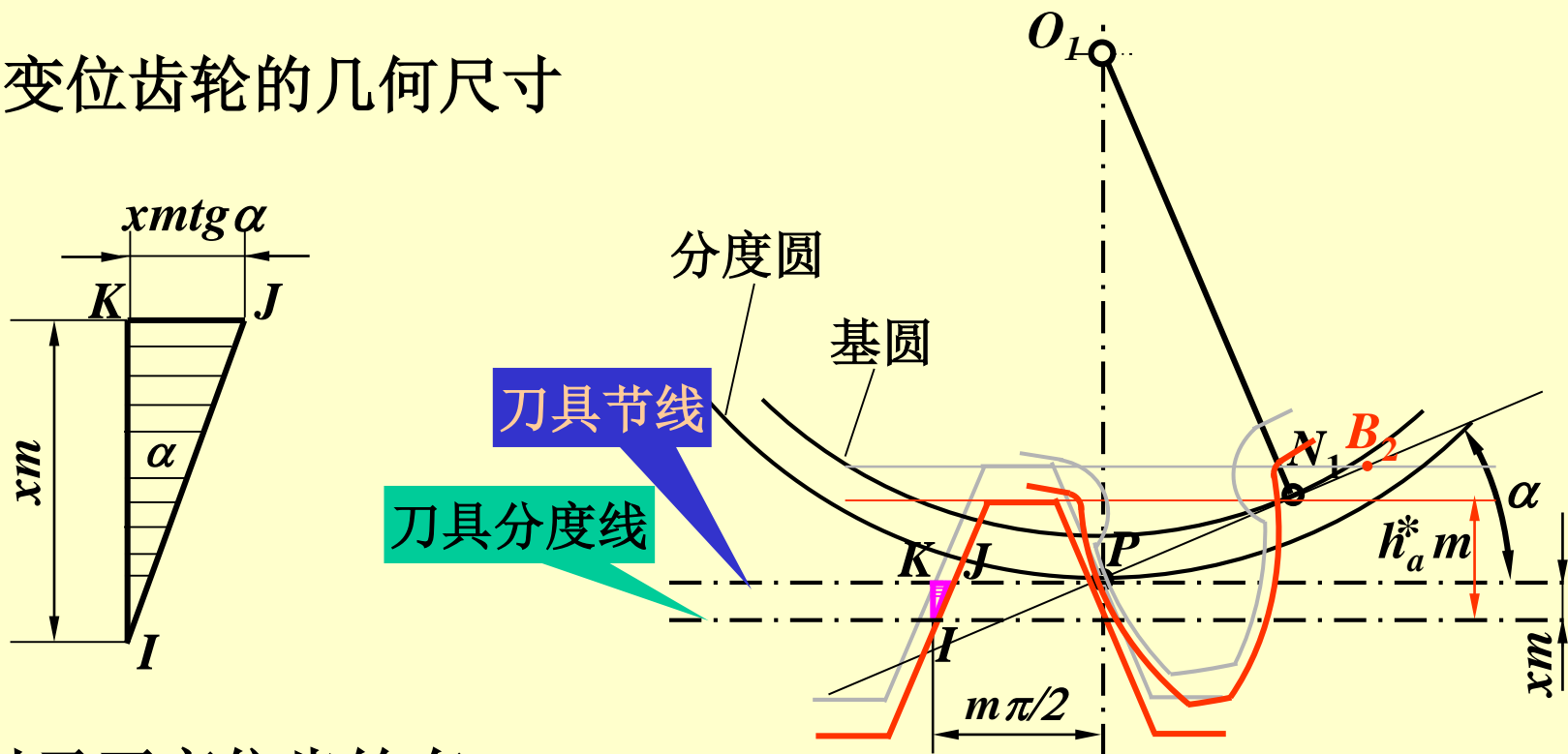
$$s_2' = s_2 \frac{r_2'}{r_2} + 2r_2'(\text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha')$$

代入相应公式后，得：

$$\text{inv}\alpha' = \frac{2(x_1 + x_2)}{z_1 + z_2} \text{tg}\alpha + \text{inv}\alpha$$

通常与 $a \cos \alpha = a' \cos \alpha'$ 成对使用

6. 变位齿轮的几何尺寸



对于正变位齿轮有：

$$s = \pi m/2 + 2KJ = (\pi/2 + 2xtga) m$$

$$e = \pi m/2 - 2KJ = (\pi/2 - 2xtga) m$$

$$h_f = h_a^*m + c^*m - xm = (h_a^* + c^* - x) m$$

$$h_a = h_a^*m + xm = (h_a^* + x) m$$

§ 5-9 变位齿轮传动的类型、应用与变位系数的选择

一、变位齿轮传动问题的提出

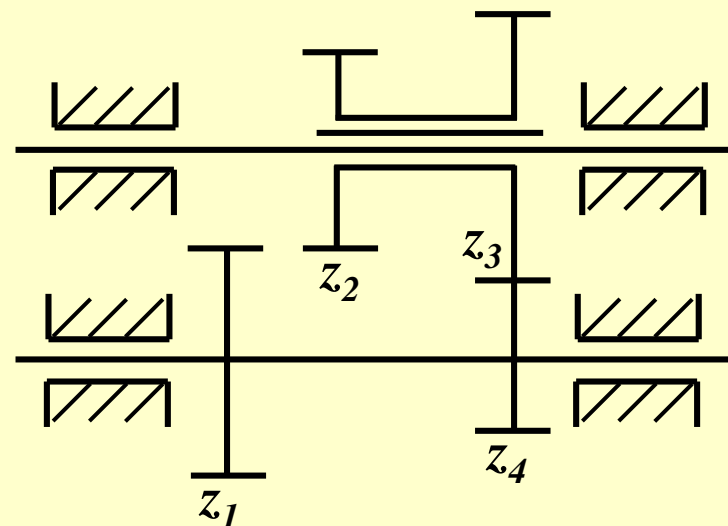
1. 避免根切产生，以减小机构尺寸

2. 提高小齿轮承载能力，降低小齿轮根部磨损，实现“同时失效”。

变位齿轮的承载能力可比标准齿轮提高20%以上。

3. 凑配中心距。

4. 修复已磨损的旧齿轮。



$$m = 2.5, \quad z_1 = 25, \quad z_2 = 25 \quad \rightarrow \quad a_{12} = 62.5\text{mm}$$

$$m = 2.5, \quad z_1 = 35, \quad z_2 = 17 \quad \rightarrow \quad a_{34} = 65.0\text{mm}$$

二、变位齿轮传动

1. 变位齿轮传动的中心距

依据无侧隙啮合传动的要求，可推得下式：

$$\text{inv} \alpha' = 2 \tan \alpha (x_1 + x_2) / (z_1 + z_2) + \text{inv} \alpha$$

——无侧隙啮合方程

$$\text{inv } \alpha' = 2 \tan \alpha (x_1 + x_2) / (z_1 + z_2) + \text{inv } \alpha$$

$$a \cos \alpha = a' \cos \alpha'$$

$$(x_1 + x_2) \neq 0, \text{ 则: } \alpha \neq \alpha', a \neq a'$$

设两轮作无侧隙啮合时的中心距为 a' ，它与标准中心距之差为 $y m$ ， y —— 中心距变动系数，则

$$a' = a + y m$$

$$\text{即: } y m = a' - a = (r_1 + r_2) \cos \alpha / \cos \alpha' - (r_1 + r_2)$$

$$y = (z_1 + z_2) (\cos \alpha / \cos \alpha' - 1) / 2$$

为保证两轮之间具有标准的顶隙 $c = c^* m$ ，则两轮的圆心距应等于

$$\begin{aligned} a'' &= r_{a1} + c + r_{f2} = r_1 + (h_a^* + x_1) m + c^* m + r_2 - (h_a^* + c^* - x_2) m \\ &= a + (x_1 + x_2) m \end{aligned}$$

$a' = a + ym$ ——满足无齿侧间隙的中心距

$a'' = a + (x_1 + x_2) m$ ——满足标准径向间隙的中心距

若： $y = x_1 + x_2$ ，就可同时满足上述两式。

经验表明：只要 $x_1 + x_2 \neq 0$ ，总是 $x_1 + x_2 > y$ 。

工程上的解决办法是：两轮按无侧隙中心距 $a' = a + ym$ 安装，而将两轮的齿顶高减短 Δym ，以满足标准顶隙要求。 Δy 称为齿顶高降低系数，其值为 $\Delta y = x_1 + x_2 - y$ 。这时有齿顶高为

$$h_a = h_a^* m + xm - \Delta ym = (h_a^* + x - \Delta y) m$$

2. 渐开线齿轮传动类型及其特点

变位齿轮传动的特性与变位系数和 $x_\Sigma = (x_1 + x_2)$ 的大小及变位系数 x_1 ， x_2 分配有关。根据 x_Σ ， x_1 ， x_2 的数值，可把齿轮传动分为三种基本类型。

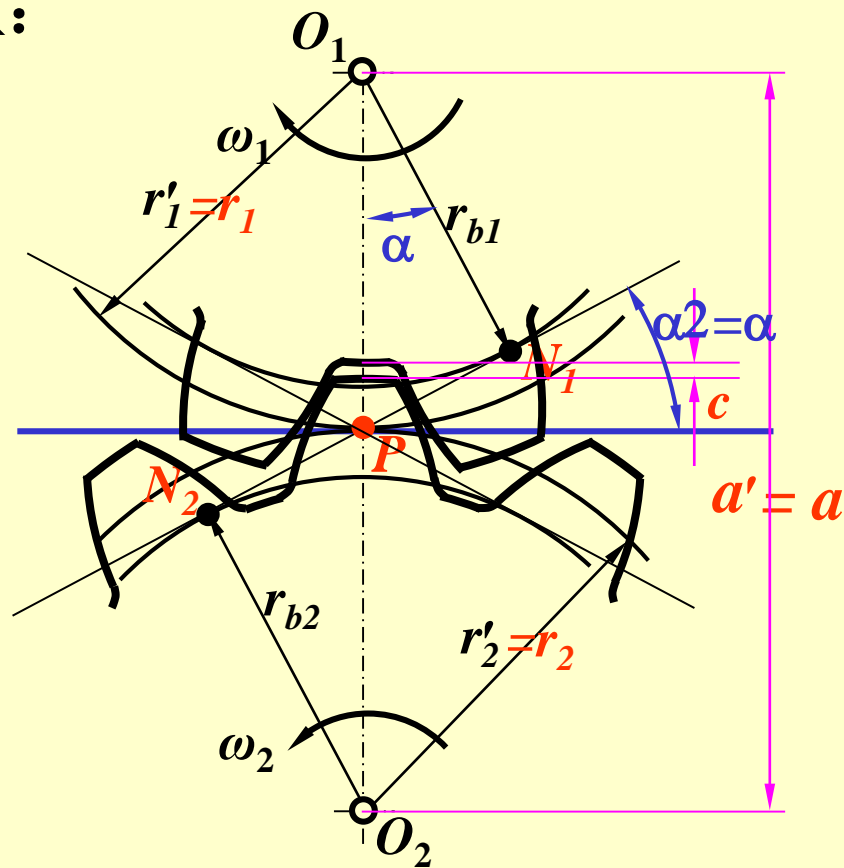
1) 标准齿轮传动

a. 条件 $x_{\Sigma} = x_1 + x_2 = 0$, 且:

$$x_1 = x_2 = 0$$

b. 特点

这是变位齿轮传动的特例 (变位系数等于零); 其啮合 α' 角等于分度圆压力角 α , 中心距 a' 等于标准中心距 a 。齿数条件: $z > z_{\min}$ 。这类齿轮传动设计简单, 使用方便, 可以保持标准中心距, 但小齿轮的齿根较弱, 易磨损。



2) 高度变位齿轮传动

a. 条件

$$x_{\Sigma} = x_1 + x_2 = 0, \text{ 但: } x_1 = -x_2 \neq 0$$

又称为等移距变位齿轮传动。

b. 特点

由于它与标准齿轮传动一样, $x_{\Sigma}=0$, $x_1=-x_2$, 因此,
 $\alpha' = \alpha$, $a' = a$, $y=0$, $\Delta y=0$

与标准齿轮相比, 其啮合角 $\alpha' = \alpha$ 不变, 仅仅齿顶高和齿根高发生了变化, 即: $h_{a1} = (h_a^* + x_1)m$, $h_{f1} = (h_a^* + c^* - x_1)m$, 故称之为高度变位齿轮传动。

齿数条件 $z_1 + z_2 \geq 2z_{\min}$, 这时, 小齿轮 z_1 可以小于 z_{\min} 而采用正变位, 因而这类齿轮传动可以减小机构尺寸, 并且还可以提高承载能力, 改善磨损情况。

3) 角度变位齿轮传动

条件: $x_{\Sigma}=x_1+x_2\neq 0$

由于 $x_{\Sigma}=x_1+x_2\neq 0$,因而其啮合角 α' 不再等于标准齿轮的啮合角 α , 故称为角度变位齿轮传动。它又可分为两种情况:

a. 正传动 $x_{\Sigma}=x_1+x_2 > 0$

$\alpha' > \alpha$, $a' > a$, $y > 0$, $\Delta y > 0$, 这种齿轮传动的两分度圆不再相切而是分离 y_m 。为保证标准径向间隙和无侧隙啮合, 其全齿高应比标准齿轮缩短 Δy_m 。

正传动的主要优点是: 可以减小机构尺寸, 减轻轮齿的磨损, 提高承载能力, 还可以配凑并满足不同中心距的要求。

齿数条件: 两齿轮齿数均可小于17。

b. 负传动

$$x_{\Sigma}=x_1+x_2<0$$

此时 $\alpha' < \alpha$, $a' < a$, $y < 0$, 但 $\Delta y > 0$; 这种齿轮传动的两分度圆相交, 它的主要优点是可以配凑不同的中心距, 但是其承载能力和强度都有所下降。一般只在配凑中心距或在不得已的情况下, 才采用负传动。齿数条件:

$$z_1+z_2>34$$

§ 5-10 斜齿圆柱齿轮传动



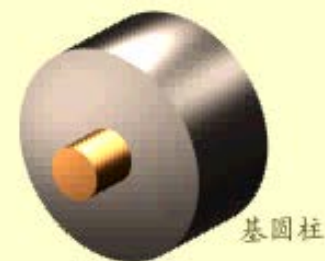
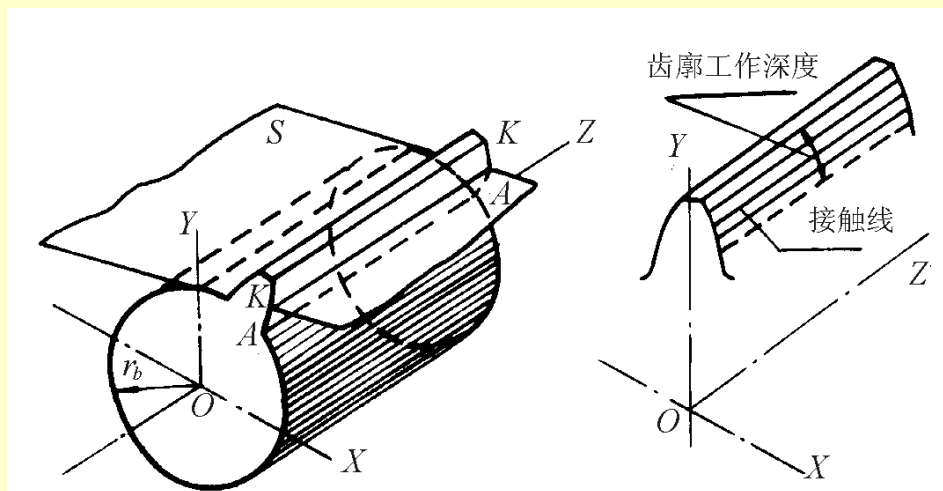
斜齿圆柱齿轮传动



直齿圆柱齿轮传动

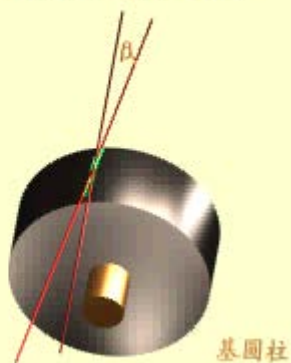
一、斜齿圆柱齿轮齿廓曲面的形成

渐开线直齿圆柱齿轮齿面的形成

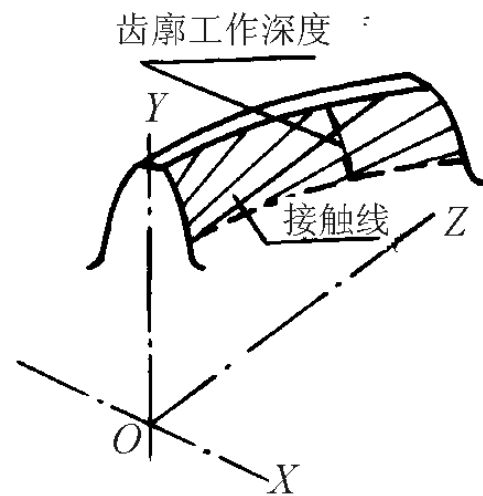
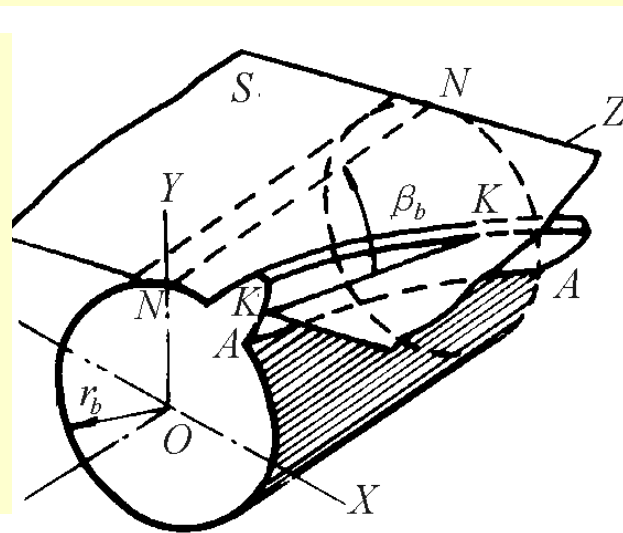


(avi)

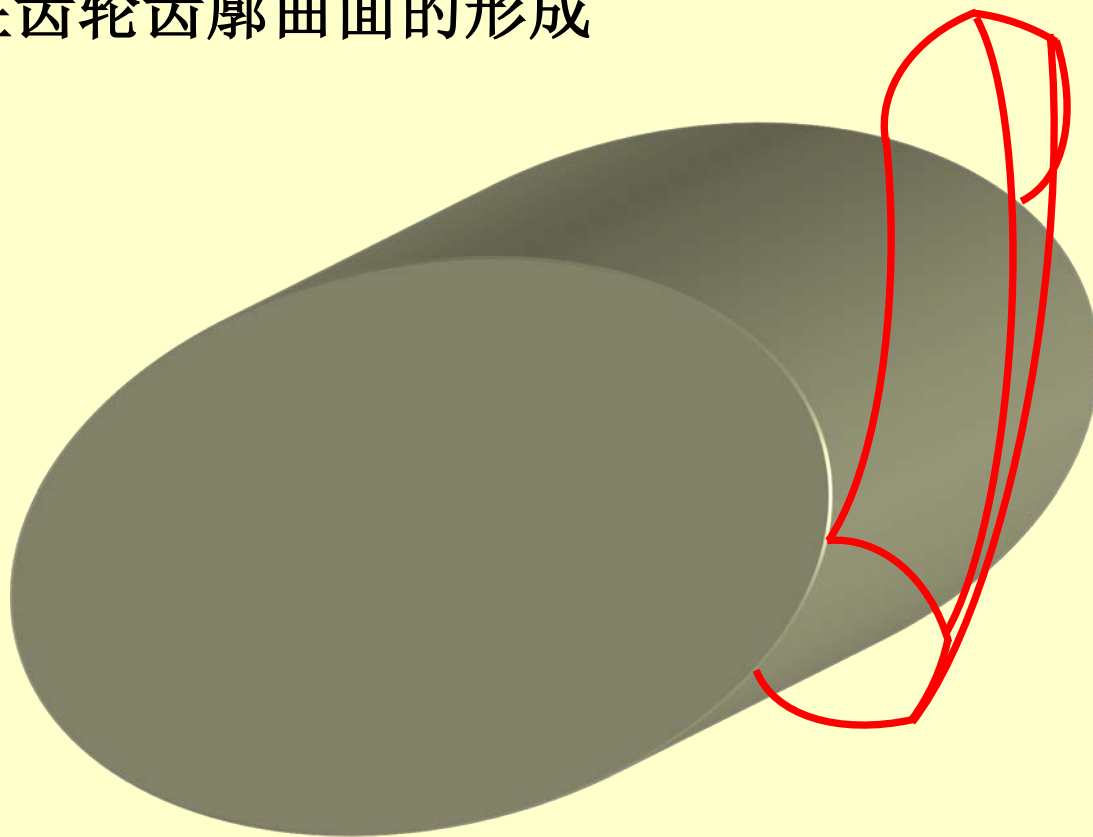
渐开线斜齿圆柱齿轮齿面的形成



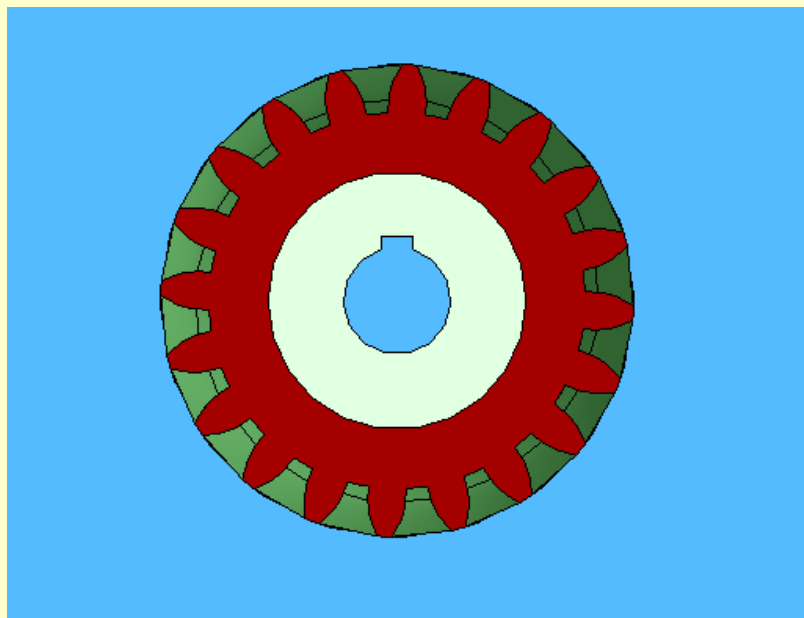
(avi)



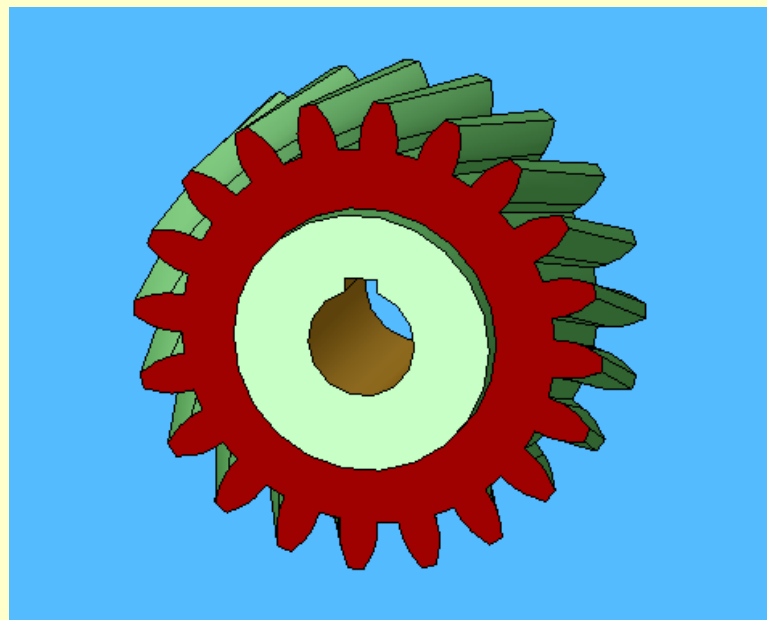
斜齿圆柱齿轮齿廓曲面的形成



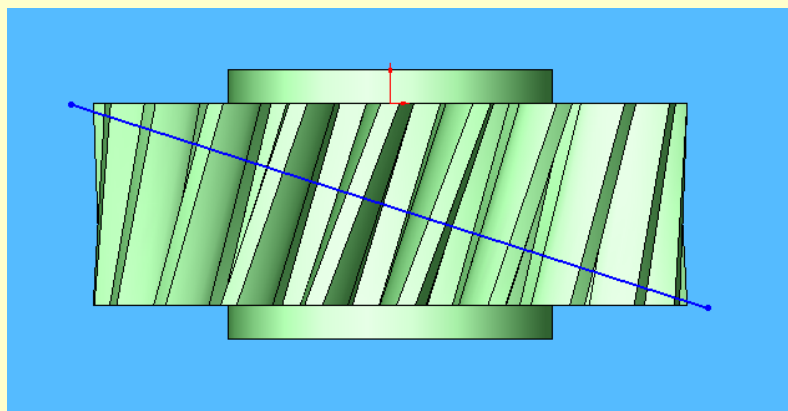
端面的渐开线齿廓在基圆柱上作螺旋运动形成了斜齿轮的齿廓曲面



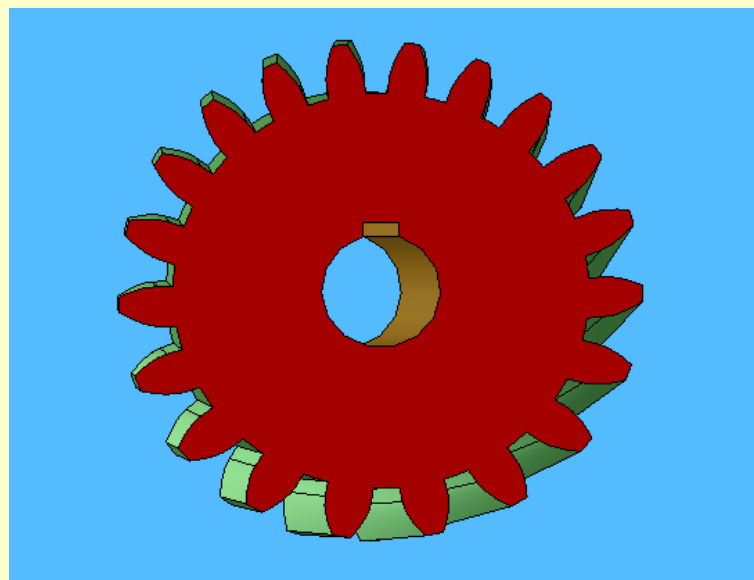
端面视图



轴视图



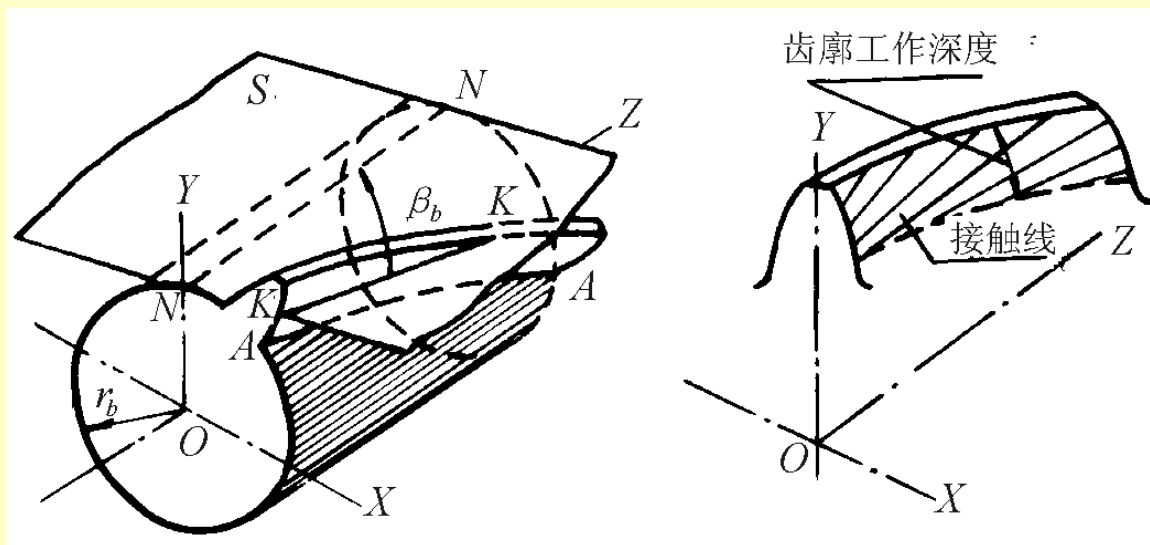
径向视图

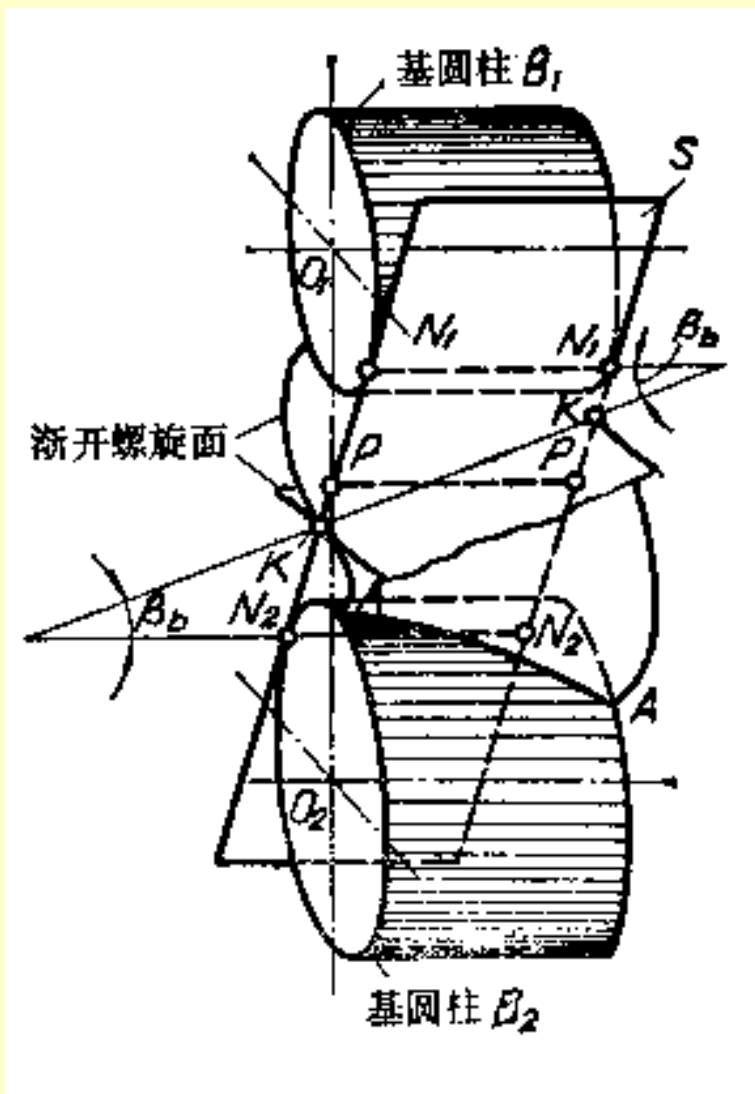


法向视图

渐开线螺旋面齿廓具有以下特点：

- 1)相切于基圆柱的平面与齿廓曲面的交线为斜直线,它与基圆柱母线的夹角总是 β_b 。
- 2)端面(垂直于齿轮轴线的平面)与齿廓曲面的交线为渐开线。
- 3)基圆柱面以及和它同轴的圆柱面与齿廓曲面的交线都是螺旋线，但其螺旋角不等。





斜齿齿廓曲面的啮合情况与直齿齿廓啮合相似，有以下特点：

- 1) 两齿廓的公法面是基圆柱的公切面，也是传动的啮合面。
- 2) 两齿廓的接触线KK与轴线的夹角总为 β_b 。

二、斜齿轮的基本参数与几何尺寸计算

1. 法面模数 m_n 与端面模数 m_t

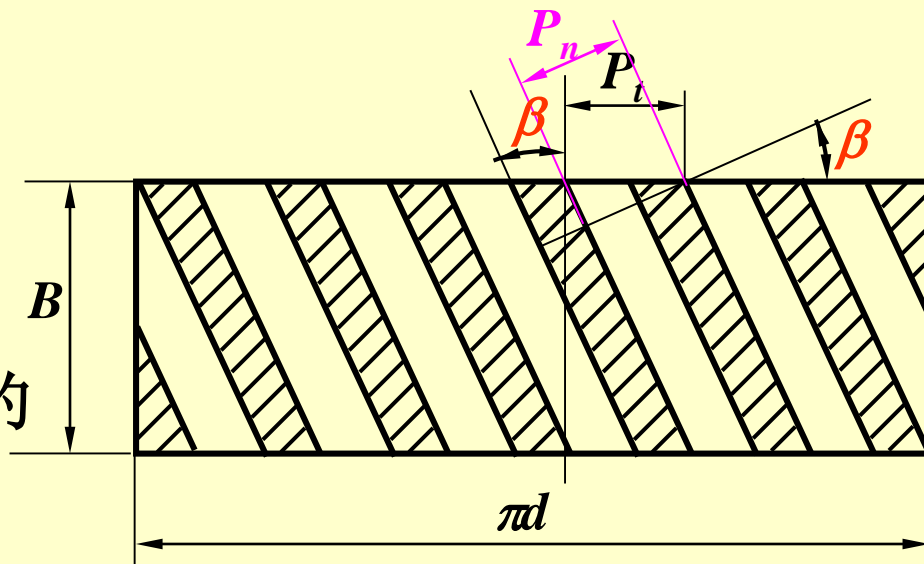
法面参数(m_n , α_n , h_{an}^* , c_n^*)与刀具的参数相同。所以, 标准参数在法面上

$$p_n = p_t \cos \beta$$

$$\text{即} \quad \pi m_n = \pi m_t \cos \beta$$

$$\text{所以} \quad m_n = m_t \cos \beta$$

β 为斜齿轮分度圆柱上的螺旋角。



沿分度圆的展开图

2. 压力角 α_n 和 α_t

$\Delta a'b'c$ 在法面上, Δabc 在端面上。

$$\operatorname{tg} \alpha_n = \operatorname{tg} \angle a'b'c = \overline{a'c} / \overline{a'b'}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \operatorname{tg} \angle abc = \overline{ac} / \overline{ab}$$

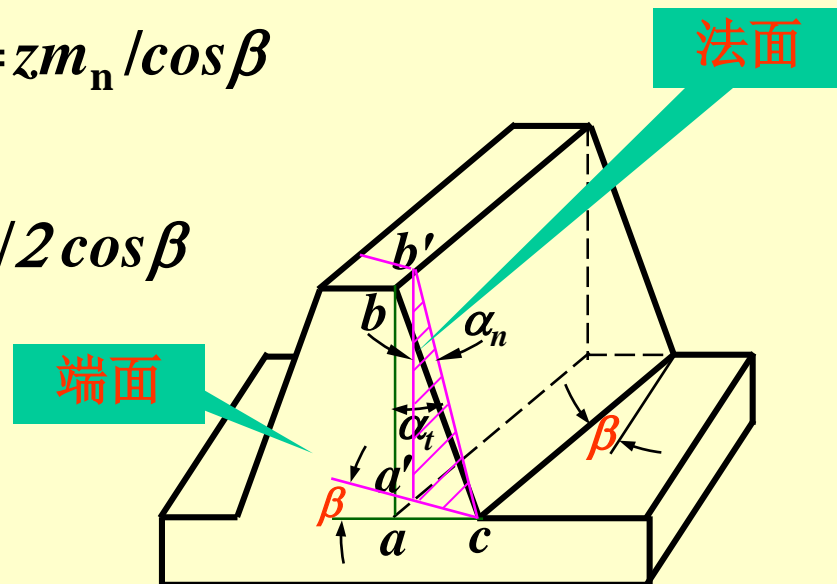
所以 $\operatorname{tg} \alpha_n = \operatorname{tg} \alpha_t \cos \beta$

端面上分度圆直径为 $d = z m_t = z m_n / \cos \beta$

斜齿轮标准中心距为

$$a = (d_1 + d_2) / 2 = m_n (z_1 + z_2) / 2 \cos \beta$$

结论：斜齿轮可以通过改变的螺旋角 β 大小来调节中心距



3. 法面齿顶高系数 h_{an}^* 与端面齿顶高系数 h_{at}^*

因为法面齿顶高与端面齿顶高相同

所以 $h_n = h_{an}^* m_n = h_{at}^* m_t$

则: $h_{at}^* = h_{an}^* m_n / m_t = h_{an}^* \cos \beta$

同理: $c_t^* = c_n^* \cos \beta$

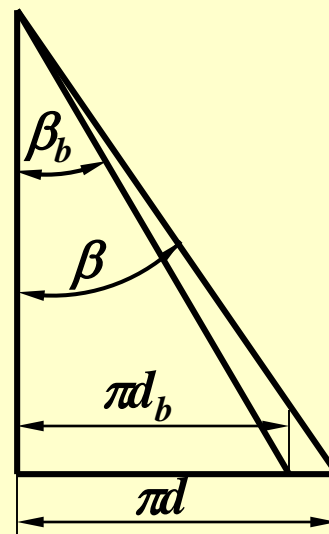


4. 分度圆柱螺旋角 β 与基圆柱螺旋角 β_b

斜齿轮的分度圆直径 $d = m_t z$

斜齿轮的基圆直径 $d_b = m_t z \cos \alpha_t$

$$\tan \beta_b = \tan \beta \cos \alpha_t$$



三、斜齿轮传动的几何尺寸计算

◆ 设计斜齿轮时，法面参数选标准值（主要是从加工考虑）。

◆ 计算斜齿轮的几何尺寸时，应先根据法面参数求出对应的端面参数，然后，在端面上计算斜齿轮的尺寸。

◆ 生产中变位斜齿轮较少应用。

因为，变位斜齿轮比标准斜齿轮的承载能力提高不显著，再者，斜齿轮传动中心距的配凑可以通过改变螺旋角 β 来实现，而不需通过变位实现。

四、斜齿轮的正确啮合条件

从端面看： $m_{t1} = m_{t2}$, $\alpha_{t1} = \alpha_{t2}$

所以：

1. 模数相等

$$m_{n1} = m_{n2}$$

2. 压力角相等

$$\alpha_{n1} = \alpha_{n2}$$

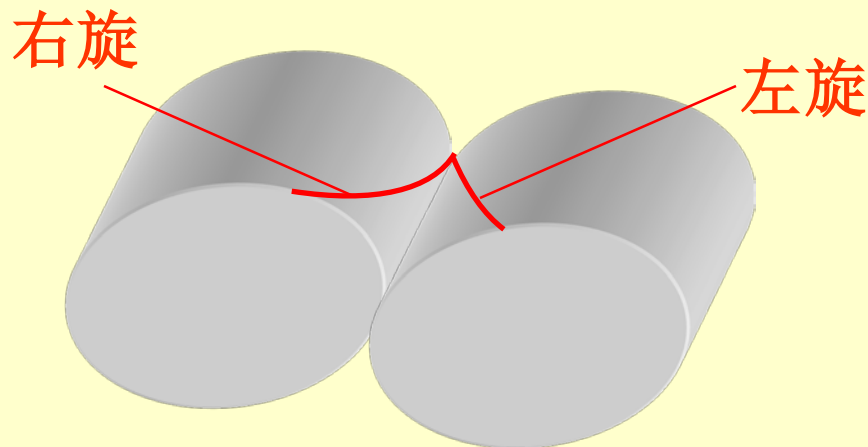
3. 螺旋角大小相等

外啮合时应旋向相反，

内啮合时应旋向相同

$$\beta_1 = \pm \beta_2$$

“+”内啮合， “-”用于
外啮合。



五、斜齿轮传动的重合度 ε_γ

$$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{2\pi} [z_1 (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha') + z_2 (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha')]$$

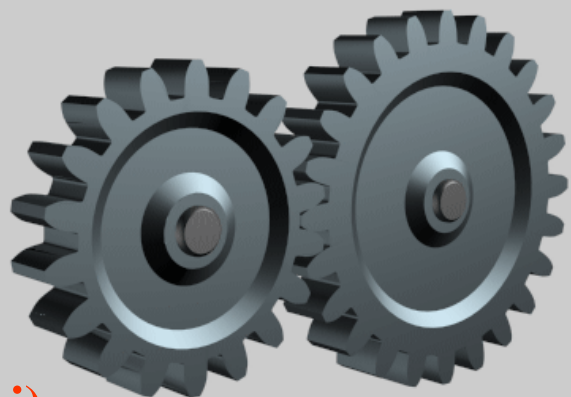
端面重合度

$$\varepsilon_\gamma = (L + \Delta L) / p_t = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta$$

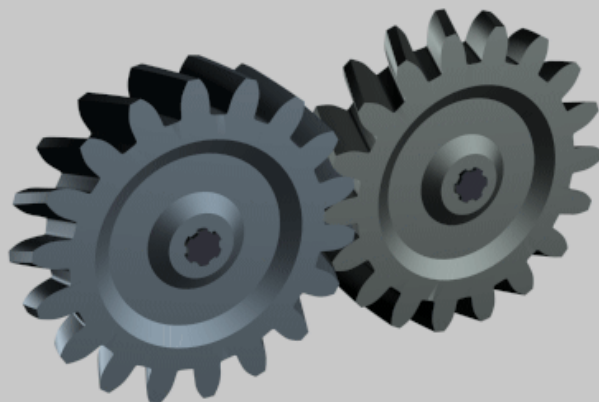
轴面重合度

$$\varepsilon_\beta = \Delta L / p_t = b \operatorname{tg} \beta / p_t$$

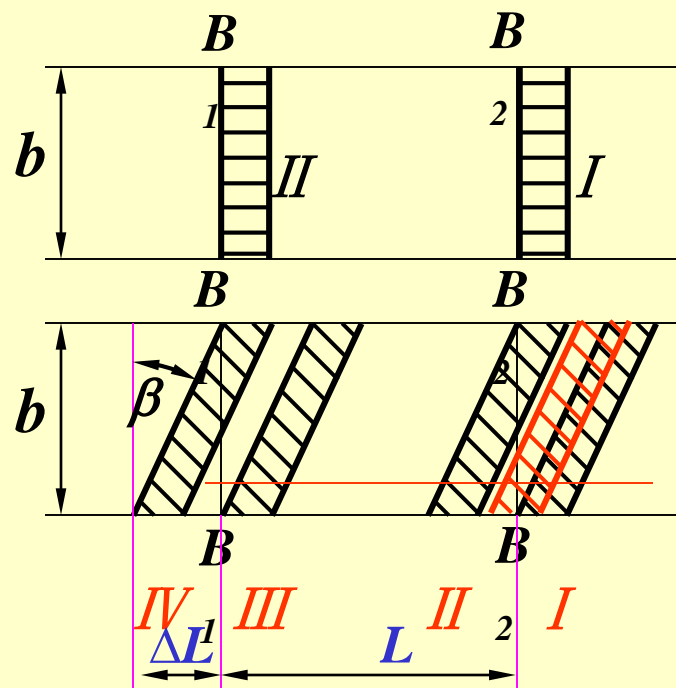
Unregistered HyperCam



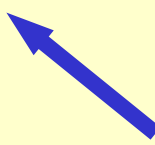
(avi)



(avi)



$$\varepsilon_\beta = \Delta L / p_t = b \operatorname{tg} \beta / p_t$$

$$p_t = \pi m_t$$


所以： $\varepsilon_\beta = b \sin \beta / (\pi m_n)$

斜齿轮传动的总重合度

$$\varepsilon_\gamma = \frac{1}{2\pi} [z_1 (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha') + z_2 (\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha')] + b \sin \beta / (\pi m_n)$$

b 和 β 增大都可使 ε_γ 增大。而 β 增大后会使轴向力增大，从而造成轴承结构复杂化，因此， β 角不宜过大。

一般： $\beta = 8^\circ \sim 15^\circ$

人字齿轮： $\beta = 15^\circ \sim 40^\circ$

六、斜齿轮的当量齿轮

椭圆的长半径 a 和短半径 b 分别为：

$$b = r, \quad a = r / \cos \beta$$

其中： r 为斜齿轮的分度圆半径

即
$$r = \frac{1}{2} m_t z$$

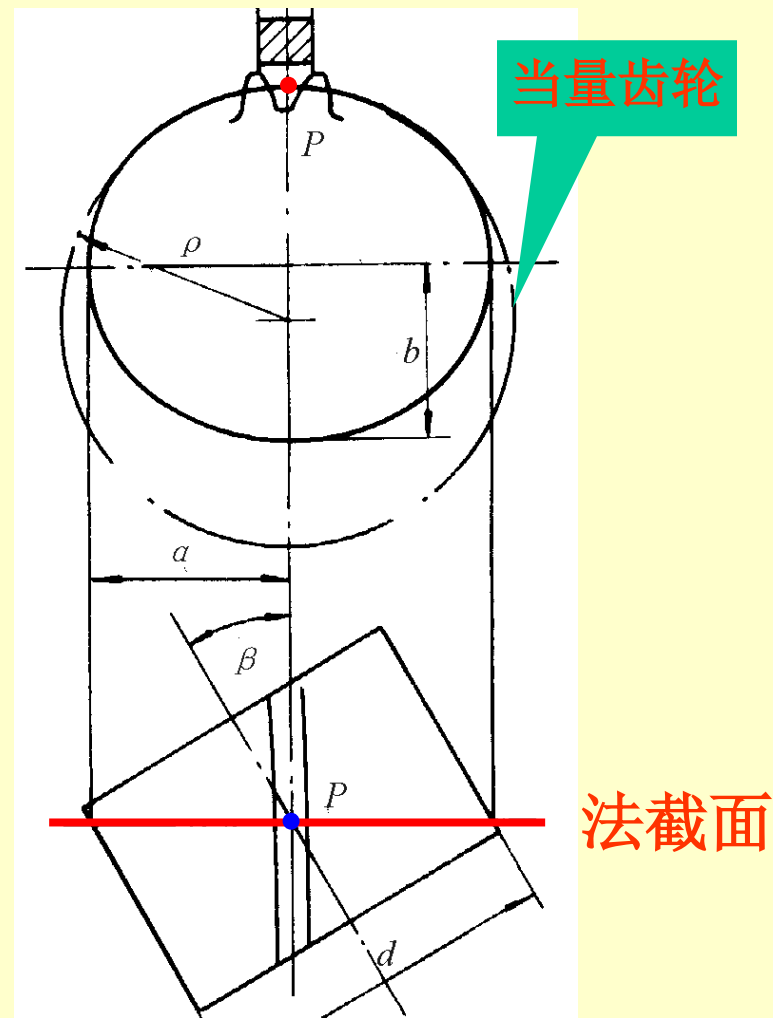
椭圆上节点 P 处的曲率半径 ρ 为：

$$\rho = \frac{a^2}{b} = \frac{r}{\cos^2 \beta}$$

当量齿轮：具有与斜齿轮的法面齿廓非常近似齿廓的齿轮。

一般情况下，当量齿数不是整数。

在斜齿轮强度计算时，要用当量齿数 z_v 决定其齿形系数；在用仿形法加工斜齿轮时，也要用当量齿数来决定铣刀的号数。



$$2\rho = m_n z_v$$

$$\begin{aligned} z_v &= \frac{2\rho}{m_n} = \frac{2r}{m_n \cos^2 \beta} = \frac{m_t z}{m_n \cos^2 \beta} \\ &= \frac{z}{m_n \cos^2 \beta} \left(\frac{m_n}{\cos \beta} \right) = \frac{z}{\cos^3 \beta} \end{aligned}$$

七、斜齿轮传动的优缺点

1. 啮合性能好，重合度大，承载能力高。
2. 结构尺寸紧凑。

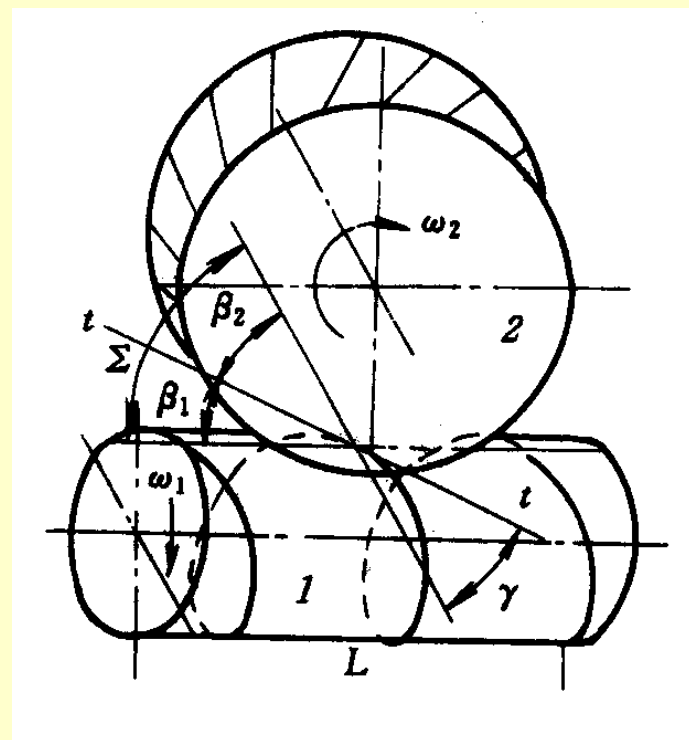
$$\text{最少齿数: } z_{\min} = 2h_{an}^* \cos\beta / \sin^2\alpha_t < 17$$

3. 制造成本与直齿轮相同。
4. 有轴向力

§ 5-11 蜗杆传动机构

- **一、蜗杆、蜗轮的形成**
- 蜗杆传动是用来传递空间两交错轴间的运动和动力的，它由蜗杆和蜗轮组成。
- 一般其轴交错角 Σ 等于 90° 。

- 在 $\Sigma = \beta_1 + \beta_2 = 90^\circ$ 的交错轴斜齿轮机构中，
- 若齿轮1的螺旋角 β_1 很大，分度圆直径 d_1 很小，而其轴向尺寸又很长时，则轮齿将在分度圆柱上形成完整的螺旋线，称之为蜗杆，如图所。
- 与其配对的齿轮2的 β_2 很小，分度圆直径 d_2 较大，称之为蜗轮。
- 这样得到的蜗杆传动的传动比 i_{12} 很大，一般 $i_{12} = 10 \sim 80$ ，有时可达300以上。



- 为改善原为交错轴斜齿轮传动的点接触的啮合情况，在蜗杆传动中，采取了两项措施：
- 一是将蜗轮圆柱面上的直母线做成与蜗杆轴同心的圆弧形，使它部分地包住蜗杆，如图5-51所示。

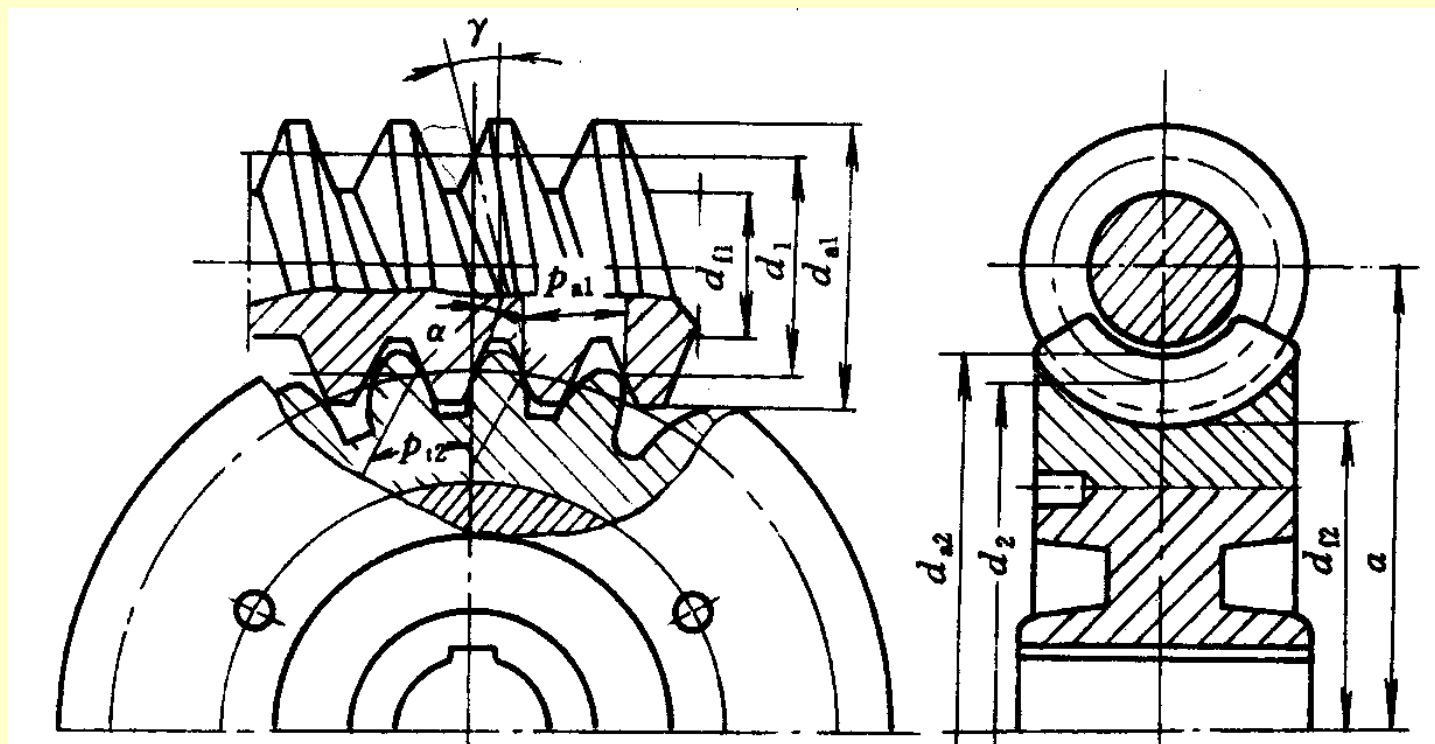
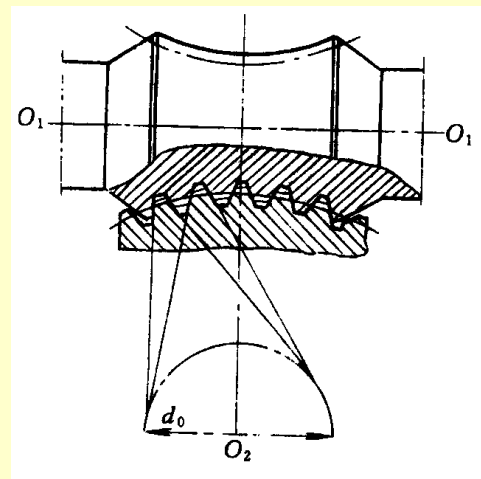
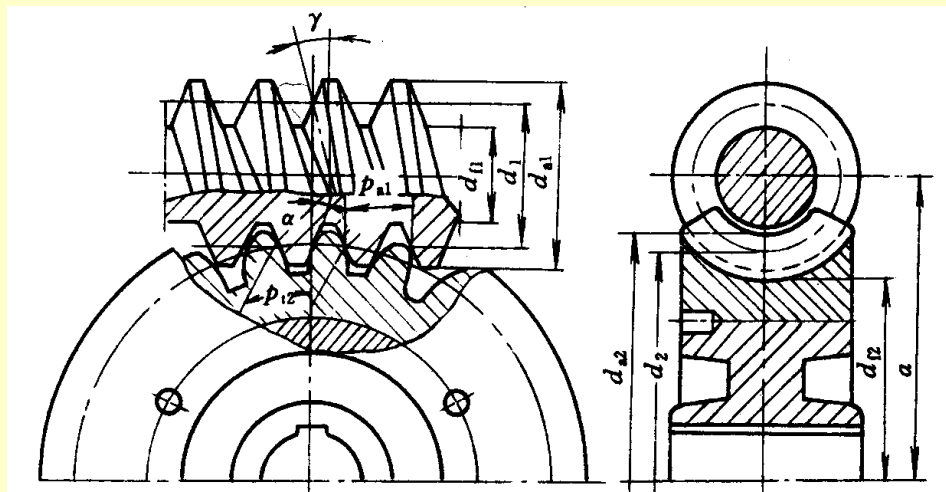


图5-51

二是采用 对偶法 加工蜗轮齿

- 即是采用与蜗杆形状相同的滚刀（为加工出顶隙，蜗杆滚刀的外圆直径要略大于标准蜗杆外径），并保持蜗杆蜗轮啮合时的中心距与啮合传动关系去加工蜗轮。
- 这样加工出的蜗轮与蜗杆啮合时，可保持线接触，提高其承载能力。



- 蜗杆与螺旋相似，有右旋和左旋之分，一般都用右旋蜗杆，蜗杆螺旋齿的导程角（螺旋升角）（见图5-42）

$$\gamma = 90^\circ - \beta_1$$

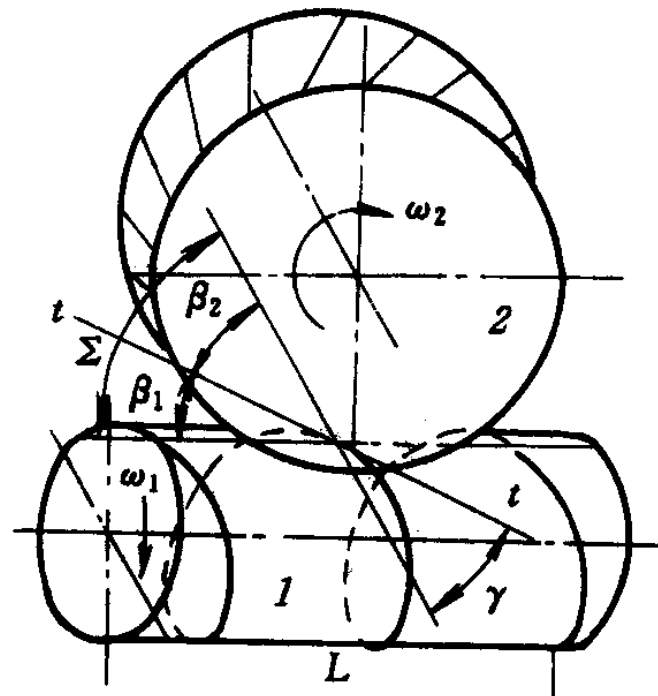
当蜗杆传动的轴交错角 $\Sigma = 90^\circ$ 时，蜗轮的螺旋角：

$$\beta_2 = \gamma$$

蜗杆上只有一条螺旋线，即端面上只有一个齿的蜗杆称为**单头蜗杆**。

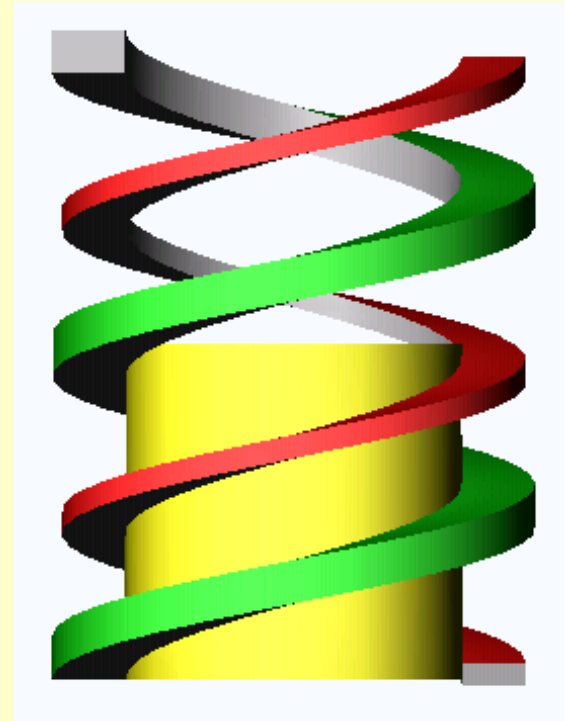
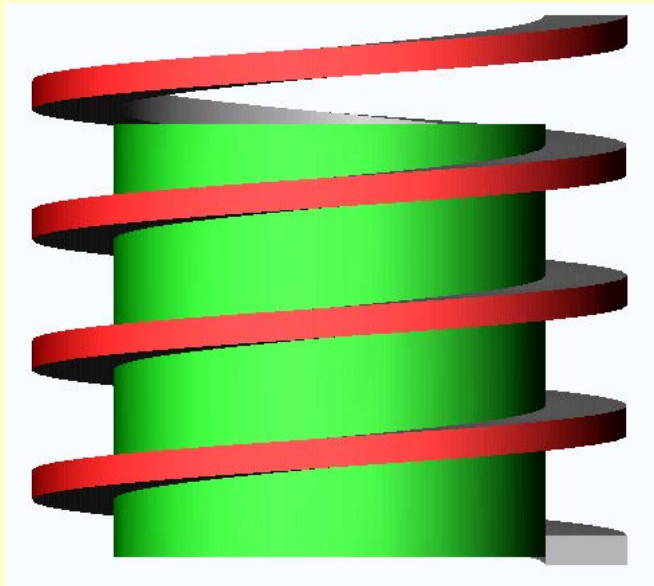
有两条螺旋线者，称为**双头蜗杆**，

蜗杆螺纹的头数即是**蜗杆齿数**，用 z_1 表示。

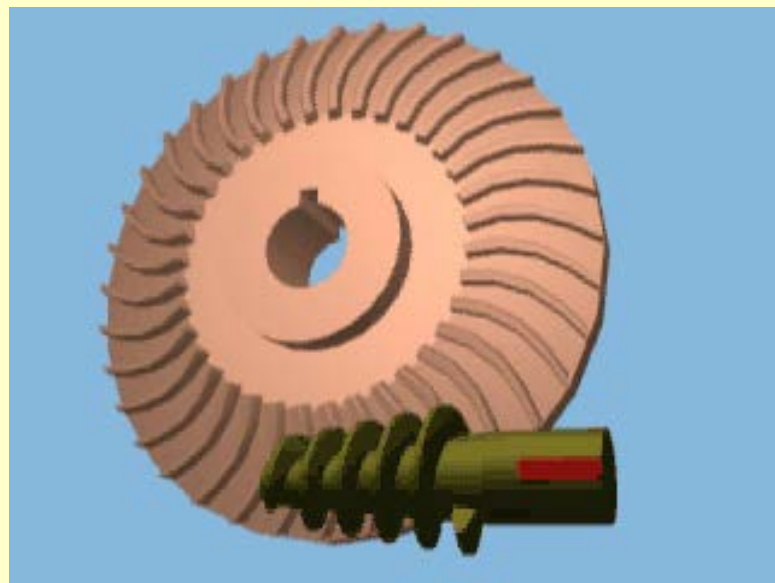
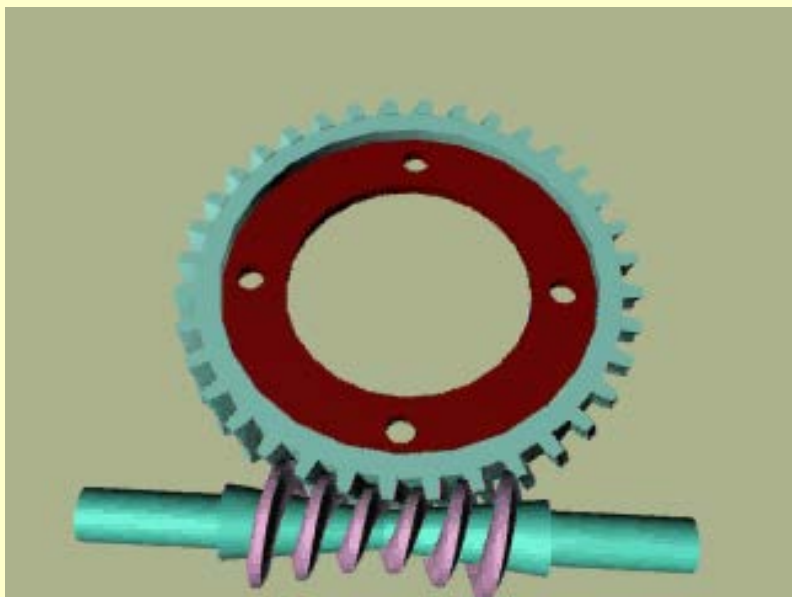


单头蜗杆 双头蜗杆

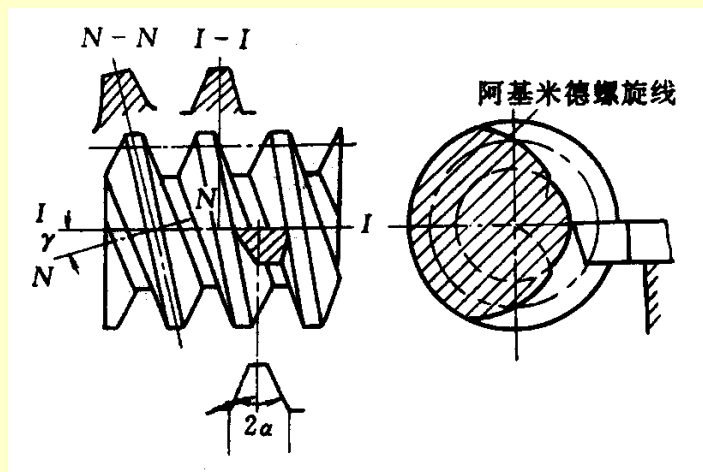
导程 p_z = 螺距 * 蜗杆头数 (齿数 Z)



- 根据蜗杆的外形不同，可有**圆柱蜗杆传动**和**环面蜗杆传动**、**锥蜗杆传动**等传动类型。
- 环面蜗杆传动比圆柱蜗杆传动的承载能力大而且效率高，但其制造和安装精度要求高，成本也高。本节仅讨论圆柱蜗杆。



- 蜗杆多在车床上粗加工而后经磨制而成。图为圆柱蜗杆形成原理图，车刀两刀刃夹角 $2\alpha = 40^\circ$ ，加工时随车刀放置的位置和姿态的不同，可得三种齿廓形状的蜗杆。
- **1) 阿基米德蜗杆。**将车刀刃放置于蜗杆轴线的同一平面内，加工出的蜗杆的轴剖面 I-I 为直线齿形，与轴线垂直的端面内的齿形为阿基米德螺旋线，故称之为阿基米德蜗杆。因它的加工工艺性好，在生产中应用最为广泛。



阿基米德螺旋线是一种二维螺旋线。想象一只臭虫沿着过螺旋线中心（极点）的直线以一定的速率爬行，而同时这条直线又按均匀的速率绕极点旋转，那么这只臭虫所经历的轨迹就是一条阿基米德螺旋线。

- **2) 延伸渐开线蜗杆。**将车刀刃放在蜗杆齿面的法向位置，这样加工出来的蜗杆，在法向剖面内为直线齿廓，其端面齿形为延伸渐开线，因而称之为延伸渐开线蜗杆，或称之为法向直廓蜗杆。
- **3) 渐开线蜗杆。**将车刀刃与蜗杆的基圆柱相切，这样加工出来的蜗杆的端面为渐开线齿形，故称为渐开线蜗杆。

锥面包络圆蜗杆
(ZK蜗杆) 这是一种非线性螺旋齿面蜗杆。它不能在车床上加工，只能在铣床上制并在磨床上磨削。加工时，除工件作螺旋运动外，刀具同时绕其自身的轴线作回转运动。这时，铣刀（或砂轮）回转曲面的包络面即为蜗杆的螺旋齿面（下图），在I-I及N-N截面上的齿廓均为曲线（下图a）。这种蜗杆便于磨削，蜗杆的精度较高，应用日渐广泛。

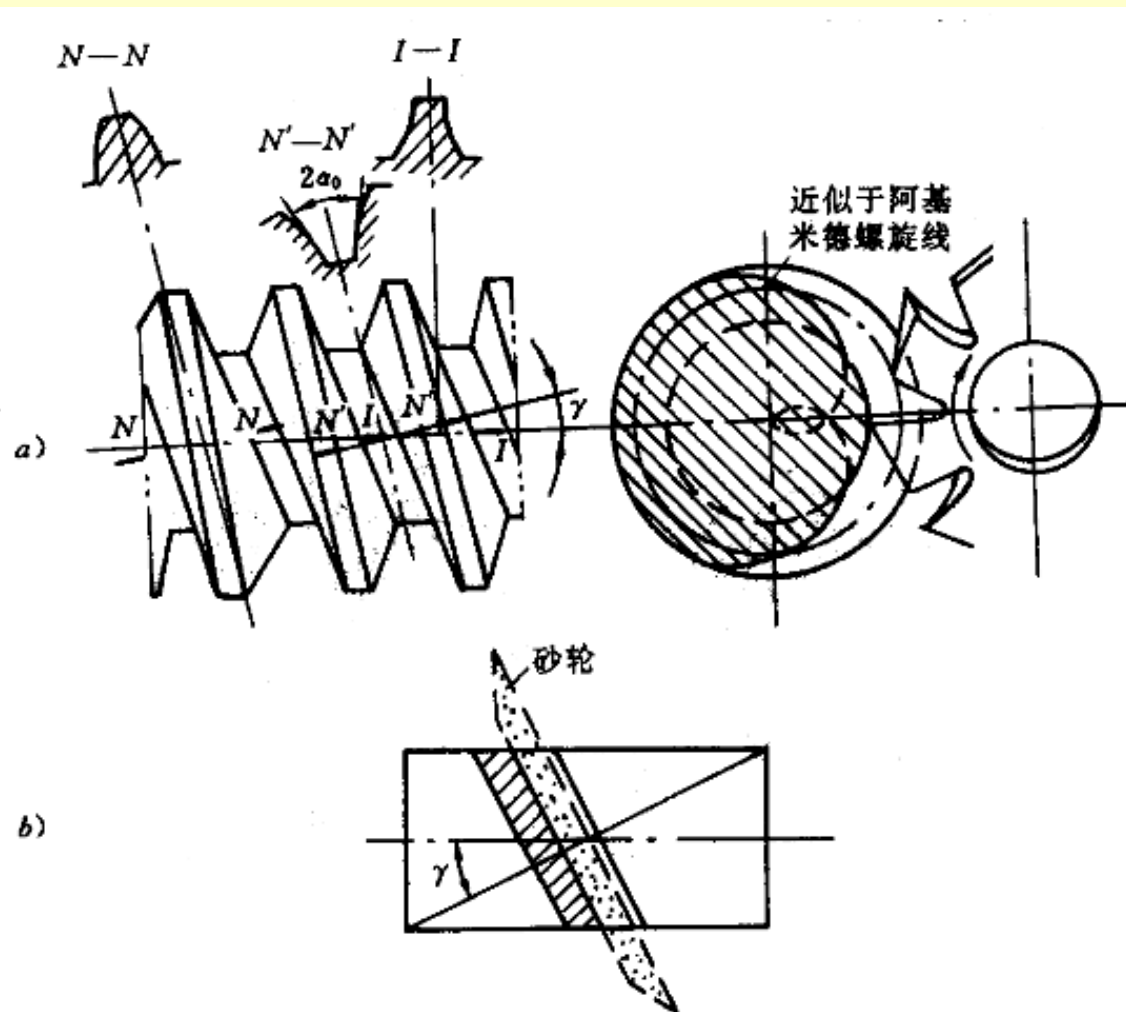
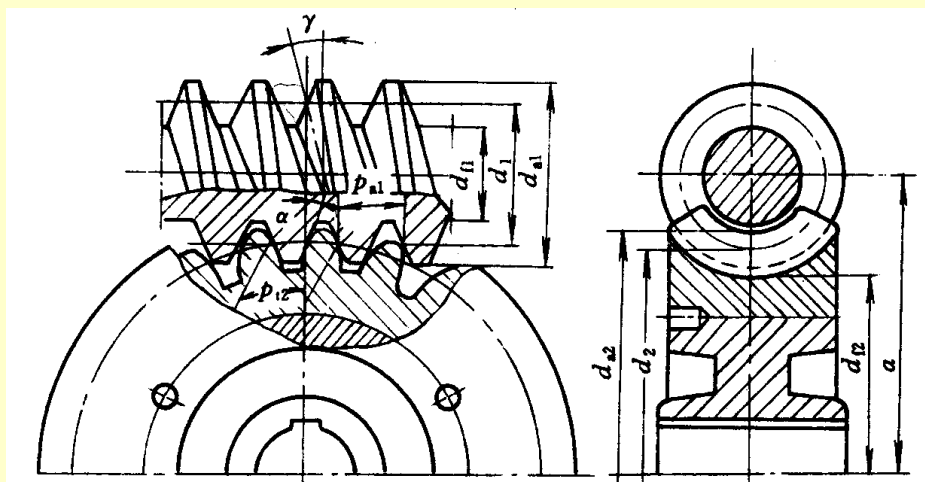


图 锥面包络圆柱蜗杆(ZK 蜗杆)

二、蜗杆蜗轮的正确啮合条件

- 图为阿基米德蜗杆与蜗轮的啮合情况，过蜗杆轴线并垂直于蜗轮轴线的平面称为蜗杆传动的主平面（中间平面）。在主平面内蜗轮与蜗杆的啮合就相当于齿轮与齿条啮合。
- 因此**蜗杆蜗轮的正确啮合条件为**：在主平面内其模数和压力角应分别相等。



- 即蜗轮的端面模数 m_{t2} 应等于蜗杆的轴面模数 m_{x1} 。蜗轮的端面压力角 α_{t2} 应等于蜗杆的轴面压力角 α_{x1} 。当其轴交错角 $\Sigma = 90^\circ$ 时，蜗轮的螺旋角 β_2 还应等于蜗杆的螺旋升角 γ ，即有：

$$\left. \begin{aligned} m_{t2} &= m_{x1} = m \\ \alpha_{t2} &= \alpha_{x1} = \alpha \\ \beta_2 &= \gamma \end{aligned} \right\}$$

三、蜗杆传动的基本参数

- 圆柱蜗杆的基本齿廓由GB10087—88作出规定，其基本参数如下。
- **1. 模数 m 和压力角 α**
- 模数是计算蜗杆的主要参数，蜗杆的轴面模数 m_{x1} 和蜗轮的端面模数 m_{t2} 应相等，均应取标准值，以 m 表示，其值见附表5-4。
- 压力角 α 也应取标准值，阿基米德蜗 $\alpha = 20^\circ$ 。

蜗杆分度圆直径与模数的匹配

—— 强度问题

表 5-9 蜗杆分度圆直径 d_1 与其模数 m 的匹配标准系列(摘自 GB10085-88) mm

m	1	1.25	1.6	2	2.5	3.15	4	5	6.3	8	10	12.5
d_1	18	20	20	(18)	(22.4)	(28)	(31.5)	(40)	(50)	(63)	(71)	(90)
				22.4	28	35.5	40	50	63	80	90	112
		22.4	28	(28)	(35.5)	(45)	(50)	(63)	(80)	(100)	(112)	(140)
				35.5	45	56	71	90	112	140	160	200

2. 齿顶高系数 h_a^* 和顶隙系数 C^*

一般采用 $h_a^*=1$, $C^*=0.2$ 。

3. 蜗杆头数 z_1 、蜗轮齿数 z_2 与传动比 i_{12}

蜗杆传动的传动比 i_{12} 应为：

$$i_{12} = \omega_1 / \omega_2 = z_2 / z_1 = (d_2 \tan \beta_1) / d_1 = d_2 / (d_1 \tan \gamma)$$

- 为获得大传动比 i_{12} ，应采用单头蜗杆，即 $z_1=1$ ，但其传动效率低。为了提高效率应增加蜗杆的头数，但这又会造成蜗杆加工的困难。一般取 $z_1=1、2、4、6$ 。
- 动力传动中，为提高效率，常用多头蜗杆。
- 单头蜗杆传动不仅可以得到大传动比 i_{12} ，而且其传动具有自锁性，常用于起重装置中。
- 蜗杆头数 z_1 确定后，按传动比 i_{12} 的大小确定蜗轮齿数 z_2 ， $z_2=i_{12}z_1$ 。当 $z_1=1$ 时，要求蜗轮齿数 $z_2 \geq 17$ ；当 $z_1=2$ 时，要求 $z_2 > 27$ ；一般动力传动中， $z_2 < 80$ 。

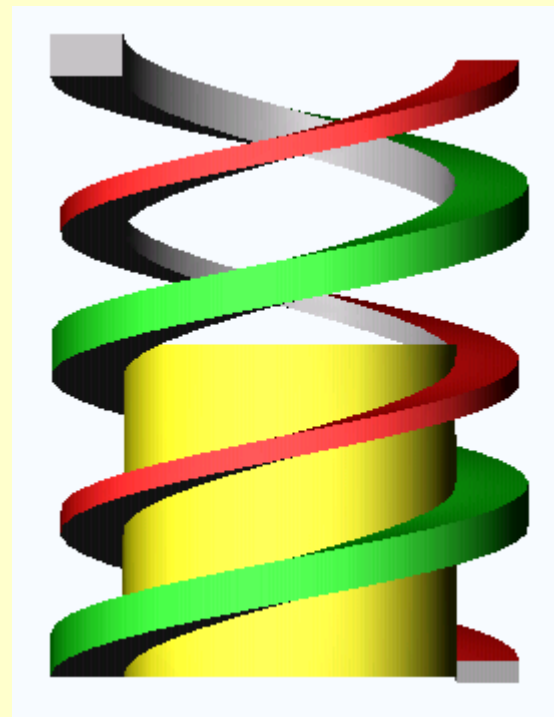
4. 蜗杆直径 d_1 和蜗杆导程角 γ

- 设蜗杆的分度圆直径为 d_1 ，螺旋导程为 p_z ，轴向齿距（螺距）为 p_x ，导程角为 γ ，则有

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{p_z}{\pi d_1} = \frac{z_1 p_{x1}}{\pi d_1} = \frac{z_1 m}{d_1} \quad d_1 = m \frac{z_1}{\operatorname{tg} \gamma}$$

令： $q = z_1 / \operatorname{tg} \gamma$ 从而有 $d_1 = mq$

- 为保证蜗杆与蜗轮能够很好地啮合，蜗轮多用与蜗杆尺寸、形状相当的滚刀去加工。而对于同一模数 m ，蜗杆又可有不同的直径 d_1 。为了减少蜗轮滚刀的数量，在GB10055—88中规定了 m 与 d_1 的搭配见附表5-6。



当 m 一定时，增大 q 值， d_1 值也增大，可以提高蜗杆轴的强度和刚度；在 z_1 一定时， q 小则 γ 增大，可以提高传动效率。

四、蜗杆传动的几何尺寸计算

- 蜗杆分度圆直径 d_1 可根据传动要求从表5-9中选定，蜗轮分度圆直径 d_2 为：
- $d_2 = mz_2$ 蜗杆、蜗轮的齿顶高、齿根高、齿顶圆直径和齿根圆直径等尺寸，可参照圆柱齿轮相应公式计算，
- 必须注意**蜗杆传动的顶隙系数**： $C^* = 0.2$ 。

- 利用变位修正蜗杆蜗轮传动，不仅可以满足不同中心距的要求，而且还能提高传动的承载能力。
- 由于蜗轮蜗杆啮合相当于齿轮齿条啮合，而且蜗轮滚刀与标准蜗杆相同，是不变位的，因而只需对蜗轮采取适当的变位即可。
- 蜗杆蜗轮的齿顶圆直径按下式计算

$$\left. \begin{aligned} d_{a1} &= d_1 + 2h_{a1} = d_1 + 2h_a^* m \\ d_{a2} &= d_2 + 2h_{a2} = mz_2 + 2(h_a^* + x)m \end{aligned} \right\} \quad (5-59)$$

式中 x 为蜗轮的变位系数。

蜗杆传动的中心距*a*为

$$a = \frac{1}{2}(d_1 + d_2) \quad (5-60)$$

或

$$a' = a + \Delta a = a + xm \quad (5-61)$$

五、蜗杆传动的优缺点

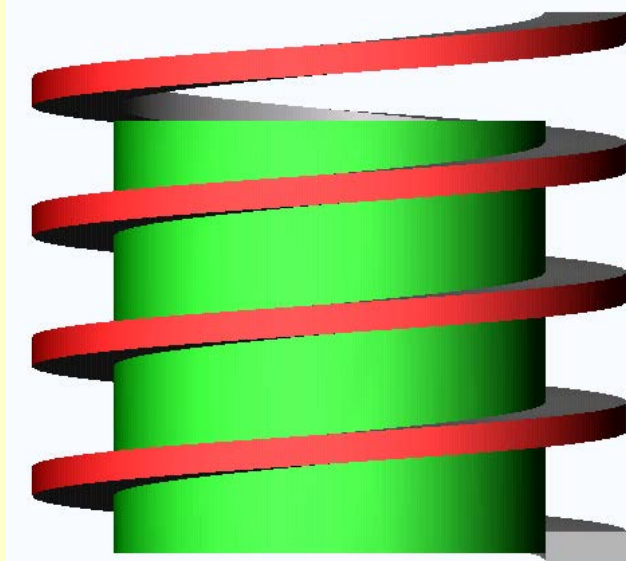
- 优点:

- 1) 可实现空间交错轴间的很大传动比，其结构比交错轴斜齿轮机构紧凑。一般传动比可达： $i_{12}=10\sim 80$ ，在一些手动或分度机构中， i_{12} 可大于300。
- 2) 蜗杆传动为线接触，传动平稳，噪声小。
- 3) 当蜗杆导程角 γ 很小时，传动具有自锁性，即只能由蜗杆带动蜗轮，而蜗轮不能带动蜗杆，故常用于起重或其他需要自锁的场合。

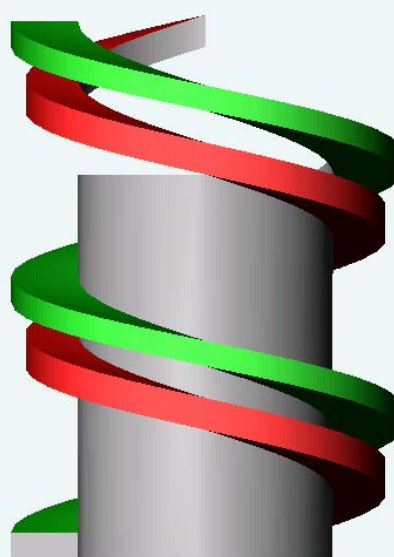
缺点:

- 1) 机械效率较低, 一般效率 $\eta = 0.7 \sim 0.8$, 具有自锁性的蜗杆传动的效率 $\eta \leq 0.5$ 。
- 2) 齿面的螺旋线方向有很大的滑动速度, 易引起发热和磨损, 常用贵重的耐磨材料 (如青铜合金) 作蜗轮, 而且还要有良好的润滑和散热条件。
- 3) 蜗杆的导程角小, 故其螺旋角大, 因此所受轴向力大, 故其轴承结构也较复杂。

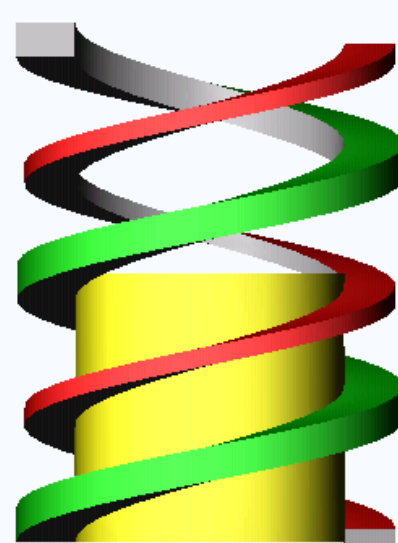
蜗杆的旋向



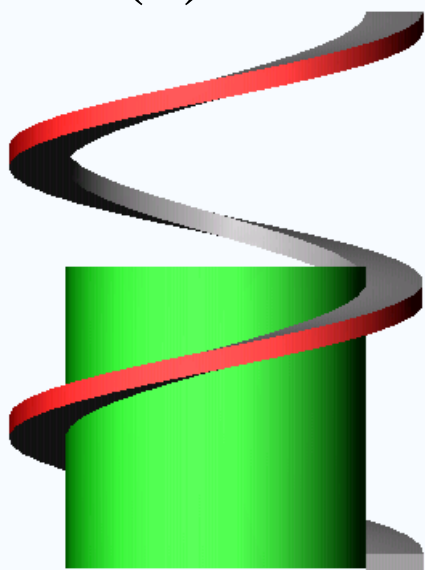
(a)



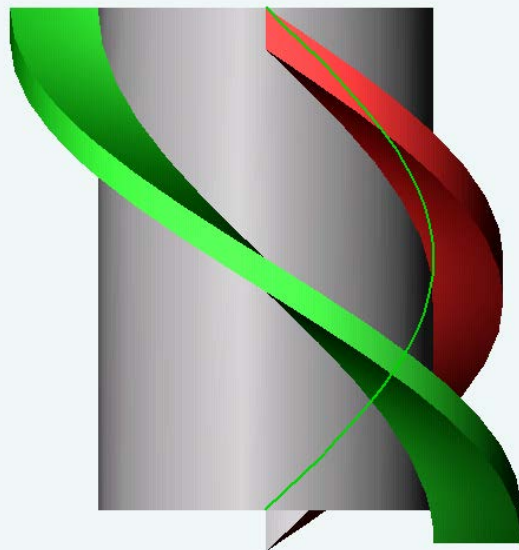
(b)



(c)



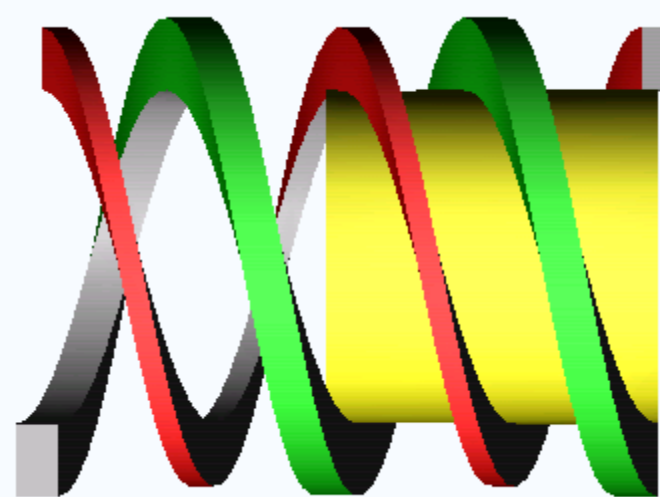
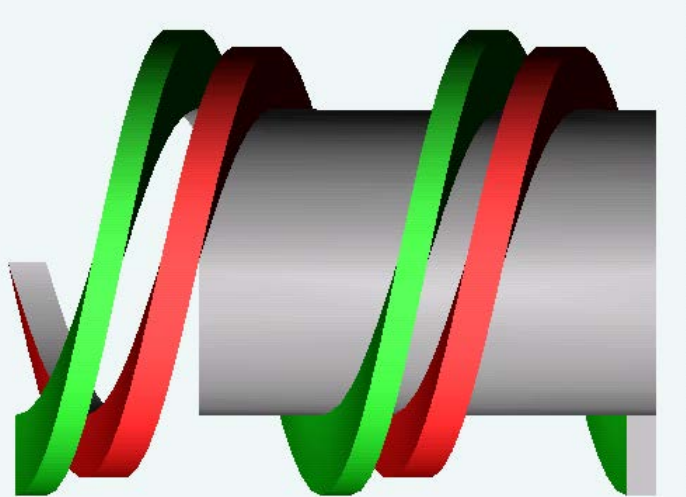
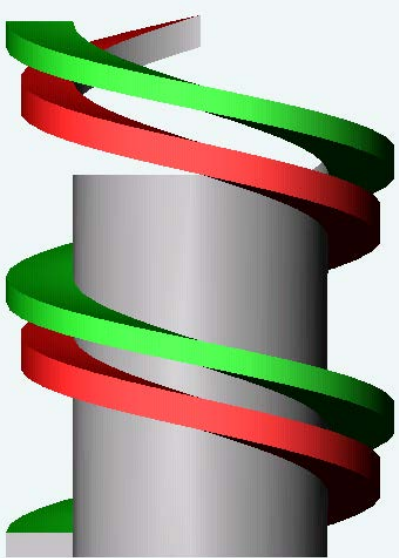
(d)



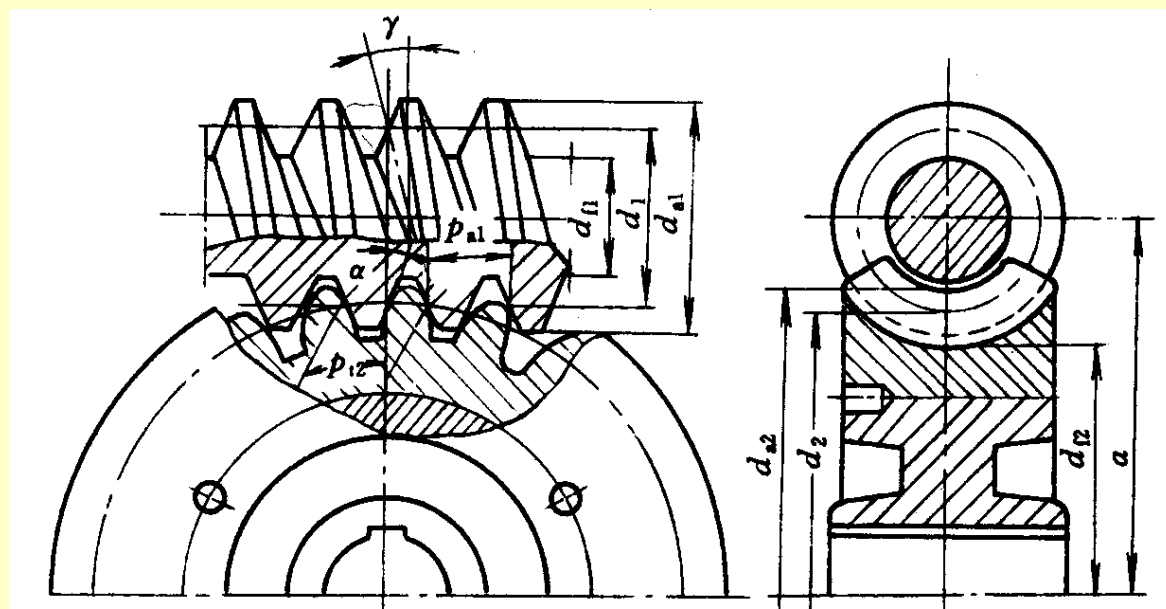
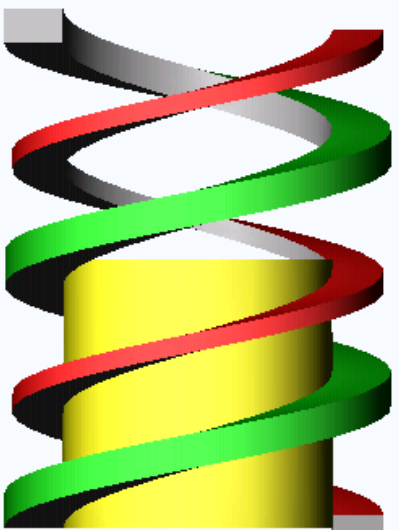
(e)



(f)

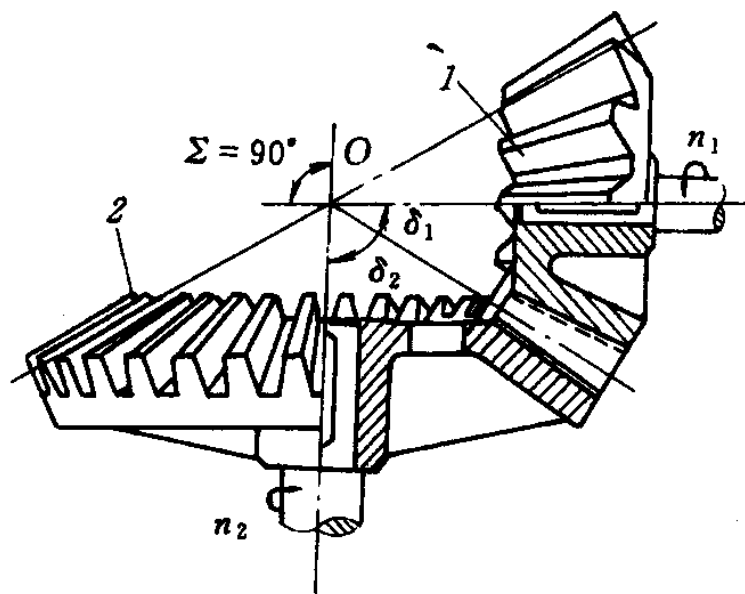


蜗轮蜗杆的旋向与转向判断



§ 5-12 圆锥齿轮传动机构

- 一、圆锥齿轮的应用
- 圆锥齿轮机构用来传递两相交轴之间的运动和动力，轴交角 Σ 可根据传动需要来确定，一般多采用 $\Sigma=90^\circ$ 。
- 圆锥齿轮的轮齿分布在一个圆锥上，如图所示。这是它区别于圆柱齿轮的主要特点，由此，圆柱齿轮里的有关“圆柱”就变成了“圆锥”，如分度圆锥，节圆锥，基圆锥，齿顶圆锥等等。



圆锥齿轮的轮齿有直齿、斜齿和曲线齿（圆弧齿、摆线齿）等多种形式



直齿圆锥齿轮传动



斜齿圆锥齿轮传动



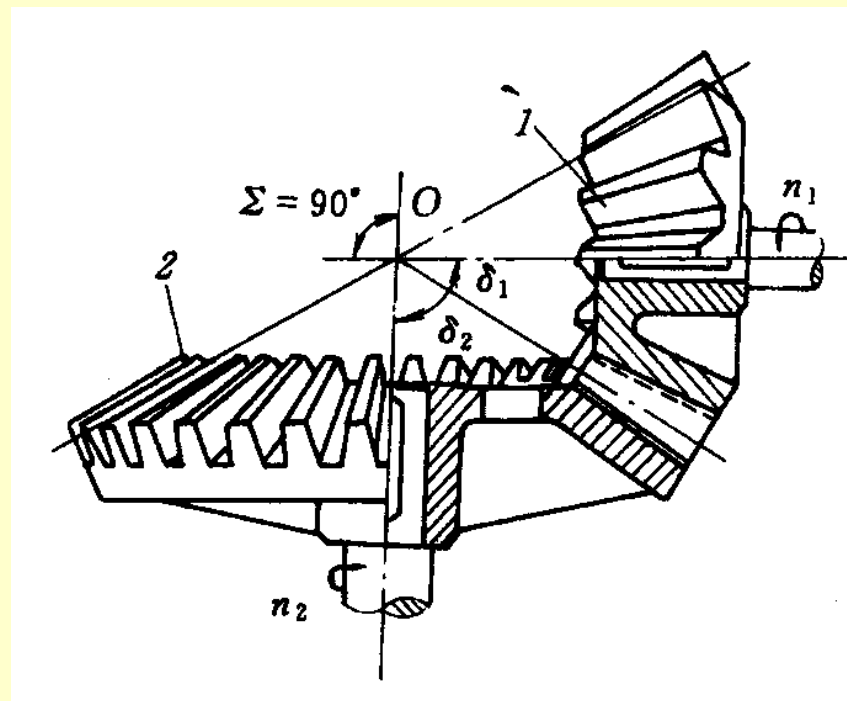
曲线齿圆锥齿轮传动

圆锥齿轮的轮齿有直齿、斜齿 和曲线齿（圆弧齿、摆线齿） 等多种形式。

- 直齿圆锥齿轮的设计、制造和安装均较简单，故在一般机械传动中得到了广泛的应用。
- 但是在汽车拖拉机等高速重载机械中，为提高传动的平稳性和承载能力，减少噪声，多用曲线齿圆锥齿轮。
- 本节只讨论直齿圆锥齿轮机构。

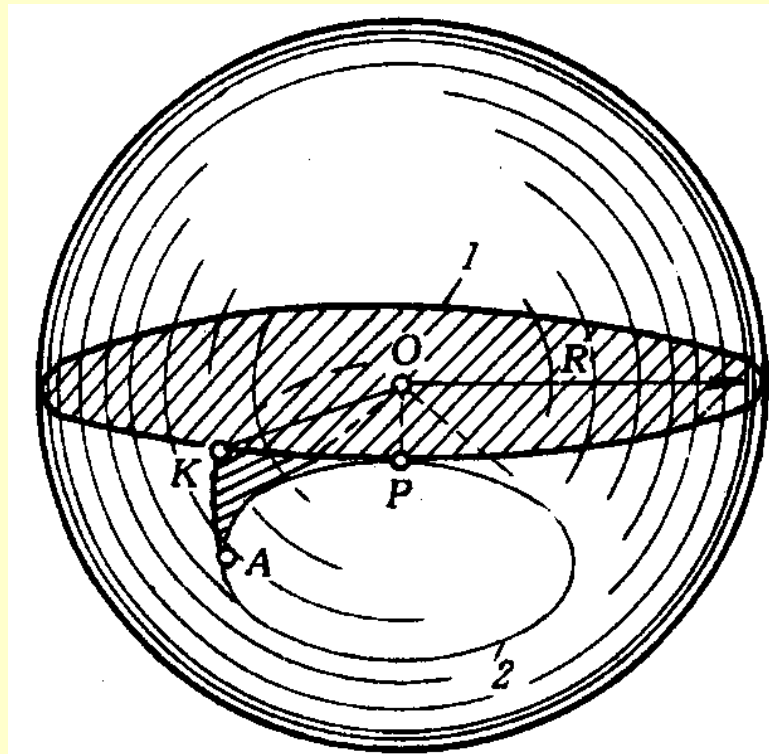
二、直齿圆锥齿轮的齿形 ——背锥及当量齿数

- 一对圆锥齿轮传动时，其锥顶交于一点 O （见图），在距锥顶 O 不等的截面上的轮齿大小不等，锥齿轮的轮齿是自大端向锥顶收缩的。
- 为计算和测量的方便，通常研究**大端的齿形**，并取**大端的齿形参数**为标准值。

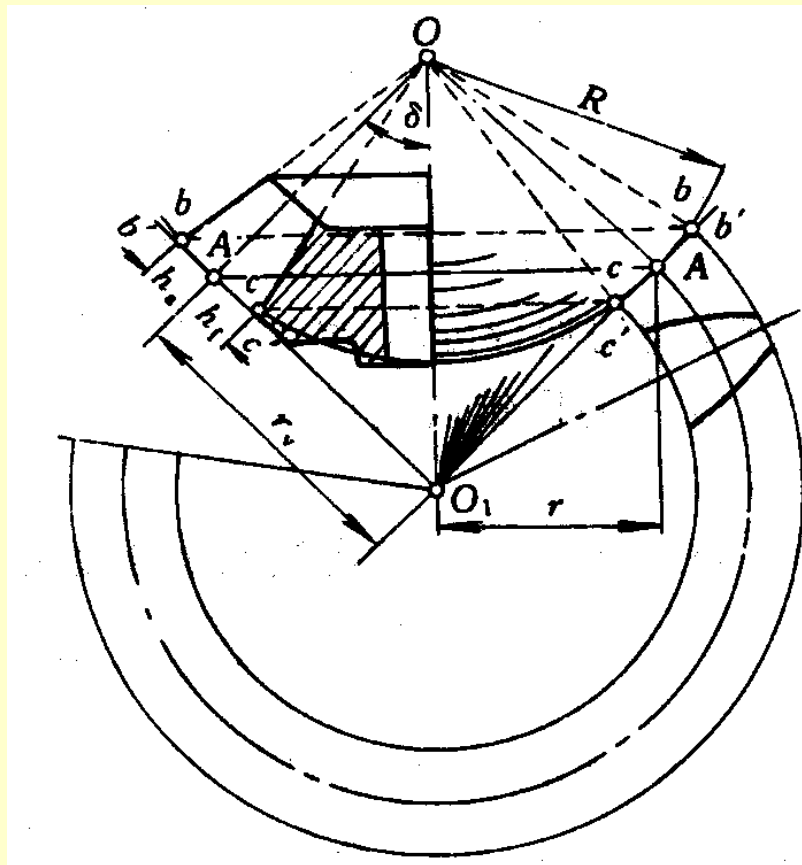


在圆锥齿轮传动中，两轮绕各自的轴线回转，显然，只有与锥顶 O 等距的对应点才能相互啮合，故圆锥齿轮的**共轭齿廓**应分布在以锥顶 O 为球心的球面上。圆锥齿轮的齿廓曲面应为渐开锥面，**它的形成过程如下**（见图）：

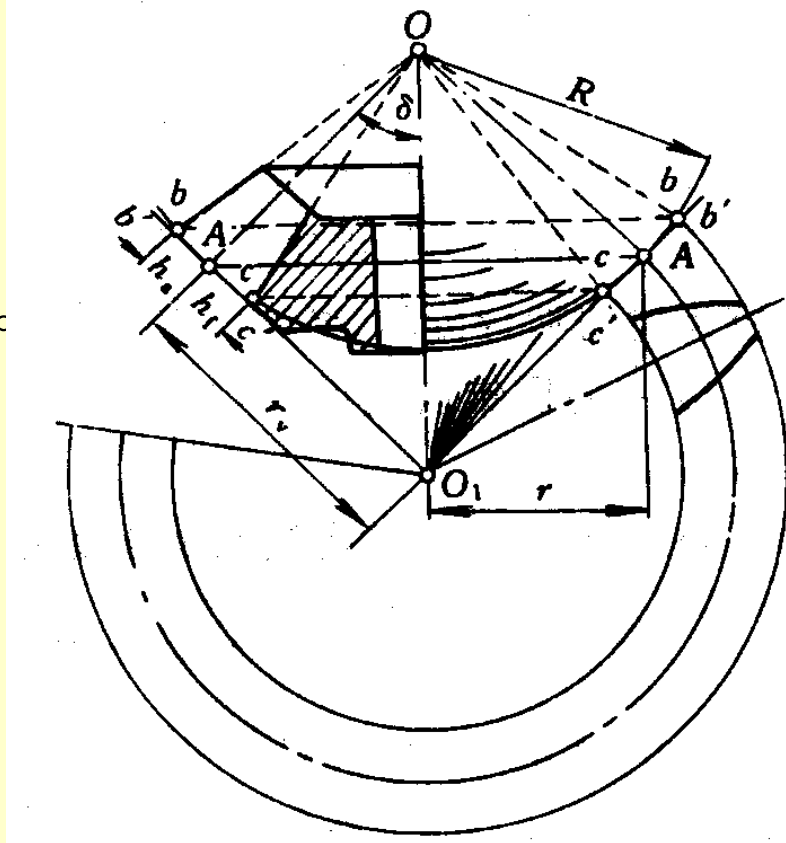
- 平面1在基圆锥2上作纯滚动时，该平面上过锥顶点 O 的任一直线 OK 的轨迹即为渐开线锥面。该锥面与以 O 为球心，以锥距 R 为半径的球面的交线为**球面渐开线**，如图中的曲线 AK ，它应是圆锥齿轮的大端齿廓曲线。
- 但球面无法展开成平面，这样，圆锥齿轮的设计计算就产生了困难，为此应寻求一种代替球面渐开线的近似的计算方法。



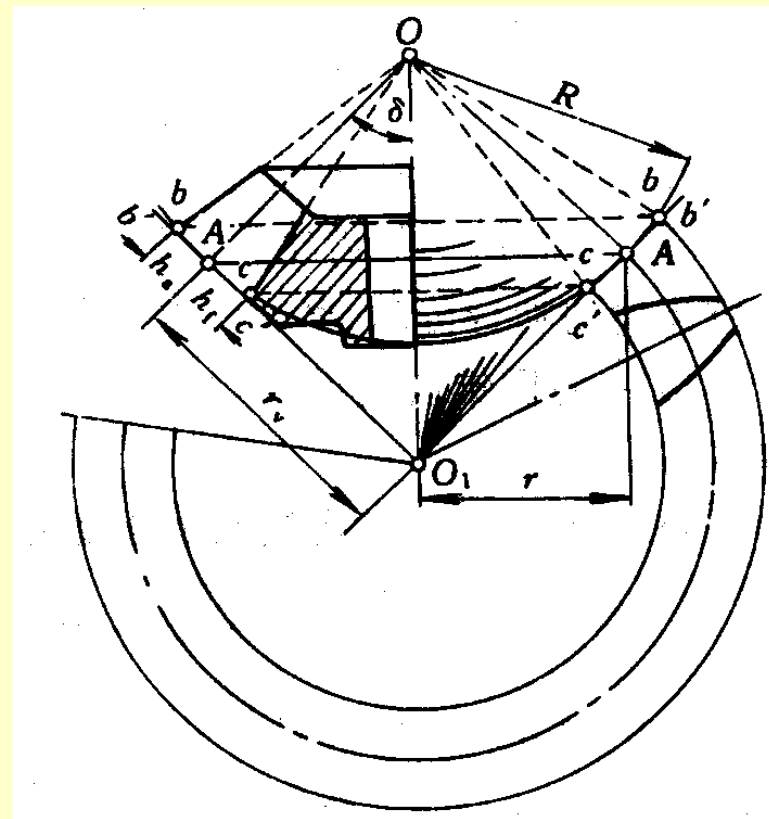
- 图为一圆锥齿轮的轴剖面，其中 $\triangle OAA$ 代表分度圆锥（通常就是节圆锥）， $\triangle obb$ 代表齿顶圆锥， $\triangle Occ$ 代表齿根圆锥。 r 为分度圆半径，
- 以锥顶 O 为圆心，以 OA （分度圆锥长，又称为锥距，用 R 表示）为半径的圆应为球面的投影，若以球面渐开线作圆锥齿轮的齿廓，则圆弧 bAc 即为齿轮大端与轴剖面的交线，该**球面曲线是不能展开成平面的**。



- 过轮齿大端上A点作球面的切线 O_1A ，与齿轮的轴线交于 O_1 点。设想以 OO_1 为轴线，以 O_1A 作母线形成的回转面也为圆锥面，它与圆锥齿轮大端切于A点，称为圆锥齿轮的**背锥**。
- 由于背锥母线 O_1A 与圆锥齿轮的分度圆锥母线相互垂直，将球面渐开线投影到背锥上得到的点 b' 、 c' 分别与球面渐开线上的 b 和 c 点非常接近，故**可用背锥上的齿形近似地作为圆锥齿轮的大端齿形**。



- 背锥可展开成平面而得到一扇形齿轮，该扇形齿轮的分度圆半径 r_v 为背锥距 O_1A ，其模数 m 、压力角 α 和齿高系数 h_a^* 等分别与圆锥齿轮大端参数相同。故可用圆柱齿轮的方法求得该扇形齿轮的齿形，用它近似地作为圆锥齿轮的大端齿形。
- 将扇形齿轮补足成完整的圆柱齿轮，其齿数将从 z 增至 z_v ，该虚拟的圆柱齿轮称为锥齿轮的**当量齿轮**，其齿数 z_v 称为圆锥齿轮的**当量齿数**。



在图5-48中，圆锥齿轮的齿数为 z ，大端模数为 m ，分度圆锥角为 δ ，则当量齿轮的分度圆半径

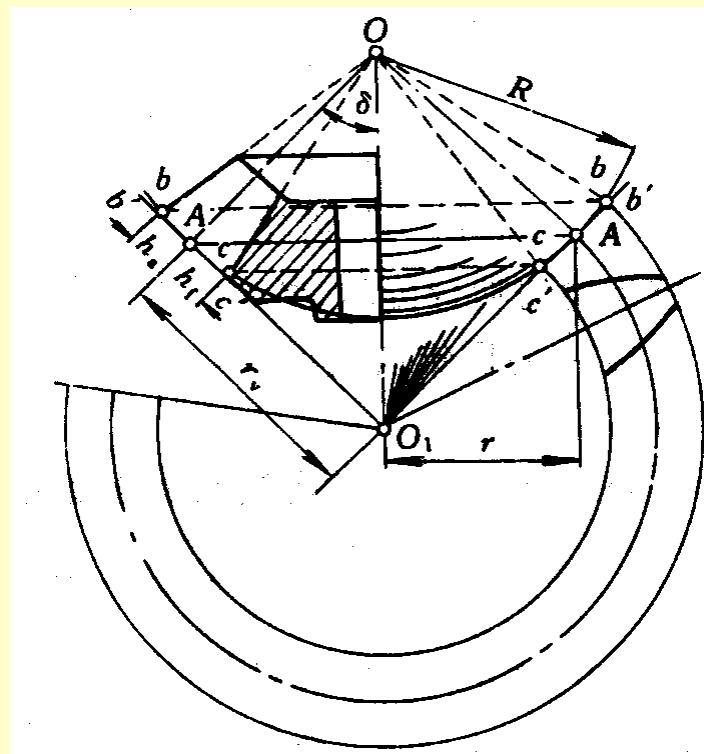
$$r_v = r / \cos \delta = mz / 2 \cos \delta$$

而 $r_v = mz_v / 2$

故得

$$z_v = \frac{z}{\cos \delta} \quad (5-62)$$

因 $\cos \delta$ 总小于1，故 z_v 总大于 z ，而且一般不是整数。



三、直齿圆锥齿轮的基本参数及啮合特点

- 1. 直齿圆锥齿轮的基本参数
- 圆锥齿轮的轮齿自大端到小端逐渐收缩，由于大端尺寸最大，测量方便，数值的相对误差最小，因此**规定圆锥齿轮的各项参数和尺寸均以大端为准。**
- **大端分度圆上的模数 m 按圆锥齿轮的标准模数系列选取**（附表5-6），而在GB12369-9中规定了**大端的压力角 $\alpha = 20^\circ$** ，齿顶高系数 $h_a^* = 1$ ，顶隙系数 $c^* = 0.2$ 。

2. 直齿圆锥齿轮的啮合传动

- 圆锥齿轮的当量齿轮不仅可用来描述其轮齿的齿形，还能近似地用来研究圆锥齿轮的啮合传动，据此可得如下结论：
 - 1) 一对圆锥齿轮的正确啮合条件为：两轮的（大端）模数和压力角分别相等。
 - 2) 一对直齿圆锥齿轮的重合度可按其当量齿轮的重合度计算，即：

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} [z_{v1}(\tan \alpha_{av1} - \tan \alpha_v') + z_{v2}(\tan \alpha_{av2} - \tan \alpha_v')]$$

式中： α_{va1} ， α_{va2} ——分别为当量齿轮 z_{v1} 和 z_{v2} 的齿顶压力角。

3) 直齿圆锥齿轮不发生根切的最少齿数 z_{\min} 与其当量齿轮的最少齿数 $z_{v\min}$ 关系为

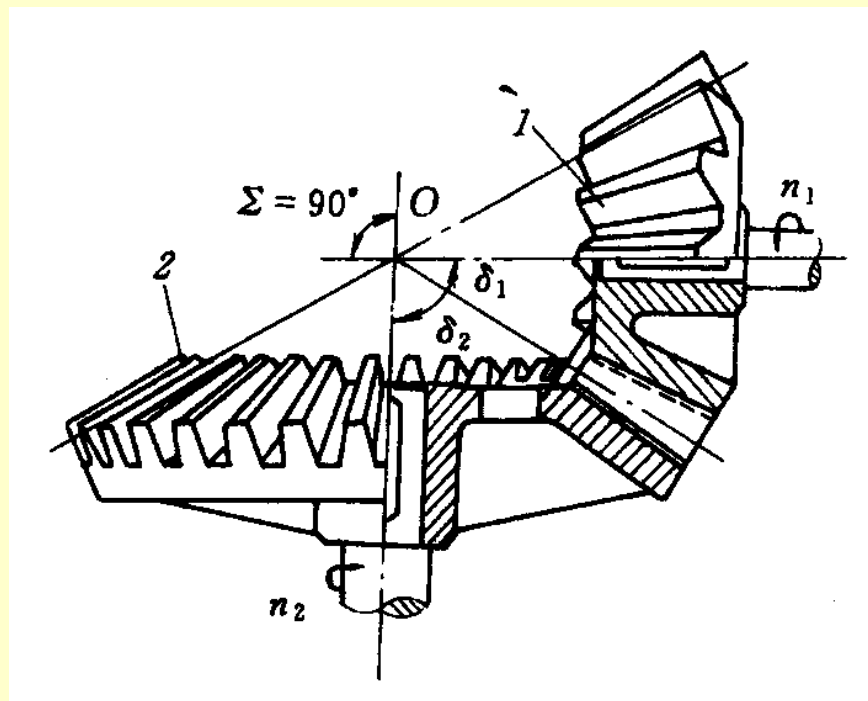
$$z_{\min} = z_{v\min} \cos \delta \quad (5-64)$$

$z_{v\min}$ 为圆柱齿轮不根切的最少齿数（当 $h_a^*=1$, $\alpha=20^\circ$ 时, $z_{\min}=17$ ）,

故圆锥齿轮不根切的最少齿数小于 $z_{v\min}$ 。

四、直齿圆锥齿轮几何尺寸计算

- 图5-49为轴交角 $\Sigma=90^{\circ}$ 的一对直齿圆锥齿轮轴剖面图，
- 轴交角等于两分度圆锥角之和，即
- $\Sigma = \delta_1 + \delta_2 = 90^{\circ}$ 。



圆锥齿轮的分度圆、齿顶圆、齿根圆等是指圆锥底部的相应圆；而其齿顶高和齿根高又应在其背锥母线上量取；

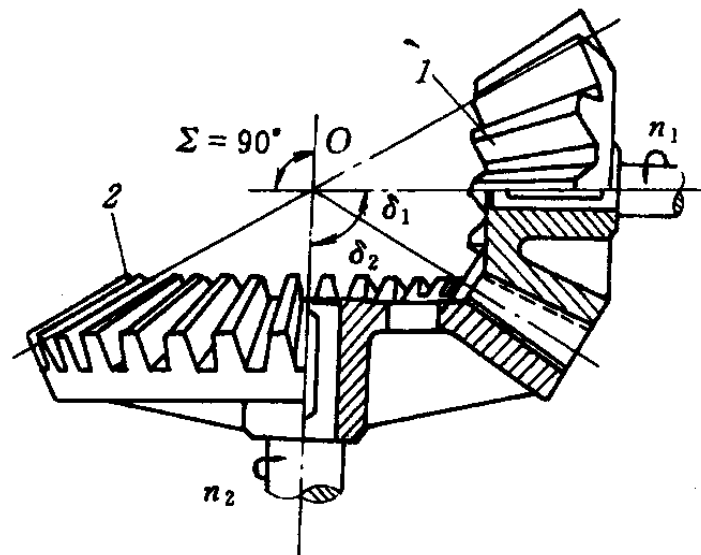
一对圆锥齿轮的传动比 i_{12} 为

$$i_{12} = \omega_1 / \omega_2 = z_2 / z_1 = r_2 / r_1 = \sin \delta_2 / \sin \delta_1 \quad (5-65)$$

当 $\Sigma = 90^\circ$ 时，有

$$i_{12} = \cot \delta_1 = \tan \delta_2 \quad (5-66)$$

根据圆锥齿轮的啮合特点，参考图5-49可得出直齿圆锥齿轮的几何尺寸，其**计算公式列于表5-4**中。



作业：

题5-5、题5-8、题5-16、题5-18、题5-20、题5-22

本章结束