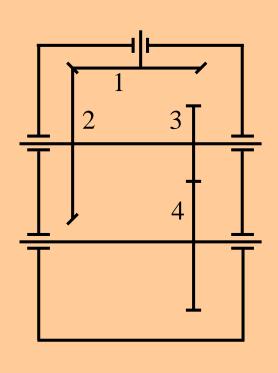
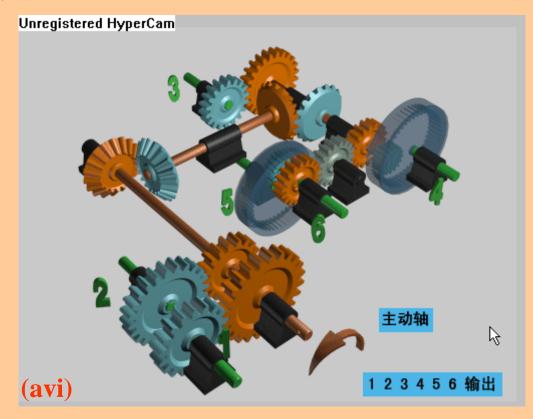
第二章 轮系及其设计

§ 6-1 轮系的类型与应用

- 一、轮系的分类
- 1. 定轴轮系

轮系运转时,如果各齿轮轴线的位置都固定不动,则称 之为定轴轮系(或称为普通轮系)。





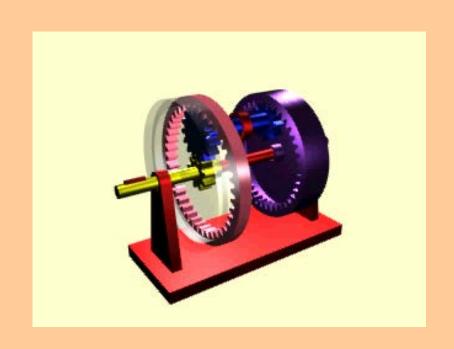
2. 周转轮系

轮系运转时,至少有一个齿轮轴线的位置不固定,而是绕某一固定轴线回转,则称该轮系为周转轮系。

(avi)

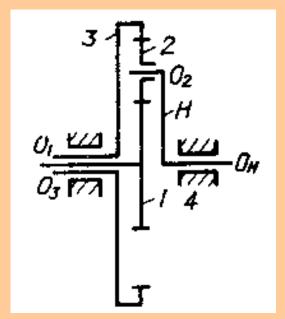
差动轮系:自由度为 2的周转轮系。

行星轮系:自由度为 1的周转轮系。 周转轮系还可根据基本构件的不同分类。以*K*表示中心轮,以*H*表示系杆,前面所示轮系可称为2*K-H型*周转轮系,下图所示轮系则称为3*K型*周转轮系。其系杆H仅起支承行星轮2-2'的作用,不传递外力矩,因此不是基本构件。另外还有*K-H-V型*

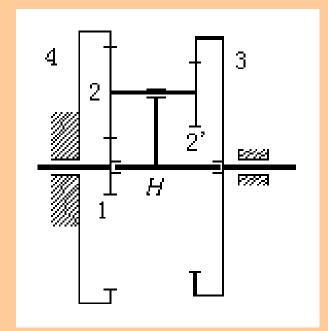


3K型周转轮系

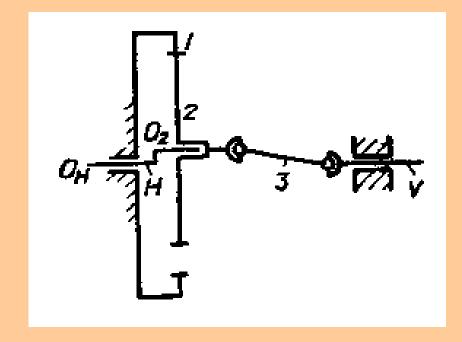




3K型

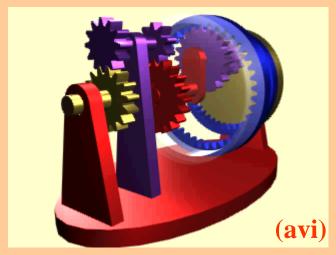


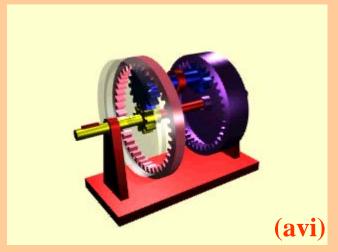
K-H-V型

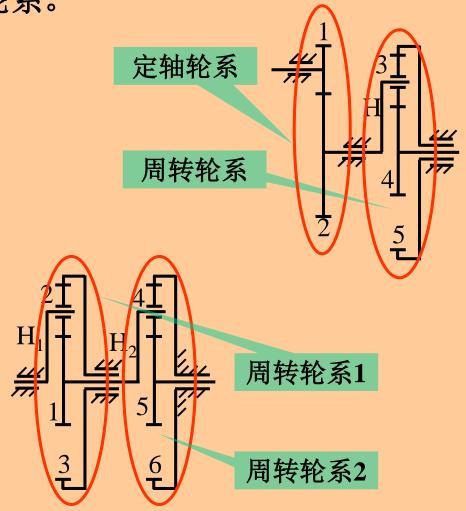


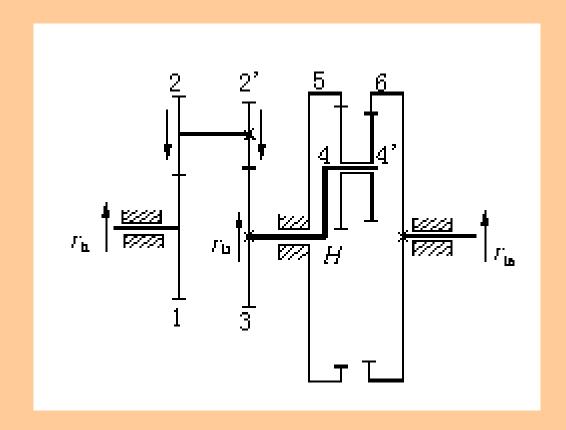
3. 混合轮系

既包括定轴轮系,又包括周转轮系,或由多个周转轮系组成的轮系,称为混合轮系。



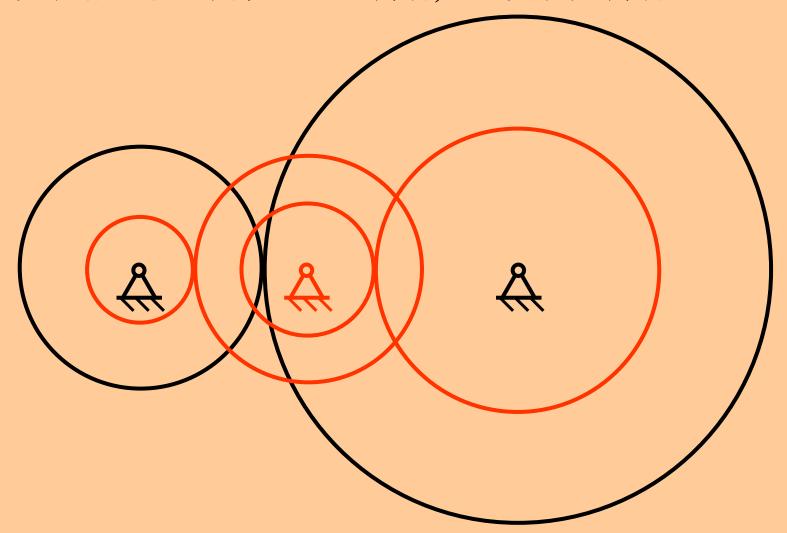






二、轮系的功用

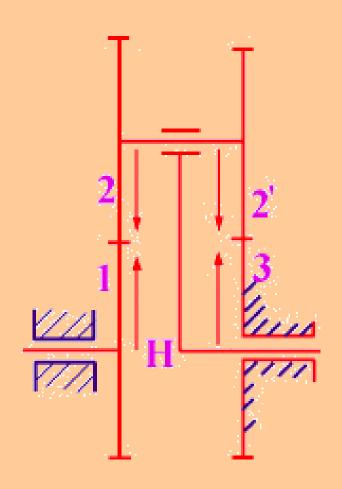
1. 实现相距较远两轴之间的传动,也可实现大传动比

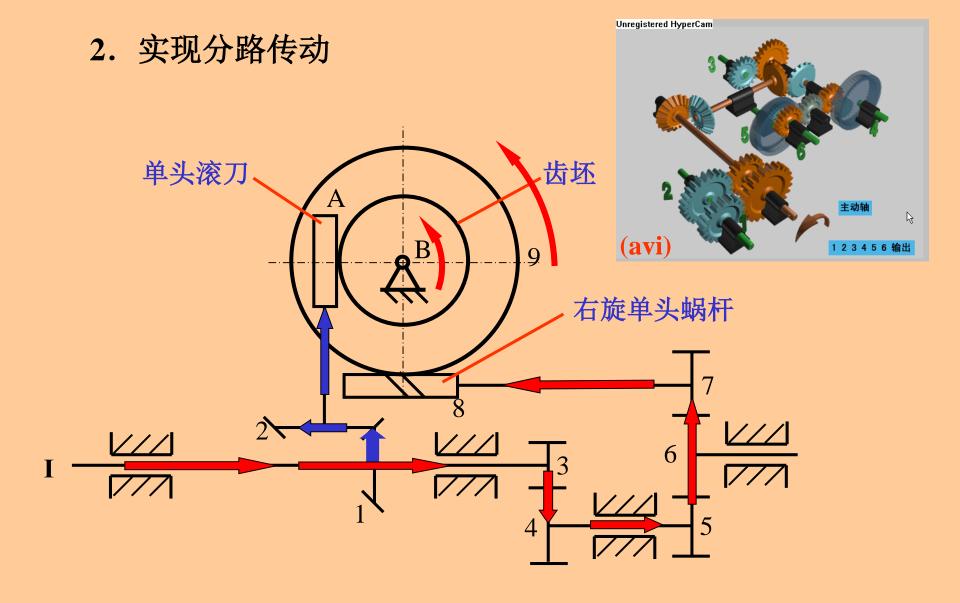


实现大传动比的传动

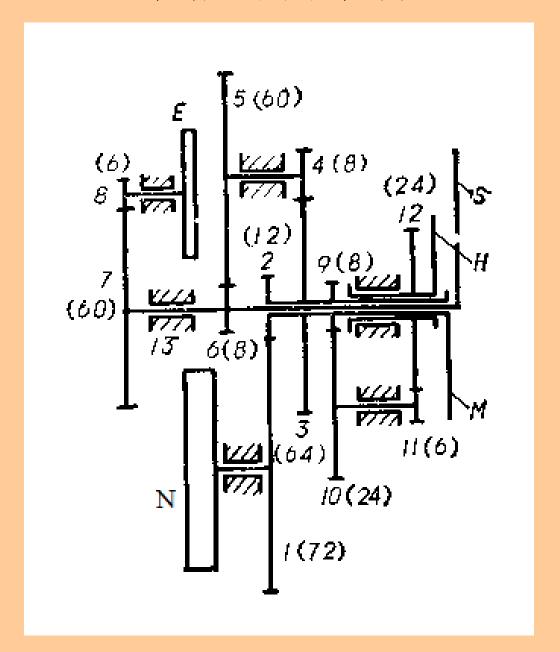
例5: 已知Z₁=100, Z₂=101, Z₂'=100, Z₃=99, 求i_{H1}

$$i_{H1} = \frac{\omega_H}{\omega_1} = 10000$$

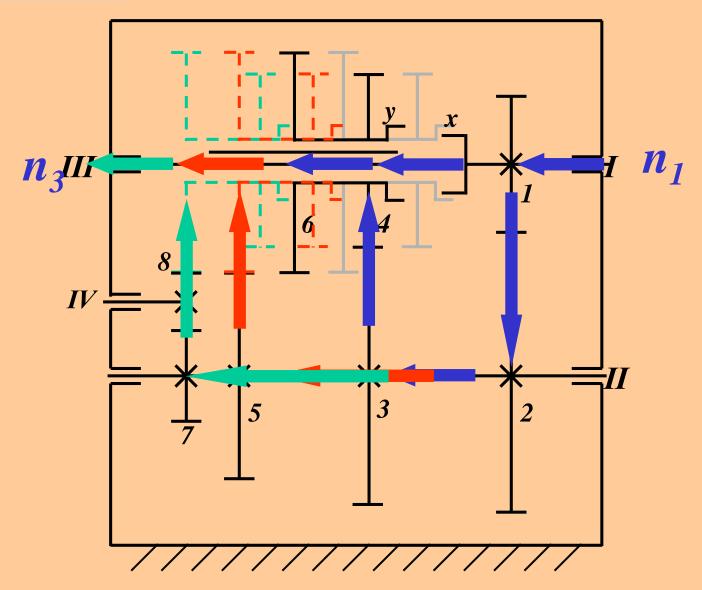




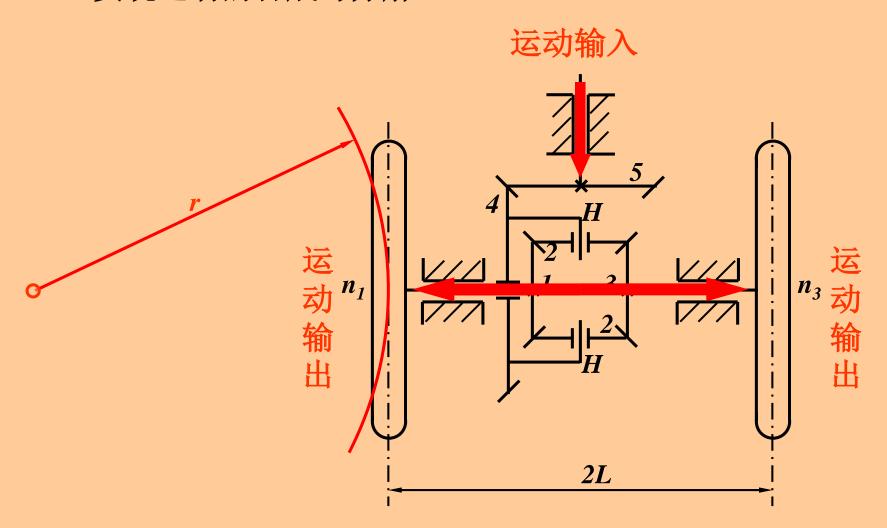
机械式钟表机构



3. 实现变速变向传动



4. 实现运动的合成与分解

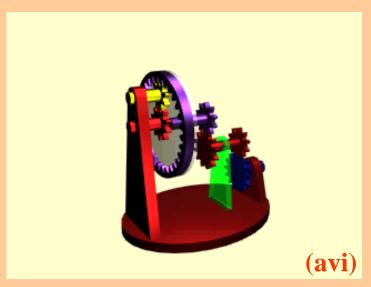


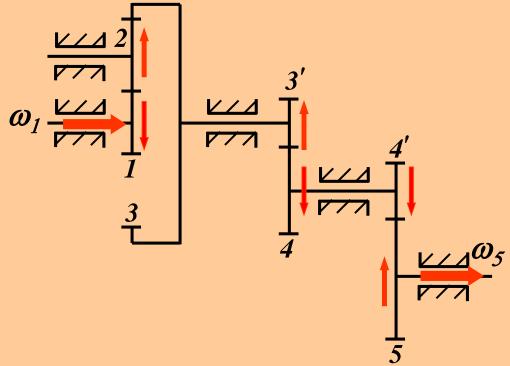
5. 实现结构紧凑的大功率传动

6. 利用行星轮输出的复杂运动满足某些特殊要求

§ 6-2 定轴轮系的传动比计算

一、轮系传动比的定义



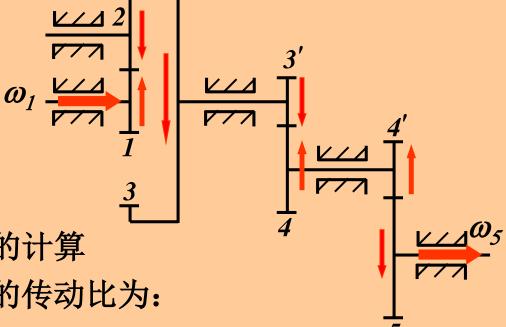


输入轴与输出轴之间的角速度之传动比:

$$i_{15} = \frac{\omega_1}{\omega_5} = \frac{n_1}{n_5}$$

包含两个方面: 大小与转向

$$i_{15} = \frac{\omega_1}{\omega_5} = \frac{n_1}{n_5}$$



二、平面定轴轮系传动比的计算 轮系中各对啮合齿轮的传动比为:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z_1}$$
 $i_{23} = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{z_3}{z_2}$ $i_{3'4} = \frac{\omega_{3'}}{\omega_4} = -\frac{z_4}{z_{3'}}$

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z_1}, i_{23} = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{z_3}{z_2}, i_{3'4} = \frac{\omega_{3'}}{\omega_4} = -\frac{z_4}{z_{3'}}, i_{4'5} = \frac{\omega_{4'}}{\omega_5} = -\frac{z_5}{z_{4'}}$$

此轮系传动比为:

$$i_{15} = \frac{\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_{3'} \ \omega_{4'}}{\omega_2 \ \omega_3 \ \omega_4 \ \omega_5} = i_{12} i_{3} i_{3'4} i_{4'5} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \left(+\frac{z_3}{z_2}\right) \left(-\frac{z_4}{z_{3'}}\right) \left(-\frac{z_5}{z_{4'}}\right)$$

结论: ① 轮系传动比等于各级齿轮传动比的连乘积;

② 计算式为

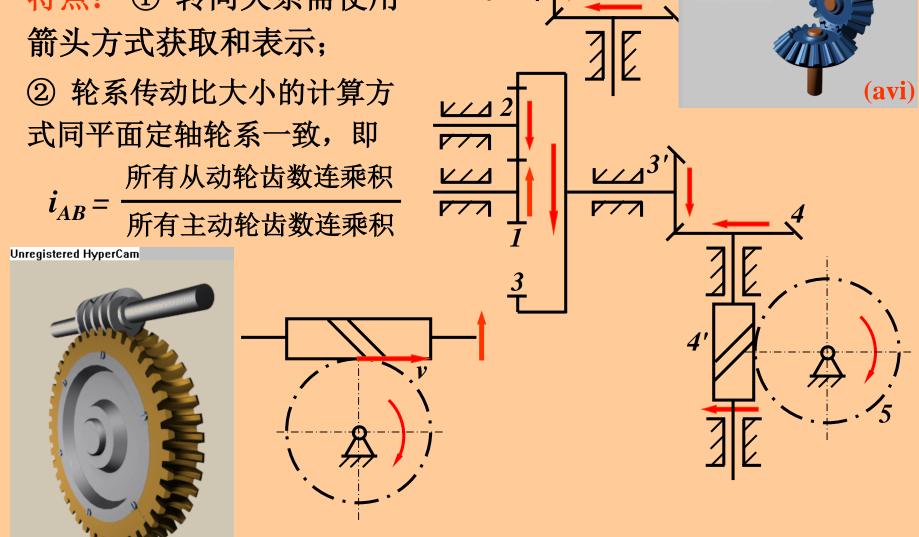
$$i_{AB}$$
 = $(-1)^{m}$ 所有从动轮齿数连乘积 所有主动轮齿数连乘积

其中: A,B 分别为主动轮和从动轮; m 为外啮合齿轮的对数。

- ③ 同时与两个齿轮啮合的齿轮称为惰轮,在计算式中不出现,其作用表现为: A.结构要求; B.改变转向;
- ④ 首末两轮相对转向还可用箭头方式确定。



特点: ① 转向关系需使用



Unregistered HyperCam

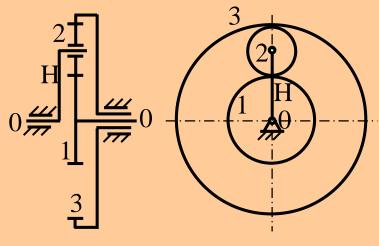
§ 6-3 周转轮系的传动比

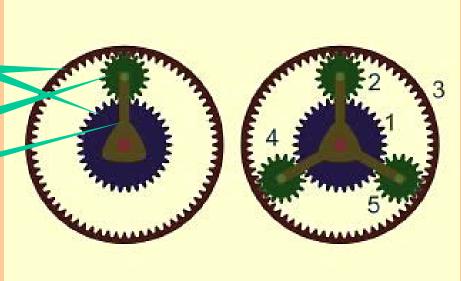
太阳轮中心轮

行星轮

系 杆

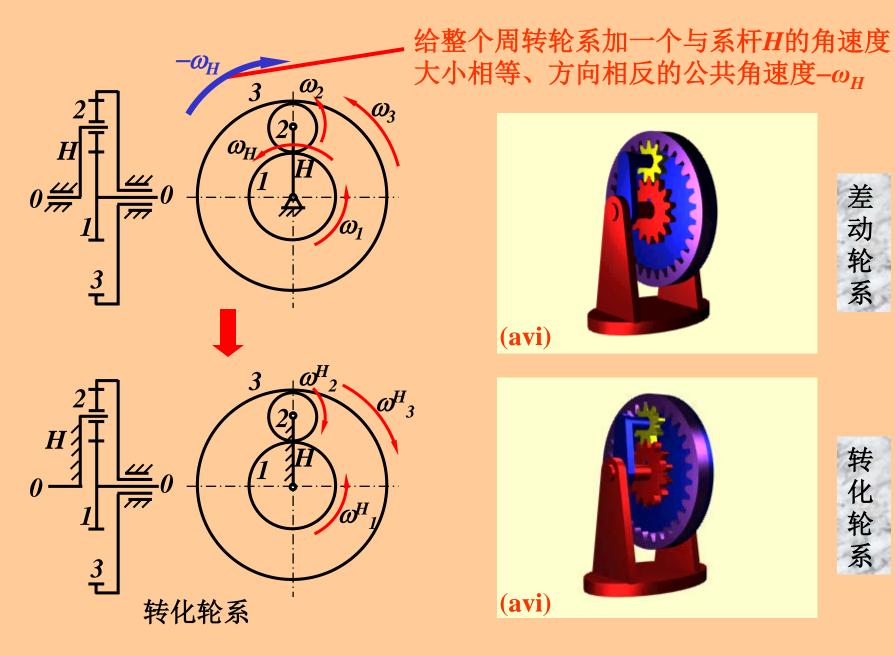
(avi)





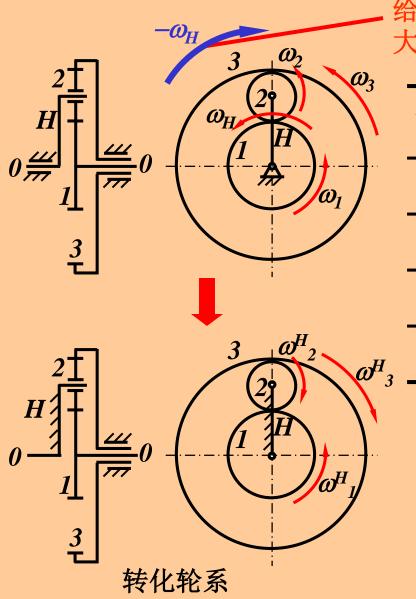
特点: ① 有一个轴线不固定的齿轮;

- ② 两个中心轮与系杆共轴线;
- ③ 一个中心轮固定为行星轮系; 中心轮都运动为差动轮系。









给整个周转轮系加一个与系杆H的角速度大小相等、方向相反的公共角速度 $-\omega_H$

构件名称	原周转轮系 中的角速度	转化轮系中各 构件的角速度
系杆 H	$oldsymbol{\omega}_H$	$\omega^{H}_{H} = \omega_{H} - \omega_{H} = 0$
中心轮 1	ω_1	$\omega^{H}{}_{I} = \omega_{I} - \omega_{H}$
行星轮 2	ω_2	$\omega^{H}_{2} = \omega_{2} - \omega_{H}$
中心轮3	ω_3	$\omega^{H}_{\beta} = \omega_{\beta} - \omega_{H}$

注意: 在转化机构中系杆H变成了机架。

计算该转化机构(定轴轮系)的传动比:

$$i_{I3}^{H} = \frac{\omega_{I}^{H}}{\omega_{3}^{H}} = \frac{\omega_{I} - \omega_{H}}{\omega_{3} - \omega_{H}} = (-\frac{z_{2}}{z_{1}})(+\frac{z_{3}}{z_{2}}) = (-\frac{z_{3}}{z_{1}})$$
推论: 周转轮系传动比计算式为
$$i_{AB}^{H} = \frac{\omega_{A}^{H}}{\omega_{B}^{H}} = \frac{\omega_{A} - \omega_{H}}{\omega_{B} - \omega_{H}} = (-1)^{m} f(z)$$
说明:
① 加为转化轮系中外啮合齿轮对数;

转化轮系

- ② f(z) 为转化轮系中由A传递至B的用齿数表示的传动比计算式。
- ③ 对于差动轮系,若已知两个原动件值,则可求出另一构件值,若已知一原动件值,可求出另两构件的传动比值;
- ④ 对于差动轮系,原动件角速度有符号,需正确带入;

$$i_{AB}^{H} = \frac{\omega_{A}^{H}}{\omega_{B}^{H}} = \frac{\omega_{A} - \omega_{H}}{\omega_{B} - \omega_{H}} = (-1)^{m} f(z)$$

⑤ 对于行星轮系,因其中必有一中心轮固定,假设中心轮 3固定,于是有:

$$i_{13}^{H} = \frac{\omega_{1}^{H}}{\omega_{3}^{H}} = \frac{\omega_{1} - \omega_{H}}{0 - \omega_{H}} = (-\frac{z_{3}}{z_{1}}) \longrightarrow \frac{\omega_{1}/\omega_{H} - \omega_{H}/\omega_{H}}{0 - \omega_{H}/\omega_{H}} = (-\frac{z_{3}}{z_{1}})$$

$$\frac{i_{1H} - 1}{-1} = (-\frac{z_{3}}{z_{1}}) = i_{13}^{H}$$

$$H = \frac{\omega_{1}/\omega_{H} - \omega_{H}/\omega_{H}}{0 - \omega_{H}/\omega_{H}} = (-\frac{z_{3}}{z_{1}})$$

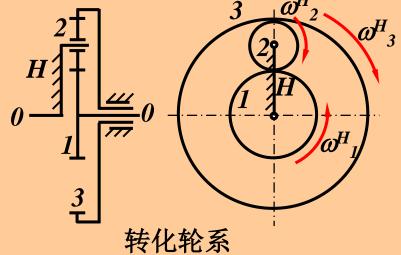
$$U = \frac{\omega_{1}/\omega_{H} - \omega_{H}/\omega_{H}}{0 - \omega_{H}/\omega_{H}} = (-\frac{z_{3}}{z_{1}})$$

$$i_{1H} = 1 - i_{13}^H$$

推论:

$$i_{AH}^{B}=1-i_{AB}^{H}$$

其中: B为固定中心轮



周转轮系传动比计算

推广到一般:

$$i_{ab}^{H} = \frac{\omega_{a} - \omega_{H}}{\omega_{b} - \omega_{H}} = \pm \frac{(a \to b)$$
间所有从动轮齿数连乘积
$$(a \to b)$$
间所有主动轮齿数连乘积

应用上式时应注意:

- 1) 上式只适用于输入轴、输出轴轴线与系杆 H 的回转轴线重合或平行时的情况。
- 2) <u>式中"士"号的判断方法同定轴轮系的传动</u> <u>比的正、负号判断方法相同。</u>
- 3) i_{13}^{H} 、 i_{12}^{H} 等不是周转轮系中的实际传动比,而是转化 轮系中的传动比,应用此公式求实际的传动比 i_{13} 、 i_{12}^{I} 。

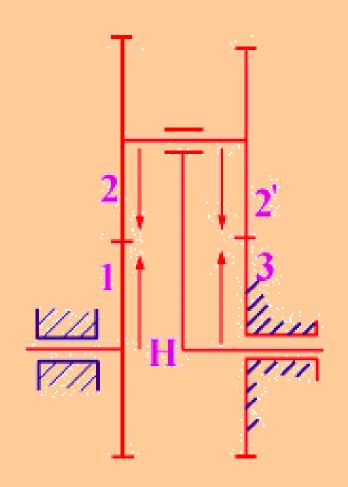
例1: 已知Z₁=100, Z₂=101, Z₂'=100, Z₃=99, 求i_{H1}

$$i_{13}^{H} = \frac{\omega_{1} - \omega_{H}}{\omega_{3} - \omega_{H}} = (-1)^{m} \frac{z_{2} \cdot z_{3}}{z_{1} \cdot z_{2}}$$

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{0 - \omega_H} = (-1)^2 \frac{101 \times 99}{100 \times 100} = \frac{9999}{10000}$$

$$i_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - \frac{9999}{10000} = \frac{1}{10000}$$

$$\therefore i_{H1} = \frac{\omega_H}{\omega_1} = 10000$$



又若将z₃由99改为100,则

$$i_{13}^{H} = \frac{z_{2}z_{3}}{z_{1}z_{2}'} = \frac{101 \times 100}{100 \times 100} = \frac{10100}{10000}$$

$$i_{1H} = 1 - \frac{10100}{10000} = -\frac{1}{100}$$

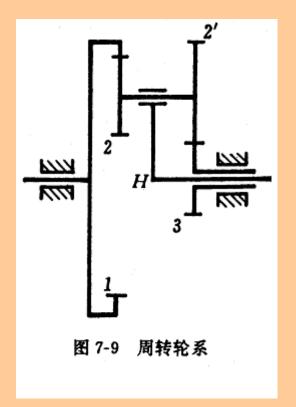
$$i_{H1} = -100$$

例2: Z_1 =80, Z_2 = 25, Z_2 '=35, Z_3 =20, n_3 =200r/min, n_1 =50r/min,方向相反,求 n_H 的大小和方向

解:

$$i_{13}^{H} = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = -\frac{z_2 z_3}{z_1 z_2}$$

$$\frac{50 - n_H}{(-200) - n_H} = -\frac{25 \times 20}{80 \times 35} = -\frac{5}{28}$$



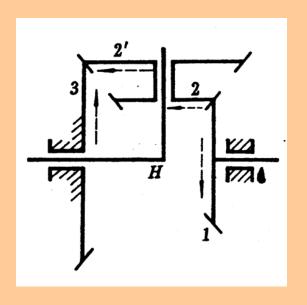
求得n_H=12.12r/min, 为 "+", 方向与轮1的相同

例3: 已知: Z₁=25, Z₂= 21, Z₂'=32, Z₃=41, n₁=960r/min, 求n_H的大小和方向

解:

$$i_{13}^{H} = \frac{n_{1} - n_{H}}{n_{3} - n_{H}} = -\frac{z_{2}z_{3}}{z_{1}z_{2}}$$

$$\frac{90 - n_{H}}{0 - n_{H}} = -\frac{21 \times 41}{25 \times 32}$$



求得n_H=462.37r/min, 为 "+", 方向与轮1的相同

例4 如图所示为汽车后轮传动的差动轮系(常称为差速器)。发动机通过传动轴驱动齿轮5。齿轮4与齿轮5啮合,其上固联着系杆H并带动行星轮2转动。中心轮1和3的齿数相等,即 $z_1=z_3$,并分别和汽车的左右两个后轮相联。齿轮1、2、3及系杆H组成一差动轮系。试分析该差速器的工作原理。

解: 差动轮系的传动比:

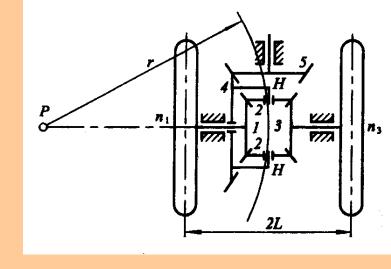
$$\dot{t}_{13}^4 = \frac{n_1 - n_4}{n_3 - n_4} = -\frac{z_3}{z_1} = -1$$



由上式可得:

$$2n_4 = n_1 + n_3$$

• 由于它是自由度为2的差动 轮系,因此只有圆锥齿轮5 为主动时,圆锥齿轮1和3 的转速是不能确定的,但 n₁+n₃却总是常数。



•**当汽车直线行驶时**,由于两个后轮所滚过的距离相同,其转速也相等,所以有:

$$n_1 = n_3 = n_4$$

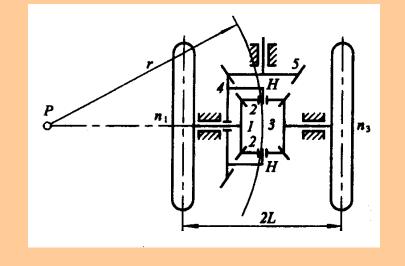
行星轮2没有自转运动。此时,整个周转轮系形成一个同速转动的刚体,一起随轮4转动。

• **当汽车左转弯时**,由于右车轮比左车轮滚过的 距离大,所以右车轮要比左车轮转动的快一些。 由于车轮与路面的滑动摩擦远大于其间的滚动 摩擦,故在2自由度条件下,车轮只能在路面 上纯滚动。当车轮在路面上纯滚动向左转弯时, 则其转速应与弯道半径成正比,即

$$\frac{n_1}{n_3} = \frac{r - L}{r + L}$$
 (b)

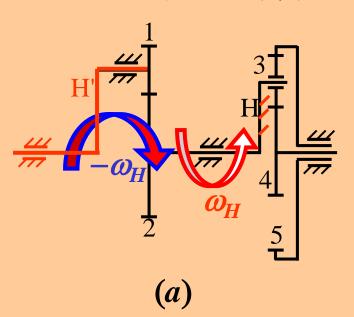
将式(a)和(b)联立解得

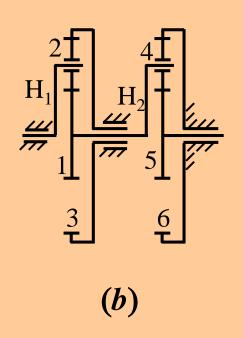
$$n_1 = \frac{r - L}{r} \times n_4 \qquad n_3 = \frac{r + L}{r} \times n_4$$



可见,此时行星轮除和H一起公转外,还绕H作自转。轮4的转速 n_4 通过差动轮系分解成 n_1 和 n_3 两个转速。这两个转速随弯道半径的不同而不同。

§ 6-4 混合轮系的传动比





在图(b)中,因为一般情况下, $\omega_{H1} \neq \omega_{H2}$,所以不任给系统一个($-\omega_{H1}$)或($-\omega_{H2}$)都无法同时使两系杆禁止。

把这种由定轴轮系和周转轮系或者由两个以上的周转轮 系组成的,不能直接用反转法转化为定轴轮系的轮系,称为 混合轮系。 例5: 在图示混合轮系中,已知各轮的齿数。求i14。

所以问题转化为分别求解定轴轮系和周 转轮系。

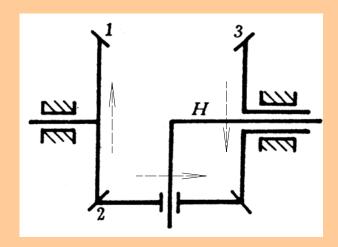
对于定轴轮系有 $i_{12} = -\frac{z_2}{z_1}$ 对于周转轮系有 $i_{H4} = \frac{\omega_H}{\omega_4} = \frac{1}{\underline{\omega_H}} = \frac{1}{i_{4H}}$ 而 $i_{4H} = 1 - i_{45} = 1 - (-\frac{z_5}{z_4}) = \frac{z_4 + z_5}{z_4}$ 所以 $i_{14} = -\frac{z_2(z_4 + z_5)}{z_4z_4}$

周转轮系传动比计算

$$i_{12}^{H} = \frac{\omega_1^{H}}{\omega_2^{H}} \neq \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_2 - \omega_H}$$

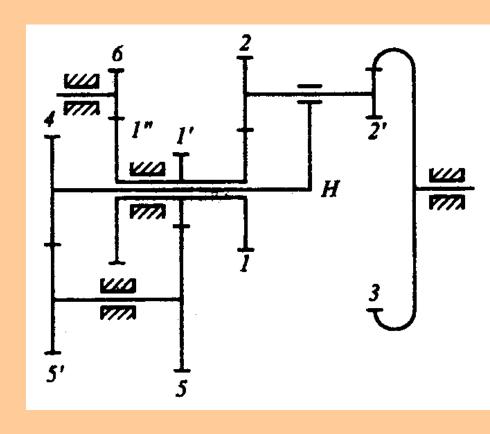
因为:
$$\omega_2^H \neq \omega_2 - \omega_H$$

但:
$$i_{13}^{H} = \frac{\omega_{1} - \omega_{H}}{\omega_{3} - \omega_{H}} = -\frac{z_{3}}{z_{1}}$$



例6 在图 所示轮系中;已知 ω_6 及各轮齿数为: $z_1 = 50$, $z_1' = 30$, $z_1'' = 60$, $z_2 = 30$, $z_2' = 20$, $z_3 = 100$, $z_4 = 45$, $z_5 = 60$, $z_5' = 45$, $z_6 = 20$,求 ω_3 的大小和方向。

- 齿轮1、2-2′、3和H 组成一差动周转轮系。
- 其余的齿轮6、1"一 1′、5-5′、4组成一 定轴轮系。



周转轮系的传动比为

$$i_{13}^{H} = \frac{\omega_{1} - \omega_{H}}{\omega_{3} - \omega_{H}} = (-1)^{1} \frac{z_{2}z_{3}}{z_{1}z_{2'}} = -\frac{30 \times 100}{50 \times 20} = -3$$

式中心1、0月可由定轴轮系求得

$$\omega_1 = \omega_{1"} = \omega_6 \times (-\frac{z_6}{z_{1"}}) = \omega_6 \times (-\frac{20}{60}) = -\frac{1}{3}\omega_6$$

$$\omega_{H} = \omega_{4} = \omega_{6} \times \left(-\frac{z_{6} z_{1'} z_{5'}}{z_{1''} z_{5} z_{4}}\right) = \omega_{6} \times \left(-\frac{20 \times 30 \times 45}{60 \times 60 \times 45}\right) = -\frac{1}{6} \omega_{6}$$

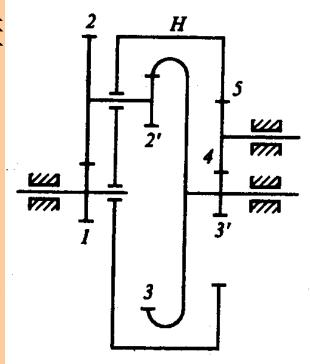
$$\frac{\omega_{1} - \omega_{H}}{\omega_{3} - \omega_{H}} = \frac{-\frac{1}{3}\omega_{6} - (-\frac{1}{6}\omega_{6})}{\omega_{3} - (-\frac{1}{6}\omega_{6})} = -3$$

$$\omega_{3} = -\frac{1}{9}\omega_{6}$$

齿轮3与齿轮6的转动方向相反。

例7 在图所示的电动卷扬机减速器中,各齿轮的齿数为 z_1 =24, z_2 =52, z_2 '=21, z_3 =97, z_3 '=18, z_4 =30, z_5 =78,求 i_{1H} 。

- 齿轮1、2-2'、3和系杆H组成一个差动轮系。
- 齿轮3'、4和5组成一个定轴轮系。
- 齿轮3'和3是同一构件,齿轮5和系杆 H是同一构件,因此、差动轮系的两 个基本构件被定轴轮系封闭起来了。
- 这种通过一个定轴轮系把差动轮系的两个基本构件(中心轮或系杆)联系起来而组成的自由度为1的复杂行星轮系,通常称为封闭式行星轮系。



在差动轮系1、2-2′、3、H(5)的转化机构中

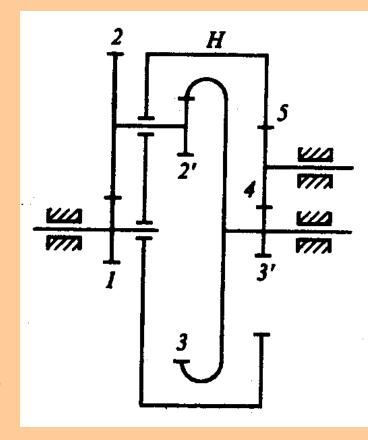
$$i_{13}^{H} = \frac{\omega_{1} - \omega_{H}}{\omega_{3} - \omega_{H}} = -\frac{z_{2}z_{3}}{z_{1}z_{2'}}$$
 (a)

在定轴轮系5、4、3'中

$$i_{35} = \frac{\omega_3}{\omega_5} = -\frac{z_5}{z_{3'}}$$
 (b)

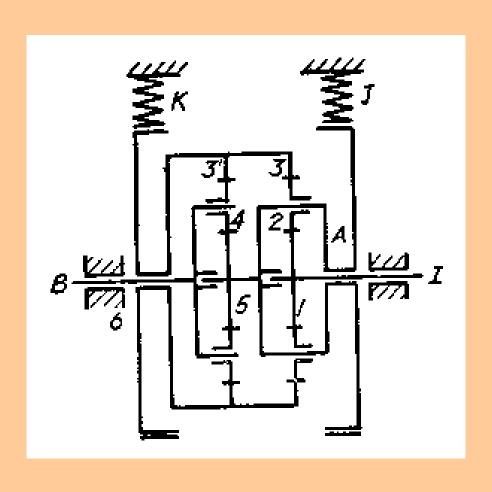
由式(b)解出 ω_3 代入式(a),并考虑到 $\omega_5 = \omega_H$,整理得

$$i_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 + \frac{z_3 z_2}{z_{2'} z_1} + \frac{z_5 z_3 z_2}{z_{3'} z_{2'} z_1} = 54.38$$

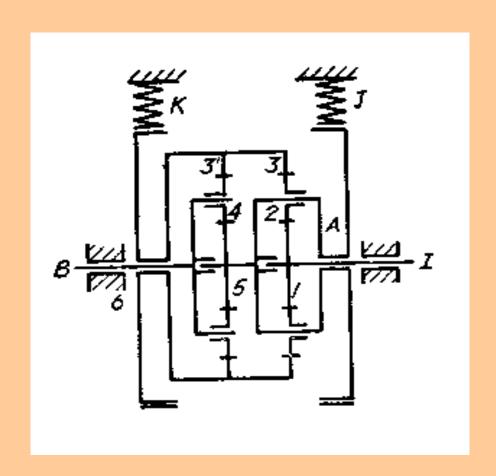


齿轮1和系杆H的转向相同。

例8: 图示为龙门刨床工作台的变速换向机构。J、K为电磁制动器,它们可分别刹住构件A和3。设已知各轮的齿数,求当分别刹住A和3时的传动比i_{1b}。



- 解 1)当用制动器J刹住A时,轮系由定轴轮系1-2-3-6和行星轮系3'-4-5-B组成,是一个复合轮系。
- 2)当用制动器K刹住双联内齿轮3'-3时,轮系由行星轮系1-2-3-A和行星轮系3'-4-5-B组成,是一个复合轮系。



习题1: 下图轮系中, Z_1 =20, Z_2 =32, Z_2 '=18, Z_3 =36, Z_3 '=20, Z_4 =30, Z_5 =80,计算轮系的总传动比 i_{1H} 。

解:

1) 分析及划分轮系

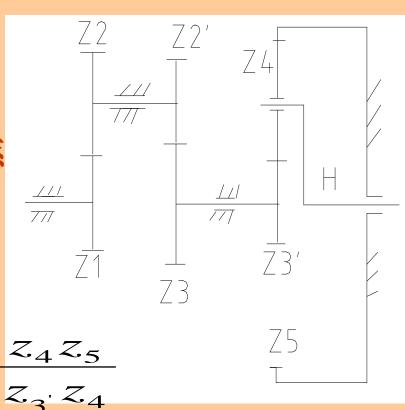
行星轮4- H- Z3' - Z5-构成周转轮系

剩下的Z1-Z2-Z2'-Z3-为定轴轮系

2) 分别列方程

$$i_{3'5}^{H} = \frac{n_{3'} - n_{H}}{n_{5} - n_{H}} = -$$

$$\dot{i}_{13} = \frac{n_1}{n_3} = \frac{z_2 z_3}{z_1 z_2}$$



3) 联立求解

$$\frac{n_{3'} - n_{H}}{0 - n_{H}} = -\frac{30 \times 80}{20 \times 30}$$

$$\frac{n_1}{n_3} = \frac{32 \times 36}{20 \times 18} = 3.2$$

$$n_3 = n_3$$

$$\frac{n_{3'}}{n_H} = 1 + 4 = 5$$

$$i_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = \frac{n_1}{n_3} \times \frac{n_3}{n_H} = 3.2 \times 5 = 16$$

习题2: 在图示自行车里程表的机构中,C为车轮轴。已知各轮的齿数为 Z_1 =17, Z_3 =23, Z_4 =19, Z_4 '=20及 Z_5 =24。设轮胎受压变形后使28in车轮的有效直径约为0.7m。当车行一千米时,表上的指钢刚好回转一周,

求齿轮2的齿数。

解: 1)分析及划分轮系

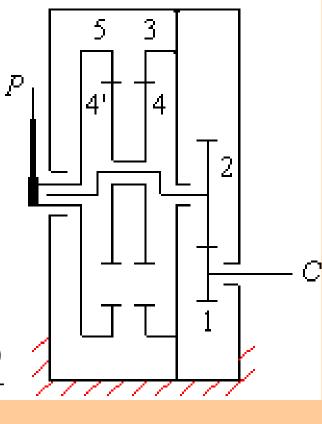
行星轮4-4 '- H (2) - Z₃- Z₅-构成周转轮系 ₽₁

剩下的 Z_1 - Z_2 -为定轴轮系

2) 分别列方程

$$i_{53}^{H} = \frac{n_5 - n_H}{n_3 - n_H} = \frac{z_4' z_3}{z_5 z_4}$$

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = -\frac{z_2}{z_1}$$
 $i_{cp} = i_{15} = \frac{n_1}{n_5} = \frac{1000}{0.7\pi}$



3) 联立求解

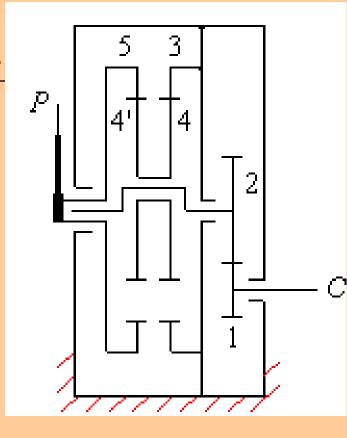
$$i_{53}^{H} = \frac{n_5 - n_H}{0 - n_H} = \frac{20 \times 23}{24 \times 19}$$

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = -\frac{z_2}{17}$$

$$\frac{n_5}{n_H} = \frac{n_5}{n_2} = 1 - \frac{20 \times 23}{24 \times 29} = -\frac{1}{114}$$

$$\therefore \frac{n_1}{n_5} = \frac{n_1}{n_2} \times \frac{n_2}{n_5} = -\frac{z_2}{17}(-114) = \frac{1000}{0.7\pi}$$

$$z_2 = \frac{1000 \times 17}{114 \times 0.7\pi} \approx 68$$



习题3:在图示轮系中,已知各轮的齿数为 z 1= z 4=80, z3= z 6=20, 齿轮1的转速 n 1 =70转/分,方向如图。试求齿轮6的转速 n 6的大小和方向。

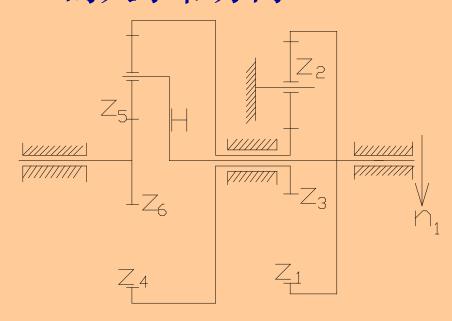
解:

行星轮5-H- Z₆- Z₄-构成周转轮系

剩下的Z1-Z2-Z3为定轴轮系

$$i_{64}^{H} = \frac{n_6 - n_H}{n_4 - n_H} = -\frac{z_4}{z_6}$$
$$= -\frac{80}{20} = -4$$

$$i_{31} = \frac{n_3}{n_1} = -\frac{z_1}{z_3} = -\frac{80}{20} = -4$$

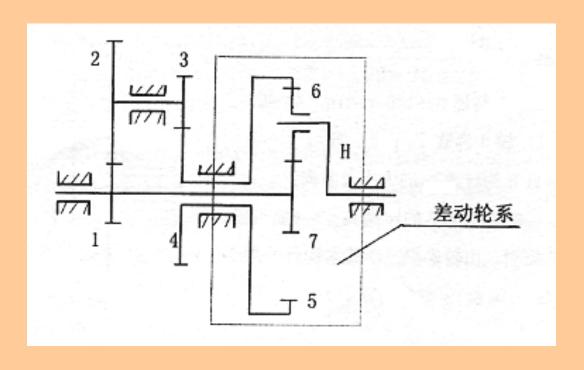


$$n_4 = n_3$$
 $n_1 = n_H$

联立求解得: $n_6 = 1470r / \min$

习题4: 已知各轮齿数为 Z_1 =20, Z_2 =34, Z_3 =18, Z_4 =36,

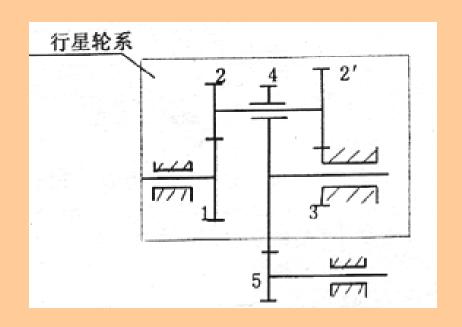
 $Z_5=78, Z_6=Z_7=26$ 。 试求传动比 i_{1H} 。



答案是: i_{1H}=2.125

习题5: 已知各轮齿数为 $Z_1=Z_2$ ' = 25, $Z_2=Z_3=Z_5=20$,

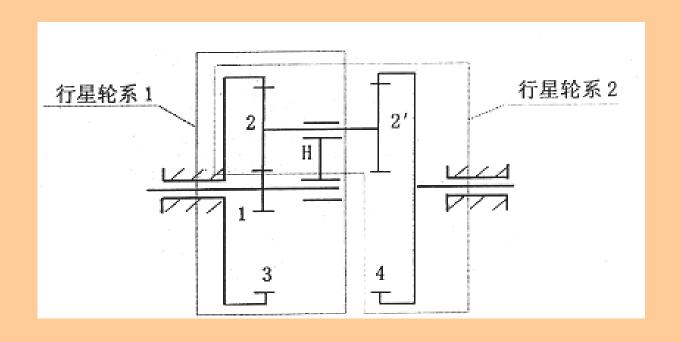
Z₄=100。试求传动比i₁₅。



答案是: i₁₅=-9/125

习题6: 已知各轮齿数为Z1=6, Z2=Z2, =25,

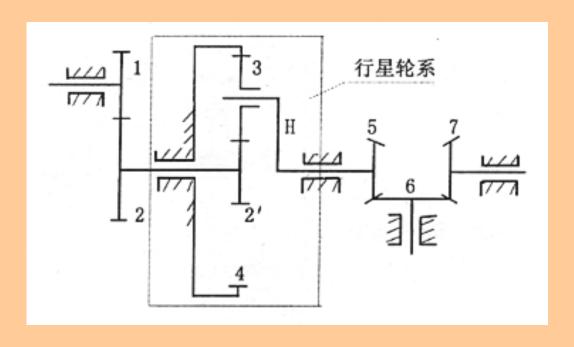
Z₃=57, Z₄=56, 试求传动比i₁₄。



答案是: i₁₄=-588

习题7: 已知各轮齿数为Z₁=Z₂'=20, Z₂=Z₃=40,

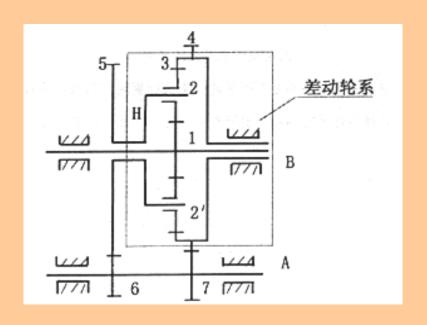
 $Z_4=100$, $Z_5=Z_6=Z_7=30$, 试求传动比 i_{17} 。



答案是: i₁₇=12

习题8: 已知各轮齿数为Z₁=Z₂=Z₂, =24,

 Z_3 =72, Z_4 =89, Z_5 =95, Z_6 =24, Z_7 =30, 试求传动比 i_{AB} 。



答案是: i_{AB}=8455/6=1409.167

作业:

数6-1、数6-6、数6-8、数6-13

牵车结束