数值分析第二次作业：

1. 什么是机械求积公式？什么是求积公式的代数精度？代数精度为 m 的求积公式的余项表达式是什么？

2. 写出中矩形求积公式、梯形求积公式和辛普森求积公式，并指出它们的代数精度和余项式。

3. 什么是插值型求积公式？由 n 个互不相同的求积节点给出的插值型求积公式的代数精度为多少？其求积系数与拉格朗日插值基函数有什么联系？插值型求积公式的余项是什么？

4. 确定求积公式$\int_{-1}^{1} f(x)dx \approx A_1 f(0) + A_2 f(x_2) + f(1)$中的求积系数和节点，使其有尽可能高的代数精度。此时，求积公式是不是插值型的？求积公式的余项是多少？

5. 已知直线运动的质点在初始时刻的运动速度v_0，应选在什么时刻再测量一次速度，可以将质点在初始时间后一小时内的位移近似计算结果精度尽可能高？给出近似计算这一小时期间内质点的位移的公式。若质点作匀变速运动，所给计算公式是否准确成立？

6. 利用梯形法二分 3 次并计算数据保留小数点后第 6 位，计算$\int_1^5 \frac{dx}{x} = \ln 5$的近似值，并利用龙贝格方法将结果加工成龙贝格值。

7. 若用复化梯形公式和复化辛普森公式计算积分$\int_0^1 e^x dx$,积分区间各应分多少等份，才能使误差不超过0.5×10^{-5}？

8. 什么是高斯求积公式？什么是高斯点？n 点高斯求积公式的代数精度是多少？

9. 设$\int_{-1}^{1} f(x)dx \approx \sum_{k=1}^{n} A_k f(x_k)$是高斯求积公式，$l_i(x)$是以$x_i(i=1,2,\cdots,n)$为节点的拉格朗日插值基函数，求证：$\int_{-1}^{1} l_k(x)dx = \int_{-1}^{1} l_k^2(x)dx = A_k$.

10. 设$P_n(x)$是n次首一勒让德多项式，

（1）求：$\int_{-1}^{1} P_n^2(x)dx$; (2)求：$\frac{P_{n+2}(x)-xP_{n+1}}{P_{n(x)}}$

11. 导数的差商数值方法有哪些？差商数值解法中步长应该如何选取？求导的中点方法的外推算法是怎样的？什么是插值型求导公式？

12. 证明等式$n\sin\frac{\pi}{n} = \pi - \frac{\pi^3}{3!n^2} + \frac{\pi^5}{5!n^4} - \cdots$,依据 n=3,6,12 时的值用外推算法求π的近似值.(保留 6 位小数。)