

Escuela Politécnica Nacional

Nombre: Francisco Ulloa

Fecha: Quito, 21 de enero de 2026

Tema: Gauss-Jacobi Gauss Seidel

Repositorio:

https://github.com/Fu5CHAR/Metodos_numericos_2025B_Ulloa-Francisco/tree/main

```
In [17]: import numpy as np

def seidel_modificado(A, b, X0, TOL=1e-6, N=100):
    """
    Método de Gauss-Seidel para resolver sistemas lineales  $Ax = b$ 

    Parámetros:
    A: matriz de coeficientes
    b: vector de términos independientes
    X0: vector inicial
    TOL: tolerancia para la convergencia
    N: número máximo de iteraciones

    Retorna:
    Array con el historial de iteraciones o mensaje de error
    """

    A = np.array(A, dtype=float)
    b = np.array(b, dtype=float)
    X0 = np.array(X0, dtype=float)

    n = len(b)

    # Historial de iteraciones (iteración 0)
    tabla = [X0.copy()]

    # Verificación previa (iteraciones = 0)
    if np.all(np.abs(A @ X0 - b) < TOL):
        print('Número de iteraciones: 0')
        return np.array(tabla)

    k = 1
    x = X0.copy() # Hacemos una copia para trabajar

    while k <= N:
        x_nuevo = x.copy() # Copia del vector actual

        for i in range(n):
            # Suma para los elementos ya calculados en esta iteración ( $j < i$ )
            suma1 = 0.0
            for j in range(i):
                suma1 += A[i, j] * x_nuevo[j]

            # Suma para los elementos aún no actualizados ( $j > i$ )
            suma2 = 0.0
            for j in range(i + 1, n):
                suma2 += A[i, j] * x[j]
```

```

        # Actualización Gauss-Seidel
        x_nuevo[i] = (b[i] - suma1 - suma2) / A[i, i]

    tabla.append(x_nuevo.copy())

    # Condición de convergencia
    if np.all(np.abs(x_nuevo - x) < TOL):
        print('Número de iteraciones (Seidel):', k)
        return np.array(tabla)

    x = x_nuevo.copy() # Actualizamos para la siguiente iteración
    k += 1

print('Número máximo de iteraciones excedido (Seidel)')
return "Número máximo de iteraciones excedido"

```

```

In [ ]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def jacobi(A, b, X0, TOL=1e-6, N=100):

    A = np.array(A, dtype=float)
    b = np.array(b, dtype=float)
    X0 = np.array(X0, dtype=float)

    n = len(b)
    k = 1

    # Historial de iteraciones
    tabla = [X0.copy()]

    while k <= N:
        x = np.zeros(n)

        # Paso 3
        for i in range(n):
            suma = 0.0
            for j in range(n):
                if j != i:
                    suma += A[i, j] * X0[j]

            x[i] = (b[i] - suma) / A[i, i]

        # Guardar iteración completa
        tabla.append(x.copy())

        # Paso 4: condición componente a componente
        if np.all(np.abs(x - X0) < TOL):
            tabla = np.array(tabla)

            print('Número de iteraciones:', k)
            print(tabla)
            return tabla

        # Paso 5 y 6
        X0 = x.copy()
        k += 1

```

```
return "Número máximo de iteraciones excedido"
```

1. Grafique la trayectoria de los siguientes sistemas de ecuaciones

1

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 7 \\ -2x_1 + 5x_2 &= 0 \\ x_0 &= (0, 0) \\ x_0 &= (5, 2) \end{aligned}$$

```
In [6]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
S1 = [[1,1],[-2,5]]
b1=[7,0]
x01=[0,0]
jacobi(S1,b1,x01)
tabla=jacobi(S1,b1,x01)

fig = plt.figure()
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
ax.plot(tabla[:, 0], tabla[:, 1],marker='o', linestyle='--')

ax.set_xlabel('x')
ax.set_ylabel('y')
ax.set_title('Convergencia del método de Jacobi')
plt.show()
```

Número de iteraciones: 36

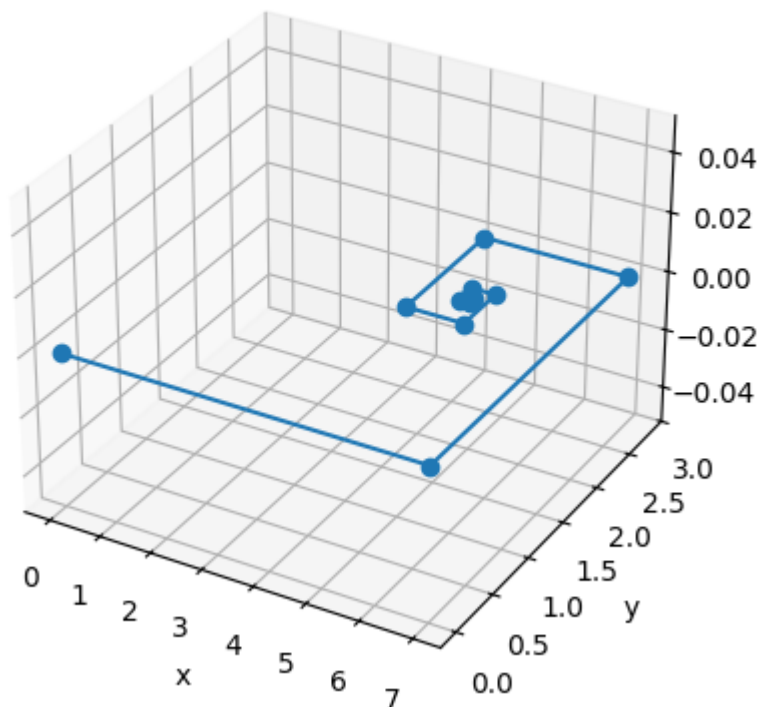
```
[ [0.      0.      ]
  [7.      0.      ]
  [7.      2.8     ]
  [4.2     2.8     ]
  [4.2     1.68    ]
  [5.32    1.68    ]
  [5.32    2.128   ]
  [4.872   2.128   ]
  [4.872   1.9488  ]
  [5.0512  1.9488  ]
  [5.0512  2.02048 ]
  [4.97952 2.02048 ]
  [4.97952 1.991808]
  [5.008192 1.991808]
  [5.008192 2.0032768]
  [4.9967232 2.0032768]
  [4.9967232 1.99868928]
  [5.00131072 1.99868928]
  [5.00131072 2.00052429]
  [4.99947571 2.00052429]
  [4.99947571 1.99979028]
  [5.00020972 1.99979028]
  [5.00020972 2.00008389]
  [4.99991611 2.00008389]
  [4.99991611 1.99996645]
  [5.00003355 1.99996645]
  [5.00003355 2.00001342]
  [4.99998658 2.00001342]
  [4.99998658 1.99999463]
  [5.00000537 1.99999463]
  [5.00000537 2.00000215]
  [4.99999785 2.00000215]
  [4.99999785 1.99999914]
  [5.00000086 1.99999914]
  [5.00000086 2.00000034]
  [4.99999966 2.00000034]
  [4.99999966 1.99999986]]
```

Número de iteraciones: 36

```
[ [0.      0.      ]
  [7.      0.      ]
  [7.      2.8     ]
  [4.2     2.8     ]
  [4.2     1.68    ]
  [5.32    1.68    ]
  [5.32    2.128   ]
  [4.872   2.128   ]
  [4.872   1.9488  ]
  [5.0512  1.9488  ]
  [5.0512  2.02048 ]
  [4.97952 2.02048 ]
  [4.97952 1.991808]
  [5.008192 1.991808]
  [5.008192 2.0032768]
  [4.9967232 2.0032768]
  [4.9967232 1.99868928]
  [5.00131072 1.99868928]
  [5.00131072 2.00052429]
  [4.99947571 2.00052429]
  [4.99947571 1.99979028]
```

```
[5.00020972 1.99979028]
[5.00020972 2.00008389]
[4.99991611 2.00008389]
[4.99991611 1.99996645]
[5.00003355 1.99996645]
[5.00003355 2.00001342]
[4.99998658 2.00001342]
[4.99998658 1.99999463]
[5.00000537 1.99999463]
[5.00000537 2.00000215]
[4.99999785 2.00000215]
[4.99999785 1.99999914]
[5.00000086 1.99999914]
[5.00000086 2.00000034]
[4.99999966 2.00000034]
[4.99999966 1.99999986]]
```

Convergencia del método de Jacobi



```
In [ ]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

S1 = [[1.,1.],[-2.,5.]]
b1=[7.,0.]
x01=[0.,0.]

resultado = seidel_modificado(S1,b1,x01)

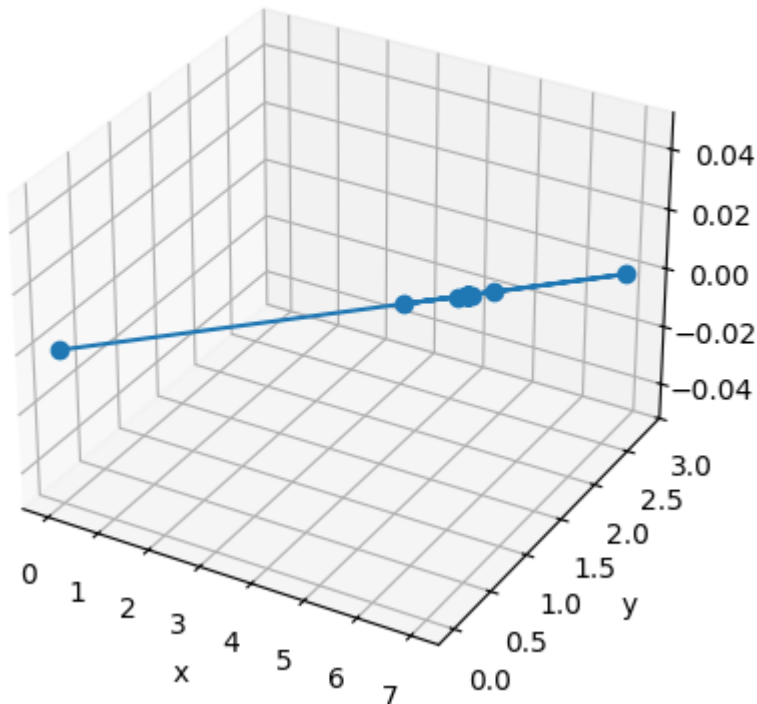
if isinstance(resultado, str):
    print(resultado)
else:
    tabla = resultado

fig = plt.figure()
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
ax.plot(tabla[:, 0], tabla[:, 1],marker='o', linestyle='--')
```

```
ax.set_xlabel('x')
ax.set_ylabel('y')
ax.set_title('Convergencia del método de Jacobi')
plt.show()
```

Número de iteraciones (Seidel): 19

Convergencia del método de Jacobi



```
In [1]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def jacobi_modificado(A, b, X0, TOL=1e-6, N=100):

    A = np.array(A, dtype=float)
    b = np.array(b, dtype=float)
    X0 = np.array(X0, dtype=float)

    n = len(b)

    # Historial de iteraciones (iteración 0)
    tabla = [X0.copy()]

    # ♦ Verificación previa (iteraciones = 0)
    if np.all(np.abs(A @ X0 - b) < TOL):
        print('Número de iteraciones: 0')
        return np.array(tabla)

    k = 1

    while k <= N:
        x = np.zeros(n)

        # Paso 3
        for i in range(n):
            suma = 0.0
            for j in range(n):
```

```

        if j != i:
            suma += A[i, j] * X0[j]

        x[i] = (b[i] - suma) / A[i, i]

    tabla.append(x.copy())

    # Paso 4: condición componente a componente
    if np.all(np.abs(x - X0) < TOL):
        print('Número de iteraciones:', k - 1)
        return np.array(tabla)

    X0 = x.copy()
    k += 1

    return "Número máximo de iteraciones excedido"

```

```

In [2]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

S1 = [[1,1],[-2,5]]
b1=[7,0]
x02=[5,2]
jacobi_modificado(S1,b1,x02)
tabla=jacobi_modificado(S1,b1,x02)

fig = plt.figure()
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
ax.plot(tabla[:, 0], tabla[:, 1],marker='o', linestyle='--')

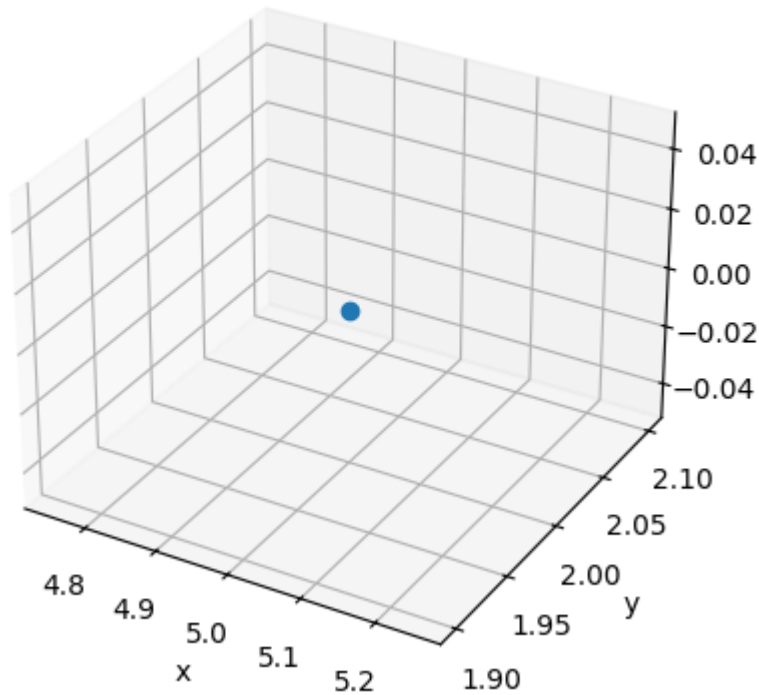
ax.set_xlabel('x')
ax.set_ylabel('y')
ax.set_title('Convergencia del método de Jacobi')
plt.show()

```

Número de iteraciones: 0

Número de iteraciones: 0

Convergencia del método de Jacobi



```
In [21]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

S1 = [[1.,1.],[-2.,5.]]
b1=[7.,0.]
x01=[5.,2.]

resultado = seidel_modificado(S1,b1,x01)

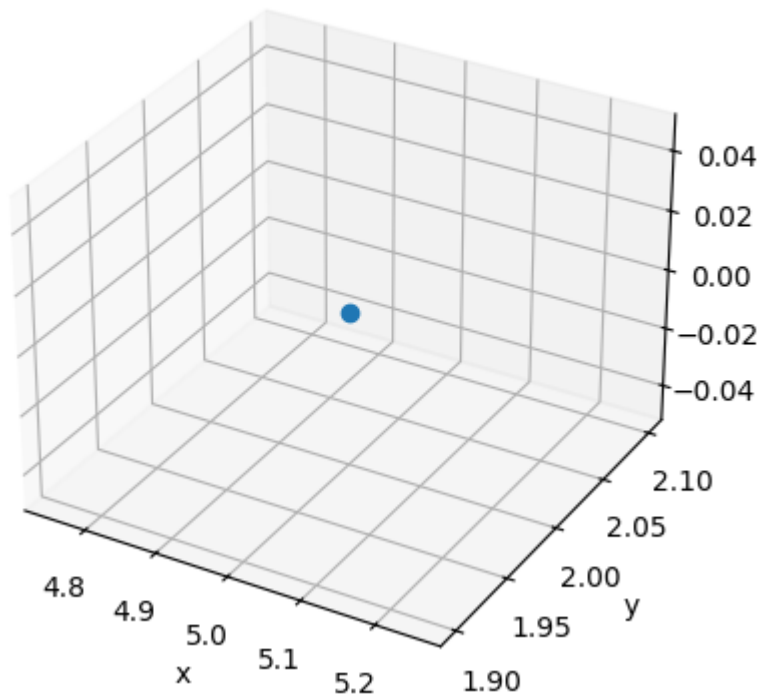
if isinstance(resultado, str):
    print(resultado)
else:
    tabla = resultado

fig = plt.figure()
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
ax.plot(tabla[:, 0], tabla[:, 1],marker='o', linestyle='--')

ax.set_xlabel('x')
ax.set_ylabel('y')
ax.set_title('Convergencia del método de Jacobi')
plt.show()
```

Número de iteraciones: 0

Convergencia del método de Jacobi



1. Grafique la trayectoria de los siguientes sistemas de ecuaciones

2

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= 6 \\ -2x_1 + 1x_2 &= 0 \\ x_0 &= (0, 0) \\ x_0 &= (5, 2) \end{aligned}$$

```
In [ ]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

S1 = [[1.,1.],[-2.,1.]]
b1=[6.,0.]
x01=[0.,0.]

resultado = jacobi_modificado(S1,b1,x01)

if isinstance(resultado, str):
    print(resultado)
else:
    tabla = resultado

    fig = plt.figure()
    ax = fig.add_subplot(111)
    ax.plot(tabla[:, 0], tabla[:, 1], marker='o', linestyle='--')
    ax.set_xlabel('x')
    ax.set_ylabel('y')
    ax.set_title('Convergencia del método de Jacobi')
    plt.show()
```

Número máximo de iteraciones excedido

```
In [23]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

S1 = [[1.,1.],[-2.,1.]]
b1=[6.,0.]
x01=[0.,0.]

resultado = seidel_modificado(S1,b1,x01)

if isinstance(resultado, str):
    print(resultado)
else:
    tabla = resultado

    fig = plt.figure()
    ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
    ax.plot(tabla[:, 0], tabla[:, 1], marker='o', linestyle='--')

    ax.set_xlabel('x')
    ax.set_ylabel('y')
    ax.set_title('Convergencia del método de Seidel')
    plt.show()
```

Número máximo de iteraciones excedido (Seidel)

Número máximo de iteraciones excedido

```
In [16]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

S1 = [[1.,1.],[-2.,1.]]
b1=[6.,0.]
x01=[5.,2.]

resultado = jacobi_modificado(S1,b1,x01)

# Verificar si el resultado es la cadena de error
if isinstance(resultado, str):
    print(resultado) # Solo muestra la cadena si es texto
else:
    tabla = resultado
    # Generar la gráfica
    fig = plt.figure()
    ax = fig.add_subplot(111)
    ax.plot(tabla[:, 0], tabla[:, 1], marker='o', linestyle='--')
    ax.set_xlabel('x')
    ax.set_ylabel('y')
    ax.set_title('Convergencia del método de Jacobi')
    plt.show()
```

Número máximo de iteraciones excedido

```
In [24]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

S1 = [[1.,1.],[-2.,1.]]
b1=[6.,0.]
x01=[5.,2.]

resultado = seidel_modificado(S1,b1,x01)
```

```

if isinstance(resultado, str):
    print(resultado)
else:
    tabla = resultado

    fig = plt.figure()
    ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
    ax.plot(tabla[:, 0], tabla[:, 1], marker='o', linestyle='--')

    ax.set_xlabel('x')
    ax.set_ylabel('y')
    ax.set_title('Convergencia del método de Seidel')
    plt.show()

```

Número máximo de iteraciones excedido (Seidel)

Número máximo de iteraciones excedido

3. Pruebe tres posiciones iniciales, encuentre una en la que diverge el sistema.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1360 \\ 1130 \\ 1350 \\ 3650 \end{bmatrix}$$

```

In [35]: import numpy as np

def seidel_modificado2(A, b, X0, TOL=1e-6, N=200):
    """
    Método de Gauss-Seidel para resolver sistemas lineales Ax = b

    Parámetros:
    A: matriz de coeficientes
    b: vector de términos independientes
    X0: vector inicial
    TOL: tolerancia para la convergencia
    N: número máximo de iteraciones

    Retorna:
    Array con el historial de iteraciones o mensaje de error
    """

    A = np.array(A, dtype=float)
    b = np.array(b, dtype=float)
    X0 = np.array(X0, dtype=float)

    n = len(b)

    # Historial de iteraciones (iteración 0)
    tabla = [X0.copy()]

    # Verificación previa (iteraciones = 0)
    if np.all(np.abs(A @ X0 - b) < TOL):
        print('Número de iteraciones: 0')
        return np.array(tabla)

    k = 1
    x = X0.copy() # Hacemos una copia para trabajar

    while k <= N:

```

```

x_nuevo = x.copy() # Copia del vector actual

for i in range(n):
    # Suma para los elementos ya calculados en esta iteración (j < i)
    suma1 = 0.0
    for j in range(i):
        suma1 += A[i, j] * x_nuevo[j]

    # Suma para los elementos aún no actualizados (j > i)
    suma2 = 0.0
    for j in range(i + 1, n):
        suma2 += A[i, j] * x[j]

    # Actualización Gauss-Seidel
    x_nuevo[i] = (b[i] - suma1 - suma2) / A[i, i]

tabla.append(x_nuevo.copy())

# Condición de convergencia
if np.all(np.abs(x_nuevo - x) < TOL):
    print('Número de iteraciones (Seidel):', k)
    return np.array(tabla)

x = x_nuevo.copy() # Actualizamos para la siguiente iteración
k += 1

print('Número máximo de iteraciones excedido (Seidel)')
return "Número máximo de iteraciones excedido"

```

```

In [41]: def seidel_modificado_grande(A, b, X0, TOL=1e-6, N=10000): # ¡10,000 iteraciones!
        """
        Método de Gauss-Seidel con más iteraciones
        """

        A = np.array(A, dtype=float)
        b = np.array(b, dtype=float)
        x = np.array(X0, dtype=float)

        n = len(b)
        tabla = [x.copy()]

        # Verificación previa
        if np.all(np.abs(A @ x - b) < TOL):
            print('Número de iteraciones (Seidel): 0')
            return np.array(tabla)

        k = 1
        while k <= N:
            x_nuevo = x.copy()

            for i in range(n):
                suma = np.dot(A[i, :i], x_nuevo[:i]) + np.dot(A[i, i+1:], x[i+1:])
                x_nuevo[i] = (b[i] - suma) / A[i, i]

            tabla.append(x_nuevo.copy())

            if np.all(np.abs(x_nuevo - x) < TOL):
                print('Número de iteraciones (Seidel):', k)
                return np.array(tabla)

```

```

x = x_nuevo.copy()
k += 1

print(f'Número máximo de iteraciones excedido ({N} iteraciones)')
# Devolvemos lo que tenemos hasta ahora
return np.array(tabla)

```

```

In [42]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

S1 = [[1,-1,2,0],[-1.,1.,-1,3],[2,-1,1,-1],[0,3,-1,2]]
b1=[1360,1130,1350,3650]
x01 = [100., 200., 300., 400.]

seidel_modificado_grande(S1,b1,x01)

```

Número máximo de iteraciones excedido (10000 iteraciones)

C:\Users\pc\AppData\Local\Temp\ipykernel_12032\2547954742.py:23: RuntimeWarning: overflow encountered in dot

```
suma = np.dot(A[i, :i], x_nuevo[:i]) + np.dot(A[i, i+1:], x[i+1:])
```

C:\Users\pc\AppData\Local\Temp\ipykernel_12032\2547954742.py:23: RuntimeWarning: invalid value encountered in dot

```
suma = np.dot(A[i, :i], x_nuevo[:i]) + np.dot(A[i, i+1:], x[i+1:])
```

```

Out[42]: array([[ 100.,  200.,  300.,  400.],
 [ 960., 1190., 1020.,  550.],
 [ 510., 1010., 1890., 1255.],
 ...,
 [ nan,   nan,   nan,   nan],
 [ nan,   nan,   nan,   nan],
 [ nan,   nan,   nan,   nan]], shape=(10001, 4))

```

```

In [43]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

S1 = [[1,-1,2,0],[-1.,1.,-1,3],[2,-1,1,-1],[0,3,-1,2]]
b1=[1360,1130,1350,3650]
x02 = [10000., -5000., 20000., -15000.]
seidel_modificado_grande(S1,b1,x02)

```

Número máximo de iteraciones excedido (10000 iteraciones)

C:\Users\pc\AppData\Local\Temp\ipykernel_12032\2547954742.py:23: RuntimeWarning: overflow encountered in dot

```
suma = np.dot(A[i, :i], x_nuevo[:i]) + np.dot(A[i, i+1:], x[i+1:])
```

C:\Users\pc\AppData\Local\Temp\ipykernel_12032\2547954742.py:23: RuntimeWarning: invalid value encountered in dot

```
suma = np.dot(A[i, :i], x_nuevo[:i]) + np.dot(A[i, i+1:], x[i+1:])
```

```

Out[43]: array([[ 10000., -5000.,  20000., -15000.],
 [ -43640.,  22490.,  96120.,  16150.],
 [ -168390., -119590.,  234690.,  298555.],
 ...,
 [ nan,    nan,    nan,    nan],
 [ nan,    nan,    nan,    nan],
 [ nan,    nan,    nan,    nan]], shape=(10001, 4))

```

```

In [44]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

S1 = [[1,-1,2,0],[-1.,1.,-1,3],[2,-1,1,-1],[0,3,-1,2]]
b1=[1360,1130,1350,3650]

```

```
x03 = [0., 0., 0., 0.]
seidel_modificado_grande(S1,b1,x03)
```

Número máximo de iteraciones excedido (10000 iteraciones)

C:\Users\pc\AppData\Local\Temp\ipykernel_12032\2547954742.py:23: RuntimeWarning: overflow encountered in dot

```
suma = np.dot(A[i, :i], x_nuevo[:i]) + np.dot(A[i, i+1:], x[i+1:])
```

C:\Users\pc\AppData\Local\Temp\ipykernel_12032\2547954742.py:23: RuntimeWarning: invalid value encountered in dot

```
suma = np.dot(A[i, :i], x_nuevo[:i]) + np.dot(A[i, i+1:], x[i+1:])
```

```
Out[44]: array([[ 0.,  0.,  0.,  0.],
 [ 1360., 2490., 1120., -1350.],
 [ 1610., 7910., 4690., -7695.],
 ...,
 [ nan,  nan,  nan,  nan],
 [ nan,  nan,  nan,  nan],
 [ nan,  nan,  nan,  nan]], shape=(10001, 4))
```

Dado que el sistema no es diagonal dominante, no está garantizada su convergencia.