



**FACULTAD DE INGENIERÍA EN SISTEMAS**  
**Ingeniería en Ciencias de la Computación**

**Escuela Politécnica Nacional**

**Nombre:** Francisco Ulloa

**Grupo:** GR1CC

**Asignatura:** Métodos Numéricos

**Tarea:** Tarea 10.5

**Tema:** Factorización LU

- Para las siguientes matrices calcula la matriz inversa con el método de Gauss-Jordan.
  - Calcule la descomposición LU.
- 1.

$A_L = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

• Cálculo de la matriz inversa:

$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 + (-2)F_1} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -5 & -2 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 + (-2)F_2} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -5 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 1 & -4 & 1 \end{array} \right)$

$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -5 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 1 & -4 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_1 \rightarrow SF_1} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -5 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 1 & -4 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_1 + 3F_2} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -5 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 1 & -4 & 1 \end{array} \right)$

$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & -5 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 1 & -4 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 + 5F_1} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 1 & -4 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 + (-5)F_2} \left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

• Descomposición LU

$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$        $U = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & -5 & -5 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix} //$

2.

## FACULTAD DE INGENIERÍA EN SISTEMAS

### Ingeniería en Ciencias de la Computación

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

• Cálculo de la matriz inversa.

$$\left( \begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 5 & 6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 \leftrightarrow F_3} \left( \begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -15 & -1 & 0 \\ 5 & 6 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{\sim} \left( \begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 + (-5)F_3} \left( \begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -15 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{F_3 \rightarrow 4F_3} \left( \begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -15 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 4 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 \rightarrow \frac{1}{4}F_2} \left( \begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 + 15F_3} \left( \begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 180 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{\sim} \left( \begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 45 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 + (-2)F_2} \left( \begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 + (-3)F_2} \left( \begin{array}{ccc|cc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array} \right)$$

- Descomposición LU: Por teorema no aplica.

**3.**

$$A_3 = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

• Cálculo de la matriz inversa.

$$\left( \begin{array}{ccc|cc} 4 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 0 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 + (-\frac{1}{2})F_1} \left( \begin{array}{ccc|cc} 4 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 0 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{\sim} \left( \begin{array}{ccc|cc} 4 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 4 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 \rightarrow 4F_2} \left( \begin{array}{ccc|cc} 4 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 4 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{F_3 \rightarrow \frac{1}{2}F_3} \left( \begin{array}{ccc|cc} 4 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right) \xrightarrow{\sim} \left( \begin{array}{ccc|cc} 4 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 + (-4)F_1} \left( \begin{array}{ccc|cc} 4 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{F_3 + (-1)F_2} \left( \begin{array}{ccc|cc} 4 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 \rightarrow \frac{1}{4}F_3} \left( \begin{array}{ccc|cc} 4 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} \end{array} \right) \xrightarrow{F_1 + (-2)F_2} \left( \begin{array}{ccc|cc} 4 & 0 & 1 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{F_1 \rightarrow \frac{1}{4}F_1} \left( \begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & -\frac{5}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \frac{1}{4} \end{array} \right) \xrightarrow{\sim} \left( \begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & -\frac{5}{4} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} \end{array} \right) \xrightarrow{F_1 + 4F_3} \left( \begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 1 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \frac{1}{4} \end{array} \right)$$

- Descomposición LU: Por teorema no aplica.

## FACULTAD DE INGENIERÍA EN SISTEMAS

### Ingeniería en Ciencias de la Computación

4.

$A_4 = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 & 5 \\ 4 & 7 & 5 & -6 \\ 2 & 5 & 18 & 10 \\ 6 & 12 & 38 & 16 \end{bmatrix}$	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculo de la matriz Inversa</li> </ul>	
$\left( \begin{array}{cccc cccc} 2 & 4 & 6 & 5 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 7 & 5 & -6 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 18 & 10 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 12 & 38 & 16 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{\frac{1}{2}F_1} \left( \begin{array}{cccc cccc} 1 & 2 & 3 & 5/2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 7 & 5 & -6 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 18 & 10 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 12 & 38 & 16 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{F_2 + (-4)F_1} \left( \begin{array}{cccc cccc} 1 & 2 & 3 & 5/2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -7 & -8 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 18 & 10 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 12 & 38 & 16 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 + (-2)F_1} \left( \begin{array}{cccc cccc} 1 & 2 & 3 & 5/2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -7 & -8 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 12 & 9 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 6 & 12 & 38 & 16 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{F_4 + (-6)F_1} \left( \begin{array}{cccc cccc} 1 & 2 & 3 & 5/2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -7 & -8 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 12 & 9 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 13 & 1 & -3 & 0 & 0 \end{array} \right)$	
$\begin{aligned} & (-L)F_2 \quad \left( \begin{array}{cccc cccc} 1 & 2 & 3 & 5/2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & 8 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 5 & 1 & -3/5 & 2/5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 1 & 9 & -4/5 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{3/5F_3} \left( \begin{array}{cccc cccc} 1 & 2 & 3 & 5/2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & 8 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1/5 & 2/5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 1 & 9 & -4/5 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_4 + (-20)F_3} \left( \begin{array}{cccc cccc} 1 & 2 & 3 & 5/2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 7 & 8 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1/5 & 2/5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 9 & -4/5 & 1 \end{array} \right) \\ & F_2 + (-7)F_3 \quad \left( \begin{array}{cccc cccc} 1 & 2 & 3 & 5/2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1/5 & 2/5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 9 & -4/5 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 + (-3)F_2} \left( \begin{array}{cccc cccc} 1 & 2 & 3 & 5/2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1/5 & 2/5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 9 & -4/5 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 + (-2)F_2} \left( \begin{array}{cccc cccc} 1 & 2 & 3 & 5/2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1/5 & 2/5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 9 & -4/5 & 1 \end{array} \right) \end{aligned}$	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Factorización LU:</li> </ul>	
$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$	$U = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 & 5 \\ 0 & -1 & -7 & -8 \\ 0 & 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$