

1. 设函数 $f(x) = [x] \cos x e^{\sin x}$, 则 $f(x)$ 是 ()

- A. 偶函数 B. 周期函数 C. 无界函数 D. 单调函数

2. 给出以下4个命题

(1) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$, 则当 n 充分大时, $|a_n - a| < \frac{1}{1000!}$

(2) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$, 则对任意给定的 $\varepsilon > 0$, 当 n 充分大时, $|a_n - a| < \frac{\varepsilon}{100}$

(3) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$, 则对任意的 $\varepsilon > 0$, 当 n 充分大时, $|a_n - a| < 100\varepsilon$

(4) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$, 当 n 充分大时, $|a_n - a| < \frac{1000!}{n}$

其中真命题个数为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

3. 给出以下4个命题

(1) 若 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = a$

(2) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n) = a$, 则 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$

(3) 若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x_0$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = a$

(4) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x_0$, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = a$, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a$

其中真命题个数为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

4.给出以下4个命题

(1) 若 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = a$, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \varphi(x) = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f[\varphi(x)] = a$

(2) 若 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \varphi(x) = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f[\varphi(x)] = f(0)$

(3) 若 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = a$, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\varphi(x)}{x} = 1$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f[\varphi(x)] = a$

(4) 若 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = a$, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\varphi(x)}{x}$ 存在, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} f[\varphi(x)] = a$

其中真命题个数为()

A.0

B.1

C.2

D.3

5.给出以下4个极限

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$

(2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1+x)^{\frac{1}{x}}$

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\right)^x$

(4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \sin \frac{1}{x}\right)^x$

其中极限等于e的个数为()

A.1

B.2

C.3

D.4

6.给出以下4个极限

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{\frac{1}{e^{x-1}}}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \arctan \frac{1}{x - \sin x}$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \arctan \frac{1}{x - \ln(1+x)}$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} x \arctan \frac{1}{x}$

其中极限不存在的个数为()

A.1

B.2

C.3

D.4

7. 设数列通项 $x_n = \begin{cases} \frac{2^n + \sqrt{n}}{n}, & n \text{ 为正奇数} \\ \frac{\ln n}{n}, & n \text{ 为正偶数} \end{cases}$, 则当 $n \rightarrow \infty$ 时, x_n 是 ()

A. 无穷大量

B. 无穷小量

C. 有界但非无穷大量

D. 有界当非无穷小量

8. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 变量 $e^{\frac{1}{x}} \sin \frac{1}{x}$ 是 ()

A. 无穷小量

B. 无穷大量

C. 有界但非无穷小量

D. 无界但非无穷大量

9. 下列命题中正确的是 ()

A. 若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是无界变量, 则 $f(x) + g(x)$ 必为无界变量

B. 若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是无界变量, 则 $f(x)g(x)$ 必为无界变量

C. 若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是无界变量, 则 $f(x)g(x)$ 就不可能是无穷小量

D. 若 $f(x)g(x)$ 是无界变量, 则 $f(x)g(x)$ 中至少有一个为无界变量

10. 下列命题中正确的是 ()

A. 若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是无穷大量, 则 $f(x) + g(x)$ 是无穷大量

B. 若 $f(x)g(x)$ 是无穷大量, 则 $f(x)$ 和 $g(x)$ 中至少有一个是无穷大量

C. 若 $f(x)$ 是无穷小量, 则 $\frac{1}{f(x)}$ 为无穷大量

D. 若 $f(x)g(x)$ 是无穷大量, 则 $f(x)$ 和 $g(x)$ 中至少有一个为无界变量

11. 下列命题中正确的是()

- A. 若 $\beta(x)$ 是有界函数, 且 $\lim \alpha(x)\beta(x) = 0$, 则 $\lim \alpha(x) = 0$
B. 若 $\alpha(x)$ 是无穷小量, 且 $\lim \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = a \neq 0$, 且 $\lim \beta(x) = \infty$
C. 若 $\alpha(x)$ 是无穷大量, 且 $\lim \alpha(x)\beta(x) = a$, 则 $\lim \beta(x) = 0$
D. 若 $\alpha(x)$ 为无界函数, 且 $\lim \alpha(x)\beta(x) = 0$, 则 $\lim \beta(x) = 0$

12. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列无穷小中最低阶的是()

- A. $3^{x^3} - 1$ B. $\sqrt[3]{1+x^2} - 1$
C. $x^{100} + \sin x$ D. $\tan x - \sin x$

13. 已知当 $x \rightarrow 0$ 时, $e^{\sin x} - e^{\tan x}$ 是 x 的 n 阶无穷小, 则 n 等于()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

14. 已知 $f(x)$ 在 x_0 的某去心邻域有定义, 且 x_0 为 $f(x)$ 的间断点, 则在 x_0 处必间断的函数是

- A. $f^2(x)$ B. $|f(x)|$ C. $f(x)\sin x$ D. $f(x) + \sin x$

15. 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有定义, 且 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$, $g(x) = \begin{cases} f\left(\frac{1}{x}\right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 则()

- A. $x = 0$ 必是 $g(x)$ 的第一类间断点
B. $x = 0$ 必是 $g(x)$ 的第二类间断点
C. $x = 0$ 必是 $g(x)$ 的连续点
D. $g(x)$ 在 $x = 0$ 处的连续性与 a 的取值有关

16. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^4 + ax + b}{(x-1)(x+2)}, & x \neq 1, x \neq -2 \\ 2, & x = 1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 处连续, 则 ()

- A. $a=2, b=3$ B. $a=-3, b=3$
C. $a=-2, b=3$ D. $a=2, b=-3$

17. 函数 $f(x) = \frac{(x^2 - x)e^{\frac{1}{x}}}{|x|(x^2 - 1)}$ 的第二类间断点的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

18. 设 $f(x) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{x + e^{tx}}{1 + e^{tx}}$, 则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的 ()

- A. 可去间断点 B. 跳跃间断点
C. 振荡间断点 D. 无穷间断点

1. 已知 $f(x)$ 满足 $2f(x) + f(1-x) = x^2$, 则 $f(x) =$ _____.

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})\sqrt{n+1} =$ _____.

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2 + (-1)^n + 2^n} =$ _____.

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2 + 1} + \frac{2}{n^2 + 2} + \cdots + \frac{n}{n^2 + n} \right) =$ _____.

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2 + n}} \right) =$ _____.

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - \sin x}{x^3} = \underline{\hspace{2cm}}.$

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2a}{x-a} \right)^{\frac{x}{3}} = 8$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}.$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \left[2 - \frac{\ln(1+x)}{x} \right]^{\frac{x}{\cos x - 1}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{8}{5}} \left(\sqrt[5]{x^2+2} - \sqrt[5]{x^2+1} \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{x^3+x^2} - x e^{\frac{1}{x}} \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

11. 已知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \left(1 + \frac{f(x)}{x} \right)}{2^x - 1} = 3$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sqrt{1+x^2} - 1} = \underline{\hspace{2cm}}.$

12. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $e^{2x^2} - \cos x^2$ 是 x 的 n 阶无穷小, 则 $n = \underline{\hspace{2cm}}.$

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left[x - \ln(x + \sqrt{1+x^2}) \right] \sin x^2}{\left[x - \ln(1+x) \right] (\arctan x - x)}.$

2.求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1^x + 2^x + \cdots + n^x}{n} \right)^{\frac{1}{x}}$.

3.已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{1-x^3} - ax - b \right) = 0$, 求 a 和 b

4.讨论函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x^2-1}, & x \leq 0 \\ \frac{x}{\sin \pi x}, & x > 0 \end{cases}$ 的间断点并指出类型

5.设 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} x \frac{1-x^{2n+1}}{1+x^{2n}}$, 求 $f(x)$ 的间断点并指出类型

6.证明方程 $\sin x - x \cos x = 0$ 在 $\left(\pi, \frac{3}{2}\pi \right)$ 内至少有一个实根

7.设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, $f(a) < a, f(b) > b$, 求证存在 $\xi \in (a, b)$, 使得 $\underline{f(\xi) = \xi}$

8.设 $f(x)$ 在 (a, b) 上连续, $a < x_1 < x_2 < b$, 求证存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $5f(\xi) = 2f(x_1) + 3f(x_2)$

9.设 $x_1 = \sqrt{2}, x_{n+1} = \sqrt{2+x_n} (n=1, 2, \cdots)$, 试证数列 $\{x_n\}$ 极限存在, 并求此极限