

Opgaver til kursusgang 21: Vektorer i rummet 2

1. Bestem en parameterfremstilling for linjen m gennem punkterne $P_1 = (11, 3, -4)$ og $P_2 = (1, -2, 6)$. Ligger $P = (5, 0, 1)$ på m ?
2. Bestem en ligning for planen der indeholder $P = (1, -5, 4)$ og har normalvektor

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

3. En plan er givet ved ligningen

$$2x + y - 5z + 2 = 0.$$

Beregn afstanden fra planen til punktet $P = (3, 2, -4)$.

4. Planen α er givet ved ligningen

$$3x - 2y + z - 20 = 0,$$

og linjen l har parameterfremstilling

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Bestem skæringspunkterne mellem α og l .

5. En plan α er givet ved ligningen

$$4x - 2y + z - 12 = 0.$$

Bestem skæringspunkterne mellem α og koordinataksene.

6. Udspænder vektorerne

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \text{og} \quad \vec{v} = \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \\ -6 \end{bmatrix}$$

en plan?

7. Bestem en parameterfremstilling for skæringslinjen mellem planerne givet ved

$$x - y - z = 0,$$

$$2x + y + z = 2.$$

EKSTRAOPGAVER:

8. Lad

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ \frac{5}{2} \end{bmatrix}, \quad \text{og} \quad \vec{v} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

I denne opgave betragter vi \vec{u} og \vec{v} som stedvektorer

- (a) Bestem en ligning for planen P som indeholder \vec{u} , \vec{v} og origo.
- (b) Hvad er arealet af parallelogrammet udspændt af \vec{u} og \vec{v} .
- (c) Planen Q har ligning

$$2x + 3y + 2z = 1.$$

Vis at P og Q hverken er parallelle eller sammenfaldende.

- (d) Vis at skæringen mellem P og Q er givet ved linjen

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} -10 \\ 2 \\ 7 \end{bmatrix}.$$

9. Lad $P = (2, -1, 1)$ og lad α være planen med ligning $2x - y - 2z + 3 = 0$. Bestem afstanden fra P til α .
10. Hvis \vec{v}_1 og \vec{v}_2 er stedvektorer der udspænder en plan i rummet så er projektionen \vec{w} af stedvektoren \vec{u} på denne plan givet ved

$$\vec{w} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}_1}{\|\vec{v}_1\|^2} \vec{v}_1 + \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}_2}{\|\vec{v}_2\|^2} \vec{v}_2.$$

Lad

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \text{og} \quad \vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

og bestem projektionen \vec{w} af \vec{u} på planen udspændt af \vec{v}_1 og \vec{v}_2 .