

## Opgaver til kursusgang 21: Vektorer i rummet 2

- Bestem en parameterfremstilling for linjen  $m$  gennem punkterne  $P_1 = (11, 3, -4)$  og  $P_2 = (1, -2, 6)$ . Ligger  $P = (5, 0, 1)$  på  $m$ ?
- Bestem en ligning for planen der indeholder  $P = (1, -5, 4)$  og har normalvektor

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

- En plan er givet ved ligningen

$$2x + y - 5z + 2 = 0.$$

Beregn afstanden fra planen til punktet  $P = (3, 2, -4)$ .

- Planen  $\alpha$  er givet ved ligningen

$$3x - 2y + z - 20 = 0,$$

og linjen  $l$  har parameterfremstilling

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Bestem skæringspunkterne mellem  $\alpha$  og  $l$ .

- En plan  $\alpha$  er givet ved ligningen

$$4x - 2y + z - 12 = 0.$$

Bestem skæringspunkterne mellem  $\alpha$  og koordinatakserne.

- Udspænder vektorerne

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \text{og} \quad \vec{v} = \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \\ -6 \end{bmatrix}$$

en plan?

- Bestem en parameterfremstilling for skæringslinjen mellem planerne givet ved

$$x - y - z = 0, \quad 2x + y + z = 2.$$

## EKSTRAOPGAVER:

8. Lad

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ \frac{5}{2} \end{bmatrix}, \quad \text{og} \quad \vec{v} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

I denne opgave betragter vi  $\vec{u}$  og  $\vec{v}$  som stedvektorer

- (a) Bestem en ligning for planen  $P$  som indeholder  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  og origo.
- (b) Hvad er arealet af parallelogrammet udspændt af  $\vec{u}$  og  $\vec{v}$ .
- (c) Planen  $Q$  har ligning

$$2x + 3y + 2z = 1.$$

Vis at  $P$  og  $Q$  hverken er parallelle eller sammenfaldende.

- (d) Vis at skæringen mellem  $P$  og  $Q$  er givet ved linjen

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} -10 \\ 2 \\ 7 \end{bmatrix}.$$

- 9. Lad  $P = (2, -1, 1)$  og lad  $\alpha$  være planen med ligning  $2x - y - 2z + 3 = 0$ . Bestem afstanden fra  $P$  til  $\alpha$ .
- 10. Hvis  $\vec{v}_1$  og  $\vec{v}_2$  er stedvektorer der udspænder en plan i rummet så er projektionen  $\vec{w}$  af stedvektoren  $\vec{u}$  på denne plan givet ved

$$\vec{w} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}_1}{\|\vec{v}_1\|^2} \vec{v}_1 + \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}_2}{\|\vec{v}_2\|^2} \vec{v}_2.$$

Lad

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \text{og} \quad \vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

og bestem projektionen  $\vec{w}$  af  $\vec{u}$  på planen udspændt af  $\vec{v}_1$  og  $\vec{v}_2$ .