

# Jakobsstav

I dette projekt skal I arbejde med geometri og trigonometri og lære, hvordan man kan bruge en **Jakobsstav** (et simpelt måleinstrument fra middelalderen) til at måle vinkler og afstande.

## 1 Teori

### 1.1 Opgave 1: Lighedannede trekanter

1. Forklar, hvad det betyder, at to trekanter er lighedannede.
2. Vis, hvordan man kan bruge lighedannede trekanter til at finde en ukendt side af trekant.

### 1.2 Opgave 2: Enhedscirklen og trigonometri

1. Tegn en **enhedscirkel** og forklar definition af **cosinus**, **sinus** og **tangens**.
2. Forklar sammenhængen mellem vinkler og sider i retvinklet trekant og sinus cosinus og tangent.
3. Bevis **sinusrelationerne** og **cosinusrelationerne**.

## 2 Jakobsstav og solhøjde

### 2.1 Opgave 1 - GeoGebra demo: "Sådan virker Jakobsstaven"

1. Læs artiklen (geomat, n.d.a) og (geomat, n.d.b). Beskriv med egne ord, hvad en Jakobsstav bruges til, og hvordan den har været anvendt historisk.
2. Byg en simpel matematisk model i GeoGebra, der illustrerer sammenhænge mellem
  - Øje
  - Tværstang
  - sigtelinjer
  - Objekt

- vinkel
- højdeberegning med tangent

Du kan tage udgangspunter fra filen <https://www.geogebra.org/classic/akppsrgw>

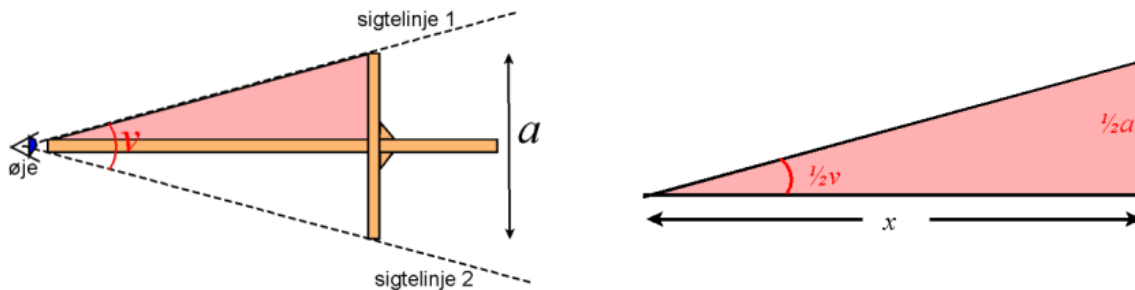
3. Forklar solhøjde og zenitdistance. Hvilken af dem aflæser man direkte på jakobsstaven?

## 2.2 Opgave 2

1. I artiklen (geomat, n.d.a) står der

*I afstanden  $x$  fra øjepunktet afsættes på skalastaven et mærke, som betegnes med  $v$ . På den måde kan jakobsstaven benyttes som vinkelmåler.*

Brug figuren og formelen i dokumentet til at vise, at



$$\tan\left(\frac{v}{2}\right) = \frac{\frac{a}{2}}{x} \Leftrightarrow x = \frac{a}{2 \cdot \tan\left(\frac{v}{2}\right)}$$

Hvor  $a$  er tværstavens længde og  $v$  den vinkel, man vil kunne måle.

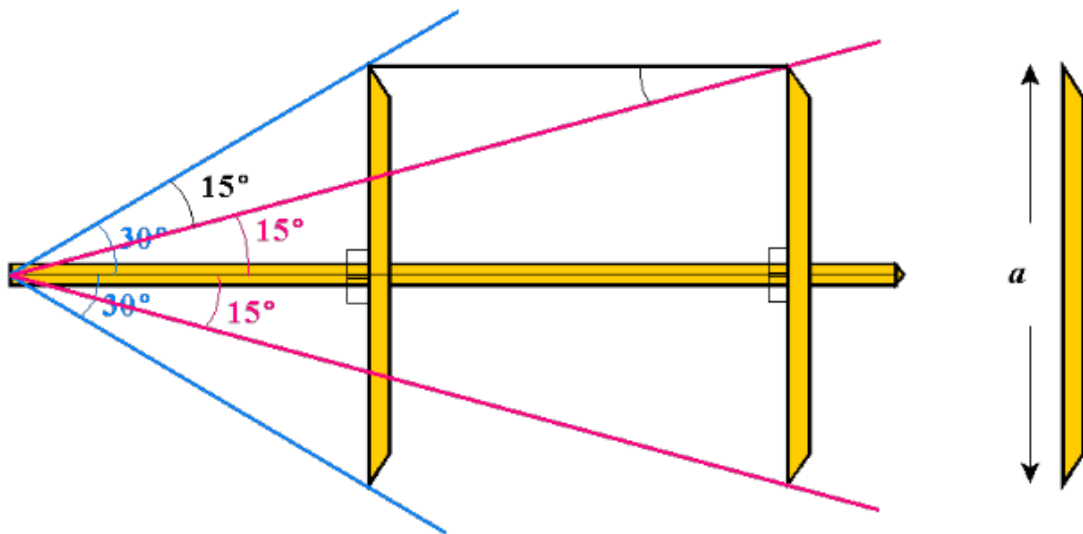
2. Argumentere for hvordan kan jakobsstaven bruges som en vinkelmåler? Hvad er sammenhæng mellem  $v$  og  $x$  ?

## 2.3 Opgave 3

I artiklen geomat (n.d.a), findes der en opgave:

*Man kan kontrollere at skalaen er rigtigt indrettet i forhold til tværstavens længde på de skalaer, der har både et 30 graders og et 60 graders mærke. Afstanden mellem 30 og 60 skal simpelthen være lig med den tilhørende tværstavs længde.*

Hvorfor er det rigtigt?



## 2.4 Opgave 4

1. Brug formelen ovenfor og beregn, hvor langt fra øjet (på skalastaven) mærket skal sættes for vinklerne:

$$v = 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ$$

Udfyld tabellen herunder med dine beregninger (afrund til 0,1 cm)

Vinkel $v$ ( $^\circ$ )	$\tan(v)$	$x$
40		
50		
60		
70		
80		
90		

2. Forklar, hvorfor det giver mening, at vinklen bliver større når afstanden  $x$  bliver kortere.
3. Hvordan viser det sig, at skalaen på Jakobsstaven ikke er lineær? (dvs. afstanden mellem mærker ikke er lige)

## 2.5 Bonus opgaver

Lav jeres egen Jakobsstav af træ eller pap. Find en skyfri dag til at måle solhøjden.

### 3 Krav til et matematikprojekt

1. Inden selve opgaverne besvares skal der være et teoriafsnit i starten af besvarelsen. I dette afsnit skal der som minimum være en beskrivelse af de formler, som er relevante for løsningen af opgaverne og for emnet. Hvis afsnittet skal være rigtig godt, så skal der også være udledningerne af alle eller udvalgte formler.
2. Når opgaverne besvares skal der være mange forklaringer med, som beskriver jeres løsningsstrategier og der skal selvfølgelig også være en passende mængde mellemregninger.
3. Det kan være en god idé at have små delkonklusioner til hver opgave, hvor man lige opridser sin løsning og overvejer om de virker realistiske.

#### 3.1 References

geomat. n.d.a. “Jakobsstav - Instrumentbeskrivelse Og Virkemåde.” [http://www.geomat.dk/opdagelser\\_og\\_navigation/instrumenter/jakobsstav/jakobsstav\\_beskriv.htm](http://www.geomat.dk/opdagelser_og_navigation/instrumenter/jakobsstav/jakobsstav_beskriv.htm).

———. n.d.b. “Jakobsstavens Historie.” [http://www.geomat.dk/opdagelser\\_og\\_navigation/instrumenter/jakobsstav/jakobsstav\\_historie.html](http://www.geomat.dk/opdagelser_og_navigation/instrumenter/jakobsstav/jakobsstav_historie.html).