Octree.

Un *octree* (árbol octal) es un tipo de árbol donde cada nodo tiene entre 0 y 8 nodos hijos. Esta estructura de datos es usada principalmente para dividir un espacio tridimensional donde todo consiste en que cada nodo padre tiene exactamente 8 nodos hijos, de esta manera es posible particionar el espacio dividiendo recursivamente en ocho octantes por nivel, cada división es realizada con respecto al centro del nodo original para obtener 8 regiones exactas, entre mayor sean los niveles el espació será dividido en mayores regiones por lo que se obtendrá una mejor resolución.

Uno de los problemas al usar este tipo de estructuras es la cantidad de memoria utilizada, ya que la cantidad de nodos crece exponencialmente conforme se aumenta la profundidad (incrementando la resolución del *octree*) este crecimiento conlleva un gran uso de memoria para poder almacenar la estructura completa, debido a estó utilizamos una variación de esta estructura de datos llamada *Sparce Octrees* (arboles dispersos) en la cual solo se crean los nodos que contengan información, dejando los demás nodos sin

definir o inexistentes con el propósito de ahorrar memoria. Los *sparce Octrees* son un tipo de *octree* parcial.

Con la finalidad de tener una estructura más versátil que permita el ahorro de memoria, el *Sparce Octree* es creado de manera que pueda ser visto como un arreglo de una dimensión en el cual el nodo al nivel 0 ocupará la posición 0 del arreglo, los 8 nodos del nivel 1 ocuparán la posición 1-8 para el nivel 2 que contiene 64 nodos se le asignará las posiciones 9-72 y así sucesivamente hasta el nivel deseado.

Clave Morton.

En ciencias de la computación la *Clave Morton (Morton* Key) también llamada *ordenamiento Z* se refiere a una técnica que mapea datos multidimensionales a una sola dimensión y viceversa. Fue introducida en 1966 por G.M. Morton (Morton, G. M. 1966) y actualmente es muy usada para el ordenamiento de información multidimensional ya que una vez implementado este ordenamiento, es más simple la búsqueda espacial. Estas propiedades hacen a esta codificación óptima para el uso de quadtrees y *octrees*.

Para obtener el valor de la clave Morton de datos multidimensionales a una dimensión se calcula intercalando las representaciones binarias de los valores en cada dimensión para obtener un único valor. Si aplica esta codificación a coordenadas en el espacio se puede observar que el orden de las claves Morton con respecto a las coordenadas en el espacio obtienen un patrón en forma de Z por lo cual la clave Morton es ampliamente llamada “ordenamiento Z”.

Información a utilizar.

Para propósitos de este trabajo se utilizaron partículas como información de entrada, estas partículas son obtenidas a partir de un grupo de imágenes que son tomadas por medio de ultrasonido. Cada pixel en cada imagen es considerado una partícula y por lo tanto es procesado como tal, inicialmente todas las imágenes son cargadas en memoria para posteriormente ser procesadas y almacenadas como partículas por lo que al final del procesamiento se obtiene una nube de puntos que compone al volumen inicial. La resolución del octree se mide en nodos y el tamaño de los nodos depende de las dimensiones de la información con el que sea llenado ya que el octree es construido de manera que sea la caja de menor tamaño que pueda contener a todas las partículas que compongan el volumen inicial, a partir de esta caja se empieza a realizar las divisiones del espacio en potencia de 8 y la dimensión de cada nodo depende de lo niveles del octree que se ocupen.

Implementación de claves Morton.

Clave Morton para partículas y nodos.

Las partículas no tienen un volumen definido ya que son puntos existentes en el espacio. Se definen únicamente por sus coordenadas (x, y, z) más algunas propiedades útiles para la visualización como escala de gris. Dado que se busca una manera de ordenar las partículas y relacionarlas directamente con la estructura de datos usada (Octree) se eligió representar los datos espaciales de las partículas con su clave Morton, lo cual nos permite relacionar de mejor manera la posición de las partículas con la estructura de datos.

Las partículas tienen una posición de (x, y, z) que indica su ubicación en el espacio. Para convertir las coordenadas de estas partículas a su correspondiente clave Morton debemos tomar cada uno de los elementos en binario y combinarlos de la siguiente manera:

(xxx, yyy, zzz) = (zyxzyxzyx)

Ejemplo:

(x, y, z) = (10, 3, 15) = (1010, 0011, 1111) = (101100111110)

Al igual que las partículas los nodos del *octree* usaran una clave Morton como identificador en el espacio del *octree*, esto nos permitirá un ordenamiento sobre los nodos y una relación entre el espacio del nodo y sus partículas, como punto de referencia se utilizará el centro de cada nodo del octree.

Los centros de los nodos son con respecto a un volumen de 1024 unidades en los 3 ejes por lo que los centros siempre serán potencias de 2, esto nos permite identificar rápidamente las Morton sin necesidad de leer toda la Morton y se pueden calcular todos los centros usando una máscara de bits justo antes de decodificar las claves Morton.

Se está usando claves Morton para las partículas como para los nodos dentro del *octree* lo cual nos permite obtener una relación directa entre ambos y aplicando únicamente una máscara de bits podemos determinar a cualquier nivel de profundidad del *octree* a que nodo pertenece cada partícula.

Implementación de la reconstrucción.

Una vez que se tiene construida la nube de puntos, esta es usada para poder llenar el octree y así poder realizar procesamientos sobre la estructura de datos la cual nos permitirá un manejo más eficiente y rápido al momento de realizar la reconstrucción. Partiendo de las partículas se procede a calcular la clave morton para cada una de ellas, de igual manera se calcula la clave morton para cada uno de los nodos en el octree (utilizando el centro como punto de referencia).

Una vez obtenidas todas las claves morton se puede utilizar una máscara de bits para relacionar las partículas con su nodo correspondiente en el espació (esta mascara depende del nivel de profundidad al que se busque llegar). La máscara es utilizada para procesar todas las partículas en paralelo y determinar a qué nodo corresponde cada partícula, una vez obtenido el nodo al que corresponde se procede a incrementar un contador, así como también realizar una sumatoria de la intensidad de gris de la partícula al nodo.

Al finalizar la asignación de partículas en los nodos del octree se realiza el cálculo del color final de cada nodo, esto es simplemente la sumatoria de las intensidades de grises de las partículas de cada nodo dividida entre el número de partículas. A partir de este punto se tiene el octree construido con la información de la nube de puntos, cabe aclarar que la resolución del octree determina la cantidad de partículas acumuladas por nodo, por lo que entre menor resolución se perderán más detalles y la reconstrucción será menos precisa, a una profundidad 9 del octre se tiene una resolución de 512x512x512 nodos.

Cuando se tiene el octree construido es posible realizar un proceso de llenado sobre nodos que no tengan información, esto se puede realizar una manera bastante rápida y eficiente utilizando las claves morton de los nodos del octree. Como paso inicial se procede a buscar los nodos del octree que no tengan información, estos nodos son candidatos a ser creados dependiendo de una vecindad especificada, realizando una búsqueda de los nodos vecinos es posible determinar si el nodo tiene información aledaña que pueda ser utilizada para crear este nuevo nodo y así rellenar huecos que puedan existir en el volumen. Este proceso es bastante rápido gracias a las relaciones que existen entre las claves morton.