Octree.

Un *octree* (árbol octal) es un tipo de árbol donde cada nodo tiene entre 0 y 8 nodos hijos. Esta estructura de datos es usada principalmente para dividir un espacio tridimensional donde todo consiste en que cada nodo padre tiene exactamente 8 nodos hijos, de esta manera es posible particionar el espacio dividiendo recursivamente en ocho octantes por nivel, cada división es realizada con respecto al centro del nodo original para obtener 8 regiones exactas, entre mayor sean los niveles el espació será dividido en mayores regiones por lo que se obtendrá una mejor resolución.

Uno de los problemas al usar este tipo de estructuras es la cantidad de memoria utilizada, ya que la cantidad de nodos crece exponencialmente conforme se aumenta la profundidad (incrementando la resolución del *octree*) este crecimiento conlleva un gran uso de memoria para poder almacenar la estructura completa, debido a estó utilizamos una variación de esta estructura de datos llamada *Sparce Octrees* (arboles dispersos) en la cual solo se crean los nodos que contengan información, dejando los demás nodos sin

definir o inexistentes con el propósito de ahorrar memoria. Los *sparce Octrees* son un tipo de *octree* parcial.

Con la finalidad de tener una estructura más versátil que permita el ahorro de memoria, el *Sparce Octree* es creado de manera que pueda ser visto como un arreglo de una dimensión en el cual el nodo al nivel 0 ocupará la posición 0 del arreglo, los 8 nodos del nivel 1 ocuparán la posición 1-8 para el nivel 2 que contiene 64 nodos se le asignará las posiciones 9-72 y así sucesivamente hasta el nivel deseado.

Clave Morton.

En ciencias de la computación la *Clave Morton (Morton* Key) también llamada *ordenamiento Z* se refiere a una técnica que mapea datos multidimensionales a una sola dimensión y viceversa. Fue introducida en 1966 por G.M. Morton (Morton, G. M. 1966) y actualmente es muy usada para el ordenamiento de información multidimensional ya que una vez implementado este ordenamiento, es más simple la búsqueda espacial. Estas propiedades hacen a esta codificación óptima para el uso de quadtrees y *octrees*.

Para obtener el valor de la clave Morton de datos multidimensionales a una dimensión se calcula intercalando las representaciones binarias de los valores en cada dimensión para obtener un único valor. Si aplica esta codificación a coordenadas en el espacio se puede observar que el orden de las claves Morton con respecto a las coordenadas en el espacio obtienen un patrón en forma de Z por lo cual la clave Morton es ampliamente llamada “ordenamiento Z”.

Información a utilizar.

Para propósitos de este trabajo se utilizaron partículas como información de entrada, estas partículas son obtenidas a partir de un grupo de imágenes que son tomadas por medio de ultrasonido. Cada pixel en cada imagen es considerado una partícula y por lo tanto es procesado como tal, inicialmente todas las imágenes son cargadas en memoria para posteriormente ser procesadas y almacenadas como partículas por lo que al final del procesamiento se obtiene una nube de puntos que compone al volumen inicial. La resolución del octree se mide en nodos y el tamaño de los nodos depende de las dimensiones de la información con el que sea llenado ya que el octree es construido de manera que sea la caja de menor tamaño que pueda contener a todas las partículas que compongan el volumen inicial, a partir de esta caja se empieza a realizar las divisiones del espacio en potencia de 8 y la dimensión de cada nodo depende de lo niveles del octree que se ocupen.

Implementación de claves Morton.

Clave Morton para partículas y nodos.

Las partículas no tienen un volumen definido ya que son puntos existentes en el espacio. Se definen únicamente por sus coordenadas (x, y, z) más algunas propiedades útiles para la visualización como escala de gris. Dado que se busca una manera de ordenar las partículas y relacionarlas directamente con la estructura de datos usada (Octree) se eligió representar los datos espaciales de las partículas con su clave Morton, lo cual nos permite relacionar de mejor manera la posición de las partículas con la estructura de datos.

Las partículas tienen una posición de (x, y, z) que indica su ubicación en el espacio. Para convertir las coordenadas de estas partículas a su correspondiente clave Morton debemos tomar cada uno de los elementos en binario y combinarlos de la siguiente manera:

(xxx, yyy, zzz) = (zyxzyxzyx)

Ejemplo:

(x, y, z) = (10, 3, 15) = (1010, 0011, 1111) = (101100111110)

Al igual que las partículas los nodos del *octree* usaran una clave Morton como identificador en el espacio del *octree*, esto nos permitirá un ordenamiento sobre los nodos y una relación entre el espacio del nodo y sus partículas, como punto de referencia se utilizará el centro de cada nodo del octree.

Los centros de los nodos son con respecto a un volumen de 1024 unidades en los 3 ejes por lo que los centros siempre serán potencias de 2, esto nos permite identificar rápidamente las Morton sin necesidad de leer toda la Morton y se pueden calcular todos los centros usando una máscara de bits justo antes de decodificar las claves Morton.

Se está usando claves Morton para las partículas como para los nodos dentro del *octree* lo cual nos permite obtener una relación directa entre ambos y aplicando únicamente una máscara de bits podemos determinar a cualquier nivel de profundidad del *octree* a que nodo pertenece cada partícula.

**Implementación de la reconstrucción.**

La reconstrucción del volumen se realiza una vez terminada la construcción de la nube de puntos, este proceso se lleva a cabo en 4 pasos principales: creación del Octree, cálculo de color, búsqueda de vecinos para nodos vacíos y llenado de nodos vacíos. A continuación, se describen estas diferentes etapas.

Creación del Octree. - En esta etapa es necesaria tener listo el Octree acorde a la nube de puntos que se calculó previamente, el octree sirve como una representación estructurada del espacio que contiene a la nube de puntos (visualmente hablando, corresponde a una caja que engloba toda la nube de puntos en el espacio tridimensional).

Para realizar el llenado del Octree de manera rápida y eficiente se aprovechan las claves Morton de las partículas y las claves Morton de cada nodo del Octree, dado que las claves Morton son una representación unidimensional de coordenadas en el espacio es posible realizar una correspondencia directa de la posición (representada en clave Morton) de una partícula con el volumen ocupado por cada nodo del Octree (también representado por una clave Morton, utilizando la longitud de la clave como radio de nodo). Gracias a esta correspondencia es posible crear una máscara de bits (esta mascara depende del nivel de profundidad al que se busque llegar) que es usada para, a partir de la clave Morton de cada partícula, obtener su correspondiente nodo a cualquier nivel de profundidad del Octree. Dado que todas las partículas son procesadas en paralelo, se obtienen directamente los nodos del Octree que contienen partículas y por ende una representación exacta de la nube de puntos.

Cálculo de color. - Al finalizar la asignación de partículas en los nodos del Octree se realiza el cálculo del color para cada nodo, esto es la sumatoria de las intensidades de grises de las partículas de cada nodo dividida entre el número de partícula. Esta operación nos da un color promedio para el nodo, que, en un caso ideal la profundidad del Octree es suficiente para que cada nodo contenga una única partícula por lo que el color de la partícula será el color del nodo. Al final de esta etapa cada nodo del Octree tiene una representación del color promedio de las partículas que contiene.

Búsqueda de vecinos para nodos vacíos. – Cada nodo que vacío del Octree es un posible candidato a ser llenado dependiendo de su vecindad. Para determinar si un nodo vacío debe ser creado se utiliza un radio de búsqueda que es determinado al inicio del programa, esto se usa como referencia para buscar los nodos vecinos en el radio determinado. Cada nodo vecino es calculado por medio de la clave Morton del nodo central, la clave Morton es decodificada en sus tres dimensiones (x, y, z) para posteriormente ser modificada para coincidir con las coordenadas del nodo vecino (se suma o resta a las coordenadas en cada eje).

Con estas nuevas coordenadas se vuelve a crear la clave Morton la cual corresponde al nodo con centro en las coordenadas deseadas. Con esta clave Morton es posible acceder directo al nodo correspondiente. Se recorrerán todos los nodos dentro del radio determinado, en caso de que no se encuentre ningún vecino con información significa que este nodo se encuentra aislado y por lo tanto no será creado.

Llenado de nodos vacíos. – Si se determina que un nodo debe ser llenado, se procede a calcular su color. El color del nodo nuevo será determinado con el promedio del color de los nodos vecinos (con información) que se encontraron en la vecindad. Es posible establecer un factor que pondere en cuanto será afectado un nodo vecino dependiendo de qué tan lejos se encuentre del nodo central. El nodo creado será marcado como un nodo artificial y no debe afectar a otros nodos vecinos por lo que se establecerá el contador de partículas contenidas con 0, esto servirá como bandera para que no afecte a otros nodos posteriormente. Al final de esta etapa se tendrá un Octree que será una representación del volumen reconstruido.