两端固定弦的振动模式

弦长为L,两端为波节，必须有整数个半波长。

$$L=n\frac{\lambda}{2}(n=1,2,3...)$$

因此波长$\lambda_n=\frac{2L}{n}(n=1,2,3...)$

频率$f_n=v/\lambda_n$.最小频率$(n=1)$

$$f_1=\frac{v}{2L}\text{（基频）}$$

$$f_n=n\frac{v}{2L}=nf_1$$ 倍频（谐波频率)

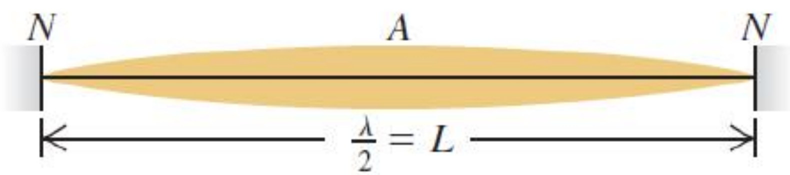
基频和波速相关，因此可以通过调整弦的张力，调整基频

$$f_1=\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

例2　小提琴中频率最高的那根琴弦中的波速为435m/s，其长度为0.33m，那么，这根弦激发的基频为

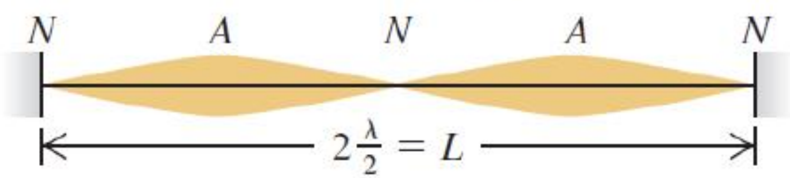
$$f_1=\frac{435}{2\times 0.33}\text{ Hz}=659\text{ Hz},$$

两端固定弦的振动模式

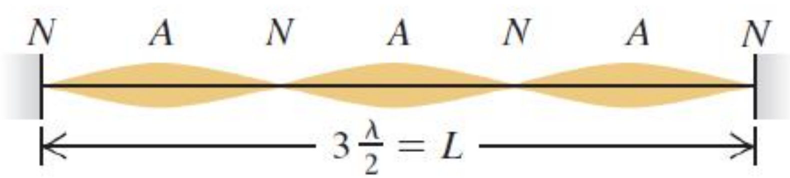


$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

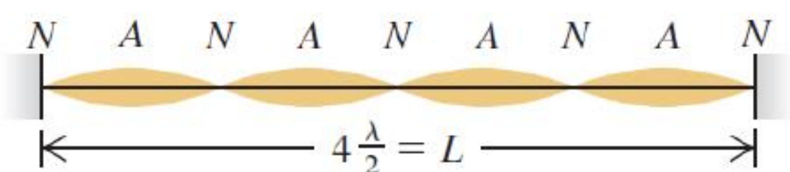
(b) $n = 2$: second harmonic, f_2 (first overtone)

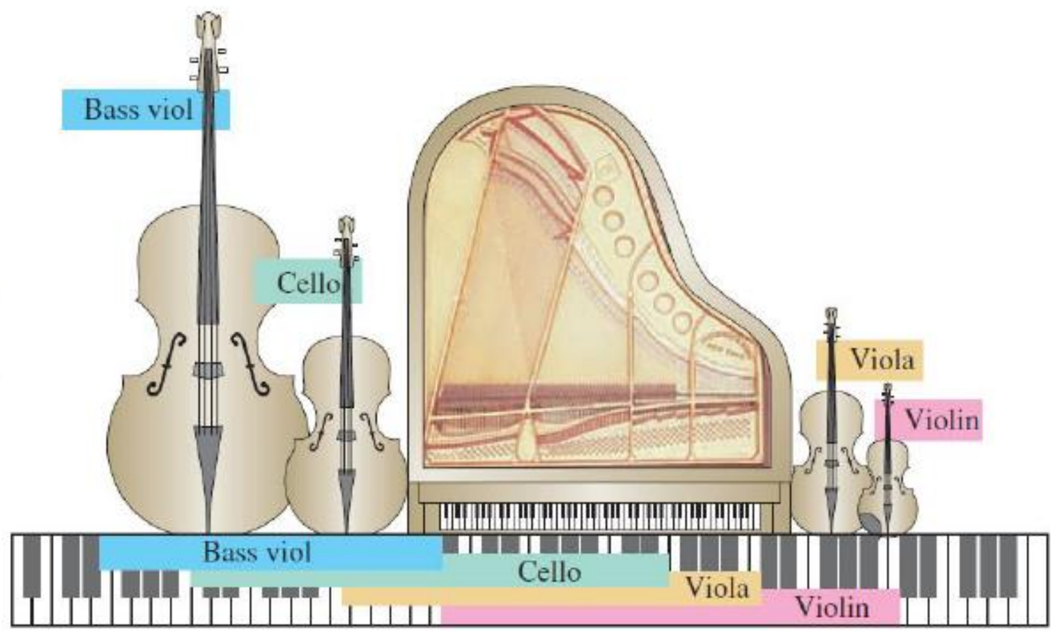


(c) $n = 3$: third harmonic, f_3 (second overtone)



(d) $n = 4$: fourth harmonic, f_4 (third overtone)





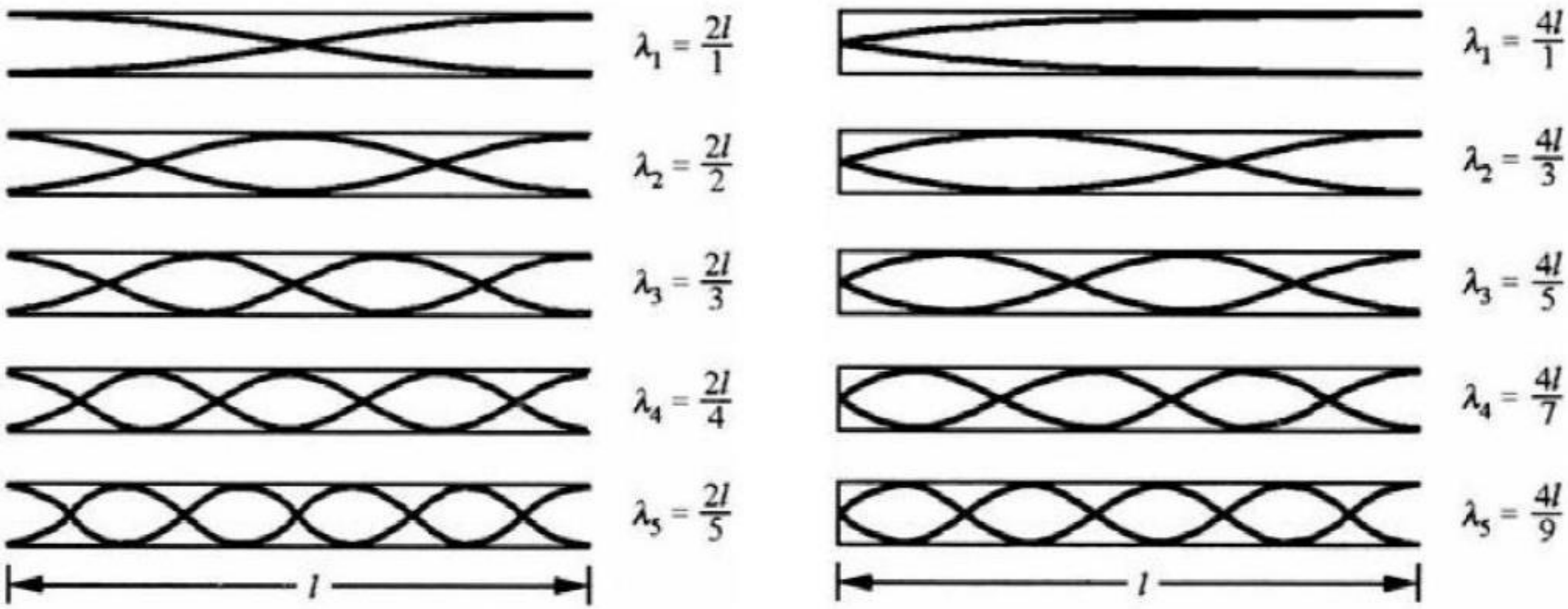
驻波

例2 小提琴中频率最高的那根琴弦中的波速为435m/s，其长度为0.33m，那么，这根弦激发的基频为

$$f_1 = \frac{435}{2 \times 0.33}\ \mathrm{Hz} = 659\ \mathrm{Hz},$$

其二次、三次谐波的频率为1318Hz，1977Hz.

空气柱驻波场

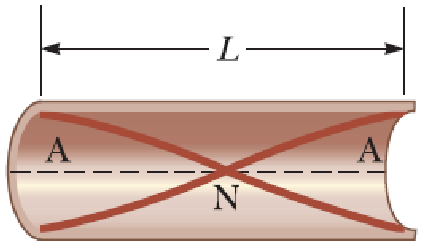


（a）两端开口　　（b）一端开口

声驻波

两端开口，端口为位移波腹（antinode)

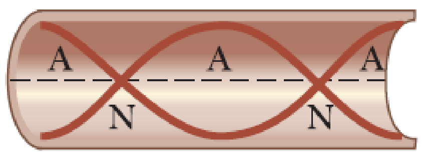
First harmonic



$$\lambda_1 = 2L$$

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2L}$$

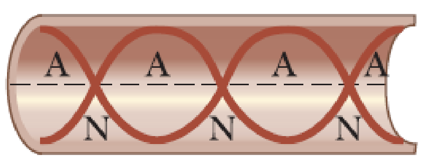
Second harmonic



$$\lambda_2 = L$$

$$f_2 = \frac{v}{L} = 2f_1$$

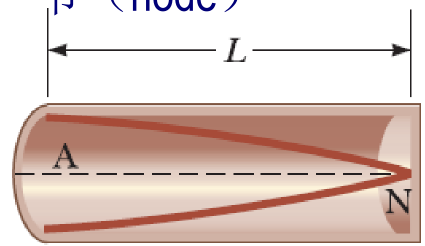
Third harmonic



$$\lambda_3 = \frac{2}{3}L$$

$$f_3 = \frac{3v}{2L} = 3f_1$$

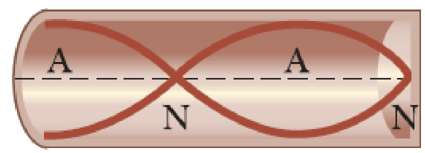
一端开口，开口为位移波腹,闭口为位移波节（node）



First harmonic

$$\lambda_1 = 4L$$

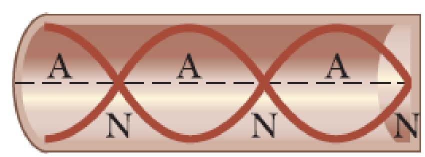
$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{4L}$$



Third harmonic

$$\lambda_3 = \frac{4}{3}L$$

$$f_3 = \frac{3v}{4L} = 3f_1$$

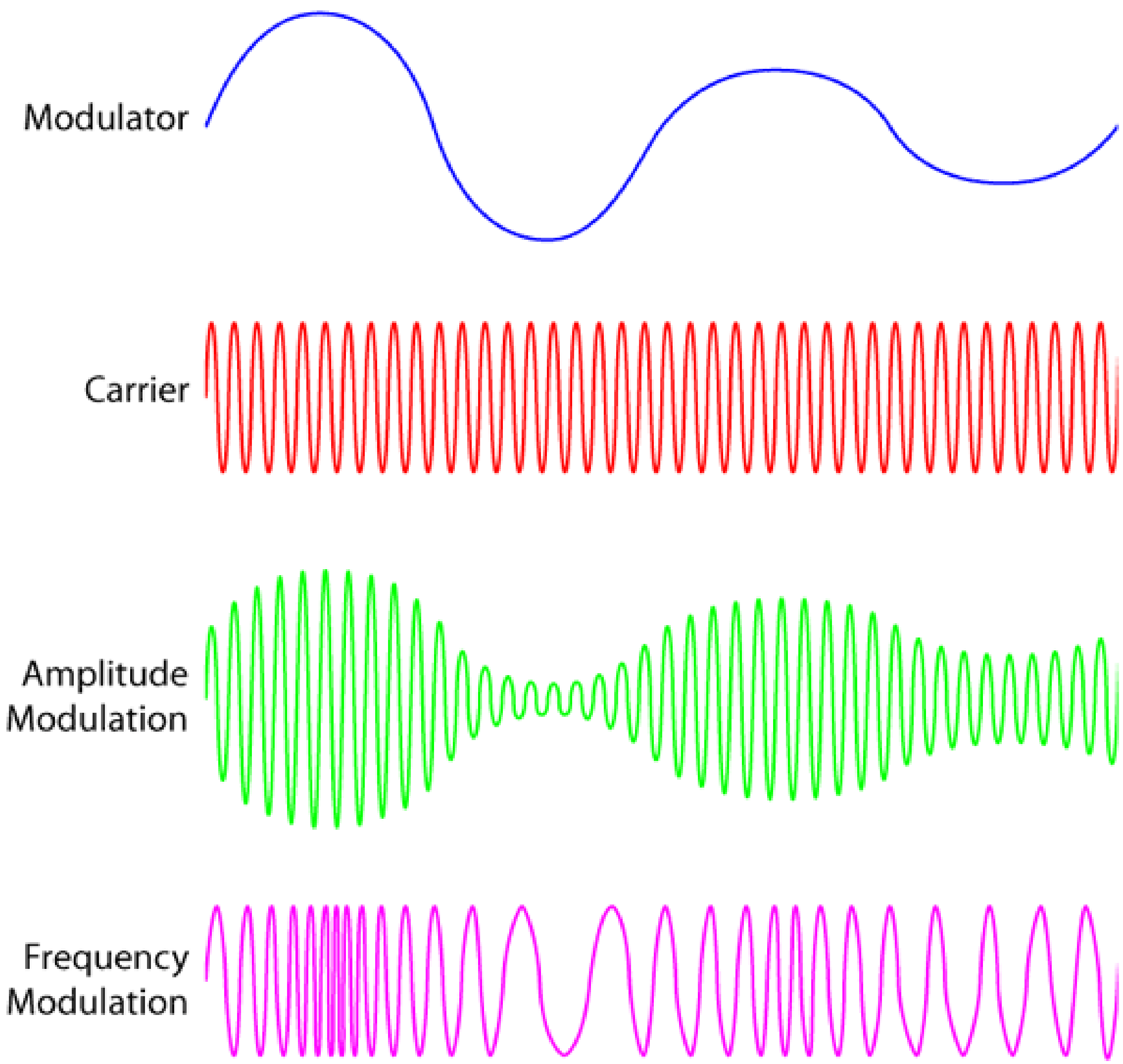


Fifth harmonic

$$\lambda_5 = \frac{4}{5}L$$

$$f_5 = \frac{5v}{4L} = 5f_1$$

收音机里的调频和调幅



Modulator
Carrier
Amplitude Modulation
Frequency Modulation

拍 (beat)

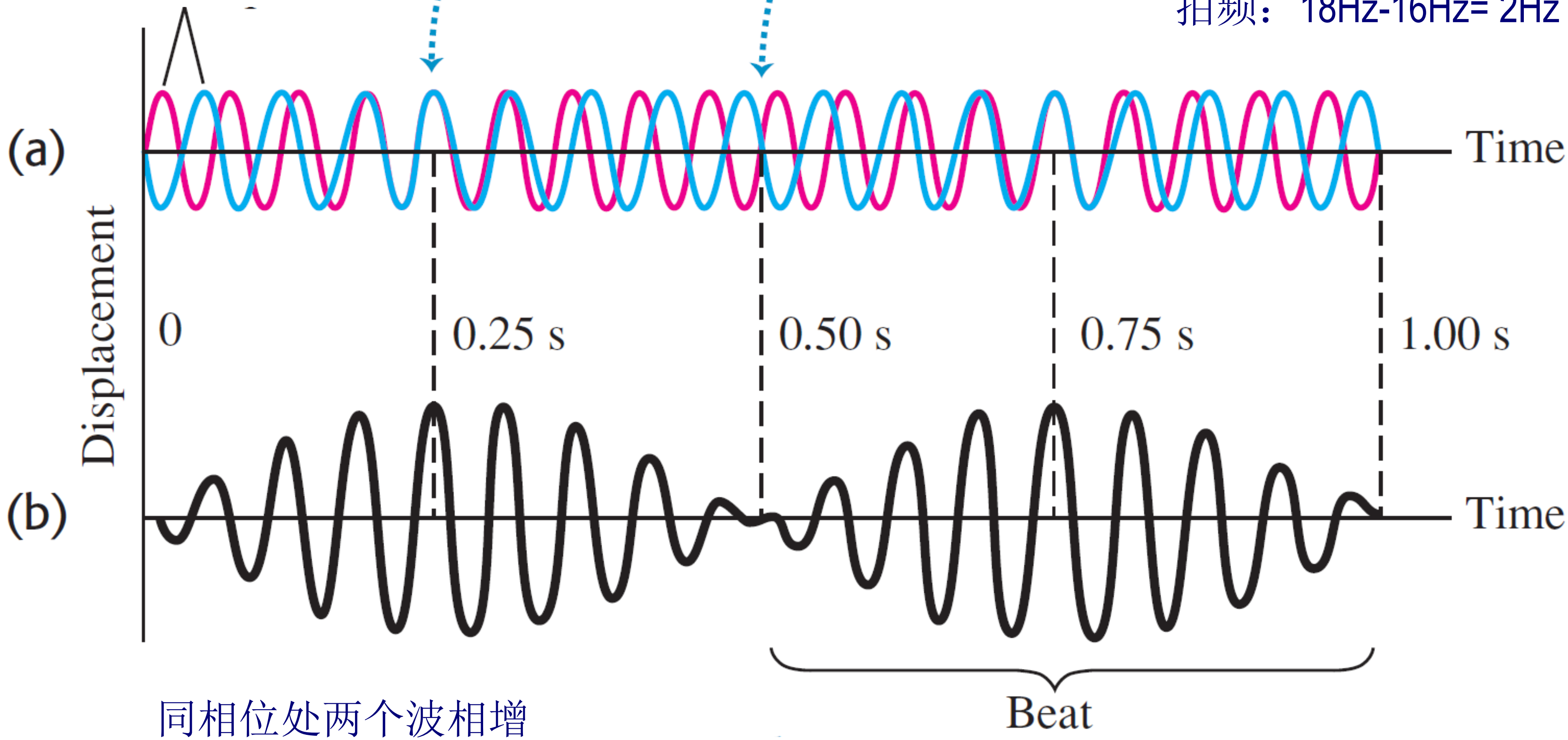
两个波频率稍有不同

此处两个波同相位

此处两个波不同相位

16 Hz 蓝色波
18 Hz 红色波

拍频：18Hz-16Hz= 2Hz



同相位处两个波相增

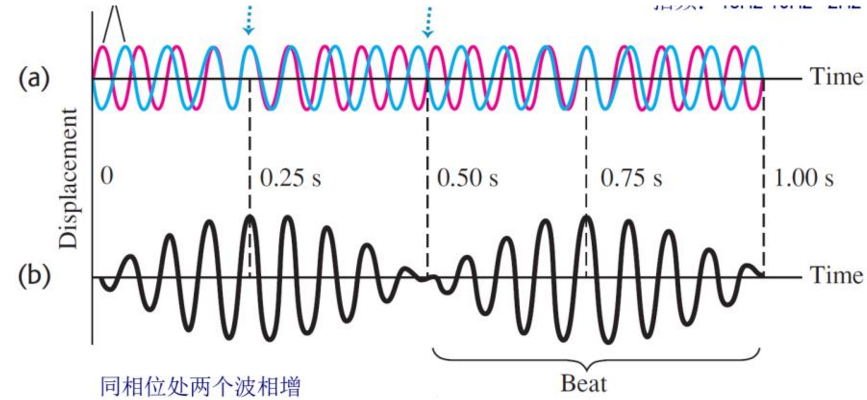
声音强度的变化形成拍

异相位处 $\frac{1}{2}\pi$ 两个波相抵消

拍

设两波频率分别为f_a和f_b，且$f_a > f_b$

那么$T_a < T_b$



设$t=0$时刻同相位，则第一个波正好和第二个波再次同相位时，多一个循环。此时刻为拍的周期T_{beat}.此时第一个波循环次数为n，则第二个波循环次数为n−1。

$$T_{beat} = nT_a$$

$$T_{beat} = (n-1)T_b$$

消去n

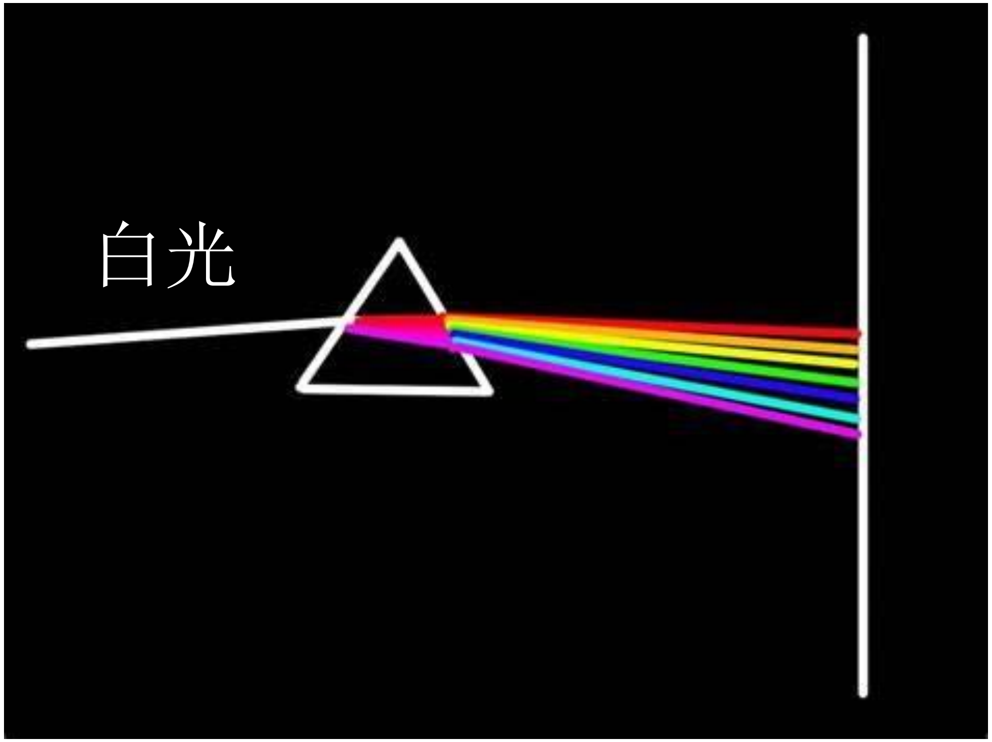
$$T_{beat} = \frac{T_a T_b}{T_b - T_a}$$

则拍频

$$f_{beat} = \frac{T_b - T_a}{T_a T_b} = \frac{1}{T_a} - \frac{1}{T_b} = f_a - f_b$$

https://onlinetonegenerator.com/binauralbeats.html

介质色散 波包群速度与波包展宽



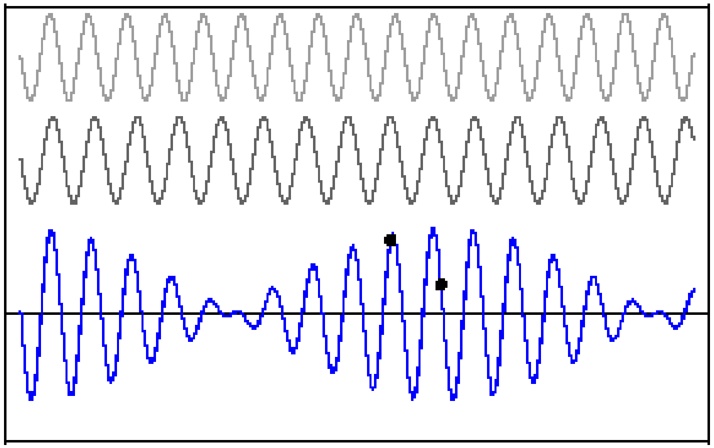
介质中，不同频率的光，
波速不一样。

相速度: $v = w / k$

角频率w与波数k的关系w(k)称为色散关系。

真空中，各种频率（波长)的光波速一样，没有色散。

群速度



$$u_1(x,t) = u_1 + u_2$$

$$= A\cos(w_1 t - k_1 x) + A\cos(w_2 t - k_2 x)$$

$$= 2A\cos(\frac{\Delta w}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x)\cos(\bar{w}t - \bar{k}x)$$

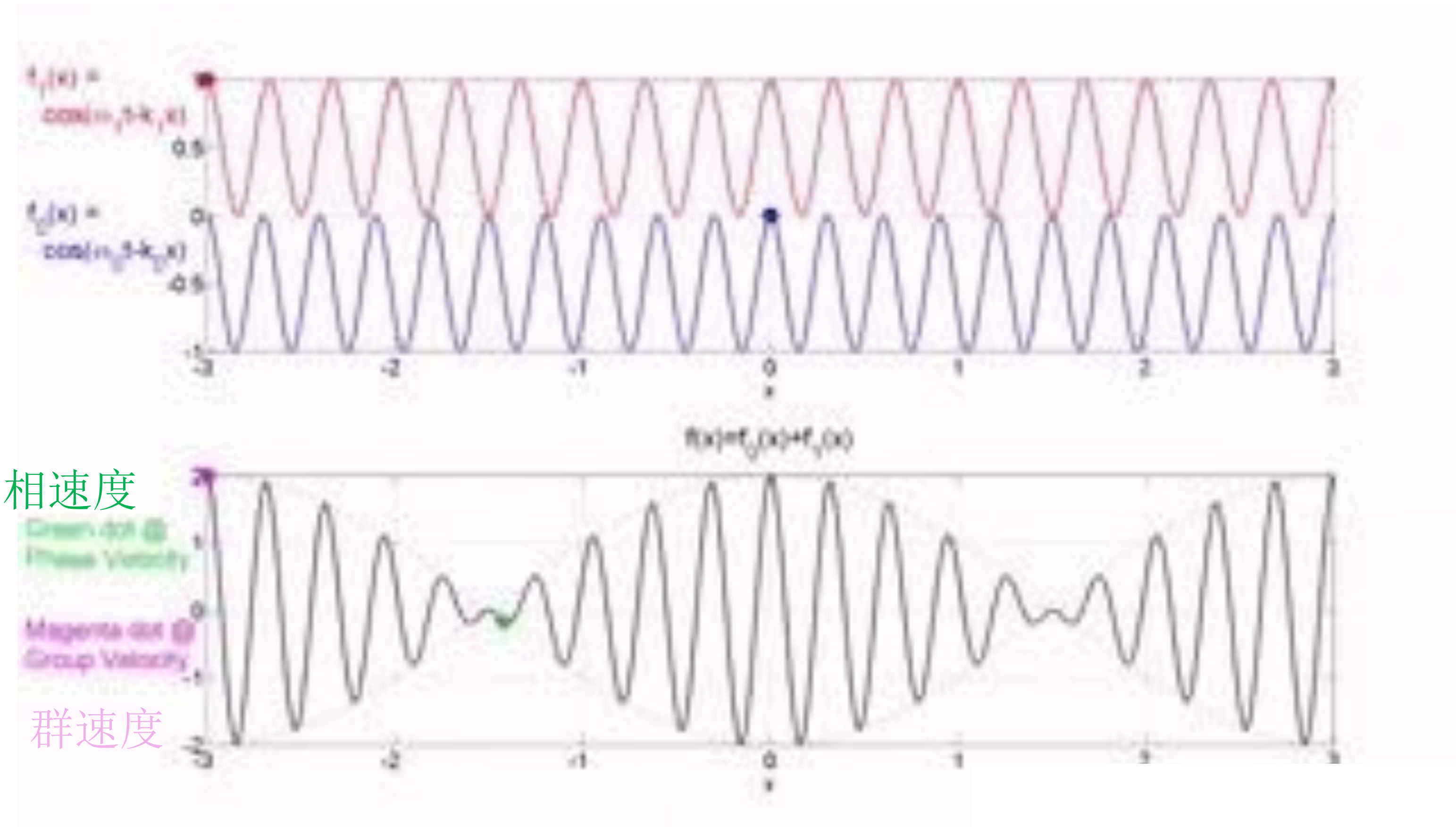
$$\text{其中}: \bar{w} = \frac{1}{2}(w_1 + w_2), \bar{k} = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$$

$$\Delta w = (w_1 - w_2) \ll \bar{w}, \Delta k = (k_1 - k_2) \ll \bar{k}$$

群速度 $v_g = dx/dt = \Delta w / \Delta k$

角频率w与波数k的关系w(k)称为色散关系。

群速度和相速度



绿色相速度

红色：群速度

- 相速度
- 群速度：波包移动的速度

群速度 相速度

$$v_g \equiv \frac{\partial\omega}{\partial k}$$

$$v_p = \omega/k.$$

$$\omega = ak$$

群速度=相速度

$$\omega = ak + b$$

群速度 ≠ 相速度

$$\omega = \sqrt{gk}$$

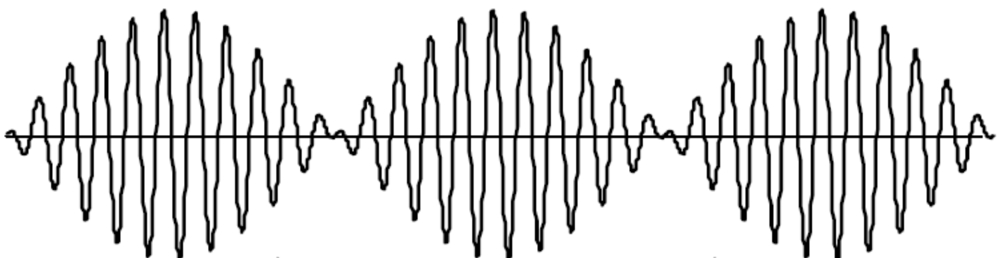
*w*与*k*非线性关系，波包传输过程中会扰动

为什么群速度很重要？

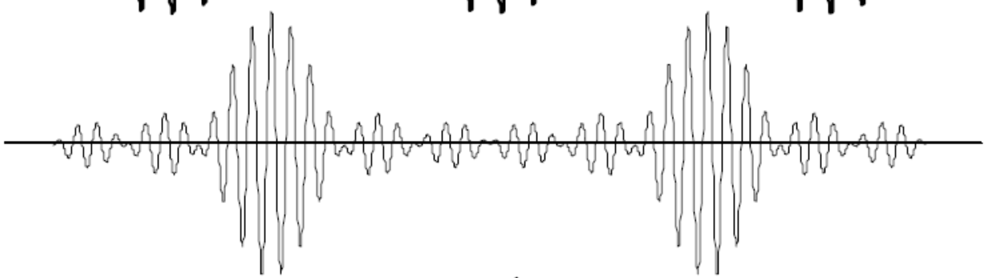
不能直接通过周期性的波传递信息，必须要发送一些脉冲

如果不能叠加不能频率的波，则无法形成脉冲

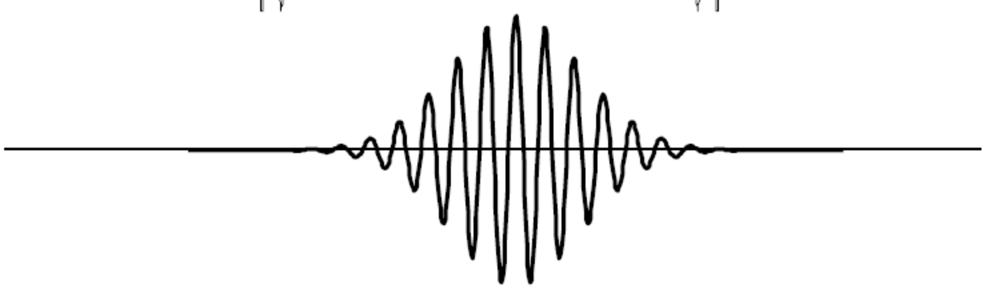
脉冲以群速度传播



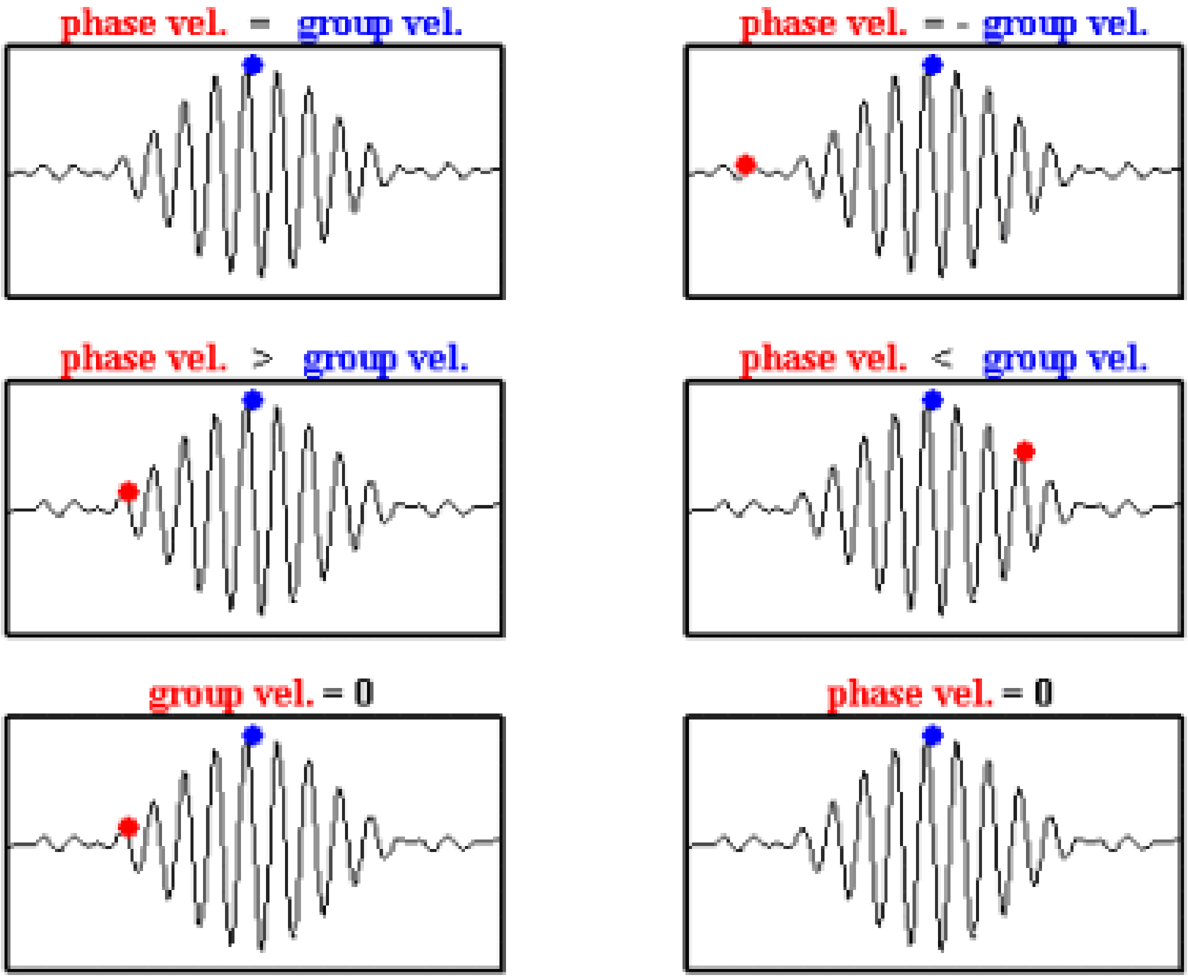
两个不同频率叠加



六个不同频率叠加

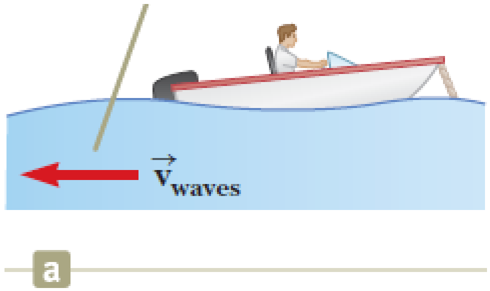


多个不同频率叠加

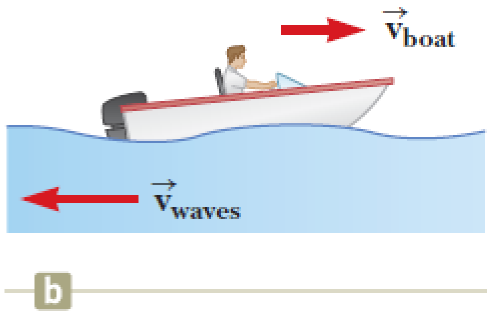

phase vel. = group vel.
phase vel. = - group vel.
phase vel. > group vel.
phase vel. < group vel.
group vel. = 0
phase vel. = 0

isvr

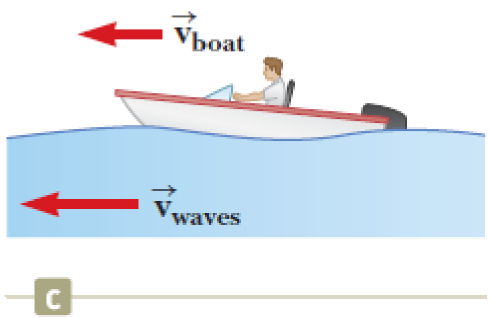
多普勒效应



船不动，波往后传播，波的周期T为2s, 船上人感受到波的频率为0.5 Hz.

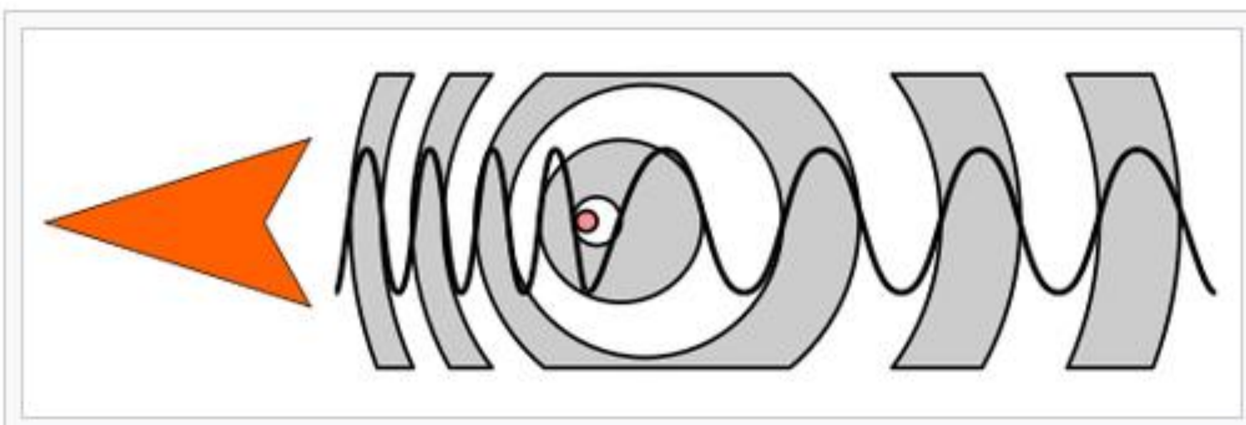


船往前开，因为波往后，所以船上人少于2秒感受到一次波动，感受到波的频率>0.5Hz.



船往后开，因为波往后，所以船上人多于2秒感受到一次波动，感受到波的频率<0.5Hz.

多普勒效应



多普勒效应

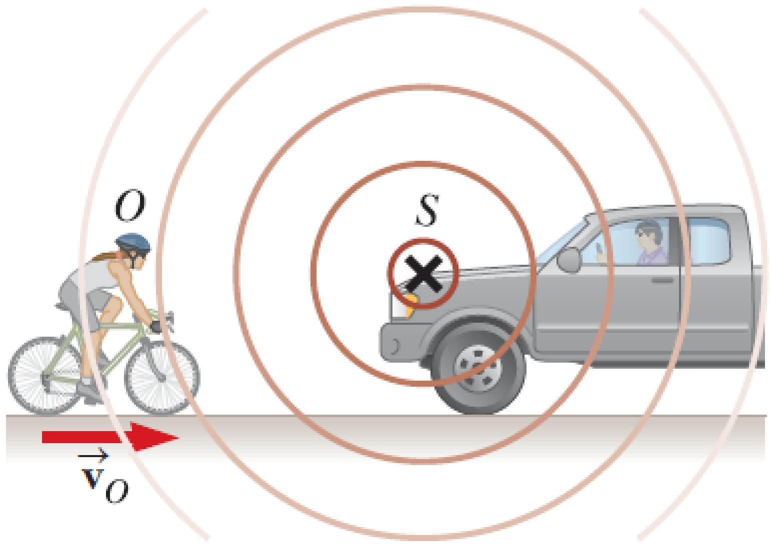
源（source)不动， 观察者移动

如果两者都不动，听到的频率

$$f = v/\lambda$$

v: 波速

λ: 波长



观察者(Observer)移动

观察者测量到的相对声速：

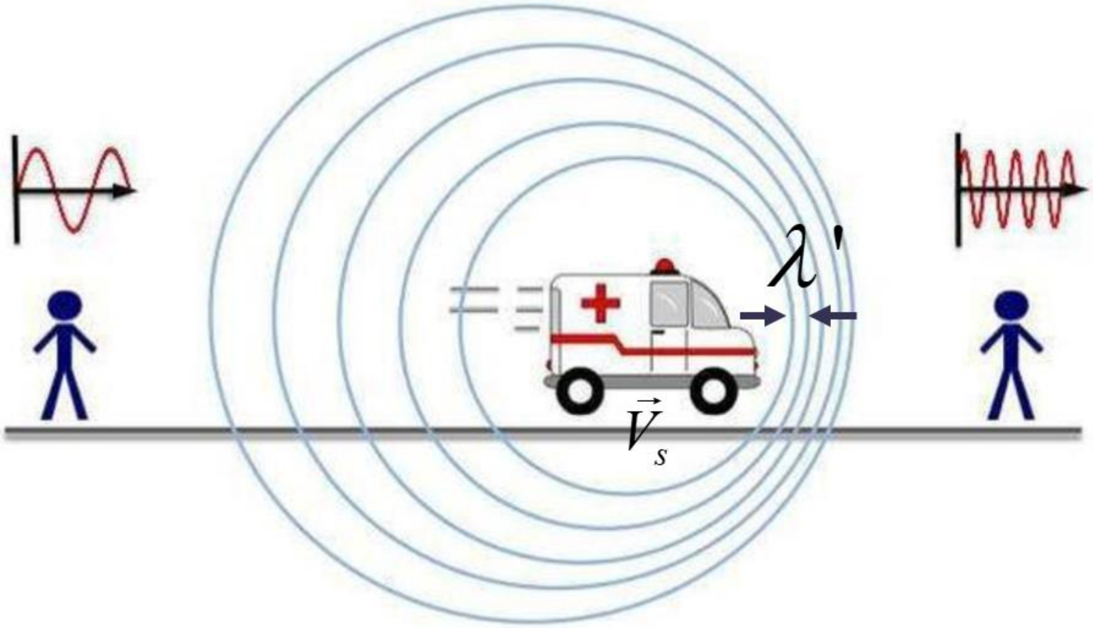
$$v' = v + v_O$$

观察者听到的频率：

$$f' = \frac{v'}{\lambda} = \frac{v + v_O}{\lambda} = \left(\frac{v + v_O}{v}\right) f$$

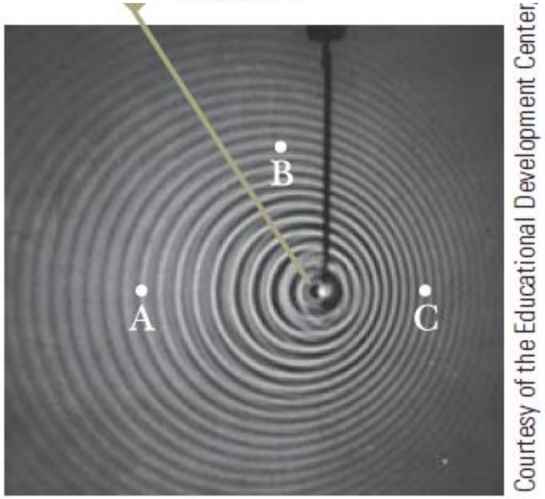
多普勒效应

观察者 （Observer）不动，源(source)移动



观察者观察到波长的改变（源向观察者移动)

$$\lambda' = \lambda - v_S/f.$$



观察者听到的频率(源向观察者移动)

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \left(\frac{v}{v - v_S}\right) f$$

多普勒效应

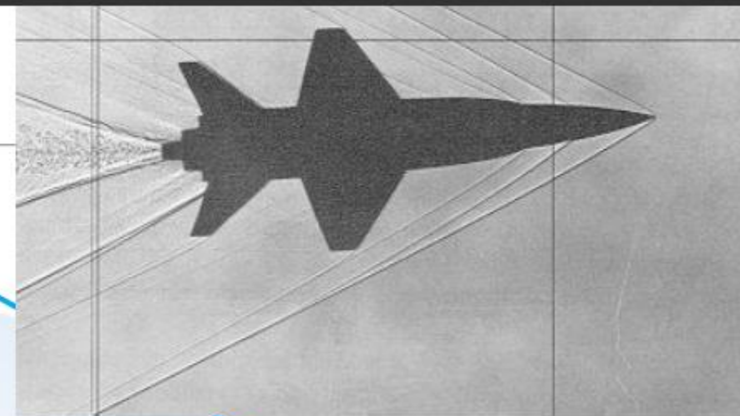
观察者和源都移动

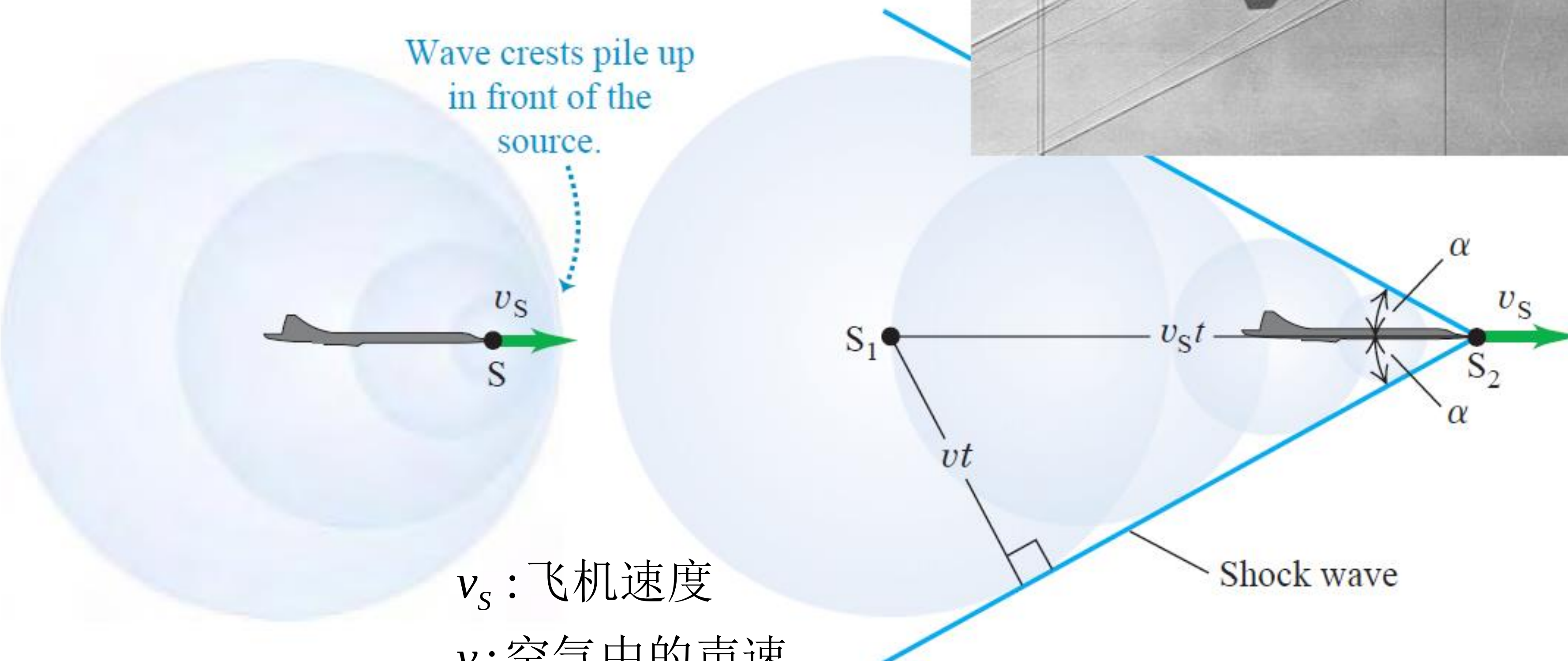
$$f' = \left(\frac{v + v_O}{v - v_S}\right) f$$

v_0和 v_s 取正， 源或观察者向对方移动

v_0和 v_s 取负，一方向远离另一方移动。

冲击波





v_s :飞机速度

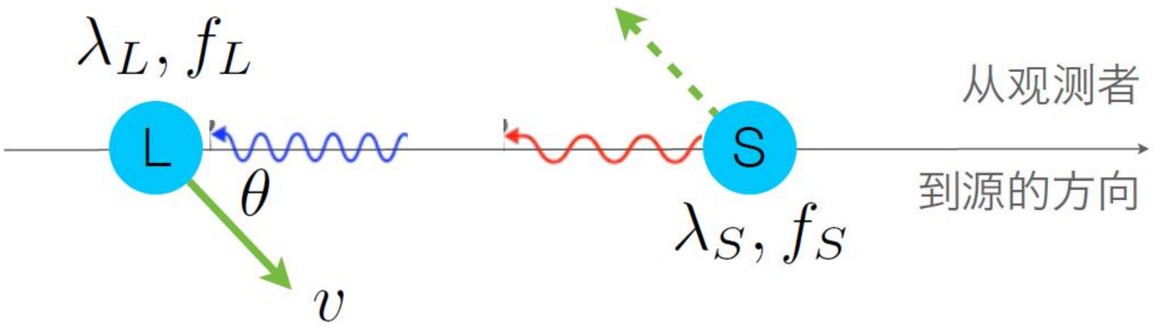
v:空气中的声速

马赫数： $Ma = \dfrac{v_S}{v}$

$$\sin\alpha = \frac{vt}{v_S t} = \frac{v}{v_S} = \frac{1}{Ma}$$

声爆

光波的多普勒效应



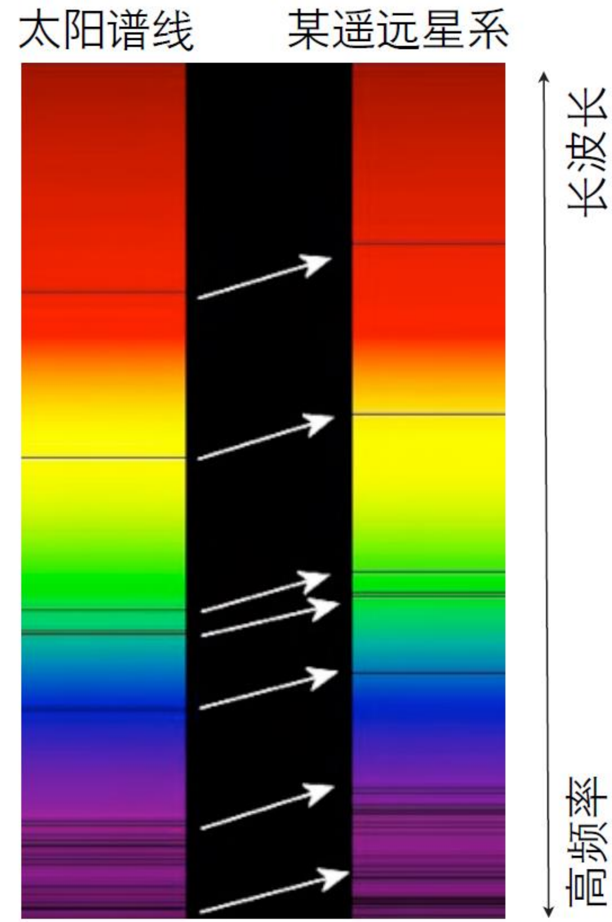
$$f_R = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}\, f_S$$

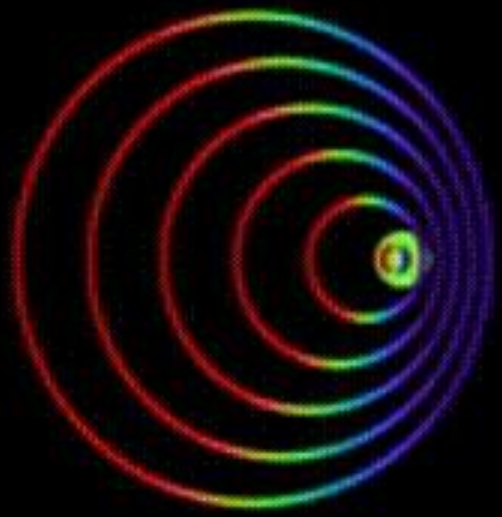
$v > 0$ 源向观察者移动，f_R增加，蓝移

$v < 0$ 源远离观察者， f_R减少，红移

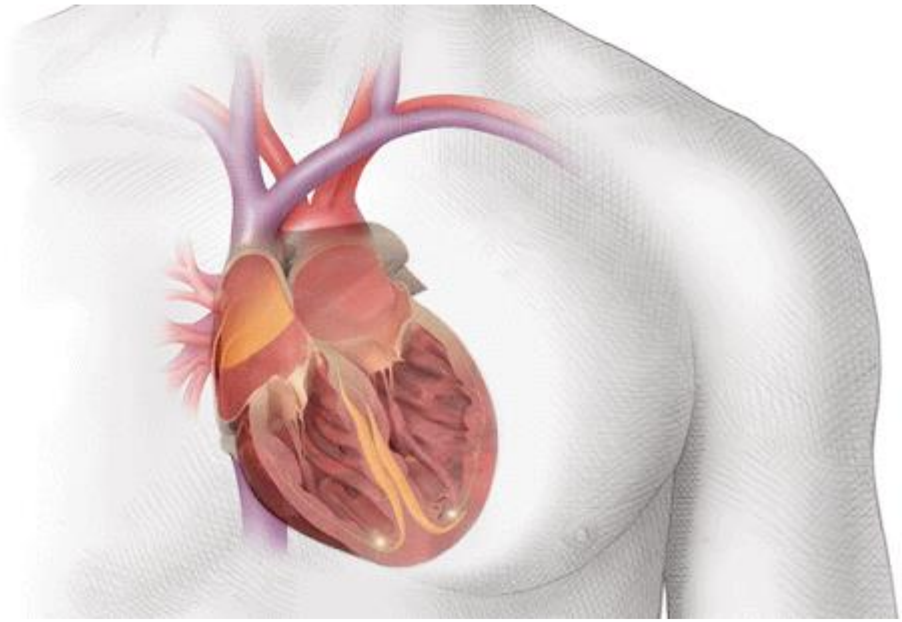
蓝移

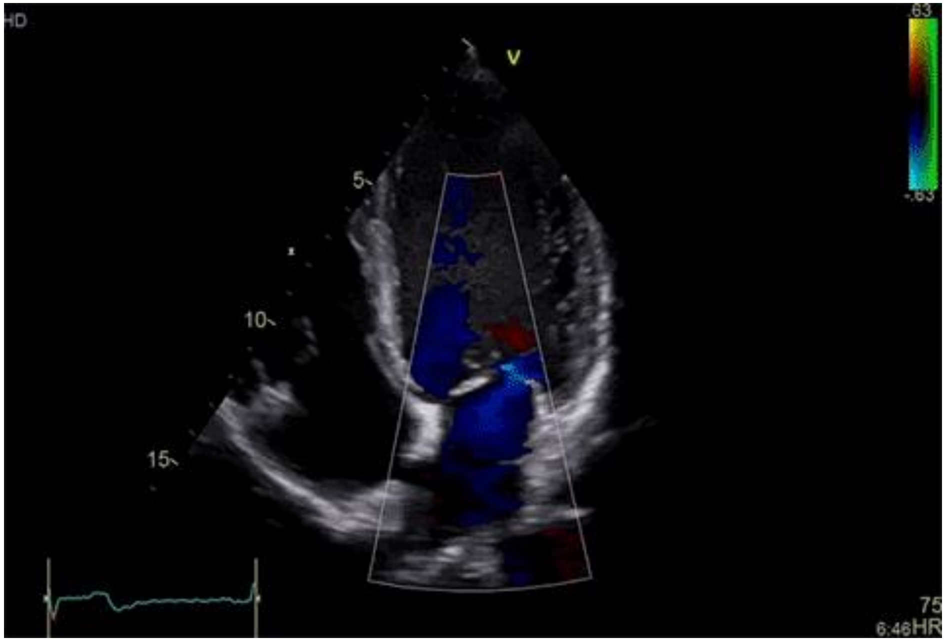
红移





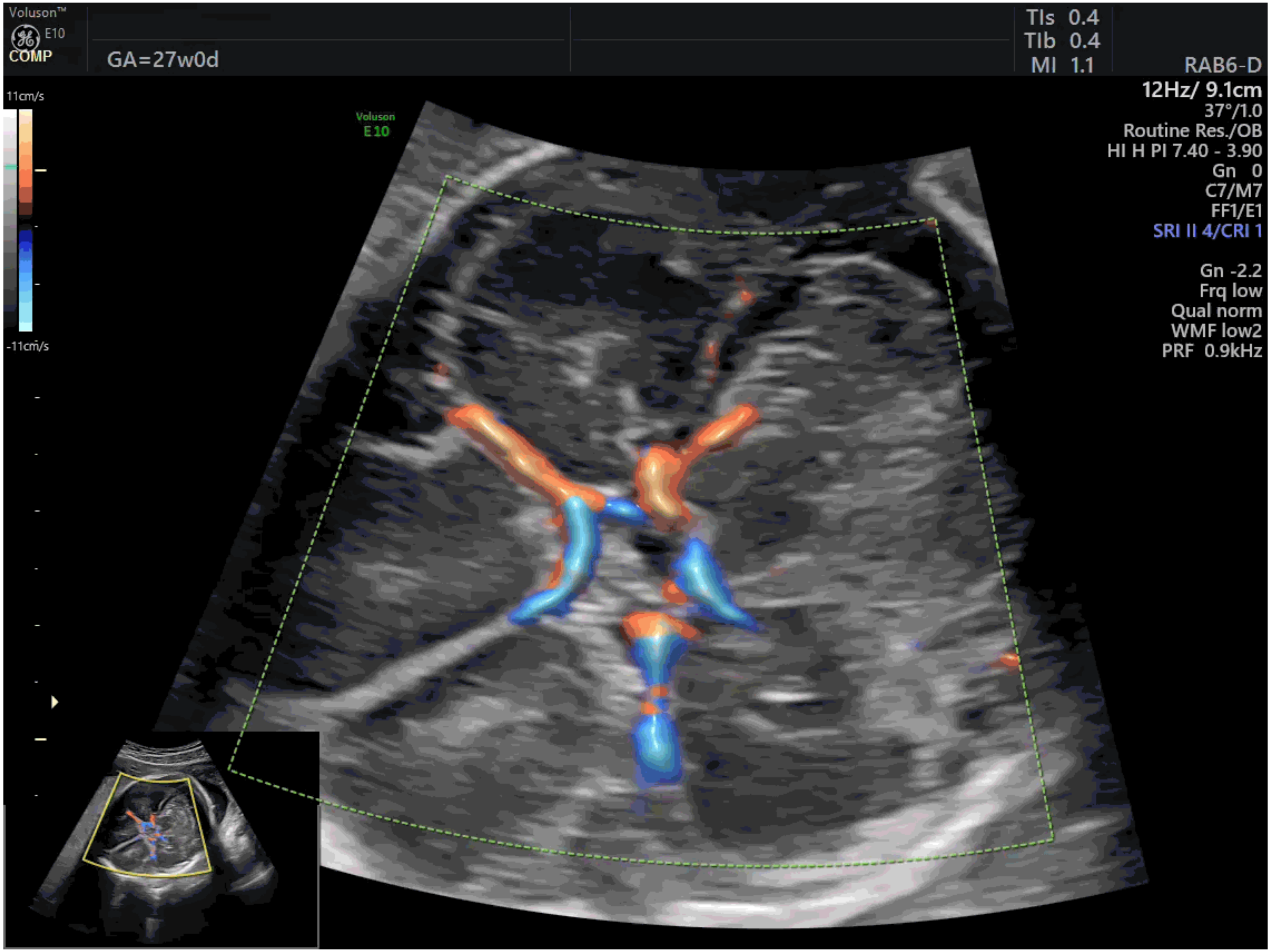
多普勒效应的应用



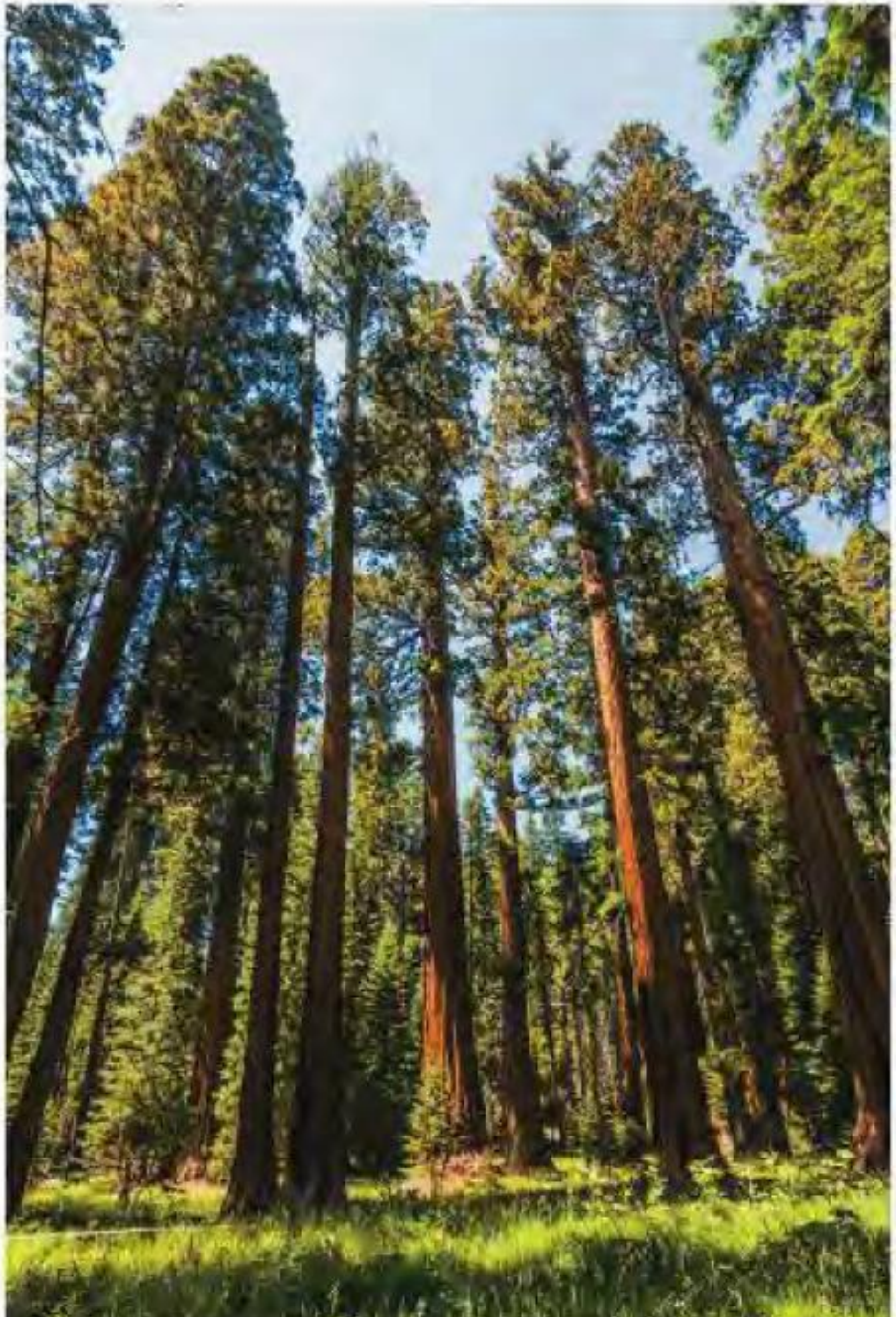


血液的流速

多普勒效应的应用


Voluson™
E10
COMP
GA=27w0d
TIs 0.4
TIb 0.4
MI 1.1
RAB6-D
12Hz/ 9.1cm
37°/1.0
Routine Res./OB
HI H PI 7.40 - 3.90
Gn 0
C7/M7
FF1/E1
SRI II 4/CRI 1
Gn -2.2
Frq low
Qual norm
WMF low2
PRF 0.9kHz
11cm/s
-11cm/s
Voluson
E10

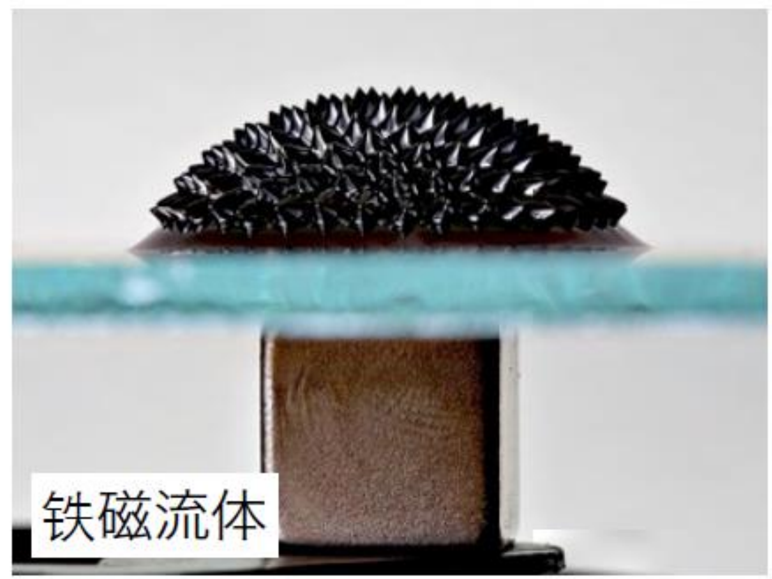
多普勒效应的应用



流体

流体：液体和气体

想一下，是什么造成了固体、气体和液体的不同？



密度

常见物质在0℃和1标准大气压下的密度

密度： 单位体积内的质量

$$\rho \equiv \frac{m}{V}$$

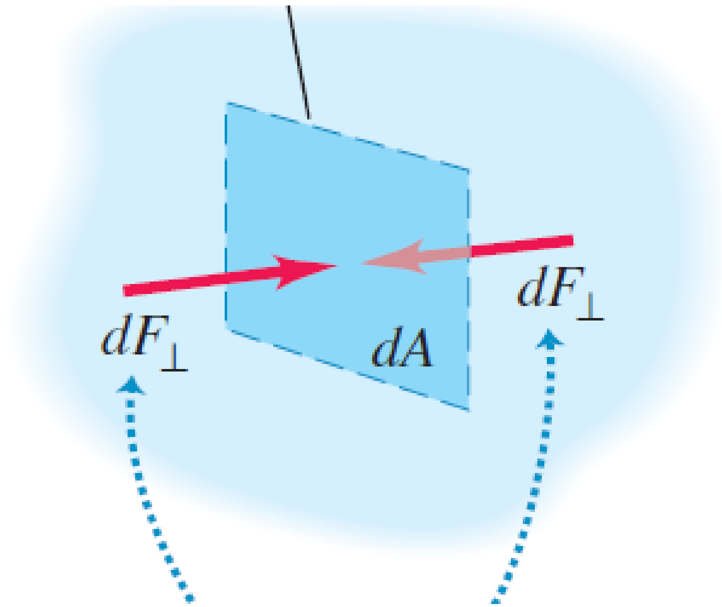
Substance	ρ (kg/m^3)
Air	1.29
Air (at 20°C and atmospheric pressure)	1.20
Aluminum	2.70×10^3
Benzene	0.879×10^3
Brass	8.4×10^3
Copper	8.92×10^3
Ethyl alcohol	0.806×10^3
Fresh water	1.00×10^3
Glycerin	1.26×10^3
Gold	19.3×10^3
Helium gas	1.79×10^{-1}
Hydrogen gas	8.99×10^{-2}
Ice	0.917×10^3
Iron	7.86×10^3
Lead	11.3×10^3
Mercury	13.6×10^3
Nitrogen gas	1.25
Oak	0.710×10^3
Osmium	22.6×10^3
Oxygen gas	1.43
Pine	0.373×10^3
Platinum	21.4×10^3
Seawater	1.03×10^3
Silver	10.5×10^3
Tin	7.30×10^3
Uranium	19.1×10^3

压强

想象流体内有一静止的表面dA，则表面两端受力相等。

压强：

$$p = \frac{dF_{\perp}}{dA}$$



如果有限的面积A内各点压强处处相等，则

$$p = \frac{F_{\perp}}{A}$$

压强单位：帕斯卡（pascal）

$$1 \text{ pascal} = 1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

1 大气压：1 atmosphere (1 atm)

$$(p_a)_{av} = 1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} = 1.013 \text{ bar}$$

压强随深度的变化

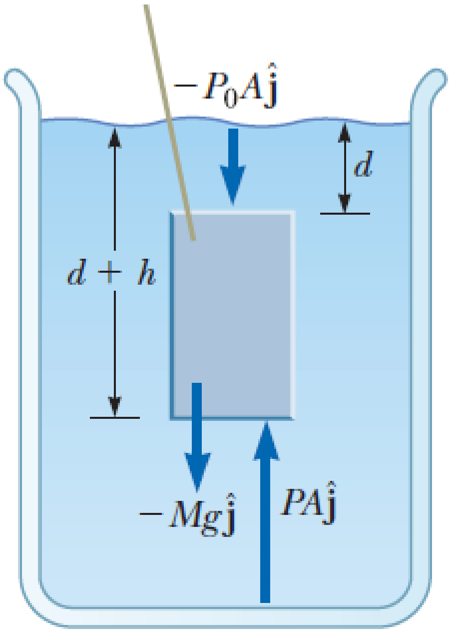
物体保持平衡位置

$$\sum F_y = 0 \rightarrow PA - P_0A - Mg = 0$$

$$M = \rho V = \rho A h$$

$$PA = P_0 A + \rho g A h$$

$$\boxed{P = P_0 + \rho g h}$$



液体的压强随深度变化

压强

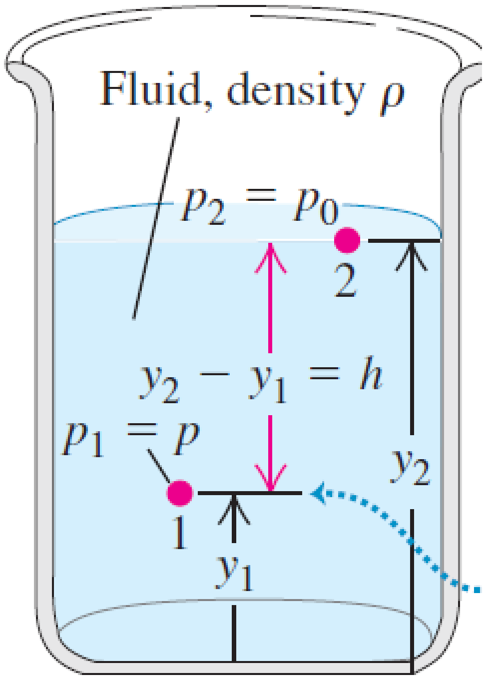
任意两个深度压强差

$$p_2 - p_1 = \rho g(h_2 - h_1)$$

P: 任意深度压强

P_0: 表面压强

$$P = P_0 + \rho g h$$



蛟龙号