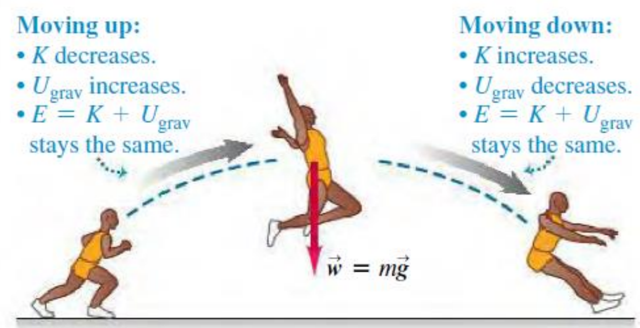
势能

势能的绝对值没有意义，只有相对值有意义。因此可以任意选取势能原点。

部分问题为简化计算，可选择适当的原点，如重力选择最低平面，弹性力选择弹簧原长处。

$$E_p = mgh$$



$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$

动能和势能之和始终相同。

保守力场中的势能

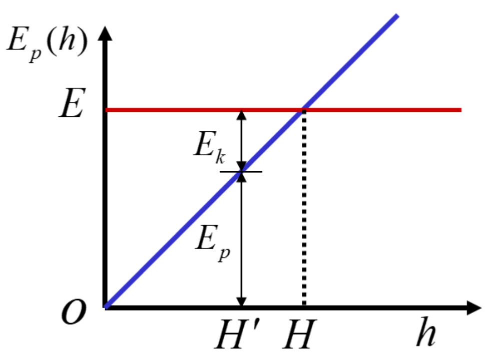
保守力做功，动能与势能互相转化，能量守恒。

动能 + 势能 =总能量

$$\mathrm{E}_k + E_p = E$$

重力势能

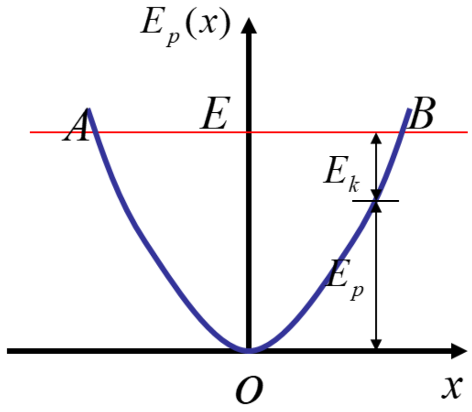
$$\mathrm{E}_p = mgh$$



势能原点在地面

弹性势能

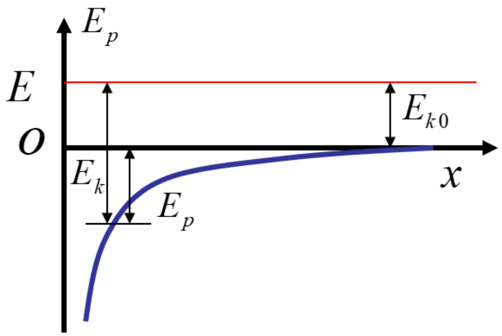
$$E_p = \frac{1}{2}kx^2$$



势能原点在x=0处

万有引力势能

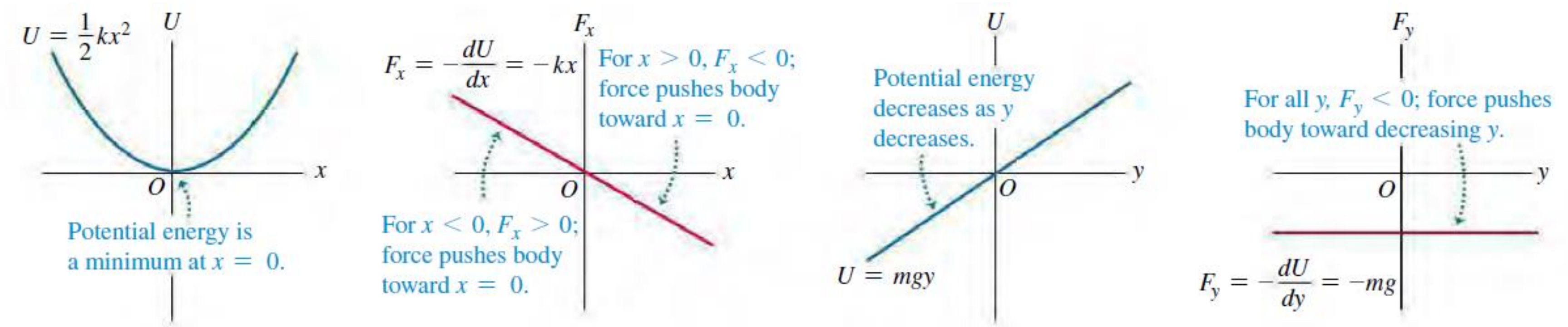
$$E_p = -G\frac{Mm}{r}$$



势能原点无穷远处

势函数导出保守力的大小

已知势能的分布，能不能知道力（方向和大小）？



$$F = -\frac{dE_p}{dx}$$

举例： 弹簧

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 \qquad F = -\frac{dE_p}{dx} = -\frac{d\,\frac{1}{2}kx^2}{dx} = -kx$$

三维的情况

可分解成三个正交的方向

$$F_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x} \qquad F_y = -\frac{\partial E_p}{\partial y} \qquad F_z = -\frac{\partial E_p}{\partial z}$$

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial E_p}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial E_p}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial E_p}{\partial z}\hat{k}\right) = -\vec{\nabla} E_p$$

计算重力：

$$E_p = mgz$$

$\vec{\nabla}$ 矢量微分算符，作用于标量得到一个矢量

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$$

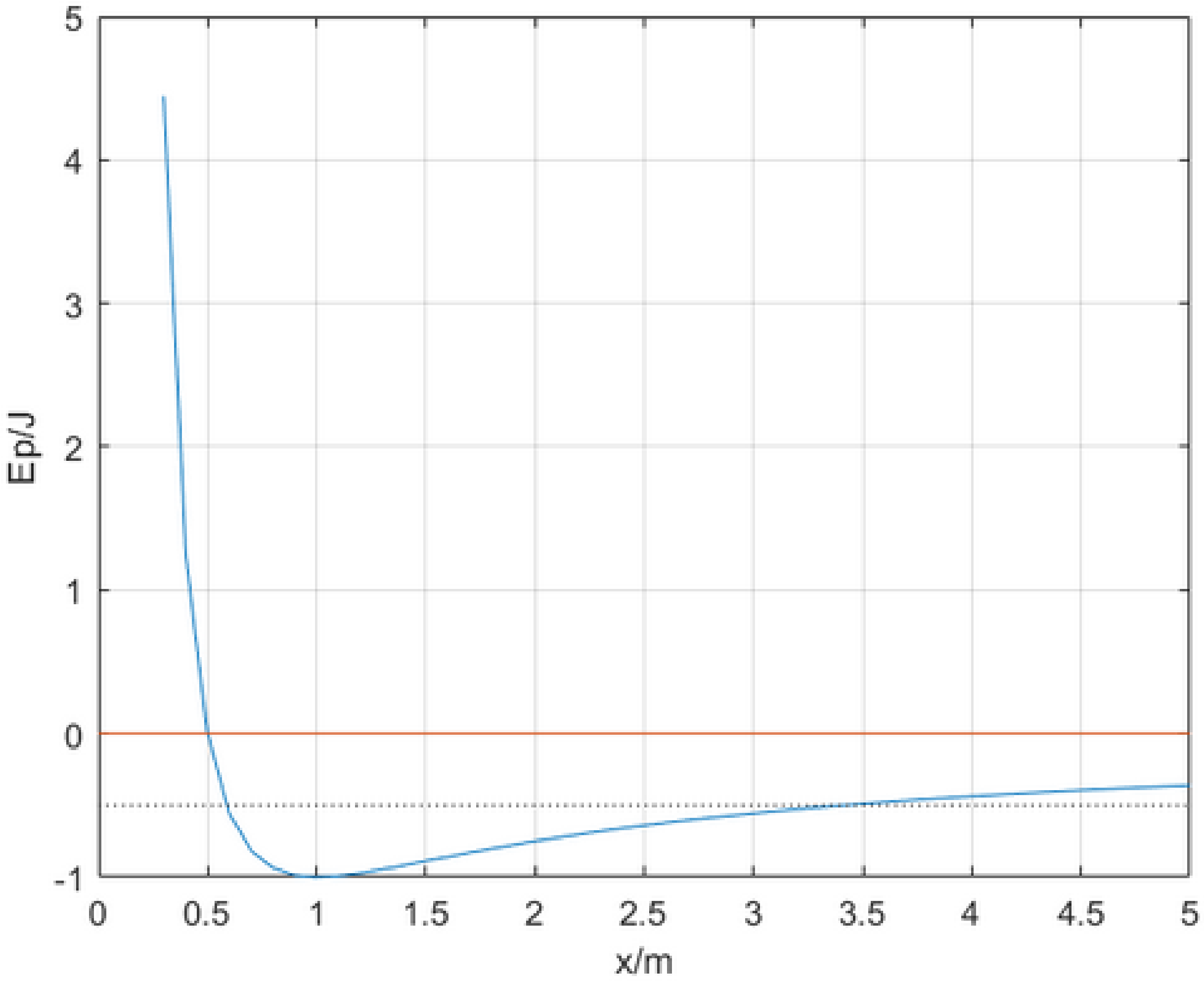
例题

例题2-12 一质量为m=1kg的物体，在保守力F（x）的作用下，
沿x 轴正向运动（x>0）。与该保守力相应的势能是

$$E_p(x)=\frac{a}{x^2}-\frac{b}{x} \qquad (x>0)$$

式中x以m为单位，势能以J为单位a =1J·m^2,b=2J · m（1）画出物体的势能曲线；
（2）设物体的总能量E =-0.50J 保持不变，试分别用作图和计算的方法求物体的运动范围. (3) 求物体的平衡时的位置。

```
x=[0.3:0.1:5];
a=1;b=2;
Ep=a./(x.^2)-b./x;
plot(x,Ep,[0,5],[0,0],[0,5],[-0.5,-0.5],'k:');
grid
xlabel('x/m')
ylabel('Ep/J')
```



5
4
3
2
1
0
-1
Ep/J
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
x/m

机械能

机械能：动能和势能之和

$$E = E_k + E_p$$

机械能守恒：

物体在运动过程中，不存在非保守力，或者存在的非保守力不做功，则机械能守恒。

$$E_k + E_p = const.$$

机械能变化定理

机械能变化定理：运动物体机械能的改变量等于非保守力做的功。

机械能 $E = E_k + E_p$

动能变化定理：

$$\mathrm{E}_k(b) - E_k(a) = \int_a^b \vec{F}_c \cdot d\vec{r} + \int_a^b \vec{F}_d \cdot d\vec{r}$$

保守力做功　非保守力做功

$$\mathrm{E}(b) - E(a) = \int_a^b \vec{F}_d \cdot d\vec{r}$$

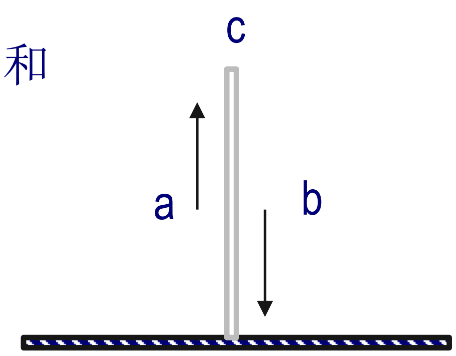
$$\int_a^b \vec{F}_c \cdot d\vec{r} = E_p(a) - E_p(b)$$ 势能变化

$$\mathrm{E}_k(b) - E_k(a) = E_p(a) - E_p(b) + \int_a^b \vec{F}_d \cdot d\vec{r}$$

$$\mathrm{E}_k(b) + E_p(b) - (E_k(a) + E_p(a)) = \int_a^b \vec{F}_d \cdot d\vec{r}$$

例：计及空气阻力上抛和下降时间比较

问：在存在空气阻力的情况下，球上抛和下落的时间比较



考虑任意一对等高点 a和b, 沿路径acb，其机械能的变化为：

$$\left(\frac{1}{2}mv_b^2+mgh_b\right)-\left(\frac{1}{2}mv_a^2+mgh_a\right)=A_d$$

A_d为空气阻力这一非保守力做功

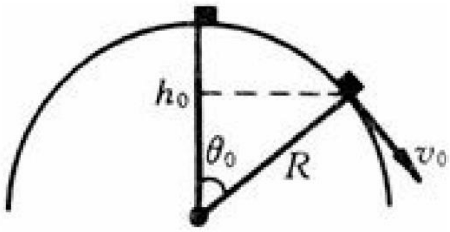
$$A_d=\int_a^c fds+\int_c^b fds$$

A_d为空气阻力这一非保守力做功

$A_d<0$

同时 $h_b=h_a$　　所以任意时刻$v_a>v_b$

例：光滑球面物体下滑的临界点



问物体从光滑球面顶点下滑，什么时候脱离球面？

支持力不做功，只有重力做功。

机械能守恒： $\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh$

临界时，重力将无法继续提供向心力：

$$m\frac{v_0^{\ 2}}{R} = mg\cos\theta_0$$

几何关系:

$$\cos\theta_0 = \frac{R-h_0}{R}$$

解出： $\mathrm{h}_0 = \frac{1}{3}R$

第一宇宙速度

卫星绕地球环行做有心运动。
向心力等于地球引力。

$$m\frac{v_1^2}{r}=G\frac{Mm}{r^2}$$

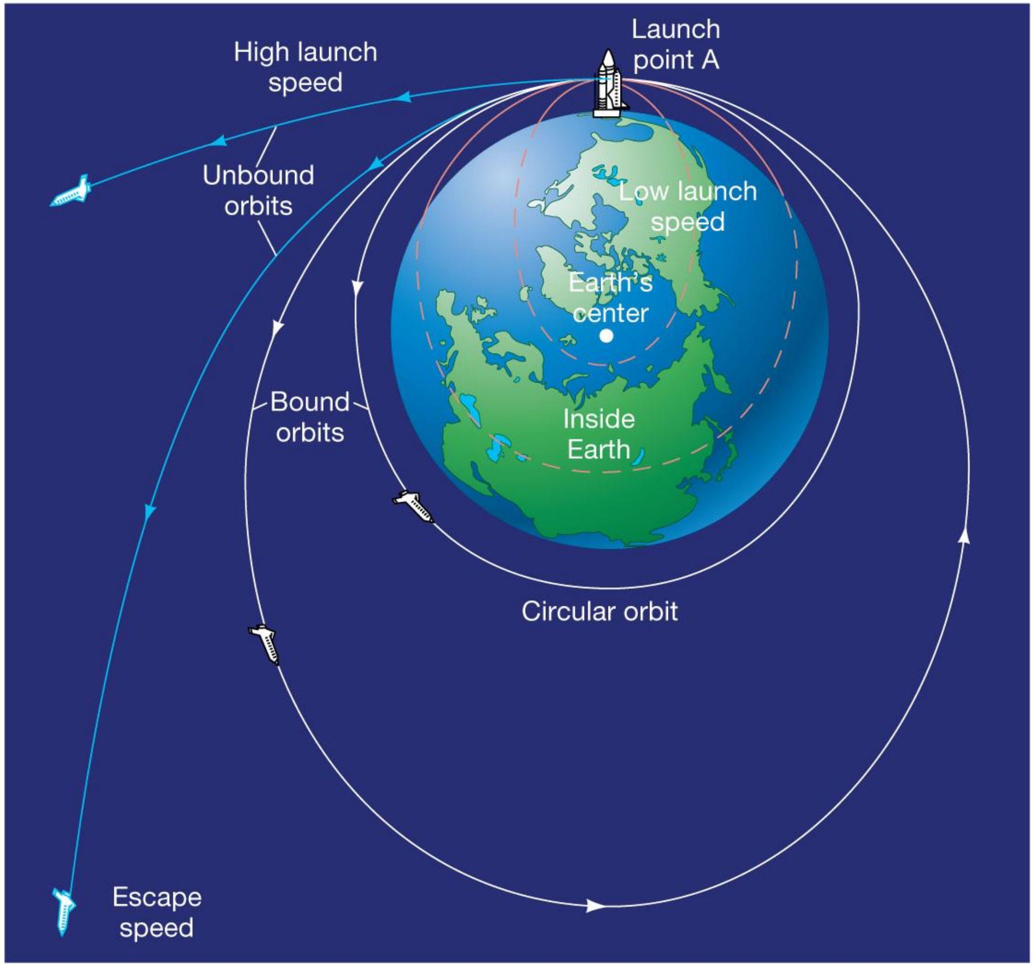
$$v_1=\sqrt{\frac{GM}{r}}=\sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

$R\approx 6.37\times 10^3 km$

卫星高度$h\sim 5\times 10^2 km$

$(R+h)\approx R$

地面附近： $g=GM/R^2=9.8m/s^2$

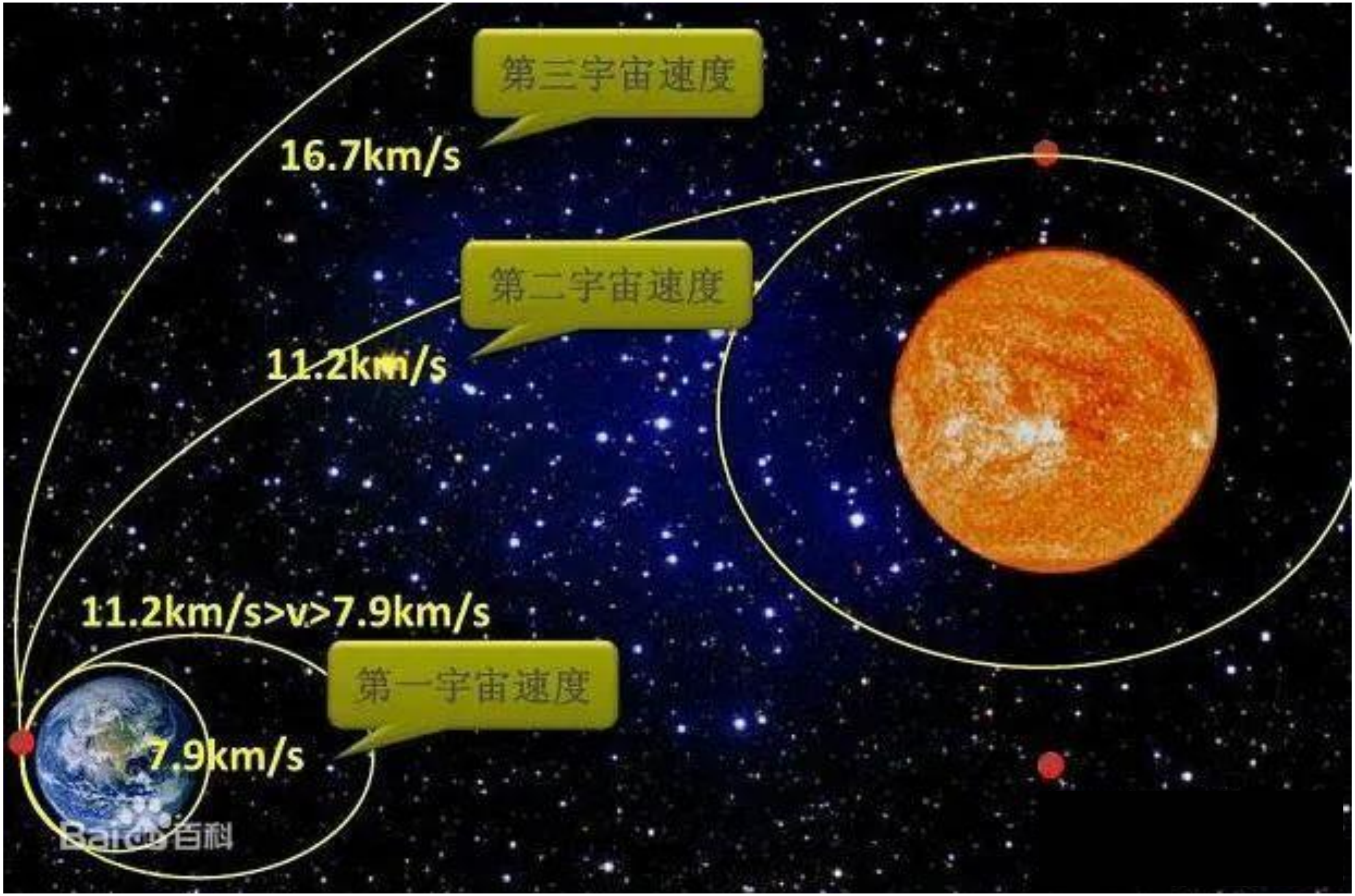


© 2011 Pearson Education, Inc.

$$a_n=\frac{v_1^2}{R}=g$$

$$v_1=\sqrt{Rg}=7.9km/s$$

第二宇宙速度



第二宇宙速度

地球的万有引力 $\mathrm{F} = G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}$

克服引力做的功 $A = \int_R^{+\infty} G\dfrac{m_1 m_2}{r^2} dr = G\dfrac{m_1 m_2}{r}\Big|_R^{+\infty} = -G\dfrac{m_1 m_2}{R}$

$$\frac{1}{2} m_1 v^2 + A \geq 0$$

地球表面

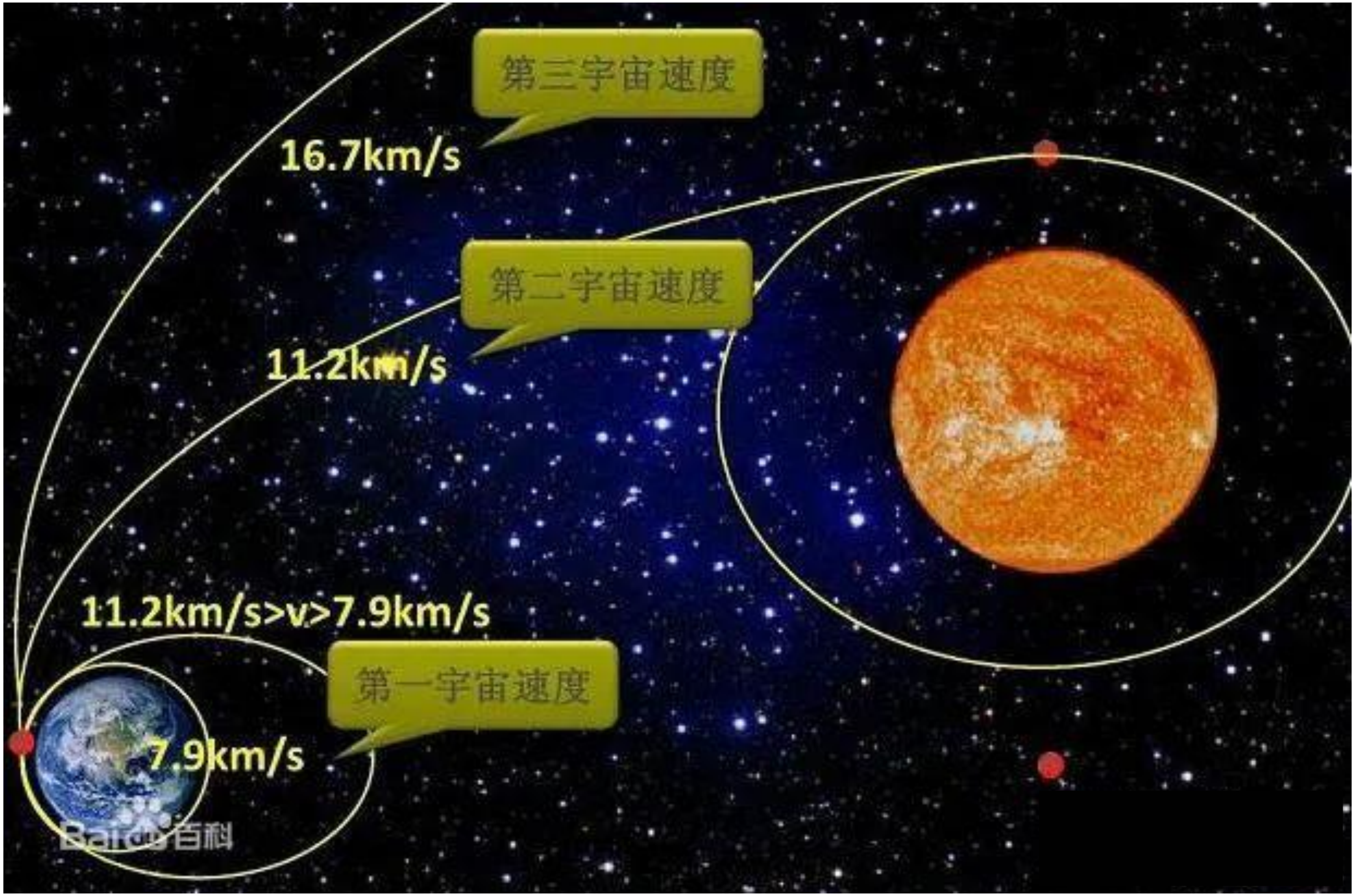
$$m_1 g = G\frac{m_1 m_2}{R^2}$$

$$v \geq \sqrt{2gR} = 11.2 km/s$$

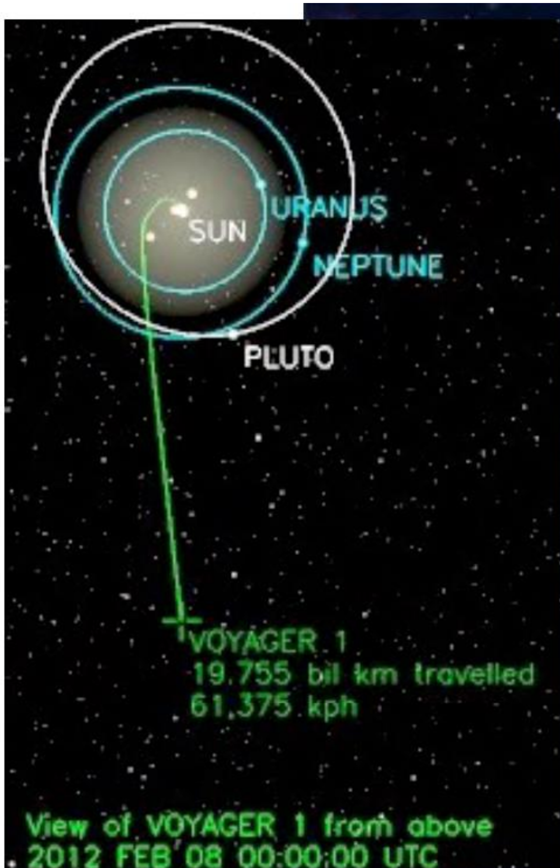
海南文昌发射中心

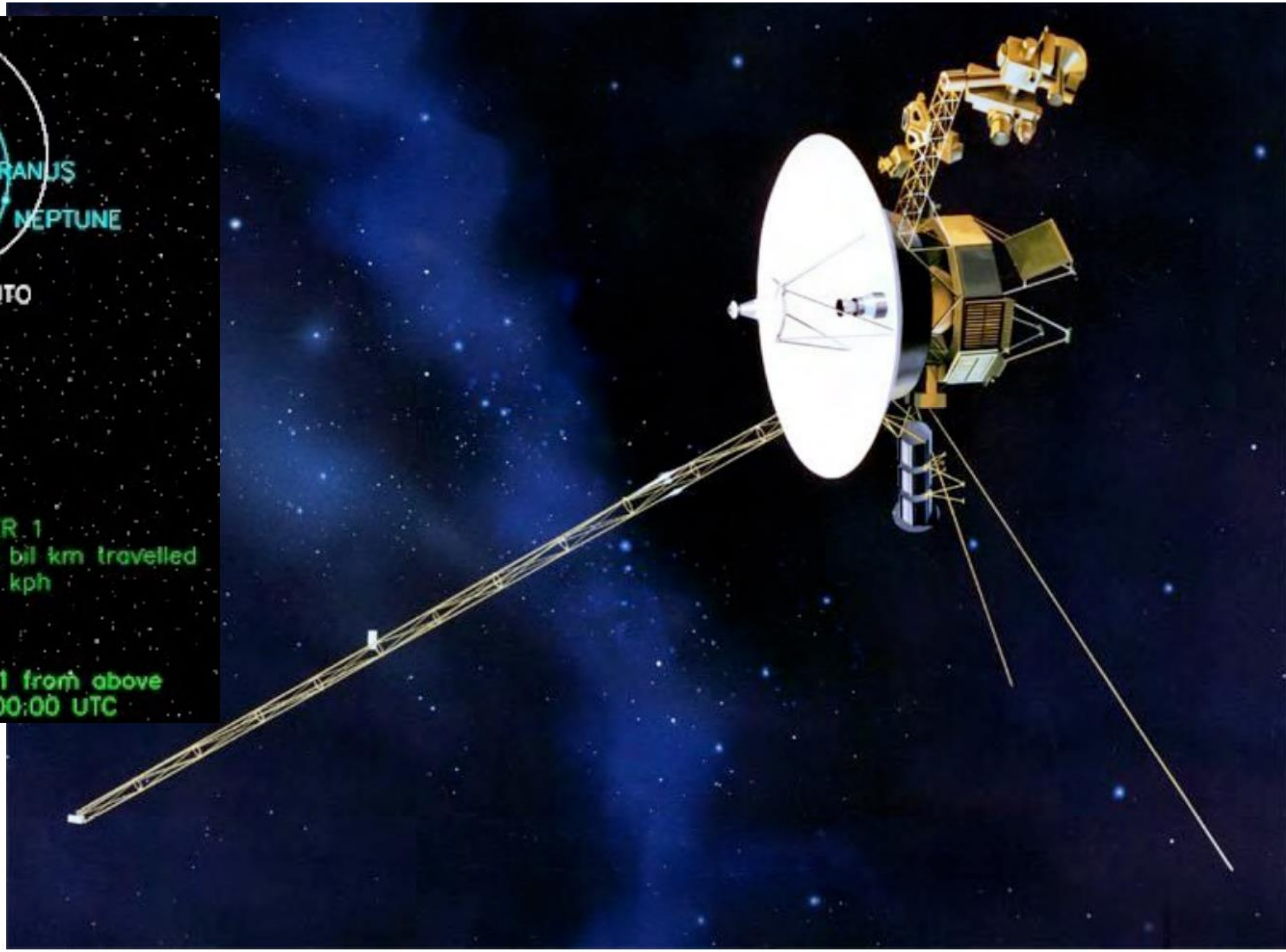
低纬度自转提供一点额外速度

第三宇宙速度

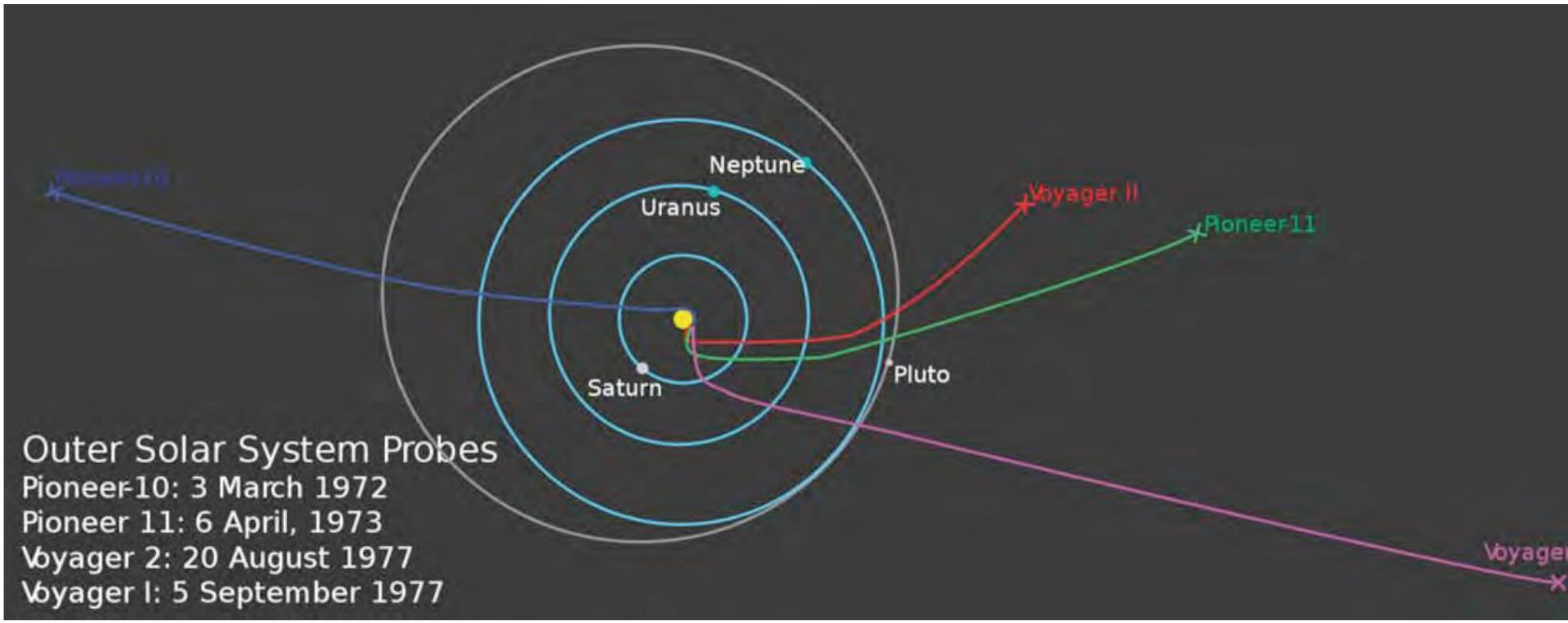


脱离太阳系：旅行者一号


URANUS
SUN
NEPTUNE
PLUTO
VOYAGER 1
19.755 bil km travelled
61,375 kph
View of VOYAGER 1 from above
2012 FEB 08 00:00:00 UTC



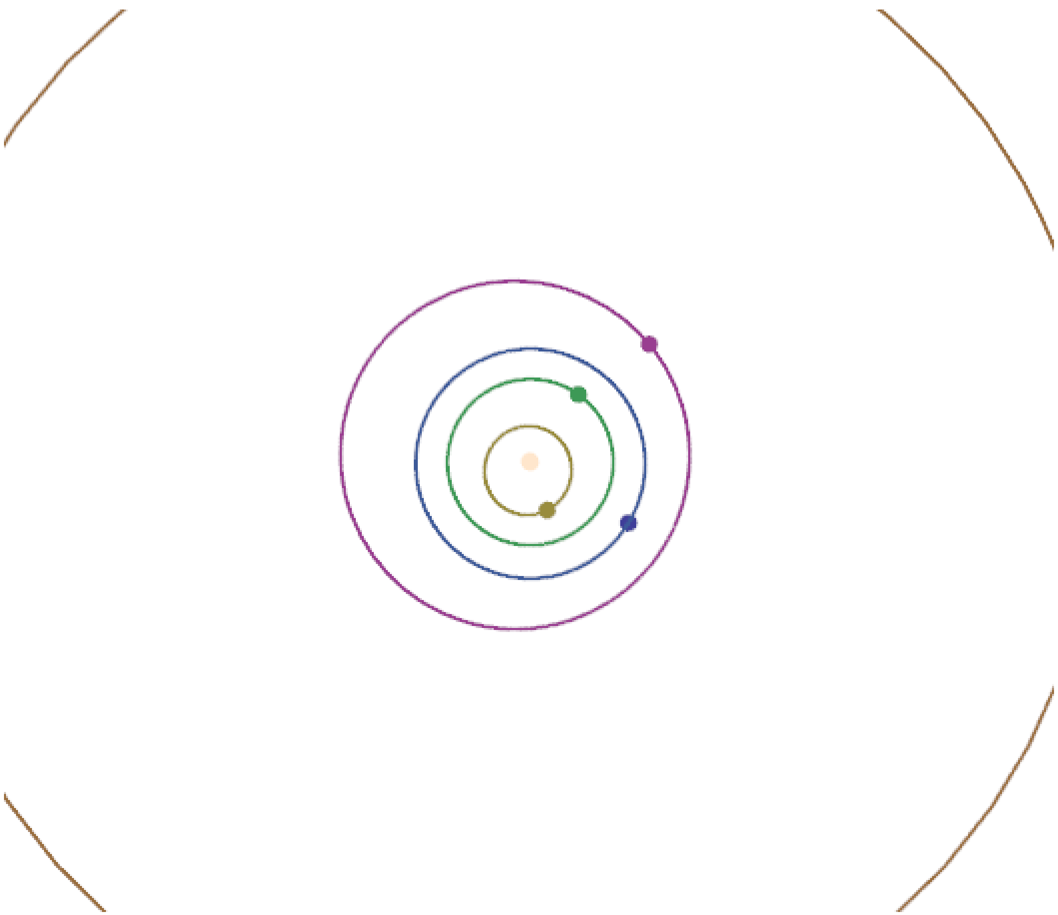
脱离太阳系：旅行者一号



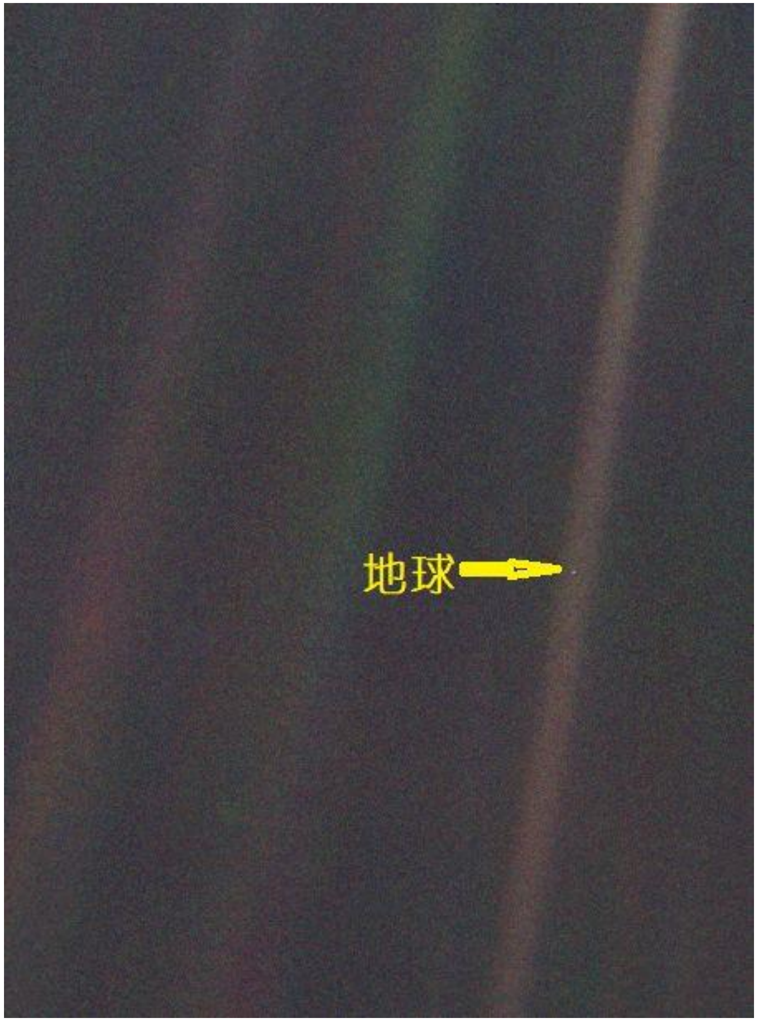
Neptune
Uranus
Voyager II
Pioneer 11
Saturn
Pluto
Outer Solar System Probes
Pioneer-10: 3 March 1972
Pioneer 11: 6 April, 1973
Voyager 2: 20 August 1977
Voyager I: 5 September 1977
Voyager

脱离太阳系：旅行者一号和二号

引力弹弓效应



旅行者一号给地球拍的照片

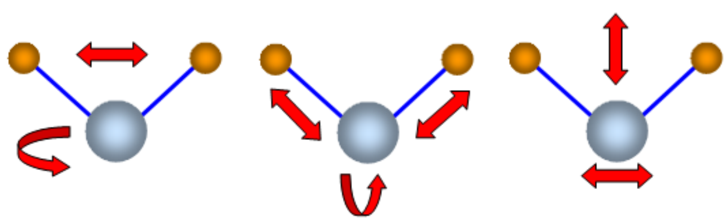


1990年2月14日

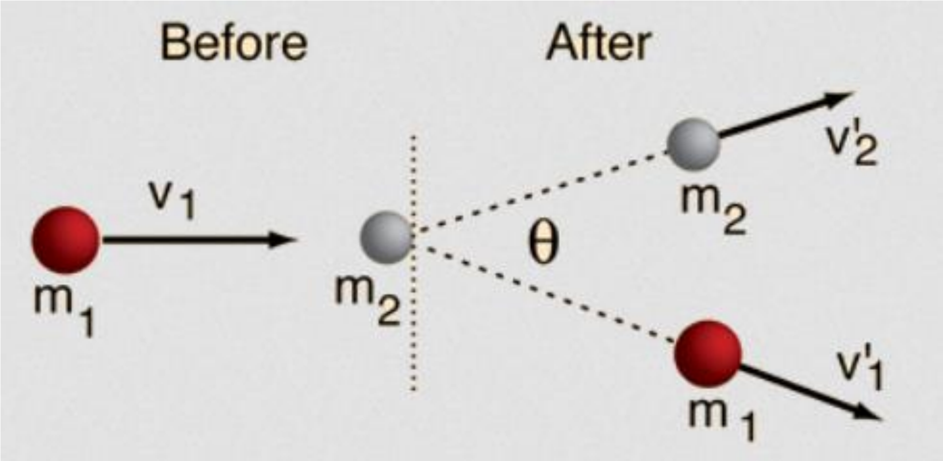
能量守恒定律

一个孤立系统经历任何变化时，该系统的所有能量的总和是不变的，能量只能从一种形式变化为另外一种形式，或从系统内一个物体传给另一个物体。这就是普遍的能量守恒定律.

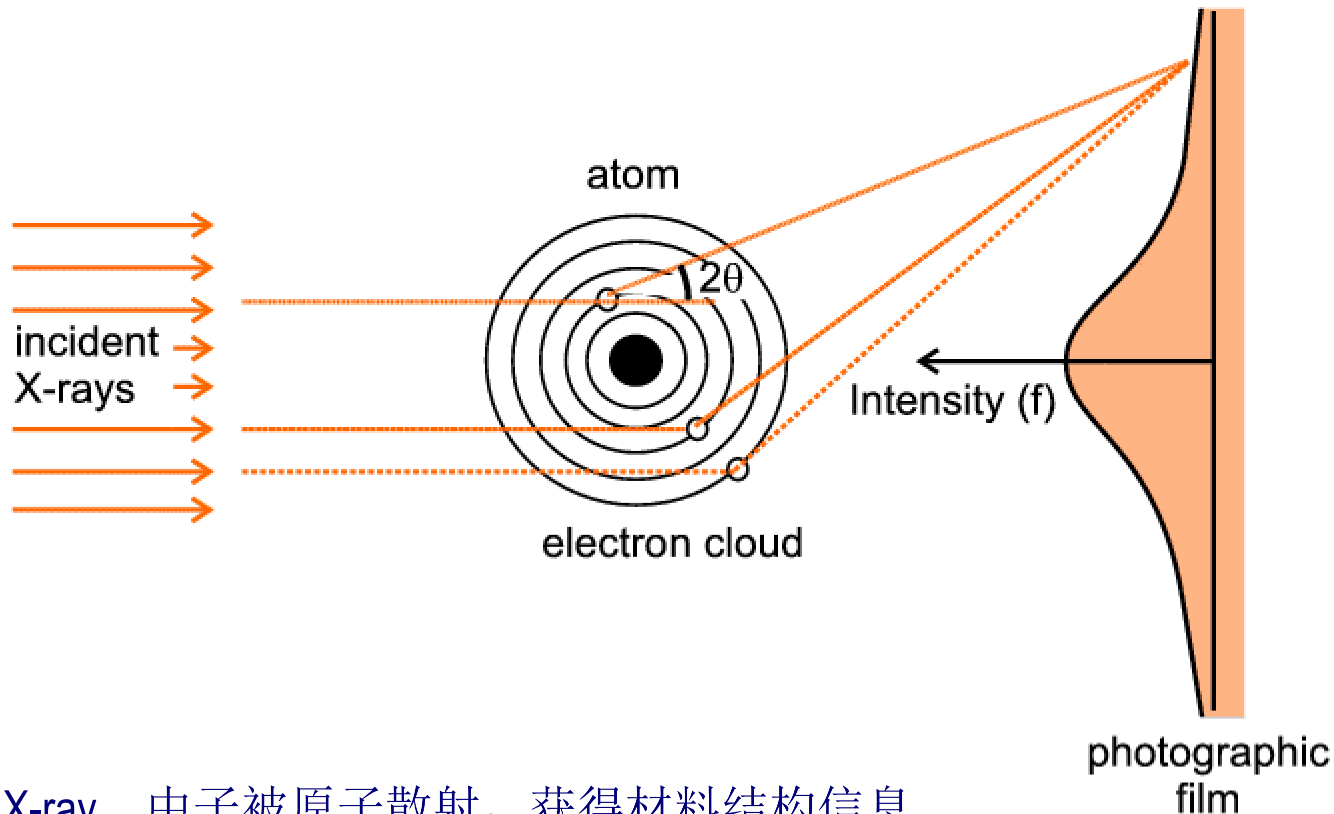
微波炉中的能量转化



碰撞

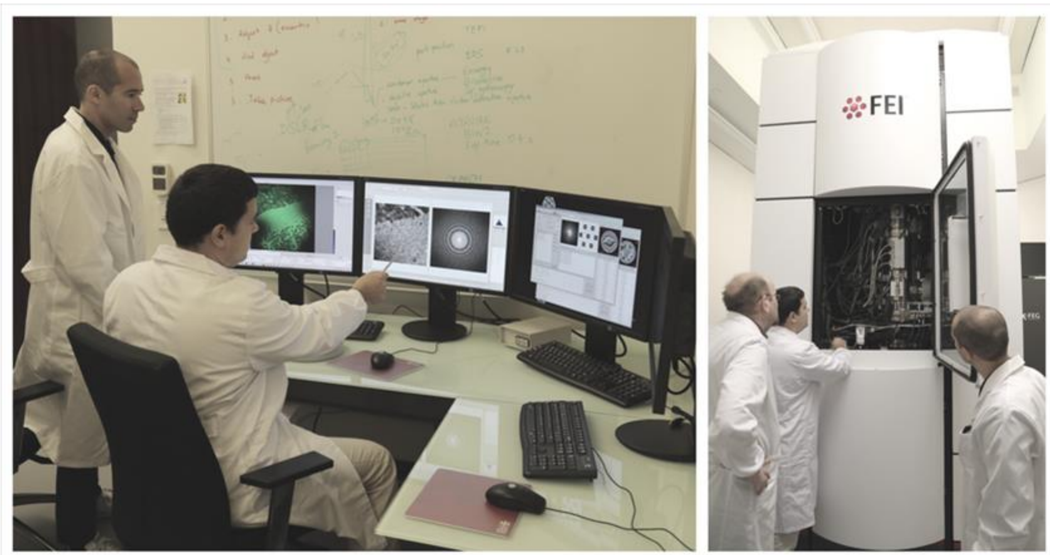


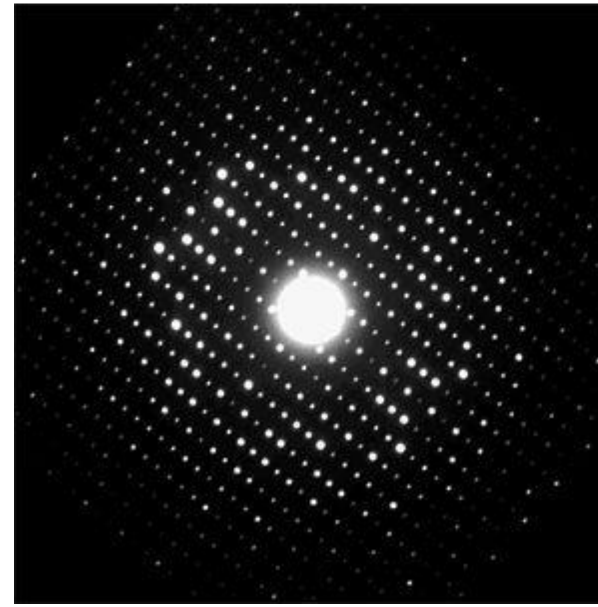
X-ray与中子衍射



通过X-ray、中子被原子散射，获得材料结构信息

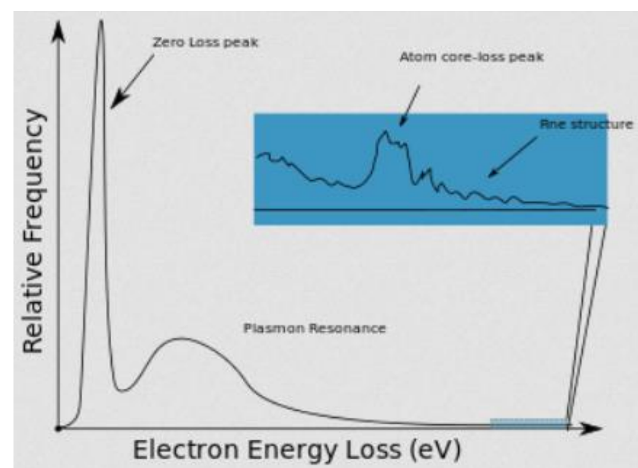
碰撞的应用





电子衍射

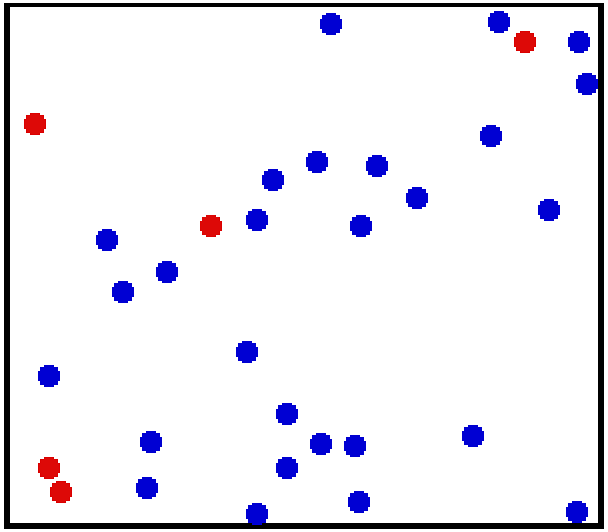
电子显微镜，通过分析被原子散射后的电子的动量和能量的分布，获得材料的结构与物理性质信息。

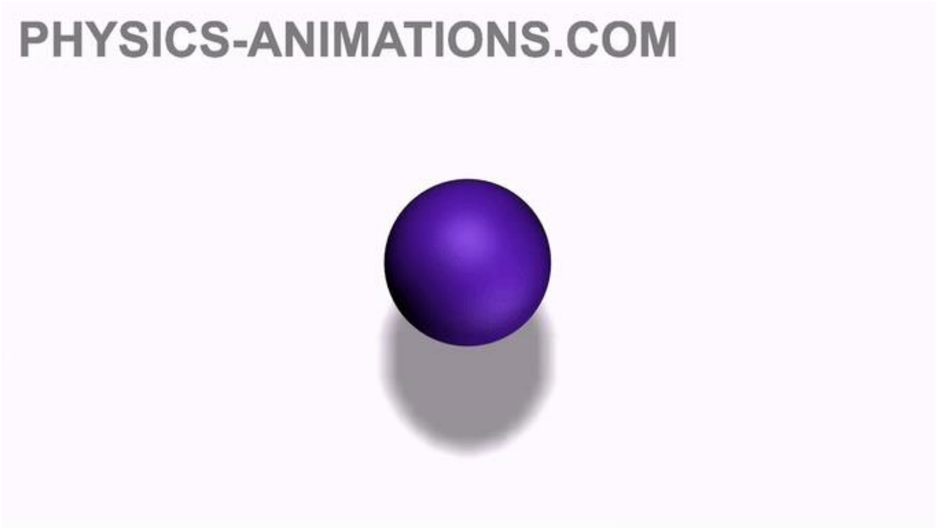


电子能量损失谱

弹性碰撞

弹性碰撞： 散射前后系统的动能保持不变





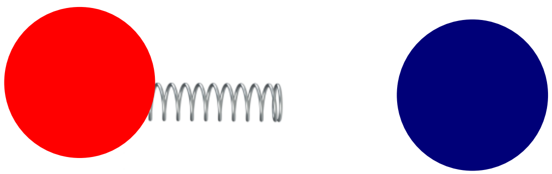
非弹碰撞

非弹性碰撞举例

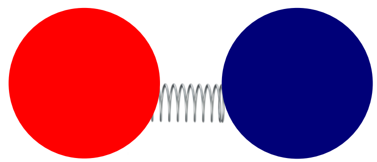
系统碰撞前后动能有损失

弹性碰撞的过程

碰撞前



碰撞中



动能转换为势能

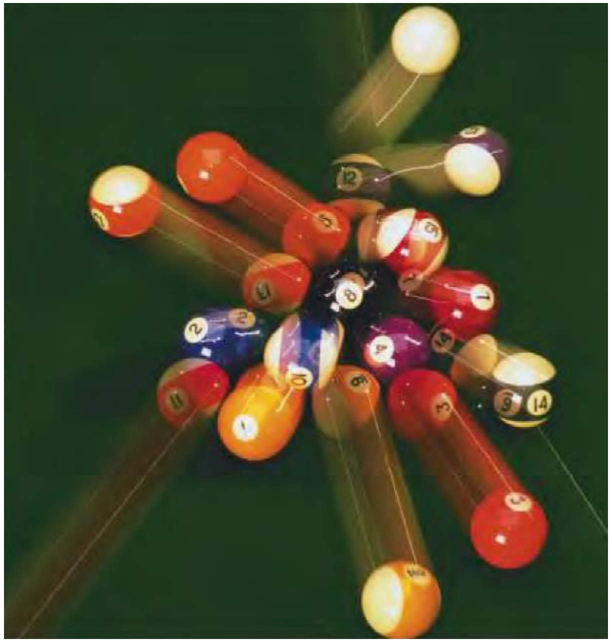
碰撞后

势能恢复为动能

弹性与非弹碰撞

弹性与非弹碰撞(外力作用可忽略时），均保持动量守恒

$$m_A\vec{v}_{A1x}+m_B\vec{v}_{B1x}=m_A\vec{v}_{A2x}+m_B\vec{v}_{B2x}$$



弹性碰撞还保持动能守恒

$$\frac{1}{2}m_A v_{A1x}{}^2+\frac{1}{2}m_B v_{B1x}^2=\frac{1}{2}m_A v_{A2x}{}^2+\frac{1}{2}m_B v_{B2x}^2$$

弹性碰撞

一维弹性碰撞，物体B碰撞前处于静止状态

$$\frac{1}{2}m_A v_{A1}^2 = \frac{1}{2}m_A v_{A2}^2 + \frac{1}{2}m_B v_{B2}^2$$ 动能守恒

$$m_A v_{A1} = m_A v_{A2} + m_B v_{B2}$$ 动量守恒

重新排列：

$$m_B v_{B2}^2 = m_A（v_{A1}^2 - v_{A2}^2) = m_A(v_{A1} - v_{A2})(v_{A1} + v_{A2})$$

$$m_B v_{B2} = m_A(v_{A1} - v_{A2})$$

两式相除：

$$v_{B2} = v_{A1} + v_{A2}$$

一维弹性碰撞

物体B静止

$$V_{A2}=\frac{m_A-m_B}{m_A+m_B}v_{A1}$$

$$V_{B2}=\frac{2m_A}{m_A+m_B}v_{A1}$$

碰撞后的速度取决于两个物体的相对质量

m_A远远小于m_B

$$v_{A2}=-v_{A1}$$

$$v_{B2}\approx 0$$

m_A远远大于m_B

$$v_{A2}=v_{A1}$$

$$v_{B2}=2v_{A1}$$

m_A等于m_B

$$v_{A2}=0$$

$$v_{B2}=v_{A1}$$