

1.  $a > 0$ , 证明  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1$

2. 当  $n \rightarrow \infty$  时, 计算下列函数的极限

$$\frac{n^k}{a^n} \quad (a > 1, k \in \mathbb{Z}^+)$$

$$\frac{a^n}{n!} \quad (a > 1)$$

$$\frac{n!}{n^n}$$

$$\frac{n^n}{(n!)^2}$$

3. 设  $\{a_n\}$  是一个非负数列, 且  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A \geq 0$ , 证明  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{a_n} = \sqrt{A}$

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n)$

5. 设  $a_n = \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{4} \cos \frac{\theta}{8} \cdots \cos \frac{\theta}{2^n}$ , 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$