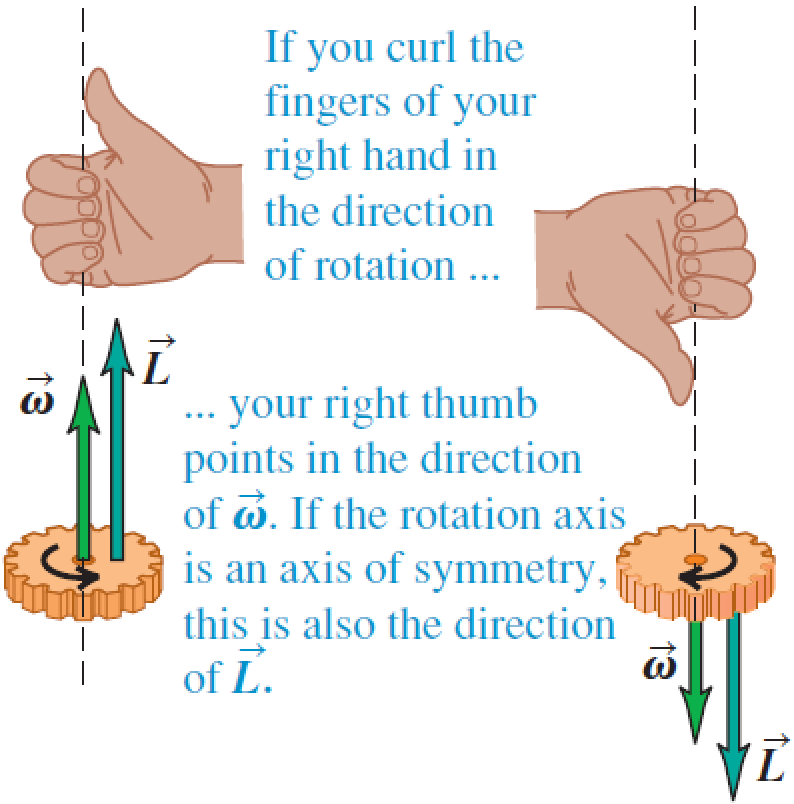
陀螺

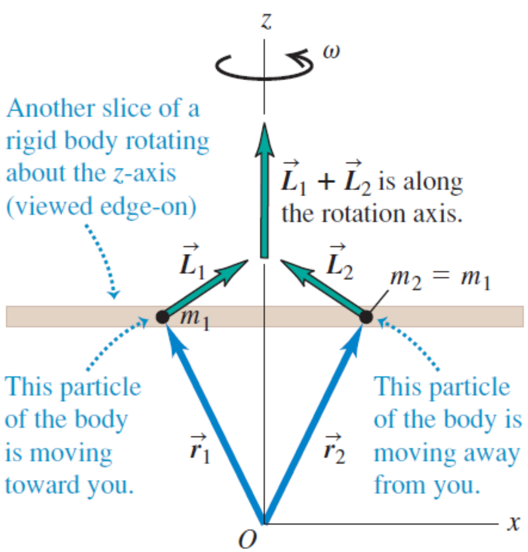
定轴转动中的旋转轴为刚体对称轴



只有转动轴为刚体的对称轴，

$\vec{L}$与$\vec{w}$平行

m_1向我们运动，m_2远离我们，当m_1和m_2相同，合角动量沿z.



陀螺

$$\vec{M}=\frac{d\vec{L}}{dt}$$

定点支持力矩为0，忽略摩擦力矩，则重力矩

$\vec{M}=\vec{r}\times m\vec{g}$

角动量改变量$d\vec{L}=\vec{M}dt=(\vec{r}\times m\vec{g})dt$

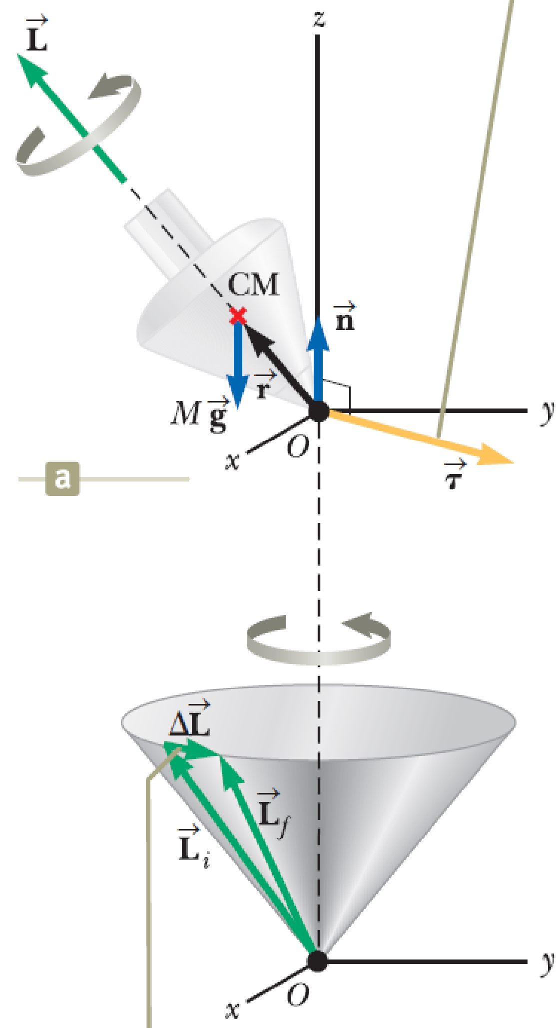
$\vec{L}//\vec{r}$

而$d\vec{L}=\vec{L}_f-\vec{L}_i=\vec{M}dt$,因此$d\vec{L}\perp\vec{r},d\vec{L}\perp m\vec{g}$

因而$d\vec{L}\perp\vec{L}$

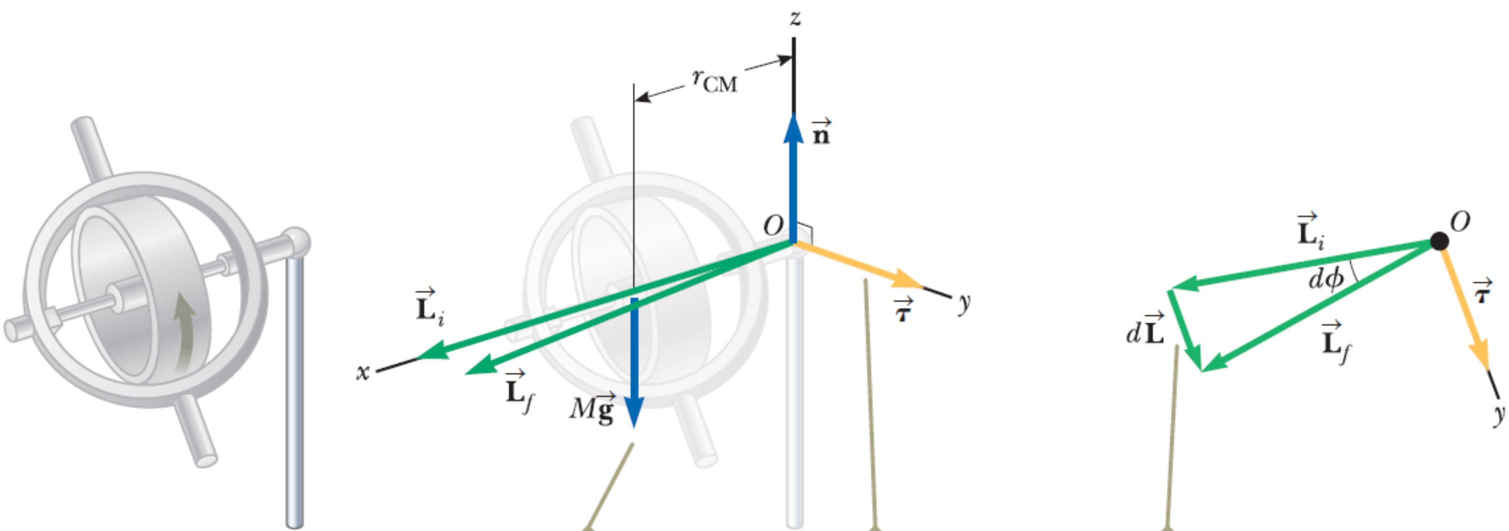
因此$\vec{L}$大小不变$\left(\left|\vec{L}_F\right|=\left|\vec{L}_i\right|\right)$，仅改变方向（进动）

右手定则显示$\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}=\vec{r}\times m\vec{g}$在$xy$平面



$\Delta\vec{L}$的方向平行于力矩$\vec{M}$

陀螺仪



重力$m\vec{g}$沿-z方向对陀螺仪绕支点产生一个沿y方向的力矩。

力矩导致角动量变化dL平行于力矩矢量。陀螺仪的轴在dt时间内变化角度dϕ

$$d\phi = \frac{dL}{L} = \frac{\sum \tau_{\text{ext}}\, dt}{L} = \frac{(Mgr_{\text{CM}})\, dt}{L}$$

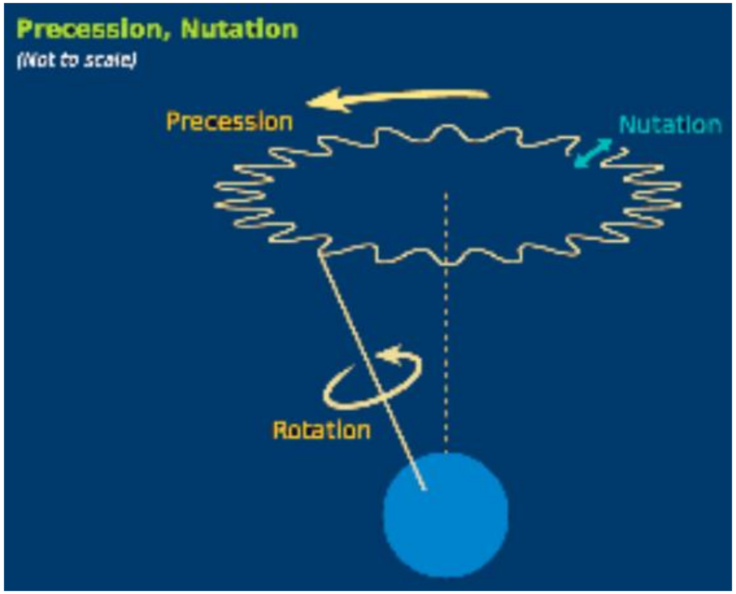
$$L = I\omega$$

进动频率

$$\omega_p = \frac{d\phi}{dt} = \frac{Mgr_{\text{CM}}}{I\omega}$$

地球的进动

章动



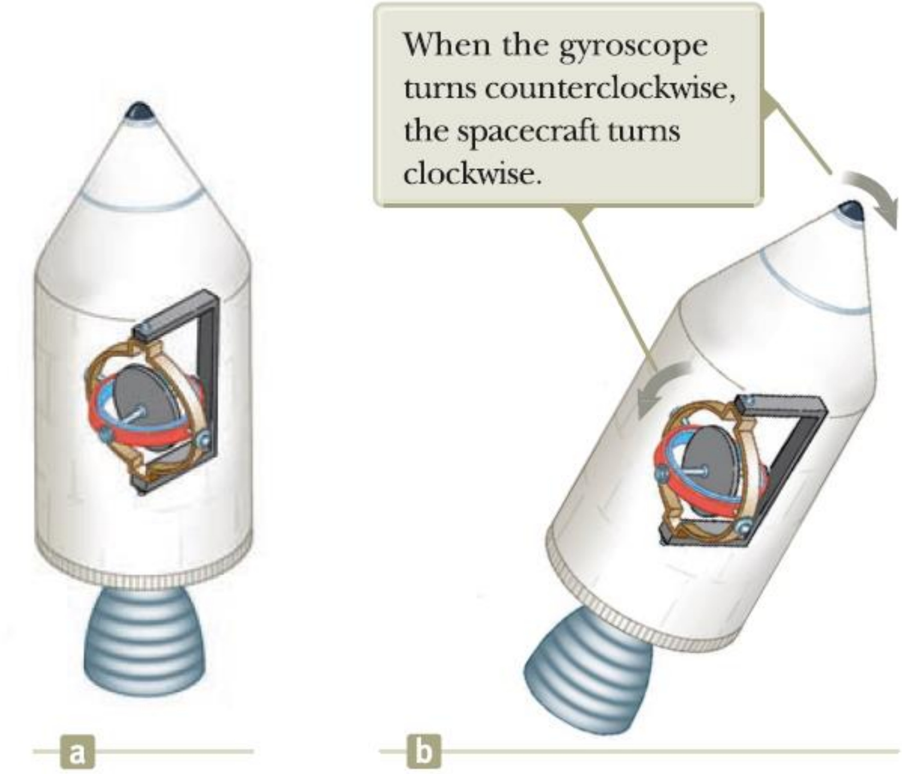
质量分布非中心对称，除进动（φ角)外，
还有章动(θ角)。

平衡陀螺

转子，内环，外环与质心重合，
重力矩为0，角动量守恒。

陀螺惯性导航系统

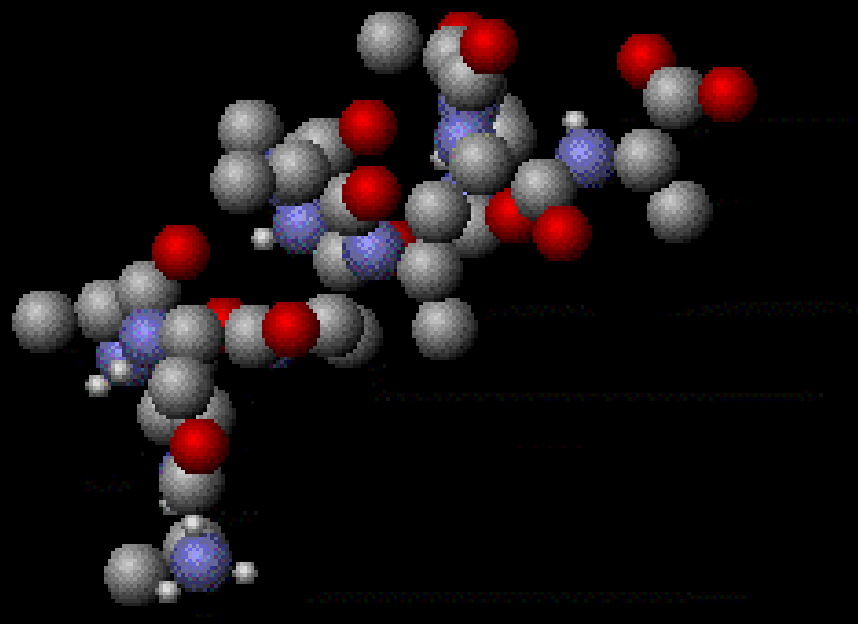
陀螺仪的应用



通过产生特定方向角动量，改变空间飞行器的方向。

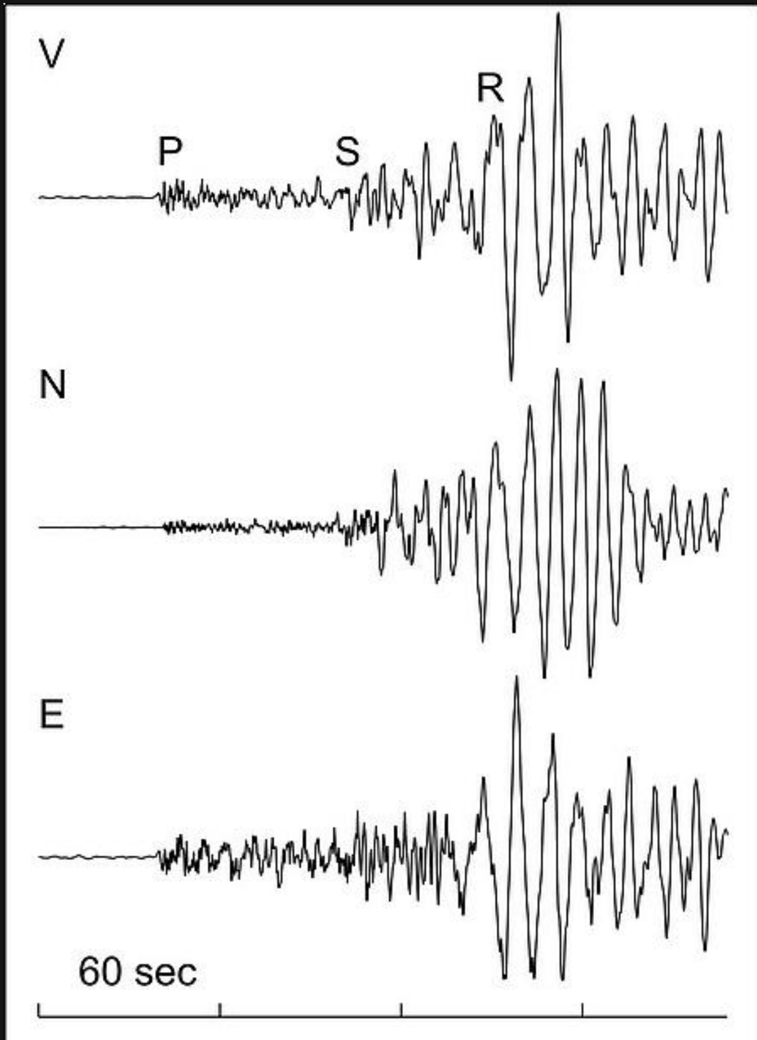

神舟十号直播，王亚平展示陀螺定向原理...
CH
15:14
客户端播放
CCTV 13
新 闻
手持摄像机拍摄图像
00:05 / 03:00
弹幕
登录
发一波弹幕一吐为快吧！
发送
标清
倍速

振动



振动

振动： 周期性的运动



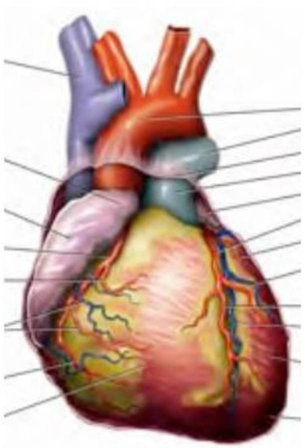
地震波

股市行情

哈雷彗星：
76年回归一次。

周期性的运动让我们找出规律

振动现象

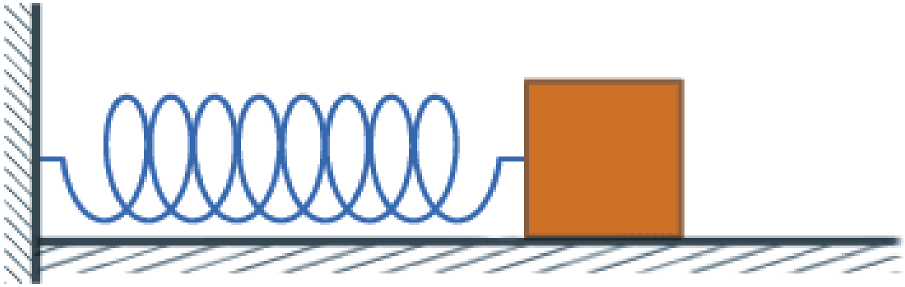


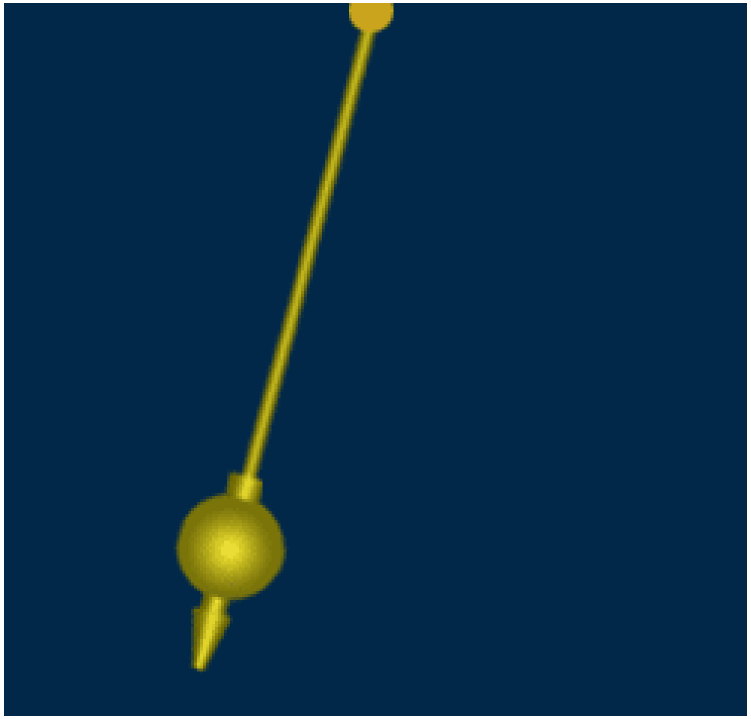
心跳

听(20-20kHz)、说

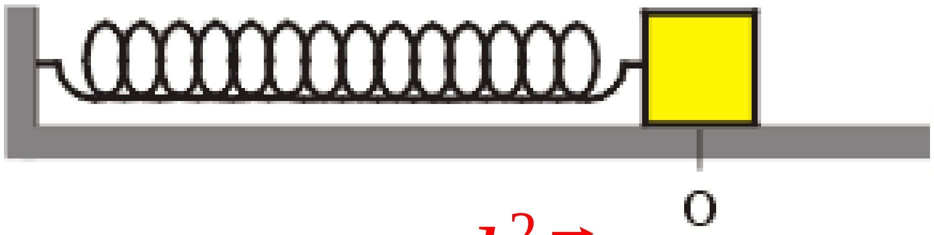
看、颜色

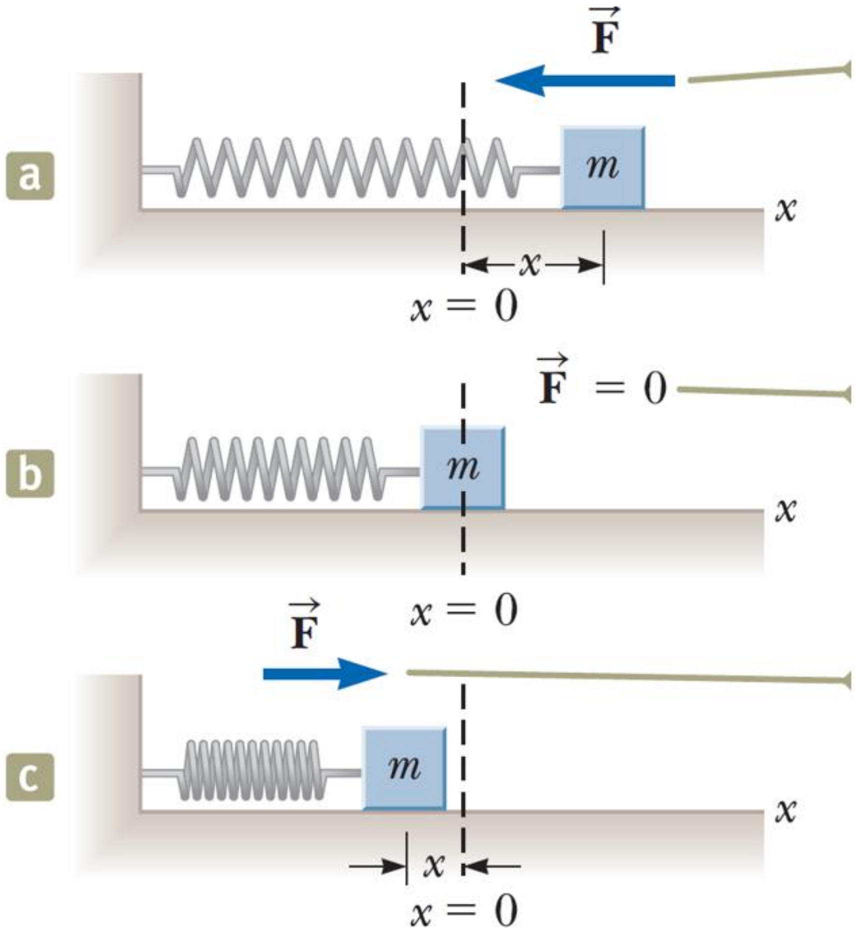
振动





一维弹簧振子





$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d^2\vec{x}}{dt^2}$$

$$\vec{F} \to -x$$

和位移方向相反的力总是将质点拉向平衡位置，形成周期运动

弹簧谐振子

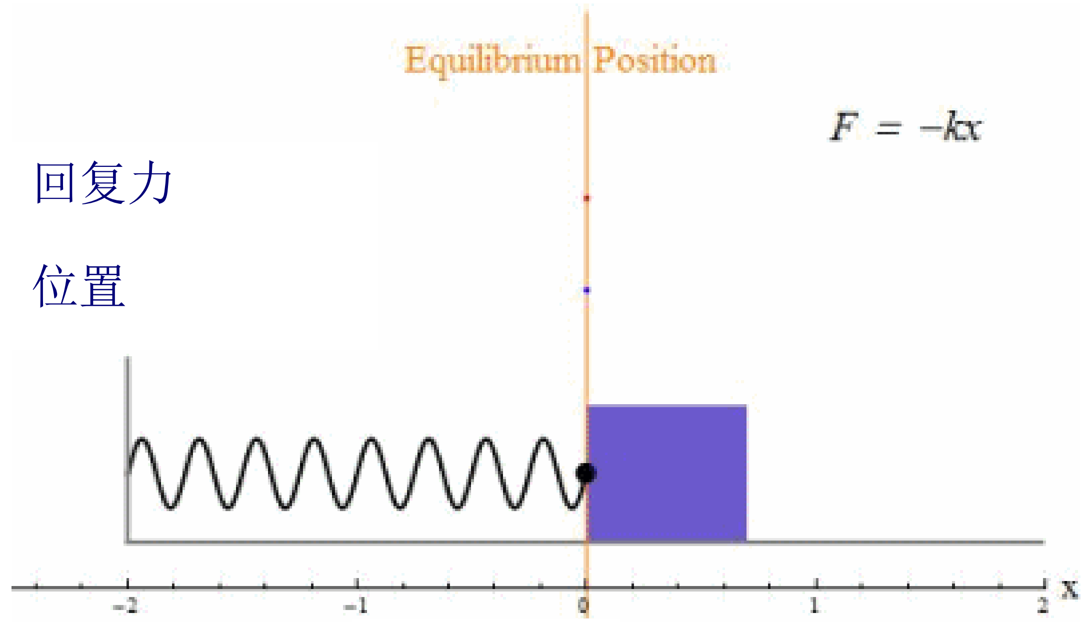
谐振子：

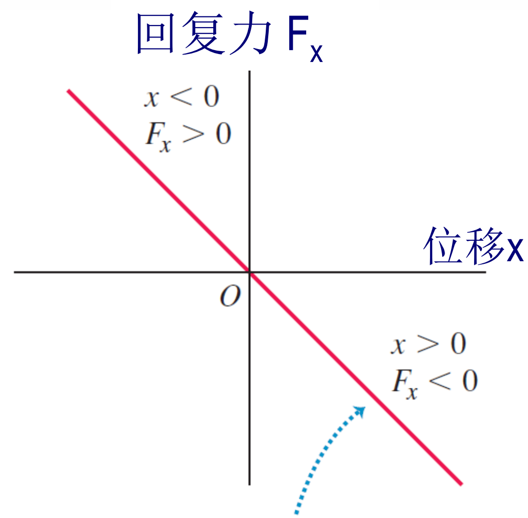
$$F = -kx$$

$$F = -kx^2$$

$$F = -kx^3$$

$$F = -k_1x - k_2x^2 - \ldots$$



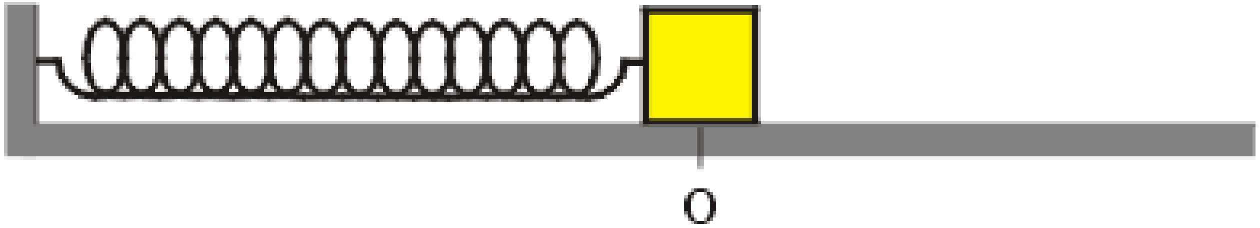


谐振子

$$f=-kx, m\frac{d^2x}{dt^2}=-kx$$

运动方程：

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-\frac{k}{m}x$$



引入$w_0{}^2=\frac{k}{m}$

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-w_0^2x$$

$$\frac{dx}{dt}=-w_0A\sin(w_0t+\varphi_0)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-w_0^2A\cos(w_0t+\varphi_0)=-w_0^2x$$

$$x(t)=A\cos(w_0t+\varphi_0)$$

简谐运动

$$x(t) = A\cos(w_0 t + \varphi_0)$$

w_0本征角频率，只与k和m相关

$$w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

频率$f_0 = \dfrac{w_0}{2\pi}$

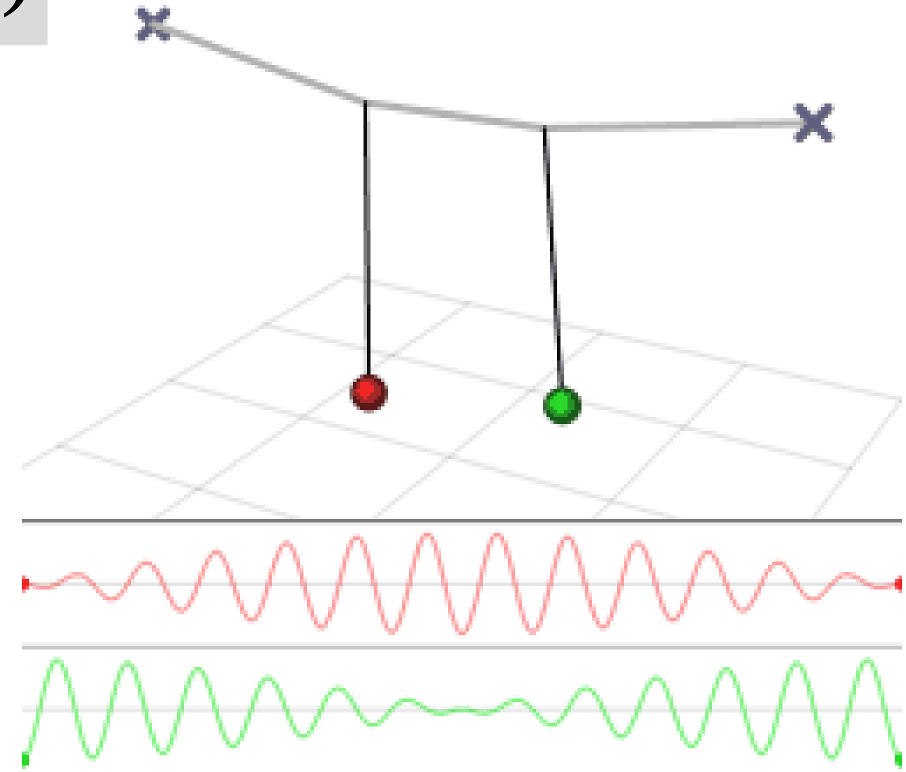
w_0单位rad/s

谐振子振荡的频率和振幅无关

$$x(t) = A\cos(w_0 t + \varphi_0)$$

$$w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -w_0^2 x$$

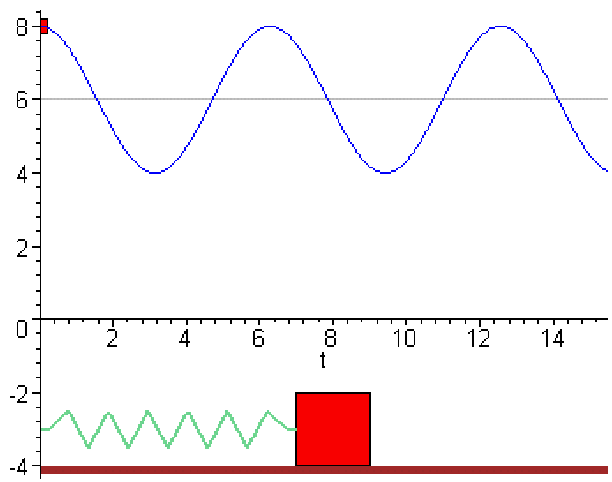


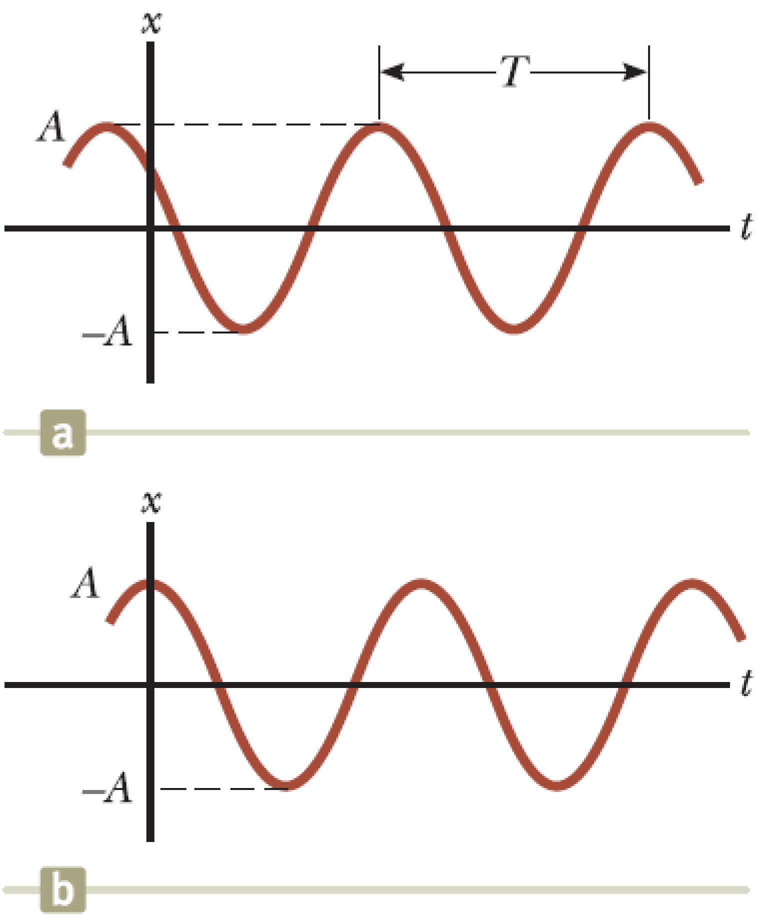
相位

$$x(t) = A\cos(w_0 t + \varphi_0)$$

φ_0：初始相位

A 振幅

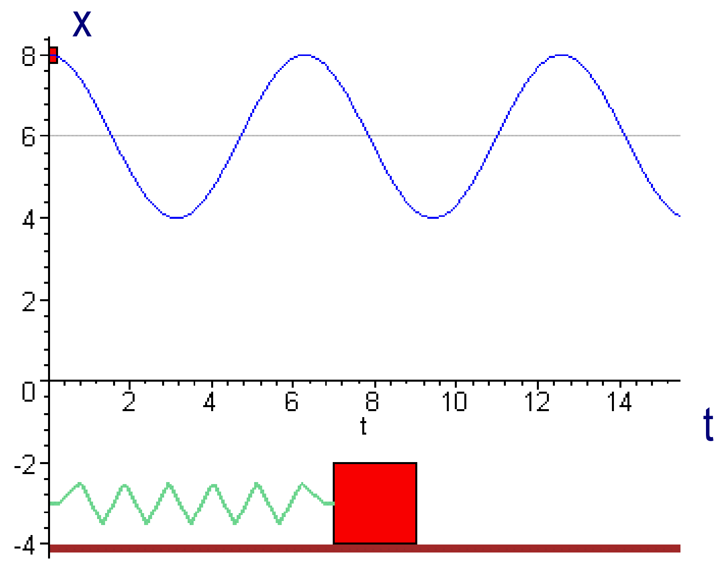




$$\text{周期} T = 1/f_0 = \frac{2\pi}{w_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

简谐运动

初始条件t=0时的(x_0, v_0)决定振幅A和相位φ_0



$$t = 0$$

$$x_0 = A\cos(\varphi_0)$$

$$v_0 = \frac{dx}{dt}\Big|_{t=0} = -Aw_0 \sin(\varphi_0)$$

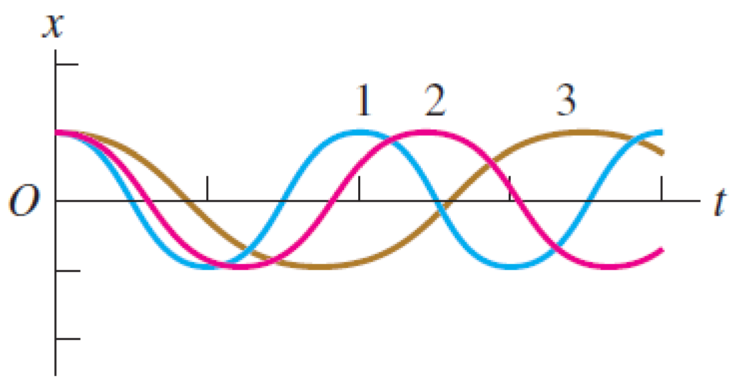
解出：

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{w_0^2}}, \varphi_0 = -\arctan\frac{v_0}{x_0 w_0}$$

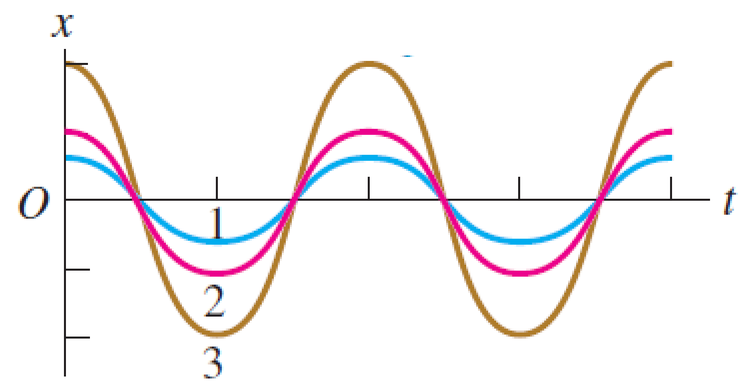
$$x(t) = A\cos(w_0 t + \varphi_0)$$

简谐运动

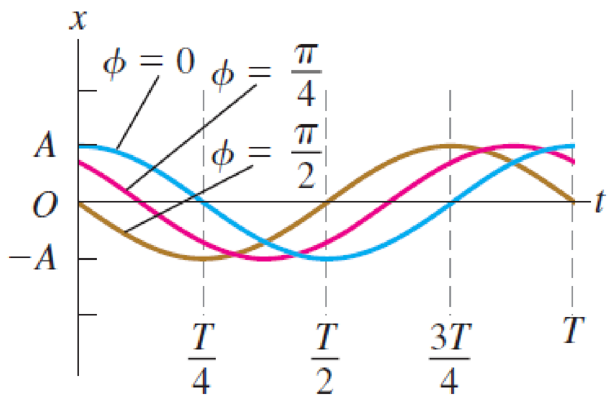
不同频率（周期）



不同振幅



不同相位

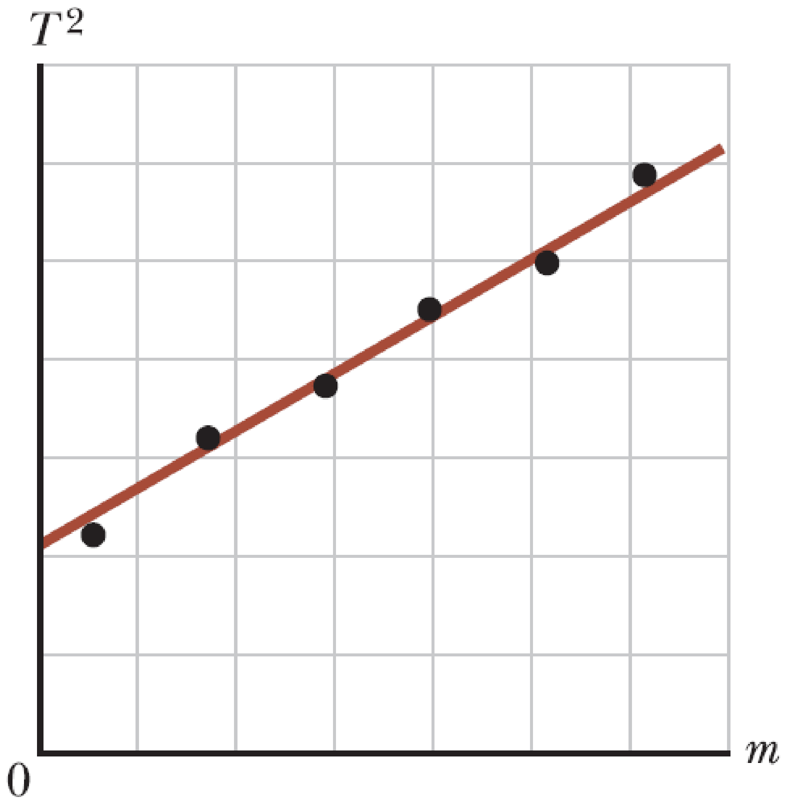


思考

右图是实验上，测量一个弹簧的周期T的平方和质量的关系。

拟合为一条直线，但是直线并不能过原点，这是什么原因？

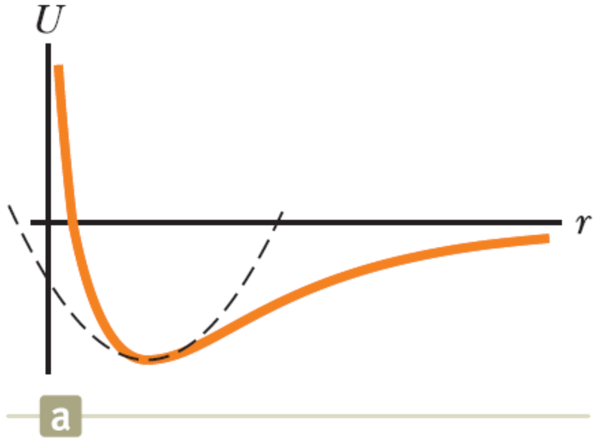
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

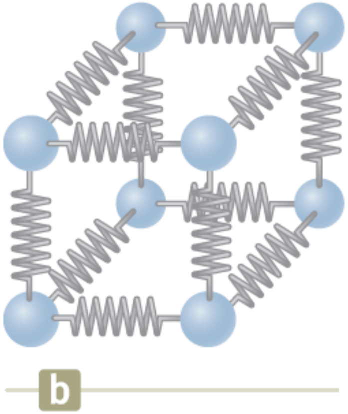


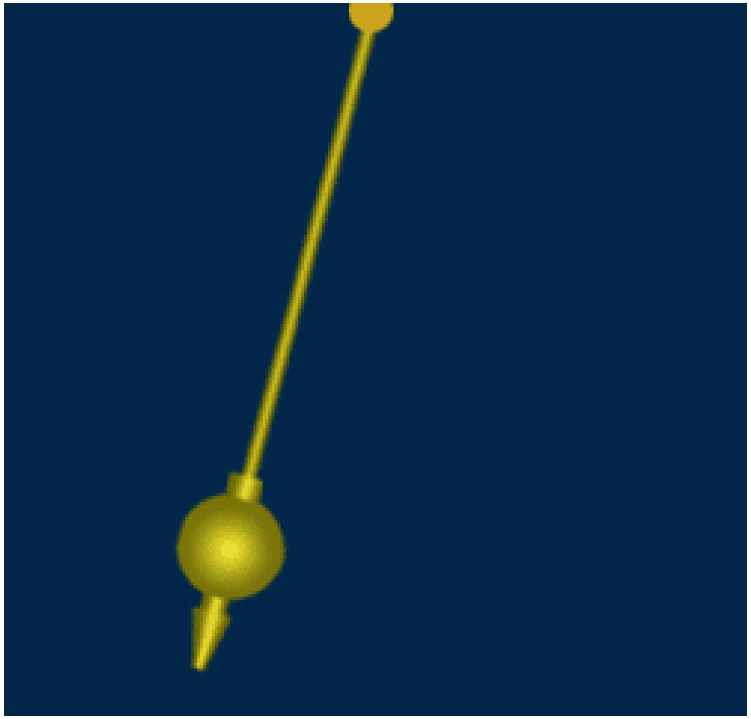
简谐运动

谐振子模型： 经典和量子物理中许多问题的严格或近似模型

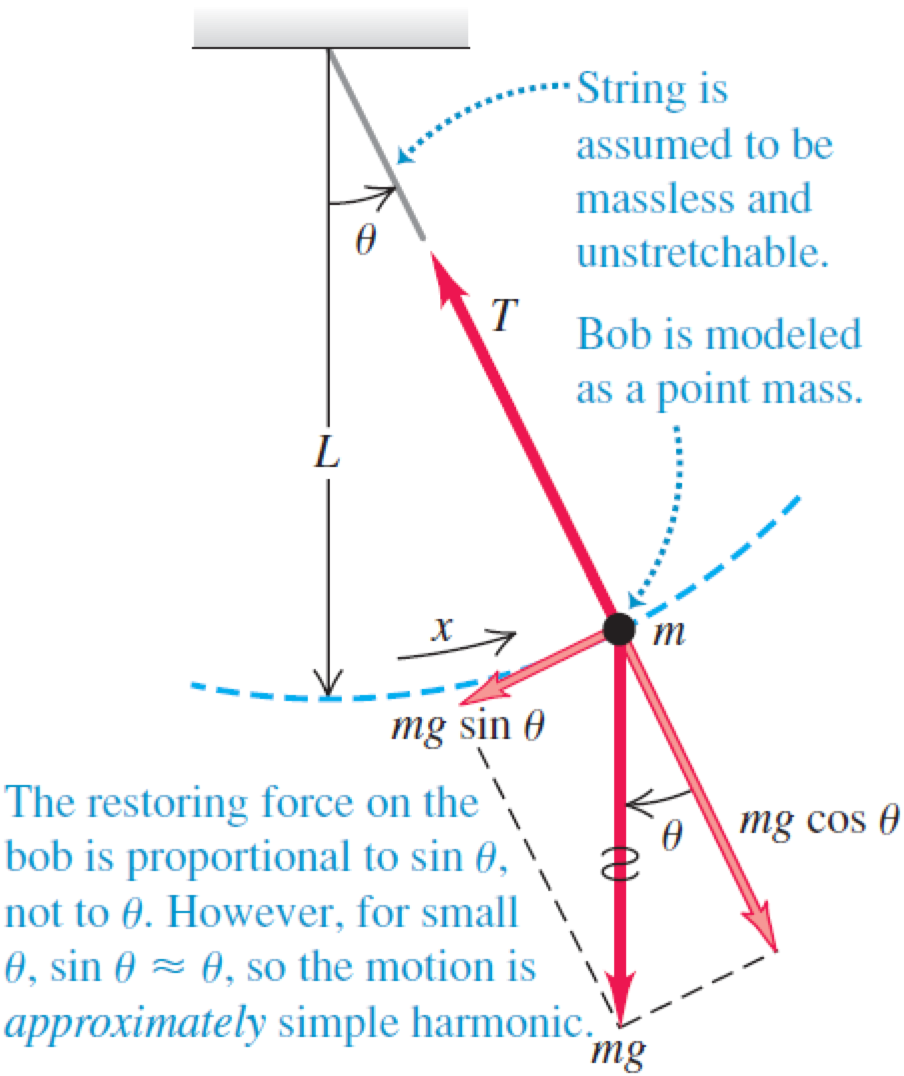
$$\frac{d^2x}{dt^2} + w_0^2 x = 0$$







单摆



$$I\frac{d^2\theta}{dt^2}=M_z$$

$$I=ml^2 \qquad M_z=-mgl\sin\theta$$

因此：

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{g}{l}\sin\theta=0$$

$$\sin\theta=\theta-\frac{\theta^3}{3!}+\frac{\theta^5}{5!}+\ldots$$

$\sin\theta\approx\theta$, 当θ较小时$(\theta<0.4rad)$