

复旦大学课程教学大纲

院系：数学科学学院

日期：2018 年 5 月 23 日

课程代码	MATH120021				
课程名称	高等数学 A(上)				
英文名称	Advanced Mathematics A I				
学 分 数	5	周学时	6	授课语言	中文
课程性质	<input type="checkbox"/> 通识教育专项 <input type="checkbox"/> 核心课程 <input type="checkbox"/> 通识教育选修 <input checked="" type="checkbox"/> 大类基础 <input type="checkbox"/> 专业必修 <input type="checkbox"/> 专业选修 <input type="checkbox"/> 其他				
教学目的	本课程是理工科各专业的重要基础课，是高等数学课程内容的第一部分。通过对一元函数微积分学及其应用和空间解析几何等知识的学习，使学生具备学习后续课程所需要的数学基础知识，而且培养学生的抽象思维、逻辑推理、空间想象、科学计算的能力，以及运用数学技术解决实际问题的能力。				
基本内容简介	一元函数的极限与连续，一元函数微分学，一元函数积分学，向量、矩阵和行列式的基本知识，空间解析几何。				
基本要求：					
一、极限与连续					
教学内容					
1. 函数					
函数概念；函数的图像；函数的性质；复合函数；反函数；初等函数。					
2. 数列的极限					
无穷小量；无穷小量的运算；数列的极限；收敛数列的性质；单调有界数列；Cauchy 收敛准则。					
3. 函数的极限					
自变量趋于有限值时函数的极限；极限的性质；单侧极限；无穷远处的极限；					
4. 连续函数					
函数在一点的连续性；函数的间断点；区间上的连续函数；闭区间上连续函数的性质；无穷小和无穷大的连续变量。曲线的渐近线。					

教学要求

1. 理解函数、函数的图像、函数的奇偶性、单调性、周期性和有界性等概念及性质。
2. 理解复合函数的概念，了解反函数的概念。
3. 掌握基本初等函数的性质及其图像，了解初等函数的概念。
4. 理解数列极限的概念。
5. 掌握数列极限的性质及四则运算法则。
6. 掌握单调有界数列必有极限的准则，掌握数列极限的夹逼准则，并会利用它们求极限，了解 Cauchy 收敛原理。
7. 理解函数极限的概念（含自变量趋于有限值或无穷大时的极限及单侧极限）。
8. 掌握函数极限的性质及四则运算法则，掌握利用两个重要的极限求有关的极限。
9. 理解无穷小和无穷大的概念，掌握无穷小的比较法，会用等价无穷小求极限。
10. 理解函数连续性的概念，会判断函数的间断性。
11. 了解连续函数的性质和初等函数的连续性，了解闭区间上连续函数的性质，掌握这些性质的简单应用。
12. 会求曲线的水平、垂直和斜渐近线。

二、一元函数微分学

教学内容

1. 微分与导数的概念

微分的概念；导数的概念；导数的意义；微分的几何意义。

2. 求导运算

初等函数的导数；四则运算的求导法则；复合函数求导的链式法则；反函数求导法则；对数求导法；高阶导数。

3. 微分运算

基本初等函数的微分公式；微分运算法则；一阶微分的形式不变性；隐函数求导法；参数方程确定的函数求导；微分的应用：近似计算、误差估计。

4. 微分学中值定理

局部极值与 Fermat 定理；Rolle 定理；微分学中值定理；Cauchy 中值定理。

5. L'Hospital 法则

$\frac{0}{0}$ 型的极限； $\frac{\infty}{\infty}$ 型的极限；其它不定型的极限。

6. Taylor 公式

带 Peano 余项的 Taylor 公式；带 Lagrange 余项的 Taylor 公式；Maclaurin 公式。

7. 函数的单调性和凸性

函数的单调性；函数的极值；最大值和最小值；函数的凸性；曲线的拐点；函数图像的描绘。

8. 方程的近似求解

教学要求

1. 理解微分和导数的概念、关系和几何意义。会用导数描述一些物理量，理解函数的可微性和连续性的关系。

2. 熟练掌握导数的四则运算法则和复合函数求导的链式法则，熟练掌握基本初等函数的求导公式、掌握反函数求导方法，隐函数求导方法和参数方程确定的函数的求导法，掌握对数求导法。

3. 理解高阶导数的概念，会求简单函数的高阶导数。

4. 了解微分的四则运算法则和一阶微分的形式不变性，会求函数的微分，了解微分在近似计算和误差估计中的应用。

5. 理解并能应用 Rolle 定理，Lagrange 微分中值定理，了解并会用 Cauchy 中值定理。

6. 掌握用 L'Hospital 法则求未定式极限的方法。

7. 掌握带 Peano 余项和 Lagrange 余项的 Taylor 公式，掌握 Maclaurin 公式。

8. 理解函数极值的概念，掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法，掌握函数最大值和最小值的求法及其应用。

9. 掌握用导数判断函数的凸性和拐点的方法。

10. 掌握根据函数的微分性质描绘函数图像的方法。

11. 了解求方程近似解的 Newton 切线法。

三、一元函数积分学

教学内容

1. 定积分的概念、性质和微积分基本定理

面积问题；路程问题；定积分的定义；定积分的性质；原函数；微积分基本定理。

2. 不定积分的计算

不定积分；基本不定积分表；第一类换元积分法（凑微分法）；第二类换元积分法；分部积分法；有理函数的积分；某些无理函数的积分；三角函数有理式的积分。

3. 定积分的计算

分部积分法；换元积分法；数值积分：梯形公式、抛物线公式（Simpson 公式）。

4. 定积分的应用

微元法；面积问题：直角坐标下的区域、极坐标下的区域；已知平行截面面积求体积；旋转体的体积；曲线的弧长；旋转曲面的面积；由分布密度求分布总量：质量、引力、液体对垂直壁的压力；动态过程的累积效应：功。

5. 反常积分

无穷限的反常积分；比较判别法；无界函数的反常积分；Cauchy 主值积分； Γ 函数；B 函数。

教学要求

1. 理解定积分的概念、意义和性质，理解原函数的概念。
2. 掌握微积分基本定理。
3. 掌握不定积分的基本公式，掌握不定积分的第一换元积分法和第二换元积分法，掌握分部积分法。
4. 会计算有理函数的积分、某些无理函数的积分和三角函数有理式的积分。
5. 掌握定积分计算的换元积分法和分部积分法。
6. 了解数值积分的梯形公式和 Simpson 公式。
7. 了解定积分应用的微元法，掌握用定积分表达和计算一些几何量和物理量的方法（包括平面图形的面积，已知平行截面面积求体积，旋转体的体积，曲线的弧长，旋转曲面的面积，质量、引力、液体对垂直壁的压力，功）。
8. 了解反常积分的概念，掌握关于反常积分收敛性的比较判别法，了解 Cauchy 主值积分，会计算反常积分。了解 Γ 函数和 B 函数的概念及基本性质。

四、向量、矩阵和行列式

四、向量、矩阵和行列式

教学内容

1. 向量与矩阵

向量；矩阵；矩阵的运算；分块矩阵的运算。

2. 行列式

n 阶行列式的定义；行列式的性质。

3. 逆矩阵

逆矩阵的定义；用初等变换求逆矩阵；Cramer 法则。

教学要求

1. 理解向量和矩阵的概念。掌握矩阵的线性运算、乘法、转置、共轭转置以及它们的运算规则，了解分块矩阵的概念、性质及运算。
2. 理解 n 阶行列式的定义，掌握行列式的性质，并能利用这些性质计算行列式。
3. 理解逆矩阵的概念，掌握矩阵可逆的主要条件，会用初等变换求逆矩阵，会用伴随矩阵求矩阵的逆，掌握 Cramer 法则。

五、空间解析几何

教学内容

1. 内积、外积和混合积的性质及运算。
2. 直线和平面的各种常用方程。
3. 点到平面、直线的距离，直线与直线、直线与平面的交角。
4. 曲面方程的概念，以坐标轴为旋转轴的旋转曲面方程、柱面、锥面方程；曲面的参数方程。
5. 空间曲线的参数方程和一般方程。
6. 常用二次曲面的方程及其图形。

教学要求

1. 掌握向量的内积、外积和混合积的概念、性质及运算。
2. 掌握常用平面方程和直线方程及其求法，能根据平面和直线的相互关系解有关问题。
3. 掌握点到平面、直线的距离的计算方法，掌握直线与直线、直线与平面的交角的计算方法。
4. 理解曲面方程的概念，会求以坐标轴为旋转轴的旋转曲面及一些柱面和锥面方程，了解曲面的参数方程。
5. 了解空间曲线的参数方程和一般方程。
6. 掌握常用二次曲面的方程及其图形。

授课方式

课堂授课加习题课。

主讲教师简介：

金路 复旦大学数学科学学院教授，博士导师，从教 30 余年，长期主讲高等数学和数学分析课程。

教学团队成员

姓名	性别	职称	院系	在教学中承担的职责
吴汉忠	男	副教授	数学科学学院	
徐惠平	男	副教授	数学科学学院	
刘旭胜	男	讲师	数学科学学院	
范恩贵	男	教授	数学科学学院	
石磊	男	副教授	数学科学学院	
吴河辉	男	青年研究员	数学科学学院	
张永前	男	教授	数学科学学院	
徐胜芝	男	副教授	数学科学学院	
周子翔	男	教授	数学科学学院	
黄昭波	男	副教授	数学科学学院	
丁青	男	教授	数学科学学院	
许亚善	男	副教授	数学科学学院	
程晋	男	教授	数学科学学院	
丁琪	男	青年副研究员	数学科学学院	
王凯	男	教授	数学科学学院	

教学内容安排（共计 18 周，具体到每周内容）：

第一周：函数的概念；函数图像；函数的性质；复合函数；反函数；初等函数。无穷小量；无穷小量的运算；数列的极限的概念；数列极限的性质及四则运算法则。

第二周：收敛数列的性质；单调有界数列；Cauchy 收敛准则。自变量趋于有限值时函数的极限性质；单侧极限；无穷远处的极限。函数极限的性质及四则运算法则；两个重要的极限。

第三周：函数在一点的连续性；函数的间断点；区间上的连续函数；闭区间上连续函数的性质；无穷小和无穷大的连续变量。曲线的渐近线。

第四周：微分的概念；导数的概念；导数的意义；微分的几何意义。初等函数的导数；四则运算的求导法则；复合函数求导的链式法则；反函数求导法则；对数求导法；高阶导数。

第五周：基本初等函数的微分公式；微分运算法则；一阶微分的形式不变性；隐函数求导法；参数方程确定的函数求导；微分的应用：近似计算、误差估计。

第六周：局部极值与 Fermat 定理；Rolle 定理；微分中值定理；Cauchy 中值定理。

第七周： $\frac{0}{0}$ 型的极限； $\frac{\infty}{\infty}$ 型的极限；其它不定型的极限。带 Peano 余项的 Taylor 公式；带 Lagrange 余项的 Taylor 公式；Maclaurin 公式。

第八周：函数的单调性；函数的极值；最大值和最小值；函数的凸性；曲线的拐点；函数图像的描绘。方程的近似求解。

第九周：定积分的概念，定积分的性质；原函数；微积分基本定理。不定积分的基本公式；第一类换元积分法（凑微分法）；第二类换元积分法。

第十周：不定积分的分部积分法；有理函数的积分；某些无理函数的积分；三角函数有理式的积分。

第十一周：定积分的分部积分法；换元积分法；数值积分：梯形公式、抛物线公式（Simpson 公式）。定积分的应用：面积问题；已知平行截面面积求体积；旋转体的体积。

第十二周：曲线的弧长；旋转曲面的面积；由分布密度求分布总量：质量、引力、液体对垂直壁的压力；动态过程的累积效应：功。无穷限的反常积分；比较判别法；无界函数的反常积分；Cauchy 主值积分； Γ 函数；B 函数。

第十三周：向量；矩阵；矩阵的运算；分块矩阵的运算。 n 阶行列式的定义；行列式的性质。

第十四周：逆矩阵的定义；用初等变换求逆矩阵；Cramer 法则。

第十五周：内积、外积和混合积的性质及运算。直线和平面的各种常用方程。点到平面、直线的距离，直线与直线、直线与平面的交角。

第十六周：曲面方程的概念；以坐标轴为旋转轴的旋转曲面方程、柱面和锥面方程；曲面的参数方程。空间曲线的参数方程和一般方程。常用二次曲面的方程及其图形。

第十七、十八周：考试考察。

课内外讨论或练习、实践、体验等环节设计：

通过教材与教学参考书上的习题及补充习题，以及应用内容，引导同学积极讨论。

如需配备助教，注明助教工作内容：

需要多名助教批改作业，并与任课教师交流存在的问题，及时解决。

考核和评价方式（提供学生课程最终成绩的分数组成，体现形成性的评价过程）：

平时成绩 20% 期末考成绩 80%

教材（包括作者、书名、出版社和出版时间；如使用自编讲义，也请列明）：

《高等数学（第四版）》（上），金路、童裕孙、於崇华、张万国编，高等教育出版社，2016。

教学参考资料（包括作者、书名、出版社和出版时间）：

《高等数学同步辅导与复习提高（第三版）》，金路、徐惠平编，复旦大学出版社，2018。

表格栏目大小可根据内容加以调整。