

# Fisica per applicazioni di realtà virtuale

Anno Accademico 2022-23

Prof. Matteo Brogi

Dipartimento di Fisica, stanza B3, nuovo edificio

**Lezione 19**

Ottica geometrica - parte 1

# Esercizi sugli specchi

**Esercizio 11.01:** se una persona alta 1.60 m e con gli occhi posti a 1.50 m si specchia, quale deve essere l'altezza minima dello specchio e a che altezza dal suolo deve trovarsi il bordo inferiore perché sia in grado di riflettere l'intera figura?

**Esercizio 11.02:** Un oggetto alto 1.5 cm è posto a una distanza di 20 cm davanti a uno specchio concavo con raggio di curvatura 30 cm. Determinare la posizione dell'immagine e le sue dimensioni.

**Esercizio 11.03:** Un oggetto alto 1 cm è posto a 10 cm dallo stesso specchio dell'esercizio 11.02. Disegnare il diagramma dei raggi e verificare che la predizione qualitativa per la posizione e l'ingrandimento sono verificati dall'equazione degli specchi.

**Esercizio 11.04:** Uno specchietto retrovisore convesso ha raggio di curvatura 40 cm. Determinare posizione e ingrandimento dell'immagine di un oggetto posto a 10 m dallo specchio.

# Luce come un'onda: velocità in mezzi diversi

Nel **vuoto**, la luce ha velocità  $c = 2.99792458 \text{ m s}^{-1} \sim 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$   
**(costante** a tutte le  $\lambda$ )

Mezzo rifrangente	$n = c/v$
Vuoto	1.0000
Aria (standard)	1.0003
Acqua	1.33
Alcol etilico	1.36
Vetro:	
Quarzo fuso	1.46
Vetro crown	1.52
Vetro flint leggero	1.58
Metacrilato (Plexiglas)	1.51
Cloruro di sodio	1.53
Diamante	2.42

<sup>†</sup> $\lambda = 589 \text{ nm}$

In un mezzo diverso dal vuoto, la velocità  $v$  dipende dall'indice di rifrazione del mezzo  $n$ :

$$n = \frac{c}{v}$$

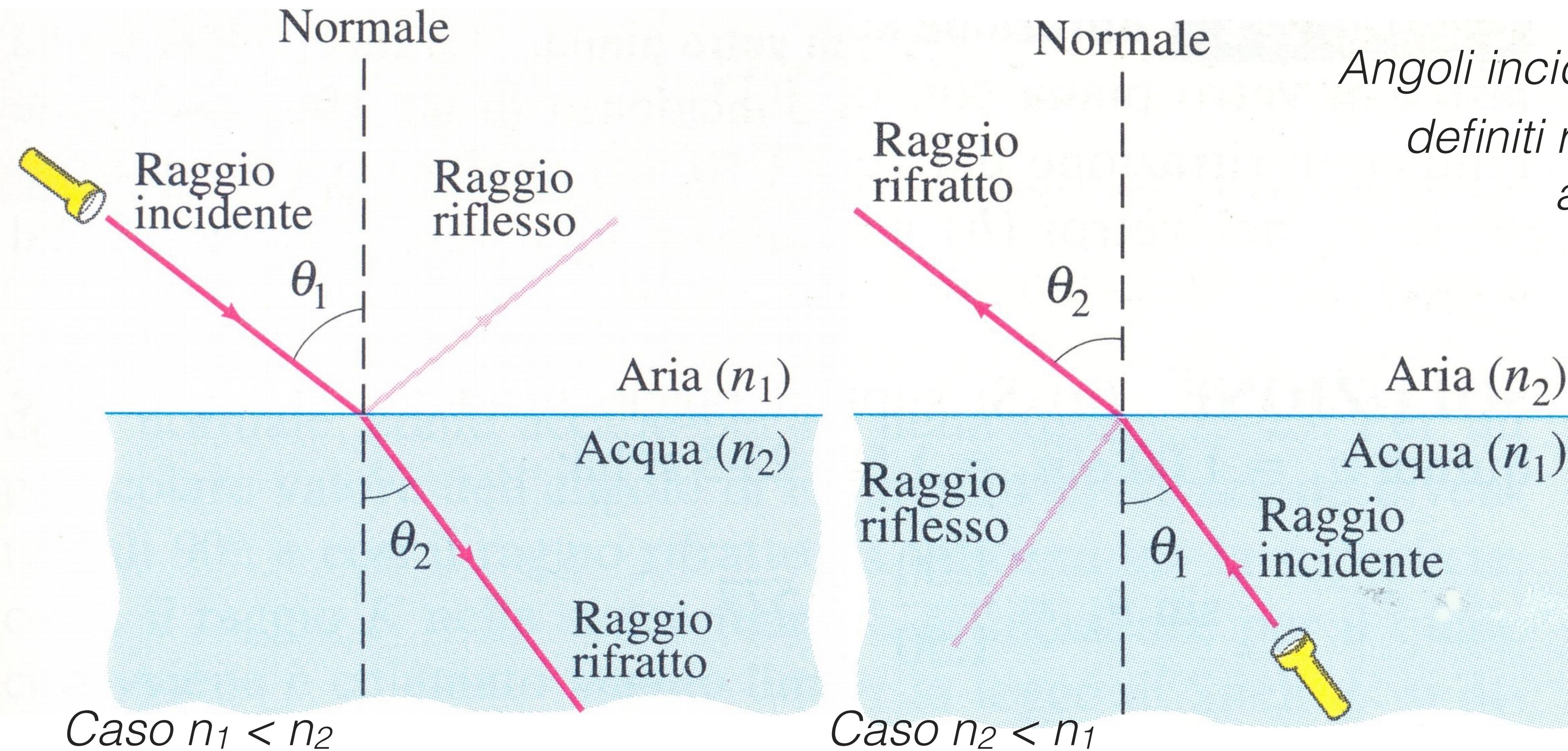
(la luce è un'onda elettromagnetica: dipende dalle caratteristiche elettromagnetiche del mezzo)

In aria  $v \sim c$  (cfr. onde acustiche)

In ogni mezzo diverso dal vuoto,  $v$  dipende da  $\lambda$

# Legge di Snell (della rifrazione)

All'interfaccia fra mezzi con  $n$  diverso, raggi vengono **riflessi** e **rifratti**  
(cfr. con riflessione e trasmissione di onde meccaniche)



*Angoli incidente ( $\theta_1$ ) e rifratto ( $\theta_2$ ):  
definiti rispetto alla normale  
all'interfaccia*

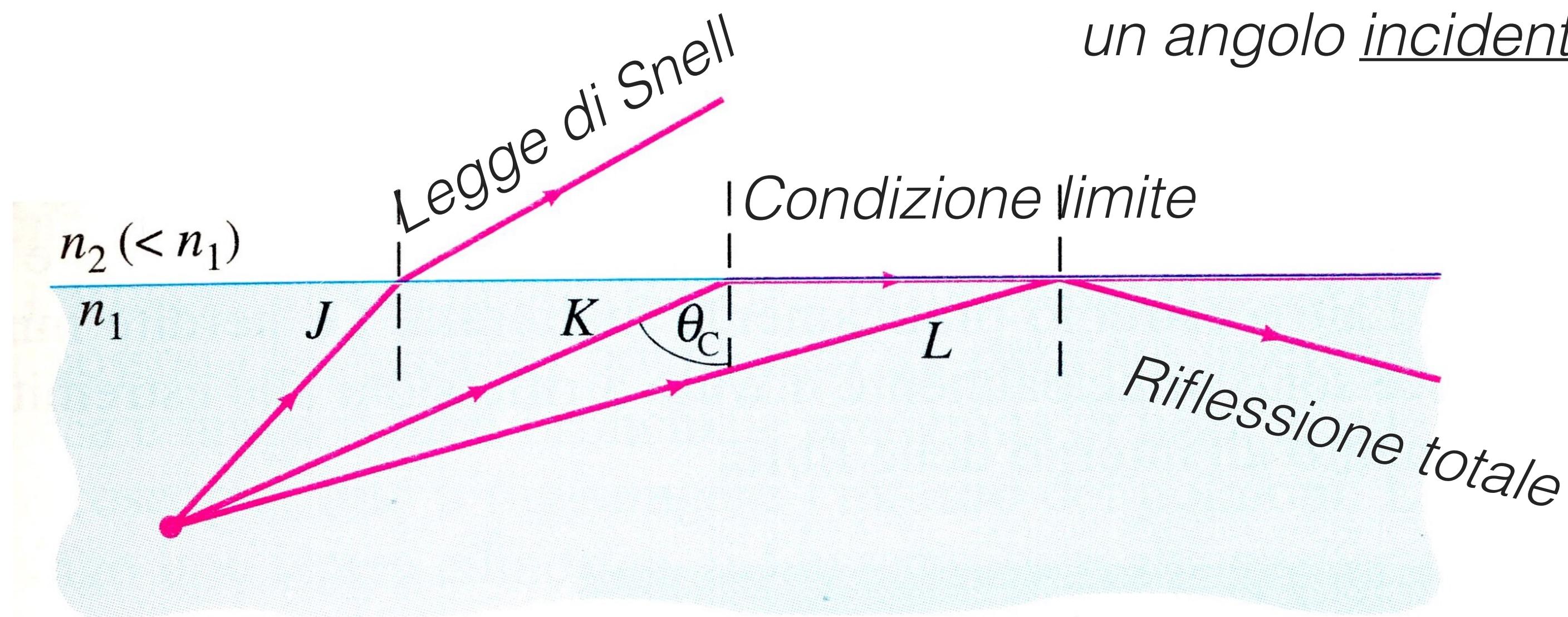
**Qualitativamente:**  
Il raggio si avvicina  
alla / allontana dalla  
normale se entra in  
un mezzo con  
velocità della luce  
minore / maggiore

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

**Legge di Snell**

# Riflessione totale: condizione limite della rifrazione

Effetto passando da  $n$  minori a maggiori (per es. acqua-aria)



Alla condizione **limite** corrisponde un angolo incidente critico  $\theta_c$

Alla condizione **limite** corrisponde un angolo rifratto pari a  $90^\circ$

$$\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1} \sin 90^\circ = \frac{n_2}{n_1}$$

## Qualitativamente:

Il raggio rifratto si allontana dalla normale così tanto da raggiungere la superficie e a giacere su di essa

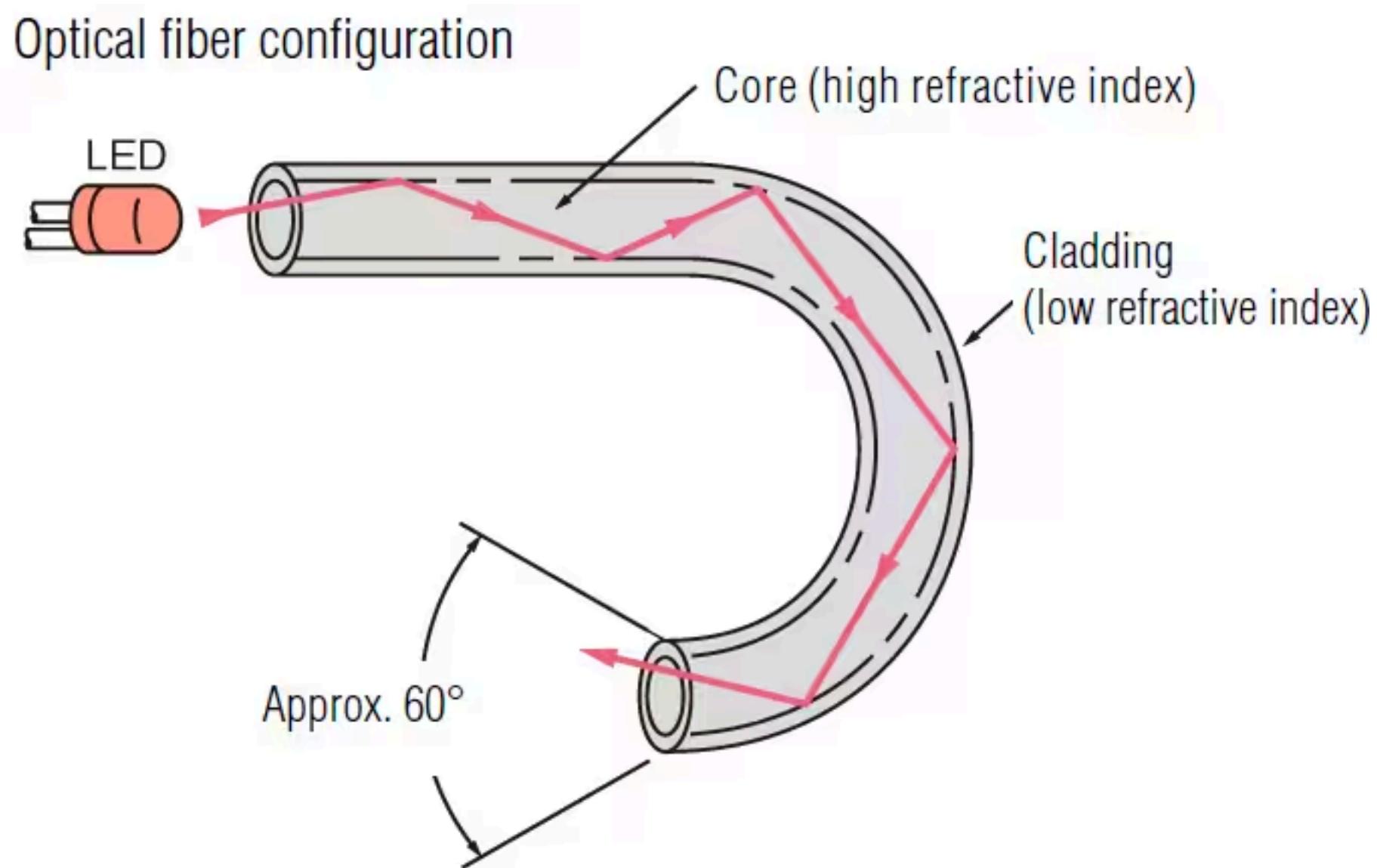
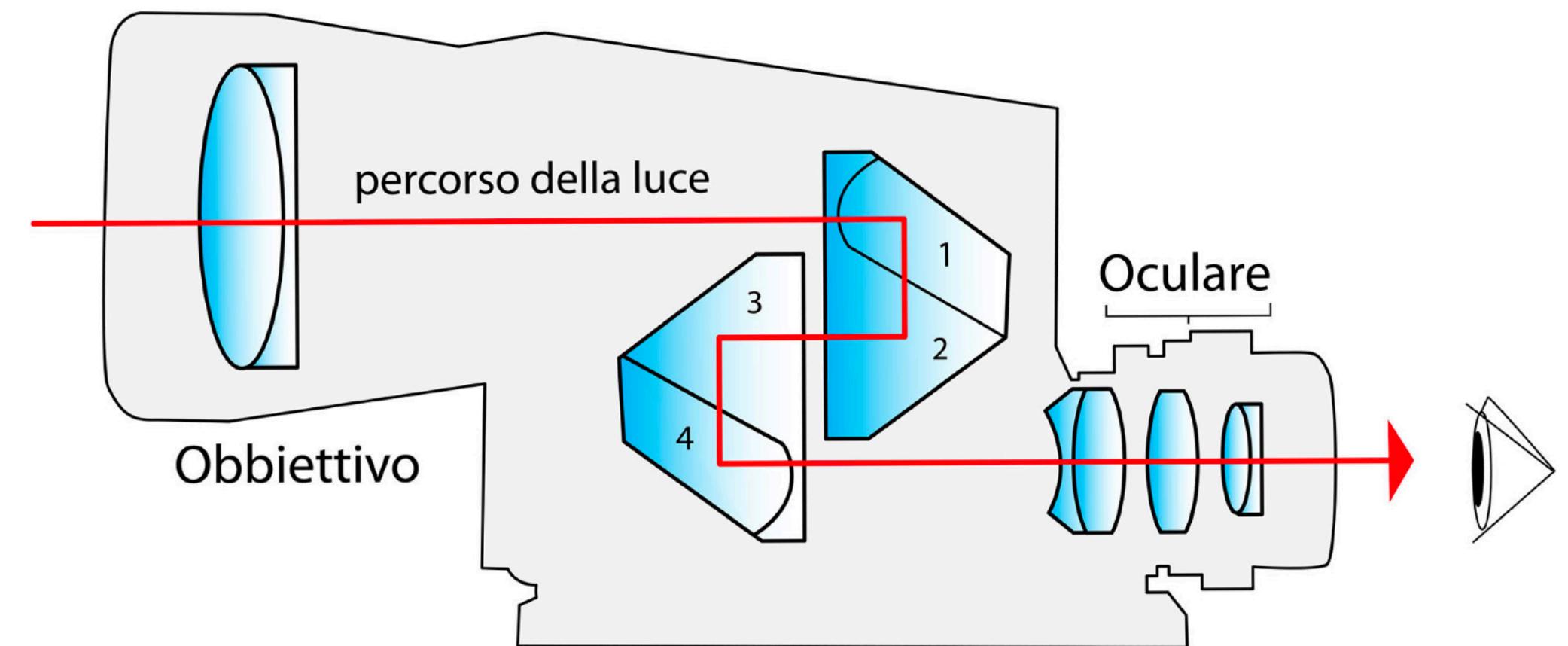
## Alcuni valori tipici:

**Acqua-aria:**  $\theta_c = 1/1.33 = 0.75 \text{ rad} = 49^\circ$

**Vetro-aria:**  $\theta_c = 0.63-0.68 \text{ rad} = 36-39^\circ$

# Applicazioni della riflessione totale

**Binocolo:** sistema di prismi (invece che specchi) con angolo  $> \theta_c$ . Come conseguenza la totalità della luce viene riflessa. Anche un sistema di lenti per mettere a fuoco / ingrandire (vedi slides successive)



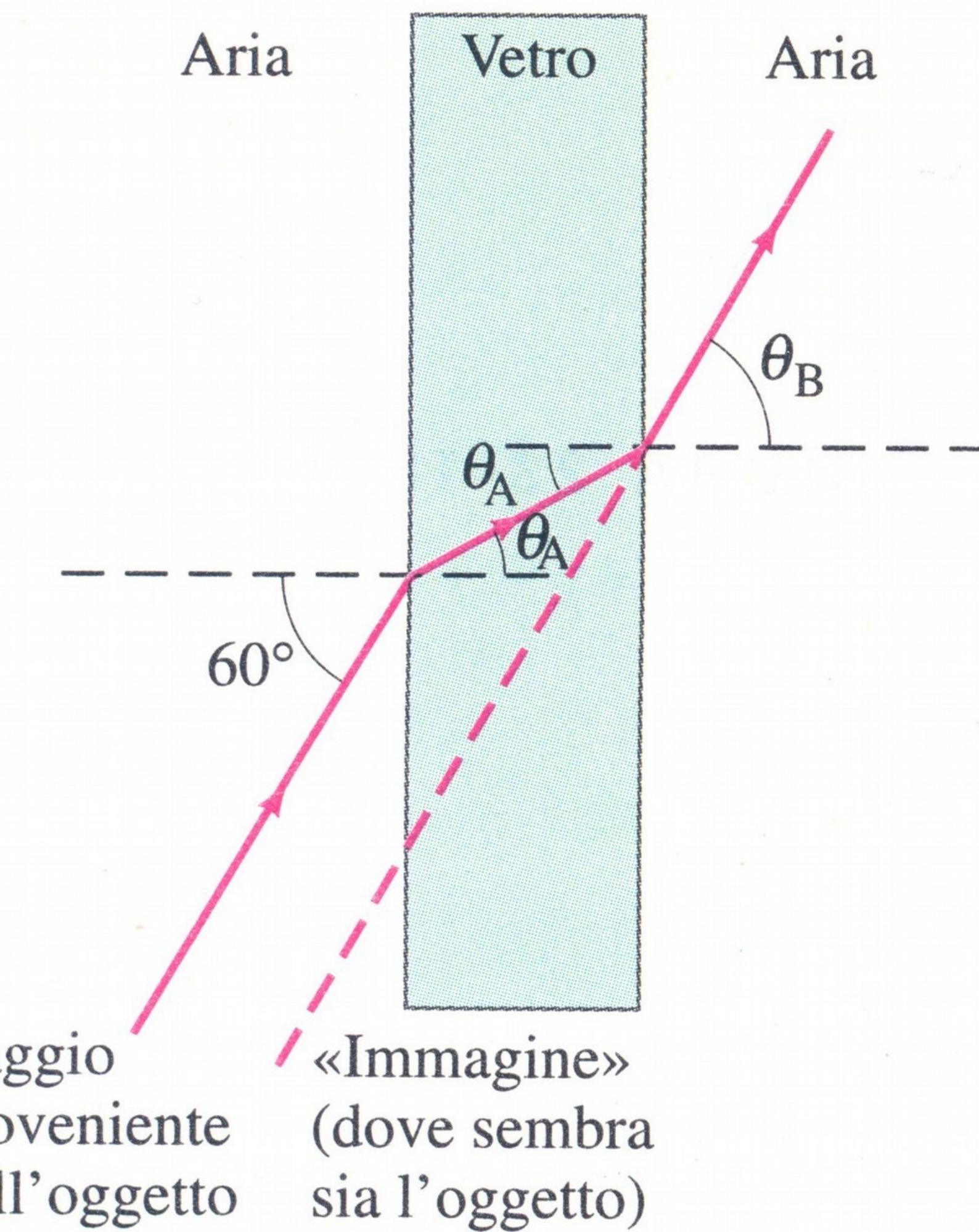
**Fibre ottiche** (o “guide d’onda” - waveguides): sfruttano angoli di “accettazione” molto elevati per generare riflessione totale anche in presenza di una curva. Trasmettono sia ottico che infrarosso (es. uso in astronomia), con attenuazione 0.5-3 dB/km. Ottime per trasportare segnali digitali. Possono essere combinate per trasportare immagini (per es. **endoscopio**).

# Effetti ottici conseguenza della rifrazione

Dovuti alla percezione della luce con propagazione rettilinea  
(l'osservatore “prolunga” il raggio oltre la superficie di separazione)



*Il classico esempio della  
“cannuccia nel bicchiere pieno”  
è in realtà molto complesso  
(lenti, tre mezzi, etc.)*



# Esercizi sulla rifrazione

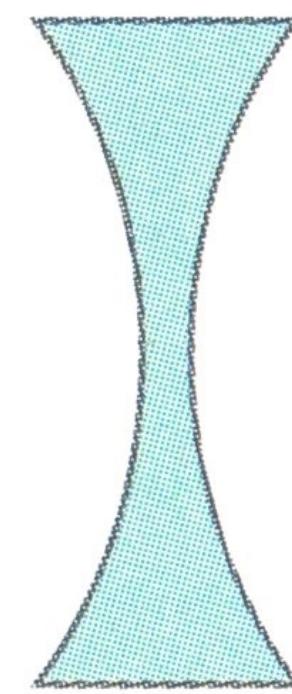
**Esercizio 11.05:** La luce colpisce una lastra di vetro piana con un angolo d'incidenza pari a  $60^\circ$ . Se l'indice di rifrazione del vetro è 1.5:

- a) Qual è l'angolo di rifrazione  $\theta_A$  nel vetro?
- b) Con quale angolo  $\theta_B$  il raggio riemerge dal vetro?

**Esercizio 11.06:** Un sasso è posato sul fondo di una piscina profonda 1 m. A quale profondità apparirà il sasso se osservato da sopra la superficie dell'acqua?

# Lenti sottili

Lenti: principale strumento ottico, lavorano in rifrazione (vetro o plastica)  
Possono avere varie forme (sferiche / cilindriche) anche diverse per ogni faccia



Doppio-concava



Piano-concava



Menisco-concava



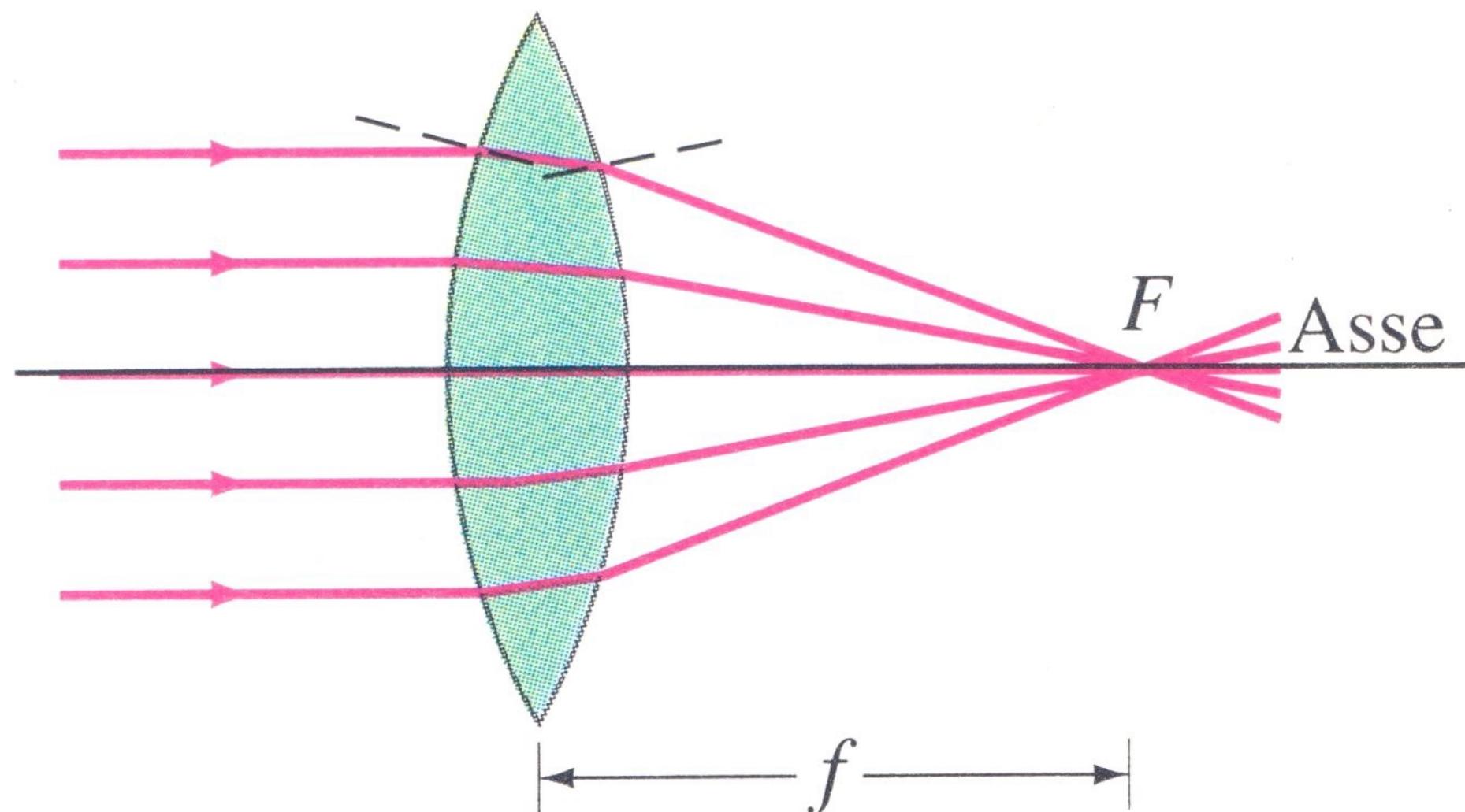
Doppio-convessa



Piano-convessa



Menisco-convessa



**Funzionamento:** due rifrazioni per raggio  
(rispetto a normali di entrata/uscita)  
Facce non coplanari  $\Rightarrow$  deviazione del raggio

A seconda della **curvatura** le immagini  
possono essere reali (come in figura) o virtuali

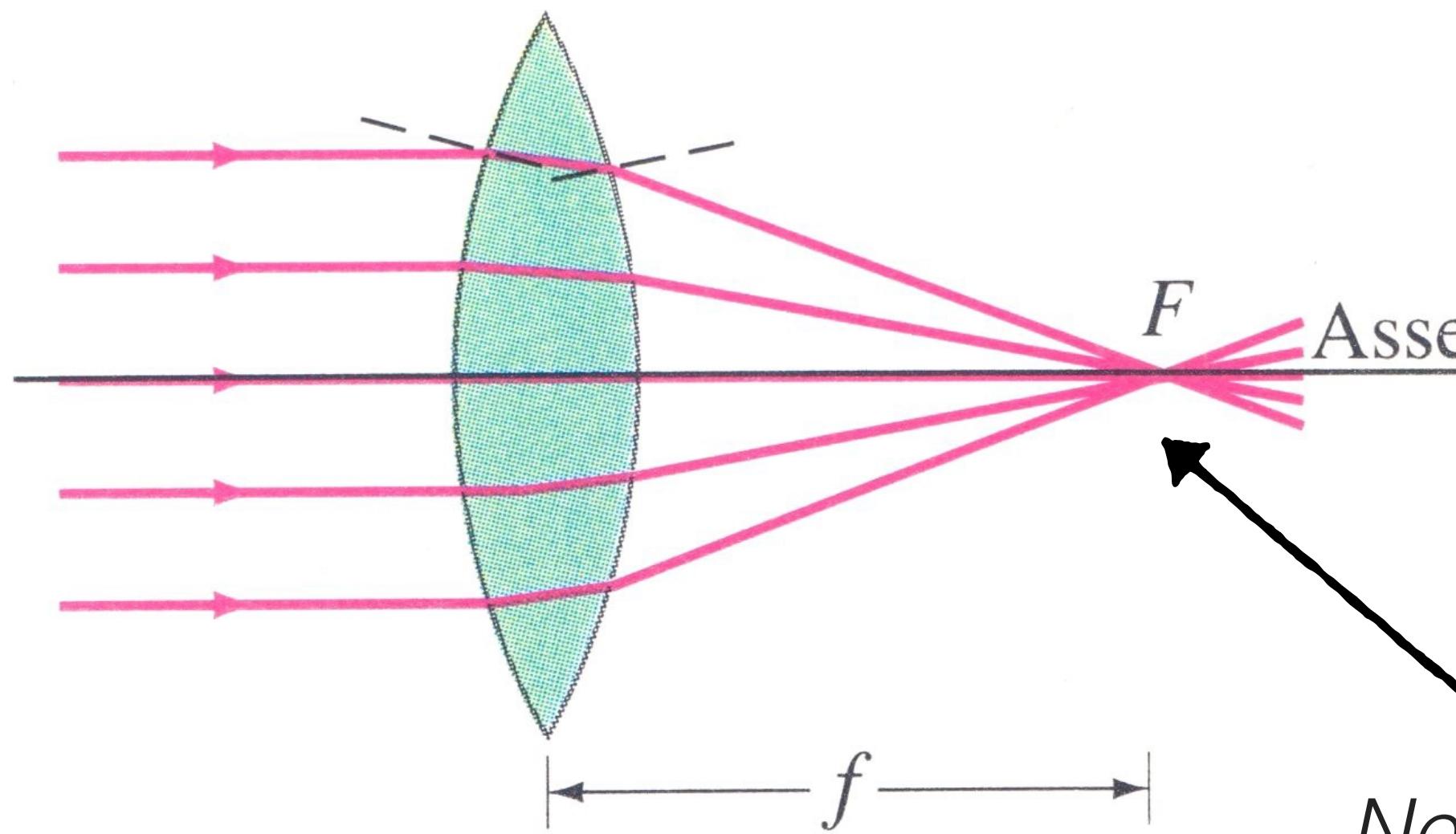
# Quando una lente è sottile?

Stessa nomenclatura degli specchi (curvatura, focale, immagine/oggetto, etc.)

Convergenza/divergenza: definita paragonando spessore al centro/lati.

## Lente convergente

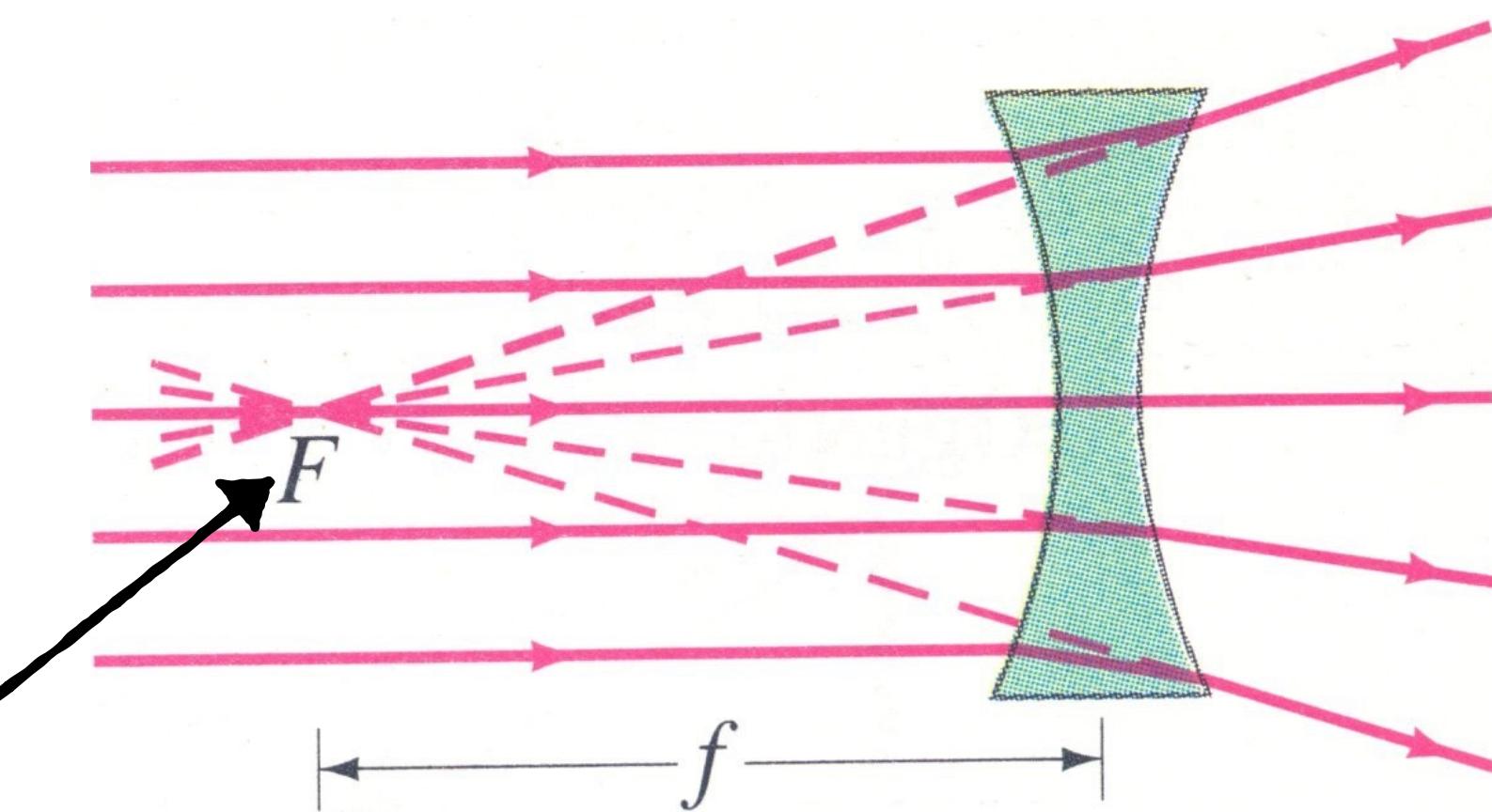
(più spessa al centro)



La **distanza focale** è misurata a partire dal centro della lente

## Lente divergente

(più spessa ai lati)

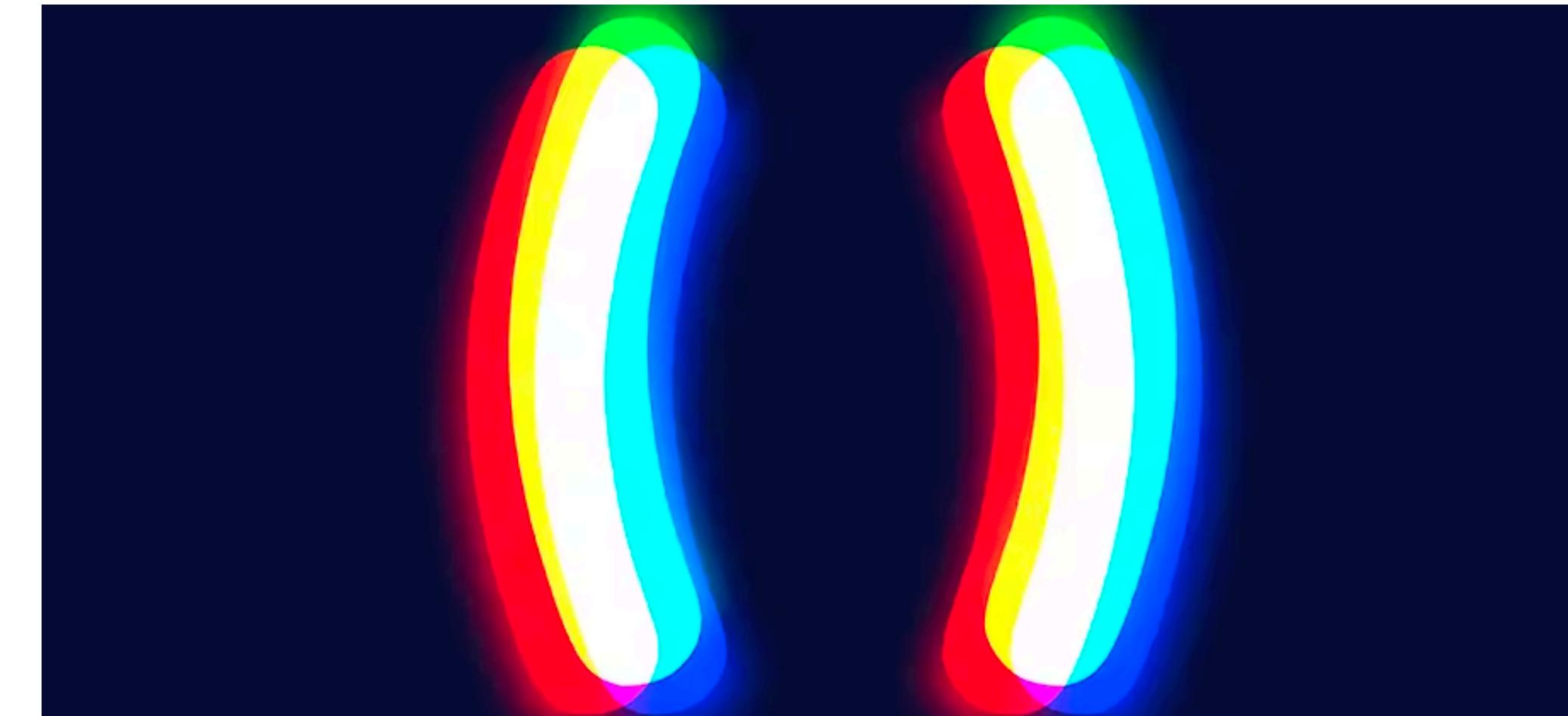
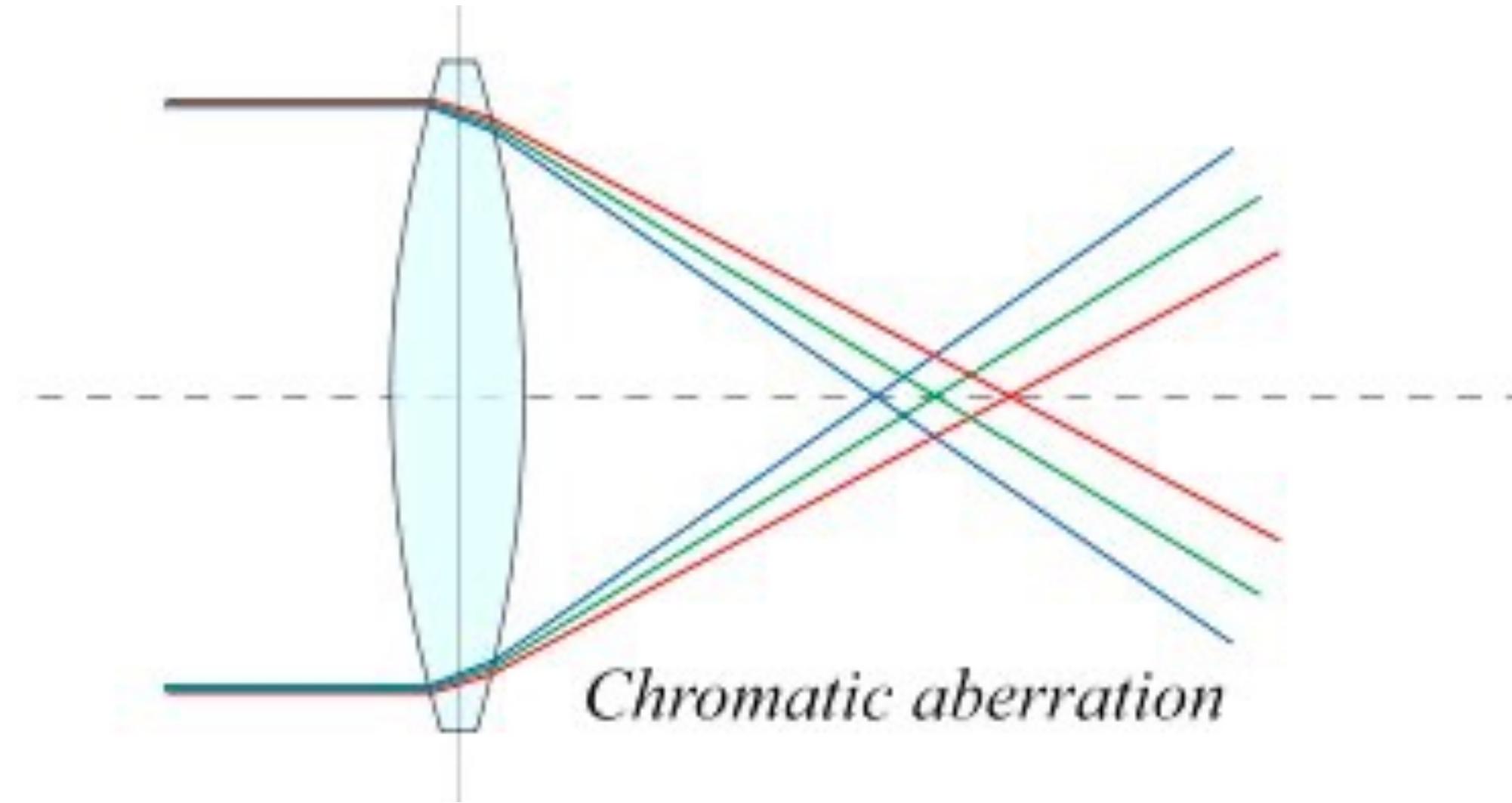


Nel **fuoco** convergono raggi paralleli (o il loro prolungamento) provenienti da distanza infinita

**Lente sottile:** spessore trascurabile rispetto ai raggi di curvatura e distanza focale  
⇒ serve a ridurre l'aberrazione sferica a un “punto”

# Un nuovo “difetto” delle lenti: aberrazione cromatica

Raggi di  $\lambda$  diverse convergono in punti diversi ( $n$  diverso)



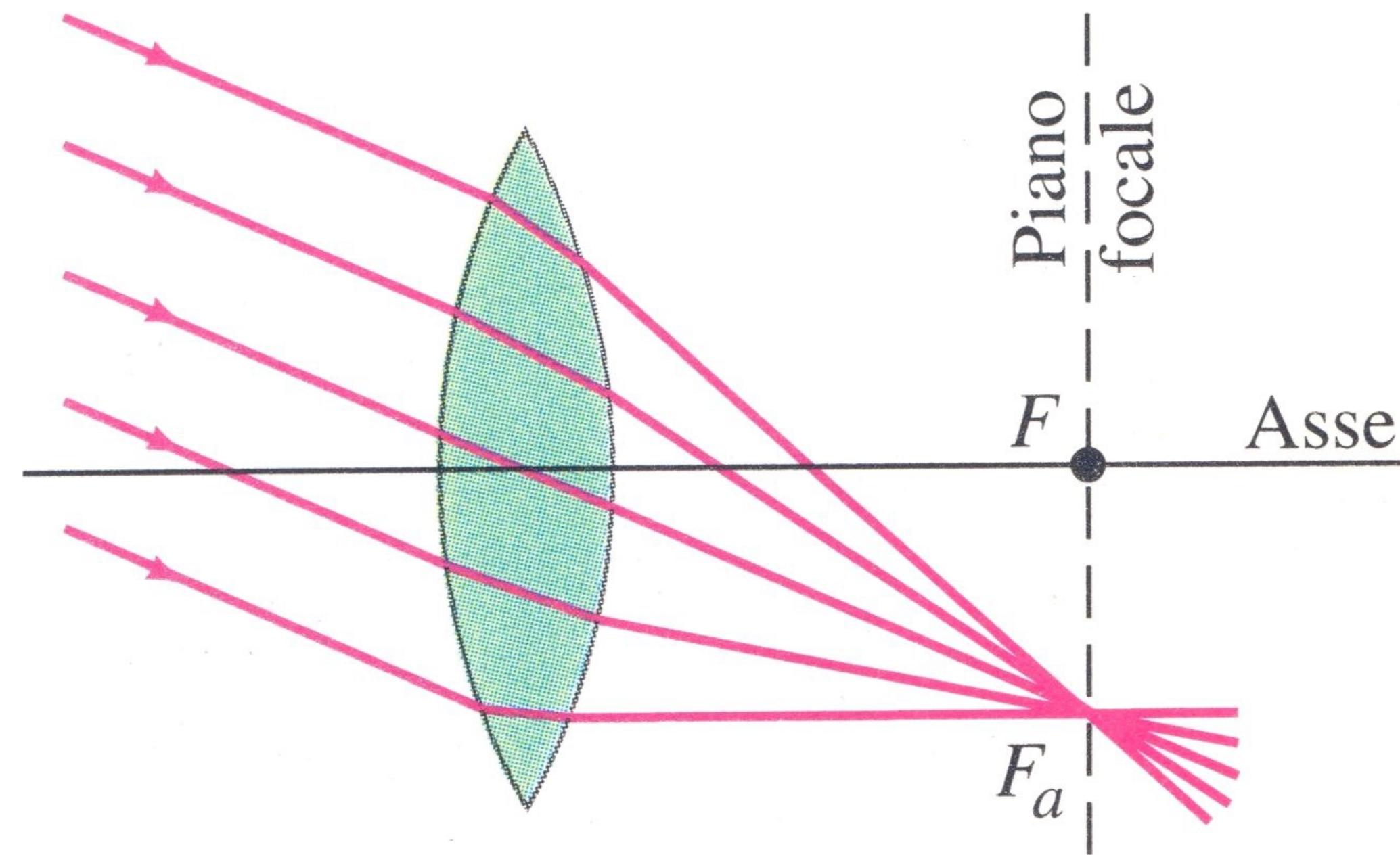
Nella moderna computer grafica l'aberrazione cromatica è talvolta aggiunta come effetto (percezione psicologica: imperfezione = maggiore realismo)

In **fisica** il fatto che la luce venga **dispersa** spazialmente a seconda della frequenza è alla base della spettroscopia



# Convergenza di una lente: piano focale e potenza

Raggi provenienti dall'infinito ma non paralleli all'asse: convergono su un piano



## Piano focale

Piano perpendicolare all'asse,  
passante per il fuoco  $F$ .

Sul piano focale convergono raggi  
provenienti dall'infinito con direzione  
qualsiasi rispetto all'asse

## Potenza della lente

Reciproco della distanza focale

$$P = \frac{1}{f}$$

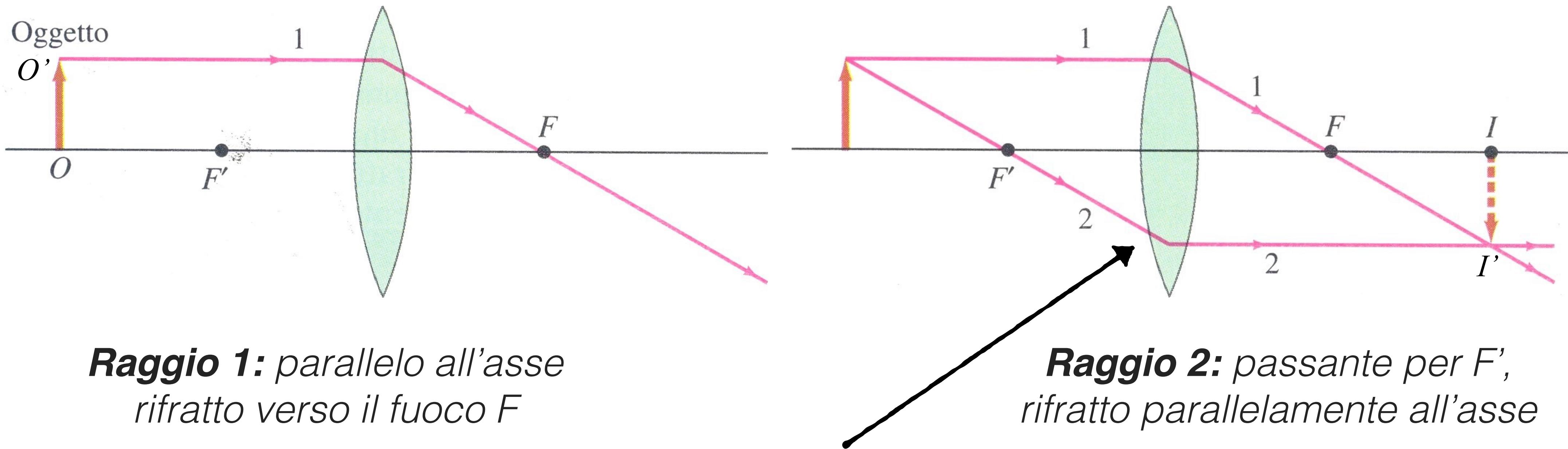
**Unità:** diottria (D)

(per es.  $f = 20 \text{ cm} \Rightarrow P = 5 \text{ D}$ )

Il **segno** della potenza seguirà la convenzione per il segno della focale ( $f$ )

# L'immagine (reale) di una lente convergente

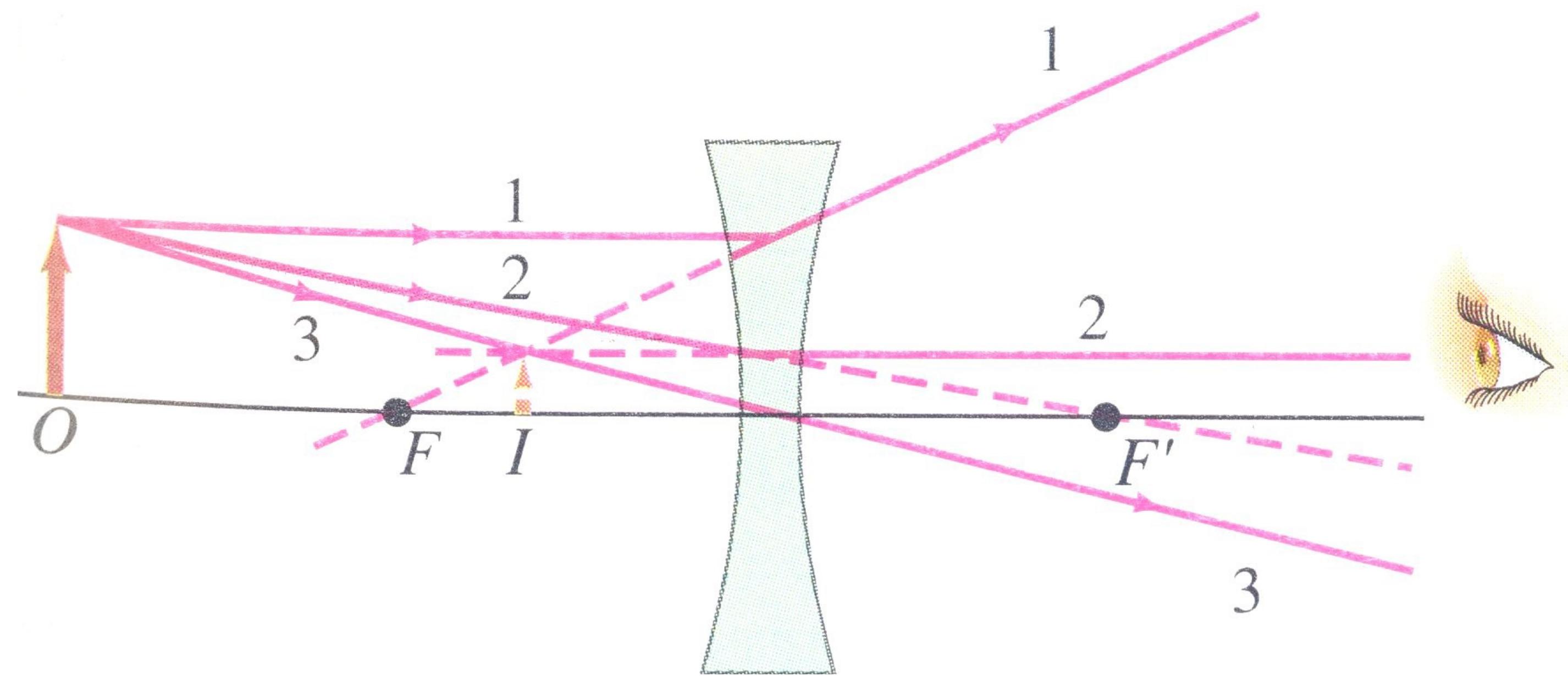
Oggetto emette raggi in tutte le direzioni (diffusione): ne usiamo 2-3 particolari



**Nota:** nel diagramma il percorso della luce è semplificato, in realtà ci sono 2 rifrazioni

La luce passa per tutti i punti immagine (reale): posso inserire uno schermo o sensore e registrare l'immagine. L'occhio rivela tale immagine tramite i raggi divergenti oltre l' (come se l' fosse un oggetto)

# L'immagine (virtuale) di una lente divergente



**Raggio 1:** parallelo all'asse, divergente in uscita, il cui prolungamento passa per  $F$

**Raggio 2:** il prolungamento (oltre la lente) passa per  $F'$ , raggio emerge parallelo

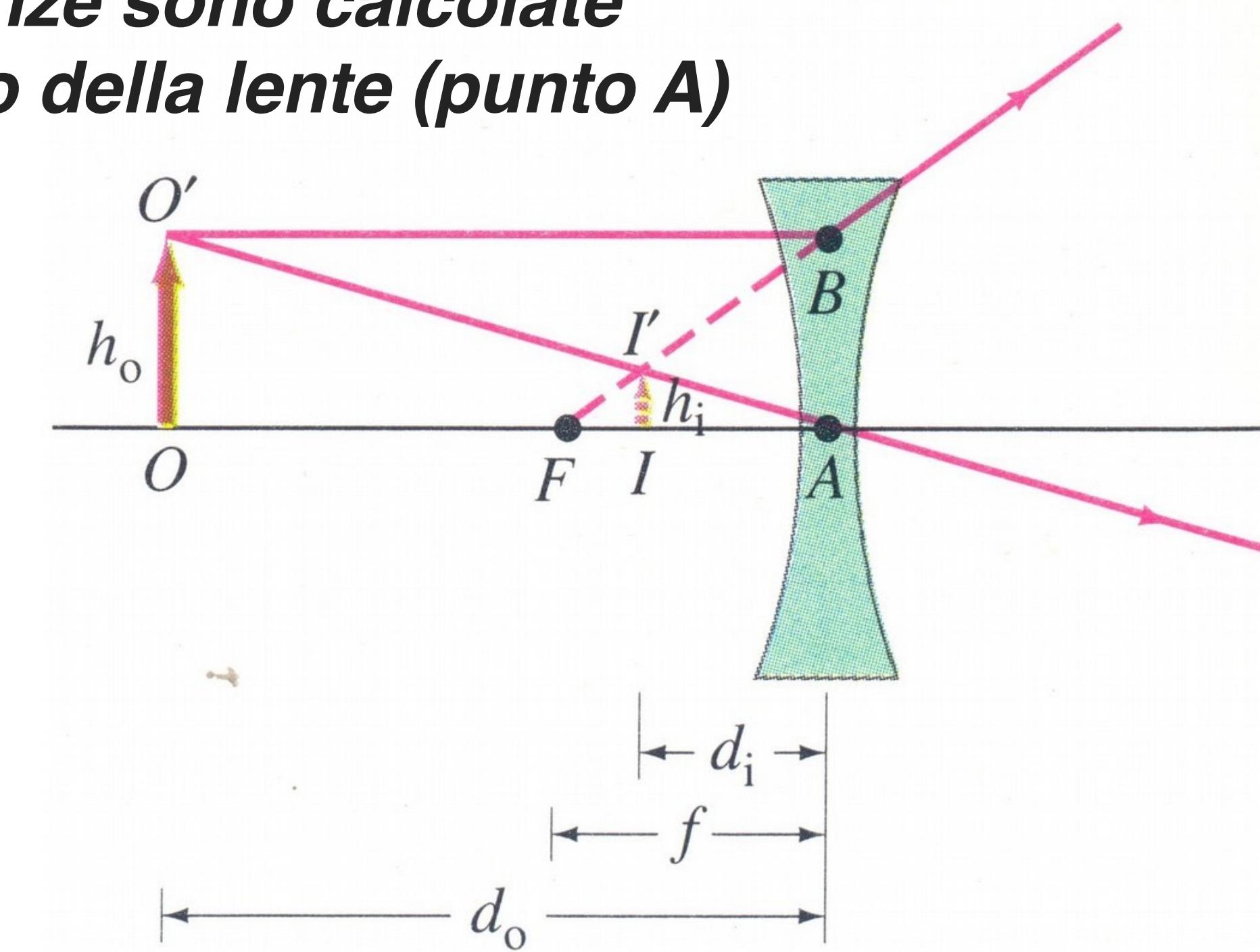
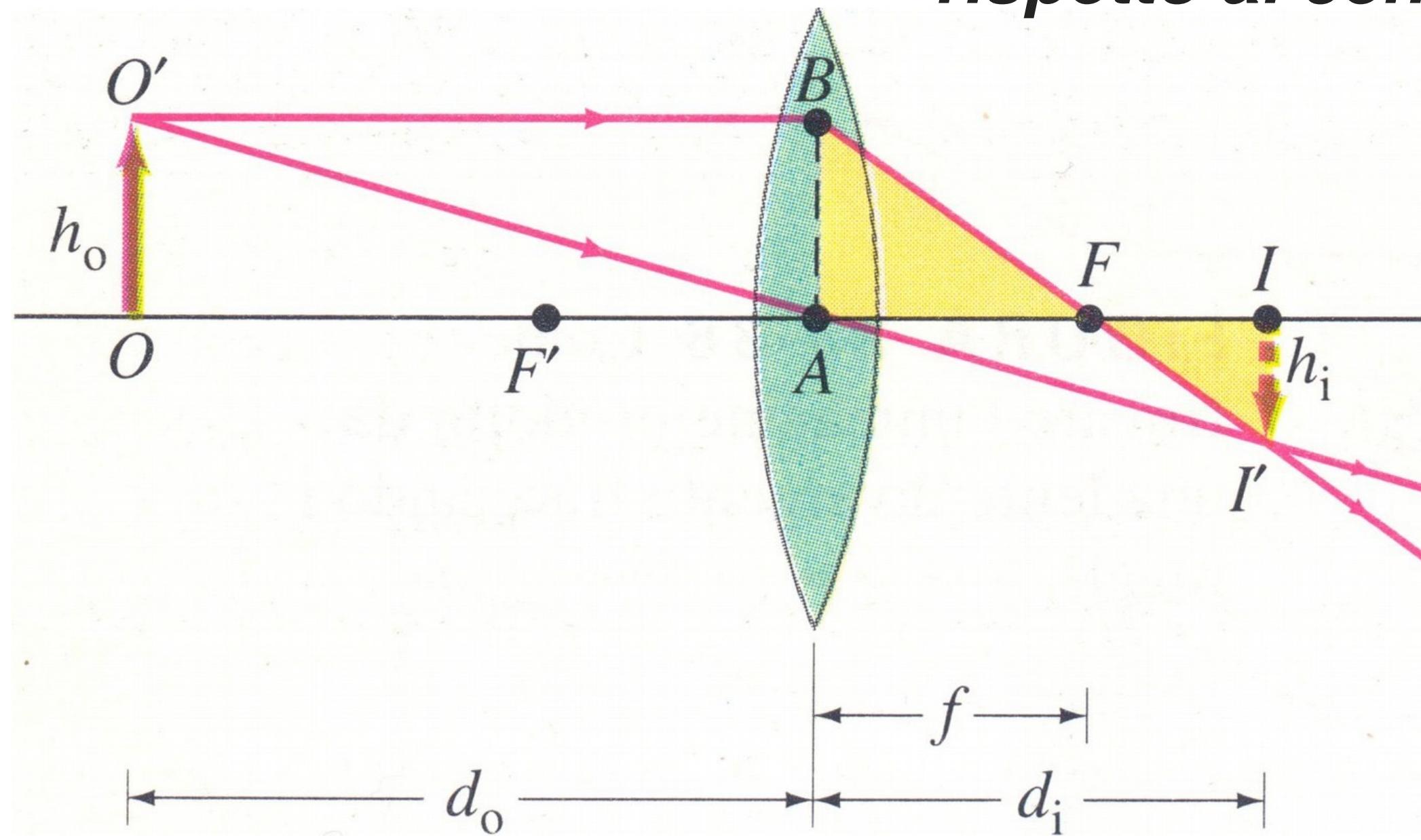
**Raggio 3:** passa per il ~centro delle lenti: deviazione trascurabile (piccolo spostamento laterale)

La luce **non** passa per tutti i punti immagine (virtuale): non registrabile su schermo o sensore. L'occhio intercetta i raggi divergenti oltre l'immagine virtuale (come se fosse un oggetto)

# Nomenclatura e convenzione di segni per le lenti sottili

Stessa nomenclatura, poche differenze concettuali rispetto agli specchi

**Tutte le distanze sono calcolate  
rispetto al centro della lente (punto A)**



**Due fuochi:**  $F$  ed  $F'$  simmetrici  
rispetto al centro della lente (A).

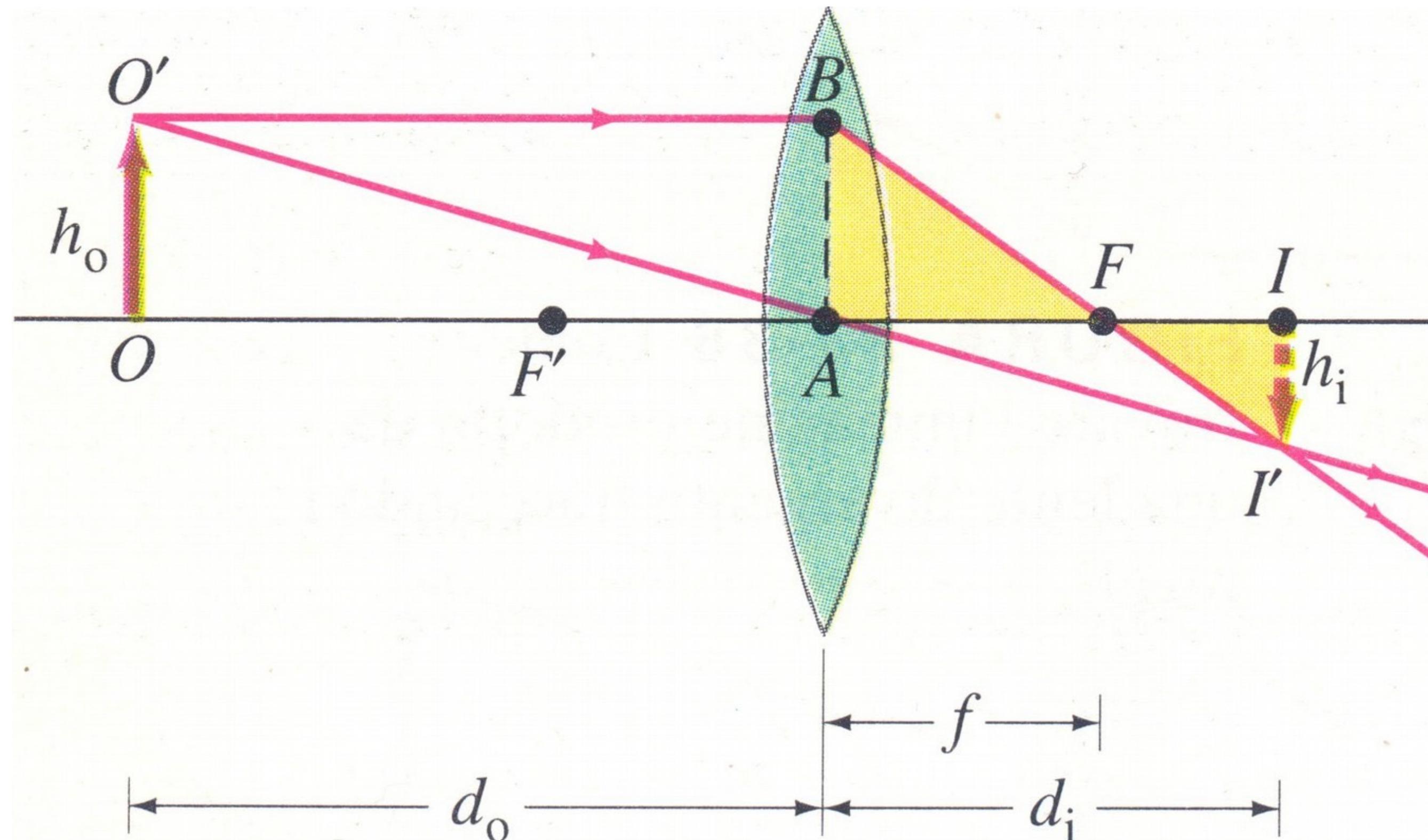
**Distanza focale** +va per lenti  
convergenti

**Distanza immagine:** +va se  
dalla parte opposta rispetto ai  
raggi incidenti

**Distanza oggetto:** sempre +va  
(dalla parte dei raggi incidenti)  
eccetto per sistemi di lenti

# Equazione delle lenti sottili convergenti

Stesso ragionamento fatto per gli specchi: similitudine tra triangoli



Triangoli  $ABF$  e  $FII'$  **simili**

$$\frac{h_i}{h_o} = \frac{d_i - f}{f}$$

Triangoli  $O'AO$  e  $All'$  **simili**

$$\frac{h_o}{h_i} = \frac{d_o}{d_i}$$

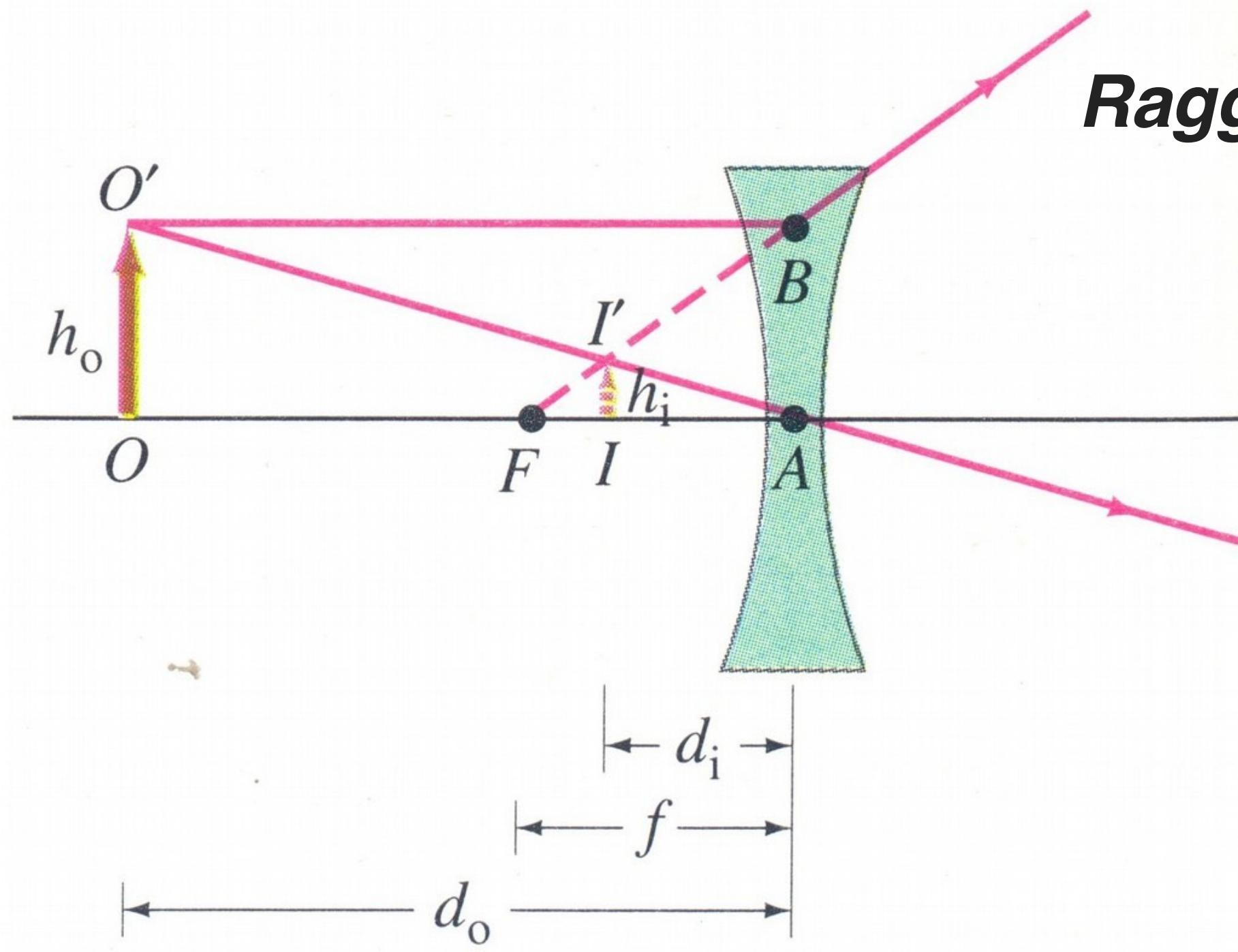
Eguagliando le due equazioni

Stessa forma dell'equazione degli specchi.  
Per  $d_o$  molto grande  $d_i \sim f$ , ovvero raggi paralleli  
dall'infinito convergono nel fuoco

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o}$$

# Equazione delle lenti sottili divergenti

Ripetiamo il ragionamento per due raggi particolari



**Raggio 1:** parallelo all'asse, il prolungamento passa per  $F$

**Stesse similitudini fra triangoli  
ABF-FII' e O'AO-AII'**

**Raggio 2:** passante per il centro, deviazione ~ nulla

$$\frac{h_i}{h_o} = \frac{f - d_i}{f} \quad \frac{h_o}{h_i} = \frac{d_o}{d_i}$$

$$\frac{1}{d_o} - \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o}$$

**Considerando distanze  
come quantità col segno**

Stessa che per le lenti convergenti se le grandezze hanno segno  $\pm$  vo appropriato

# Ingrandimento delle lenti sottili

L'ingrandimento trasversale è il rapporto fra altezze immagine e oggetto

$$m = \frac{h_i}{h_o} = -\frac{d_i}{d_o}$$

Stessa definizione degli specchi

**Segni:**  $m > 0$  per immagine diritta,  $m < 0$  per immagine capovolta

## Potenza della lente

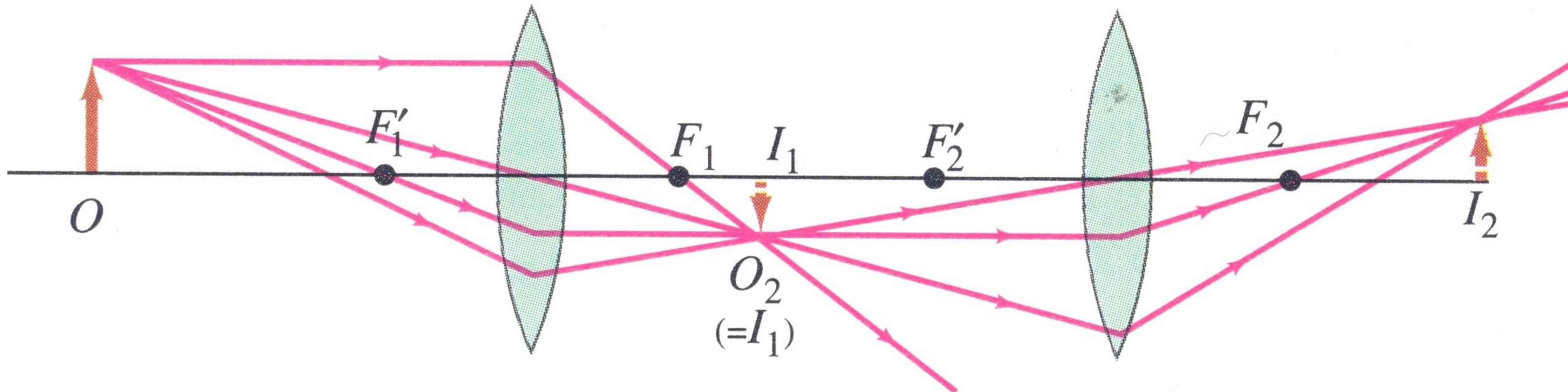
Reciproco della distanza focale:  $P = 1/f$

$P > 0$  per lenti convergenti (lenti positive)

$P < 0$  per lenti divergenti (lenti negative)

# Sistemi di lenti: principi guida

L'immagine (reale) della prima lente diventa l'oggetto per la seconda lente, che può essere convergente o divergente



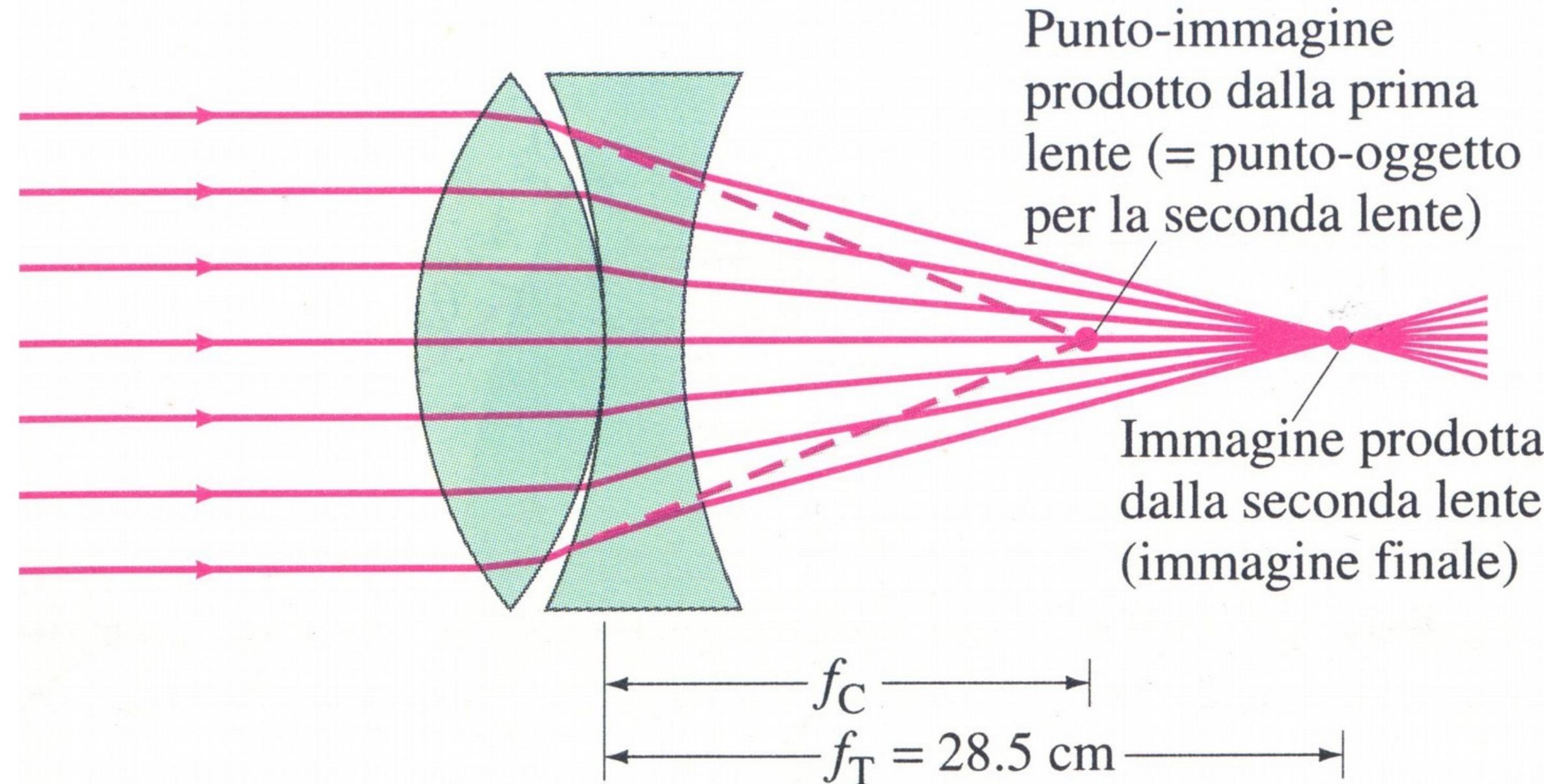
La seconda immagine può essere reale o virtuale

**L'ingrandimento trasversale totale:** prodotto degli ingrandimenti singoli

*Sistemi di lenti sono spesso utilizzati  
per correggere aberrazioni (cromatica, coma, etc.)*

# Esempio: misura del fuoco di una lente divergente

Lente divergente accoppiata a una lente convergente di potenza superiore



$$f_C = 16 \text{ cm} \text{ (lente convergente, noto)}$$
$$f_T = 28.5 \text{ cm} \text{ (combinazione, misurato)}$$

## **Lenti accoppiate e sottili:**

A meno del segno, le distanze sono le stesse per le due lenti

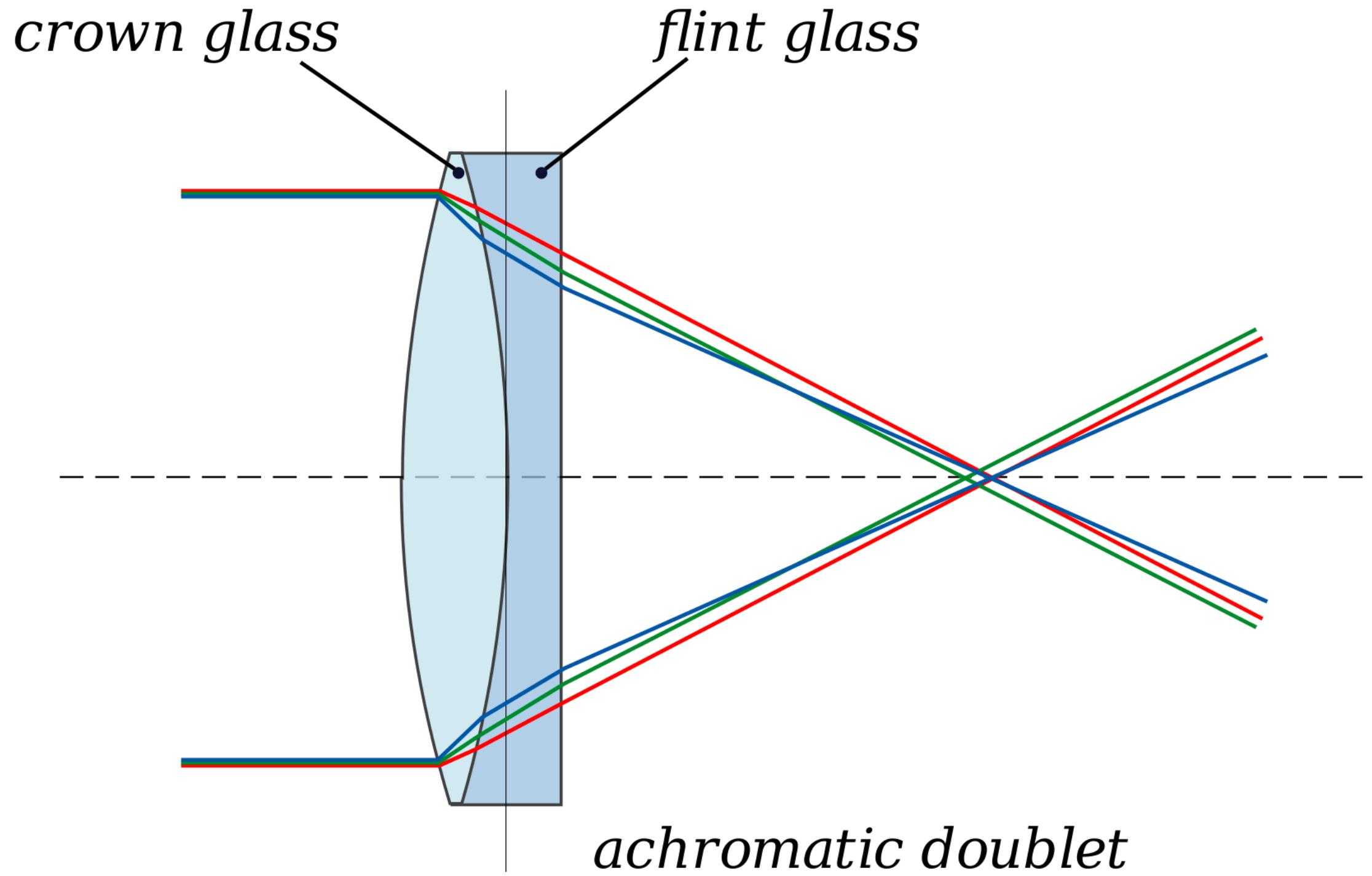
**Lente divergente:** fuoco della lente convergente = oggetto della lente divergente.

Oggetto “a valle della lente”:  $d_o = -f_C = -16 \text{ cm}$

L'immagine è anch'essa a valle della lente:  $d_i = 28.5 \text{ cm}$  (dato del problema)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_i} + \frac{1}{d_o} \quad \Rightarrow \quad f_d = -36.5 \text{ cm}$$

# Il “doppietto”: correzione dell’aberrazione cromatica



Accoppiamento di **due vetri** a indice di rifrazione diverso, ma anche **due forme** diverse della lente  
(doppio-convessa + piano-concava)

La potenza **positiva** della lente “crown” è leggermente maggiore della potenza **negativa** della lente “flint”  $\Rightarrow$  potenza netta  $> 0$  (piccola)

Doppietto **acromatico** (due  $\lambda$  corrette - tipicamente rosso e blu)

Doppietto **apocromatico** (tre  $\lambda$  corrette)

# Esercizi sulle lenti

**Esercizio 11.07:** Un fotografo scatta un'immagine di un girasole di raggio 7.6 cm ponendosi a 1 m di distanza e con una lente di focale +50 mm. Quali sono le dimensioni e la posizione dell'immagine del girasole?

**Esercizio 11.08:** Un oggetto è posto a 10 cm da una lente di lunghezza focale +15 cm. Determinare posizione e dimensione immagine a) analiticamente, e b) con il diagramma dei raggi.

**Esercizio 11.09:** Dove deve essere collocato un oggetto in modo che formi un'immagine virtuale a distanza 20 cm davanti a una lente divergente di  $f = 25$  cm?

**Esercizio 11.10:** Due lenti convergenti con distanze focali 20 e 25 cm sono montate a distanza 80 cm l'una dall'altra. Un oggetto è posto a 60 cm davanti alla prima lente. Determinare la posizione e ingrandimento finale risultante dalla combinazione delle due lenti.