Fisica per applicazioni di realtà virtuale

Anno Accademico 2022-23

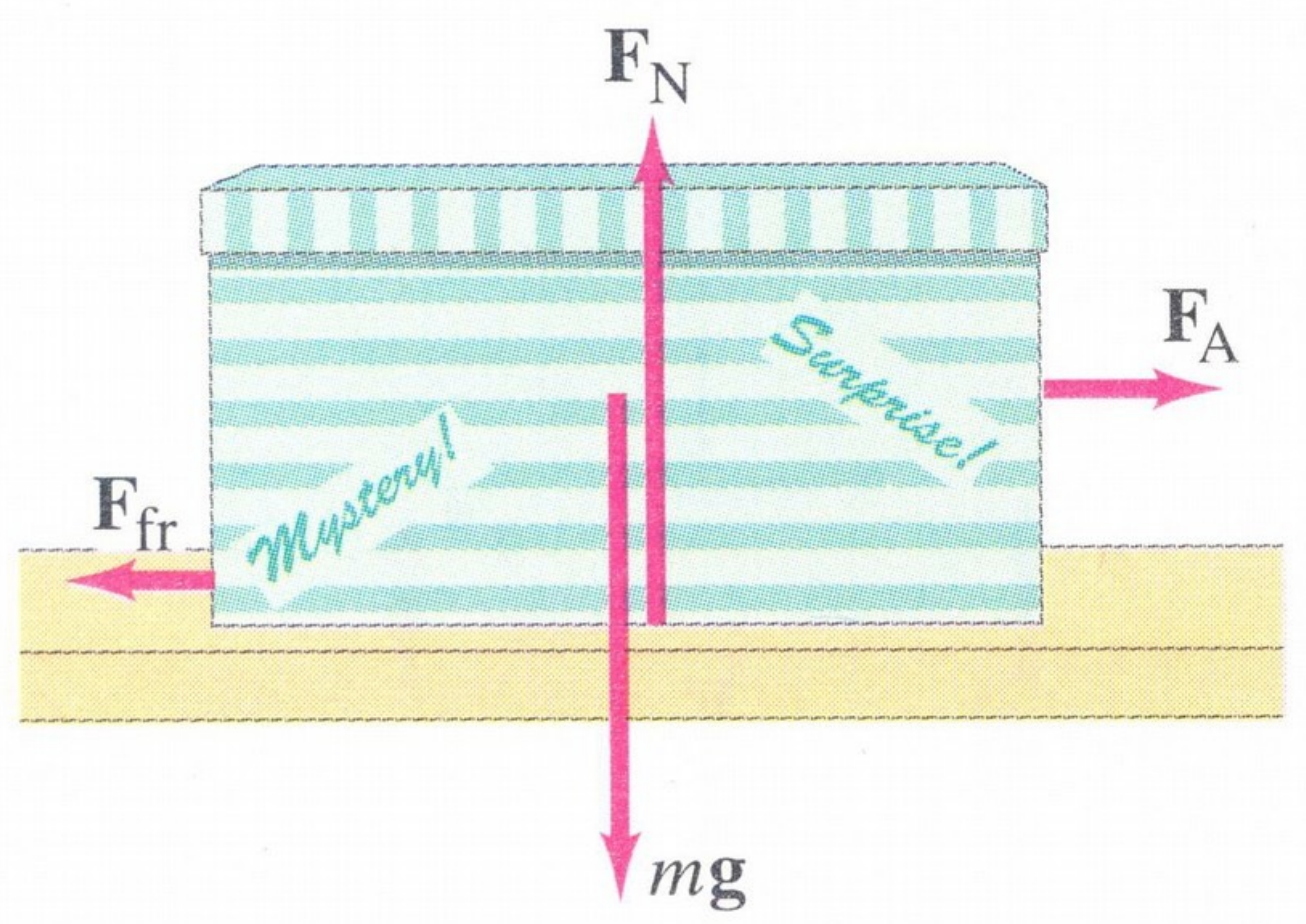
Prof. Matteo Brogi
Dipartimento di Fisica, stanza B3, nuovo edificio

Lezione 5

Meccanica classica: dinamica (parte 2)

La III legge della dinamica “in atto”: forze vincolari

Vincoli: “costringono” il moto (es. in una direzione)

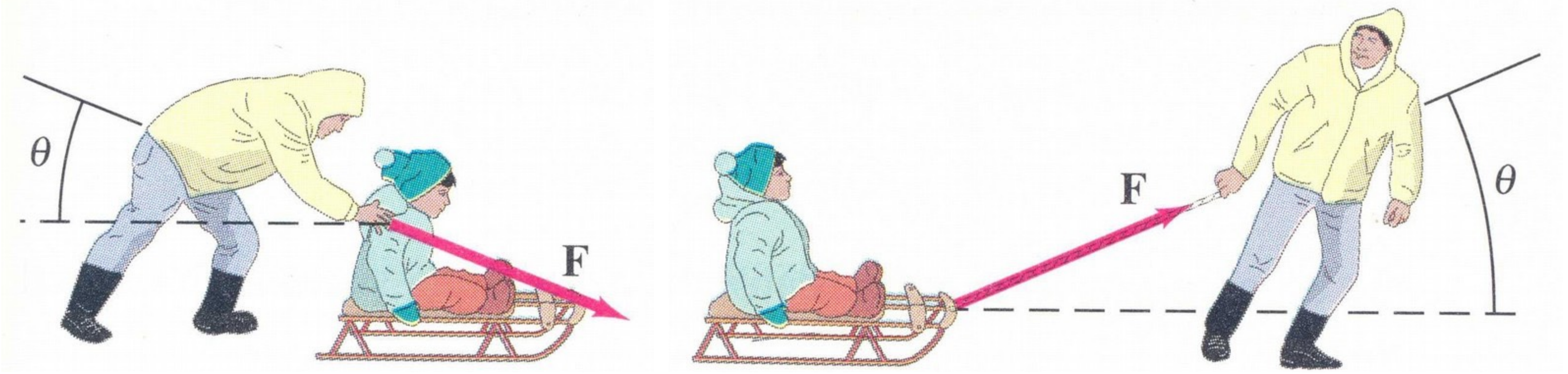


$\overrightarrow{F}_A$ **_Forza applicata_**

$\overrightarrow{F}_{fr}$ **_Forza frenante_** *(prossima slide)*

$\overrightarrow{F}_N$ **_Reazione vincolare:_**
Bilancia la componente normale al vincolo della forza risultante

Non c’è moto lungo y (la componente normale al vincolo è nulla)

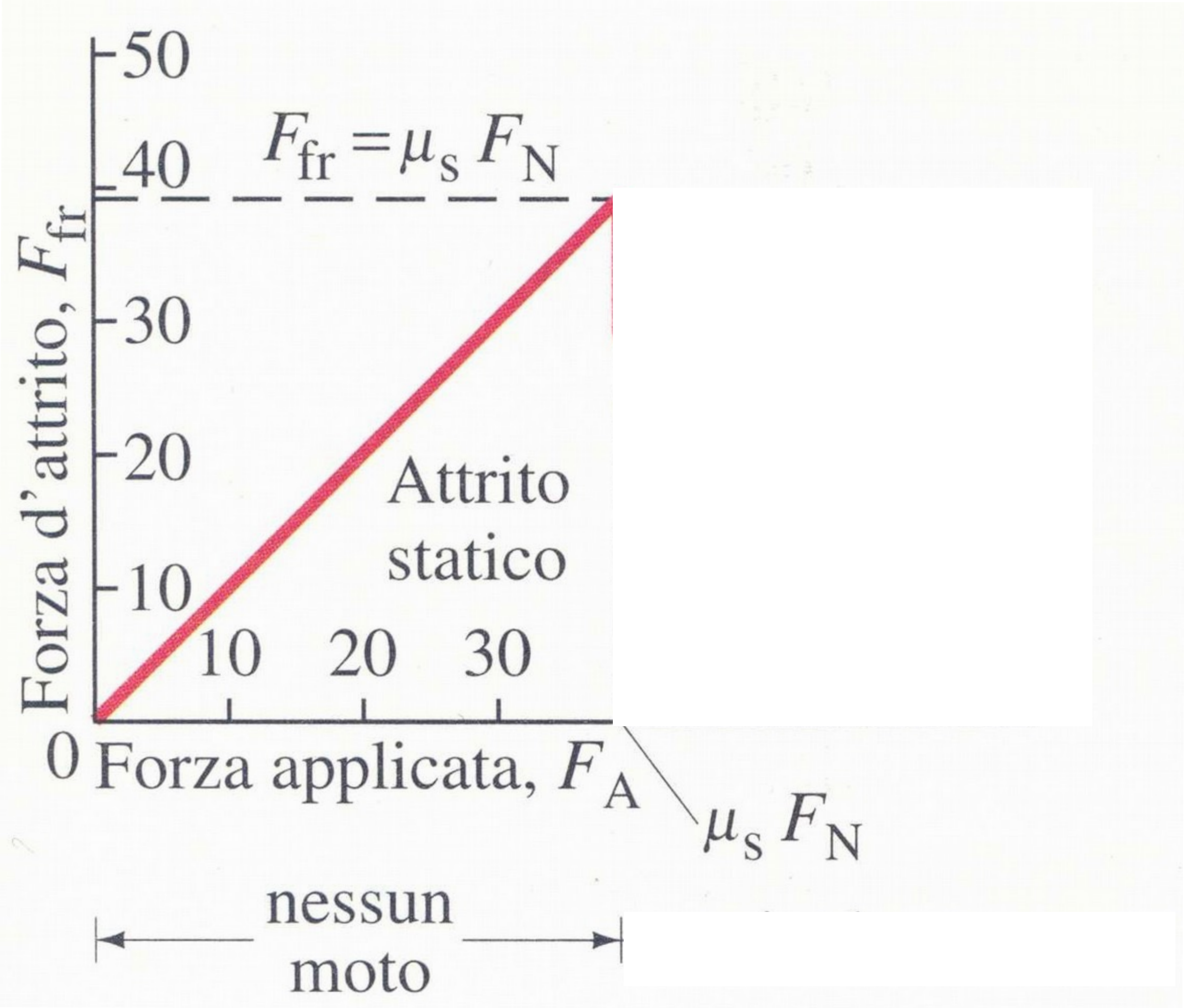


Forza di attrito (statico e dinamico)

Forza "frenante" $\mathbf{F_{fr}}$ che si oppone alla forza applicata $\mathbf{F_A}$

Modulo proporzionale alla forza normale al vincolo: $F_{fr} = \mu F_N$

(μ = coefficiente di attrito)



Statico

Non c'è moto ($\sum \mathbf{F} = 0$)

F_{fr} bilancia F_A fino a un max

$$F_{fr} \leq \mu_s F_N$$

Dinamico

C'è moto! ($\sum \mathbf{F} \neq 0$)

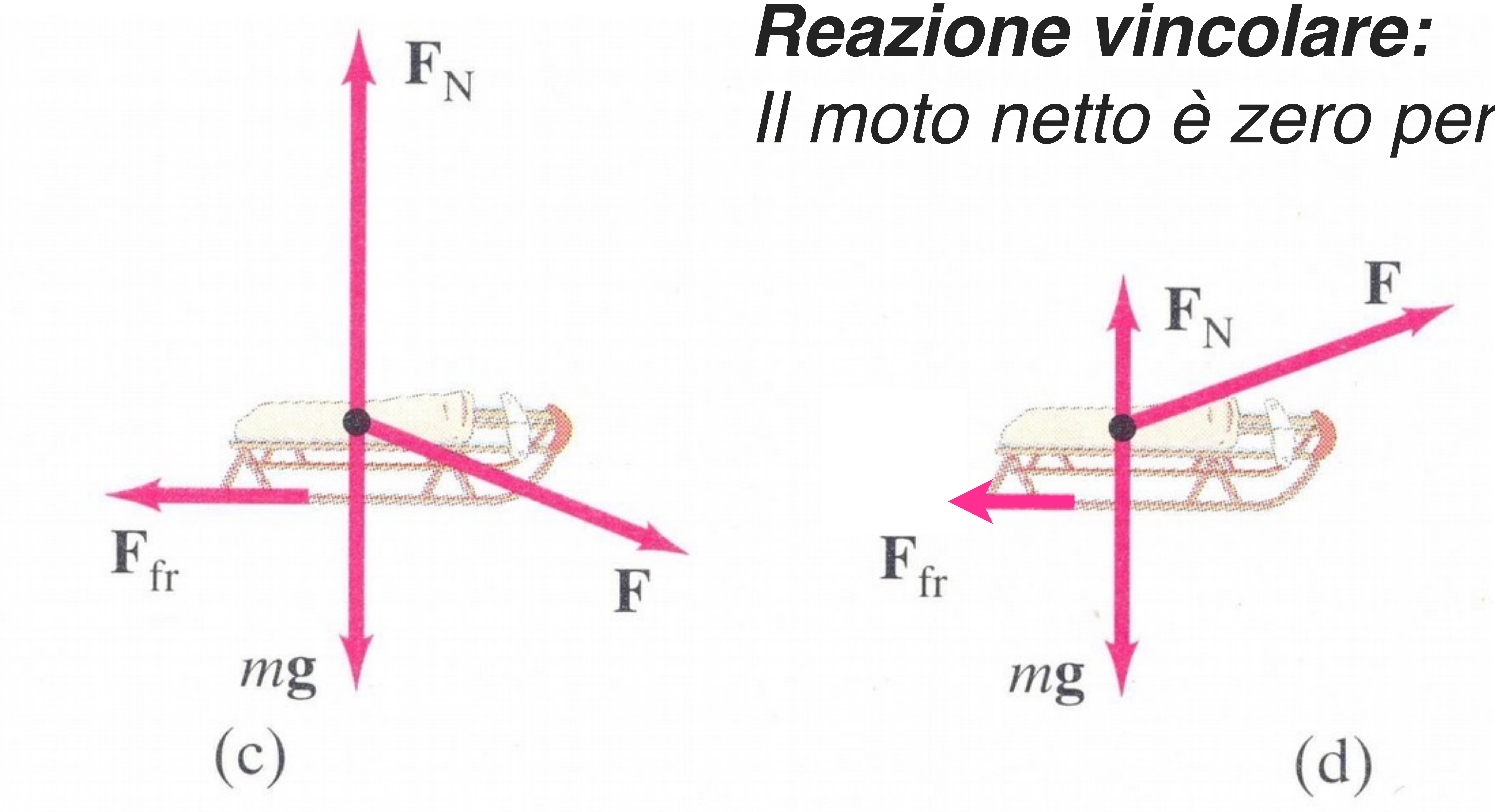
F_A supera il valore $\mu_s F_N$

$$F_{fr} = \mu_d F_N$$

$$\mu_d < \mu_s$$

Attrito, forza frenante e reazioni vincolari

Si fa più fatica nel caso (c) o (d) a trascinare lo slittino?



Reazione vincolare:
Il moto netto è zero perpendicolarmente al terreno

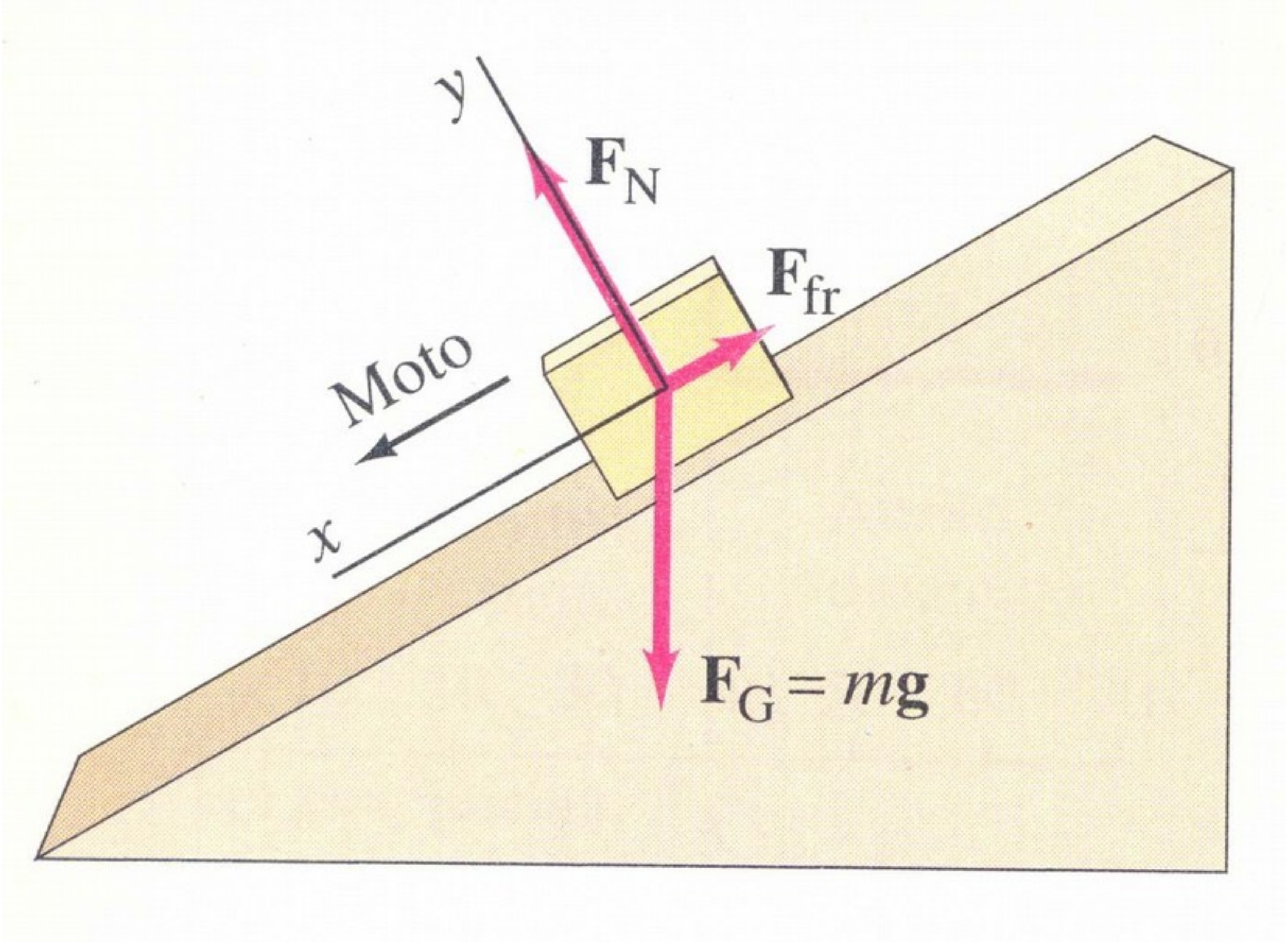
F_N (caso c) > F_N (caso d)
F_N bilancia sempre
forza peso e componente verticale
della forza applicata

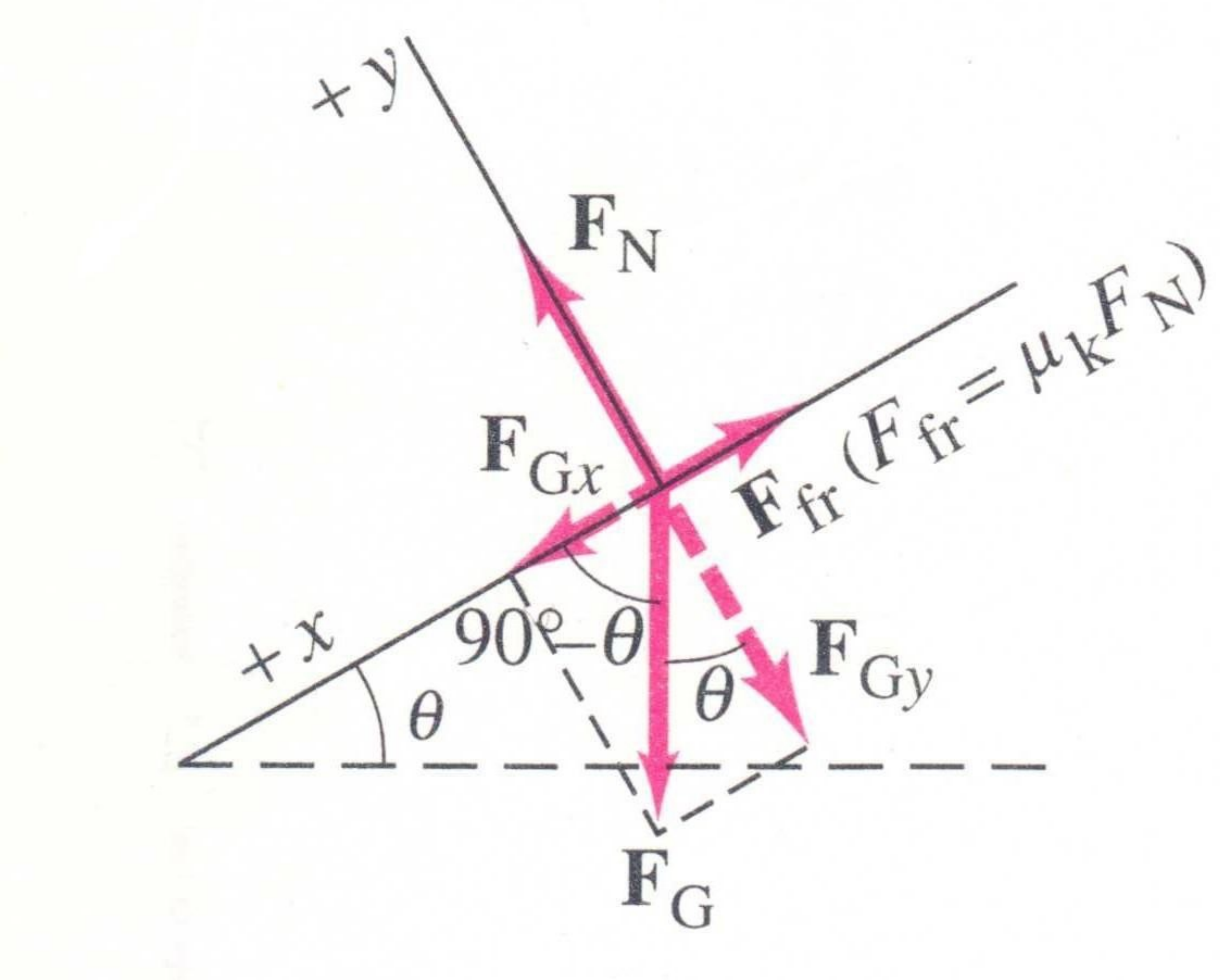
$\boldsymbol{F_{fr}} = \mu_k \boldsymbol{F_N} \Rightarrow$ *caso (d) meno faticoso*

L'applicazione di forze esterne in presenza di attrito
modifica il valore della forza frenante

Piano inclinato (attrito + vincoli + gravità!)

L'**analisi delle forze** è essenziale per risolvere il problema





Sul cubo agiscono forza di gravità $\mathbf{F_G}$, forza di attrito $\mathbf{F_{fr}}$, e forza vincolare $\mathbf{F_N}$

Vincolo: la componente della $\mathbf{F_G}$ *normale* al piano ($\mathbf{F_{Gy}}$) si cancella con $\mathbf{F_N}$

Attrito: $\mathbf{F_{Gy}}$ è comunque necessaria per calcolare la forza frenante $\mathbf{F_{fr}} = \mu\mathbf{F_N}$

Piano inclinato (esercizi)

Esercizio 3.04: Dato un corpo di massa $m = 1.0$ kg appoggiato su un piano inclinato con coefficiente di attrito statico pari a 0.3:

a) eseguire l'analisi delle forze agenti sul corpo,

b) determinare la massima inclinazione del piano per evitare lo scivolamento del corpo.

Dall'esercizio 3.04 si apprende che nel caso in quiete la max pendenza non dipende dalla massa, ma solo da μ_s

Esercizio 3.05: Una sciatrice ha iniziato una discesa con pendenza 30°. Supponendo che il coefficiente di attrito dinamico sia 0.10,

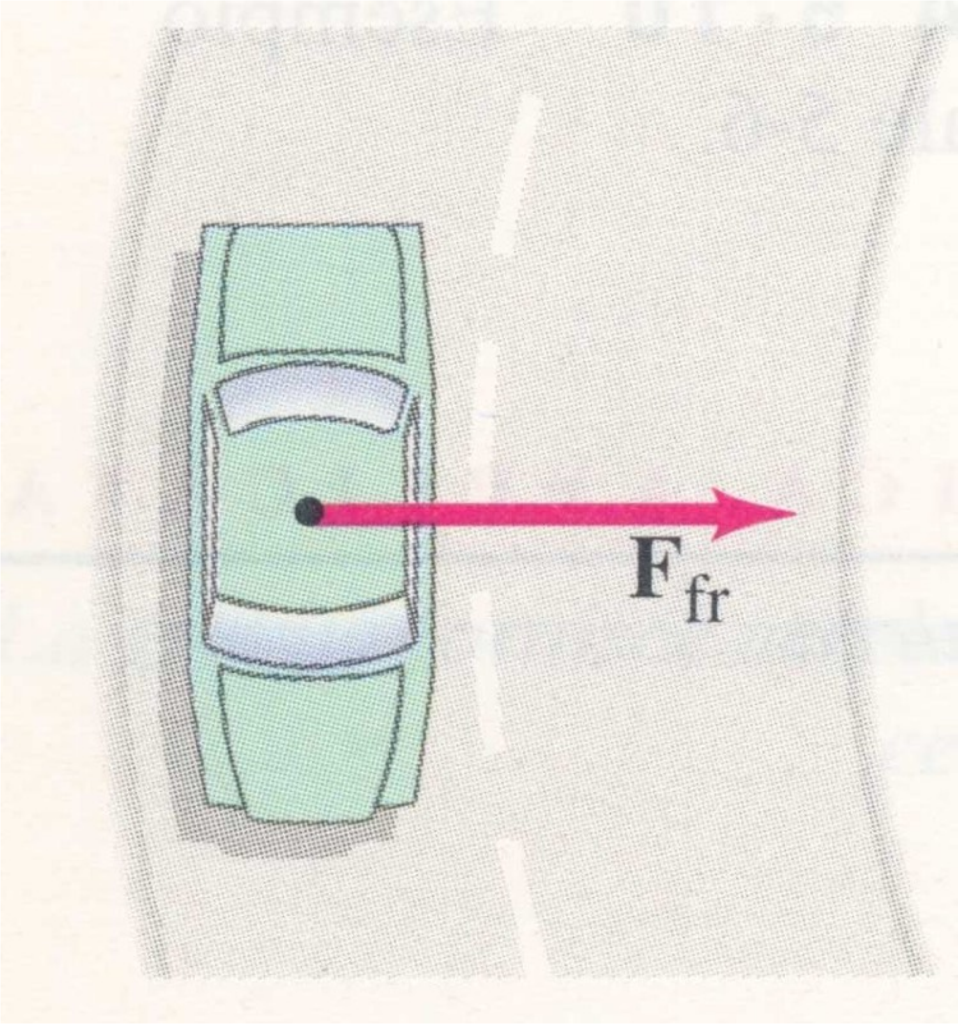
a) disegnare il diagramma di corpo libero,

b) calcolare l'accelerazione della sciatrice,

c) calcolare la velocità che la sciatrice avrà raggiunto dopo 4.0 s.

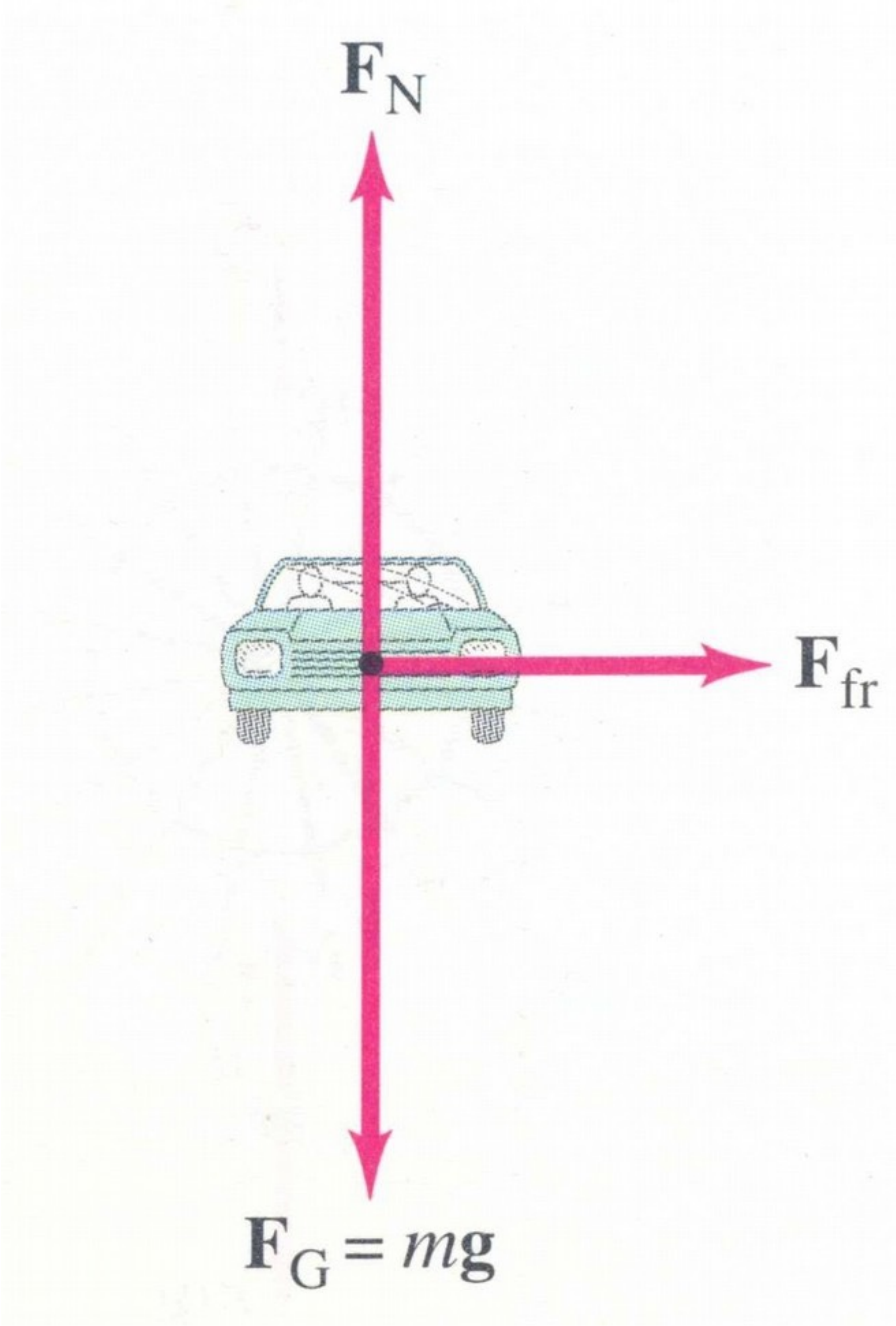
Moto circolare con attrito: auto in curva

Siamo in un sistema **non inerziale:** forza **apparente** sui passeggeri

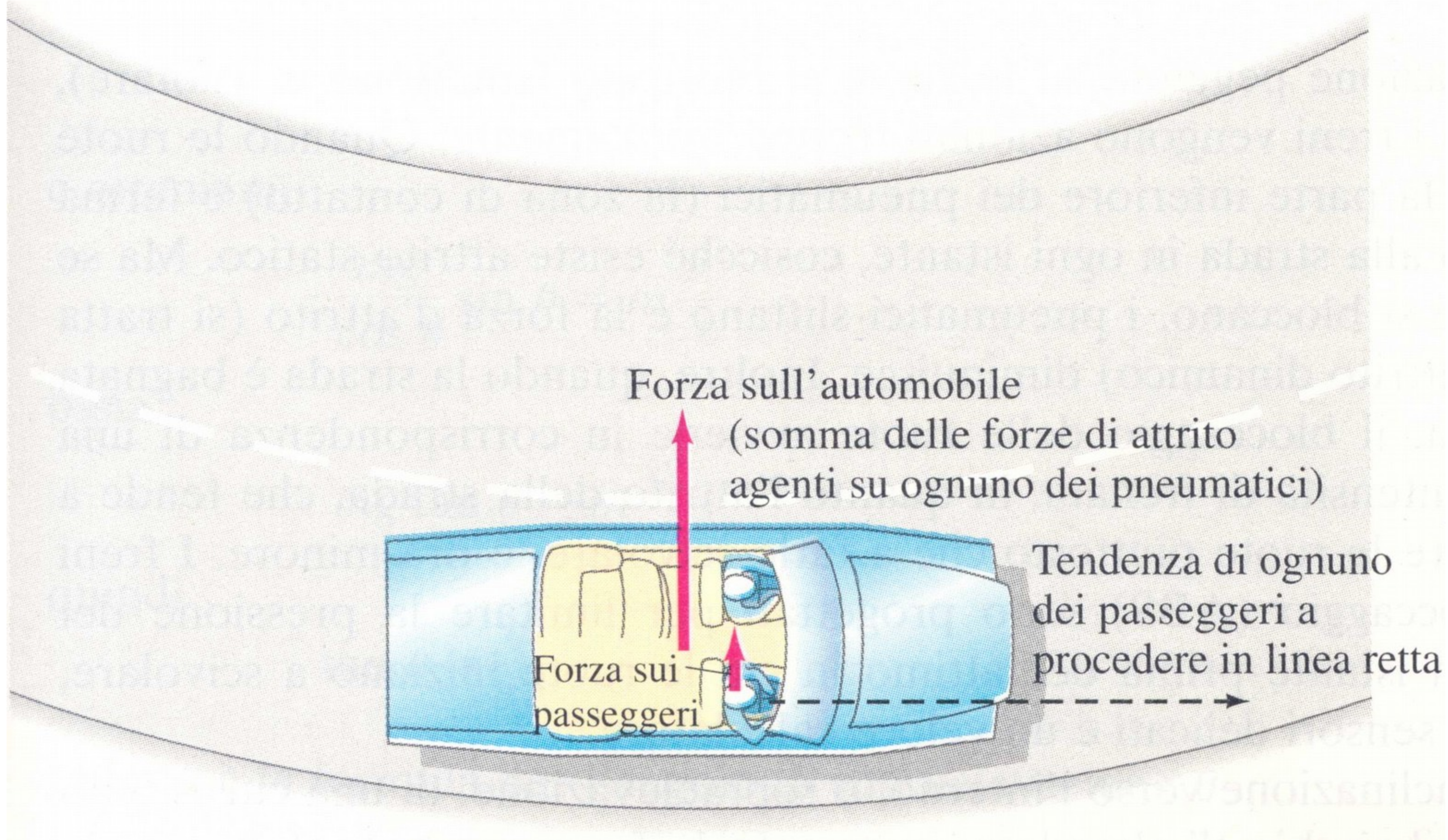


Forza ***risultante*** *non nulla:*
accelerazione ***centripeta***
⇒ moto circolare

(reazione vincolare = forza peso)



Centripeta
o centrifuga?



I principio: *passeggeri proseguono in linea retta ⇒ sembra centrifuga*

II principio: *forza centripeta sui passeggeri li "costringe" sulla curva (= moto accelerato)*

Moto circolare con attrito: esercizi

Esercizio 3.06: Un'automobile di massa 1000 kg percorre una curva di raggio 50 m su una strada piana a una velocità di 50 km/h. Riesce l'automobile a percorrere la curva o invece sbanda, nel caso in cui:

a) il manto stradale è asciutto e il coefficiente di attrito statico è $\mu_S = 0.60$?

b) il manto stradale è ghiacciato e $\mu_S = 0.25$?

Esercizio 3.07:

a) Determinare la formula per l'angolo a cui una strada deve essere sopraelevata per fare in modo che nessun attrito sia necessario per mantenere in strada un'automobile che percorra una curva di raggio r con velocità v.

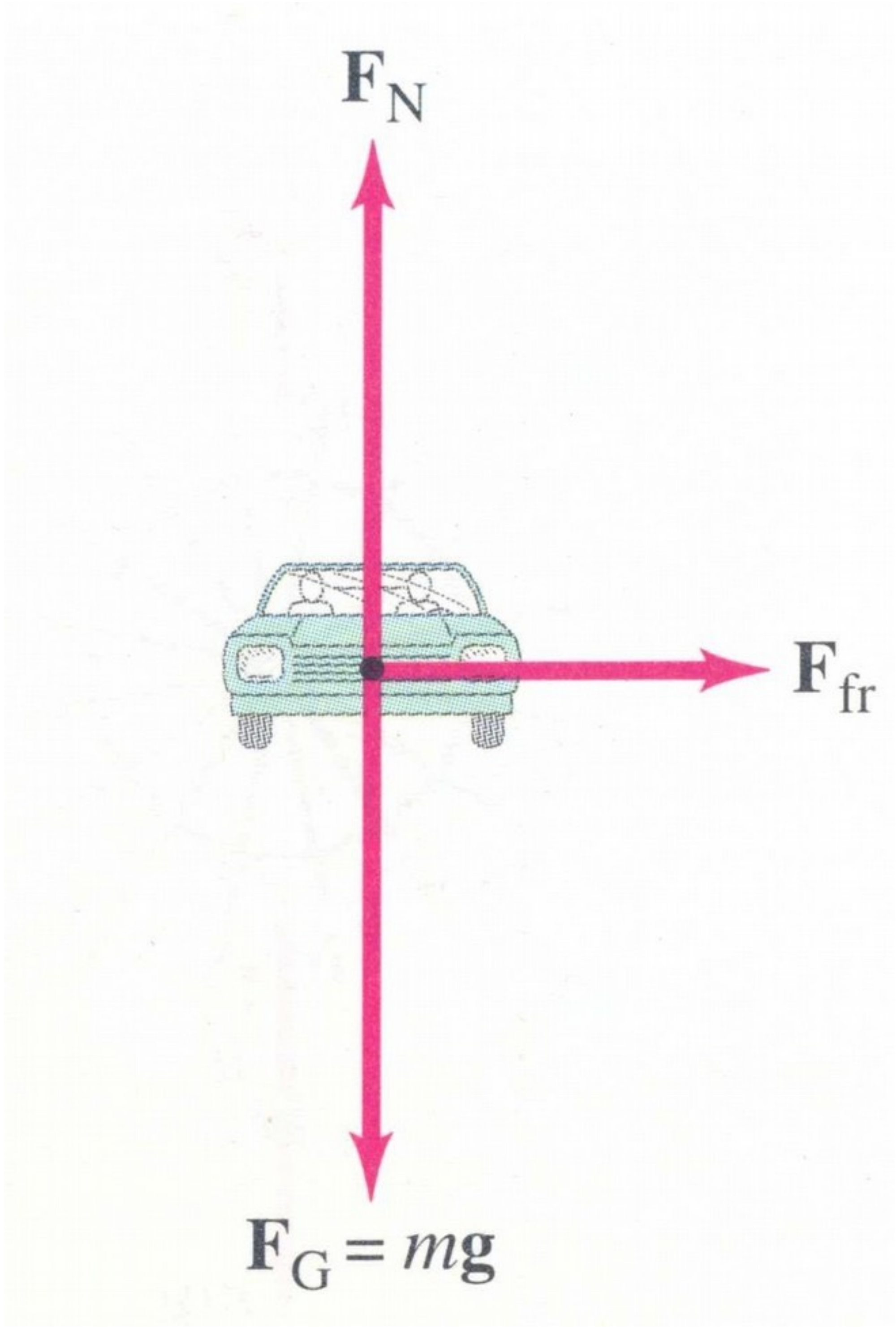
b) Qual è questo angolo per lo svincolo di un'autostrada di raggio 50 m con velocità di progetto di 50 km/h?

c)

Notare ancora una volta che come nel caso del piano inclinato il valore ottenuto 3.07.a) non dipende dalla massa!

Moto circolare con attrito: velocità limite

Curva in **piano + attrito**



Bilancio forze **normali** (lungo *y*)

$$\sum F_y = ma_y = F_N - mg = 0 \Rightarrow F_N = mg$$

Bilancio forze **radiali** (lungo *x*)

$$\sum F_x = F_{fr} = ma_y = m\frac{v_R^2}{r}$$

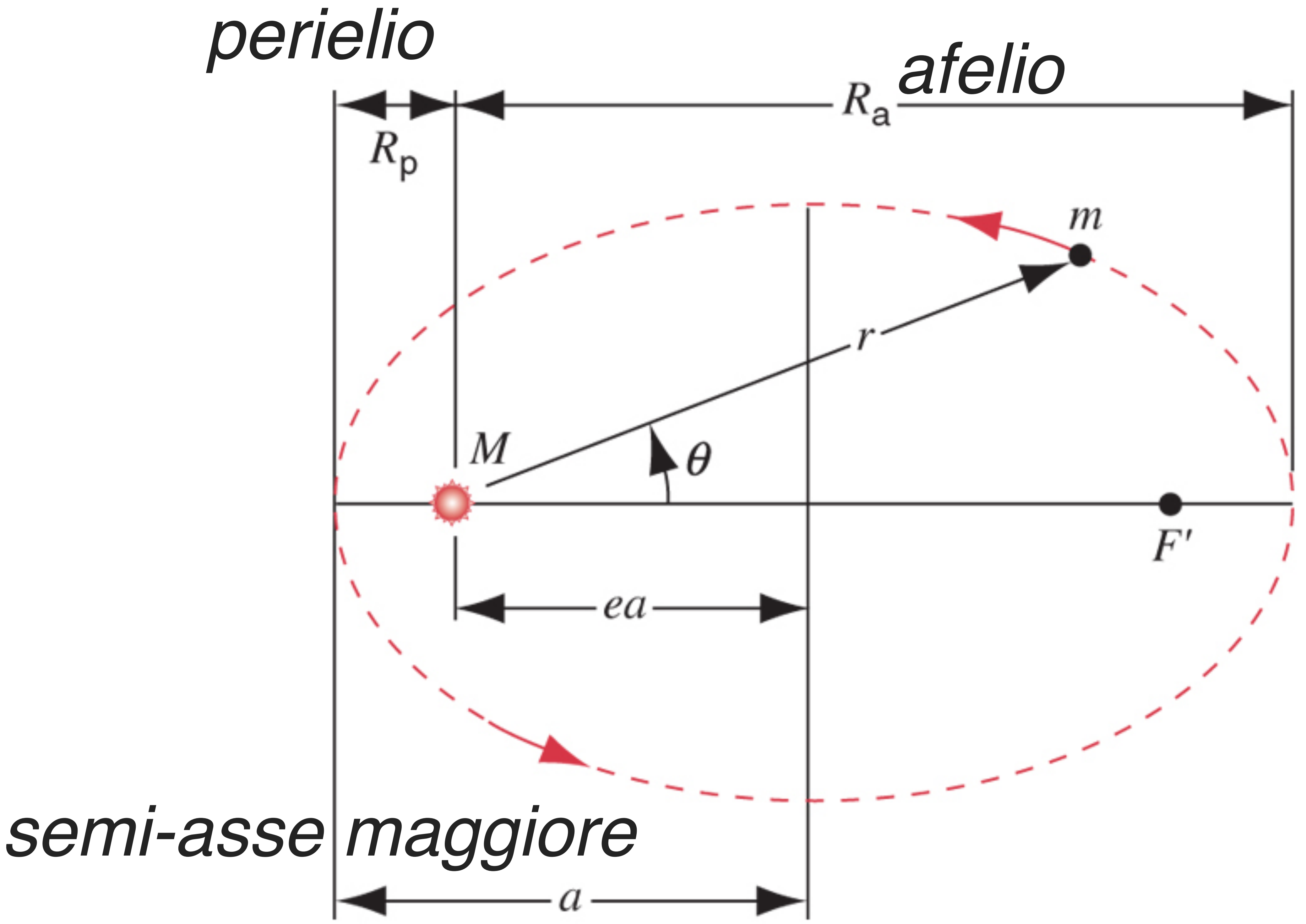
$$F_{fr} \le \mu_s F_N = \mu_s mg = m\frac{v_R^2}{r}$$

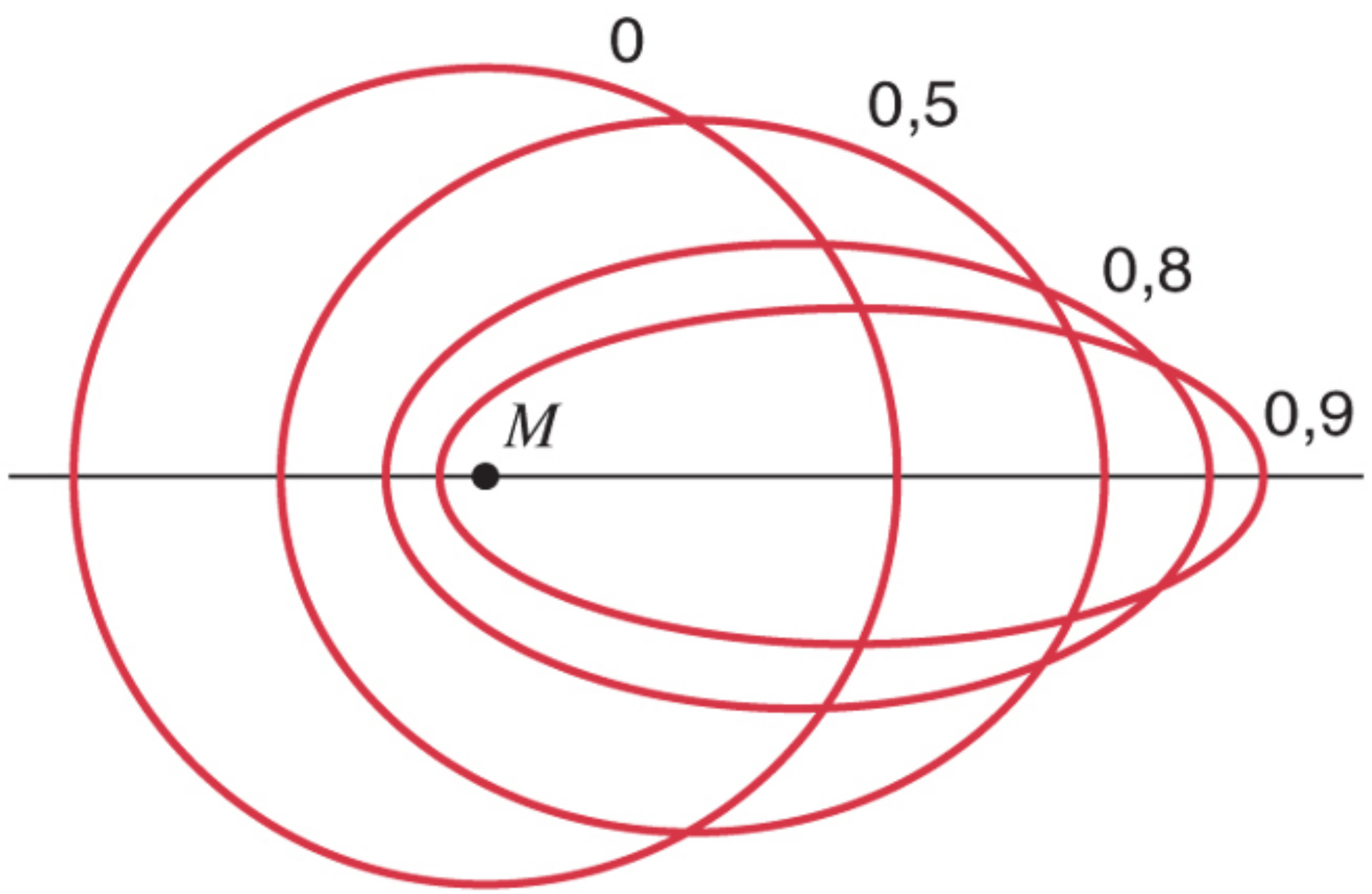
$$v_{R,\max} = \sqrt{\mu_s g r}$$

Gravitazione: prima legge di Keplero

Le orbite dei corpi soggetti alla gravità sono ellissi con eccentricità *e*

Tutti i pianeti si muovono su orbite ellittiche
di cui il sole occupa uno dei due fuochi



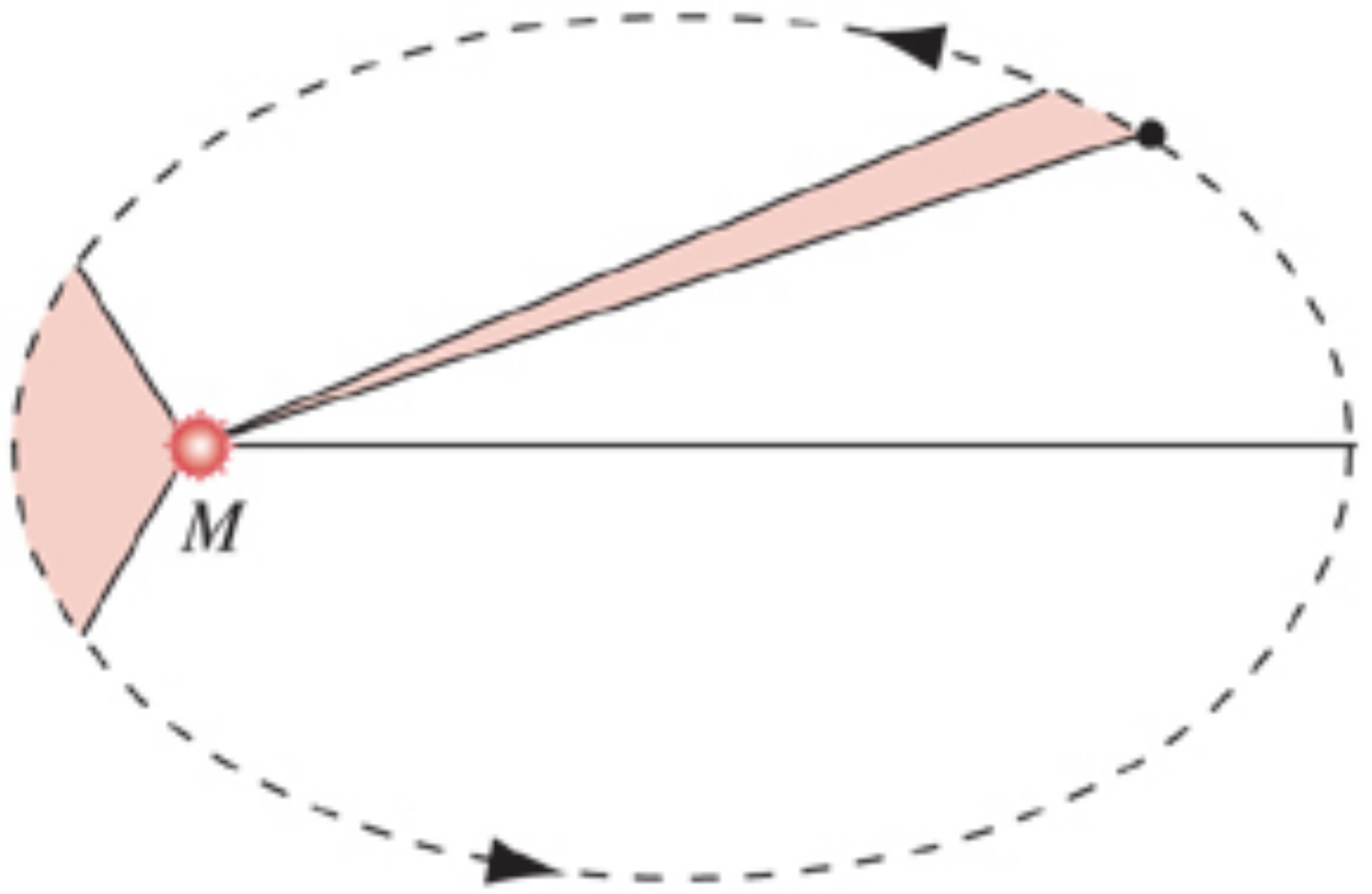


Le orbite dei pianeti del sistema solare sono quasi circolari
eccetto Mercurio (e=0.206), Marte (e=0.094), e il pianeta nano Plutone (e=0.249)

Seconda legge di Keplero

La velocità orbitale cambia in funzione della posizione sull'orbita (eccentrica)

Il raggio vettore che congiunge un pianeta al Sole spazza aree uguali in tempi uguali



*Concetto di **velocità aereolare** costante (area coperta nell'unità di tempo)*

L'area spazzata dipende dal raggio dell'orbita e dalla velocità orbitale

All'afelio (più vicino al Sole) i pianeti orbitano più veloci che al perielio (più lontani dal sole)

Terza legge di Keplero

La più utile dal punto di vista quantitativo

Il quadrato del periodo orbitale è proporzionale al cubo del semiasse maggiore dell'orbita

Per orbite ***quasi circolari*** *(R ~ a)*

$$T^2 \propto R^3$$

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM}\right) a^3$$

Relazione completa; orbite con eccentricità non trascurabile

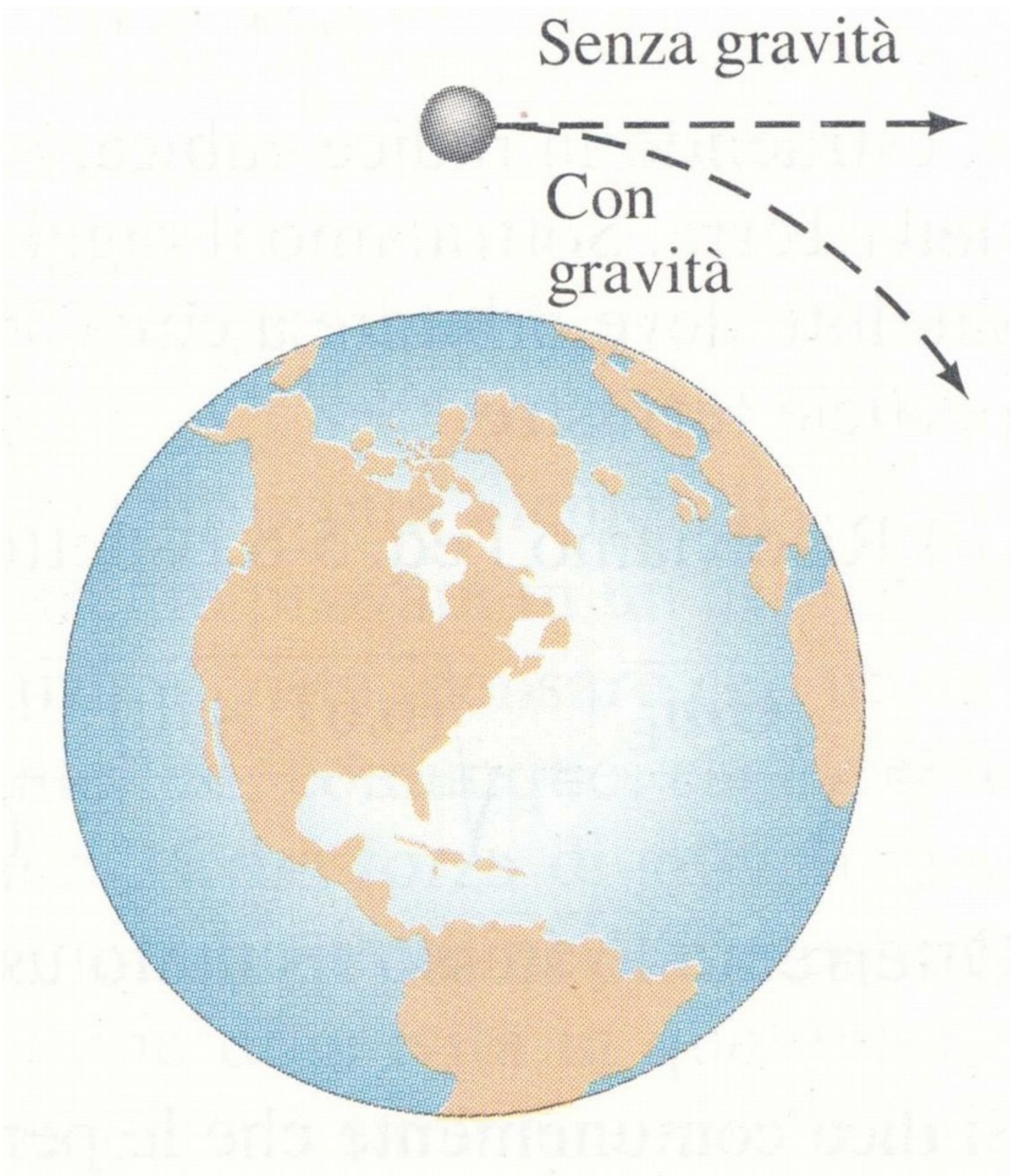
Esercizio 3.08: Derivare la relazione tra periodo orbitale e raggio per un'orbita circolare.

3.08 richiede l'applicazione dei concetti visti in questo capitolo: analisi delle forze, dinamica del moto circolare uniforme, e forza gravitazionale.

Esercizio 3.09: Calcolare la massa del Sole sapendo che la sua distanza dalla Terra è 149 milioni di km (= 1 unità astronomica, [au]).

Terza legge di Keplero: orbite dei satelliti geostazionari

Stazionamento sopra un punto fisso dell'equatore terrestre



Ricorda: la forza di gravità agisce come forza centripeta

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM}\right) a^3$$

Scegliamo T = 86,400 s, M = 5.97E24 kg e ricaviamo R (= a, orbita circolare)

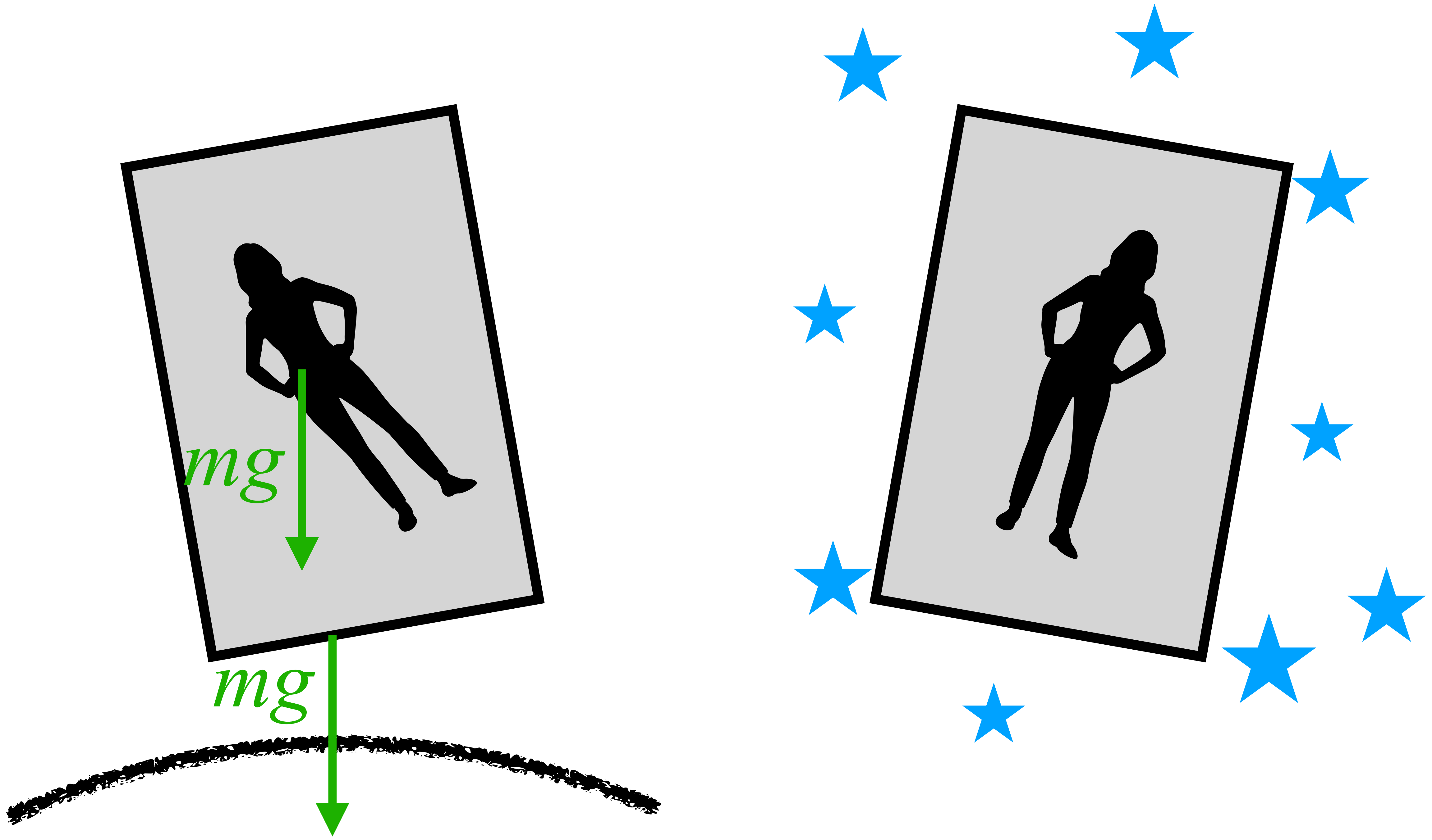
$$a = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$$ = 4.223E7 m = 42,230 km

h = (a – R_E) = 42,230–6,371 km = **35,900 km**

Il principio di equivalenza: fondamento della relatività

Dovuto ad Einstein, varie definizioni possibili

Un sistema di riferimento in caduta libera (= non-inerziale) in un campo gravitazionale è indistinguibile da un sistema inerziale isolato



Non-inerziale

Inerziale

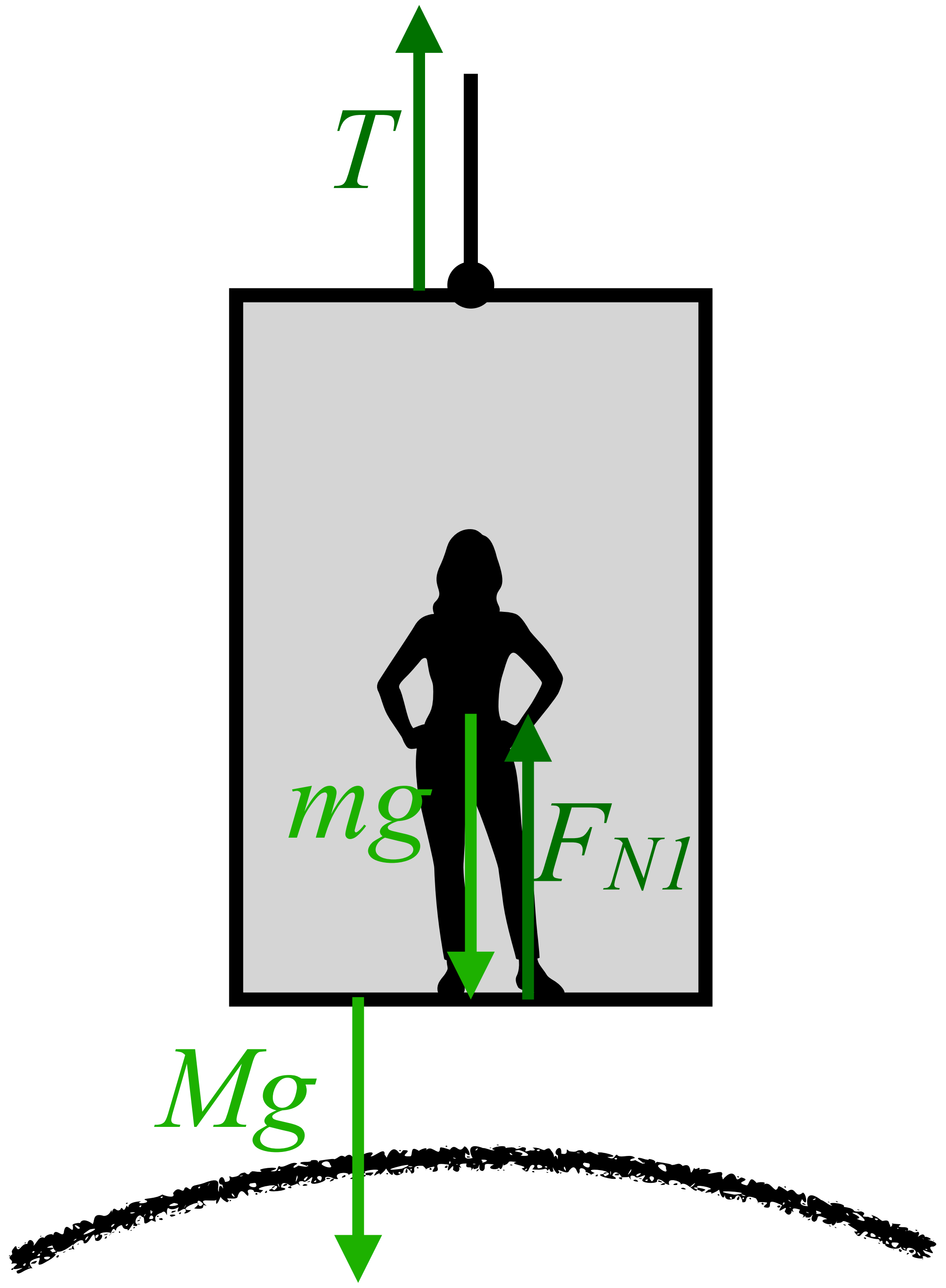
Esempio classico con SR = ascensore

Ascensore e persona entrambi accelerati dal campo gravitazionale ⇒ non c'è moto relativo (fermo)

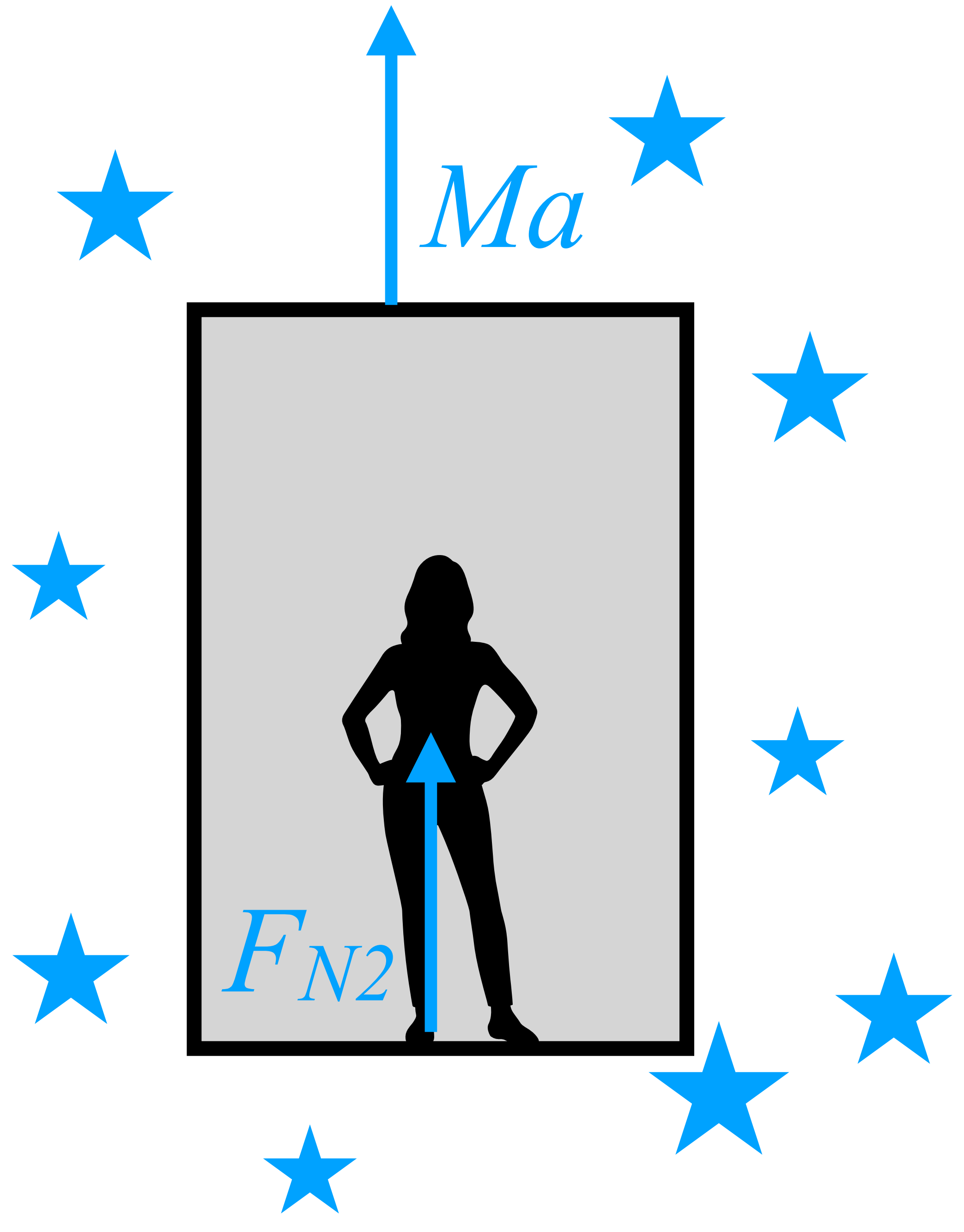
Ascensore e persona entrambi fermi in assenza di gravità ⇒ non c'è moto relativo (fermo)

Il principio di equivalenza: fondamento della relatività

Un sistema fermo in un campo gravitazionale è indistinguibile da un sistema non inerziale isolato con accelerazione a=g



Inerziale
(a=0)



Non-inerziale
(a=g)

Caso concettuale più complicato: in entrambi i SR la persona "subisce" la reazione vincolare del pavimento (sente di "pesare")

Sulla persona: $F_{N1} - mg = 0$ (fermo)

$$F_{N1} = mg$$

Sulla persona: $F_{N2} = ma$ (accelerato)

$$F_{N1} = F_{N2} \Rightarrow a = g$$

Riguarda l'**equivalenza** di sistemi di riferimento

Implica l'**equivalenza** delle masse **gravitazionali** e **inerziali**