Fisica per applicazioni di realtà virtuale

Anno Accademico 2022-23

Prof. Matteo Brogi
Dipartimento di Fisica, stanza B3, nuovo edificio

Lezioni 23-24
Meccanica dei fluidi

Introduzione ai fluidi

Studio diviso in fluido**statica** (fermi) e fluido**dinamica** (in moto)

- Fluidi: non hanno forma propria (assumono quella del recipiente)
- Fluidi: sostengono sforzi di taglio (sheer, cfr. lezione 13)

Gas

Né forma né volume propri, occupano tutto lo spazio a disposizione, <u>facilmente comprimibili</u>

Liquidi

Volume definito, superficie di separazione, <u>difficilmente comprimibili</u>
(cfr. B=1E9 N/m^2 vs B=1E5 N/m^2, lezione 13)

Il comportamento diverso tra **gas** e **liquidi** è dovuto dalle diverse forze di legame tra molecole nelle due fasi.

Grandezze dei fluidi: densità e peso specifico

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right]$$

Spazio interstellare: 10^{-18} - 10^{-21} kg / m^3
Miglior vuoto di laboratorio: 10^{-18} kg / m^3
Aria: ~1 kg / m^3
Acqua: ~1000 kg / m^3

Densità

- Aumenta con la *pressione*
- Diminuisce al crescere della *temperatura*
- Varia poco nei liquidi (incompressibili), moto nei gas

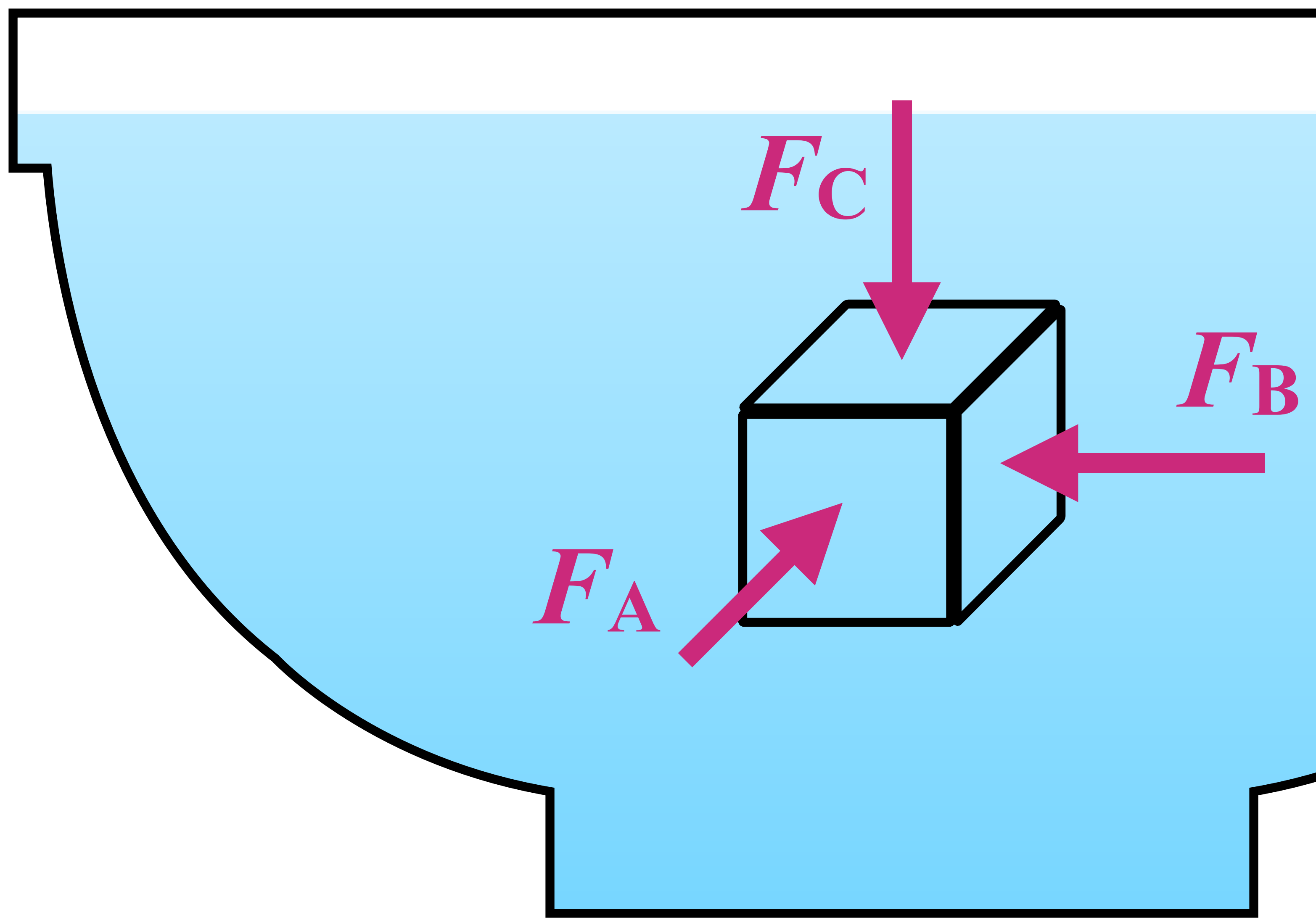
Peso specifico

$$\sigma = \frac{mg}{V} = \rho g \quad \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2\mathrm{s}^2}\right] \text{ oppure } \left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^3}\right]$$

Forze nei fluidi: caratteristiche

Qualsiasi elemento di un fluido può **scorrere**
rispetto a un elemento adiacente o alla parete del contenitore

Equilibrio: le forze su un elemento di fluido (ad es. un cubo) sono normali alla superficie di separazione, altrimenti gli elementi scorrerebbero tra di loro



Equilibrio: le forze F_A, F_B ed F_C in figura sono tutte uguali in modulo e normali alle facce del cubo

Le forze si distinguono in:

- forze **di volume** (prop. all'elemento dV)
- forze di **superficie** (prop. all'elemento dS)

La pressione in un fluido

Pressione (p) = rapporto fra forza agente su superficie S e la superficie stessa

Pressione

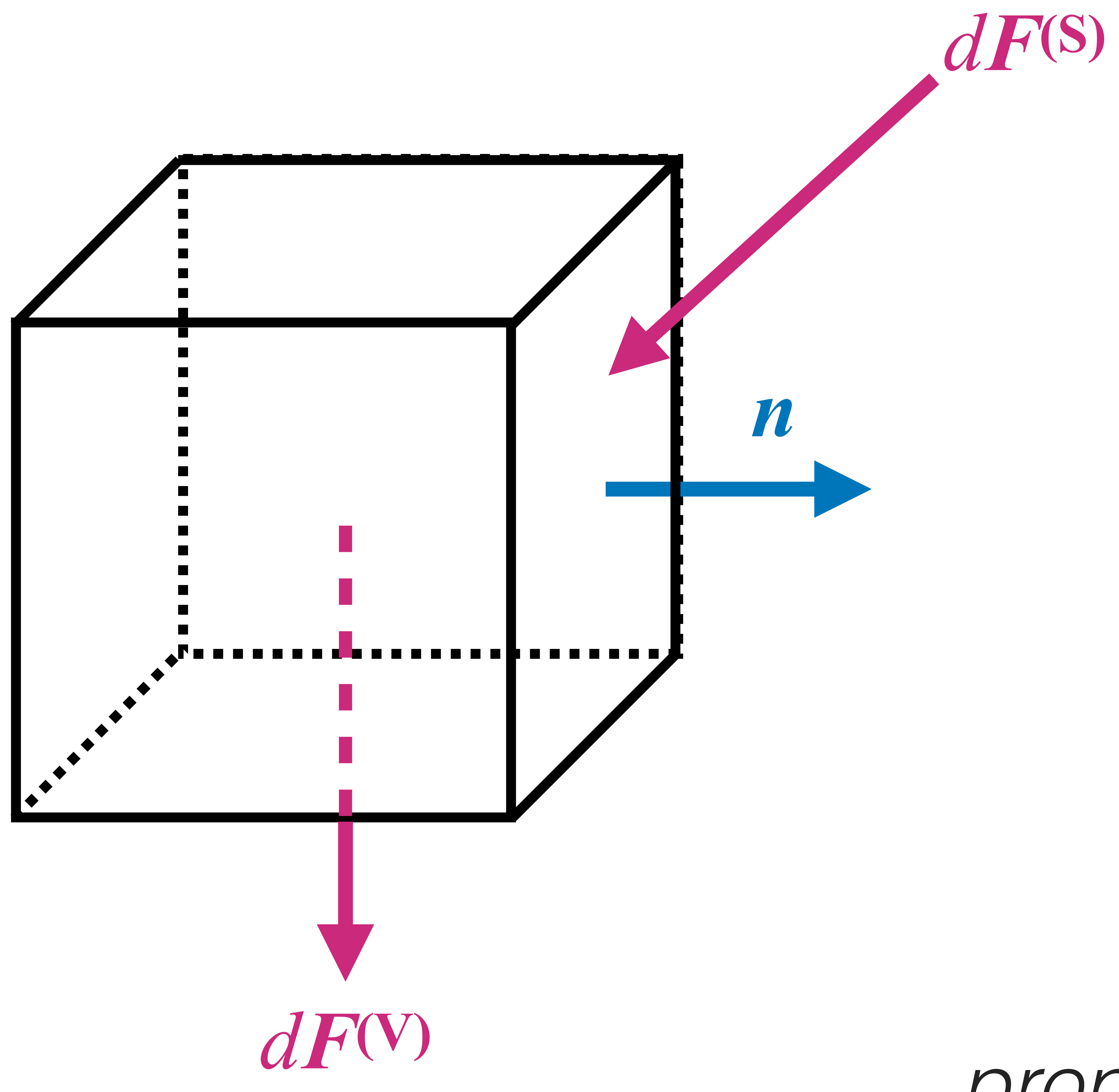
$$p = \frac{F_\perp}{S} \quad [\mathrm{N\,m^{-2}} \text{ oppure } \mathrm{Pa}]$$

Componente della forza
perpendicolare *alla superficie*

La pressione di un fluido non ha caratteristiche direzionali
È uno ***scalare*** *associato a ciascun volume elementare del fluido*

In fisica dell'atmosfera *(meteorologia) si usa il* ***bar*** *(100,000 Pa) e il* ***mbar***
oppure l'atmosfera (1 ***atm*** *= 1.013 bar)*

Forze di volume e forze di superficie: un esempio concreto



Forze di volume

*Per ciascun elemento di massa dm la forza è proporzionale a dV, per esempio la **forza peso:***

$$dF^{(V)} = g\,dm = g\rho\,dV$$

Forze di superficie

*Alla superficie di contatto / separazione, proporzionale alla superficie, per esempio legate agli **sforzi normali** (p) o **di taglio** (τ)*

*Sforzo **di taglio:** solo per fluidi in moto* →

$$dF_{\parallel} = \tau\,dS \qquad dF_{\perp} = p\,dS$$

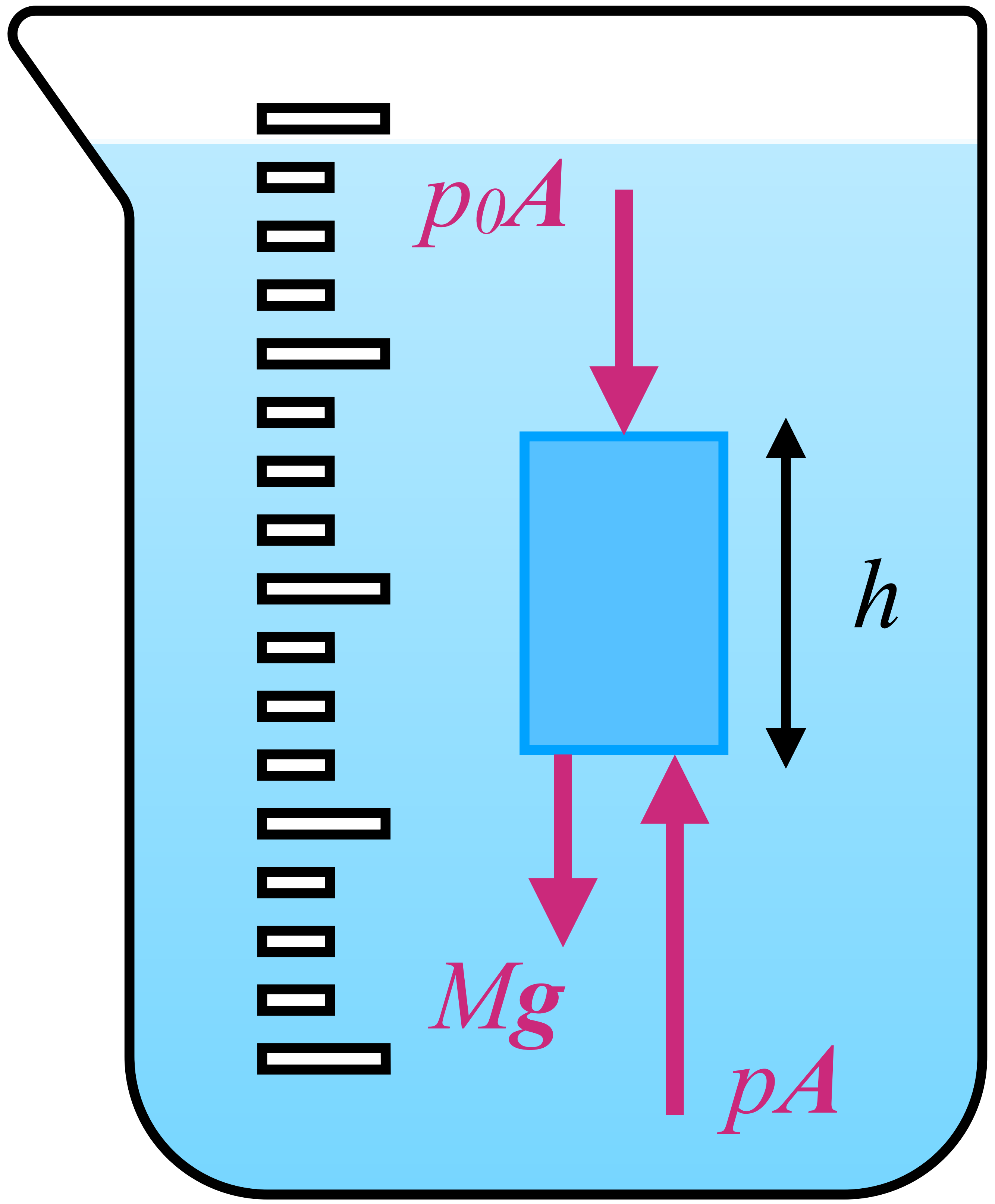
Equilibrio idrostatico sotto la forza peso

Fluido in **quiete**: tutti gli elementi hanno accelerazione e velocità nulle

Non ci sono sforzi di taglio, la forza peso e la forza dovuta alla pressione devono equilibrarsi

$$\sum \vec{F} = 0$$

(equilibrio idrostatico)



Asse verticale:

$$pA - mg - p_0A = 0$$
$$pA = p_0A + \rho Ahg$$

$$p = p_0 + \rho gh$$ ***Legge di Stevino***

Su un fluido agisce la forza peso: la pressione deve aumentare con la profondità per mantenere l'equilibrio

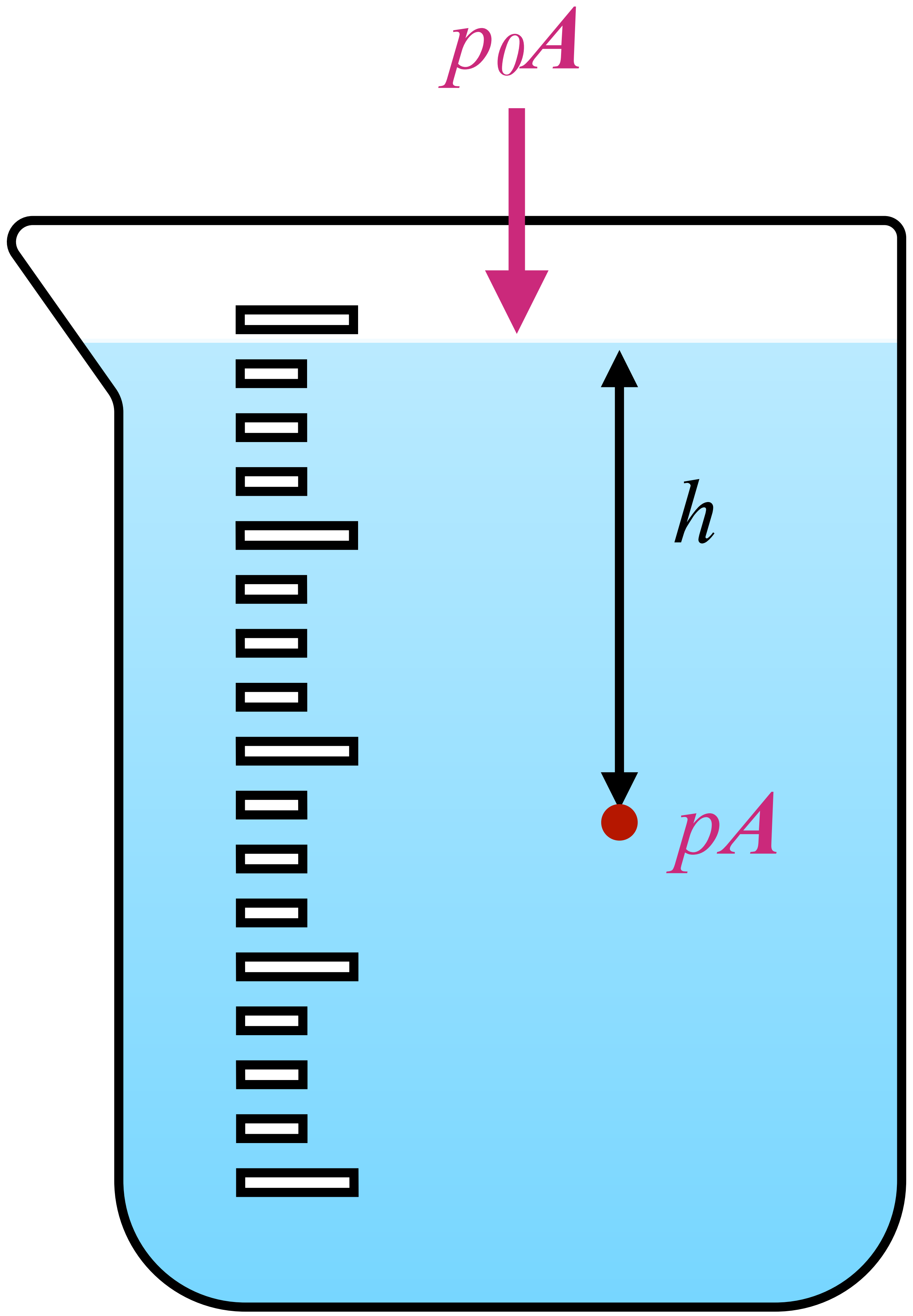
$\Rightarrow$ ***La pressione dipende solo dalla profondità***

Conseguenze della legge di Stevino: legge di Pascal

$$p = p_0 + \rho g h$$

Profondità

Pressione atmosferica alla superficie di separazione acqua-aria



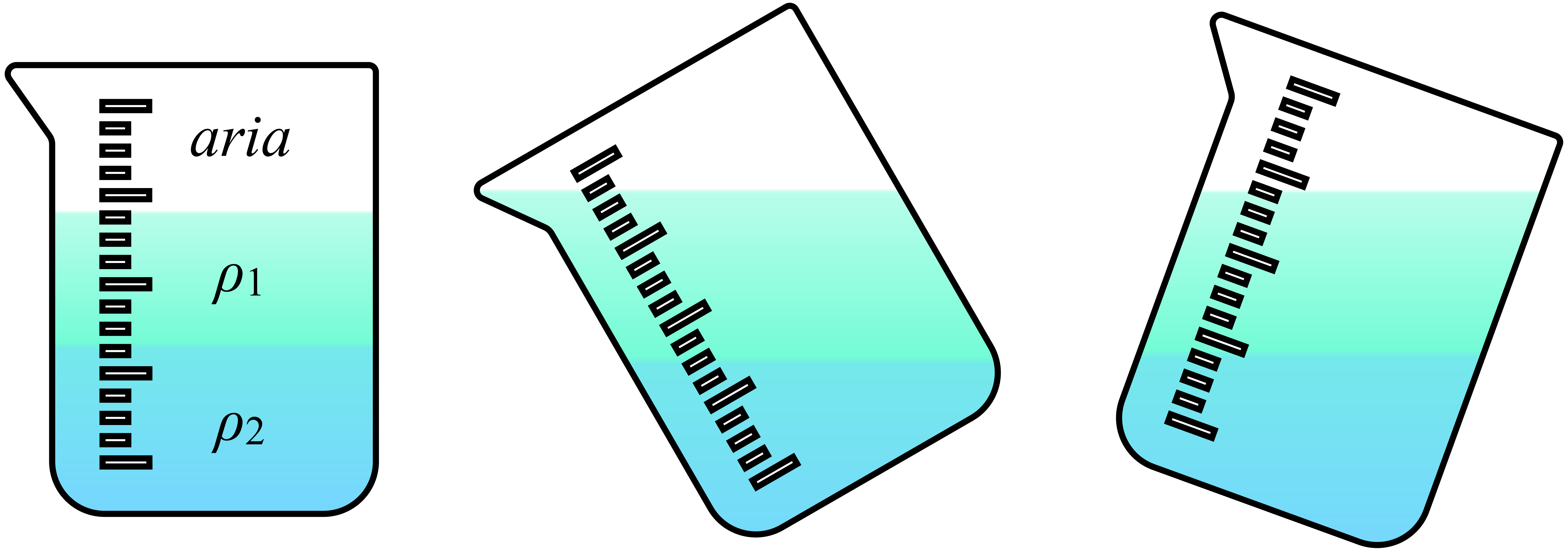
Se la pressione esterna cambia, cambia il valore di p_0

Un cambiamento di pressione esterna produce la <u>stessa</u> variazione di pressione su tutti gli elementi di un fluido (incomprimibile), incluse le pareti del recipiente

(un dato cambiamento Δp_0 influenza tutti i valori di p alla stessa maniera)

Le superfici di separazione tra fluidi sono orizzontali

Vale **nel caso statico** per liquido-aria, ma anche per fluidi immiscibili a densità diverse

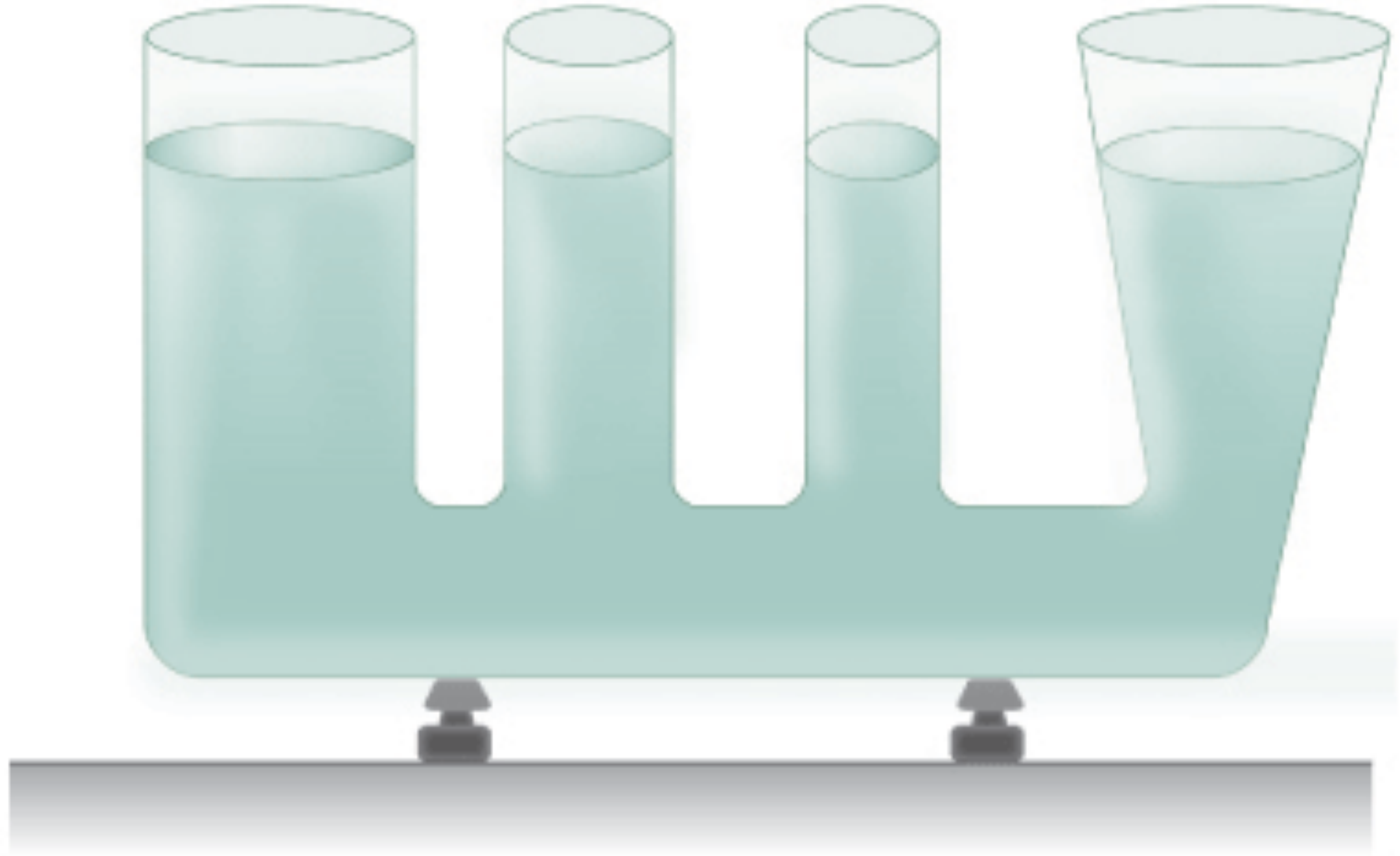


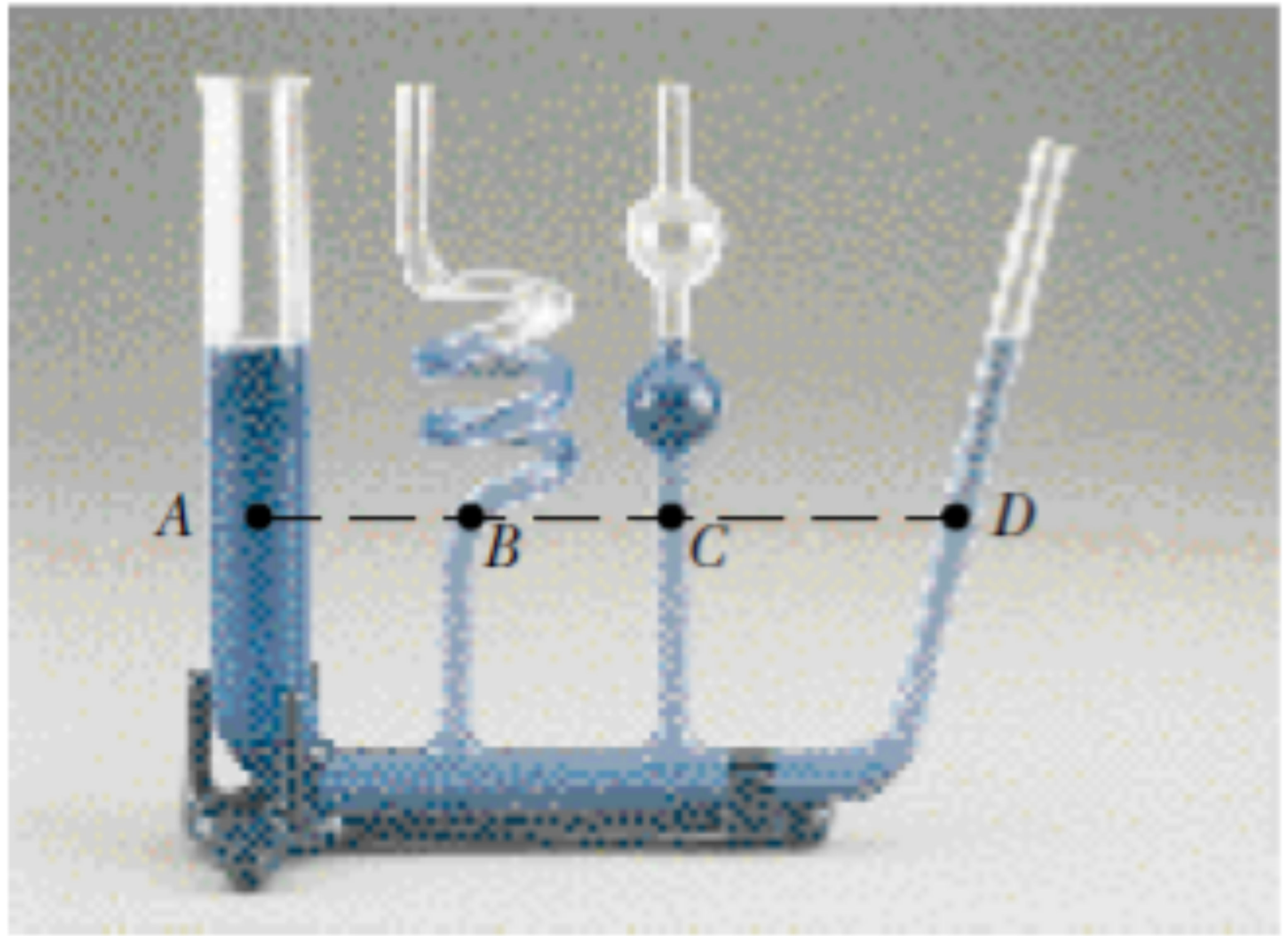
Conseguenza del principio di Pascal / legge di Stevino, la pressione non può essere diversa a profondità diverse

(ragionamento analogo bilanciando le forze su un elemento di fluido lungo l'asse orizzontale: se superfici sono inclinate c'è forza netta ≠ 0)

Il principio dei vasi comunicanti

All'equilibrio, un fluido distribuito tra vasi comunicanti si dispone alla stessa quota indipendentemente dalla forma del recipiente



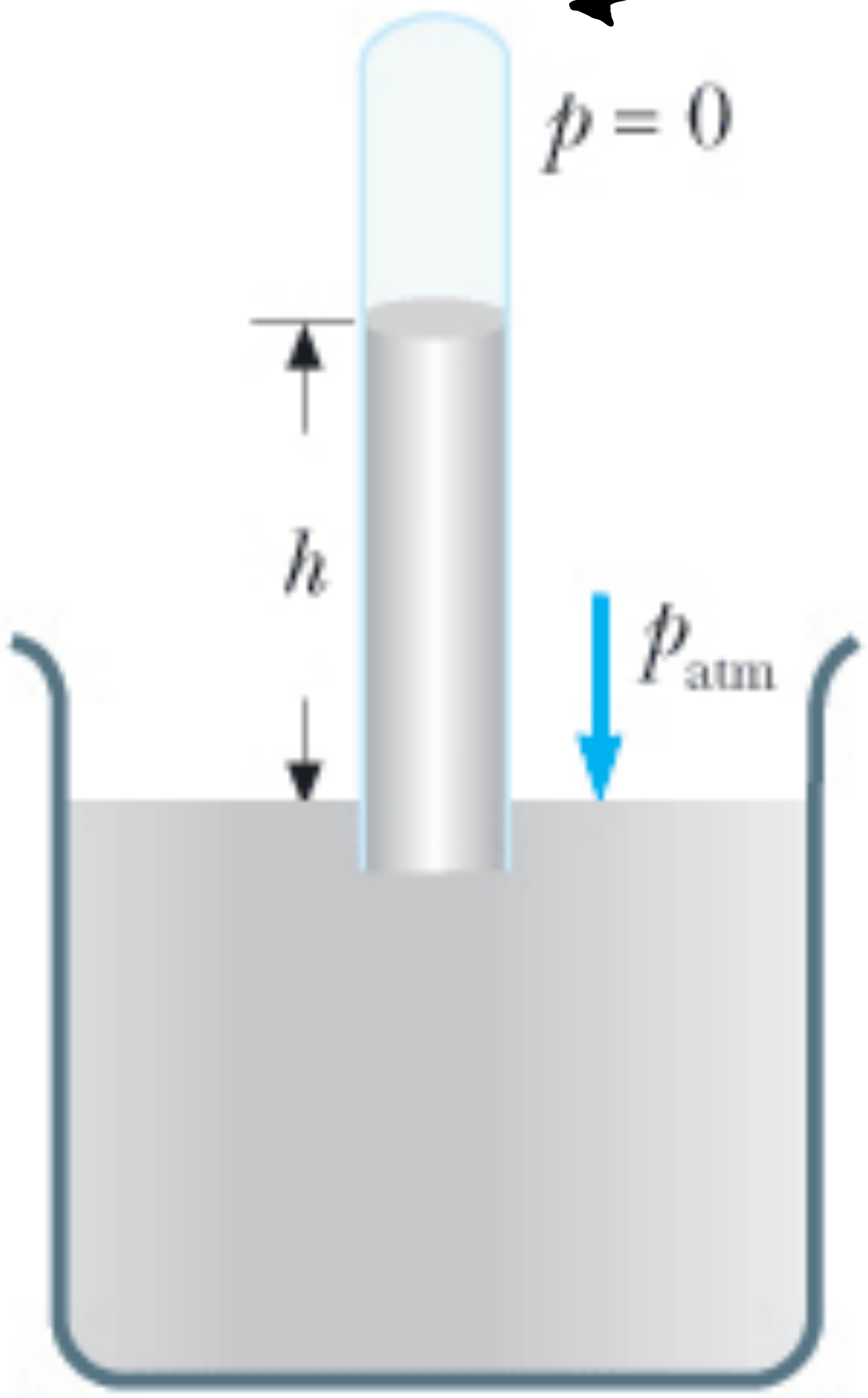


Conseguenza: *le superfici libere sono* <u>*equipotenziali*</u> *(oltre che* <u>*isobariche*</u>*)*

Se uno dei rami del recipiente viene riempito, l'acqua scorre agli altri rami finché il livello non si equilibra (applicazioni: cisterne, canali, chiuse, etc.)

Il barometro di Torricelli (a mercurio)

Cilindro di vetro capovolto in cui è stato realizzato il vuoto, immerso nel contenitore



Recipiente riempito di mercurio

Sulla superficie del liquido agisce la pressione atmosferica, eccetto per la sezione corrispondente al cilindro capovolto, dove si ha

$$p = 0 = p_{atm} + \rho g h$$

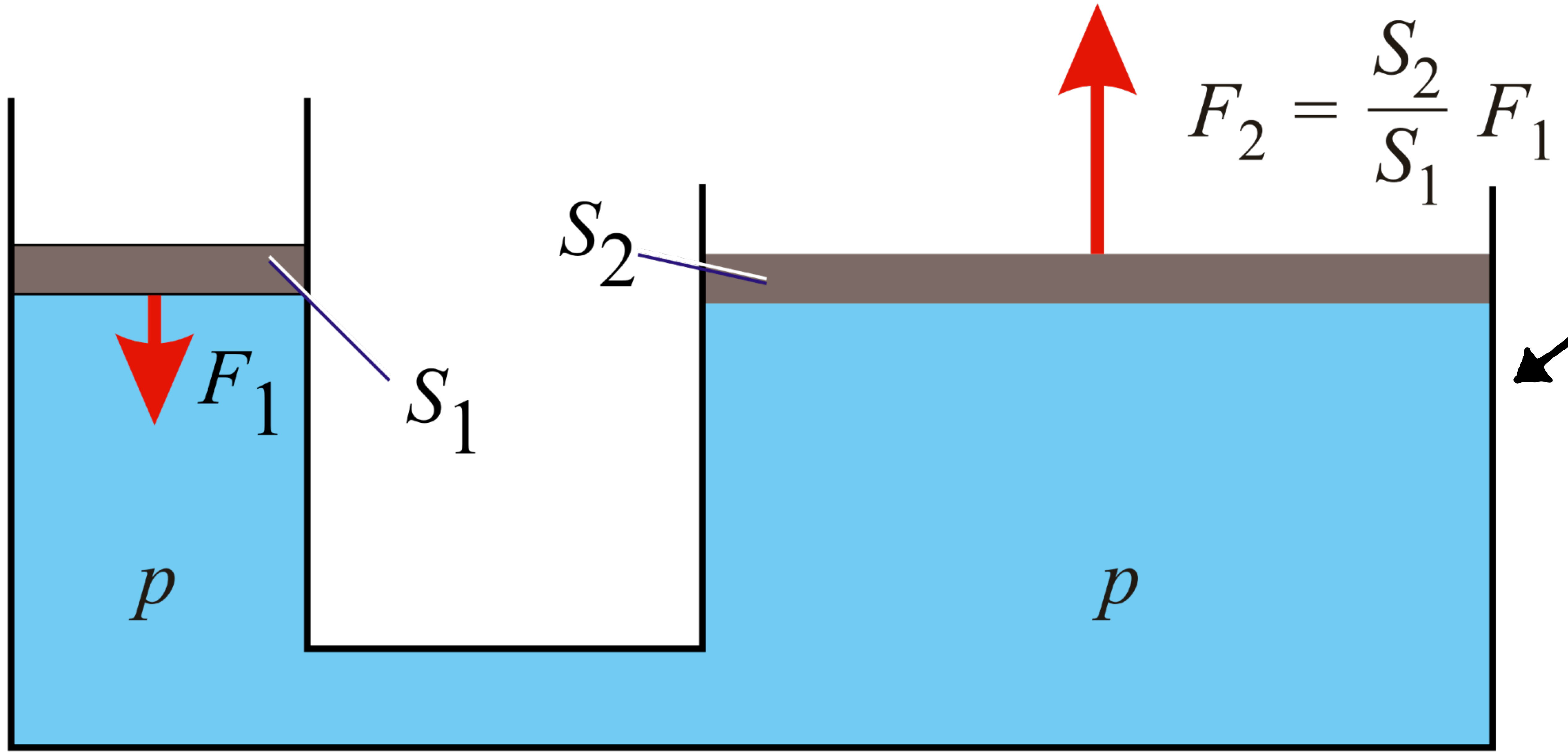
Dentro il cilindro il mercurio si innalza (h<0) cosicché $\rho g h = p_{atm}$

Il barometro trasforma una misura di altezza in una misura di pressione!

La legge di Pascal e la pressa idraulica

Cilindro 1: pistone premuto con forza F_1 ⇒ genera pressione $p_1 = F_1 / S_1$

Cilindro 2 comunica con 1: per Pascal il fluido ha la stessa pressione
⇒ sul secondo pistone si genera una forza $F_2 = p_1 S_2$

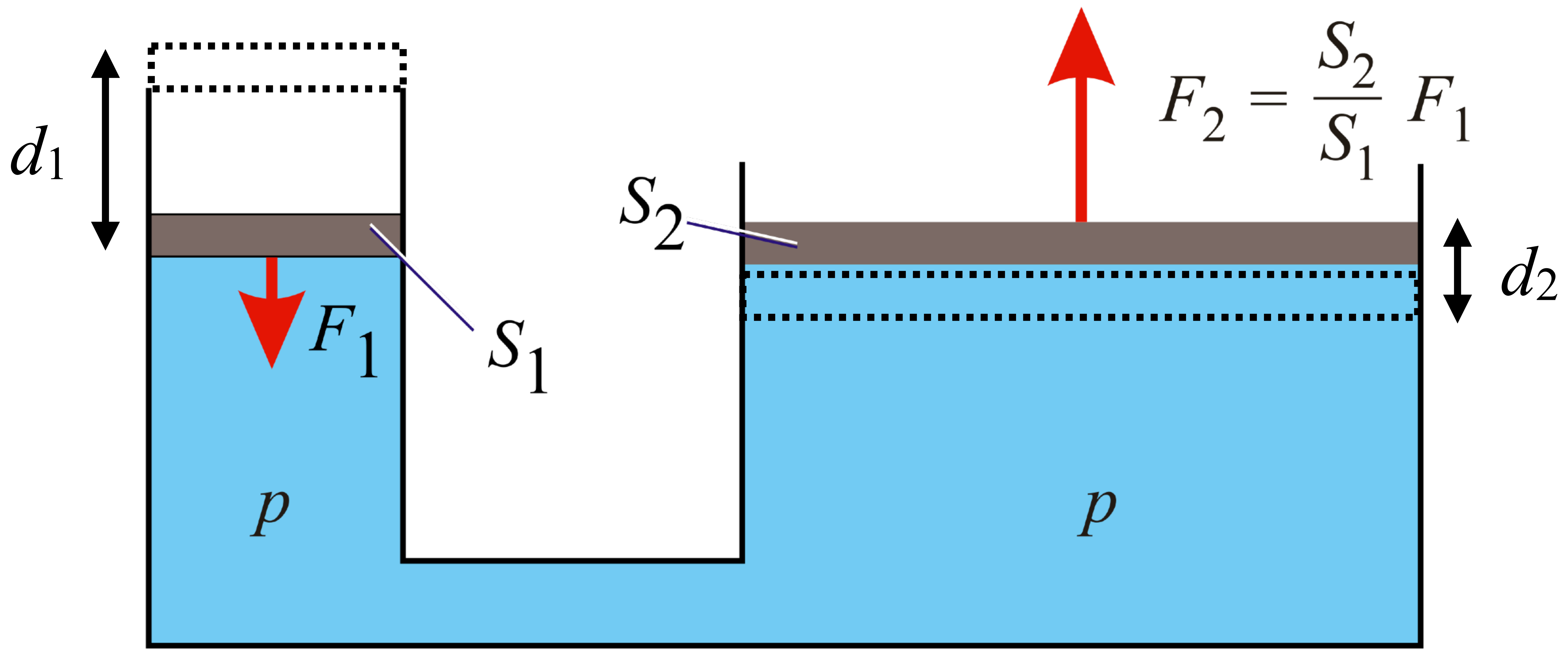


*Le **pareti** della pressa in qualsiasi punto devono sostenere la stessa pressione*

Aumentando il rapporto tra le due superfici si sviluppano forze notevoli.
Limite: resistenza delle pareti + tenuta stagna del pistone

Pressa idraulica e lavoro delle forze applicate

Fluido **ideale:** incompressibile, assenza di forze tra molecole (attrito)
⇒ L'energia deve conservarsi



*Il **pistone 1** si è abbassato di un'altezza d1, il lavoro compiuto è $W_1 = d_1F_1$*

*Il **pistone 2** si è alzato di un'altezza d2, il lavoro compiuto è $W_2 = d_2F_2$*

$$W_1 = W_2$$

$$F_1d_1 = F_2d_2$$

Attenzione ai segni!

W_1: lavoro compiuto dal pistone sul fluido
W_2: lavoro compiuto dal fluido sul pistone

Esercizi sulla pressione di un fluido

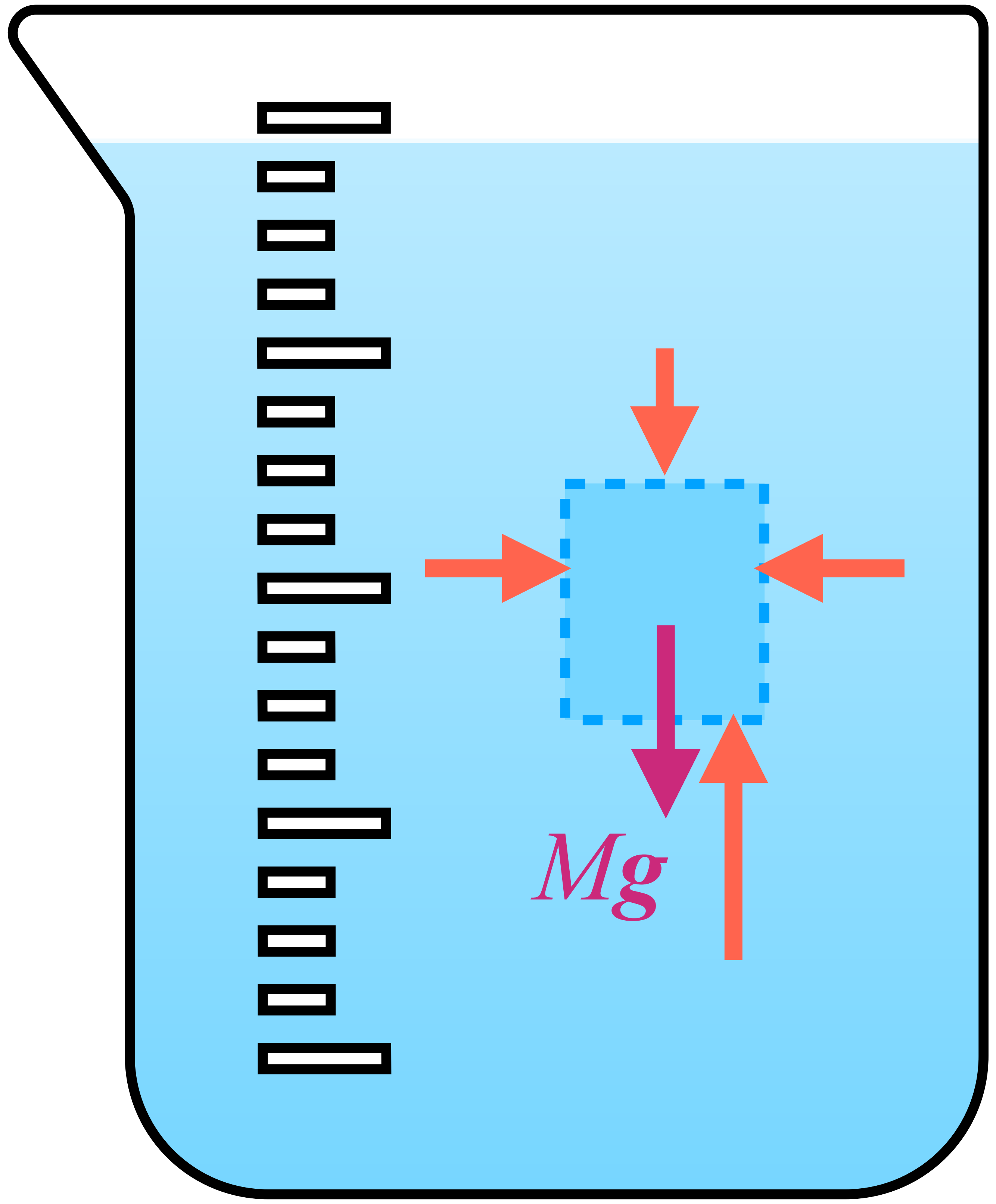
Esercizio 14.01: Valutare la forza netta esercitata sul timpano di un nuotatore sul fondo di una piscina olimpionica profonda 5 m. Si assuma che il timpano ha un'area di 1 cm^2.

Esercizio 14.02: Una diga di larghezza 50 m delimita un bacino di profondità 20 m. Determinare la forza risultante esercitata dall'acqua sulla diga. Commentare inoltre quali conseguenze la legge di Stevino ha sullo spessore di una diga in funzione dell'altezza.

Esercizio 14.03: Si calcoli l'altezza della colonna di mercurio (ϱ = 13600 kg m^{-3}) di un barometro di Torricelli quando la pressione atmosferica è esattamente 1 atm. Si spieghi come mai non sarebbe molto pratico costruire un barometro di Torricelli ad acqua.

Equilibrio idrostatico e principio di Archimede

Equilibrio **idrostatico:** $\sum$**F** = 0, già usata per la legge di Stevino



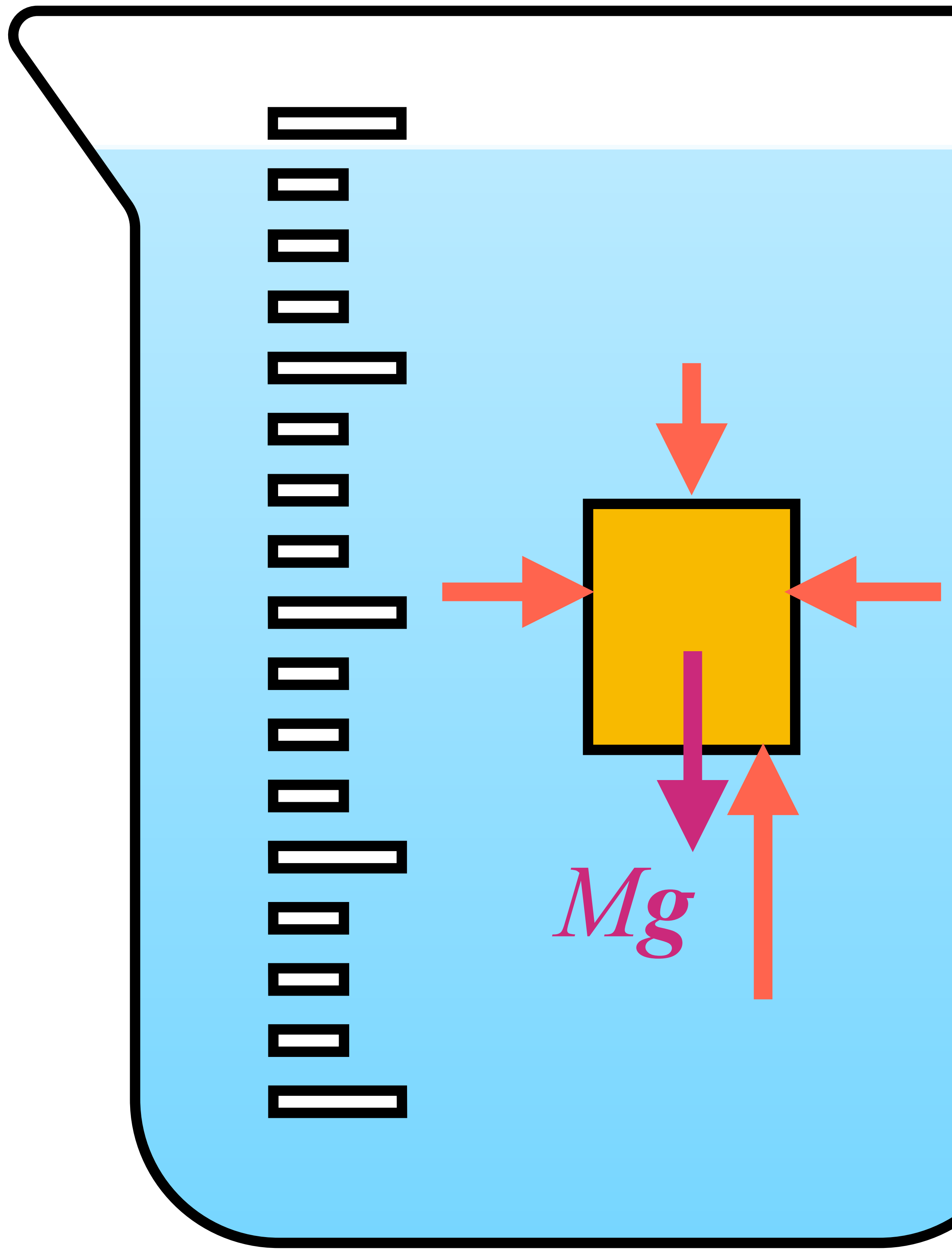
Su un volume di forma qualsiasi, la risultante delle **forze di pressione** bilancia la **forza peso**. Lavoriamo sull'**asse y** come in precedenza

$$-M_l g + F_p = 0$$

$$F_p = M_l g = \rho_l V g$$

Equilibrio idrostatico e principio di Archimede

Rimuoviamo il liquido e **sostituiamolo con un oggetto** dello stesso volume



L'oggetto ha massa $M_o = \rho_o V$

La sommatoria delle forze può essere non-nulla:

$$-M_o g + F_p = B$$

$$B = \rho_l V g - \rho_o V g = (\rho_l - \rho_o) V g$$

La forza *B* è detta **spinta di Archimede**

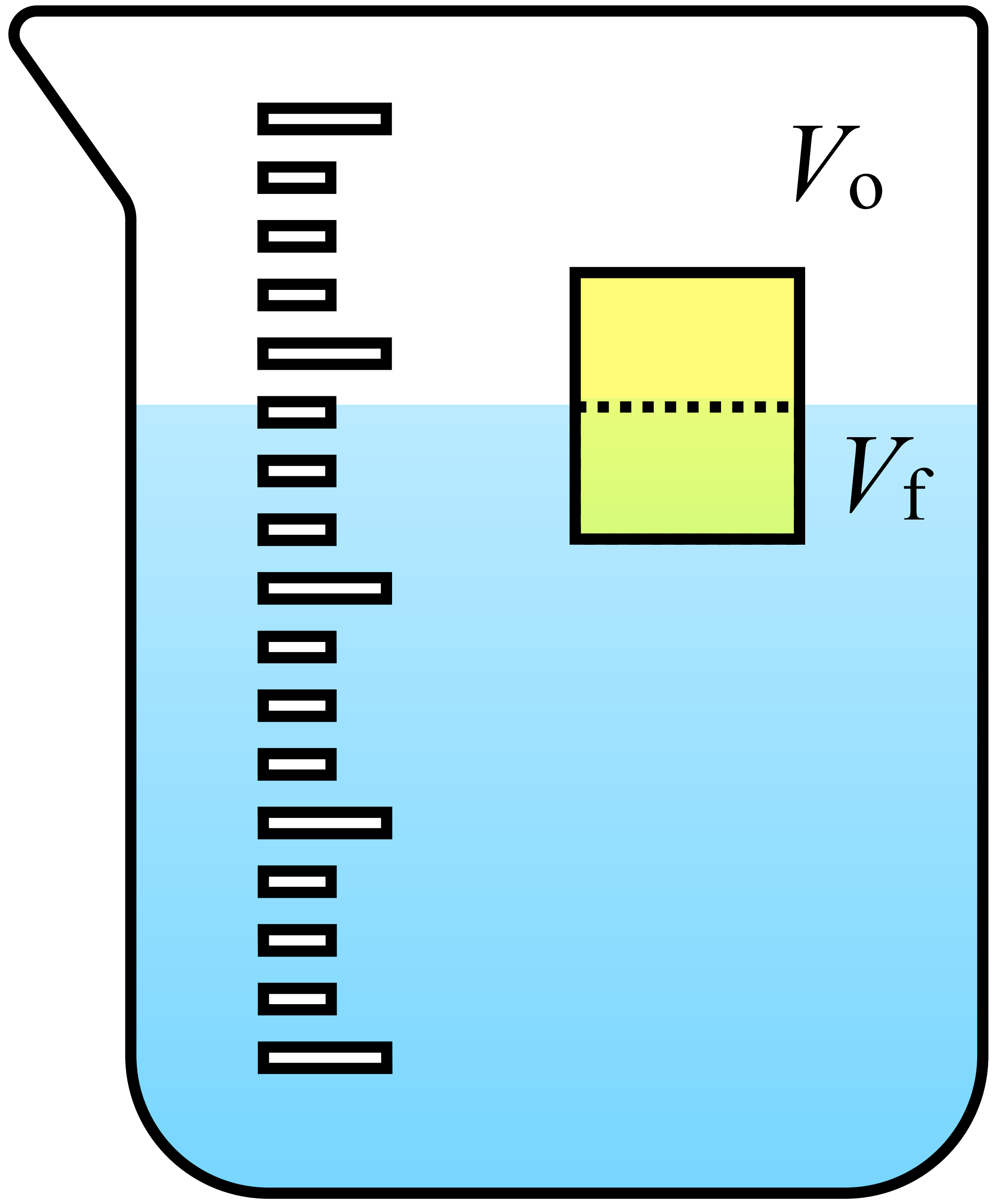
- $(\rho o < \rho l) \Rightarrow B > 0 \Rightarrow$ spinta verso l'alto
- $(\rho o > \rho l) \Rightarrow B < 0 \Rightarrow$ spinta verso il basso
- $(\rho o = \rho l) \Rightarrow B = 0 \Rightarrow$ corpo in equilibrio

Enunciato del principio di Archimede

Un corpo immerso in un liquido riceve una spinta dal basso verso l'alto pari al peso del liquido spostato

(l'accelerazione netta del corpo immerso dipende dalla sua densità)

Tale spinta è prodotta dalle forze di pressione che mantengono l'equilibrio idrostatico in presenza di gravità ⇒ $F_p = \rho V g = M g$ = peso



Che succede a un **corpo che galleggia?**
Una frazione V_f del volume totale V_o è immersa e determina il peso del liquido spostato

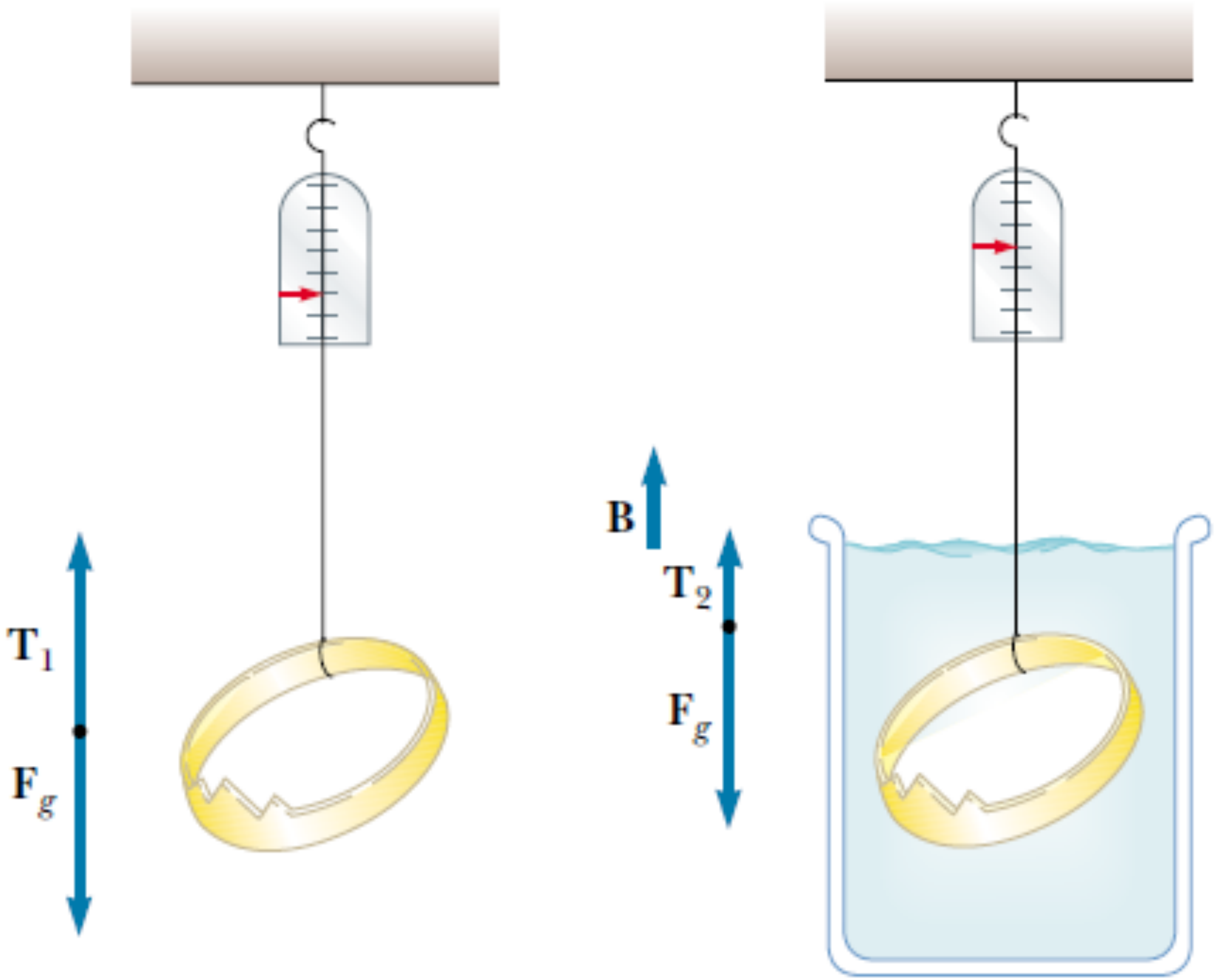
$$\sum F = -\rho_o V_o g + \rho_f V_f g = 0$$

$$\rho_o V_o = \rho_f V_f$$

Peso di un corpo immerso in un liquido

Fuori dal liquido il dinamometro segna esattamente il peso dell'anello dovuto alla accelerazione di gravità

$$T_1 - Mg = 0$$



Dentro il liquido l'anello subisce una spinta aggiuntiva verso l'alto e il dinamometro segna un peso minore

$$T_2 - Mg + B = 0$$

$$T_2 = T_1 - B$$

Un corpo immerso in un liquido mostra un peso apparente ridotto dovuto alla spinta di Archimede

Esercizi sulla legge di Pascal / principio di Archimede

Esercizio 14.04: Un'officina usa una pressa idraulica ad aria compressa, che esercita una forza su un pistone di raggio 5 cm, trasmessa dal liquido a un pistone di raggio 15 cm. Si calcoli:

a) La forza esercitata dall'aria compressa per sollevare un'auto di massa 1100 kg;

b) La corrispondente pressione esercitata sul pistone

Esercizio 14.05: Quale frazione di un iceberg rimane immersa, sapendo che la densità dell'acqua salata è 1020 kg m^{-3} e quella del ghiaccio è 917 kg m^{-3} ?

Esercizio 14.06: Nel trattato *de Architectura*, Vitruvio narra la storia del tiranno Gerone, il quale chiese ad Archimede di provare che la sua corona fosse veramente d'oro. In una versione moderna, appendendo la corona a un dinamometro si misurano 7.84 N, che scendono a 6.86 N immersa in acqua. I corrispondenti valori per un lingotto d'oro sono 98.00 N e 92.92 N. Che cosa ne conclude Archimede?

Esercizio 14.07: Quale volume deve avere un pallone atmosferico per sollevare un carico di 100 kg, se la densità dell'elio è 0.179 kg / m^3?