

Fisica per applicazioni di realtà virtuale

Anno Accademico 2022-23

Prof. Matteo Brogi

Dipartimento di Fisica, stanza B3, nuovo edificio

Lezione 12

Statica ed equilibrio in presenza di rotazioni

Equilibrio in presenza di rotazione

Statica: studio dell'equilibrio = assenza di moto traslazionale e rotazionale

**Prima
condizione
(traslazione)**

$$\vec{R} = \sum \vec{F} = \vec{0} \quad \sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum F_z = 0$$

Un centro di massa fermo (accelerazione nulla) rimane fermo

$R=0$ non implica necessariamente momento torcente nullo.
Il corpo esteso potrebbe sempre ruotare pur non traslando

**Seconda
condizione
(rotazione)**

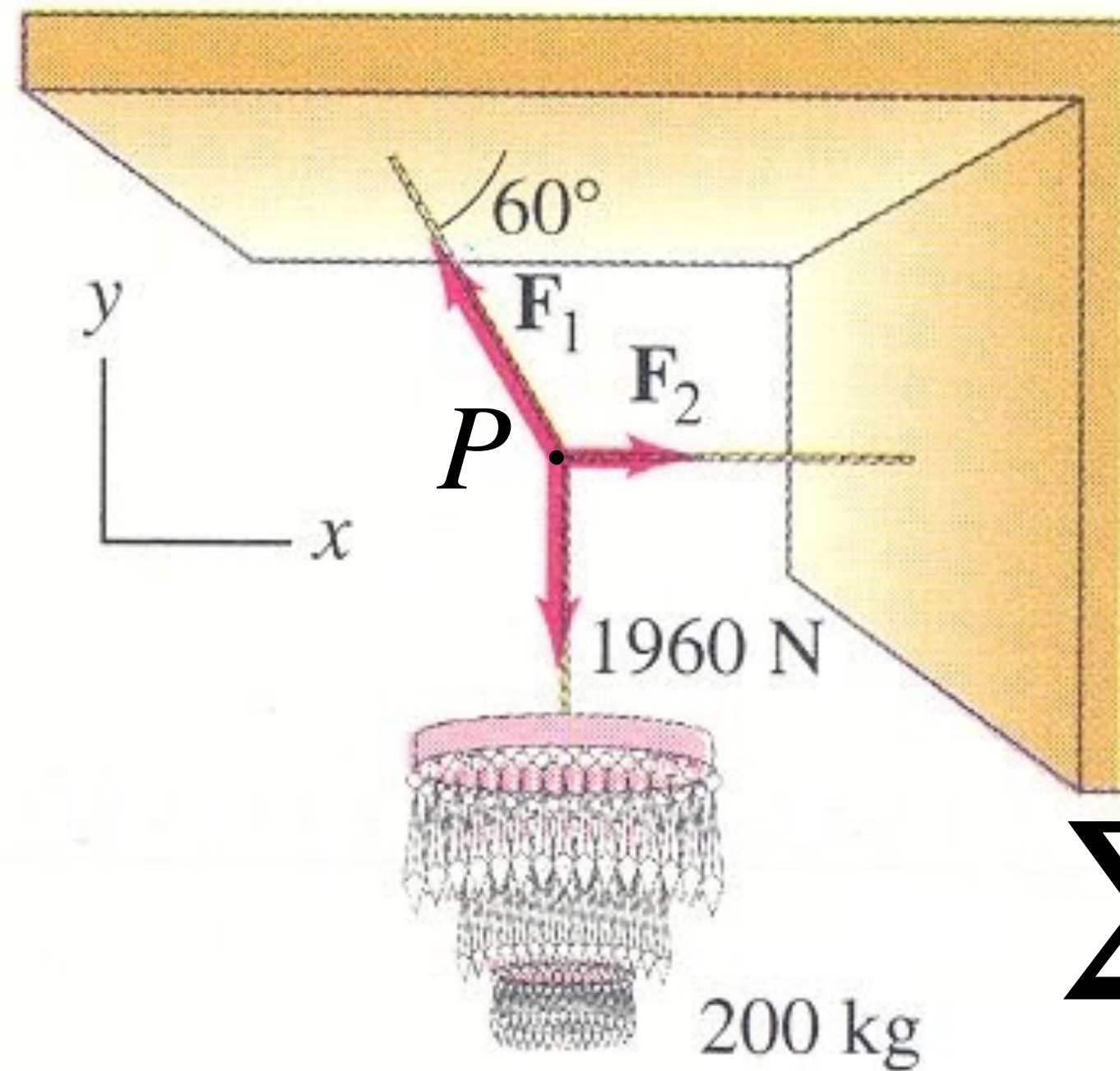
$$\vec{T} = \sum \vec{\tau} = \vec{0} \quad \sum \tau_x = 0, \quad \sum \tau_y = 0, \quad \sum \tau_z = 0$$

Un corpo esteso in equilibrio non ruota

Relazioni vettoriali: 6 equazioni in totale (2 x 3 direzioni)

Applicazione delle condizioni di equilibrio

Dipende dalla natura dell'oggetto (punto materiale vs corpo esteso)



Lampadario sostenuto da due corde = due tensioni

*Equilibrio calcolato al **punto di giunzione P**
(punto materiale = solo condizione traslazionale)*

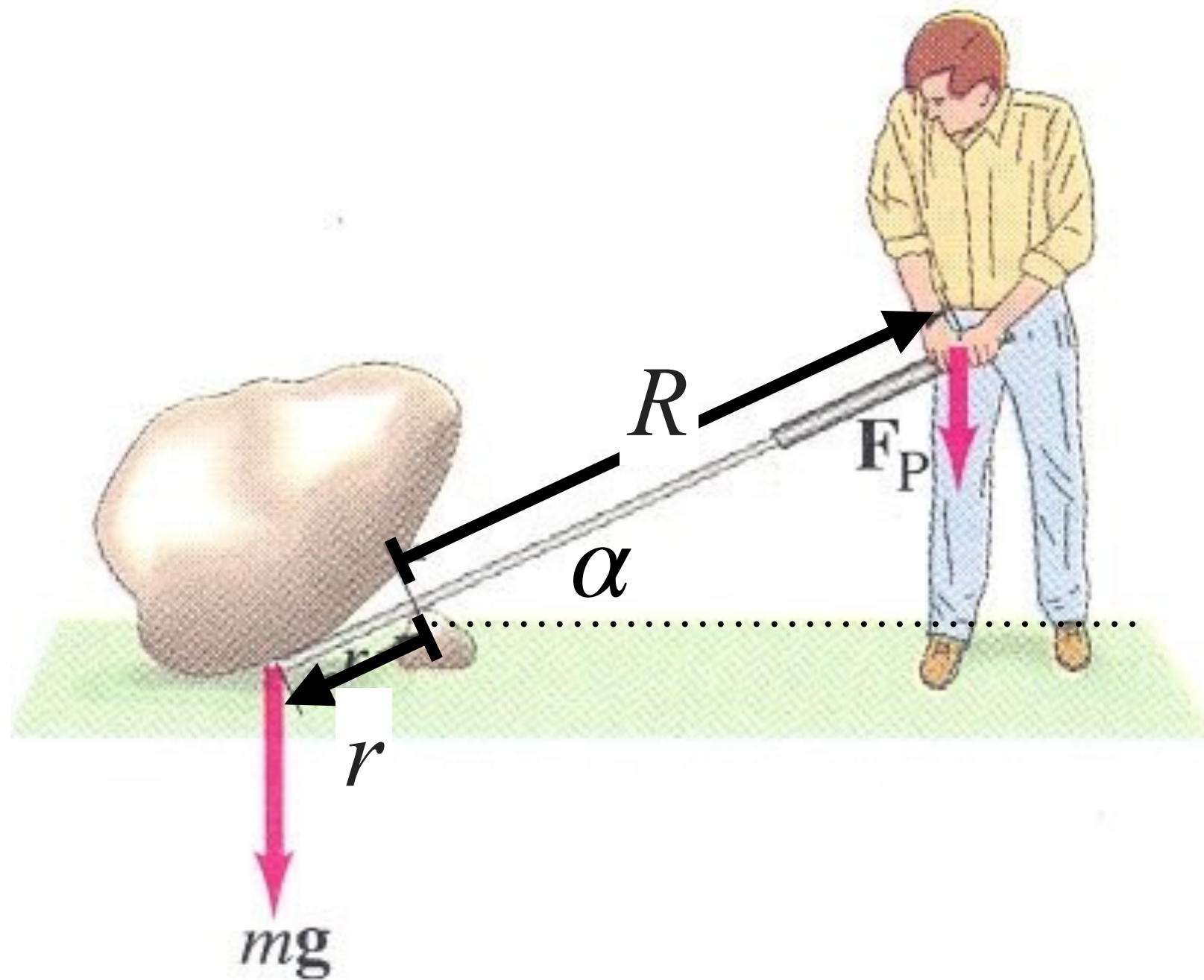
$$\sum F_y = F_1 \sin(60^\circ) - mg = 0 \quad F_1 = \frac{mg}{\sin(60^\circ)} = 2260 \text{ N}$$

$$\sum F_x = F_2 - F_1 \cos(60^\circ) = 0 \quad F_2 = F_1 \cos(60^\circ) = 1130 \text{ N}$$

*Massima tensione è quella di F_1 (intuitivo) che deve sostenere
 $2260/9.81 = 231 \text{ kg}$ ($>$ massa lampadario, contro-intuitivo)*

Applicazione delle condizioni di equilibrio

Dipende dalla natura dell'oggetto (punto materiale vs corpo esteso)



Principio della leva (Archimede)

*Asse di rotazione passante per il fulcro
= punto su cui applicare l'equilibrio*

1^a condizione: *F della leva sul fulcro bilanciata da reazione vincolare del fulcro sulla leva*

2^a condizione: *i momenti torcenti devono bilanciarsi*

$$\sum \tau = RF_P \sin(\pi/2 + \alpha) + rmg \sin(3\pi/2 + \alpha) = 0$$

Usando relazioni trigonometriche

$$-RF_P \cos(\alpha) + rmg \cos(\alpha) = 0$$

$$\frac{r}{R} = \frac{F_P}{mg}$$

*Forza applicata
inversamente prop.
alla leva*

Esercizi sulle condizioni di equilibrio

Esercizio 8.01: Un'asse di massa 2 kg è usata come altalena. Se un bambino di massa 30 kg siede a 2.5 m dal fulcro, a quale distanza dal fulcro si dovrà sedere un secondo bambino di massa 25 kg per bilanciare l'altalena? Si assuma l'asse omogenea e il fulcro nel punto medio.

In 8.01 possiamo anche scrivere la I e II condizione di equilibrio, ma solo la II condizione è utile per trovare la distanza dal fulcro

Esercizio 8.02: Una trave uniforme di massa 1500 kg e lunga 20 m sostiene una pressa per la stampa di massa 15 t posta a 5 m dalla colonna di sostegno destra. Calcolare la forza agente su ciascuno dei sostegni verticali.

In 8.02 impariamo che imponendo l'equilibrio sulla trave troviamo le forze di reazione dei sostegni sulla trave, mentre la forza della trave sui sostegni avrà verso opposto. Impariamo anche che la scelta del punto rispetto al quale calcolare i momenti torcenti è arbitraria, ma se fatta in maniera oculata semplifica i conti

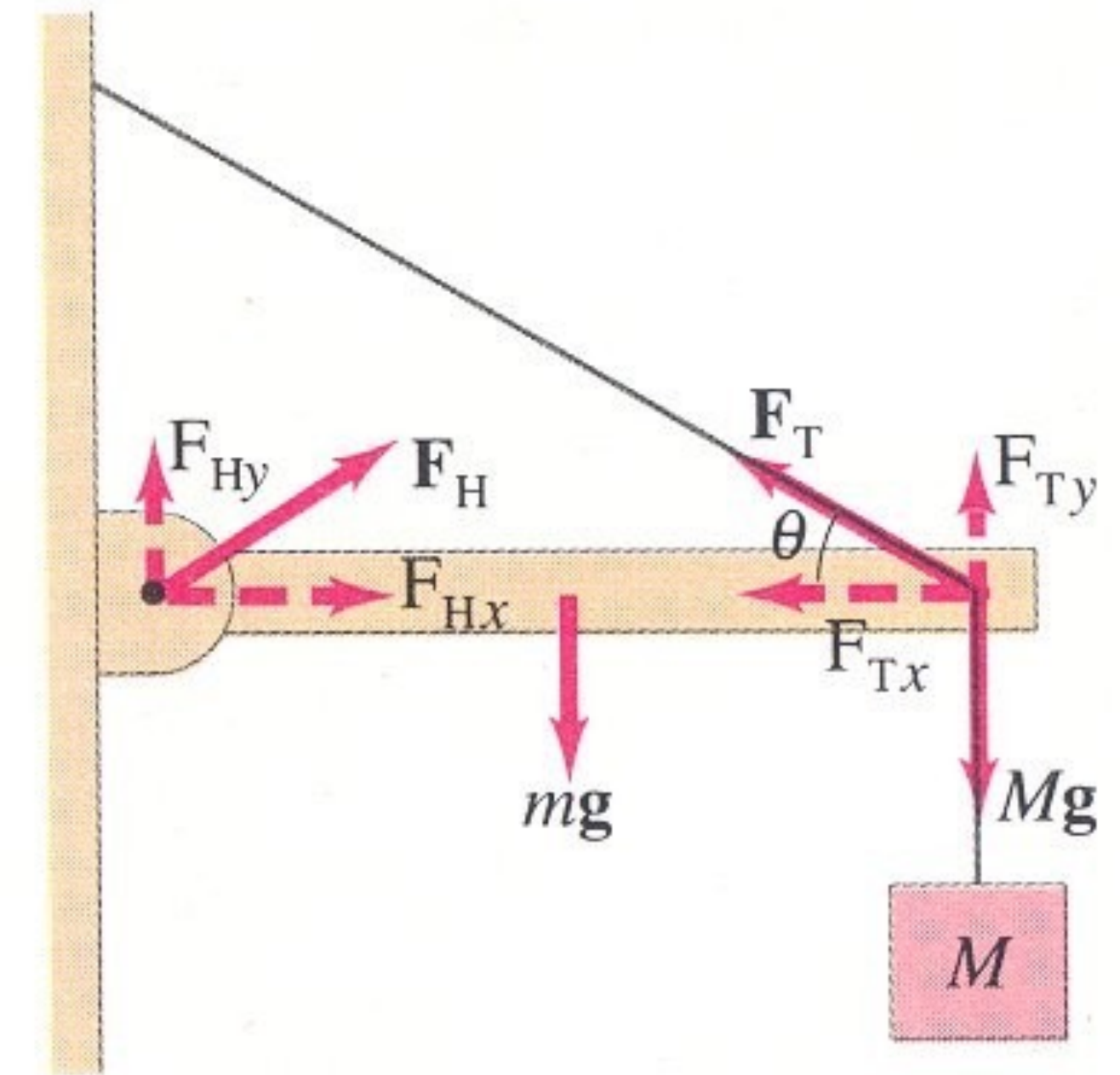
Esercizi sulle condizioni di equilibrio

Esercizio 8.03: Una trave uniforme di massa 1200 kg e lunga 50 m è usata come trampolino fissando il suo estremo sinistro a una colonna di sostegno, e aggiungendone una seconda a 20 m dalla prima. Determinare le reazioni vincolari dei due supporti.

In 8.03 scopriamo che se “sbagliassimo” l’analisi delle forze nel diagramma del corpo libero, troveremmo un risultato di segno discorde rispetto al diagramma.

Esercizio 8.04: Una trave uniforme di massa 25 kg e lunga 2.2 m è incernierata al muro come in figura. La trave è sostenuta in posizione orizzontale da un cavo che forma un angolo di 30° con l’orizzontale. All’estremo della trave è appesa una massa di 280 kg. Determinare le componenti di \mathbf{F}_H e \mathbf{F}_T .

Come in 8.03, non importa disegnare \mathbf{F}_H in modo giusto “a intuito”. Se sbagliamo, la soluzione ci darà componenti di segno discorde rispetto al disegno.



Esercizi sulle condizioni di equilibrio

Esercizio 8.05: Una scala omogenea lunga 5 m e di massa 12 kg è appoggiata al muro in un punto a 4 m dal suolo. Trascurando l'attrito del muro, ma non quello del pavimento, determinare le forze esercitate dalla scala sul pavimento e sul muro.

In 8.05 dobbiamo ricordarci che un vincolo senza attrito (la parete) ha solo una componente della forza di reazione perpendicolare al moto;

Un vincolo con attrito (il pavimento) produce sia una reazione normale che una forza frenante.

Stabilità ed equilibrio per le traslazioni (cfr. lezione 8)

Tre tipi di equilibrio

Stabile: spostamento genera f. di richiamo, minimo del potenziale

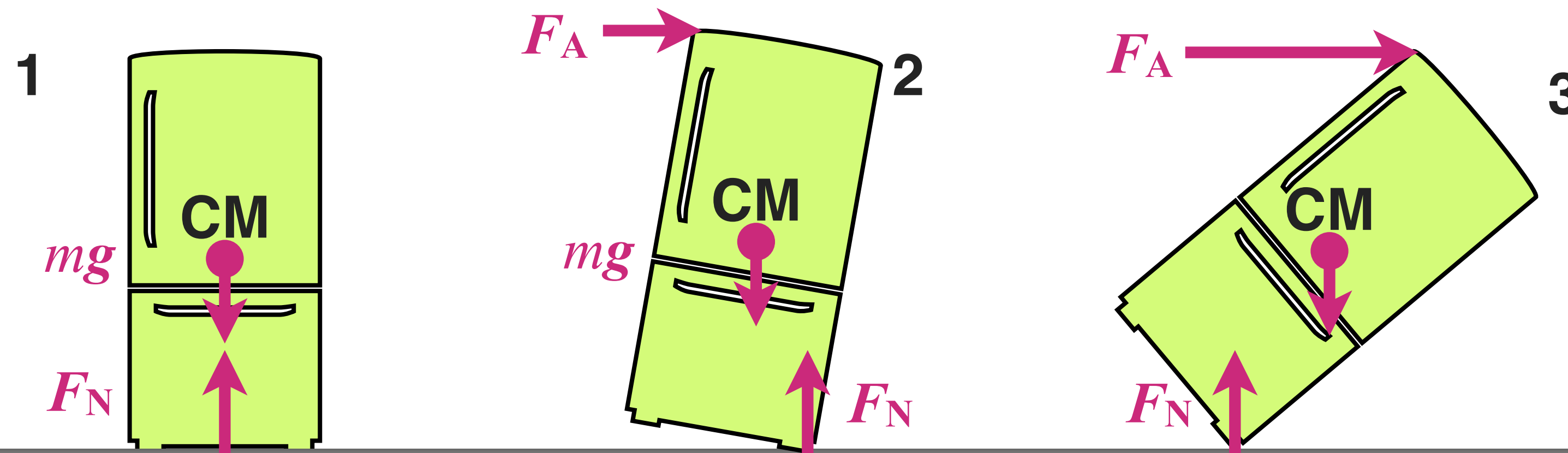
Instabile: spostamento genera f. repulsiva, massimo del potenziale

Indifferente: corpo resta nella nuova posizione, potenziale costante



Equilibrio per rotazioni

Si genera un momento tra reazione vincolare e forza sul CM che può contrastare (stabile) oppure no (instabile) la rotazione impressa



- 1:** nessuna perturbazione, 1^a e 2^a condizione verificate (bracci nulli)
2: piccola perturbazione F_A , mg ha τ opposto (richiamo = equilibrio stabile)
3: grande perturbazione F_A , mg ha τ concorde (caduta = equilibrio instabile)

Nota condizione per le “torri pendenti”:
stabili finché la proiezione del CM rimane entro la base della struttura