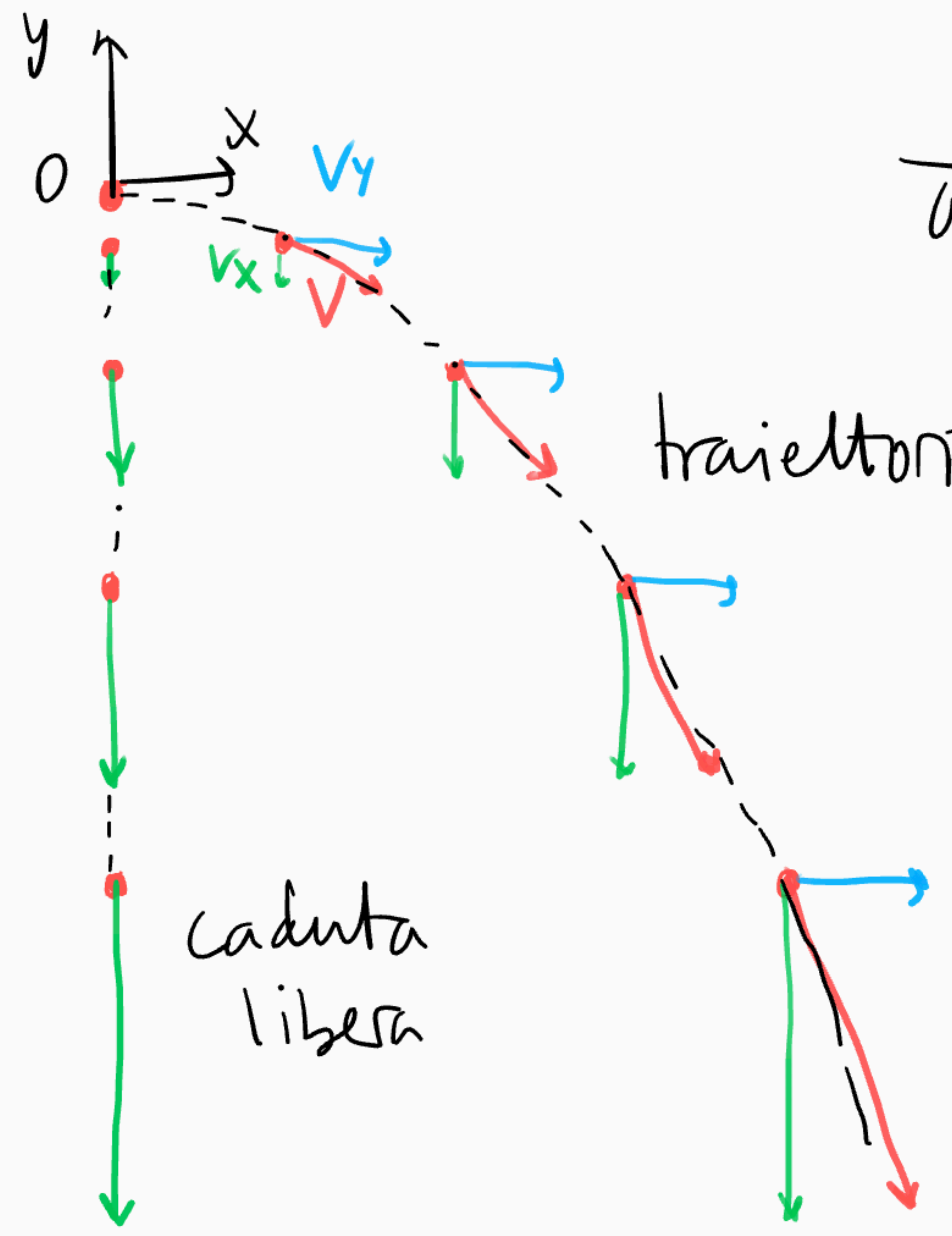
Fisica per applicazioni di realtà virtuale

Anno Accademico 2022-23

Prof. Matteo Brogi
matteo.brogi@unito.it
Dipartimento di Fisica, stanza B3, nuovo edificio

Lezione 2 (parte 2)
Meccanica classica: cinematica

Applicazione 1: il moto del proiettile



$$\vec{a} = \vec{g} \quad (\text{lungo } y)$$

traiettoria parabolica – composizione di un moto

rettilineo uniforme (asse x)

uniformemente accelerato (asse y)

$$\vec{r} \begin{cases} x = x_0 + v_{0,x}\, t \\ y = y_0 + v_{0,y}\, t + \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Applicazione 1: il moto del proiettile

$$\vec{r} \quad \begin{cases} x = x_0 + v_{0,x} t \\ y = y_0 + v_{0,y} t + \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

semplifichiamo scegliendo $x_0 = y_0 = 0$ (origine)

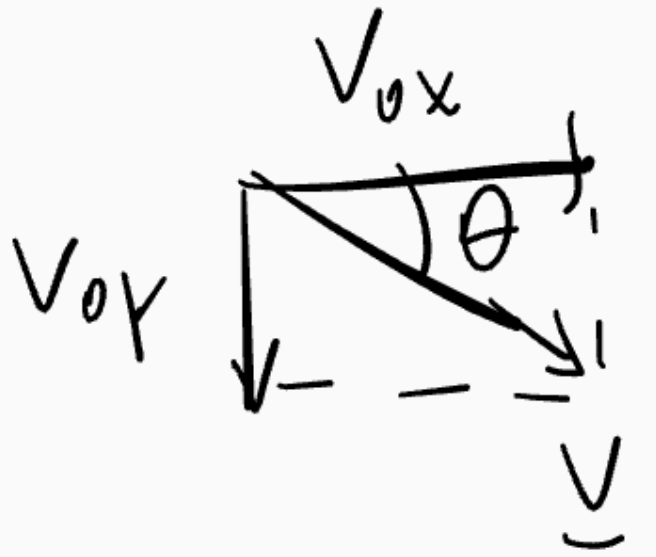
$$t = \frac{x}{V_{0,x}} \qquad \boxed{y = x \underbrace{\left(\frac{V_{0y}}{V_{0x}}\right)}_{*} + \frac{1}{2} g \underbrace{\frac{1}{V_{0x}^2}}_{**} x^2}$$

Adesso usiamo un po' di geometria per trovare le componenti ✳ e ✳✳

Applicazione 1: il moto del proiettile

$$\boxed{y = \underbrace{x\left(\frac{V_{0y}}{V_{0x}}\right)}_{*} + \frac{1}{2} g \underbrace{\frac{1}{V_{0x}^2}}_{**} x^2}$$

Riflettiamo su $\vec{V}_0 \equiv (V_{0x}, V_{0y})$; se θ è l'angolo fra le due componenti, allora per trigonometria



$$V_{0x} = |V_0| \cos\theta \qquad\qquad |V_0|^2 = V_{0x}^2 + V_{0y}^2$$
$$V_{0y} = |V_0| \sin\theta$$

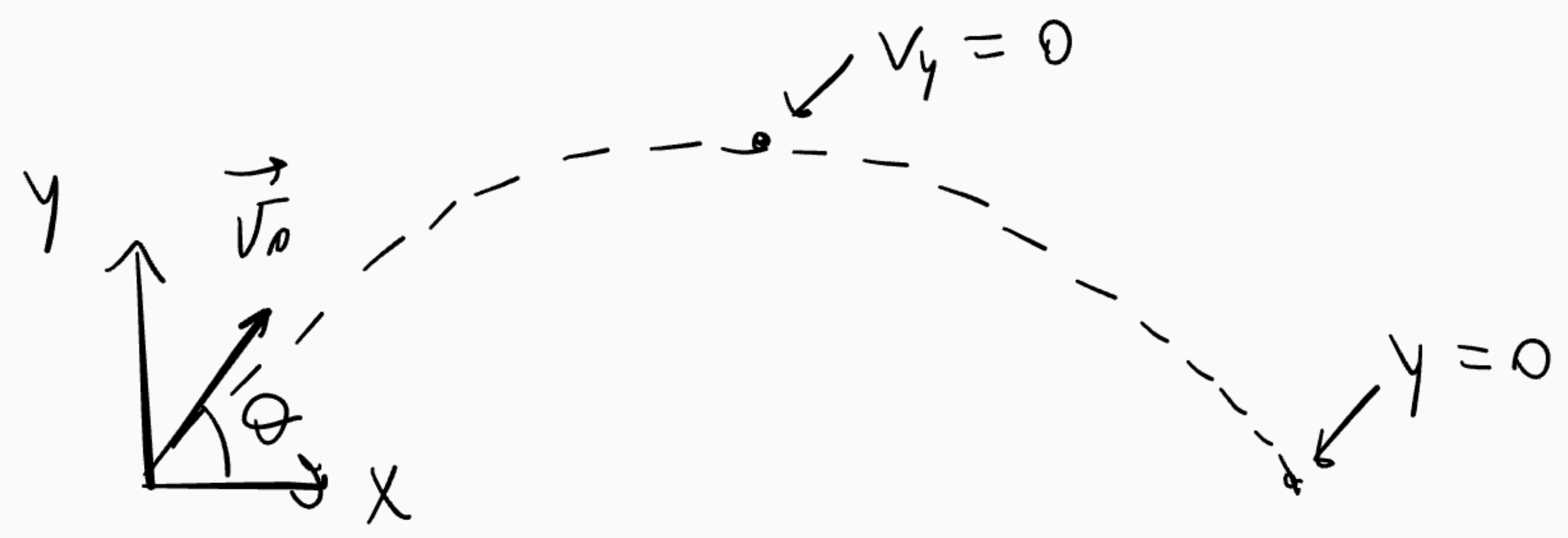
Quindi $\quad * = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta$

$$** \quad V_{0x}^2 = |V_0|^2 - |V_0^2| \sin^2\theta =$$
$$= V_0^2 (1 - \sin^2\theta) =$$
$$= V_0^2 \cos^2\theta$$

$$\boxed{y = x \tan\theta + \left(\frac{g}{2 V_0^2 \cos^2\theta}\right) x^2}$$

Applicazione 1: il moto del proiettile

Perchè è utile? Assumiamo un "alzo" generico θ



la gittata si calcola imponendo $y = 0$ sopra

$$x \left[\tan\theta + \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\theta} x \right] = 0$$

$x = 0$ soluzione (istante iniziale)

$$x = -\frac{\sin\theta}{\cos\theta} \frac{2v_0^2 \cos^2\theta}{g} =$$

$$R = -\frac{2\sin\theta\cos\theta \, v_0^2}{g} = \ominus \, \frac{\sin 2\theta \, v_0^2}{g}$$

attenti al segno! Qui $g = -9.8 \text{ m s}^{-2}$ che spiega come mai abbiamo scritto $+\frac{1}{2}gt^2$ sopra!

Il moto del proiettile in un caso reale

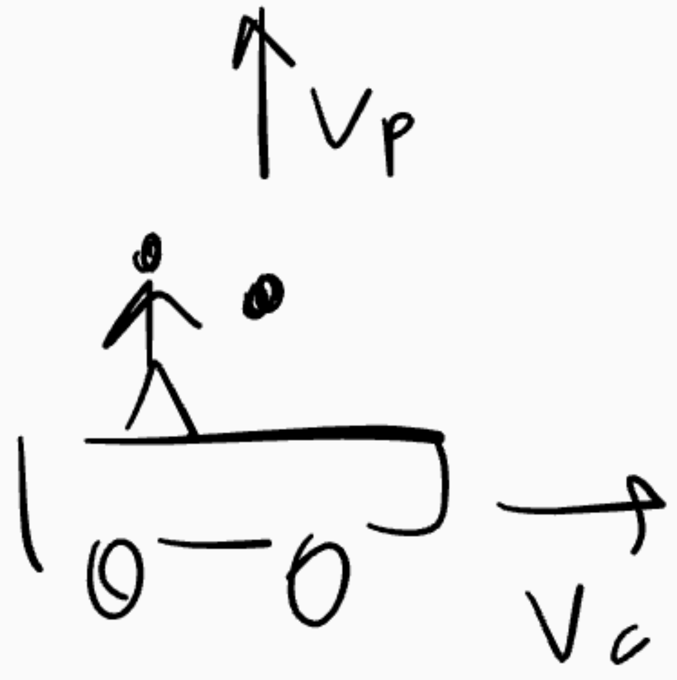
In un caso reale l'aria ha resistenza:
il moto lungo x è anch'esso accelerato (decelerato)

il tragitto è simmetrico

L'attrito dell'aria rende la 1ª e la 2ª parte del moto asimmetriche
(una è più lunga dell'altra)

Nella realtà l'attrito (= decelerazione) dell'aria non è costante, ma dipende invece dalla velocità del corpo
(Troppo complesso da trattare in questa sede)

Il moto del proiettile: moto relativo



palla lanciata in aria con v_p

- nel riferimento del carro non c'è moto lungo x, solo moto uniformemente accelerato lungo y → ESERCIZIO 2.05

Nel riferimento dell'osservatore (fermo), il carro ha velocità addizionale $\mathbf{v_c}$ lungo x: diventa un moto parabolico

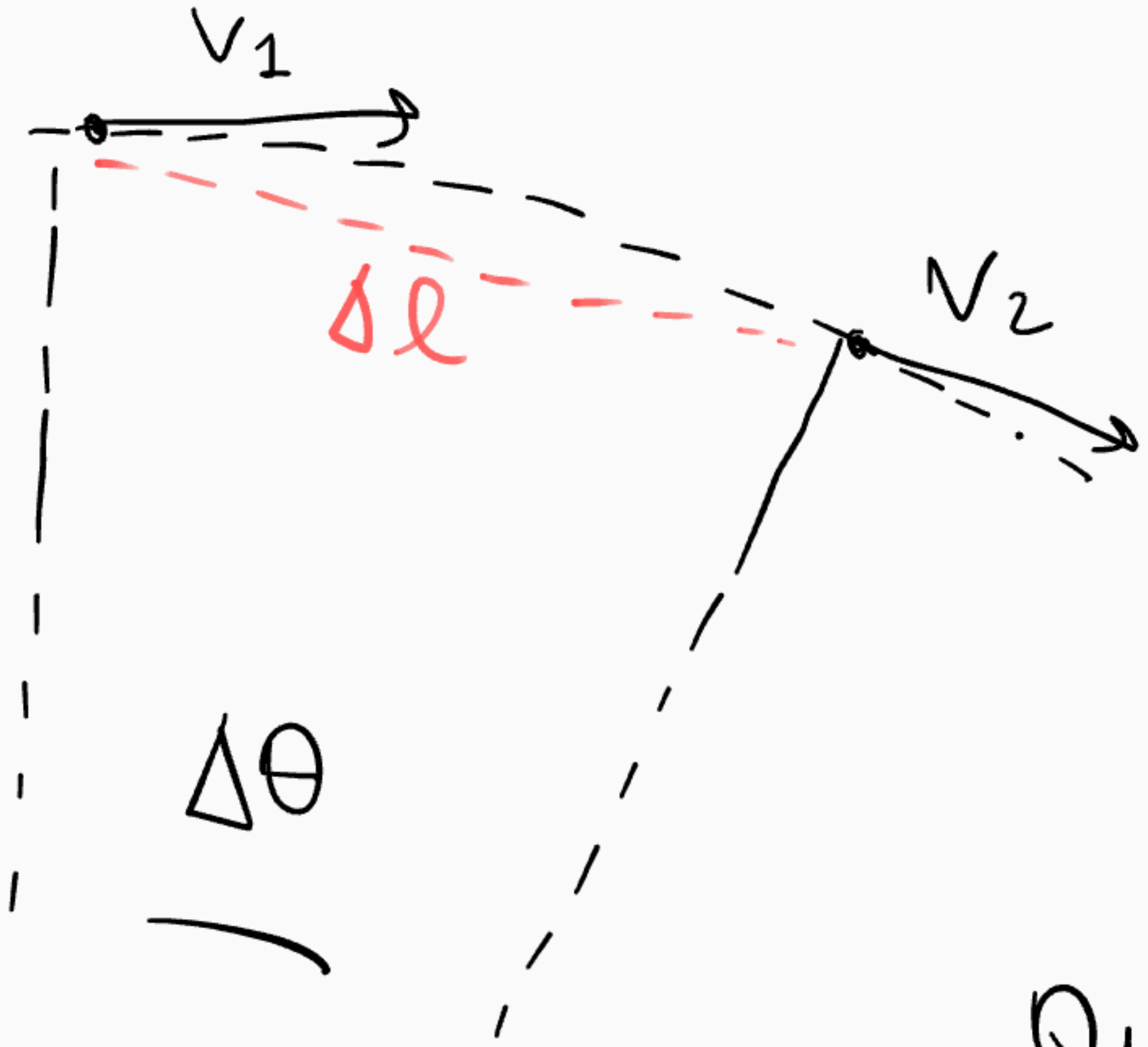
Esercizio 2.06: Uno stuntman si lancia orizzontalmente con una motocicletta da uno strapiombo alto 50 m. Con che velocità la motocicletta lascia il bordo dello strapiombo se atterra sul terreno sottostante ad una distanza di 90 m dalla base dello strapiombo?

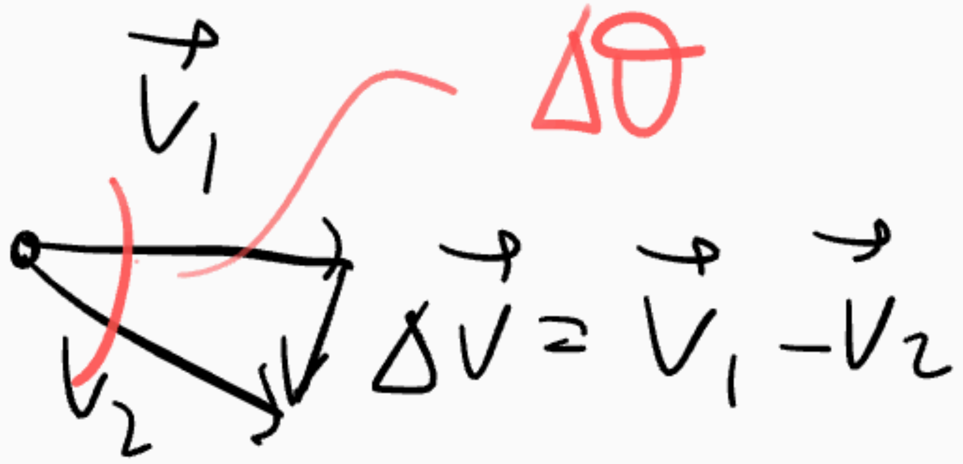
Esercizio 2.07: Un pallone viene calciato a un angolo di θ=37° dall'altezza del terreno, con una velocità di 20 m/s. Determinare a) l'altezza massima raggiunta, b) il tempo trascorso prima che tocchi terra, c) a che distanza tocca terra, d) il vettore velocità nel punto più alto e e) il vettore accelerazione nel punto più alto.

Moto circolare uniforme

Circolare *Avviene lungo un cerchio*

Uniforme *Con velocità costante*





$\mathbf{a} = \Delta\mathbf{v}/\Delta t \neq 0$!!

*La velocità **v** è un vettore:*
*qui è costante **solo il modulo!***

Qui cambia direzione (Δv non nullo) $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ ci deve essere accelerazione!

*Il moto circolare uniforme è in realtà un moto bidimensionale **uniformemente accelerato***

L'accelerazione nel moto circolare uniforme

$\Delta\vec{v} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$

$\Delta v = v\,\Delta\theta$ e anche $\Delta l = r\,\Delta\theta$

$$\frac{\Delta v}{v} = \Delta\theta = \frac{\Delta l}{r} \qquad \Delta v = v\,\frac{\Delta l}{r}$$

Quindi $\quad a = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{v}{r}\dfrac{dl}{dt} = \dfrac{v}{r}\dfrac{v\,dt}{dt} = \dfrac{v^2}{r}$

Una derivazione più rigorosa di **a** necessita l'uso dei <u>*versori*</u>

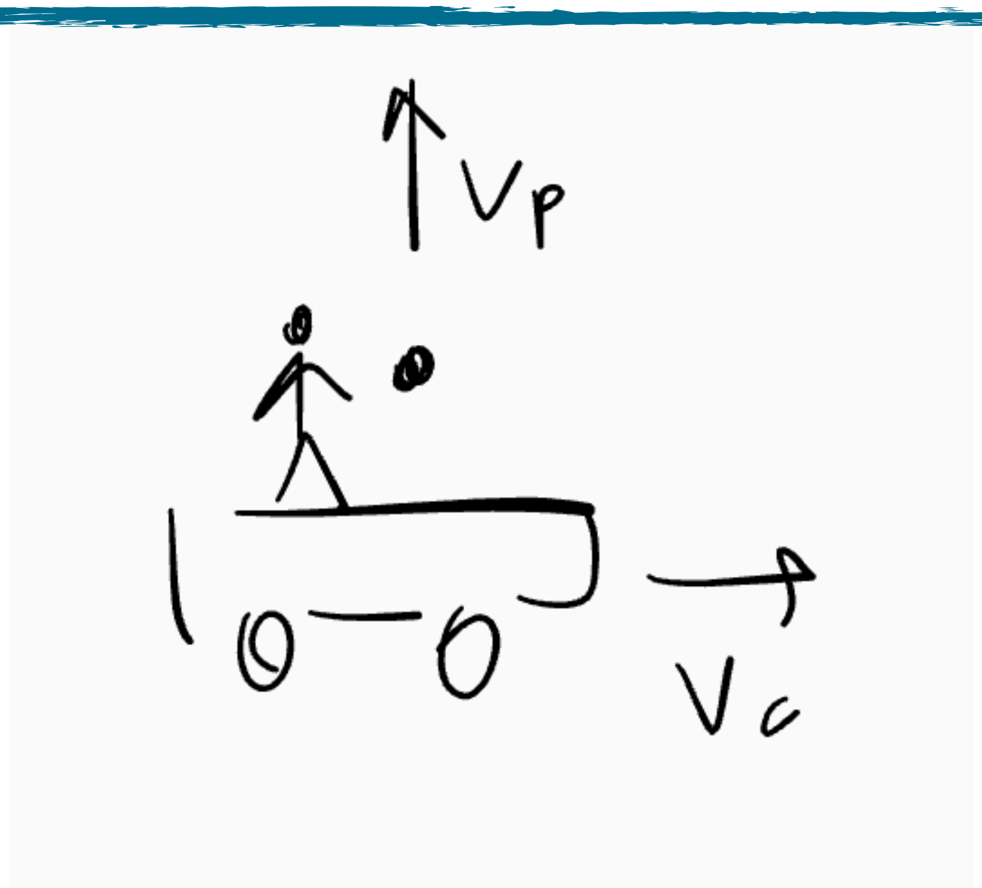
L'accelerazione a è detta ***accelerazione centripeta*** perché punta verso il centro

Quantità fondamentali del moto circolare:

T (periodo [s])
f (frequenza [s^{-1} = Hz])
$\omega = 2\pi / T = 2\pi f$ (frequenza angolare [rad s^{-1}])
$v = 2\pi R / T = 2\pi R f = \omega R$ (velocità [m s^{-1}])

Torneremo a parlare del moto circolare nella lezione sulla Dinamica

Moti relativi



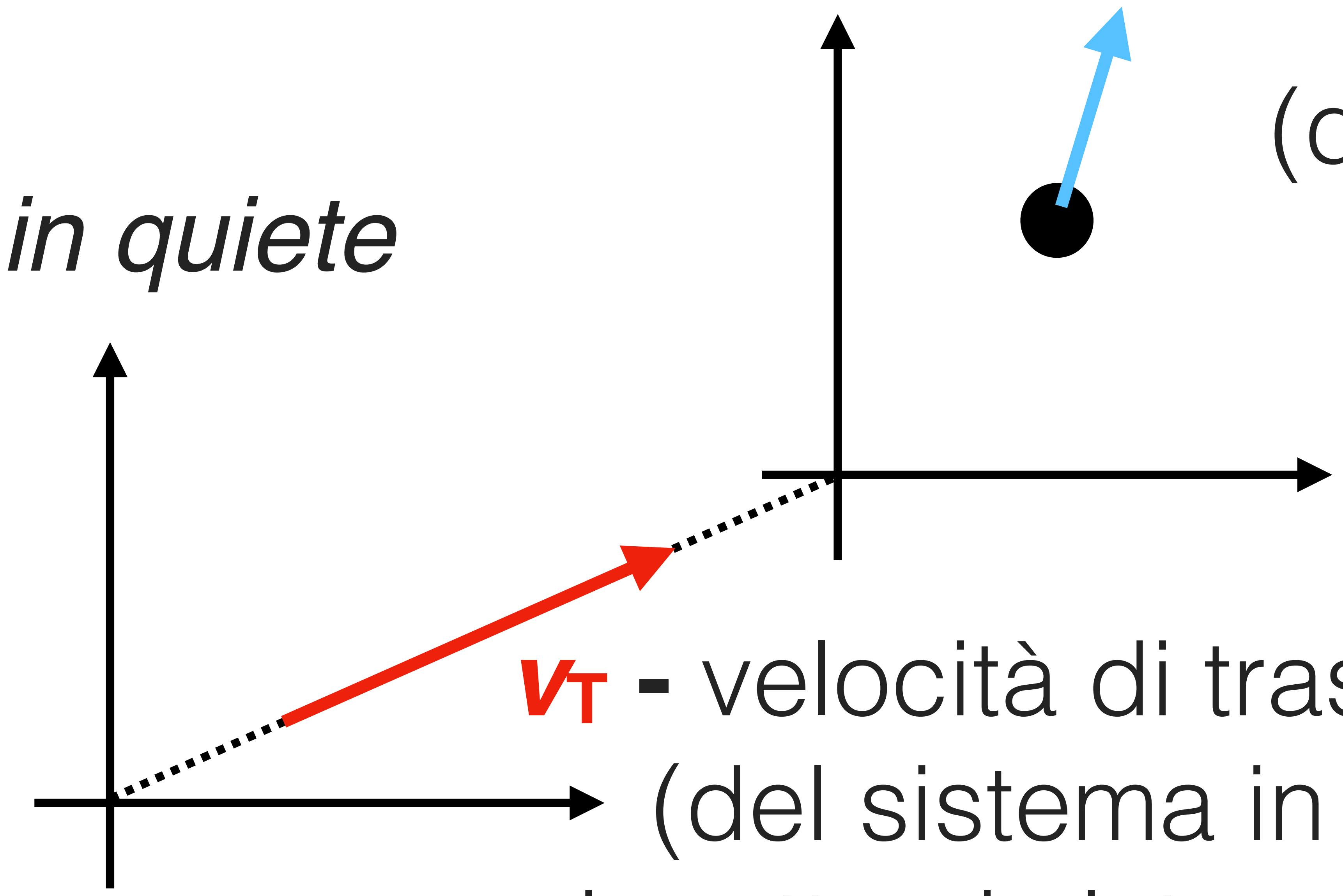
Ricorda il *moto del proiettile:*
Riferimento del carro: moto unidimensionale accelerato
Riferimento dell'osservatore (fermo): moto parabolico

O' in moto

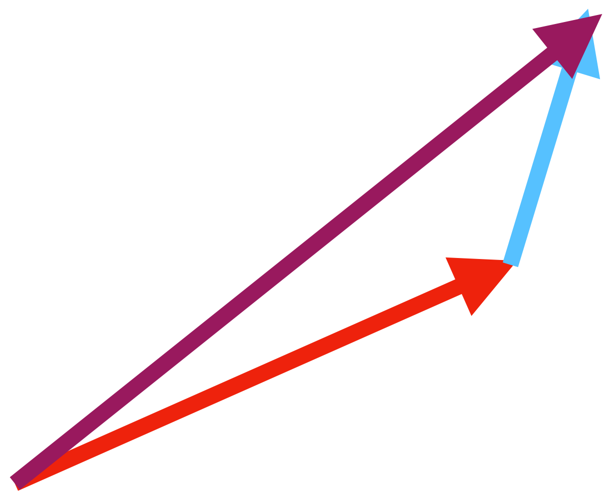
***v*R** - velocità relativa
(di un corpo rispetto al sistema in moto O')

***v*A** - velocità assoluta
(di un corpo rispetto a O)

O in quiete



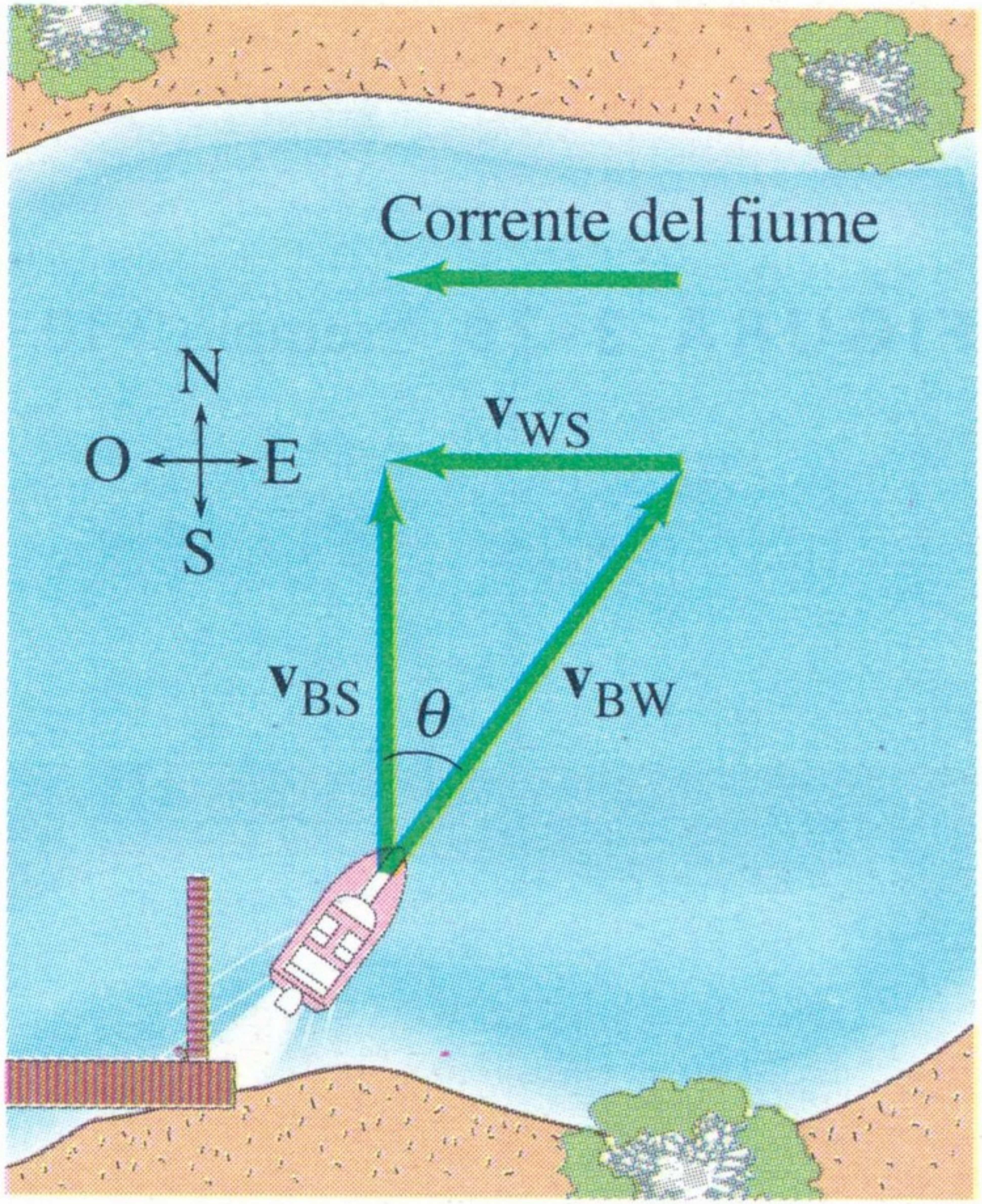
***v*T** - velocità di trascinamento
(del sistema in moto O' rispetto al sistema fermo O)



$$\overrightarrow{v_A} = \overrightarrow{v_R} + \overrightarrow{v_T}$$

vale la somma vettoriale!

Moti relativi



v_{BS}

velocità del battello rispetto alle sponde (velocità assoluta)

v_{BW}

velocità del battello rispetto all'acqua (velocità relativa)

v_{WS}

velocità dell'acqua rispetto alle sponde (velocità di trascinamento)

Il battello deve dirigersi controcorrente con un angolo θ per proseguire perpendicolare alla sponda

Esercizi alla lavagna

Esercizio 2.08

La velocità di un battello nell'acqua ferma è $v_{BW} = 1.85$ m/s. Se il battelliere intende attraversare direttamente un fiume la cui corrente ha velocità $v_{WS} = 1.2$ m/s, a quale angolo, e in che verso deve dirigersi il battello?

Esercizio 2.09

Lo stesso battello si dirige questa volta direttamente verso la riva opposta tagliando la corrente.

a) Qual è la velocità vettoriale del battello rispetto alla sponda?

b) Se il fiume è largo 110 m, quanto tempo richiederà la traversata?

c) Quanto più a valle attraccherà il battello nel caso b)?