

Fisica per applicazioni di realtà virtuale

Anno Accademico 2022-23

Prof. Matteo Brogi

Dipartimento di Fisica, stanza B3, nuovo edificio

Lezione 13

Statica e applicazioni anatomiche / architettoniche

Dinamica e statica del corpo umano in applicazioni VR

Sviluppo della cosiddetta “ragdoll physics”

Il corpo si piega come una marionetta / una bambola di pezza



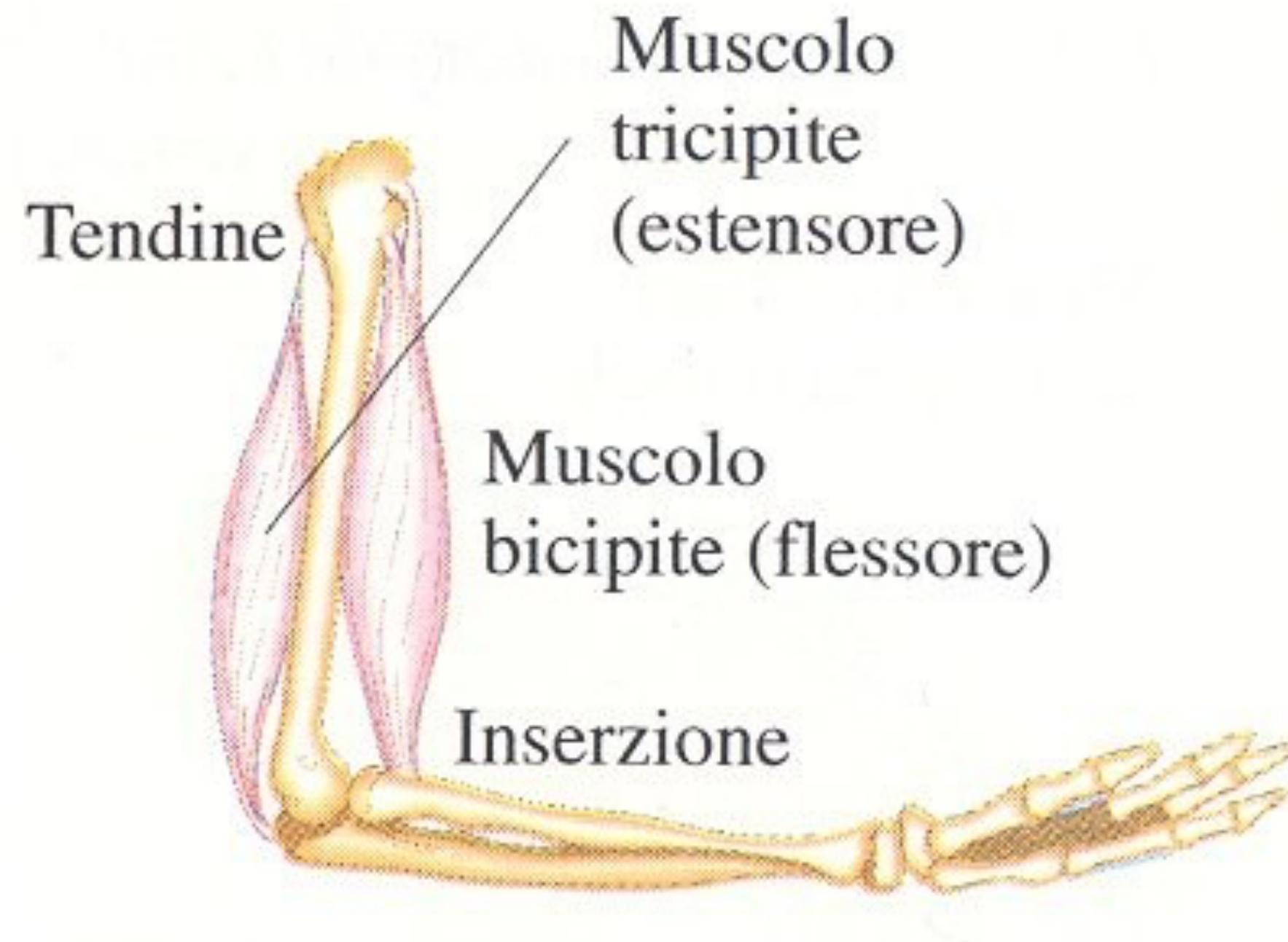
1997: “*Falling bodies*”
animazione in tempo reale di cadute
(un corpo rigido per “bone” con vincoli più o meno elaborati)

“*Euphoria*”
(NaturalMotion, mid-2000s)
reazioni muscolari + sistema nervoso + interazione con ambiente
(es. GTA IV, 2008)

Late 2010s
Ragdoll physics in tempo reale in applicazioni VR
(es. SuperHotVR, 2016)

Equilibrio applicato al corpo umano

Un muscolo esercita una **trazione** contraendosi a seguito di un impulso nervoso



Nomenclatura

Articolazione: asse di rotazione

Inserzione: punto di applicazione

Muscolo estensore: forza applicata

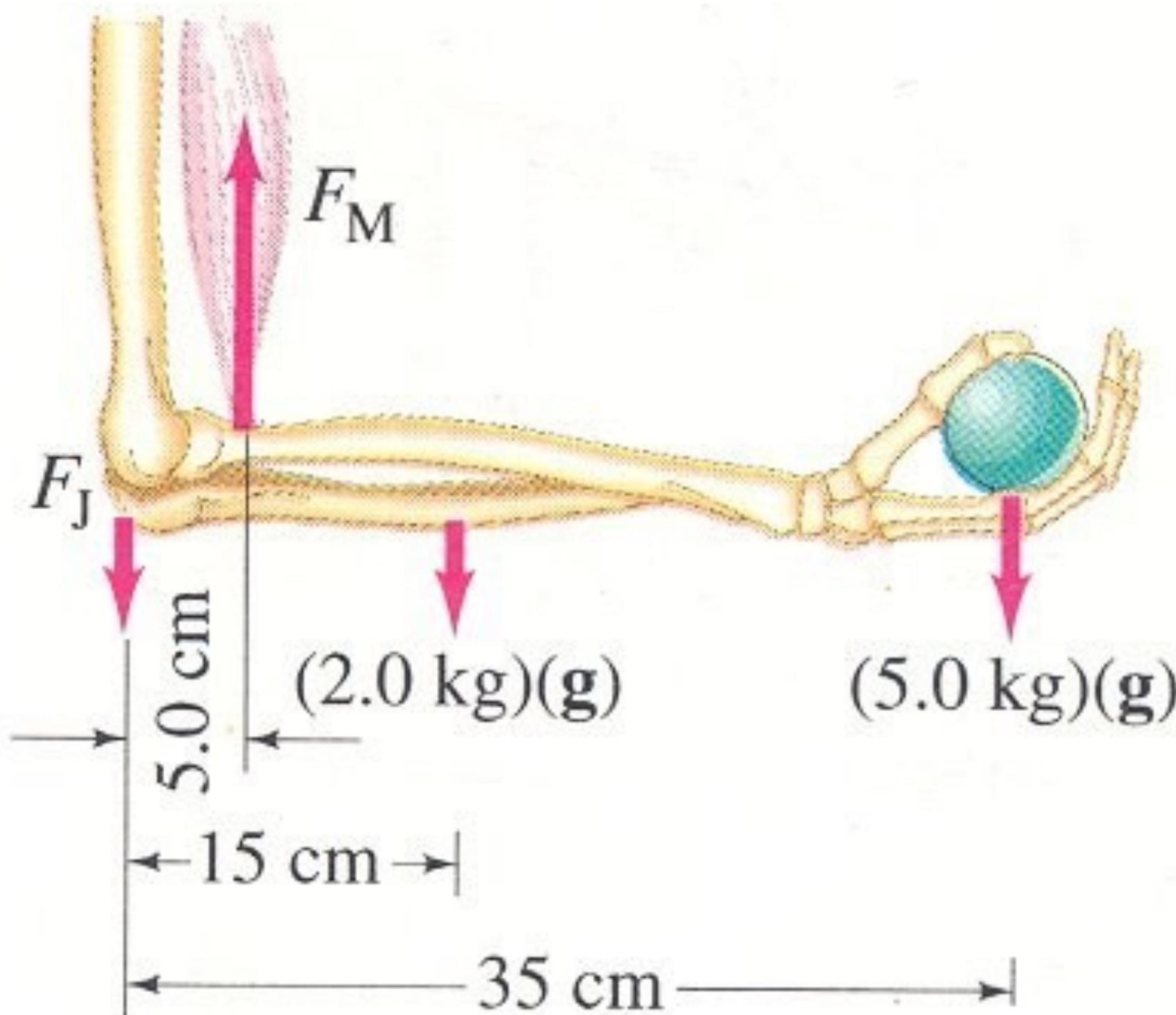
Muscolo flessore: forza applicata

Tendine: corda (tensione)

Un muscolo non può compiere lavoro distendendosi (la forza è “nulla”) a meno che non si opponga ad altre forze per esempio la gravità (lavoro negativo / frenante contro la forza)

Equilibrio applicato al corpo umano: esempio

Che forza deve esercitare il bicipite per sostenere la sfera in figura nel caso a) in cui il braccio è orizzontale e b) quando il braccio forma un angolo di 30° verso il basso (come nell'esercizio 7.02)? Si assuma una massa di 2 kg per la mano più avambraccio, un CM a 15 cm dall'articolazione, una lunghezza di 35 cm per l'avambraccio, e un punto d'inserzione a 5 cm dall'articolazione.



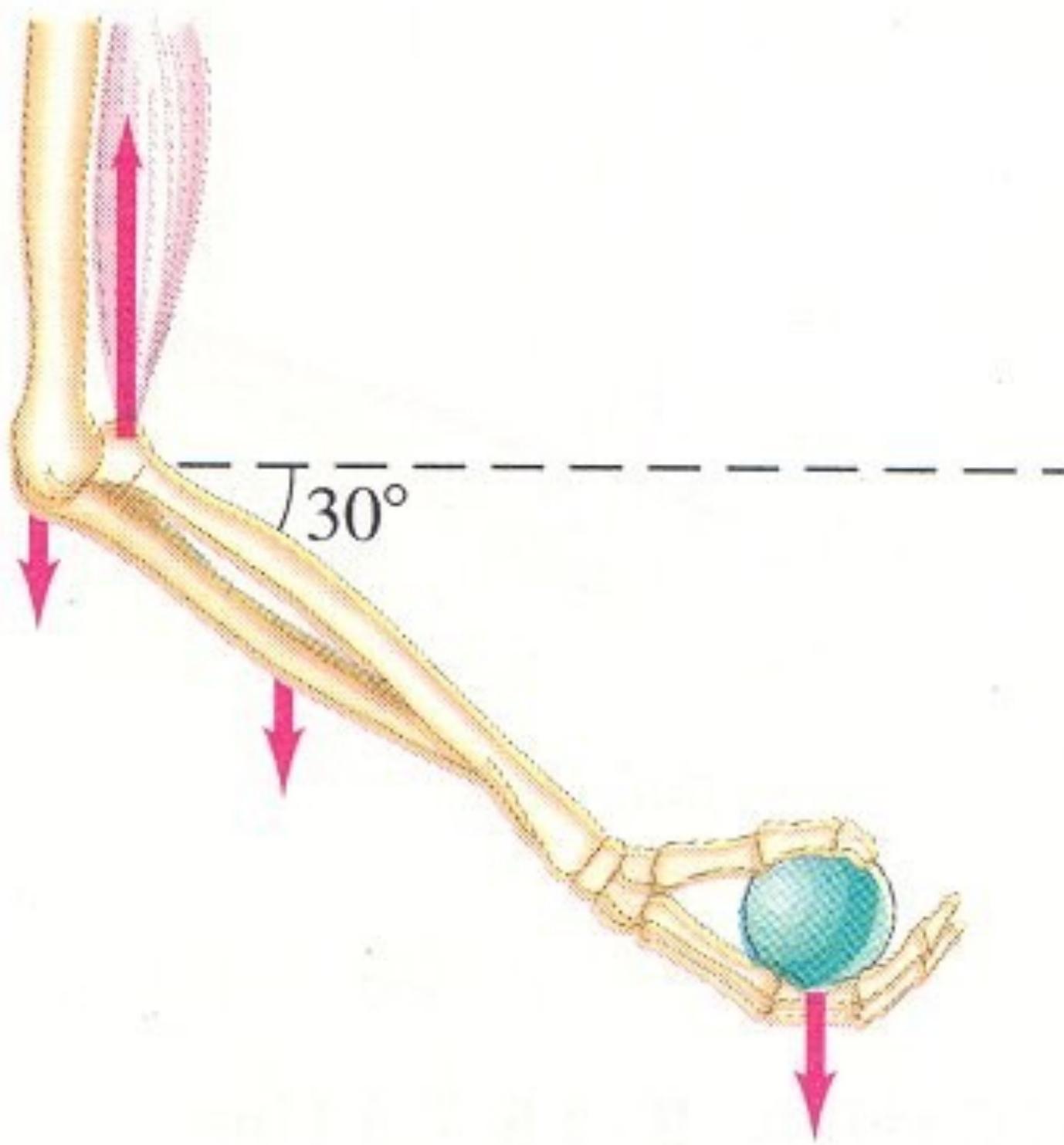
Andrebbero imposte la 1^a e la 2^a condizione

La 2^a condizione basta: se calcoliamo i momenti rispetto all'articolazione l'unica incognita è F_M (F_J ha braccio nullo)

$$\sum \tau = 0.05 F_M - 0.15 m_A g - 0.35 m g = 0$$

$$F_M = \frac{(0.15 m_A + 0.35 m)g}{0.05} = 402 \text{ N}$$

Equilibrio applicato al corpo umano: esempio



Braccio piegato: 2^a condizione invariata

Tutti i bracci si riducono di $\cos(30^\circ)$, raccolto a fattor comune e semplificato

⇒ F_M resta invariata

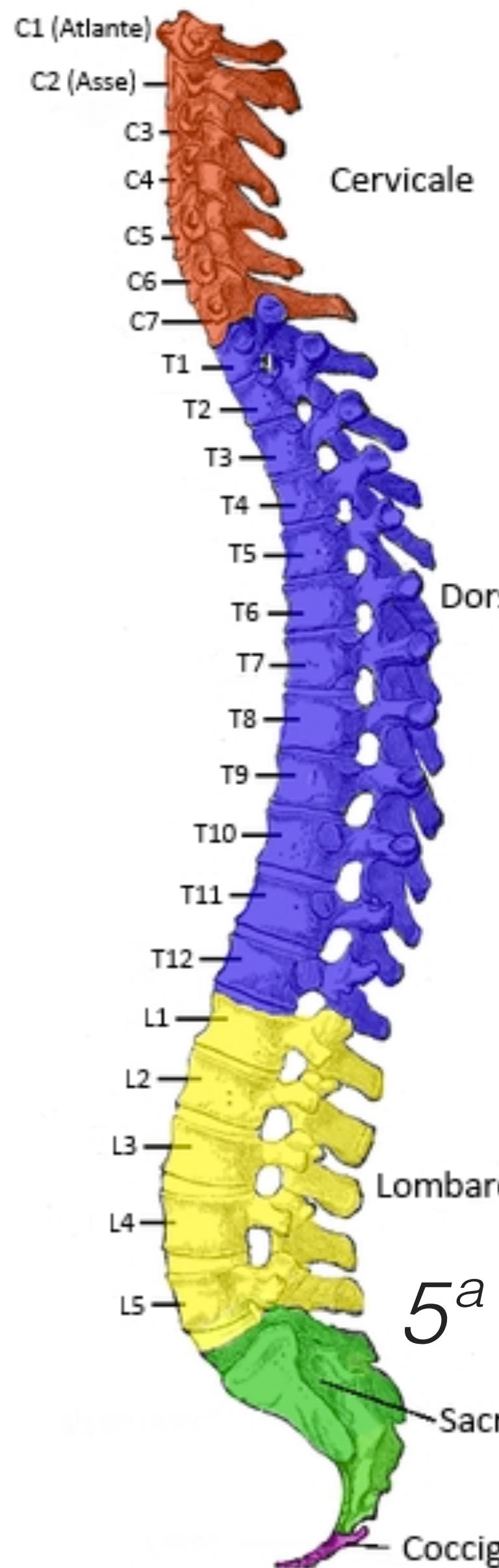
$$F_M = 400 \text{ N} \gg P (49 \text{ N})$$

I muscoli esercitano forze di trazione elevate

Dalla slide precedente: $F_M \sim 1/d_{inserzione}$

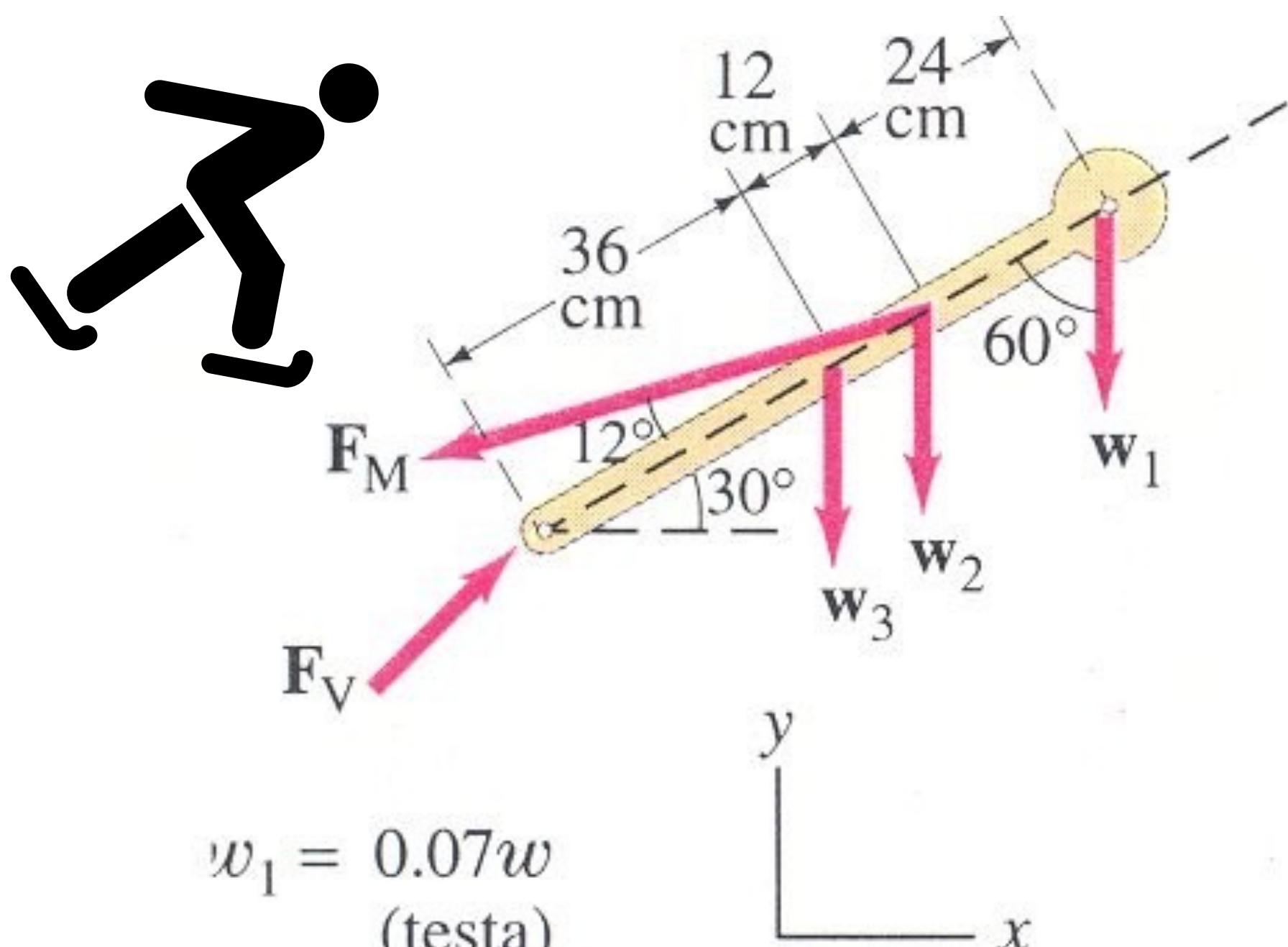
Una piccola variazione (5 mm) del punto d'inserzione porta a una riduzione notevole (~10%) della forza applicata

Equilibrio del corpo umano: la spina dorsale



5^a vertebra lombare (L5):

fulcro per il busto



$$w_1 = 0.07w \quad (\text{testa})$$

$$w_2 = 0.12w \quad (\text{braccia})$$

$$w_3 = 0.46w \quad (\text{tronco})$$

w = Peso totale della persona

Muscoli **interspinali**: sostengono il tronco, operano a $\sim 12^\circ$ rispetto alla colonna

Distanze quotate per $h=180\text{ cm}$, ma rapporto 2:1:3 è \sim indipendente da altezza

Diagramma di **corpo libero**:

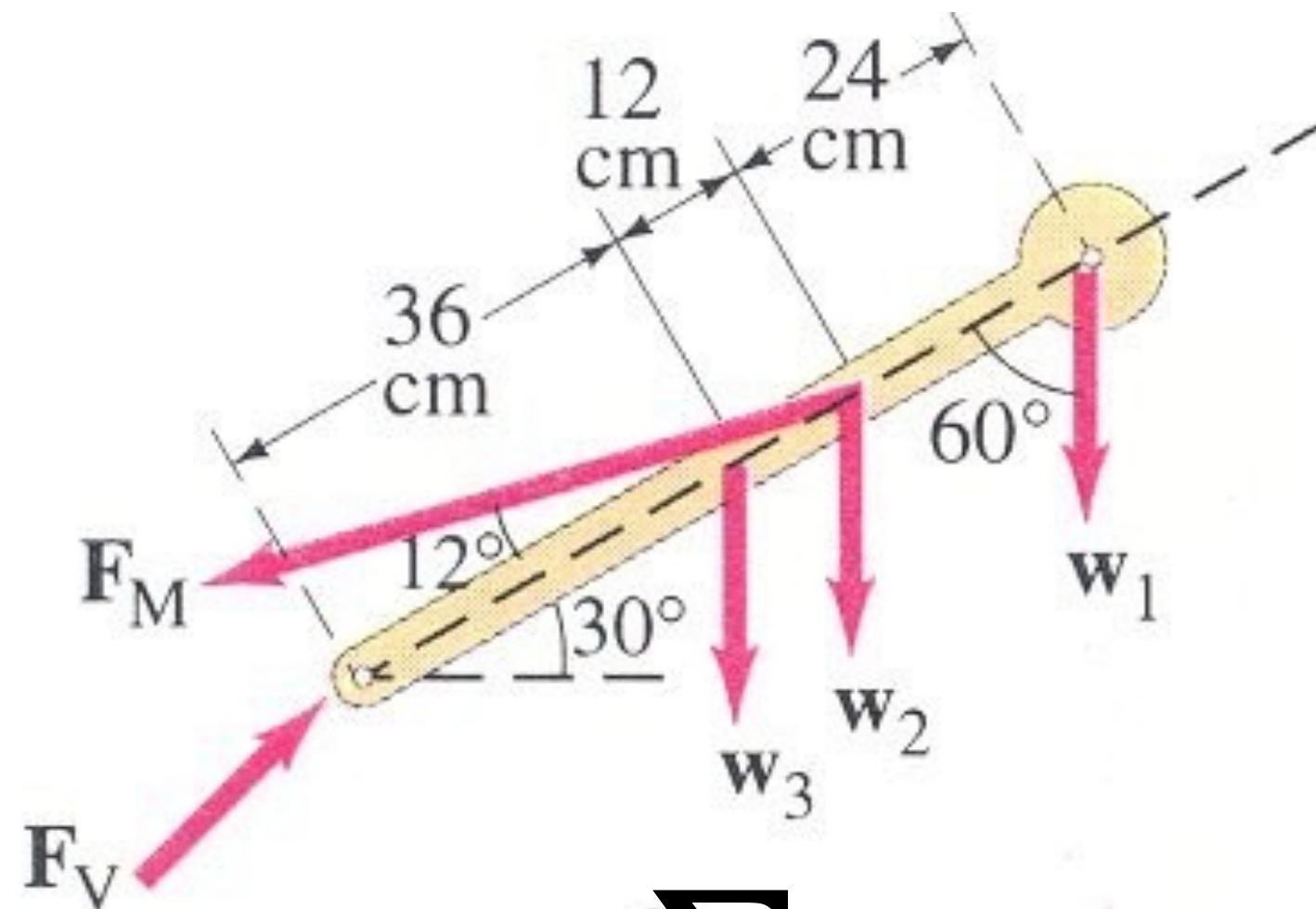
Tensione muscolare F_M

3 pesi (**w**): testa, braccia, tronco applicati nei rispettivi CM (cfr. tabella nella lez. 9)

Equilibrio del corpo umano: la spina dorsale

Punto di inserzione “sfortunato” dei muscoli interspinali

Causa grosse forze di reazione sulla spina dorsale (vertebra L5)



Esempio: Calcolare l'intensità e la direzione della reazione vincolare esercitata dalla quinta vertebra lombare (L5) in un corpo orientato come nella slide precedente e dalle stesse lunghezze.

Imponiamo la 2^a condizione

$$\sum \tau = 0.48 \sin(12^\circ) F_M - [0.72w_1 + 0.48w_2 + 0.36w_3] \sin(60^\circ) = 0$$

Sostituendo i vari pesi in funzione del peso totale w: $F_M = 2.2w$

$$\sum F_y = F_{Vy} - F_M \sin 18^\circ - w_1 - w_2 - w_3 = 0$$

$$\sum F_x = F_{Vx} - F_M \cos 18^\circ = 0$$

*Imponiamo la 1^a condizione
per trovare le componenti
di \mathbf{F}_V*

Equilibrio del corpo umano: la spina dorsale

Dalla 1^a condizione (ultima slide) $\Rightarrow F_{V_y} = 1.3w; F_{V_x} = 2.1w$

$$F_V = \sqrt{F_{V_x}^2 + F_{V_y}^2} = 2.5w$$

Modulo, teorema di Pitagora

$$\theta = \tan^{-1} \frac{F_{V_x}}{F_{V_y}} = 32^\circ$$

Verso, trigonometria

*Per la sola posizione inclinata del busto,
la forza applicata sulla vertebra L5 è 2.5 volte il peso del corpo*

Una persona di 90 kg che solleva un peso di 20 kg

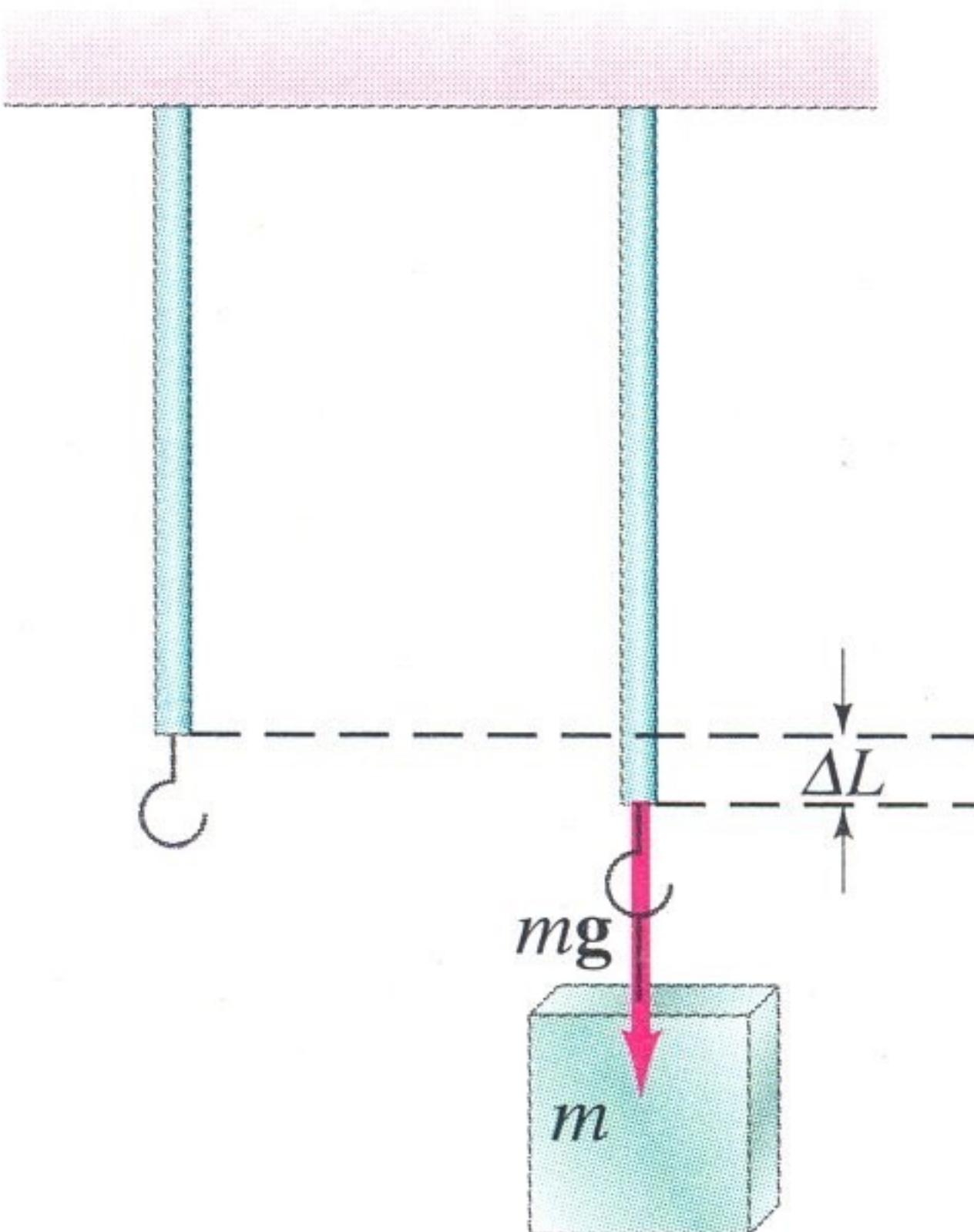
$$(w_2 = 0.12w + 2/9w = 0.34w)$$

applica una forza totale sulla L5 di $5w = 450$ kg.

Sollevare un peso senza inclinare la schiena evita infortuni

Deformazioni elastiche

Il corpo **non è più rigido**: può cambiare la sua forma



Una forza applicata a un corpo genera una deformazione

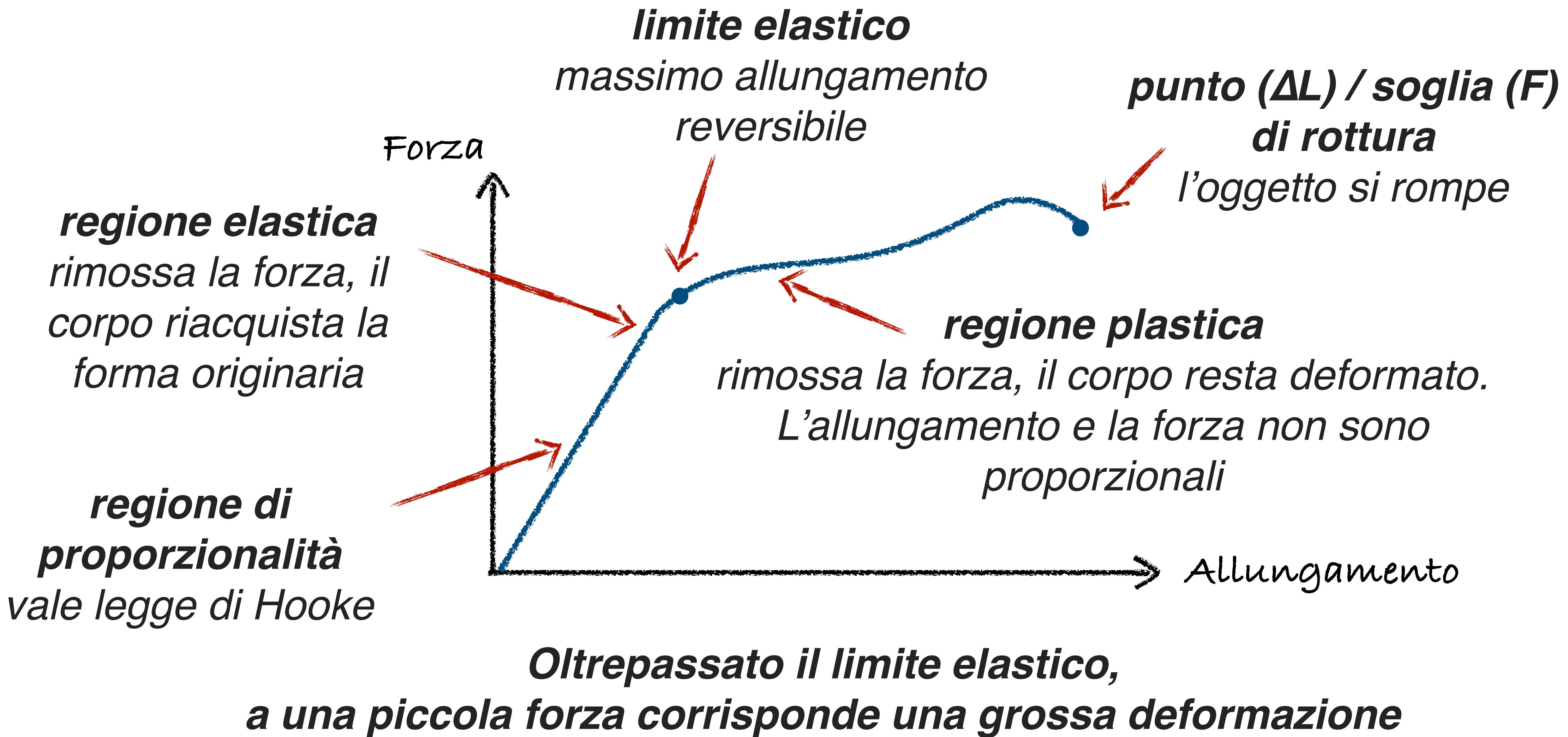
Per **piccole deformazioni** ($\Delta L \ll L$ in figura) il materiale è elastico e vale la legge di Hooke

$$\mathbf{F} = k \Delta \mathbf{L}$$

Questa proporzionalità tra forza e allungamento è detta **regime elastico**, valido fino a un allungamento limite.

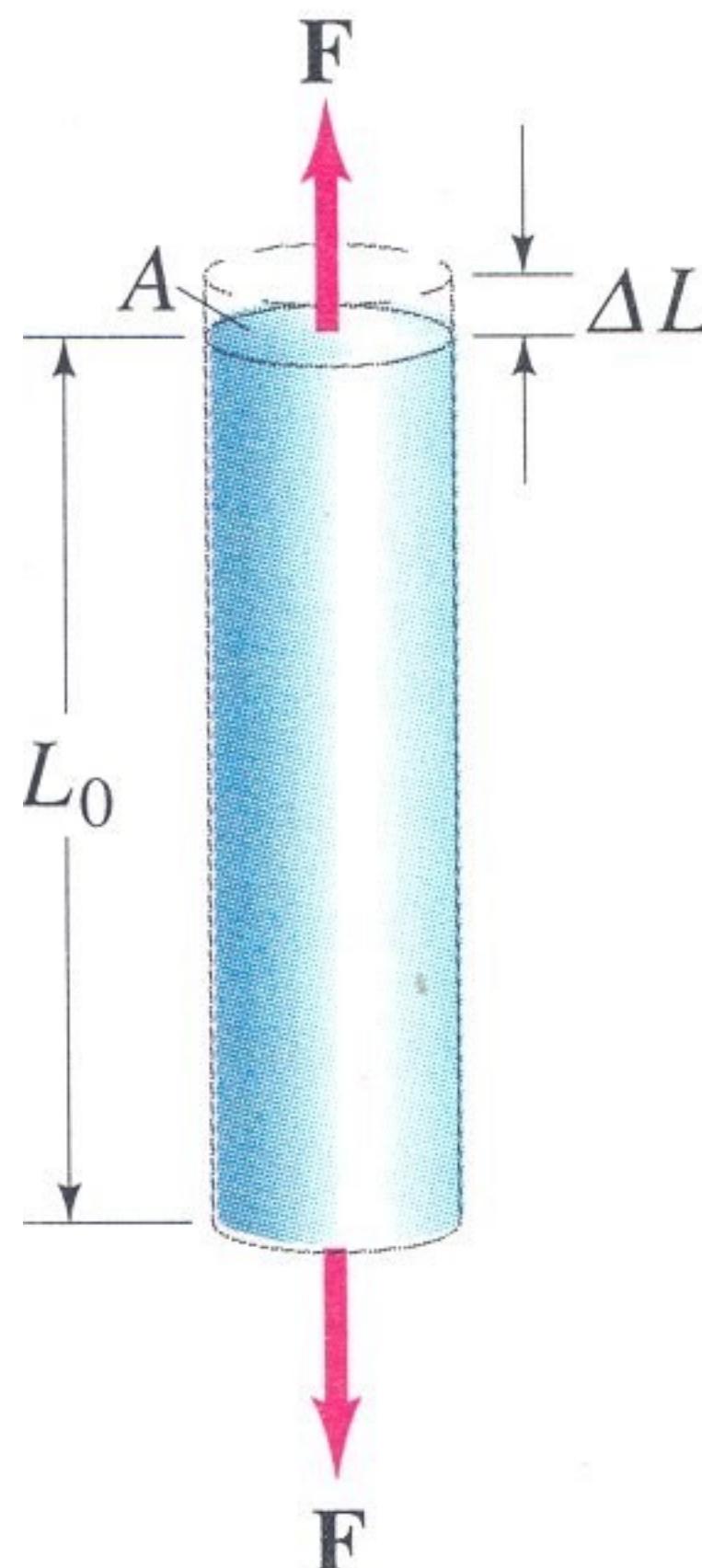
Cosa succede quando l'allungamento eccede il limite di proporzionalità?

Deformazioni plastiche e punto di rottura



Modulo di Young, sforzo e deformazione

Valido nella **regione di proporzionalità**



allungamento

Modulo di
Young (o di
elasticità)

$$\Delta L = \frac{F}{E A} L_0$$

Annotations for the equation:

- A red arrow points from the term L_0 to the text "Lunghezza a riposo".
- A red arrow points from the term F/A to the text "sforzo = forza / area".
- The text "sforzo = forza / area" is followed by "unità: N m⁻²".

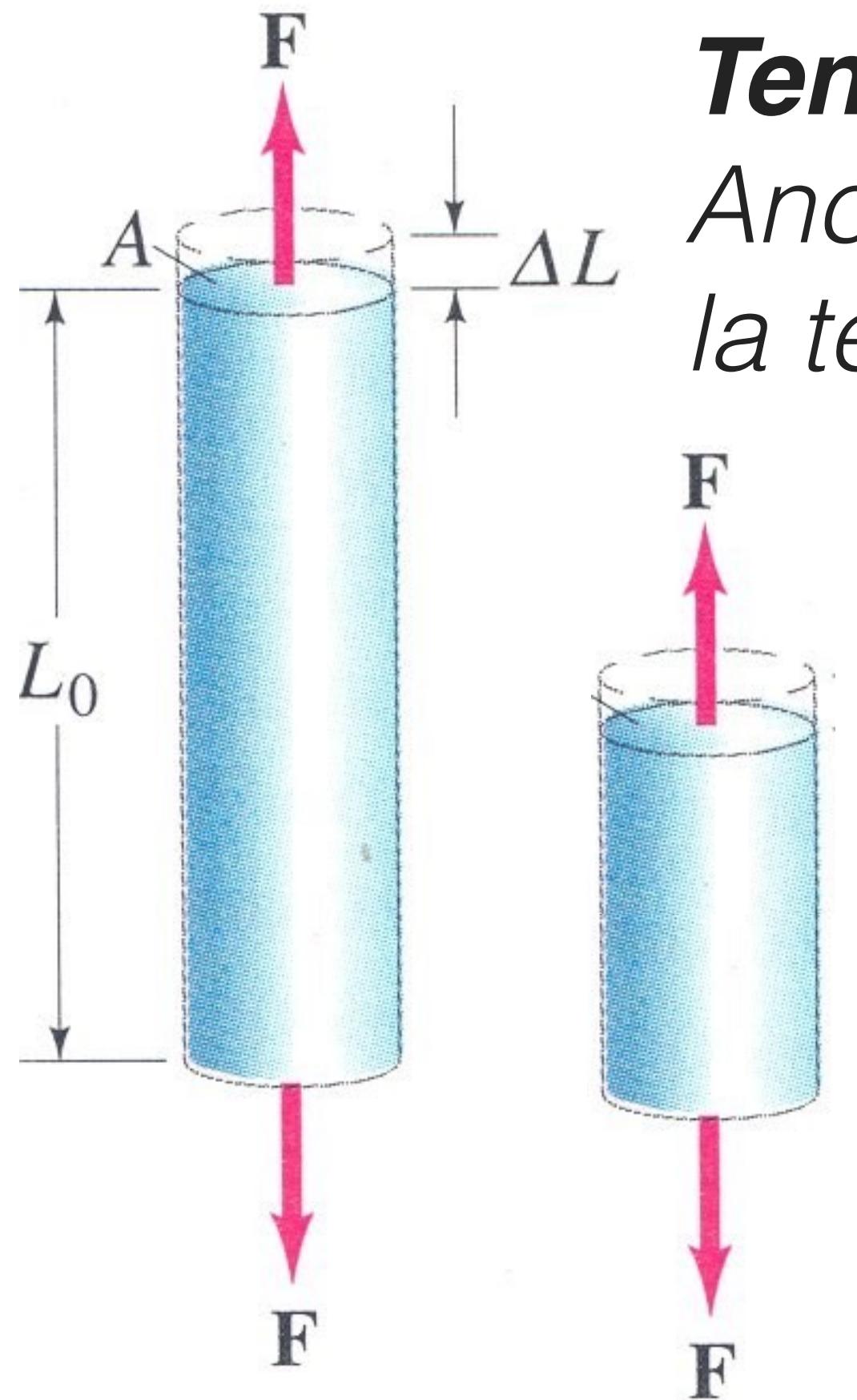
Il fatto che E sia a denominatore ha motivazioni storiche

$$\text{deformazione (numero puro)} = \frac{\Delta L}{L_0}$$

$$\text{Modulo di Young} = \frac{\text{sforzo}}{\text{deformazione}} = E$$

Un oggetto rigido (duttile) ha modulo di Young grande (piccolo)

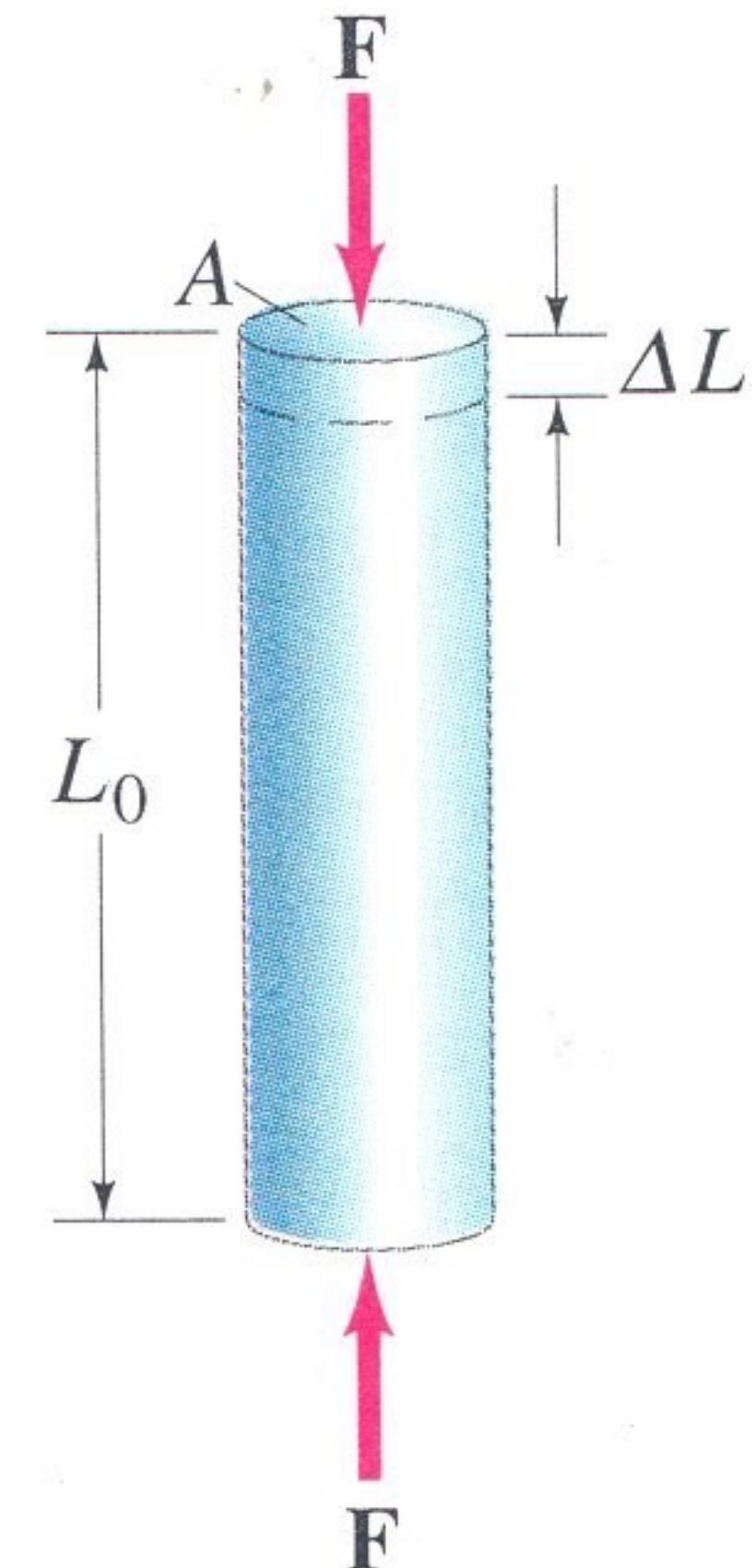
Sforzi di tensione e compressione (longitudinale)



Tensione

Anche se la forza è applicata alle superfici,
la tensione esiste lungo tutto il cilindro

Riprova: se considero solo metà del
cilindro (anch'essa in equilibrio) ho le
stesse due forze F bilanciate

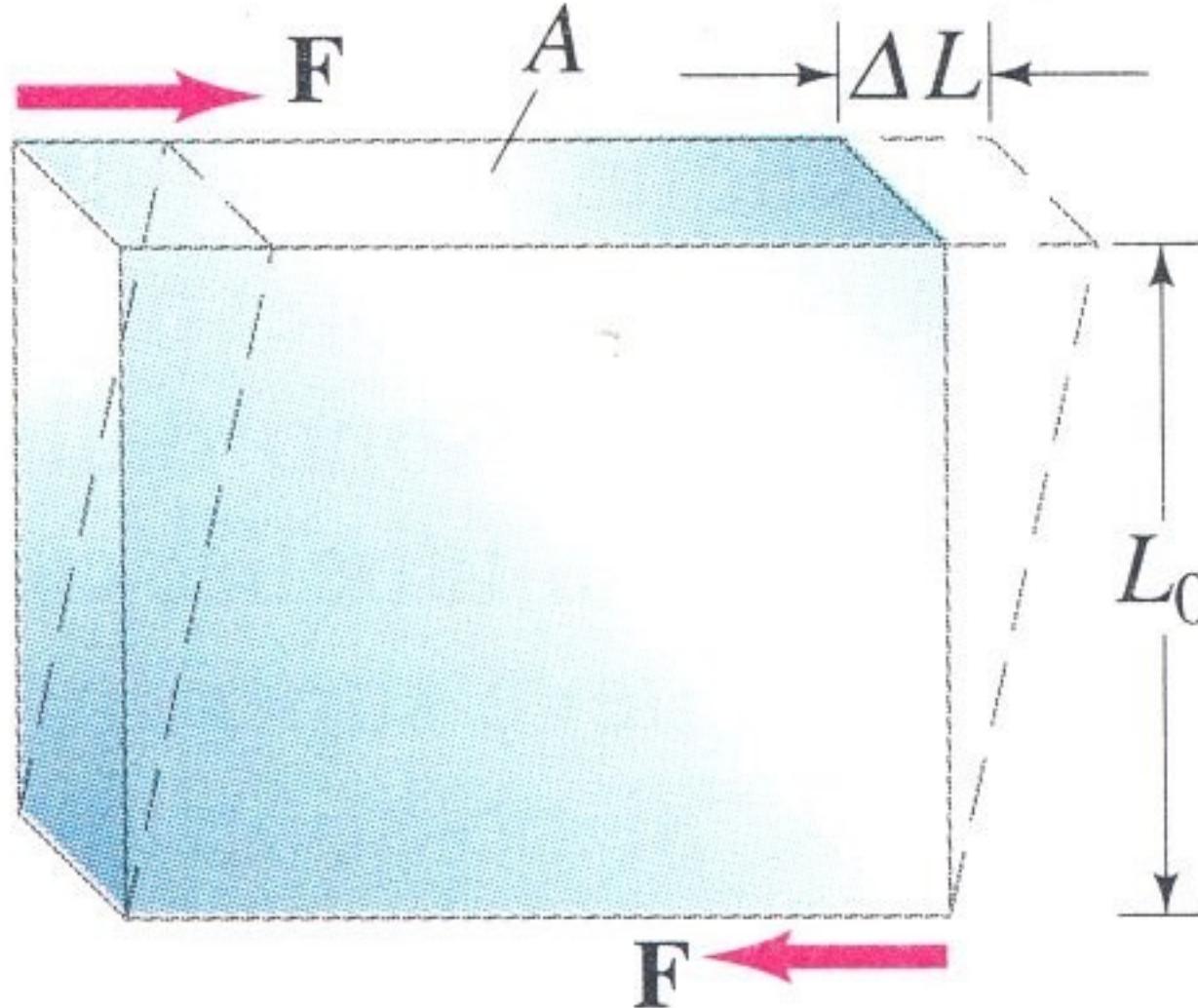


Compressione

Stesse formule che per la tensione, con E molto simile
 ΔL in questo caso è negativo (accorciamento)

Sforzo di taglio (shear)

Il più pericoloso per la integrità del materiale



Taglio: le due forze \mathbf{F} (ancora uguali ed opposte) sono applicate tangenzialmente alle superfici

$$\Delta L = \frac{1}{G A} F L_0 \quad (\text{perpendicolare a } L_0)$$

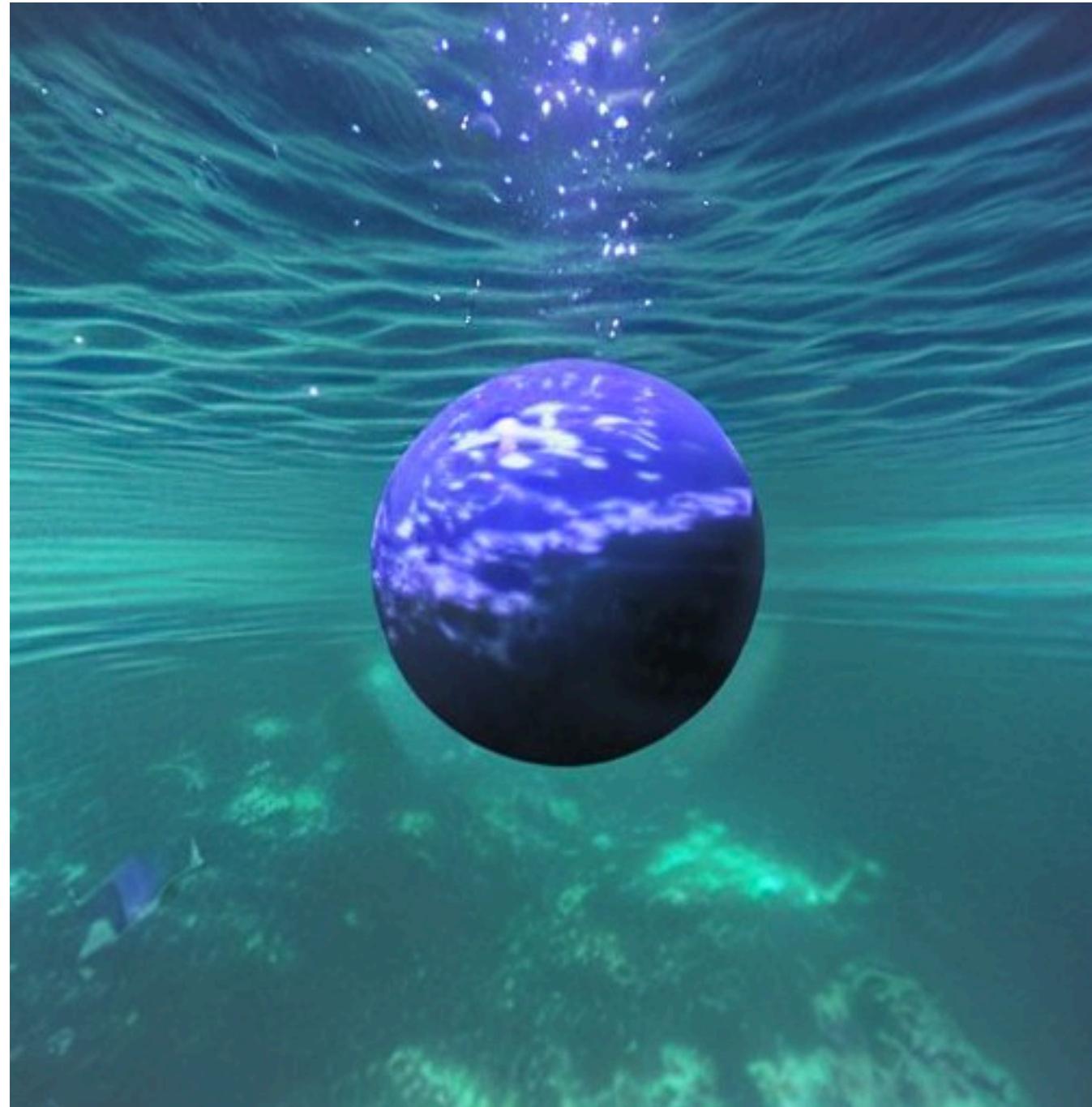
Equivalente di E ,
detto **modulo di taglio**

Complicazione: le due forze \mathbf{F} (a risultante nulla) esercitano un momento torcente non nulla: deve esistere una coppia di forze \mathbf{R} (non disegnate) normale alle superfici A per bilanciare il momento torcente.

area della faccia parallela
alla forza applicata

Modulo di compressione (sul volume)

Forze applicate **su tutto il volume** del corpo
(es. pressione su un corpo immerso in un fluido)



Nota: pressione ha dimensione forza/area, quindi è del tutto equivalente allo sforzo.

$$\frac{\Delta V}{V_0} = -\frac{1}{B} \Delta P$$

Variazione di volume

Modulo di
compressione

Red arrows point from the labels "Variazione di volume" and "Modulo di compressione" to the variables ΔV and B respectively in the equation.

Segno negativo: un aumento di pressione causa diminuzione del volume

Tipici valori dei moduli di tensione, compressione e taglio

Un modulo elevato vuol dire un materiale **poco deformabile**

Materiale	Modulo elastico E (N/m ²)	Modulo di taglio G (N/m ²)	Modulo di compressione B (N/m ²)
<i>Solidi</i>			
Ferro, colata	100×10^9	40×10^9	90×10^9
Acciaio	200×10^9	80×10^9	140×10^9
Ottone	100×10^9	35×10^9	80×10^9
Alluminio	70×10^9	25×10^9	70×10^9
Cemento	20×10^9	<i>Valori trascurabili (molto malleabile)</i>	
Laterizio	14×10^9	<i>Usati per colonne portanti</i>	
Marmo	50×10^9	70×10^9	
Granito	45×10^9	45×10^9	

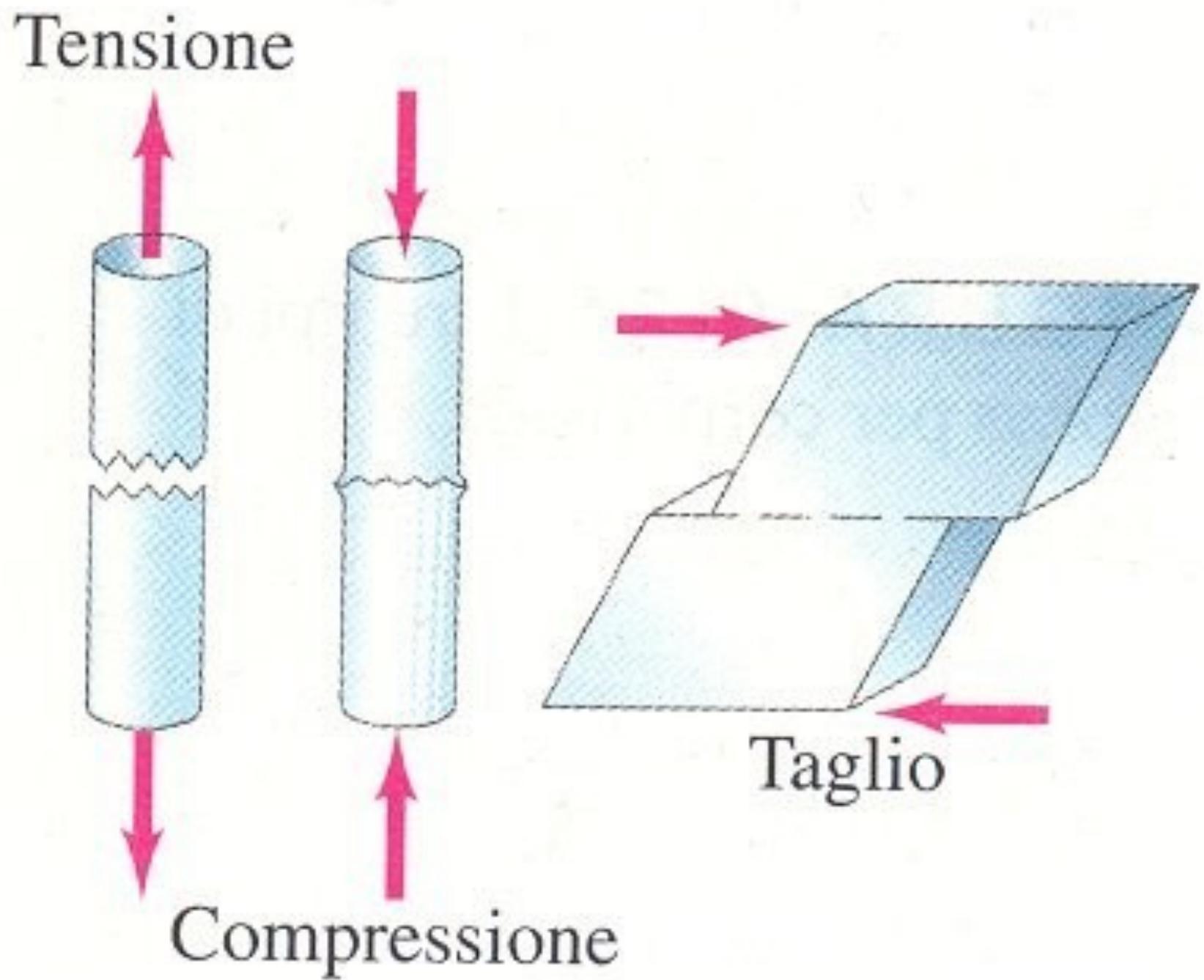
Tipici valori dei moduli di tensione, compressione e taglio

Materiale	E (N/m ²)	G (N/m ²)	B (N/m ²)
Legno (pino)			
(parallelo alle fibre)	10×10^9		<i>Relativamente resistente</i>
(perpendicolare alle fibre)	1×10^9		<i>Molto malleabile</i>
Nylon	5×10^9		
Osso (arto)	15×10^9	80×10^9	<i>Evoluzione</i>
<i>Liquidi</i>			
Acqua		<i>Solo 1-2 ordini di grandezza inferiori ai solidi (cfr. aria ~1E5)</i>	2.0×10^9
Alcol (etilico)			1.0×10^9
Mercurio			2.5×10^9

Il modulo di taglio G è generalmente 30-50% del modulo elastico E

Massimo sforzo e frattura

Perdita dell'integrità strutturale



*Al superamento della soglia di rottura si verificano **fratture**; difficile prevedere dove, quando, ed entità*

Fattore di sicurezza

Il rapporto tra il massimo sforzo che il materiale sopporta e l'effettivo sforzo sull'oggetto.

Importante ed imposto per legge nei progetti architettonici / civili

Valori tipici del fattore di sicurezza: 3-10

Sforzi massimi in funzione del materiale

Materiale	Forza di tensione (N/m ²)	compressione (N/m ²)	di taglio (N/m ²)
Ferro, colata	170×10^6	550×10^6	170×10^6
Acciaio	500×10^6	500×10^6	250×10^6
Ottone	250×10^6	250×10^6	200×10^6
Alluminio	200×10^6	200×10^6	200×10^6
Calcestruzzo	2×10^6	20×10^6	2×10^6
Laterizio	<i>Basso - va “armato”</i>		35×10^6
Marmo		80×10^6	
Granito		170×10^6	
Legno (pino)			
(parallelo alle fibre)	40×10^6	35×10^6	5×10^6
(perpendicolare alle fibre)		10×10^6	
Nylon	500×10^6		
Osso (arto)	130×10^6	<i>Ottimi</i>	170×10^6
			<i>debole</i>

*Gli sforzi più
pericolosi
sono quelli di
tensione e di
taglio*