

Fisica per applicazioni di realtà virtuale

Anno Accademico 2022-23

Prof. Matteo Brogi

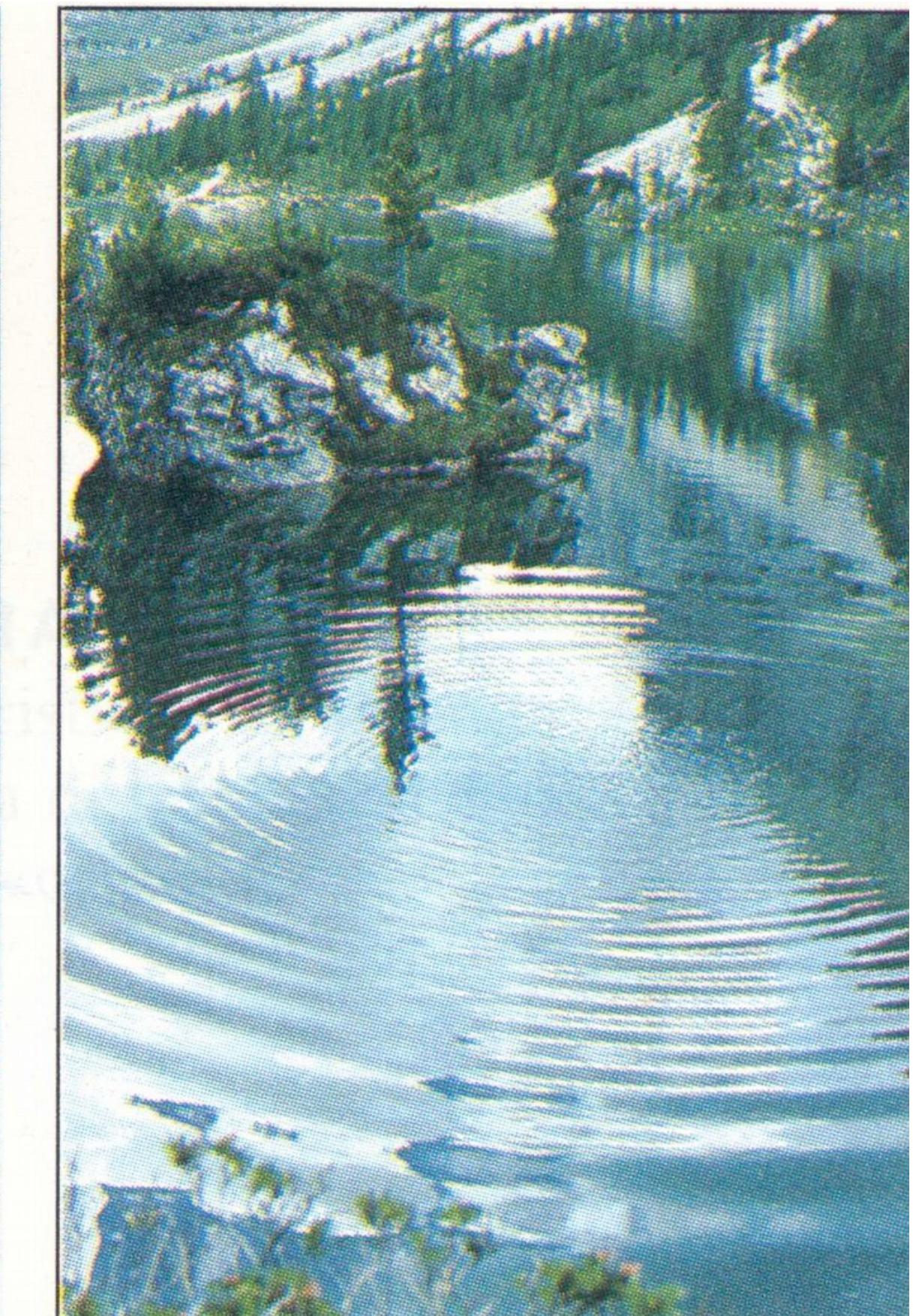
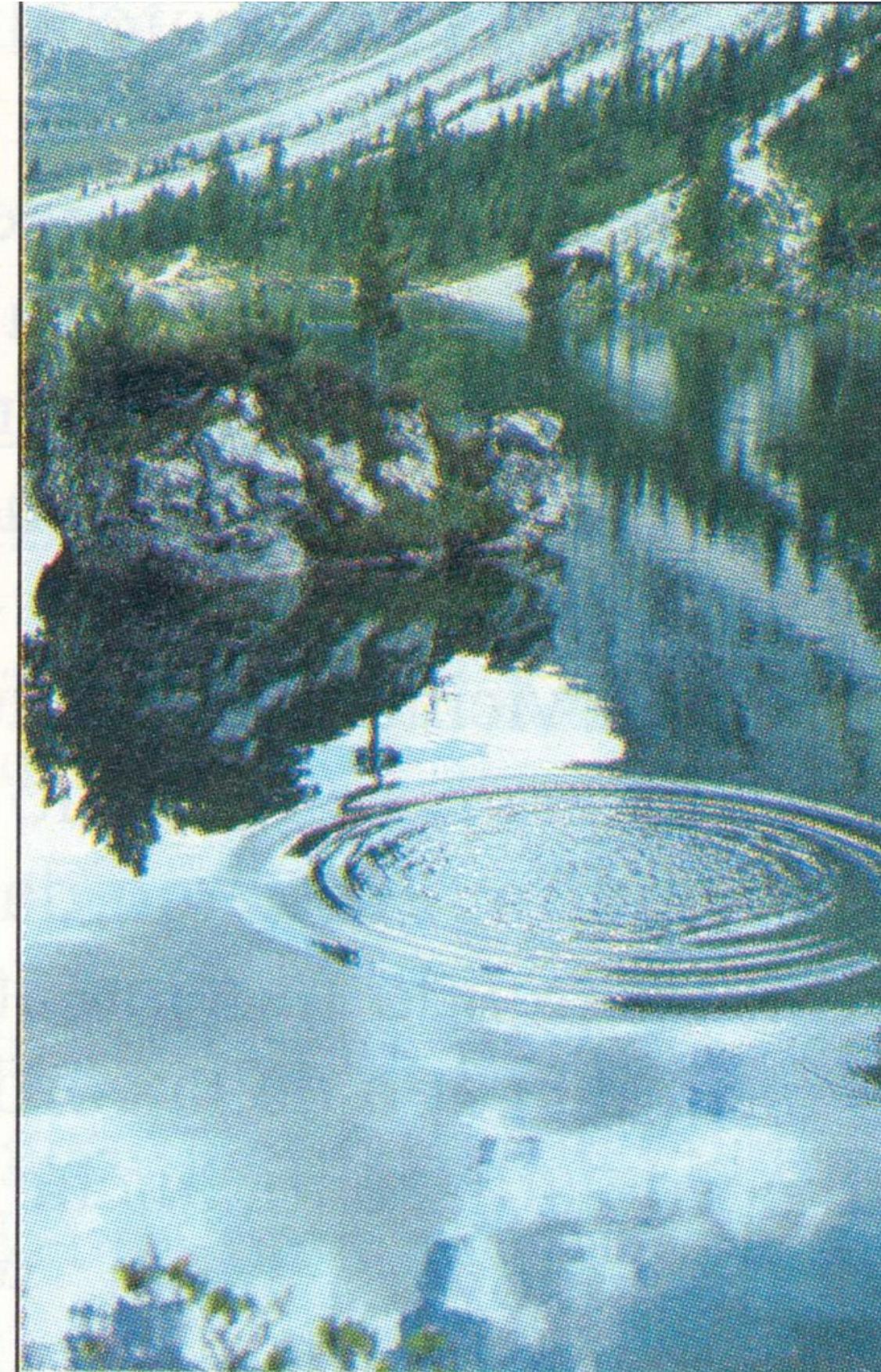
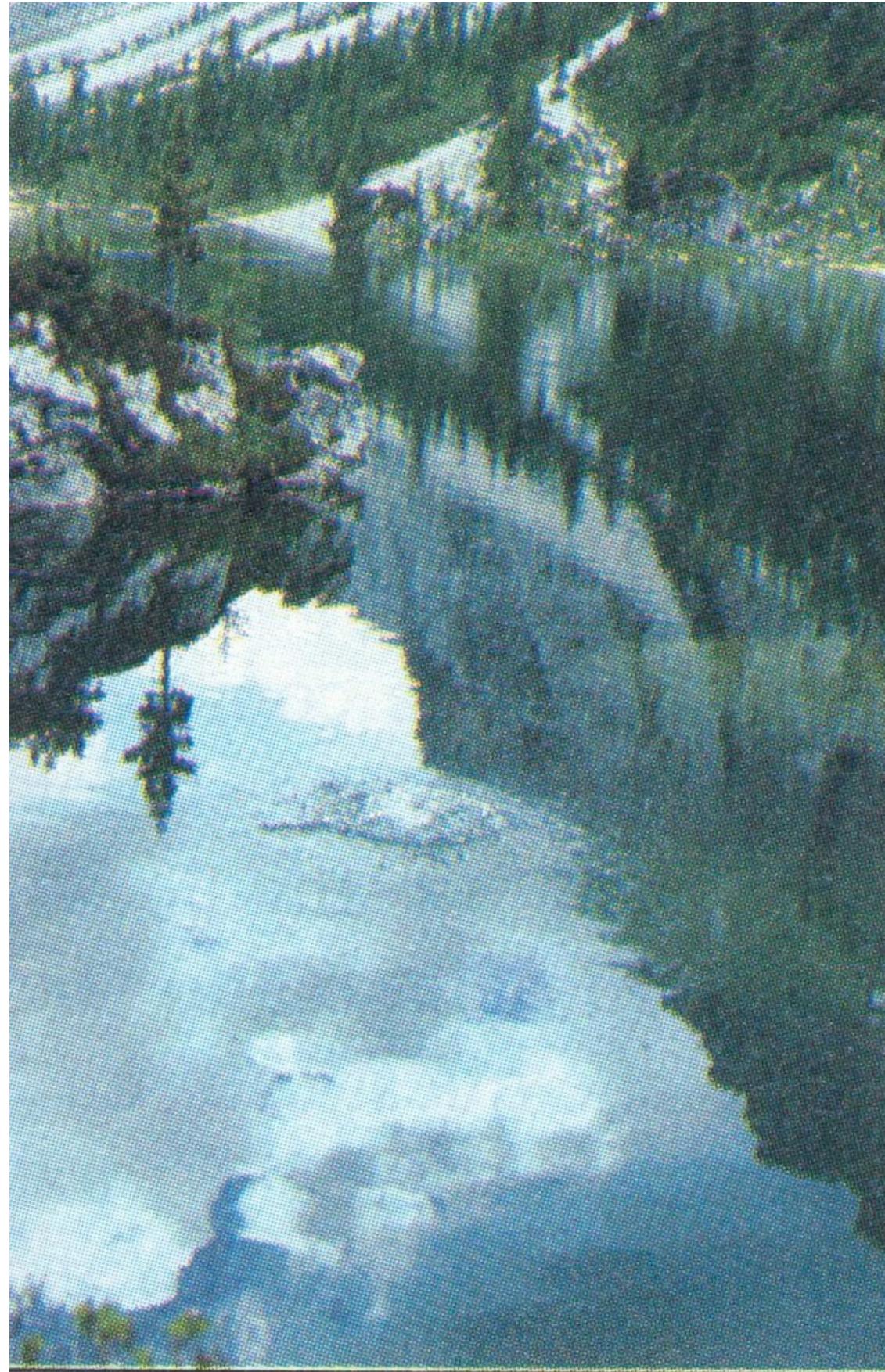
Dipartimento di Fisica, stanza B3, nuovo edificio

Lezione 14

Onde meccaniche parte 1

Che cosa sono le onde meccaniche?

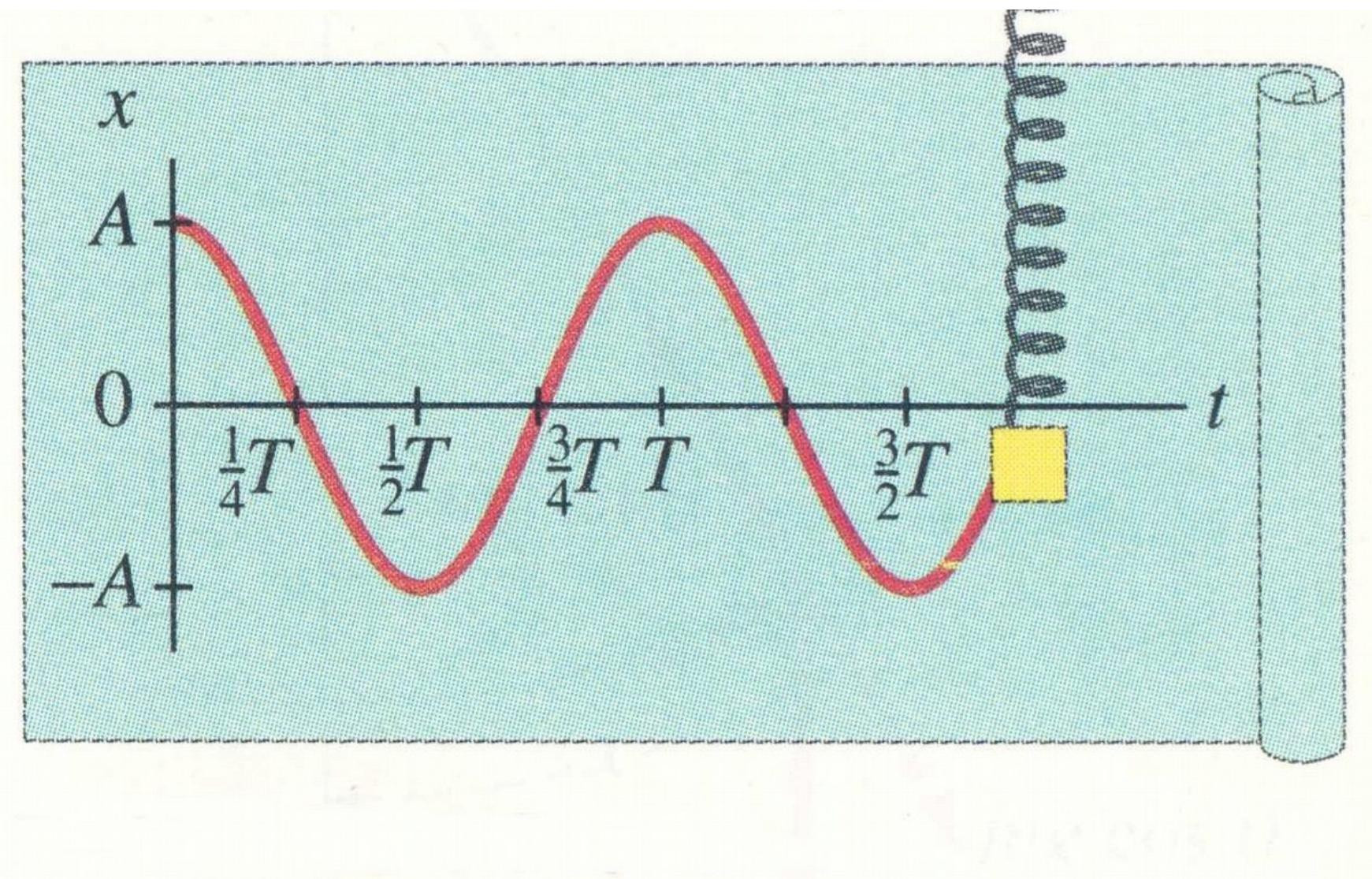
- › La **propagazione** in un **mezzo** di una **perturbazione** dell'equilibrio
- › Generano una successione infinita di **moti armonici** (lezione 8)



Sasso che cade nello stagno: perturbazione si propaga tramite forze di coesione molecolari; energia distribuita su area crescente \Rightarrow ampiezza decrescente

Mini-riassunto sui moti armonici (lezione 8)

- ▶ Sono la proiezione 1D di un moto circolare uniforme
- ▶ Descrivono la legge oraria $x(t)$ di un punto materiale intorno all'equilibrio (stabile), soggetto a una forza elastica di richiamo



$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad \theta(t=0) = \phi$$

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} k A^2$$

**Energia meccanica
proporzionale al quadrato
dell'ampiezza**

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Periodo

$$f = 1/T = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Frequenza

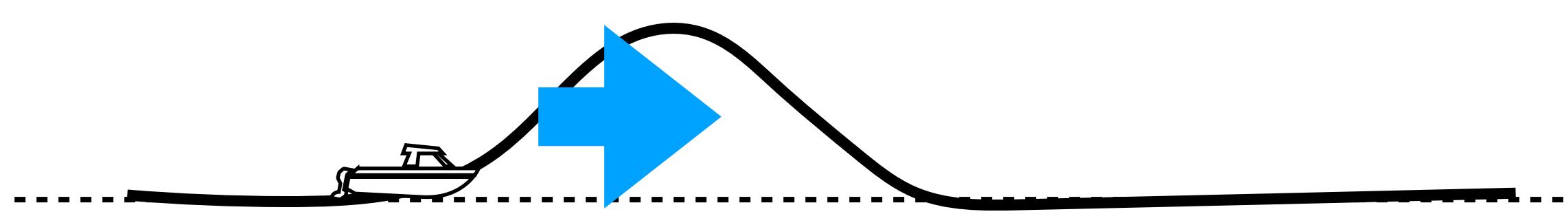
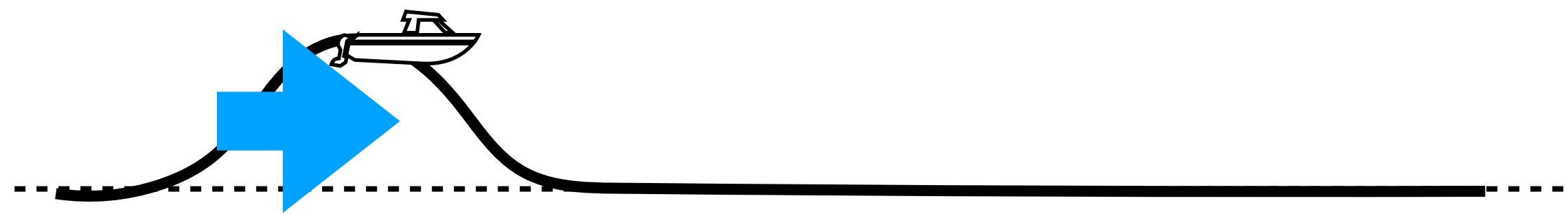
$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Pulsazione

Cosa trasportano le onde meccaniche?



Una barca si solleva all'arrivo dell'onda per poi ritornare al punto di partenza



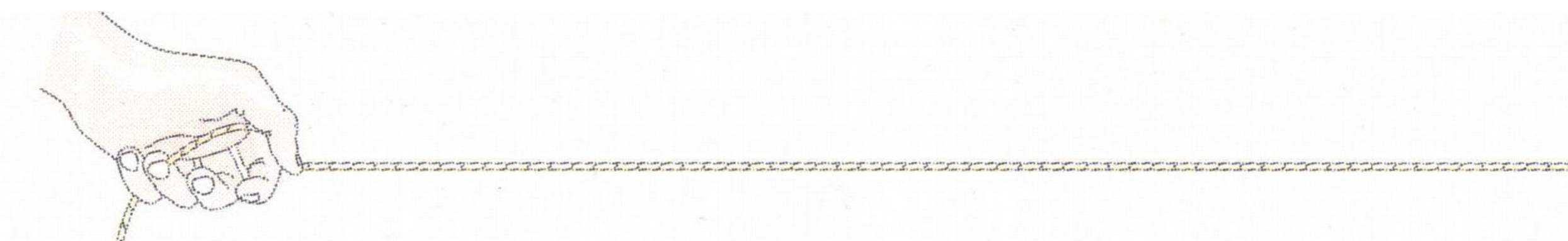
Acqua oscilla attorno alla posizione di equilibrio, con un movimento perpendicolare alla propagazione dell'onda

In un'onda meccanica ideale non si ha mai trasporto di materia, ma solo trasporto di energia

Impulso d'onda meccanica

Una singola, breve perturbazione che si propaga nel mezzo

Equilibrio



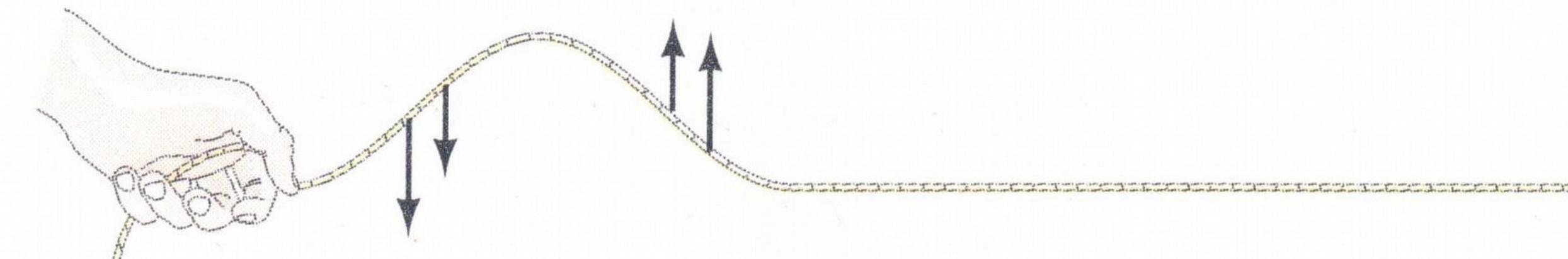
A

Perturbazione



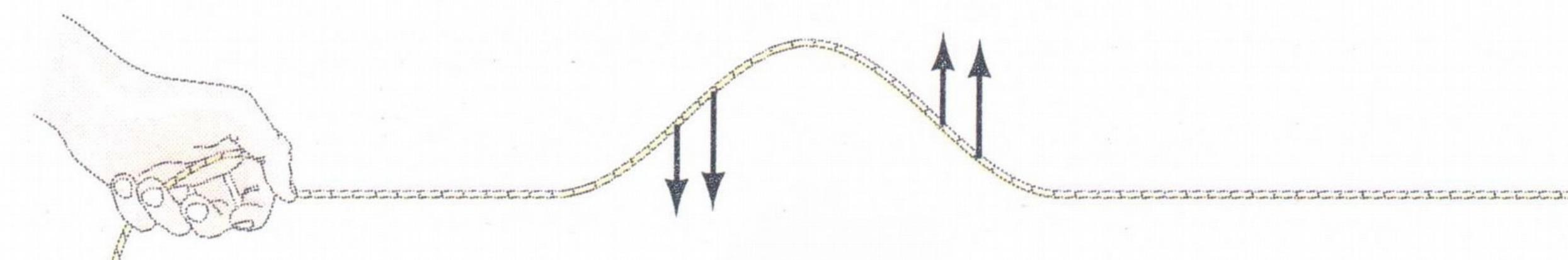
B

Richiamo



C

Equilibrio

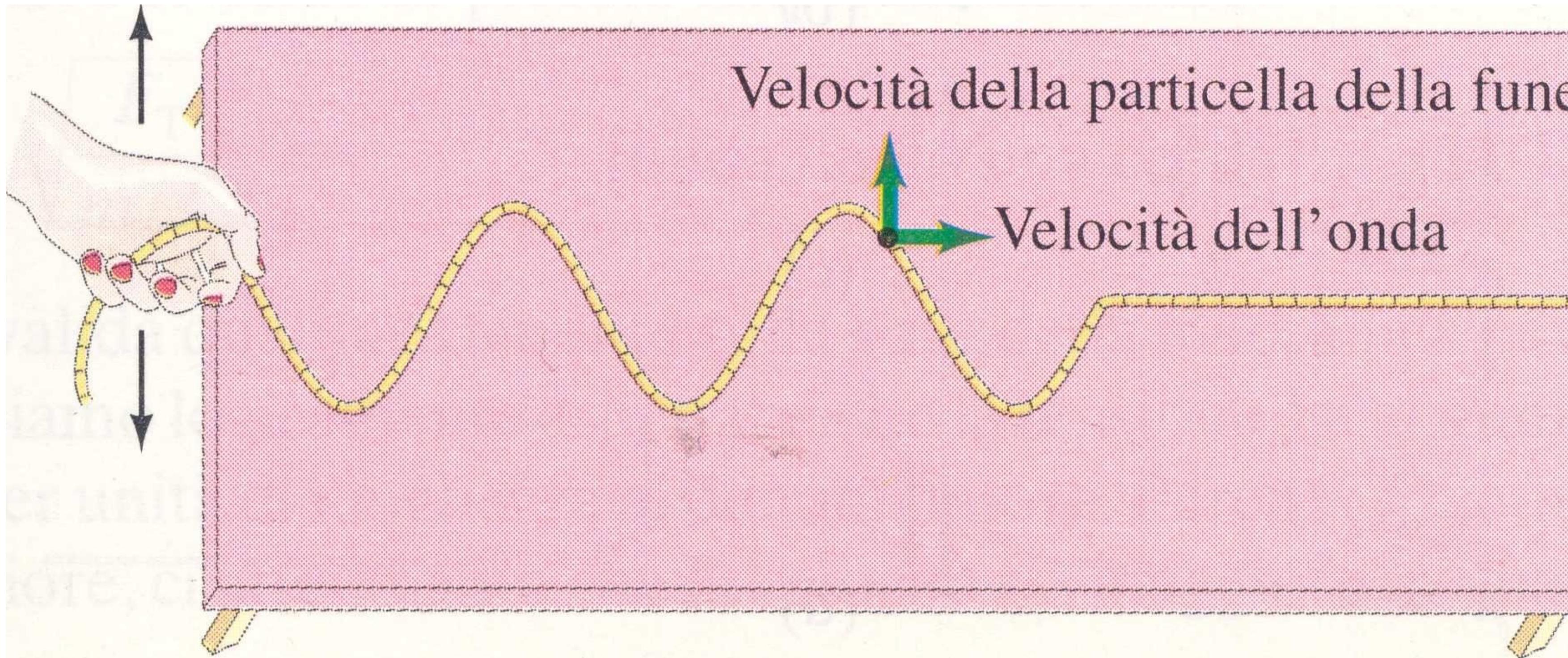


D

es. il sasso lanciato nello stagno nella prima slide
o una mano che frusta una corda

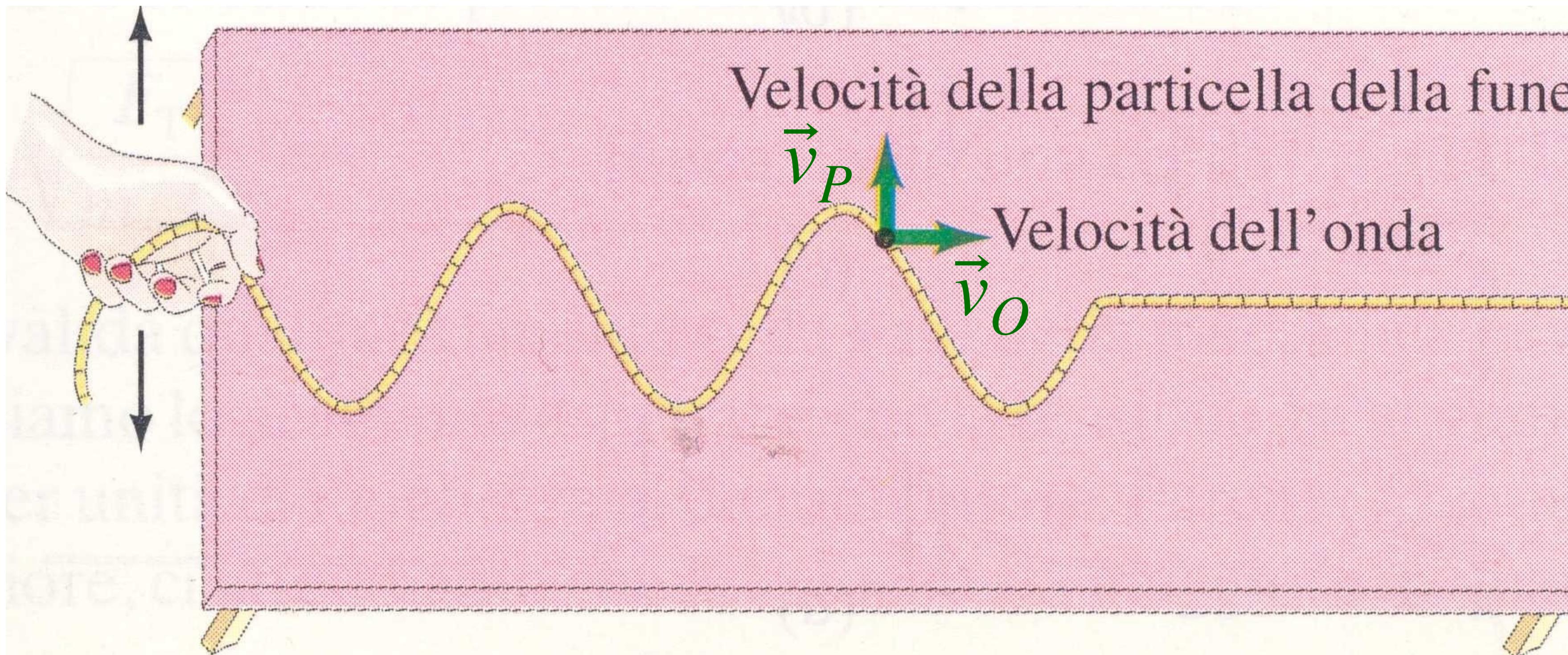
Onde meccaniche periodiche

La causa della perturbazione è anch'essa periodica e persistente
(generalmente un moto armonico)



Concetto **ideale**: un'oscillazione trasferisce un'energia ΔE in un tempo Δt , quindi un moto periodico infinito trasporta un E infinita (impossibile)

Un'onda ha due velocità caratteristiche

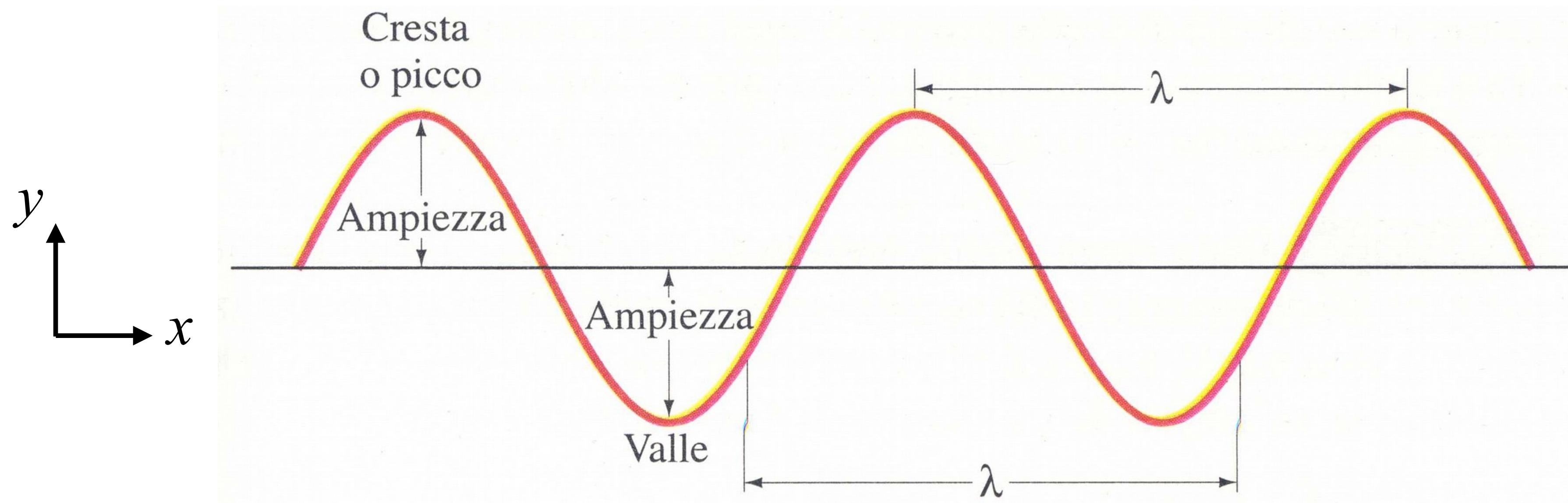


Materia: oscillazione trasversale (in questo esempio) sincrona al moto armonico
Energia: trasferita lungo la direzione della corda con v_o .

Quando $\vec{v}_P \perp \vec{v}_O$ si ha un'onda **trasversale**

Onda ideale (no attenuazione, interfacce, moti relativi):
tutte le oscillazioni (moti armonici) hanno stessa ampiezza e frequenza

Grandezze di un'onda periodica



Una “*istantanea*”
dell’onda a un
certo *istante t*

Elongazione $y(x, t)$: una funzione di due variabili (detta “funzione d’onda”)

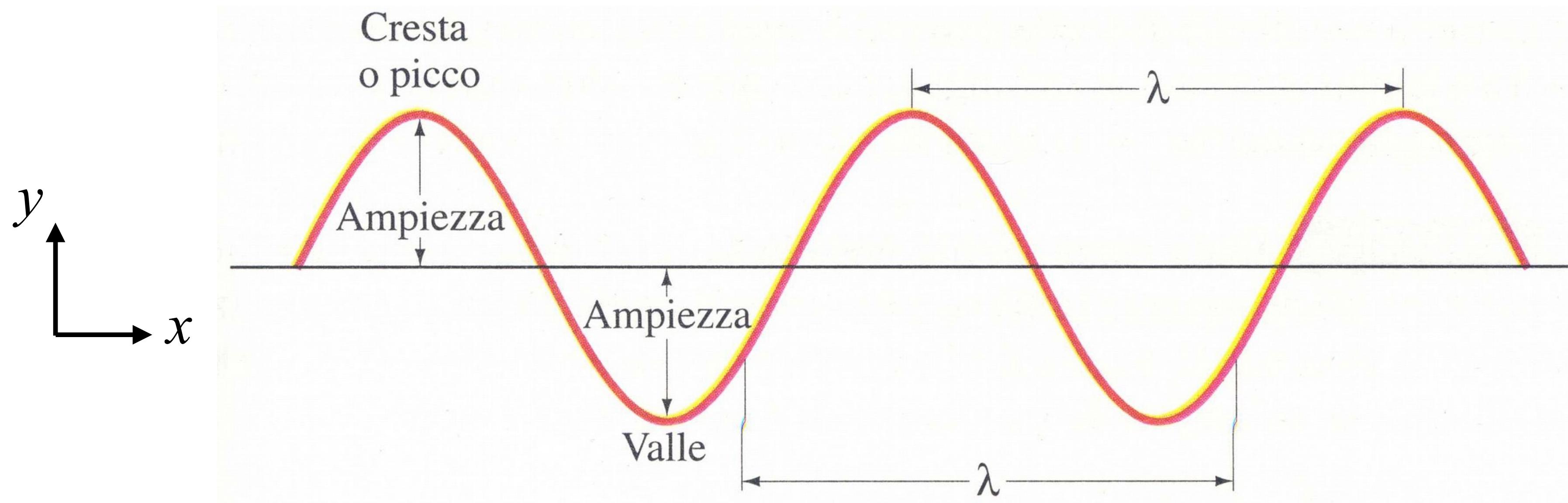
Aampiezza (A): massima elongazione come nel moto armonico

Lunghezza d’onda (λ): distanza spaziale che separa due punti identici

Frequenza (f): numero di cicli al secondo = $1/T$ (T = periodo)

Due punti sono **identici** quando hanno le stesse grandezze cinematiche
⇒ separati da un numero *intero* di cicli

Grandezze di un'onda periodica: velocità



Velocità d'onda
(orizzontale)

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T} \equiv \lambda f$$

Velocità del moto
armonico (verticale)

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} \quad \text{tenendo } x \text{ costante}$$

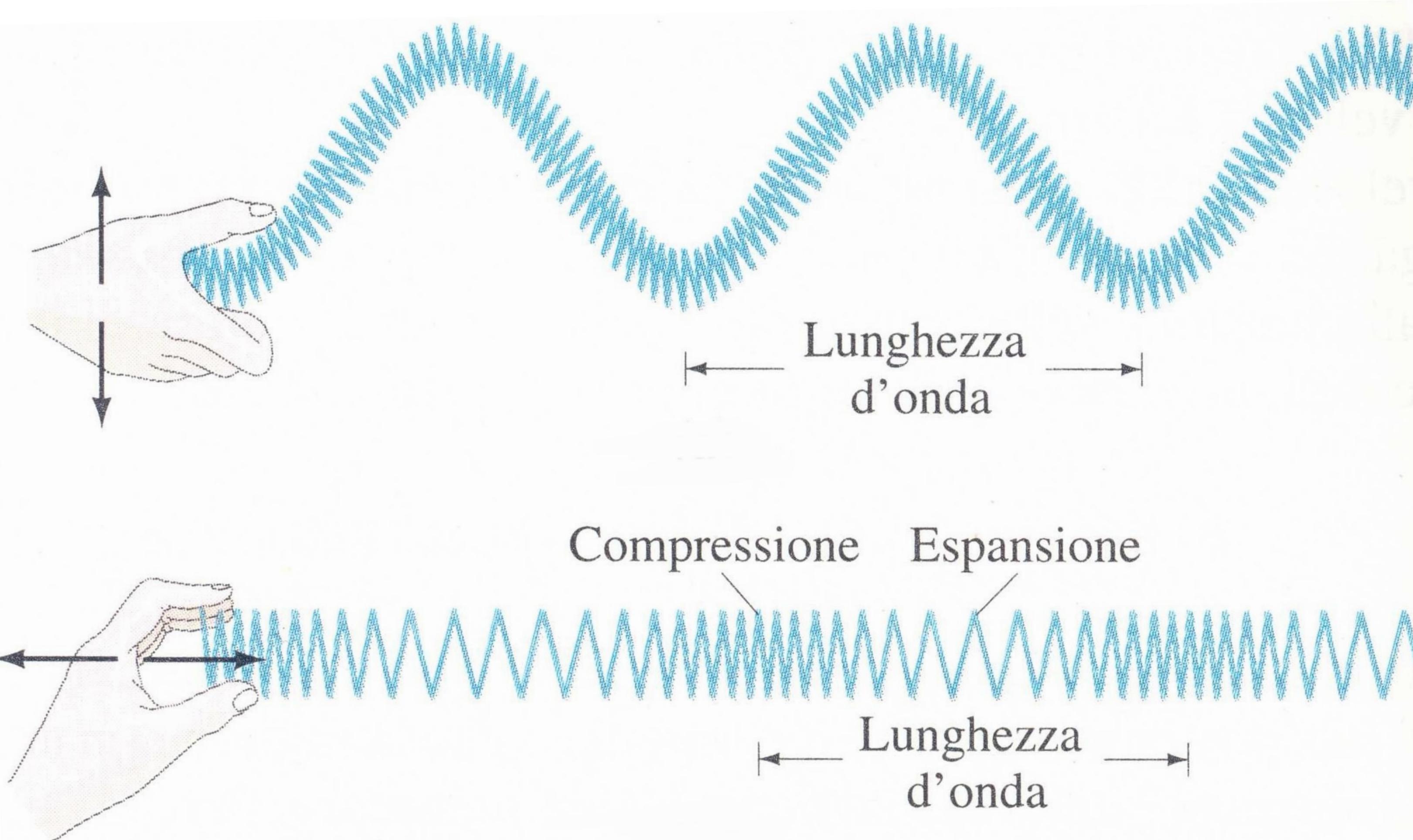
$\frac{\text{termine elastico}}{\text{termine inerziale}}$

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \sqrt{\frac{F_T}{M/L}}$$

Densità "lineare" della corda

Due tipi di onde meccaniche

Onde elastiche: al di là della natura delle forze di coesione, sotto certi regimi di perturbazione esse sviluppano forze di richiamo elastiche \Rightarrow oscillatori armonici



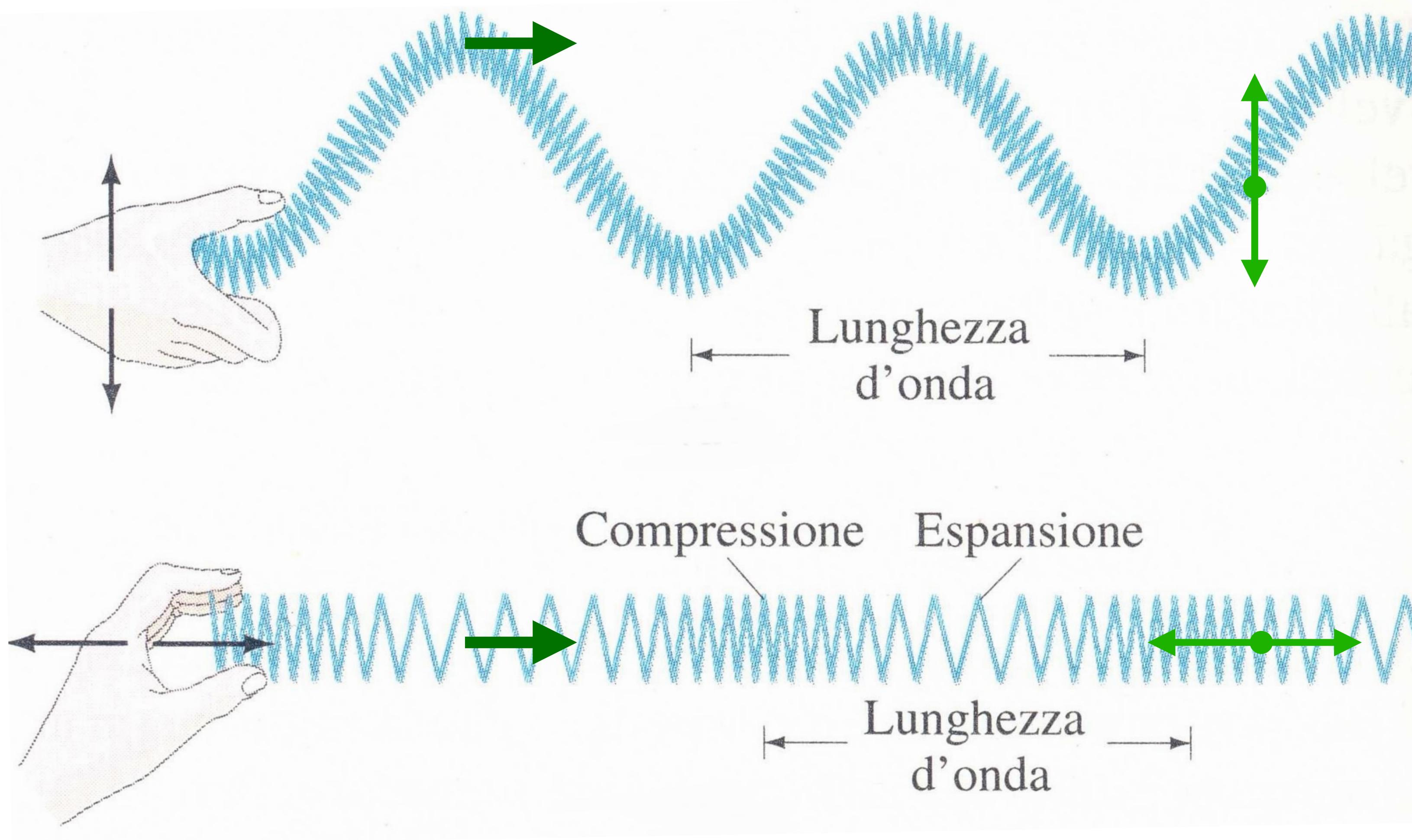
Trasversali

“Spostamento” della materia perpendicolare alla propagazione dell’onda

Longitudinali

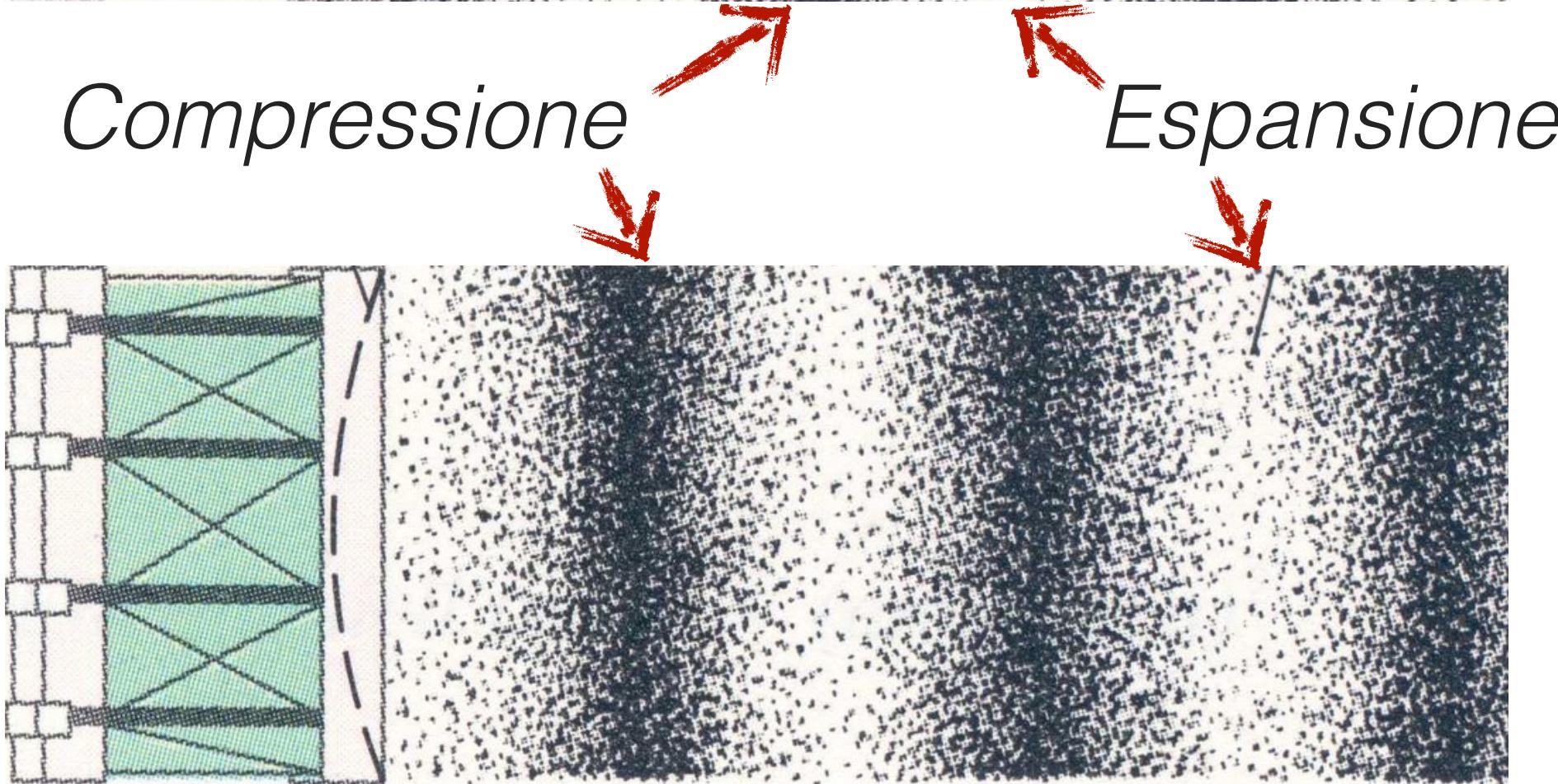
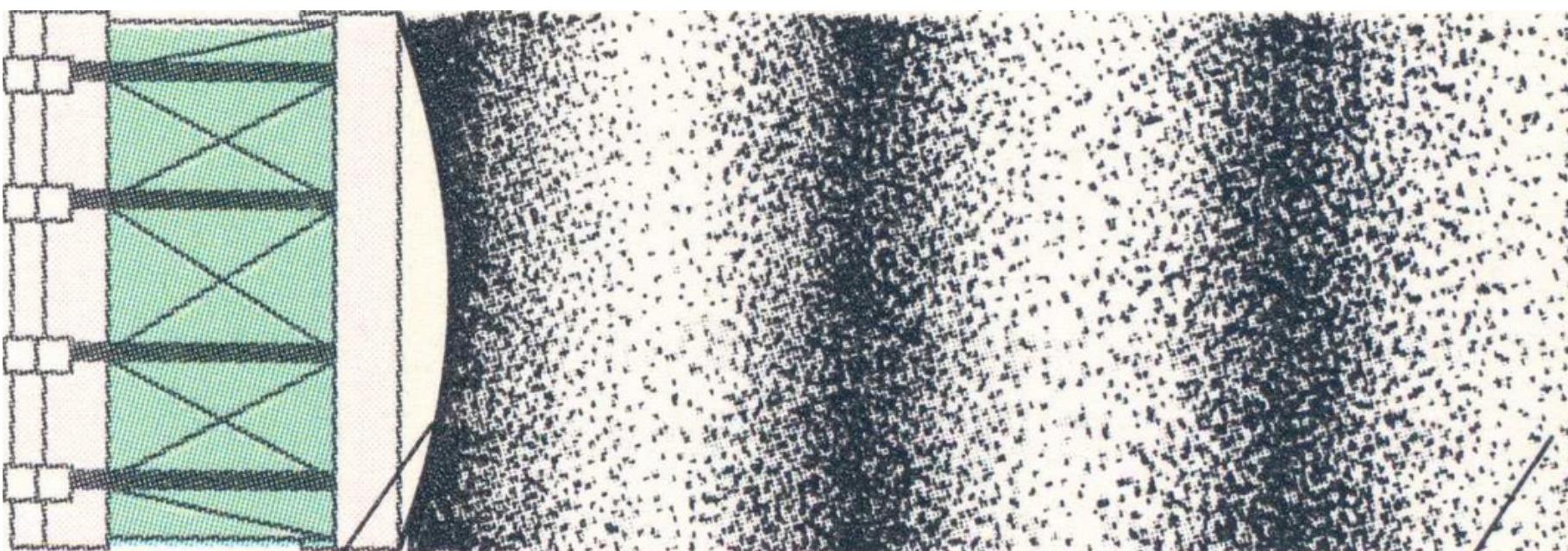
“Spostamento” della materia parallelo alla propagazione dell’onda

Le due velocità (materiale / d'onda) sono sempre diverse



Sia per onde trasversali che longitudinali, lo **spostamento materiale** e il **trasporto di energia** avvengono a **velocità diverse**

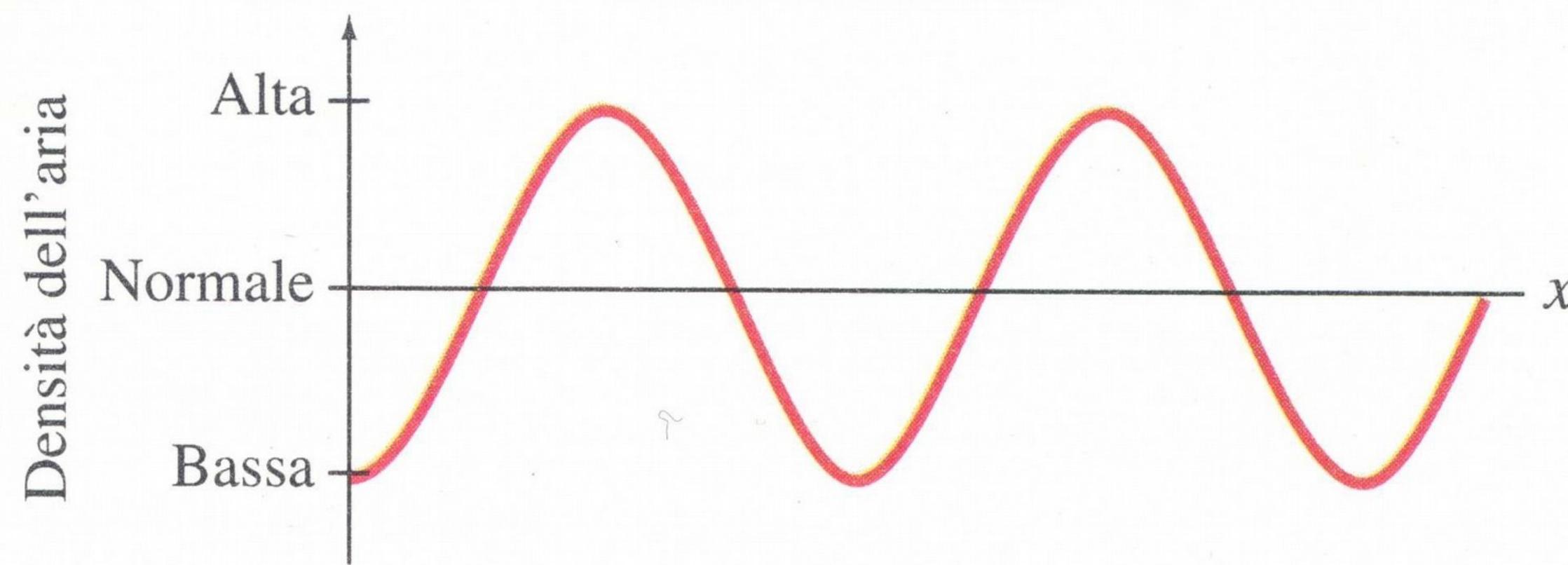
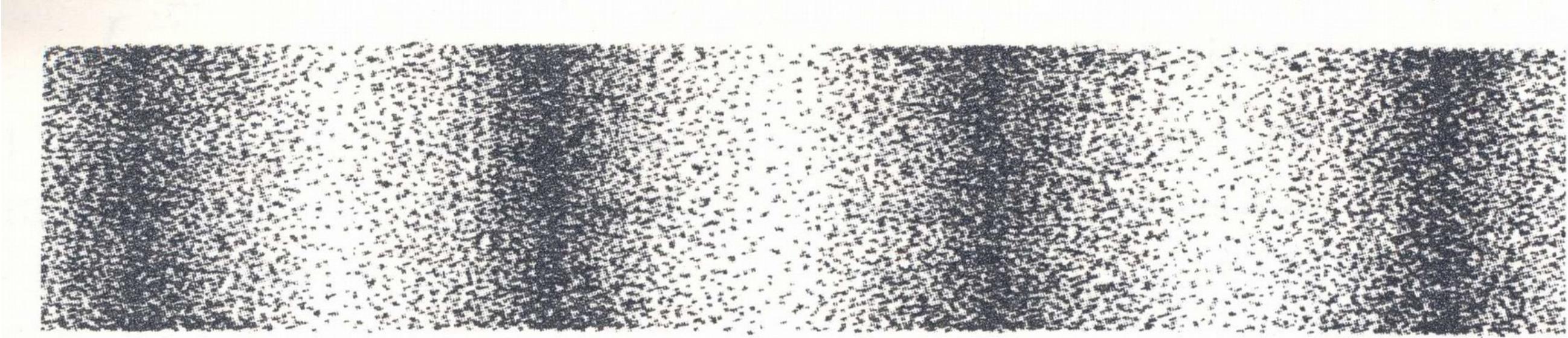
Onde longitudinali in acustica (anticipazione)



Velocità di propagazione

$\frac{\text{fattore di elasticità}}{\text{fattore d'inerzia}}$

Concettualmente identica alla v. d'onda trasversale (stessa eq. matematica)



$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

solidi
(modulo di Young)

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

liquidi / gas
(modulo di compressione)

Tipi di onde vs stati della materia (cfr. lezione 13)

Onda: implica una forza di richiamo (elastica) a seguito di una perturbazione

solidi

Supportano sia compressione / tensione tramite il modulo di Young E (onde longitudinali) che sforzi di taglio tramite il modulo di taglio G (onde trasversali)

liquidi / gas

Supportano compressione tramite il modulo B (onde longitudinali); non hanno forma definita quindi non supportano sforzi di taglio

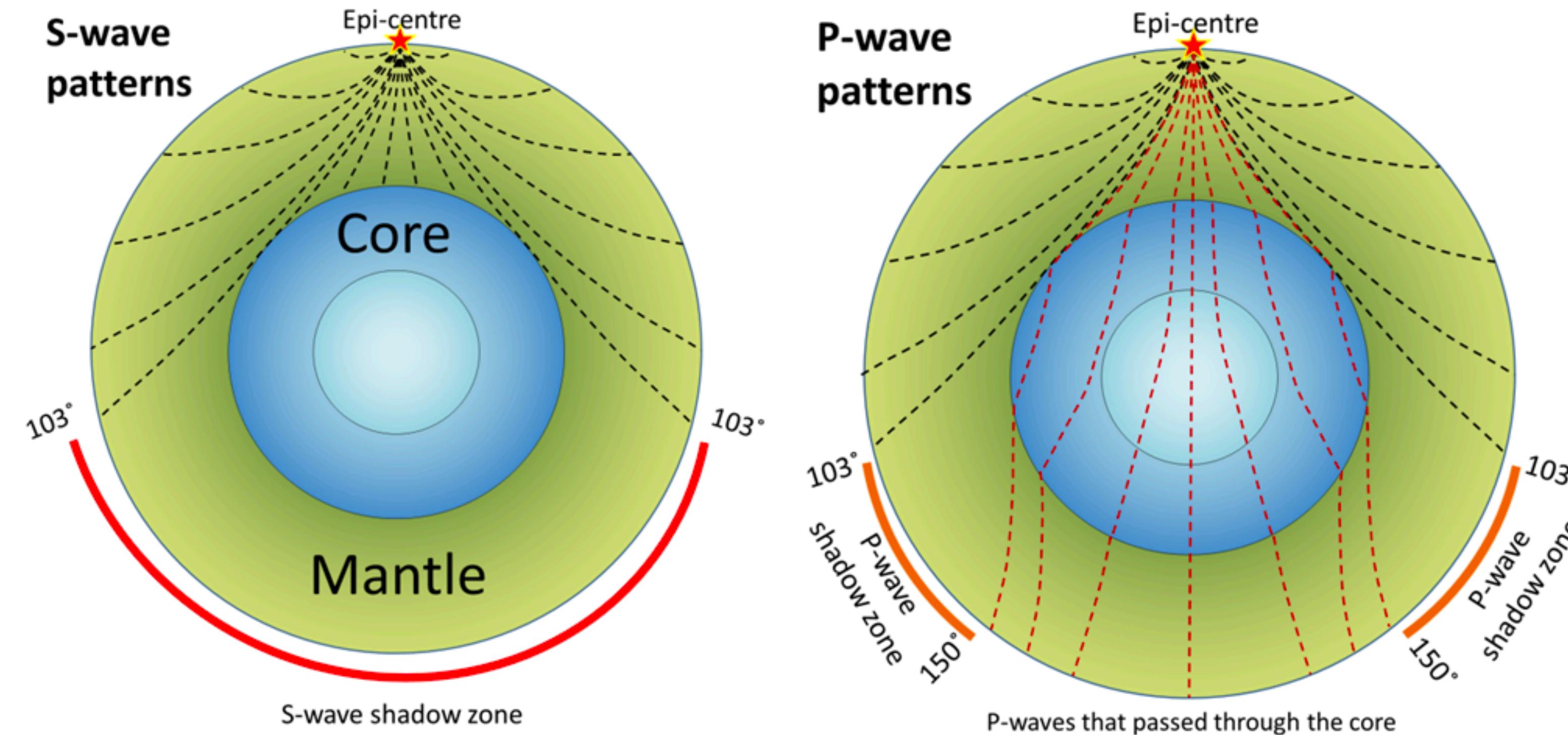
Uno sforzo di taglio anche minimo nei liquidi / gas porta a una deformazione permanente: niente regime elastico \Rightarrow niente forza di richiamo \Rightarrow niente onde

Mentre i solidi supportano sia onde trasversali che longitudinali, liquidi e gas supportano solo onde longitudinali (di compressione)

Esempio di onde meccaniche: i terremoti

Terremoti: generano sia onde trasversali (S: shear) che longitudinali (P: pressure)

Stazioni sismiche sul globo rivelano intensità e tempi di arrivo delle onde P ed S



Ritardi diversi per le onde P tracciano un cambio di densità

Assenza di onde S rilevate (shadow zone) indica un cambio di stato
⇒ il nucleo terrestre è in uno stato liquido!

Onde meccaniche: esercizi

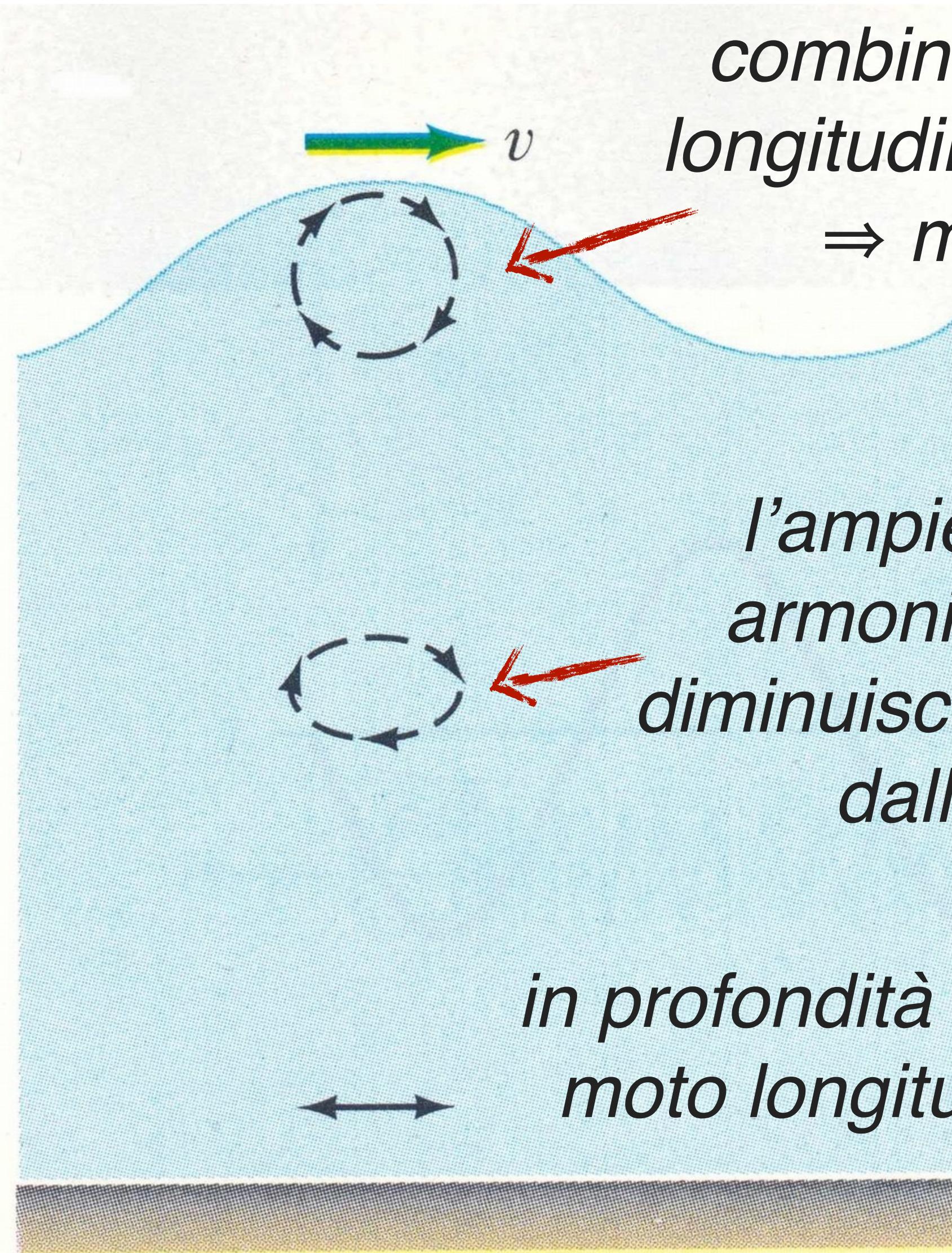
Esercizio 9.01: Un'onda la cui lunghezza d'onda è $\lambda = 0.3$ m viaggia lungo un filo metallico di lunghezza $L = 300$ m e massa totale $M = 15$ kg. Se il filo è sottoposto a tensione pari a 1000 N, quali sono la frequenza e la velocità dell'onda?

Esercizio 9.02: Quanto tempo impiega il rumore del treno trasmesso dalle rotaie a giungere al nostro orecchio se il treno è distante 1 km? Si assuma un modulo di Young $E = 2 \times 10^{11}$ N m $^{-2}$ e una densità del mezzo $\rho = 7.8 \times 10^3$ kg m $^{-3}$.

Esercizio 9.03: Se l'intensità di un'onda P di un terremoto a 100 km dall'epicentro è 1.6×10^6 W m $^{-2}$, quale sarà l'intensità a 400 km dall'epicentro?

Onde di superficie: onde marine

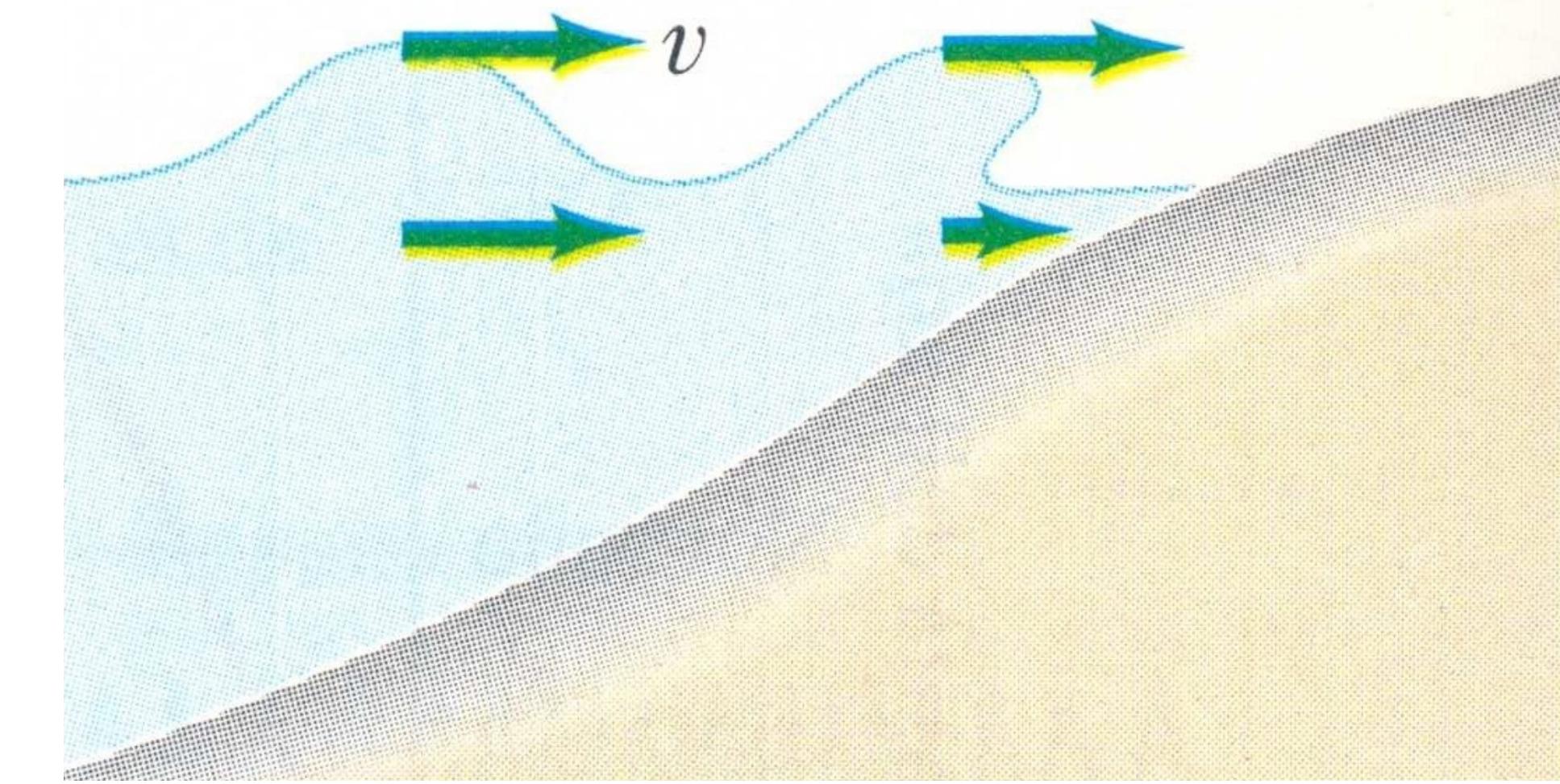
Un tipo “speciale” di onde meccaniche: si propagano all’interfaccia tra due mezzi



*combinazione di onde
longitudinali e trasversali
⇒ moto ellittico*

*l'ampiezza del moto
armonico trasversale
diminuisce con la distanza
dall'interfaccia*

*in profondità c'è solo
moto longitudinale*



*Quando la profondità
scende, l'attrito col fondale
rallenta la base dell'onda
⇒ onda non più ideale
(variabili cinematiche
cambiano con la posizione)*

Energia ed intensità di un'onda

L'energia trasportata da un'onda è proporzionale al quadrato dell'ampiezza

(conseguenza del moto armonico di ciascun punto dell'onda)

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2}kA^2$$

$$\text{Intensità} = \frac{\text{energia}}{\text{unità di tempo e di area}} = \frac{\text{potenza}}{\text{unità area}}$$

Quale “area” stiamo considerando?
La superficie perpendicolare alla direzione del trasporto energetico.

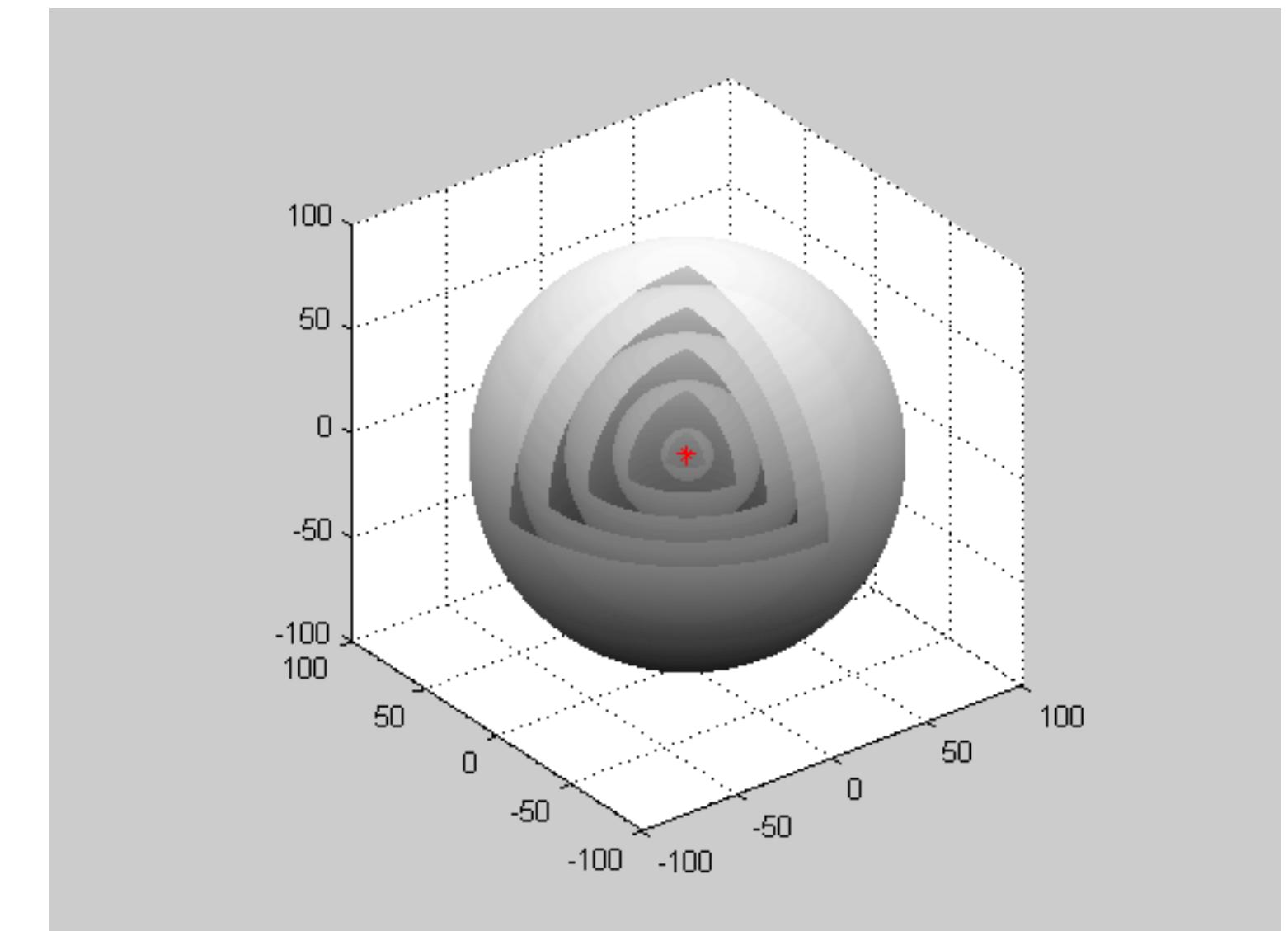
Intensità di un'onda sferica

Onda sferica: si propaga uniformemente in tutte le direzioni

Calcolo dell'intensità

*L'energia si distribuisce su superfici sferiche
aventi area $4\pi r^2$
(r = distanza da origine della perturbazione)*

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2}$$



Onda ideale: conservazione dell'energia
valida a qualsiasi raggio r

Proporzionalità $I \sim A^2$ (A = ampiezza)

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \quad (I \propto r^{-2})$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_2}{r_1} \quad (A \propto 1/r)$$

Forma della funzione d'onda (cenni, 1D)

Funzione d'onda (1D): lega l'oscillazione (u) di un elemento di materia al tempo (t) e allo spostamento nella direzione della propagazione (x)

Deve essere una soluzione della cosiddetta “equazione d'onda”
(equazione differenziale che lega la variazione temporale e spaziale di u)

$$u = u(x, t) = A \cos \left[2\pi \left(\frac{\pm x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

Aampiezza

Poteva anche
essere un seno

Forma compatta

$$u = A \cos(\pm kx - \omega t + \phi_0)$$

(fase generica ϕ_0 come per osc. arm.)

Analogia a un oscillatore
armonico per x fisso

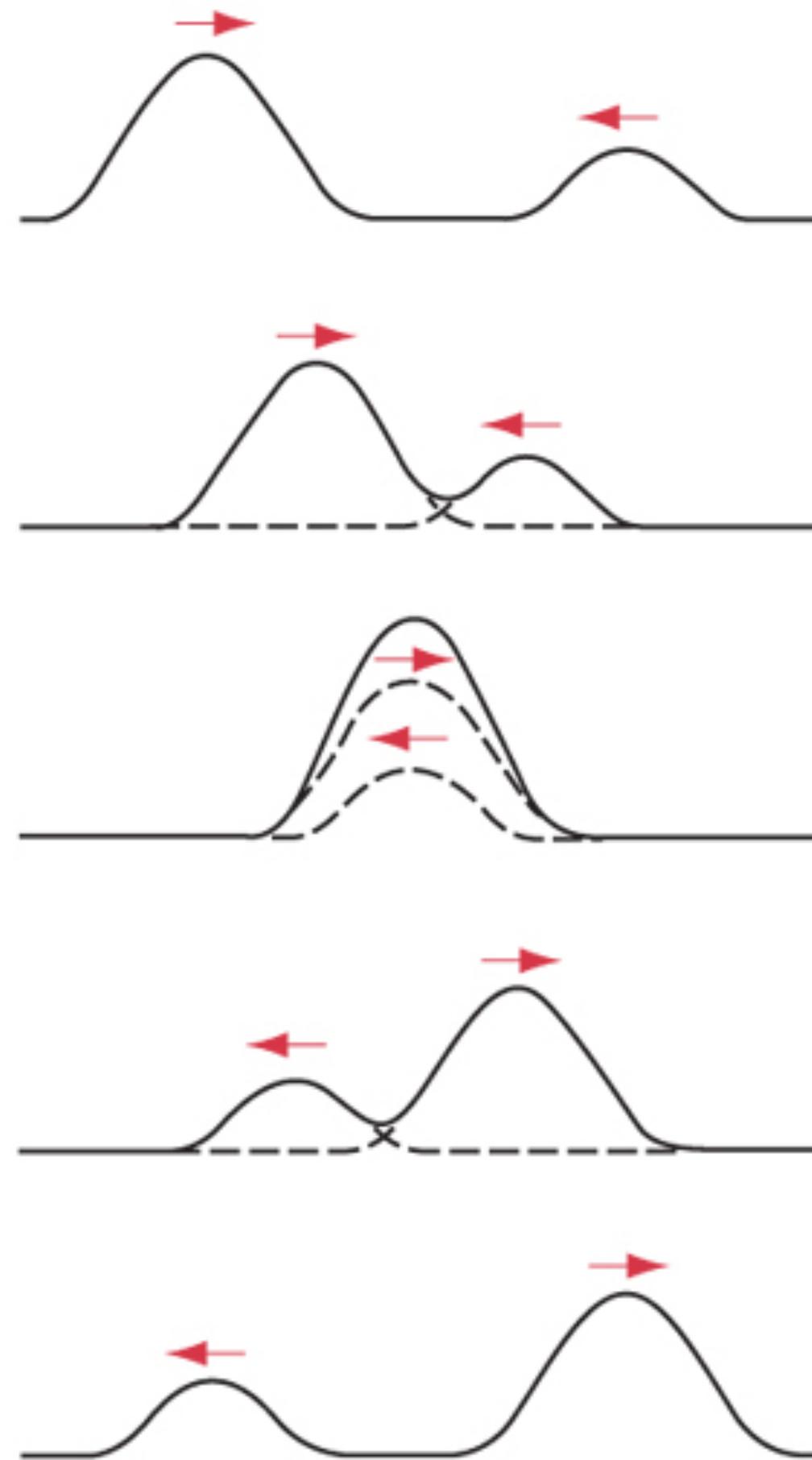
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{numero d'onda (wavenumber)}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{frequenza angolare}$$

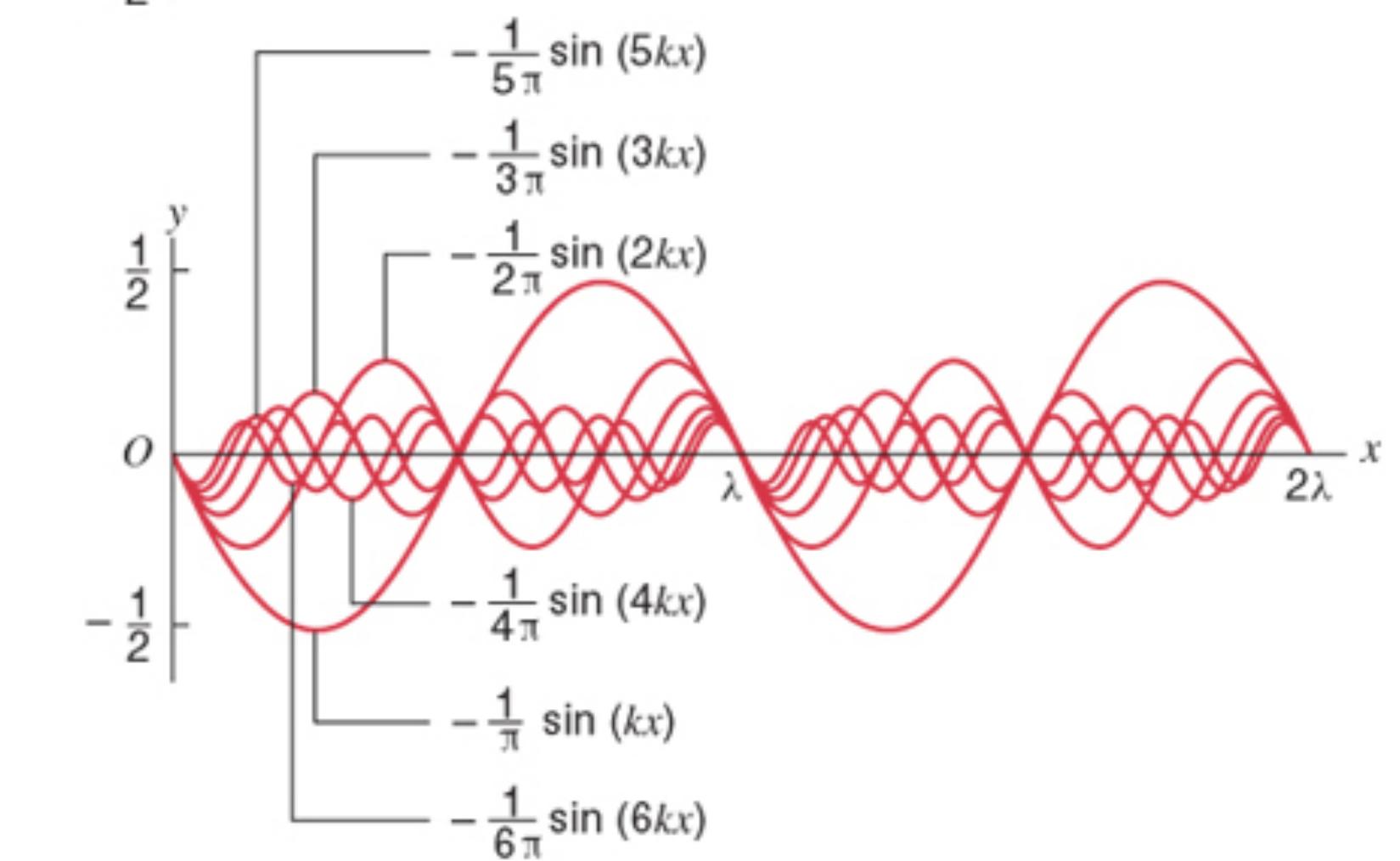
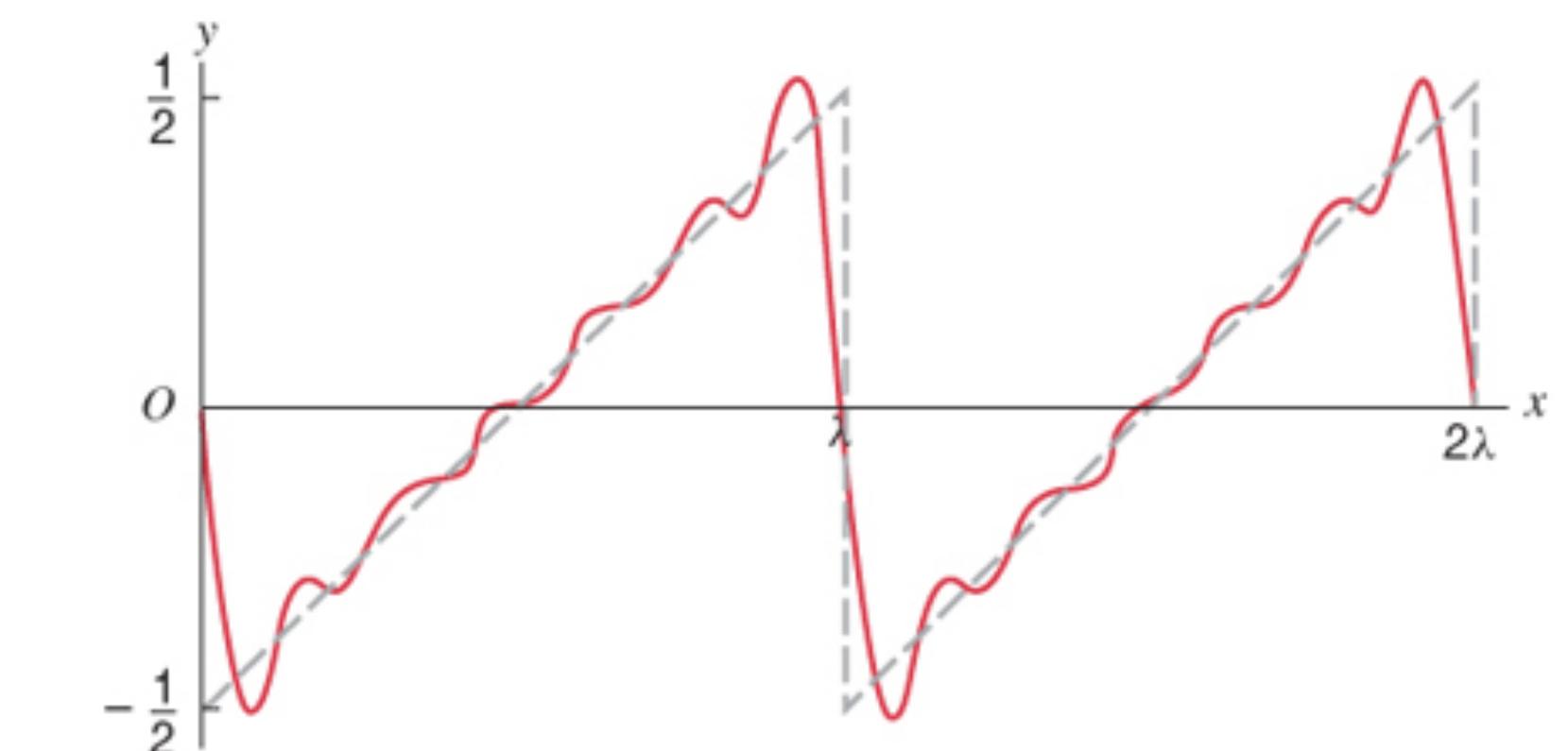
Principio di sovrapposizione

Due o più onde meccaniche possono passare nello stesso punto agendo indipendentemente l'una dall'altra

- ▶ Posso distinguere le note di strumenti musicali nell'intera orchestra
- ▶ Posso vedere una sorgente luminosa in mezzo ad altre sorgenti luminose



*Valido sia per
onde impulsive
(a sinistra)
che per onde periodiche
(a destra)*



Conseguenza del principio di sovrapposizione

Lo spostamento della particella a un dato istante è dato dalla somma degli spostamenti individuali di ciascun'onda

$$u_{\text{tot}} = u_1 + u_2 + \dots = A_1 \cos(k_1 x - \omega_1 t) + A_2 \cos(k_2 x - \omega_2 t) + \dots$$

Quando vale il principio di sovrapposizione?

Quando la relazione tra deformazione e forza di richiamo è lineare (moto armonico, forza di richiamo elastica, regime di deformazione lineare)

Quando smette di valere?

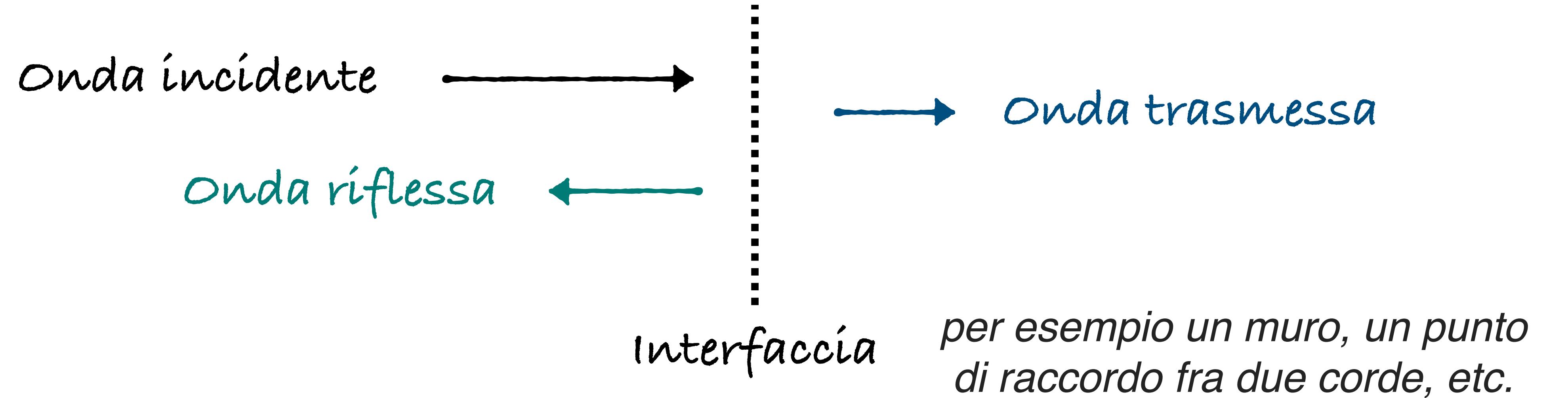
Genericamente quando la perturbazione è troppo grande!

Lezione 8: il potenziale non è più parabolico, il moto non più armonico

Lezione 13: ci avviciniamo al limite elastico o lo oltrepassiamo

Il principio di sovrapposizione in azione

Molto utile per risolvere problemi con onde meccaniche **riflesse** o **trasmesse**



I problemi con interfaccia richiedono la sovrapposizione di (al massimo) 3 onde

$$u_{\text{tot}} = A_I \cos(k_I x - \omega t) + A_R \cos(-k_I x - \omega t) + A_T \cos(k_T x - \omega t)$$

incidente

riflessa
ampiezza cambia
stessa λ , verso opposto

trasmessa
stesso verso,
ampiezza e λ cambiano