信息学院2004级 线性代数 期末考试题（A卷）［2005年考试］

系别____________姓名__________学号__________成绩_______

【注意：此次课本为《高等数学》，四川大学版】

一、　选择填空（每题2分，共10分）

1．设A, B均为n阶方阵，且AB = 0, 则必有（　　　）

(A)　A = 0 或 B = 0　(B)　A + B = 0　(C)　$|A| = 0$或$|B| = 0$　(D)　$|A| + |B| = 0$

2. n阶方阵A可逆，则下列说法中错误的是（　　　）

(A) A所有的特征值均不为0　(B) A的特征值互不相等

(C) A的列向量组线性无关　(D)　$|A| \neq 0$

3．向量β_1，β_2线性无关，$\alpha_1 = l_1\beta_1 + l_2\beta_2$，$\alpha_2$不能用$\beta_1$，$\beta_2$线性表示，则对于任意常数k都有（　　　）

(A) β_1，β_2，α_1＋kα_2线性相关　（B）β_1，β_2，α_1＋kα_2线性无关

(C) β_1，β_2，k α_1＋α_2线性相关　(D) β_1，β_2，k α_1＋α_2线性无关

4．设A是m×n矩阵，下列命题正确的是 (　　　)

(A)　若m < n, 则非齐次线性方程组AX = β必有无穷多解。

(B)　若r(A) = m, 则齐次线性方程组AX = 0 只有零解

(C)　若m ≥ n, 则非齐次线性方程组AX = β要么无解，要么有唯一解，二者必居其一。

(D)　以上答案都不正确。

5．设A, B为满足AB = 0 的任意两个非零矩阵，　则有（　　　）

(A)　A的行向量组线性相关，B的行向量组线性相关

(B)　A的行向量组线性相关，B的列向量组线性相关

(C)　A的列向量组线性相关，B的行向量组线性相关

(D)　A的列向量组线性相关，B的列向量组线性相关

二、求下列行列式的值　（每题7分，共14分）

1．$\begin{vmatrix} a_1-b_1 & a_1-b_2 & \cdots & a_1-b_n \\ a_2-b_1 & a_2-b_2 & \cdots & a_2-b_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_n-b_1 & a_n-b_2 & \cdots & a_n-b_n \end{vmatrix} (n \geq 3)$

2．已知abcd = 1, 计算行列式　$D = \begin{vmatrix} a^2+\frac{1}{a^2} & a & \frac{1}{a} & 1 \\ b^2+\frac{1}{b^2} & b & \frac{1}{b} & 1 \\ c^2+\frac{1}{c^2} & c & \frac{1}{c} & 1 \\ d^2+\frac{1}{d^2} & d & \frac{1}{d} & 1 \end{vmatrix}$

三、设$A=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&2&1\\3&4&3\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}2&1\\5&3\end{pmatrix},C=\begin{pmatrix}1&3\\2&0\\3&1\end{pmatrix}$，求矩阵 X 使其满足 AXB = C　(本题 10 分)

四、在方程组$\begin{cases}x_1+2x_2+x_3=1\\x_1+tx_2+x_3=t\\x_1+2x_2+t^2x_3=t^2\end{cases}$中，t 为何值时，方程组无解，有唯一解、无穷解。有解时，求其解 （13 分）

五、在二阶方阵空间 $P^{2\times2}$ 中，定义线性变换$T\alpha=\begin{pmatrix}0&2\\2&0\end{pmatrix}\alpha,\alpha\in P^{2\times2}$。

在 $P^{2\times2}$ 的一组基底$E_{11}=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},E_{12}=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},E_{21}=\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},E_{22}=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$下，

求 （1）线性变换 T 的矩阵 A

（2）矩阵 A 的特征值和特征向量

（3）可逆矩阵 P 及对角矩阵Λ，使 $P^{-1}AP=\Lambda$　(本题 16 分)

六．把二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+x_3^2+4x_1x_2+4x_1x_3+4x_2x_3$化成标准型，并写出所用的变换矩阵（本题 10 分 ）

七．已知$\alpha_1=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$求一组非零向量$\alpha_2,\alpha_3$，使$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$两两正交。（本题 7 分）

八、已知向量组$\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_{m-1}$线性相关，$\alpha_2,\alpha_3,\ldots,\alpha_m$线性无关，

问：（1）α_1能否由$\alpha_2,\alpha_3,\ldots,\alpha_m$线性表示

（2）α_m能否由$\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_{m-1}$线性表示

说明你的理由（10 分）

九、A, B, D 是 n 阶实矩阵，矩阵$G=\begin{pmatrix}A&B\\B'&D\end{pmatrix}$是正定矩阵。

证明：（1）A 是可逆矩阵　　（4 分）

（2）$D-B'A^{-1}B$是实对称矩阵　（4 分）

(3)　$D-B'A^{-1}B$是正定矩阵　　(2 分)