电光 计控学院本科生 2013——2014 学年第一学期线性代数课程期末考试试卷（A 卷）

专业： 年级： 学号： 姓名： 成绩:

说明：A^T表示矩阵 A 的转置矩阵，A^*表示矩阵 A 的伴随矩阵，E 是单位矩阵，O 是零矩阵，
A^{-1}表示可逆矩阵 A 的逆矩阵, $|A|$表示方阵 A 的行列式, $\langle\alpha, \beta\rangle$表示向量$\alpha, \beta$的内积。

得 分

一 .客观题：1−3 小题为判断题，在对的后面括号中填“ √ ”，错的后面括号中填“×”，
4−8 为单选题，将正确选项前的字母填在括号中. (每小题 2 分，共 16 分)。

1. 所有 n（n>2）阶反对称矩阵关于矩阵的线性运算构成的线性空间的维数为 $n(n+1)/2$。 (　　　)

2. 若 n 阶矩阵 A 可逆，则其伴随矩阵 A^*也可逆。 (　　　)

3. 设 R^n 中向量组 $\alpha_1, \alpha_2\cdots, \alpha_s$ 线性无关，$k_1, k_2\cdots, k_s$ 为不全为零的实数，则

线性组合 $k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_s\alpha_s\neq O$ 。 (　　　)

4. 设 α_1, α_2 是 5 元齐次线性方程组 $Ax=O$ 的基础解系，则矩阵 A 的秩 R(A)= (　　　)

（A） 1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

5. n 阶方阵 A 具有 n 个不同的特征值是 A 与对角阵相似的 (　　　)

（A）充分必要条件　　（B）充分而非必要条件

（C）必要而非充分条件　　（D）既非充分也非必要条件

6. 设 $\alpha_1=(1,1,0,0), \alpha_2=(0,0,1,1), \alpha_3=(1,0,1,0), \alpha_4=(1,1,1,1)$,则它的极大无关组可以是 (　　　)

（A）α_1, α_2　　（B）$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

（C）$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$　　（D）$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$

7. 设 A 是 n 阶方阵， x_1，x_2 均为线性方程组 $Ax=\beta$ 的解，且 $x_1 \neq x_2$，则 $|A|=$ （　　）

（A） 0　　（B） 1　　（C） $x_1^T x_2$　　（D） $|A|$依赖于 β 是否为零向量。

8. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&2&0\\3&0&0\end{pmatrix}$，$P=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$，$B=AP$，则 $|B|$ =(　　)

（A） -1　　（B） 6　　（C） -6　　（D） 1

得 分

二 、行列式计算　（第 **1** 小题 **6** 分，第 **2** 小题 **8** 分，共 **14** 分）

1．计算行列式 $D=\begin{vmatrix}1&1&1&0\\1&1&0&1\\1&0&1&1\\0&1&1&1\end{vmatrix}$ 的值。

2. 计算 n 阶行列式 $\begin{vmatrix}1&1&1&\cdots&1\\1&2&2&\cdots&2\\1&2&3&\cdots&3\\\vdots&\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\1&2&3&\cdots&n\end{vmatrix}$　$(n>2)$

得 分

三、矩阵 X，A，B 满足 $AX = 3X + B$, 其中 （本题 8 分）

$$A=\begin{pmatrix}3&0&1\\0&5&0\\3&0&3\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1&-1&1\\-2&2&-2\\3&6&9\end{pmatrix}$$，求矩阵 X 。

得 分

四、当 a 取何值时，线性方程组： （本题 14 分）

$$\begin{cases}-x_1-4x_2+x_3=1\\ax_2-3x_3=3\\x_1+3x_2+(a+1)x_3=0\end{cases}$$ 无解，有惟一解，有无穷多解？

并在方程组有无穷多解时求其通解。

得 分

五、设 R^2 中的两组基分别为： （本题 12 分）

$$\alpha_1=\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix},\ \alpha_2=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\ \text{和}\ \beta_1=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},\ \beta_2=\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix},$$

已知线性变换 σ 在基 α_1, α_2 下的矩阵为 $\begin{pmatrix}3&0\\0&2\end{pmatrix}$。

1）求由基 α_1, α_2 到基 β_1, β_2 的过渡矩阵 M；

2）求 σ 在基 β_1, β_2 下的矩阵。

得 分

六、已知二次型：$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+x_3^2+2x_1x_2+2x_1x_3+2x_2x_3$ （本题 14 分）

求一个正交变换 $X=PY$，把 f 化为标准形，并写出该标准型；

指出该二次型的类型(正定、负定、半正定、半负定、不定)。

得 分

七、已知非零向量α_1, α_2，向量组$\beta_1=\alpha_1+\alpha_2$，$\beta_2=\alpha_1-\alpha_2$，$\beta_3=3\alpha_1+\alpha_2$

（1）证明$\beta_1, \beta_2, \beta_3$线性相关；

（2）找到一组不全为零的实数k_1, k_2, k_3使$k_1\beta_1+k_2\beta_2+k_3\beta_3=O$成立。

（本题 10 分）

得 分

八、A，B 均为 n 阶方阵，E 为 n 阶单位矩阵，矩阵 $M=\begin{pmatrix} E & E+B \\ A & E+A+AB \end{pmatrix}$，

求矩阵 M 的逆矩阵。 （本题 8 分）

得 分

九、设 A 是 n 阶实对称矩阵，t 是一个正实数，证明：当 t 充分大时，$tE+A$ 是正定矩阵。

（其中 E 是 n 阶单位矩阵） （本题 4 分）