

# 电磁学实验报告

姓名：蒋薇 学院及专业：计算机学院（工科试验班） 学号：2110957 组别：C 组

座号：10

实验日期：2022.05.17

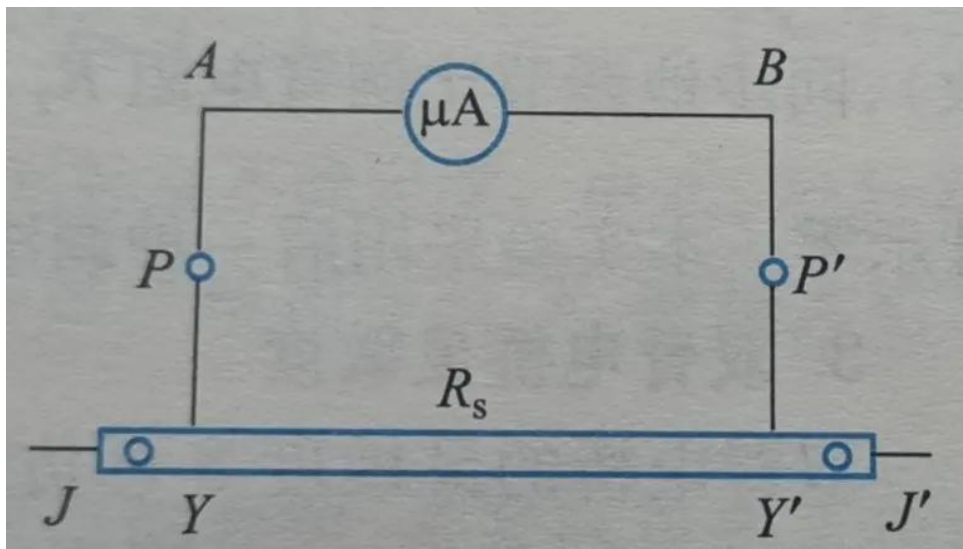
星期二 早上

## 实验题目：直流双臂电桥

### 一：实验原理

1：支流双臂电桥适用范围：低阻( $10^{-5} \sim 10 \Omega$ )

2：四端法



将分流电阻连接如图，微安表内阻一般为  $10^2 \sim 10^3 \Omega$  等级，接线电阻一般为  $10^{-3} \sim 10^{-2} \Omega$  数量级，导线在连接处的接触电阻一般为  $10^{-6} \sim 10^{-3} \Omega$  数量级，在电阻体上 Y、Y' 两点焊出两个接头再与微安表相连接，在焊接时测量好 Y、Y' 间的阻值正好等于所需的分流电阻的阻值。易看出，A、B、P、P' 四点的接触电阻及 AY、BY' 两段接线电阻都已归给微安表支路而被忽略，这样就保证了分流的精确。因此低电阻都做成四个接头，称作“四端结构”。使用时，外侧两个

接头 J、J' 串入工作电路并流过很大电流，故称作“电流接头”；中间与 Y、Y' 相连的两个接头 P、P' 称作“电压接头”。Y、Y' 间的阻值可做成精确而稳定的已知阻值

### 3: 推到测量公式

低阻均做成四端结构,那么测量低阻也就归结为如何测出低阻上 Y、Y' 间的阻值。测量电路如图所示,其中  $R_0$  为标准低阻, $R_x$  为待测低阻。四个比例臂电阻  $R_1$ 、 $R_1'$ 、 $R_2$ 、 $R_2'$  一般都有意做成几十欧姆以上的阻值,因此它们所在桥臂中接线电阻和接触电阻的影响便可忽略。两个低阻相邻电压接头间的电阻设为  $r$ ,常称为“跨桥电阻”。当电流计  $G$  指零时,电桥达到平衡,于是由基尔霍夫定律可写出下面三个回路方程:

$$I_1 R_1 = I_0 R_0 + I_1' R_1'$$

$$I_1 R_2 = I_0 R_x + I_1' R_2'$$

$$(I_0 - I_1')r = I_1'(R_1' + R_2')$$

式中  $I_1$ 、 $I_2$ 、 $I_3$  分别为电桥平衡时通过电阻  $R_1$ 、 $R_0$ 、 $R_1'$  的电流。

整理有

$$R_1 R_x = R_2 R_0 + (R_2 R_1' - R_1 R_2') \frac{r}{R_1' + R_2' + r}$$

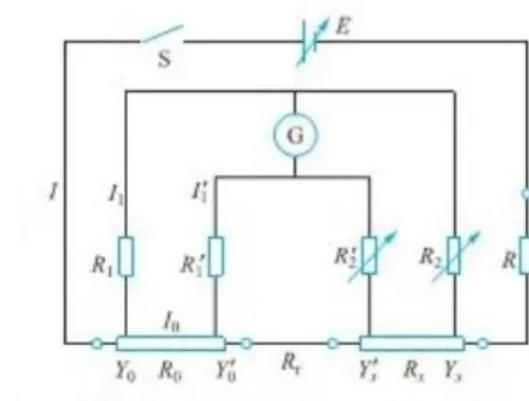
如果电桥的平衡是在保证  $R_2 R_1' - R_1 R_2' = 0$ ，即  $R_1/R_2 = R_2'/R_1'$  的条件下调得的，

那么  $R_x = (R_2/R_1) \cdot R_0$

已知  $R_0$  和比值  $R_2/R_1$  就可算出  $R_x$ 。由此知双臂电桥的测量平衡条件为

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_2'}{R_1'} = \frac{R_x}{R_0}$$

#### 4: 实验电路图



#### 5: 双臂电桥灵敏度

双臂电桥平衡后，将比例臂电阻  $R_2$ 、 $R_2'$  同步地偏调  $\Delta R_2 = \Delta R_2'$ ，若电流计示数改变  $\Delta I$ ，则灵敏度为  $S = \frac{\Delta I}{\Delta R_2}$ 。由分析得出，提高通入双桥的电流  $I$ 、选用电流常量  $C$  和内阻  $R_g$  均小的电流计、减小  $(R_1 + R_2)$  及  $R_1'$ 、 $R_2'$  阻值以及尽量使  $R_0$  和  $R_x$  阻值接近，可以使  $(R_1/R_2 + R_x/R_0)$  最小，都能提高双臂电桥的灵敏度。

### 二：数据处理

#### 1: 铜棍电阻率的测量

(1) 不确定度  $U_b = 0.5 / 3 = 0.17$

铜棍长度（两个电压接头之间）： $l = (459.00 \pm 0.17)\text{mm}$

## (2)铜棍直径测量

测量次数	1	2	3	4	5	平均值
直 径 (mm)	5.003	4.999	5.002	5.004	5.002	5.002

样本标准偏差  $S_{xi} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (d_i - \bar{d})^2}{4}} = \sqrt{\frac{(0.001)^2 + (-0.003)^2 + 0^2 + (0.002)^2 + 0^2}{4}} = 0.0018 \text{ mm}$

算术平均值标准偏差  $S_{\bar{d}} = \frac{S_{xi}}{\sqrt{5}} = 0.00084 \text{ mm}$

$\mu_A = t(0.683, 4) S_{\bar{d}} = 1.1 \times 0.00084 = 0.00093 \text{ mm}$

$\mu_B = \frac{\varepsilon}{\sqrt{3}} = \frac{0.001}{\sqrt{3}} \approx 0.00058 \text{ mm}$

$\mu = \sqrt{\mu_A^2 + \mu_B^2} = \sqrt{(0.00093)^2 + (0.00058)^2} = \sqrt{0.0000012013} = 0.0011 \text{ mm}$

$d_{Cu} = (5.0020 \pm 0.0011) \text{ mm}$

$d \text{ (Cu)} = (5.0020 \pm 0.0011)\text{mm}$

## (3)调节电桥平衡

电桥状态	R2(= R2')	Rx	$\Delta R2(= \Delta R2')$	$\Delta I$	S
数据记录	409.0 $\Omega$	4.09* 10 <sup>-4</sup>	10 $\Omega$	1.9nA	77.71

$R_x$  的总相对不确定度为

$$\begin{aligned} \rho_x &= \sqrt{(1+k)^2(\rho_{22}^2 + \rho_{12}^2) + k^2(\rho_{2'2}^2 + \rho_{1'2}^2) + \rho_{02}^2 + (0.1/S)^2} \\ &= \sqrt{((1+0.1)^2(0.1\%^2 + 0.1\%^2) + 0.1^2(0.1\%^2 + 0.1\%^2) + 0.1\%^2 + (0.1/77.71)^2)} \\ &= 0.00226 \end{aligned}$$

Handwritten calculations:

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} \times R_0 = \frac{409.0}{1000} \times 10^{-3} = 4.09 \times 10^{-4} \Omega$$

$$S = \frac{\Delta I}{\Delta R_2 / R_2} = \frac{1.9 \times 409}{10} = 77.71 \text{ nA}$$

$$\rho = \frac{\pi R d^2}{4L} = \frac{3.14 \times 4.09 \times 10^{-4} \times (5.002 \times 10^{-3})^2}{4 \times 0.459} = \frac{3.217 \times 10^{-8}}{1.836} = 1.785 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

$$\mu_p = 1.785 \times 10^{-8} \times \sqrt{\frac{(9.232 \times 10^{-7})^2}{(4.09 \times 10^{-4})^2} + \frac{(0.1)^2}{(459)^2} + \left(2 \times \frac{0.001}{5.0020}\right)^2}$$

$$= 1.785 \times 10^{-8} \times \sqrt{(0.0000538)^2}$$

$$= 1.785 \times 10^{-8} \times \sqrt{0.00000542562} = 0.0041 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

$$\Delta R_x = \rho_x \times R_{\text{测}} = 0.00226 \times 4.09 \times 10^{-4} = 9.232 \times 10^{-7} \Omega$$

则电阻值  $R_x = (4.09 \times 10^{-4} \pm 9.232 \times 10^{-7}) \Omega$

$$R = \frac{\rho L}{S}, \quad \rho = \frac{RS}{L}, \quad S = \frac{\pi d^2}{4}, \quad \rho = \frac{\pi R d^2}{4 L}$$

$$\text{取对数: } \ln \rho = \ln \left( \frac{\pi R d^2}{4 L} \right) = \ln \frac{\pi}{4} + \ln R + 2 \ln d - \ln L$$

$$\text{取微分: } \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dR}{R} + 2 \frac{dd}{d} - \frac{dL}{L}$$

$$\left( \frac{u_\rho}{\rho} \right)^2 = \left( \frac{u_R}{R} \right)^2 + \left( 2 \frac{u_d}{d} \right)^2 + \left( \frac{u_L}{L} \right)^2$$

$$u_\rho = \rho \sqrt{\left( \frac{u_R}{R} \right)^2 + \left( 2 \frac{u_d}{d} \right)^2 + \left( \frac{u_L}{L} \right)^2}$$

$$\text{电阻率} = (1.751 \pm 0.0041) \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

## 2: 铁棍电阻率的测量

$$\text{不确定度 } U_b = 0.5 / 3 = 0.17$$

$$(1) \text{铁棍长度（两个电压接头之间）: } l = (398.0 \pm 0.17) \text{mm}$$

### (2) 铁棍直径测量

测量次数	1	2	3	4	5	平均值
直 径 (mm)	5.008	5.013	5.012	5.010	5.007	5.010

$$S_f = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \frac{\sqrt{(0.002)^2 + (0.002)^2 + 0^2 + (0.004)^2 + (0.004)^2}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{0.000017}}{\sqrt{20}} = 0.00092 \text{ mm}$$

$$\mu_A = t_{0.95}(d) S_d = 1.11 \times 0.00092 = 0.0010212 \text{ mm}$$

$$\mu_B = \frac{0.001}{\sqrt{3}} = 0.0006 \text{ mm}$$

$$\mu = \sqrt{\mu_A^2 + \mu_B^2} = 0.0038 \text{ mm}$$

$$d(\text{Fe}) = (5.0100 \pm 0.0038) \text{ mm}$$

$$d(\text{Fe}) = (5.0100 \pm 0.0038) \text{ mm}$$

### (3) 调节电桥平衡

电桥状态	$R_2 = R_2' / \Omega$	$R_x / \Omega$	$\Delta R_2 = \Delta R_2'$ ( $\Omega$ )	$\Delta I$ (nA)	S
数据记录	15250.0 $\Omega$	$1.5250 \times 10^{-2}$	1000 $\Omega$	10	152.50

$$R_x \text{ 的总相对不确定度为 } \rho_x = \sqrt{(1+k)^2(\rho_{22} + \rho_{12}) + k^2(\rho_{2'2} + \rho_{1'2}) + \rho_{02} + (0.1/S)^2}$$

$$= \sqrt{((1+0.1)^2(0.1\%^2 + 0.1\%^2) + 0.1^2(0.1\%^2 + 0.1\%^2) + 0.1\%^2 + (0.1/152.50)^2)}$$

$$= 1.94 \times 10^{-3} \Omega$$

$$\text{则电阻值 } R_x = (1.5250 \times 10^{-2} \pm 2.96 \times 10^{-5}) \Omega$$



$$R = \frac{\rho L}{S}, \quad \rho = \frac{RS}{L}, \quad S = \frac{\pi d^2}{4}, \quad \rho = \frac{\pi R d^2}{4 L}$$

$$\text{取对数: } \ln \rho = \ln \left( \frac{\pi R d^2}{4 L} \right) = \ln \frac{\pi}{4} + \ln R + 2 \ln d - \ln L$$

$$\text{取微分: } \frac{d\rho}{\rho} = \frac{dR}{R} + 2 \frac{dd}{d} - \frac{dL}{L}$$

$$\left( \frac{u_\rho}{\rho} \right)^2 = \left( \frac{u_R}{R} \right)^2 + \left( 2 \frac{u_d}{d} \right)^2 + \left( \frac{u_L}{L} \right)^2$$

$$u_\rho = \rho \sqrt{\left( \frac{u_R}{R} \right)^2 + \left( 2 \frac{u_d}{d} \right)^2 + \left( \frac{u_L}{L} \right)^2}$$

$$\begin{aligned} \Delta R_1 &= \rho_1 R_{101} = 1.94 \times 10^{-3} \times 1.5250 \times 10^{-2} = 2.96 \times 10^{-5} \Omega \\ R_1 &= (R_{101} \pm \Delta R_1) \Omega = (1.5250 \times 10^{-2} \pm 2.96 \times 10^{-5}) \Omega \\ \rho &= \frac{\pi}{4} \times \frac{1.5250 \times 10^{-2} \times (5.000 \times 10^{-3})^2}{0.398} = 7.52 \times 10^{-7} \Omega \cdot m \\ \rho &= 7.52 \times 10^{-7} \Omega \cdot m \\ u_\rho &= 7.52 \times 10^{-7} \times \sqrt{\left( \frac{2.96 \times 10^{-5}}{1.525 \times 10^{-2}} \right)^2 + \left[ 2 \left( \frac{0.0038}{5.0100} \right) \right]^2 + \frac{(0.1)^2}{(398)^2}} = 0.0188 \times 10^{-7} \\ \rho &= (7.52 \pm 0.0188) \times 10^{-7} \Omega \cdot m \end{aligned}$$

$$\text{电阻率} = (7.5200 \pm 0.0038) \times 10^{-7} \Omega \cdot m$$

### 3: 铝棍电阻率的测量

$$\text{不确定度 } U_b = 0.5 / 3 = 0.17$$

$$(1) \text{铝棍长度 (两个电压接头之间): } l = (450.0 \pm 0.17) \text{ mm}$$

#### (2) 铝棍直径测量



测量次数	1	2	3	4	5	平均值
直径 (mm)	4.999	5.004	5.006	5.005	5.001	5.0030

$$d(\text{Al}) = (5.0030 \pm 0.0015) \text{ mm}$$

(3)调节电桥平衡

电桥状态	R2(= R2')	R <sub>x</sub>	Δ R2(= Δ R2')	Δ I	S
数据记录	695.0 Ω	6.95 * 10 <sup>-4</sup>	7	1.1	107.8

R<sub>x</sub> 的总相对不确定度为

$$\rho_x = \sqrt{(1 + k)^2 (\rho_{22}^2 + \rho_{12}^2) + k^2 (\rho_{22}^2 + \rho_{12}^2)}$$

Nankai University

算术平均值标准偏差  $S_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(0.004)^2 + (0.001)^2 + (0.003)^2 + (0.002)^2 + (0.001)^2}{5-1}}$

$= 0.0013 \text{ mm}$

$\mu_A = t(0.683, 4) S_d = 1.1 \times 0.0013 = 0.00143 \text{ mm}$

$\mu_B = \frac{0.001}{\sqrt{3}} = 0.0006 \text{ mm}$

$\mu = \sqrt{\mu_A^2 + \mu_B^2} = \sqrt{0.00143^2 + 0.0006^2} = 0.0015 \text{ mm}$

$\therefore d(\text{Al}) = (5.0030 \pm 0.0015) \text{ mm}$

$$\rho_{22}^2 + \rho_{12}^2 + \rho_{02}^2 + (0.1/S)^2$$

$$= \sqrt{((1 + 0.1)^2(0.1\%^2 + 0.1\%^2) + 0.1^2(0.1\%^2 + 0.1\%^2) + 0.1\%^2 + (0.1/107.8)^2)}$$

$$= 3.48 * 10^{-3} \Omega$$

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_0 = \frac{6.95 \times 10^{-4}}{10^3} \times 10^{-3} = 6.95 \times 10^{-4} \Omega$$

$$\Delta R_x = \rho_s R_{(x)} = 6.95 \times 10^{-4} \times 3.48 \times 10^{-3} = 2.51 \times 10^{-6} \Omega$$

$$R_x = (6.95 \times 10^{-4} \pm 2.51 \times 10^{-6}) \Omega$$

$$\rho = \frac{3.14}{4} \times \frac{6.95 \times 10^{-4} \times (5.0030 \times 10^{-3})^2}{0.45} = 3.03 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$$

$$\mu_p = 3.03 \times 10^{-8} \times \sqrt{\frac{(2.51 \times 10^{-6})^2}{(6.95 \times 10^{-4})^2} + \left(\frac{0.17}{450}\right)^2 + \left(2 \times \frac{0.0015}{5.0030}\right)^2}$$

$$= 1.1 \times 10^{-10}$$

$$\rho = (3.03 \pm 0.01) \times 10^{-8} \Omega \cdot m$$

则电阻值  $R_x = (6.95 * 10^{-4} \pm 2.51 * 10^{-6}) \Omega$

电阻率  $\rho = (3.03 \pm 0.01) * 10^{-8} \Omega \cdot m$

### 1:样品阻值测量

样品	平衡时( $R_1 = R_2$ )( $\Omega$ )	改变 $\Delta R_2 = \Delta R_2'$ ( $\Omega$ )	电流变化: $\Delta I$ (nA)
Cu	409.0	10	1.9
Fe	15250.0	1000	10
Al	695.0	7	1.1

## 2:样品尺寸测量

样品	长度 L (cm)
Cu	40.000 + 0.017
Fe	39.800 +- 0.017
Al	45.000+- 0.017

直径 样品	d1(mm)	d2(mm)	d3(mm)	d4(mm)	d5(mm)	d(mm)
Cu	5.003	4.999	5.002	5.004	5.002	5.002
Fe	5.008	5.013	5.012	5.010	5.007	5.010
Al	4.999	5.004	5.006	5.005	5.001	5.003

## 3:灵敏度、电阻及电阻率的计算

结果 样品	灵 敏 度 (nA)	电阻 ( $\Omega$ )	电阻率 ( $\Omega.m$ )
Cu	77.71	$4.09 * 10^{-4} \pm 9.232 * 10^{-7}$	$(1.751 \pm 0.0041) * 10^{-8}$
Fe	152.50	$1.5250 * 10^{-2} \pm 2.96 * 10^{-5}$	$(7.5200 \pm 0.0038) * 10^{-7}$
Al	107.8	$6.95 * 10^{-4} \pm 2.51 * 10^{-6}$	$3.03 \pm 0.01) * 10^{-8}$