

V52

Signale auf Leitungen

Ann-Sophie Schubert

ann-sophie.schubert@udo.edu

Lars Funke

lars.funke@udo.edu

Durchführung: 17. Juli 2017

Abgabe: 28. August 2017

Bite korrigieren

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel	4
2 Theorie	4
2.1 Verlustfreie und verlustbehaftete Leitung	4
2.2 Telegraphengleichung	4
2.3 Signalübertragung	5
2.4 Koaxialkabel	6
2.5 Smith-Diagramm	6
3 Aufbau und Durchführung	7
4 Auswertung	8
4.1 Leitungskonstanten	8
4.2 Dämpfungskonstante	8
4.3 Leitungslänge und Konstanten	11
4.4 Unbekannte Bauteile	11
4.5 Mehrfachreflexion	11
5 Diskussion	17
Literatur	18

1 Ziel

Ziel dieses Versuchs ist es, die Leitungskonstanten R , L , C und G sowie den Dämpfungsbelag α für unterschiedliche Koaxialkabel zu ermitteln. Außerdem soll evaluiert werden, wie sich Pulse entlang der Leitung ausbreiten. Zuletzt wird der Einfluss eines reellen und eines komplexen Abschluss der Leitung untersucht.

2 Theorie

2.1 Verlustfreie und verlustbehaftete Leitung

Wird eine Leitung als verlustfrei angenommen, kann diese durch eine Parallelschaltung von Spule und Kondensator dargestellt werden. Allerdings gilt diese Annahme für reale Leiter nicht. Hier wird das Signal durch Widerstand und dielektrische Verluste im Isolator gedämpft. Daher enthält das Ersatzschaltbild einer verlustbehafteten Leitung zusätzlich den Widerstand R und die Querleitfähigkeit G , welche die Verluste im Isolator beschreibt. Eine graphische Darstellung der Schaltbilder ist in Abbildung 1 zu sehen.

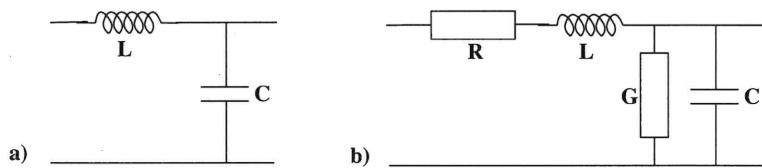


Abbildung 1: Ersatzschaltbild einer verlustfreien Leitung (a) und einer verlustbehafteten Leitung (b) [1].

2.2 Telegraphengleichung

Die Ausbreitung von Strom und Spannung in verlustbehafteten Leitungen kann mit der Telegraphengleichung beschrieben werden. Sie lautet

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = L C \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + (LG + RC) \frac{\partial U}{\partial z} + RGU. \quad (1)$$

Es handelt sich um eine allgemeine Wellengleichung, deren Lösungen gedämpfte harmonische Wellen für Strom und Spannung am Ort z der Leitung sind. Sie haben folgende Form

$$U(z, t) = U e^{-\gamma z} e^{i\omega t}. \quad (2)$$

Hier bezeichnet γ die Ausbreitungskonstante und t die Zeit. Die Ausbreitungskonstante setzt sich aus dem Dämpfungsbelag α und dem Phasenbelag β zusammen

$$\gamma = \alpha + i\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}. \quad (3)$$

Wenn eine verlustbehaftete Leitung vorliegt, kommt es wegen Dispersion zu einer Verzerrung des Signals, welche unter anderem vom Wellenwiderstand Z_0 des Kabels abhängt. Für ein sinusförmiges Signal der Frequenz ω ist dieser wie folgt definiert

$$Z_0 = \frac{U(\omega)}{I(\omega)} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}. \quad (4)$$

2.3 Signalübertragung

Um die Störstellen den entsprechenden Spannungsänderungen zuzuordnen, wird ein Impulsfahrplan erstellt. Dies ist insbesondere dann sinnvoll, wenn mehrere Störstellen vorliegen. In Abbildung 2 ist ein Impulsfahrplan für einen Rechteckpuls der Amplitude U_0 auf einer Leitung der Länge l mit einem ohmschen Widerstand als Abschluss dargestellt. Trifft dieser Puls nach der Zeit T auf das Leitungsende, wird er dort reflektiert und

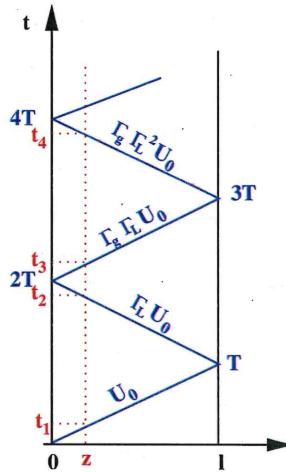


Abbildung 2: Impulsfahrplan einer Leitung der Länge l mit ohmschem Widerstand abgeschlossen [1].

besitzt nun die Amplitude

$$U_a = \Gamma_a \cdot \Gamma_e \cdot U_0, \quad (5)$$

wobei Γ_a der Reflexionskoeffizient am Anfang und Γ_e der Reflexionskoeffizient am Ende der Leitung ist. Der reflektierte Puls erreicht nach der Zeit $2T$ erneut den Anfang der Leitung, wo eine Reflexion mit der Amplitude $= \Gamma_a \cdot \Gamma_e \cdot U_0$ erfolgt. Die Amplitude nach n -facher Reflexion lässt sich durch die geometrische Reihe beschreiben, welche den Grenzwert

$$U_e = U_0 \left(\frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma_a \Gamma_e} \right) \quad (6)$$

besitzt.

Aus dem erstellten Impulsfahrplan lässt sich der Spannungsverlauf an einem Ort z der

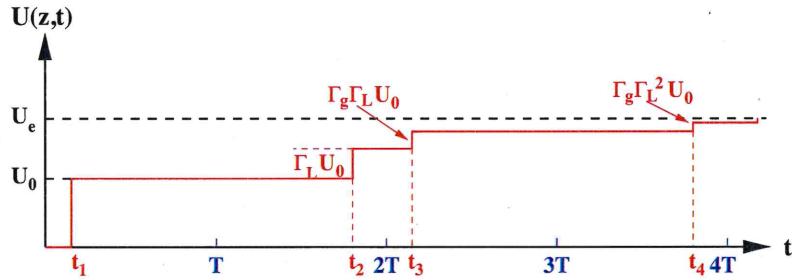


Abbildung 3: Spannungsverlauf am Ort z einer Leitung in Abhängigkeit von der Zeit mit ohmschem Widerstand abgeschlossen [1].

Leitung ermitteln. Dieser ist in Abbildung 3 zu finden. Zum Zeitpunkt t_1 wird der Puls erstmals am Ort z beobachtet. Nach der Reflexion am Leitungsende erreicht der Puls zum Zeitpunkt t_2 erneut den Messpunkt und besitzt nun die Amplitude $U_0 + \Gamma_L U_0$. Dann wird er erneut am Leitungsanfang reflektiert. Dieser Vorgang wiederholt sich, bis eine Grenzamplitude U_e vorliegt.

2.4 Koaxialkabel

Ein Koaxialkabel setzt sich aus einem kleinen zylinderförmigen Leiter des Durchmessers d und eines sich darum befindenden größeren Leiter des Durchmessers D . Die beiden Leiter werden durch ein Dielektrikum voneinander getrennt. Das Verhältnis der beiden Durchmesser beeinflusst sowohl den Wellenwiderstand als auch das Dämpfungsverhalten. Der Widerstand R und der Querleitwert G weisen für hohe Frequenzen eine Frequenzabhängigkeit auf, da durch den Wechselstrom ein sich periodisch änderndes Magnetfeld im Leiterinneren entsteht, welches Wirbelströme induziert. Diese Wirbelströme beeinflussen den Widerstand, sodass dieser ab Frequenzen von etwa 100 kHz proportional zu $\sqrt{\omega}$ ist. Dieser Effekt wird als Skin-Effekt bezeichnet.

2.5 Smith-Diagramm

Bei der Darstellung eines Smith-Diagramms erfolgt eine Transformation der Impedanzen von der Impuls- in die Reflexionsebene. Durch eine Möbius-Transformation erfolgt ein Übergang der Linien in kartesischen Koordinaten in Kreise. In Abbildung 4 ist ein Beispiel eines Smith-Diagramms dargestellt. Auf der horizontalen Linie durch die Mitte des Kreises werden die verschiedenen Reflexionsfaktoren beziehungsweise Abschlusswiderstände eingetragen. So befindet sich am linken Rand des Kreises das geschlossene Ende mit $Z = 0$, was einem Reflexionsfaktor von $\Gamma = -1$ entspricht. Im Mittelpunkt des Kreises ist der Abschlusswiderstand genau dem Wellenwiderstand des Kabels ($Z = Z_0$) mit einem Reflexionsfaktor von $\Gamma = 0$. Am rechten Rand des Kreises ist der Abschlusswiderstand $Z = \infty$ für ein offenes Ende mit einem Reflexionsfaktor von $\Gamma = 1$ eingetragen. Wird die Impedanz auf den Wellenwiderstand Z_0 normiert und im Diagramm eingetragen, kann

beispielsweise die Phase des Reflexionsfaktors ermittelt werden. Positive Werte der Phase werden im Uhrzeigersinn eingezeichnet.

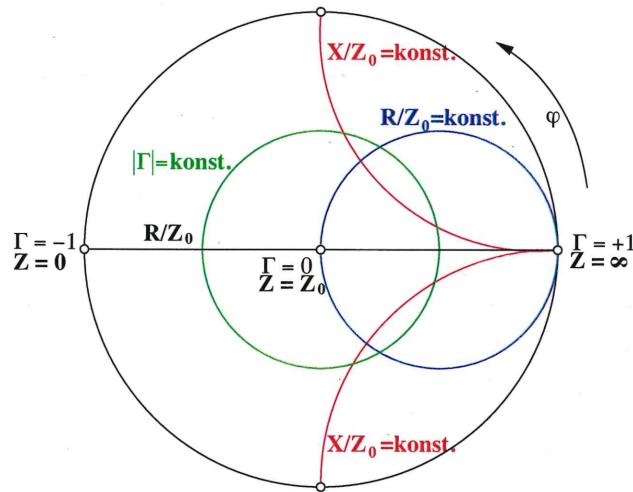


Abbildung 4: Smith-Diagramm in Impedanzdarstellung [1].

3 Aufbau und Durchführung

Der Aufbau des Experiments ist schematisch in Abbildung 5 dargestellt. Statt des Pulses wird hier ein Rechteckgenerator verwendet. Die generierten Rechteckpulse werden auf die Leitung geschickt und die Spannungsverläufe mittels Oszilloskop gemessen. Zunächst sollen die Leitungskonstanten in Abhängigkeit von der Frequenz bestimmt werden. Dazu wird ein Koaxialkabel kurzgeschlossen und die Leitungskonstanten werden mit einem *RLC*-Messgerät ermittelt. Die Frequenz wird im Bereich zwischen 0 und 2 kHz jeweils um 2 Hz erhöht. Eine weitere Messung findet bei 100 kHz statt.

Für die Messung der Dämpfungskonstante α wird auf dem Oszilloskop eine Fouriertransformation des Eingangssignals durchgeführt, um die Oberwellen auszumessen. Die Messung wird einmal für ein sehr kurzes Kabel, das nahezu keine Dämpfung zeigt und für ein längeres Kabel durchgeführt. Außerdem sollen die Leitungskonstanten aus den Eingangsimpedanzen einmal mit kurzgeschlossenem und einmal mit offenem Ende evaluiert werden. Aus den Verläufen der Signale können die Leitungskonstanten berechnet werden. Außerdem wird mit Hilfe der reflektierten Pulse die Länge des Kabels bestimmt. Des Weiteren werden drei verschiedene unbekannte Abschlusswiderstände angeschlossen. Aus dem Verlauf der Signalspannung kann auf die Bauteile geschlossen werden.

Zuletzt werden zwei Kabel, eins mit einem Widerstand von 50Ω und das ~~Andere~~ mit einem Widerstand von 75Ω , in Reihe geschaltet. Die entstehenden Mehrfachreflexionen werden vermessen.

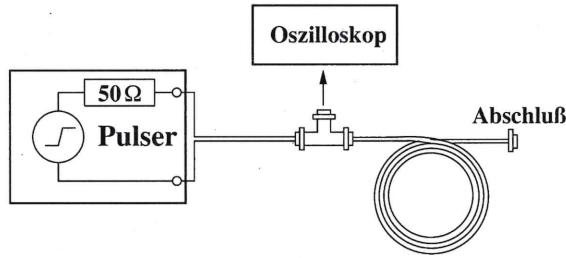


Abbildung 5: Schematische Darstellung zur Messung des Spannungsverlaufes [1].

4 Auswertung

4.1 Leitungskonstanten

Die mit dem RLC-Messgerät ermittelten Werte finden sich in Tabelle 1. Der Querleitfähigkeit berechnet sich über

$$G = \frac{RC}{L}. \quad (7)$$

In Abbildung 6 sind alle Größen über ω aufgetragen.

Tabelle 1: Messdaten der ersten Messreihe.

f/kHz	R_1/Ω	R_2/Ω	$L_1/\mu\text{H}$	$L_2/\mu\text{H}$	C_1/pF	C_2/pF	G_1/mS	G_2/mS
2	0,970	1,8611	3,25	6,25	1006,3	674,75	0,3003	0,2009
4	0,6969	1,8736	3,25	6,18	1006,1	674,62	0,2157	0,2045
6	0,6936	1,8810	3,25	6,09	1006,1	674,60	0,2147	0,2084
8	0,6924	1,8978	3,25	5,98	1006,1	674,55	0,2143	0,2141
10	1,6023	1,9025	3,25	5,87	1006,1	674,56	0,4960	0,2186
12	1,5601	1,9213	3,25	5,74	1006,1	674,56	0,4830	0,2258
14	1,5154	1,9406	3,24	5,62	1006,1	674,57	0,4706	0,2329
16	1,4780	1,9562	3,24	5,51	1006,1	674,57	0,4590	0,2395
18	1,4718	1,9720	3,24	5,39	1006,1	674,57	0,4570	0,2468
20	1,4682	1,9902	3,24	5,30	1006,1	674,56	0,4559	0,2533
100	1,533	2,172	3,18	4,34	1007,1	674,30	0,4855	0,3375

4.2 Dämpfungskonstante

In Abbildung 7 findet sich eine Darstellung der fouriertransformierten Signale des kurzen und langen Kabels. Die Differenzen der Peak-Pegel stellen die jeweilige Dämpfungskonstante bei dieser Frequenz dar. Ergebnisse finden sich in Tabelle 2, gemittelt ergeben

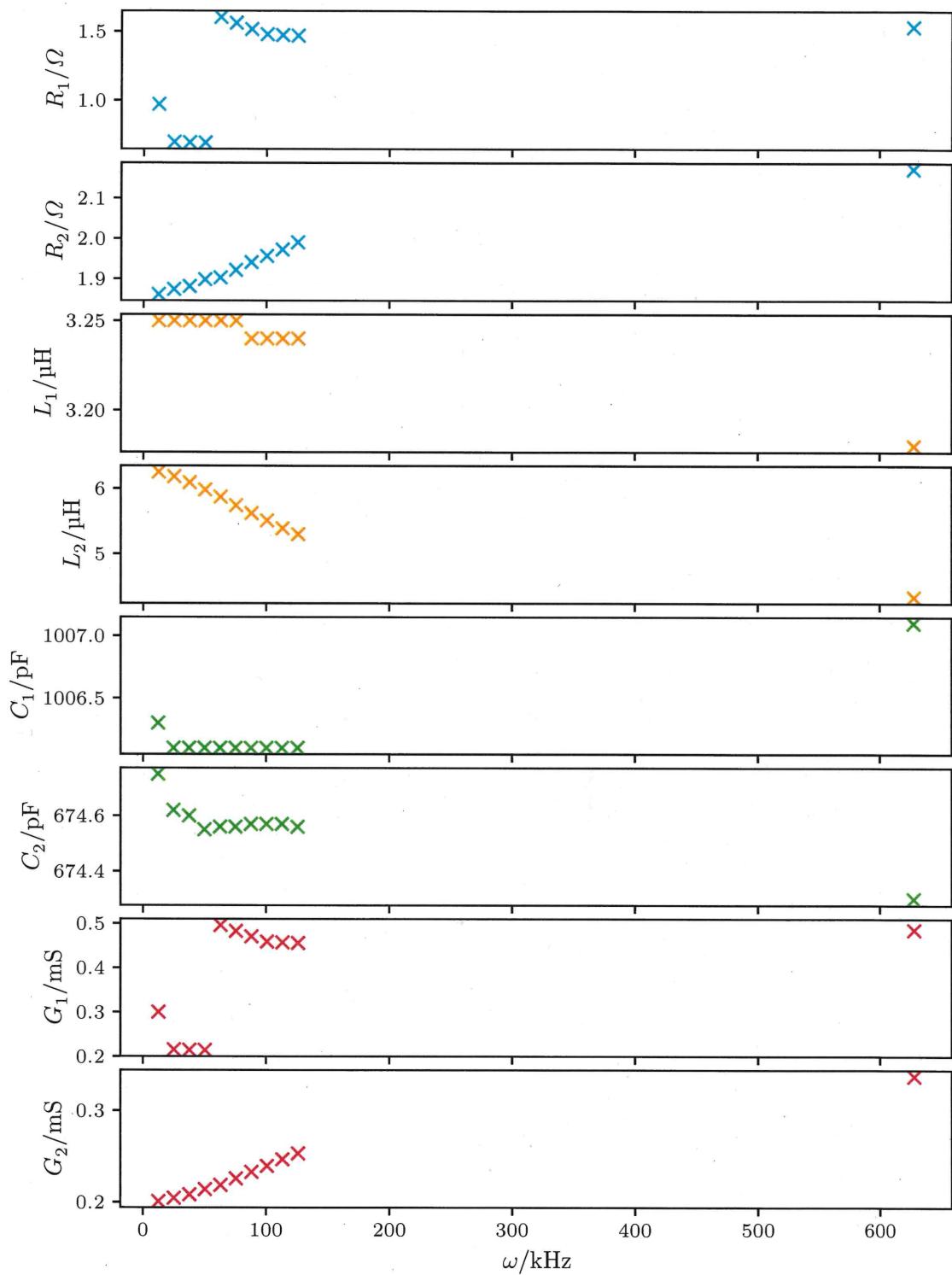


Abbildung 6: Gemessene Leitungsparameter in Abhangigkeit von ω .

diese

$$\langle \alpha \rangle = (4,5 \pm 6,0) \text{ dB.} \quad (8)$$

Tabelle 2: Ergebnisse der Dämpfungsmessung.

f/MHz	α/dB	f/MHz	α/dB
0,8545	3,2	6,812	-4,0
1,697	9,6	7,654	14
2,551	4,0	8,508	2,0
3,406	-5,6	9,363	7,2
4,260	6,8	10,22	0
5,103	2,0	11,06	17
5,957	4,4	11,91	2,4

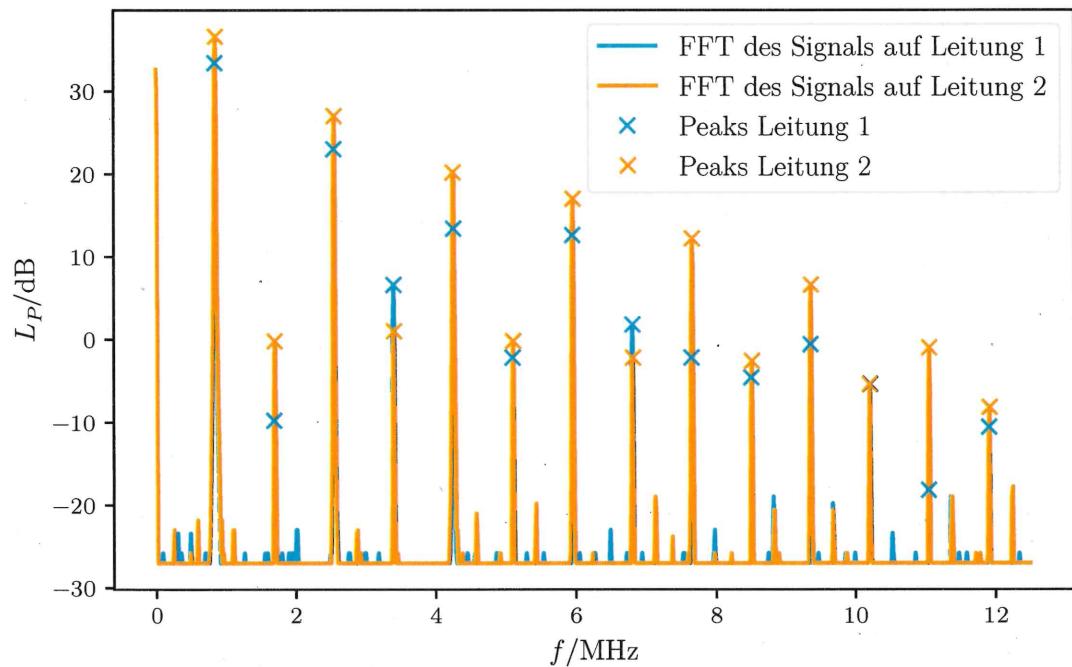


Abbildung 7: Darstellung der fouriertransformierten Signale.

4.3 Leitungslänge und Konstanten

In den Abbildungen 8–13 finden sich die Signalverläufe der verschiedenen kurzgeschlossenen und offenen Kabel. Nur beim langen Kabel kann ein sinnvoller Fit an die Funktion

$$U(t) = ae^{b \cdot t - c} + d \quad (9)$$

durchgeführt werden. Es ergaben sich kurzgeschlossen und offen:

$$a_1 = -2,170 \text{ V} \quad b_1 = -1,253 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1} \quad c_1 = -2,821 \quad d_1 = 5,431 \text{ V} \quad (10)$$

$$a_2 = 25,91 \text{ V} \quad b_2 = -1,534 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1} \quad c_2 = -13,62 \quad d_2 = 6,063 \text{ V} \quad (11)$$

Daraus kann dann über

$$C = -\frac{1}{Z_0 \cdot b} \quad (12)$$

$$L = -\frac{Z_0}{b} \quad (13)$$

auf die Leitungsparameter

$$C_{\text{lang}} = 1,597 \text{ nF} \quad (14)$$

$$L_{\text{lang}} = 3,260 \mu\text{H} \quad (15)$$

geschlossen werden. Anhand der eingezeichneten Laufzeiten

$$t_{\text{lang}} = 860 \text{ ns} \quad t_{50\Omega} = 100 \text{ ns} \quad t_{75\Omega} = 100 \text{ ns} \quad (16)$$

wird über

$$l = \frac{c_0 \cdot t}{2\epsilon_r} \quad (17)$$

mit

$$\epsilon_r = 2,25 \quad (18)$$

auf die Leitungslängen

$$l_{\text{lang}} = 85,94 \text{ m} \quad l_{50\Omega} = 9,993 \text{ m} \quad l_{75\Omega} = 9,993 \text{ m} \quad (19)$$

geschlossen.

*Trotzdem mit den anderen Tabellen
Vgl. mit Länge von Smith-Diagramm*

4.4 Unbekannte Bauteile

In den Abbildungen 14–16 sind die Signalformen der unbekannten Bauelemente aufgetragen. Der jeweiligen Bildunterschrift ist das daraus abgeleitete Bauteil zu entnehmen.

Bleibt ein langer Text dazu & Parameter bestimmen!

4.5 Mehrfachreflexion

In Abbildung 17 findet sich der gemessene Spannungsverlauf, inklusive dem aus dem Impulsfahrplan (Abb. 18) konstruierten Spannungsverlauf.

Super! Jetzt noch Reflexionsfaktoren bestimmen!

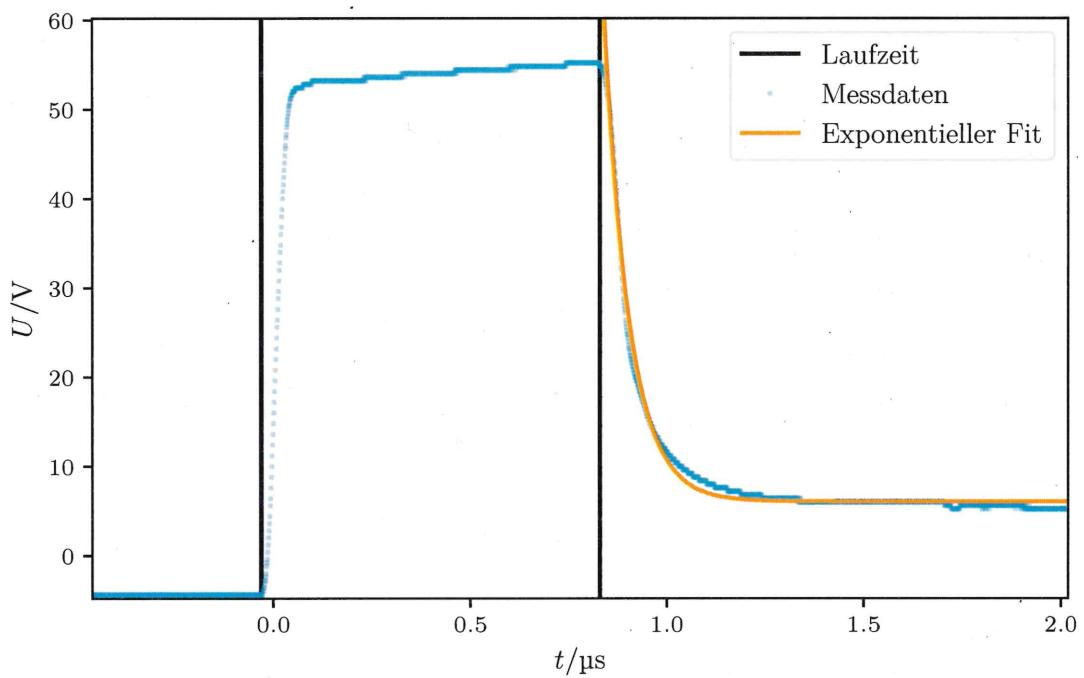


Abbildung 8: Signalverlauf des langen, kurzgeschlossenen Kabels.

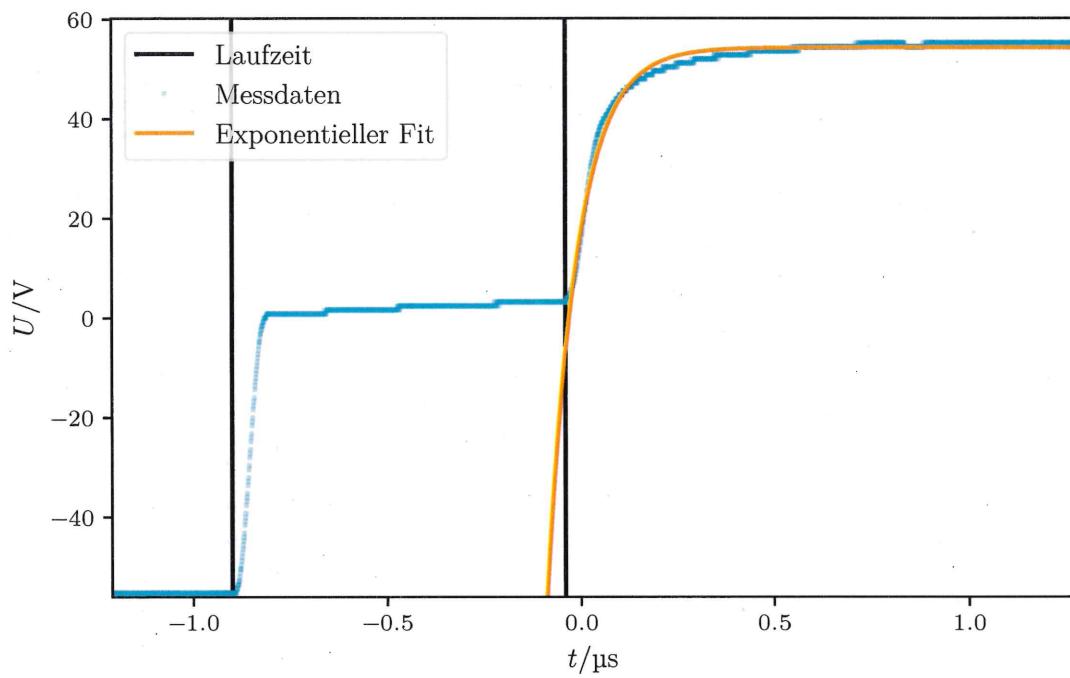


Abbildung 9: Signalverlauf des langen, offenen Kabels.

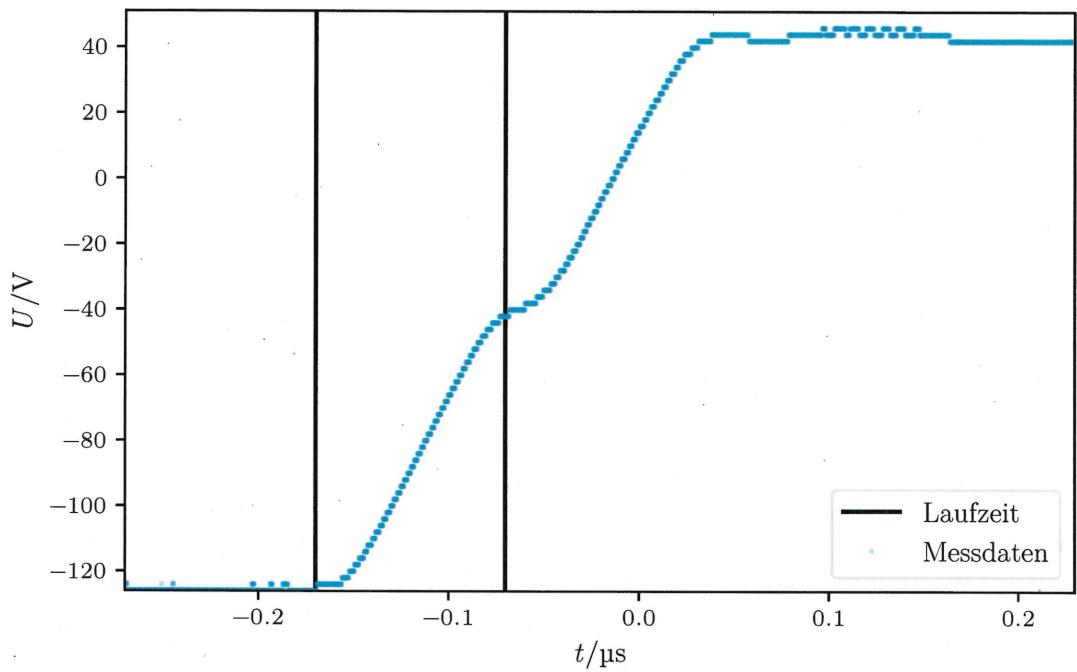


Abbildung 10: Signalverlauf des mittleren, kurzgeschlossenen 50Ω -Kabels.

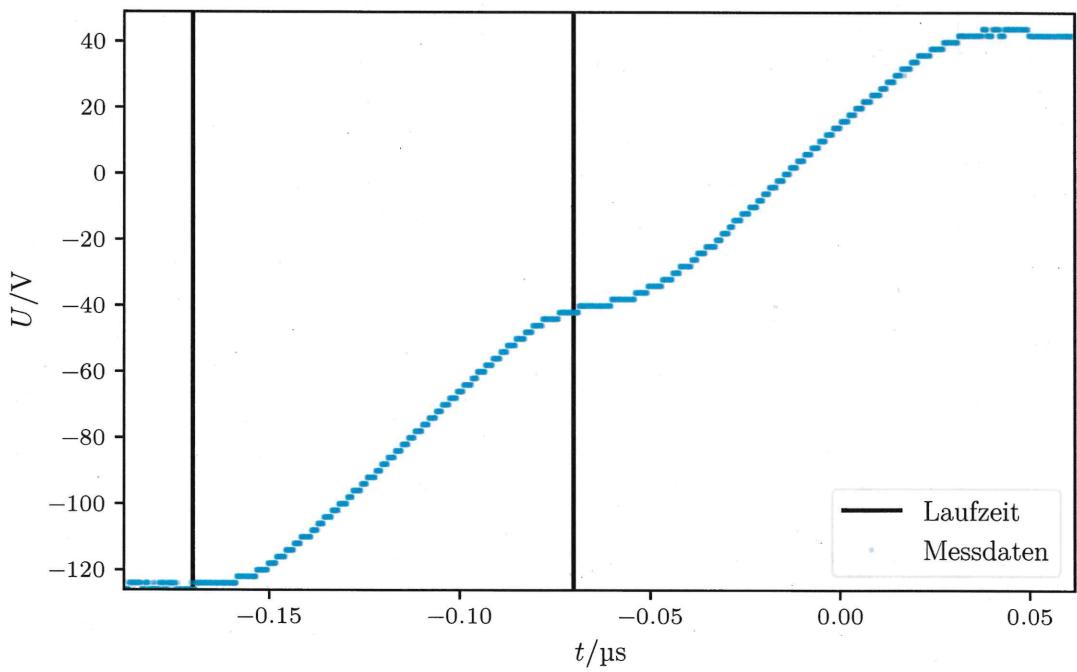


Abbildung 11: Signalverlauf des mittleren, offenen 50Ω -Kabels.

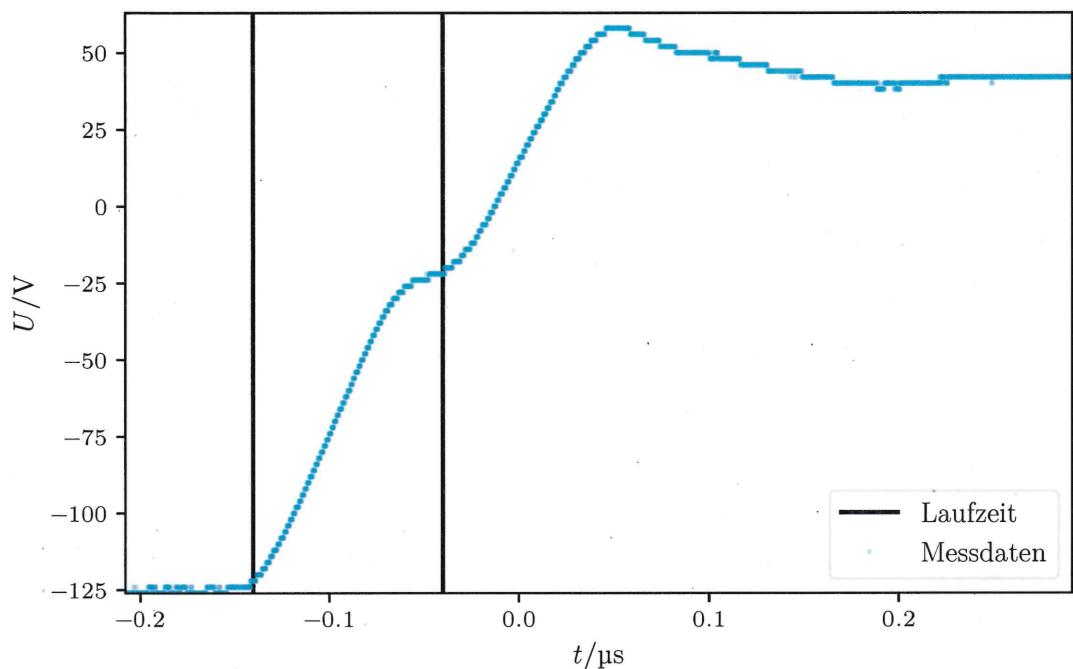


Abbildung 12: Signalverlauf des mittleren, kurzgeschlossenen 75Ω -Kabels.

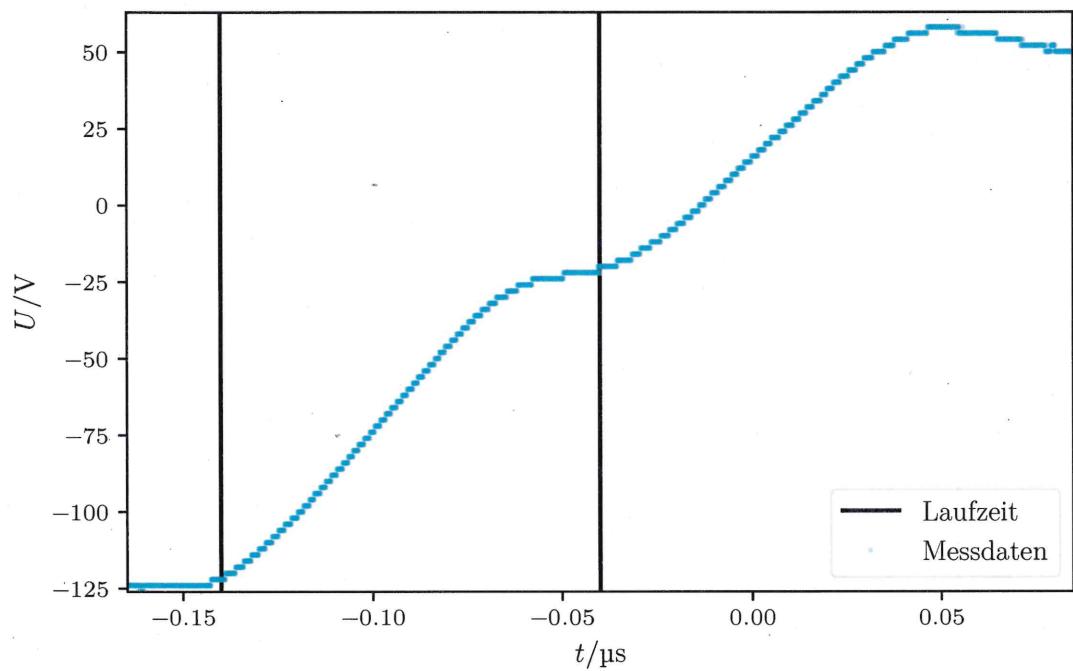


Abbildung 13: Signalverlauf des mittleren, offenen 75Ω -Kabels.

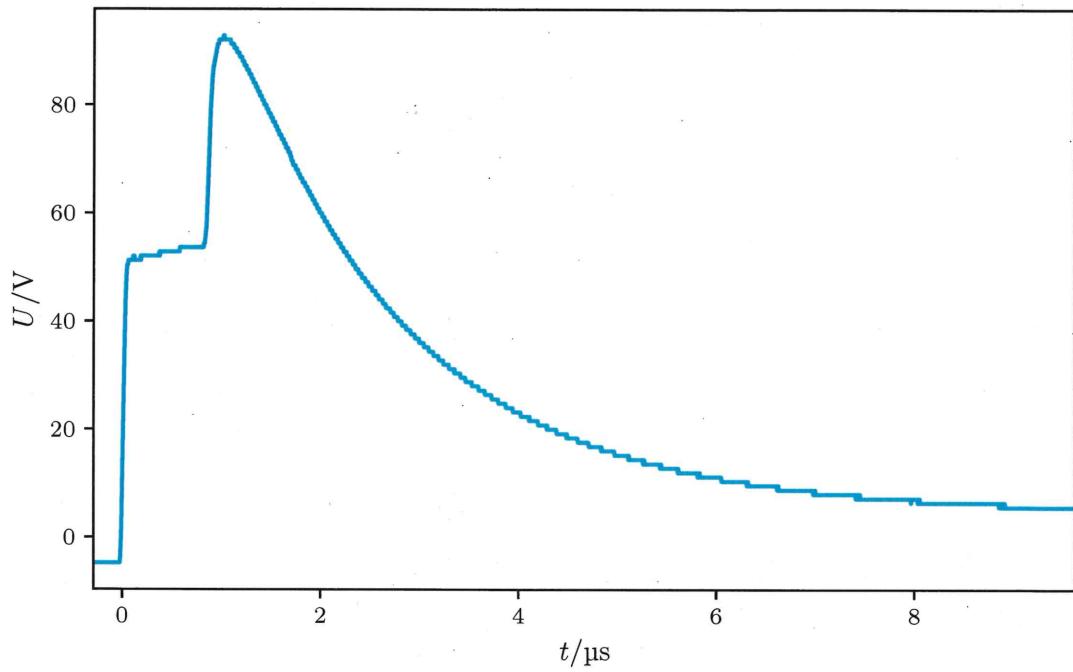


Abbildung 14: Spannungsverlauf von Kästchen 3.5, einer Induktivität.

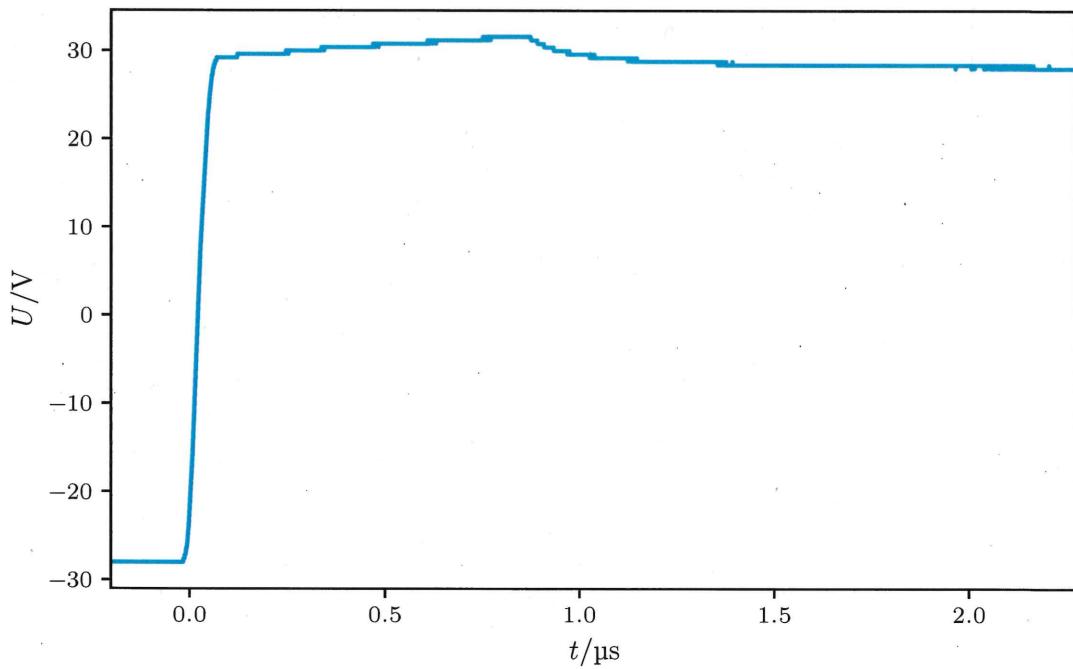


Abbildung 15: Spannungsverlauf von Kästchen 3.7, einem 50Ω -Widerstand.

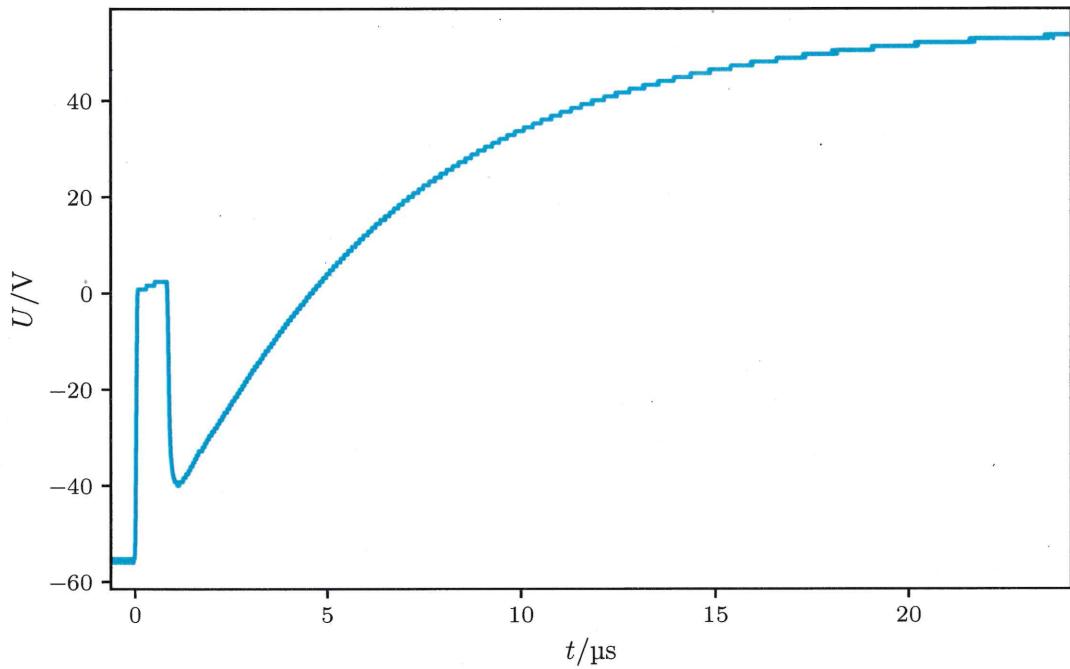


Abbildung 16: Spannungsverlauf von Kästchen 3.10, einem Kondensator.

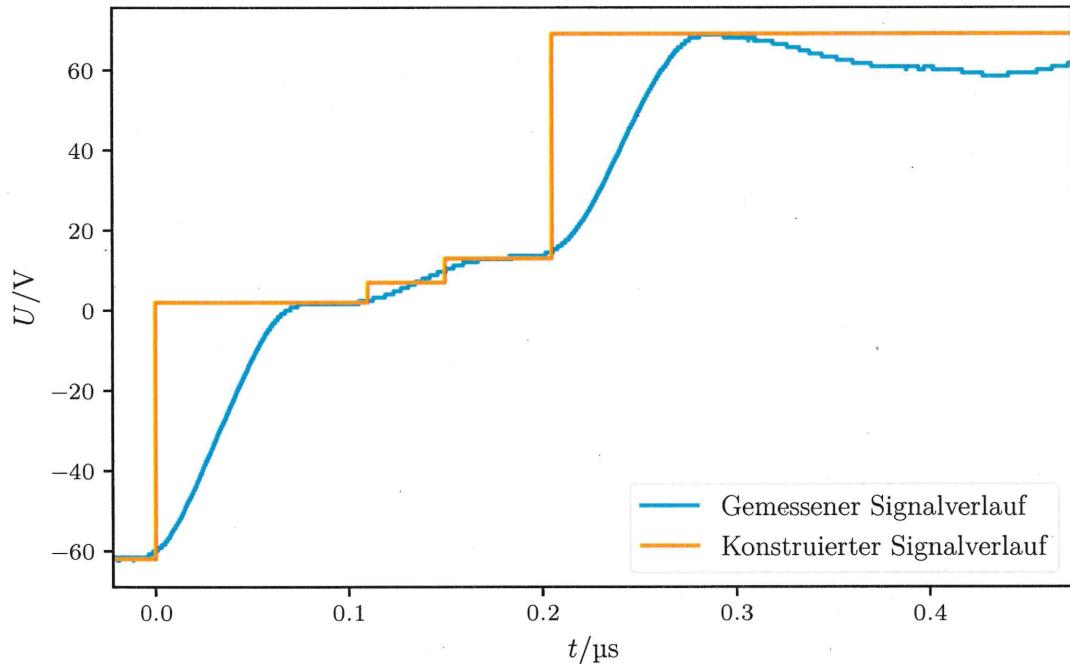


Abbildung 17: Spannungsverlauf bei zwei zusammengeschlossenen Kabeln mit unterschiedlichem Wellenwiderstand.

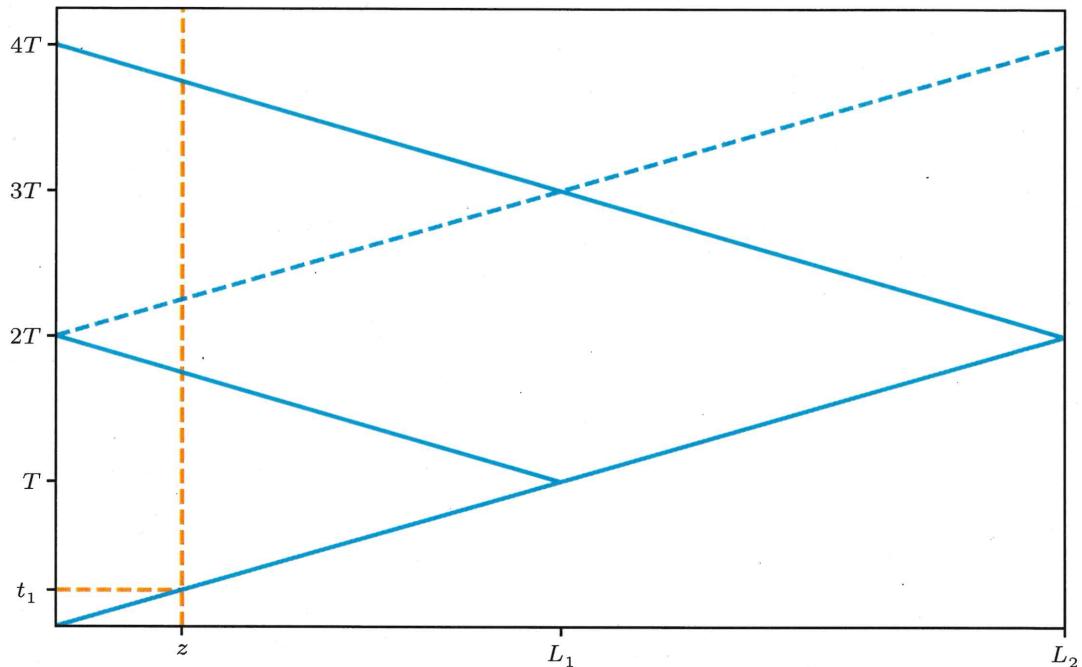


Abbildung 18: Impulsfahrplan des Versuchsaufbaus.

5 Diskussion

Die frequenzabhängige Messung der Leitungskonstanten mit dem RLC-Messgerät liefert nicht das erwartete Ergebnis. Lediglich der ohmsche Belag des zweiten Kabels zeigt den erwarteten Anstieg. Der ohmsche Belag des ersten Kabels zeigt kein eindeutiges Ergebnis. Für L und C wird keine Frequenzabhängigkeit erwartet, diese wird jedoch gemessen.

Die Dämpfungsmessung zeigt eine sehr hohe Varianz. Teilweise wurden physikalisch nicht sinnvolle negative Dämpfungen gemessen. Der Mittelwert von 4,5 dB kann jedoch als realistisch bewertet werden.

Die durch Fit an den Signalverlauf bestimmten Leitungsparameter im dritten Aufgabenteil liegen in einer realistischen Größenordnung. Die berechneten Kabellängen

$$l_{\text{lang}} = 85,94 \text{ m} \quad l_{50\Omega} = 9,993 \text{ m} \quad l_{75\Omega} = 9,993 \text{ m} \quad (20)$$

stimmen gut mit den tatsächlichen Kabellängen

$$l_{\text{lang,tatsächlich}} = 85 \text{ m} \quad l_{50\Omega,\text{tatsächlich}} = 10 \text{ m} \quad l_{75\Omega,\text{tatsächlich}} = 10 \text{ m} \quad (21)$$

überein.

Bei der Messung zur Mehrfachreflexion kann der erwartete Verlauf beobachtet werden, die mittleren beiden Stufen sind jedoch nicht abgegrenzt beobachtbar. Dies liegt daran, dass die Leitung einen Kapazitäts- und Induktivitätsbelag besitzt, was auch den Grund für den nicht sprunghaften Anstieg bei den anderen beiden Stufen darstellt.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zu Versuch 52: Signale auf Leitungen*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP> (besucht am 26.08.2017).
- [2] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [3] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.

50Ω

75Ω

f / kHz

C₁/pF R₁/kΩ L₁/μH C₂/pF R₂/kΩ L₂/μH

2	1006,3	0,670	3,25	674,75	1,8611	6,25
4	1006,1	0,6869	3,25	674,62	1,8736	6,18
6	1006,1	0,6936	3,25	674,60	1,8810	6,09
8	1006,1	0,6924	3,25	674,55	1,8378	5,98
10	1006,1	1,6023	3,25	674,56	1,9625	5,87
12	1006,1	1,5601	3,25	674,56	1,9213	5,74
14	1006,1	1,5154	3,24	674,57	1,9406	5,62
16	1006,1	1,4780	3,24	674,57	1,9562	5,51
18	1006,1	1,4718	3,24	674,57	1,9720	5,39
20	1006,1	1,4682	3,24	674,56	1,9902	5,30
100	1007,1	1,533	3,18	675,130	2,172	4,34

SP

Kästchen 3.5 → 0007
 Kästchen 3.10 → 0008
 Kästchen 3.2 → 0009

SP

Dämpfung

f = 850, 834 kHz SP

