多段階的ゲージ対称性の破れに伴うモノポールの解析

大阪大学 **宮 福太朗** 共同研究者：佐藤 亮介, 嶋守 聡一郎

知っていること

標準模型の中に
't Hooft-Polyakov[1][2]
モノポールは
存在しない

存在条件 $\Pi_2(\mathrm{G/H}) \neq \{e\}$

標準模型の中に
Cho-Maison[3]
モノポールは
存在する

原点でエネルギー発散

問題提起

これらモノポールの関係性は？

エネルギー発散はどうする？

$\longrightarrow$ CKY模型[4]など
（高次元演算子（10次元）導入）

私の研究

UVでは 't Hooft Polyakov
モノポール
EFTでは Cho Maison
モノポール

UV模型でこれを示しました

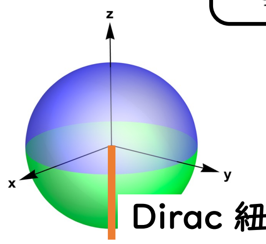
Dirac モノポール [5] $\mathrm{U}(1)$

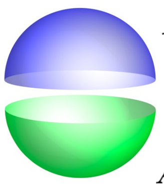
点電荷 $\vec{B} = \dfrac{q_{\mathrm{M}}}{4\pi r^2}\dfrac{\vec{r}}{r} \Longleftrightarrow \vec{A} = \dfrac{q_{\mathrm{M}}}{4\pi r}\dfrac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{pmatrix}$

$\vec{B} = \vec{\nabla}\times\vec{A}$

ゲージ変換 $A_{\mathrm{N}} = A_{\mathrm{S}} + \partial_\mu \chi$ 　赤道上 $A_{\mathrm{N}} \sim A_{\mathrm{S}}$

波動関数の一価性 $\Rightarrow$ $\boxed{\text{Dirac 量子化条件} \quad q_{\mathrm{M}} q_{\mathrm{E}} = 2\pi n}$ 　磁荷 $q_{\mathrm{M}} = \dfrac{2\pi}{e}$





$$A_{\mathrm{N}} = \frac{q_{\mathrm{M}}}{4\pi r}\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\vec{e}_\varphi$$

$$A_{\mathrm{S}} = \frac{q_{\mathrm{M}}}{4\pi r}\frac{-1-\cos\theta}{\sin\theta}\vec{e}_\varphi$$

't Hooft Polyakov モノポール[1][2] $\mathrm{SU}(2) \to \mathrm{U}(1)$

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{a\mu\nu}F^a_{\mu\nu} + \frac{1}{2}(D^\mu\Phi)^a(D_\mu\Phi)^a - V(\Phi) \quad V(\Phi) = \frac{\lambda}{2}(\mathrm{Tr}\Phi^2 - v^2)^2$$

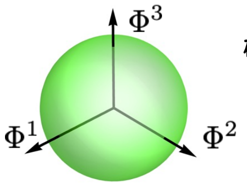
随伴表現 $\Phi = \Phi^a\dfrac{\sigma^a}{2} = \dfrac{1}{2}\begin{pmatrix} \Phi^3 & \Phi^1 - \mathrm{i}\Phi^2 \\ \Phi^1 - \mathrm{i}\Phi^2 & \Phi^3 \end{pmatrix}$

真空の配位 $\dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\Phi} = 0 \Rightarrow (\Phi^1)^2 + (\Phi^2)^2 + (\Phi^3)^2 = \dfrac{v^2}{2}$

$$\langle\Phi\rangle \in S^2 \simeq \mathrm{SU}(2)/\mathrm{U}(1)$$

Hedgehog 配位

$$\Phi^a(x) = v_\Phi \chi(r)\frac{x^a}{r} \quad A_0^a = 0 \quad A_i^a = \frac{1}{e}(-f(r)+1)\varepsilon_{aij}\frac{x^j}{r^2}$$



磁荷 $q_{\mathrm{M}} = \displaystyle\int_{S^2} \mathrm{d}\vec{S}\cdot\vec{B} = \frac{4\pi n}{e}$ 　$n \in \mathbb{Z}$

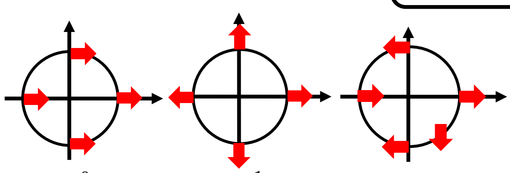
$$\boxed{\begin{gathered}\Phi : S^2_\infty \to S^2_{\text{vacuum}} \\ \Pi_2(S^2) = \mathbb{Z}\end{gathered}}$$

電弱理論[6][7] $\mathrm{SU}(2)_L \times \mathrm{U}(1)_Y \longrightarrow \mathrm{U}(1)_{\mathrm{EM}}$

簡単な例 $\langle\Phi\rangle \in S^1$

$$V(\Phi) = \frac{\lambda}{2}(\Phi^2 - v^2)^2$$

$$\boxed{\Pi_2\left(\frac{\mathrm{SU}(2)_L \times \mathrm{U}(1)_Y}{\mathrm{U}(1)_{\mathrm{EM}}}\right) = \{e\}}$$



$n = 0$ 　$\langle\Phi\rangle = v$ 　　$n = 1$ 　$\langle\Phi\rangle = v\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ 　　$n = 2$ 　$\langle\Phi\rangle = v\mathrm{e}^{\mathrm{i}2\theta}$

標準模型の中に
モノポール
存在しない？

電弱模型 $\mathrm{SU}(2)_L \times \mathrm{U}(1)_Y \longrightarrow \mathrm{U}(1)_{\mathrm{EM}}$

Hedgehog 配位[4] 　$V(H) = \dfrac{\lambda}{2}\left(H^\dagger H - v^2\right)^2$

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}}\rho(r)\xi, \ \xi = \mathrm{i}\begin{pmatrix} \sin(\theta/2)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi} \\ -\cos(\theta/2) \end{pmatrix}$$

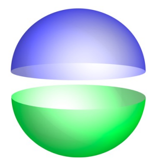
$\theta = \pi$ で配位が不定

$$W^a_\mu = \frac{1}{g}A(r)\hat{\phi}^a\partial_\mu t + \frac{1}{g}\left[f(r) - 1\right]f^{abc}\hat{\phi}^b\partial_\mu\hat{\phi}^c$$

$$B_\mu = -\frac{1}{g'}B(r)\partial_\mu t - \frac{1}{g'}\left(1 - \cos\theta\right)\partial_\mu\varphi$$

$$\hat{\phi} = \xi^\dagger\sigma\xi = -\hat{r}$$

2枚のパッチで張られる

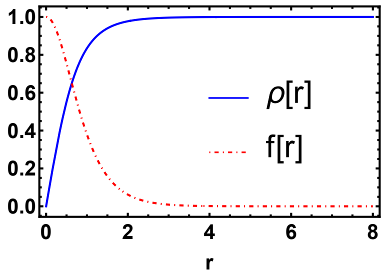


運動方程式の解

$$E = E_0 + E_1$$

$$\boxed{E_0 \propto \int_0^\infty \frac{1}{r^2}}$$

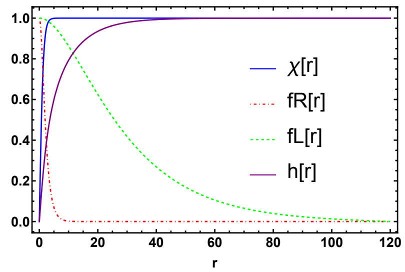
原点でエネルギー発散



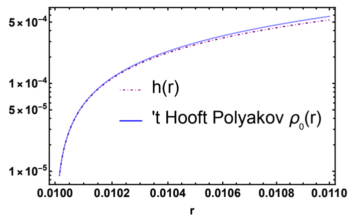
UV模型 $\mathrm{SU}(2)_{\mathrm{L}} \times \mathrm{SU}(2)_{\mathrm{R}} \to \mathrm{SU}(2)_L \times \mathrm{U}(1)_Y \to \mathrm{U}(1)_{\mathrm{EM}}$

$$\begin{gathered}\mathrm{SU}(2)_{\mathrm{L}} \times \mathrm{SU}(2)_{\mathrm{R}} \\ \downarrow \langle\Phi\rangle \\ \mathrm{SU}(2)_{\mathrm{L}} \times \mathrm{U}(1)_{\mathrm{Y}} \\ \downarrow \langle H\rangle \\ U(1)_{\mathrm{EM}}\end{gathered}$$

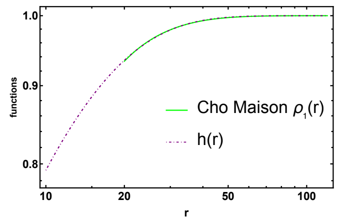
$$\langle\Phi\rangle \gg \langle H\rangle$$



原点付近の振る舞い



無限遠付近の振る舞い



Hedgehog 配位 $V(H,\Phi) = \dfrac{\lambda_\Phi}{2}\left(\mathrm{Tr}\,\Phi^2 - |v_\Phi|^2\right)^2 + \dfrac{\lambda_H}{2}\left(\mathrm{Tr}\,H^\dagger H - |v_H|^2\right)^2 + \dfrac{\lambda'}{2}\mathrm{Tr}\left(H^\dagger H H^\dagger H\right)$

$$\Phi^a(x) = v_\Phi\chi(r)\frac{x^a}{r} \quad H(x) = \frac{v_H}{2}\sqrt{\frac{\lambda_H}{\lambda_H + \lambda'}}h(r)\begin{pmatrix} 1+\cos\theta & e^{-\mathrm{i}\varphi}\sin\theta \\ e^{\mathrm{i}\varphi}\sin\theta & 1-\cos\theta \end{pmatrix}$$

$$W^a_{\mathrm{R}i} = \frac{1}{g_{\mathrm{R}}}\left(-f_{\mathrm{R}}(r) + 1\right)\varepsilon_{aij}\frac{x^j}{r^2} \quad W^a_{\mathrm{L}i} = \frac{1}{g_{\mathrm{L}}}\left(-f_{\mathrm{L}}(r) + 1\right)\varepsilon_{aij}\frac{x^j}{r^2} \quad W^a_{\mathrm{L}0} = W^a_{\mathrm{R}0} = 0$$

展望

- Pati-Salam 模型の低エネルギー領域では Cho Maison モノポール解が構成されていることを見る。
- 対応するUV理論の対称性の破れ方でモノポール解が分類できるか調べる。 $\mathrm{SO}(10) \to \mathrm{SU}(4)_c \times \mathrm{SU}(2)_L \times \mathrm{SU}(2)_R$

[1] G. 't Hooft (1974). [2] A. M. Polyakov (1974). [3] Y. M. Cho & D. Maison (1996). [4] Y. M. Cho, K. Kim & J. H. Yoon (2015).
[5] P.A.M. Dirac (1948). [6] S. Weiberg (1967). [6] A. Salam (1968).