Decoupling 効果 and Non-decoupling 効果

宮 福太朗(大阪大学M1)

2024/11/10
@KEK-NAOJ Student Workshop 2024

◆ content

- Decoupling　例 QED,QCD

  T. Appelquist and J. Carazzone, Phys. Rev. Lett., D11 (1975) 2856)

- Non-Decoupling　例 標準理論

  M. Peskin and T. Takeuchi, Phys. Rev. Lett. 65 (1990) 964

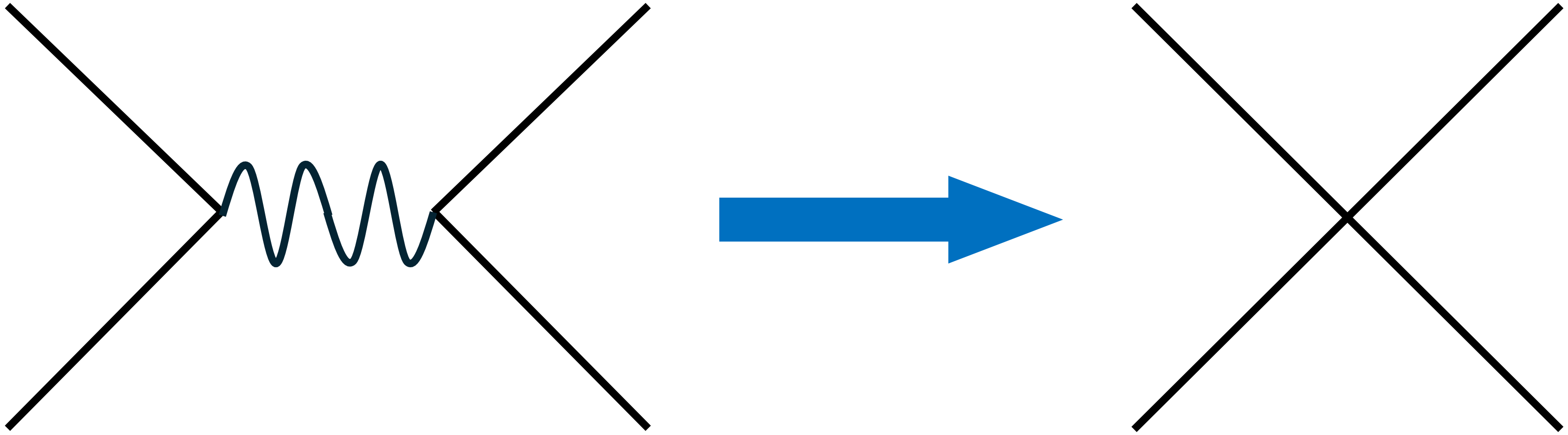
- Top クォークの質量予言

  Phys. Rev. Lett. 73 (1994) 225)

◆ Decouple

重い粒子のプロパゲーター

$$\frac{1}{k^2+m^2} \longrightarrow \frac{1}{m^2} \quad (k^2 \ll m^2)$$

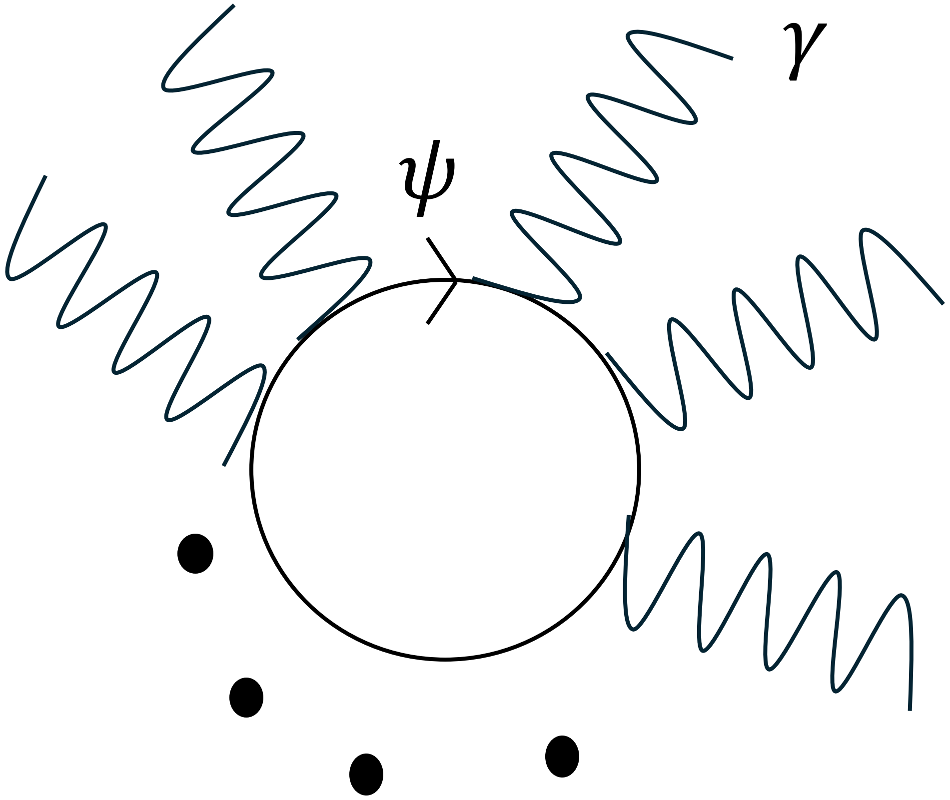


◆ 1-loop 補正

QED $-\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \mathrm{i}\bar{\psi}(\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \quad , D_\mu \equiv \partial_\mu - \mathrm{i}eA_\mu$

外線 2n 本

光子 γ と 電子 e^- の相互作用



有効演算子(Wilson operator)

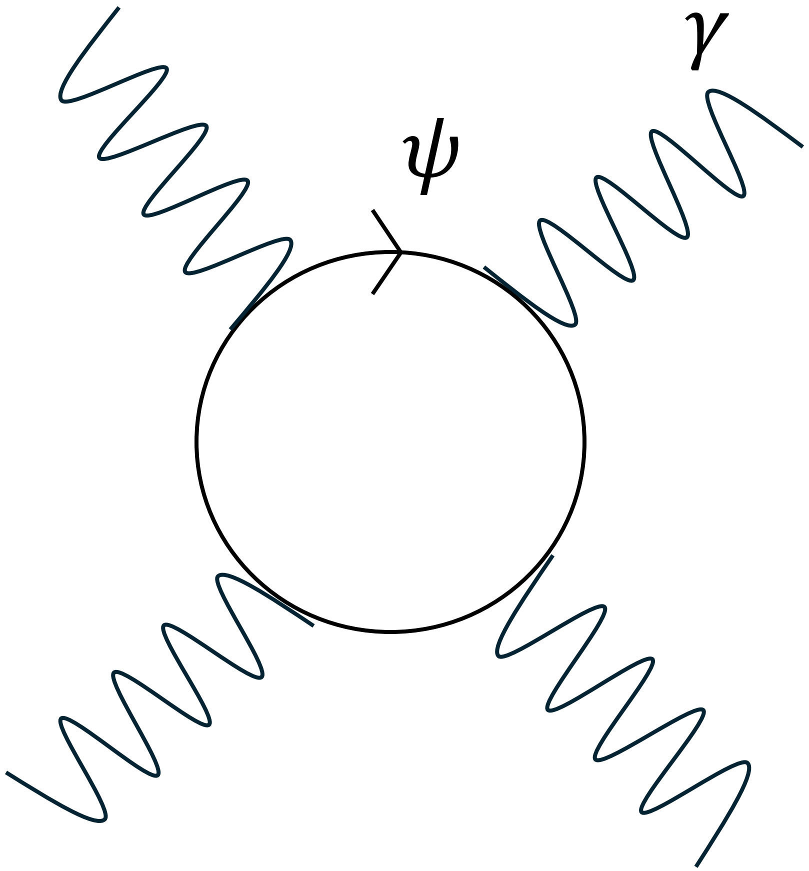
$$\propto \alpha(F^{\mu\nu}F_{\mu\nu})^n$$

次元解析

$$[\mathcal{L}] = 4, [F^{\mu\nu}] = 2, [\alpha] = -4n + 4$$

$$-4n + 4 \geq 0, \quad n = 1$$

◆ Decouple



外線 4本（ $n = 2$ ）

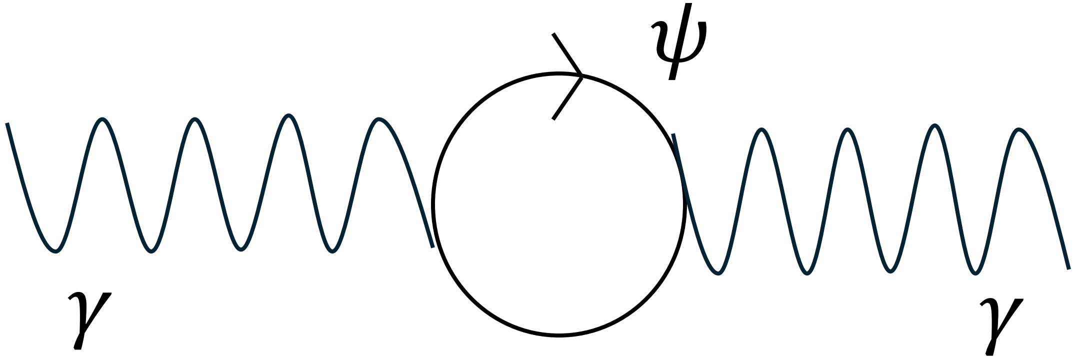
$$\propto \frac{1}{m^4} \to 0$$

有効演算子(Wilson operator)

$$\propto \alpha (F^{\mu\nu} F_{\mu\nu})^2 \quad \boxed{\alpha \propto \frac{1}{m^4}}$$

◆ 1-loop 補正

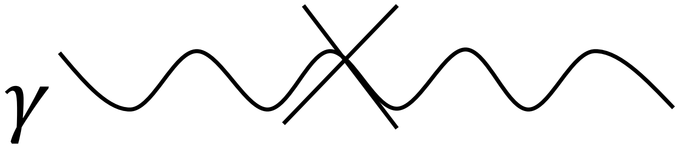
$$\frac{1}{4}(Z-1)F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \in \mathcal{L}$$



$\Pi(k^2)$

Self energy

$+$



Z

Counter term

$$\Pi(k^2) = -\frac{e^2}{\pi^2}\int_0^1 \mathrm{d}x\; x(1-x)\left[\frac{1}{\epsilon} - \frac{1}{2}\ln\frac{x(1-x)k^2+m^2}{\mu^2}\right] - (Z-1)$$

Decouple

繰り込み条件　$\Pi(0) = 0$

$$(Z-1) = -\frac{e^2}{\pi^2}\int_0^1 \mathrm{d}x\ x(1-x)\left[\frac{1}{\epsilon} - \frac{1}{2}\ln\frac{m^2}{\mu^2}\right]$$

$$\Pi(k^2) = \frac{e^2}{2\pi^2}\int_0^1 \mathrm{d}x\ x(1-x)\left[\ln\frac{x(1-x)k^2+m^2}{m^2}\right]$$

$$\boxed{\Pi(k^2) \propto \frac{k^2}{m^2}}$$

Suppressed!

Decoupling　$(k^2 \ll m^2)$

T. Appelquist and J. Carazzone, Phys. Rev. Lett., D11 (1975) 2856)

重い未知の粒子の寄与を考慮しなくて良い

嬉しい

一方で、重い新粒子の寄与が見えない

嬉しくない

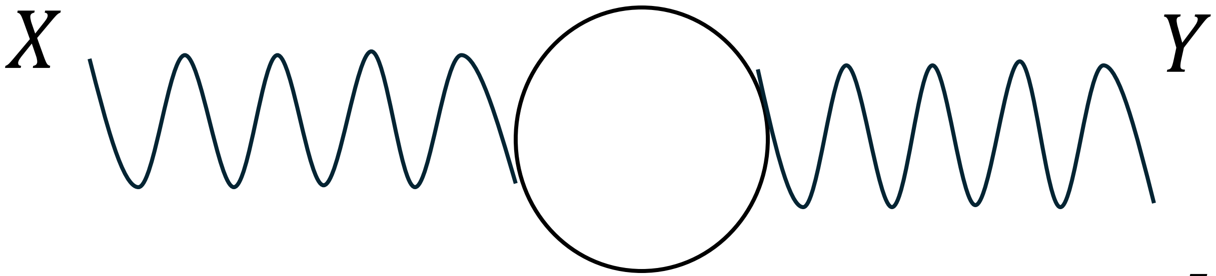
でも大丈夫

Non-decoupling 効果

◆ 電弱理論における Decouplingの破れ

電弱相互作用　　$\mathrm{SU(2)_L \times U(1)_Y \to U(1)_{em}}$

プロパゲーターに対する1-loopの補正



X, Y : gauge boson　γ, W, Z

$\mathrm{U(1)_{em}}$ symmetry を考慮

$\Rightarrow$ $(X, Y) = (W^-, W^+), (Z, Z), (Z, \gamma), (\gamma, \gamma)$

◆ Non-Decouple　$\mathrm{SU(2)_L \times U(1)_Y \to U(1)_{em}}$

次元解析 $\Pi(k^2) = \underbrace{\Pi(0)}_{\propto M^2} + k^2 \underbrace{\Pi'(0)}_{\propto M^0} + k^4 \underbrace{\Pi''(0)}_{\propto M^{-2}}$

８個のパラメーター

$$\Pi_{WW}(k^2) = \Pi_{WW}(0) + k^2 \Pi'_{WW}(0) + \cdots$$

$$\Pi_{ZZ}(k^2) = \Pi_{ZZ}(0) + k^2 \Pi'_{ZZ}(0) + \cdots$$

$$\Pi_{Z\gamma}(k^2) = \boxed{\Pi_{Z\gamma}(0)} + k^2 \Pi'_{Z\gamma}(0) + \cdots$$

$$\Pi_{\gamma\gamma}(k^2) = \boxed{\Pi_{\gamma\gamma}(0)} + k^2 \Pi'_{\gamma\gamma}(0) + \cdots$$

➡ gauge 不変性により消える

◆ Non-Decouple

$$\mathrm{SU(2)_L} \times \mathrm{U(1)_Y} \to \mathrm{U(1)_{em}}$$

$$g \qquad\qquad g'$$

$$\Pi_{WW}(k^2) = \Pi_{WW}(0) + k^2\Pi'_{WW}(0) + \cdots$$

$$\Pi_{ZZ}(k^2) = \Pi_{ZZ}(0) + k^2\Pi'_{ZZ}(0) + \cdots$$

$$\Pi_{Z\gamma}(k^2) = k^2\Pi'_{Z\gamma}(0) + \cdots$$

$$\Pi_{\gamma\gamma}(k^2) = k^2\Pi'_{\gamma\gamma}(0) + \cdots$$

残りの６個のパラメータの内３つは g, g', v の繰り込みとして使われる

v : Higgs vev

→ ３個のパラメーターが残る

◆ Peskin-Takeuchi parameter

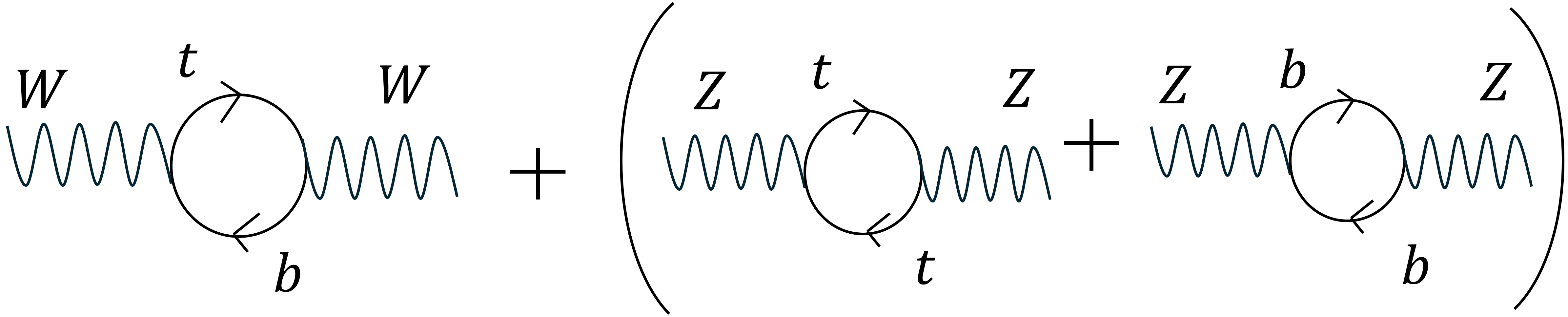
$$S \equiv 16\pi \left[\Pi'_{Z\gamma}(0) - \Pi'_{ZZ}(0) \right]$$

$$T \equiv \frac{4\pi}{s_\theta^2 m_W^2} \left[\Pi_{ZZ}(0) - \Pi_{WW}(0) \right] = \frac{1}{\alpha} \Delta\rho$$

$$U \equiv 16\pi \left[\Pi'_{ZZ}(0) - \Pi'_{WW}(0) \right]$$

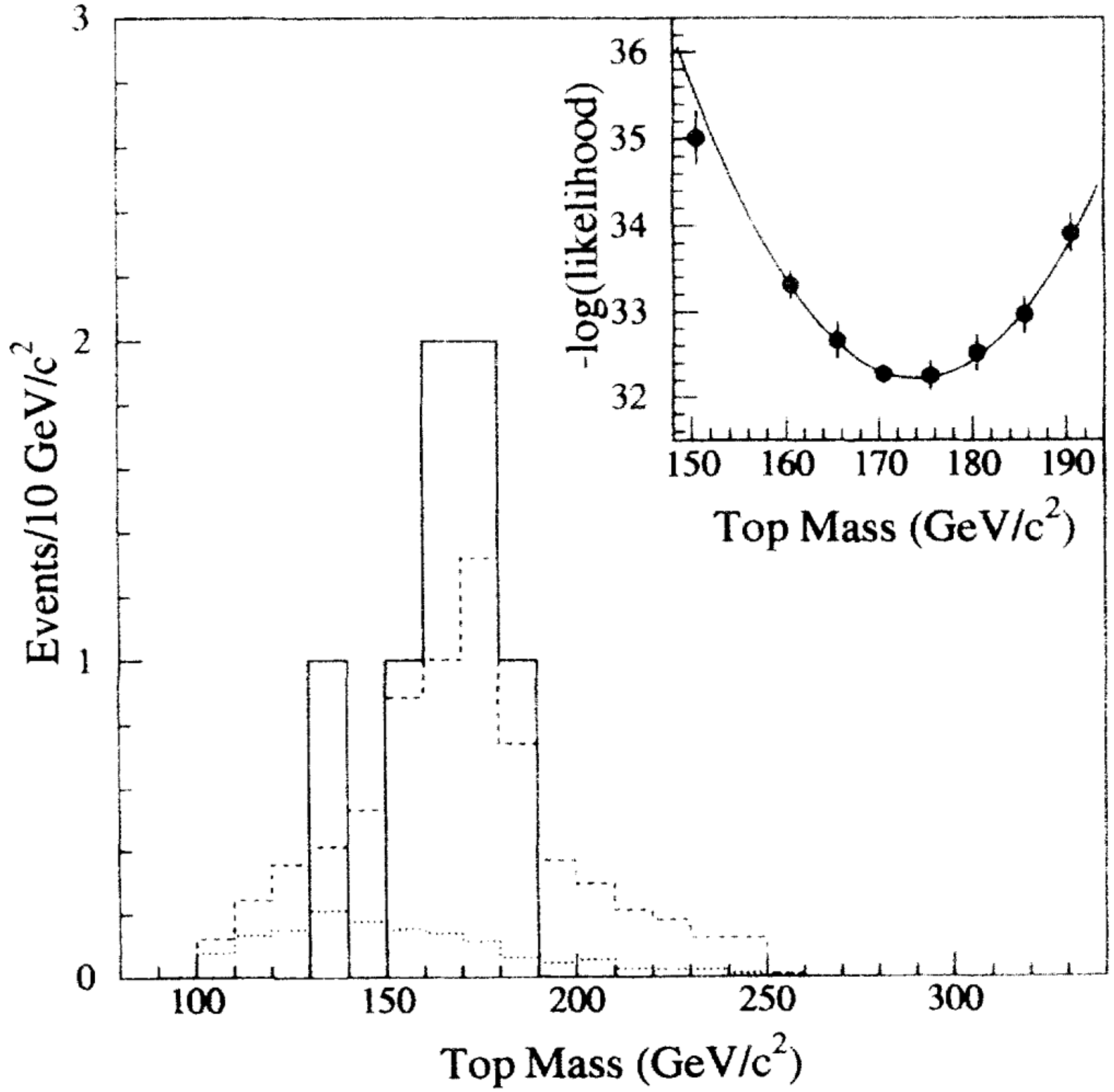
ρ parameter $\quad \rho = \dfrac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2\theta}$

Prediction of Top quark



$$T = \frac{3}{16\pi s^2 m_W^2}\left[m_t^2 + m_b^2 - \ln\frac{2m_t^2 m_b^2}{m_t^2 - m_b^2}\right]$$

$m_t^2 \gg m_W^2$ $\boxed{T \propto \frac{3}{16\pi s^2}\frac{m_t^2}{m_W^2}}$ 抑制されない



t クォークの質量分布［出典：Phys. Rev. Lett., 73 (1994) 225)］

Conclusion

自発的破れのないQEDでは、Decoupling が起こる
ため、重い粒子は物理に寄与しない

標準理論（自発的なゲージ対称性の破れ）
ゲージボソンが質量を獲得
Non-decoupling 効果

→ Top クォークの質量(175 GeV)を予言