Студент: ФИО
Группа: Номер

Математическая статистика
Домашнее задание 4

---

1. **(1 балл)** Пусть $X_1, \dots, X_n$ – выборка, о плотности распределения которой высказаны две гипотезы:

$$H_0: \ f_1(y) = e^{-(y-6)} \quad , y > 6$$
$$H_1: \ f_2(y) = 2e^{-2(y-3)}, y > 3$$

Найдите пределы при $n \to \infty$ вероятностей ошибок первого и второго рода следующего критерия: гипотеза H_0 принимается тогда и только тогда, когда

- $\overline{X} > 3.5 + \frac{1}{\sqrt{n}}$
- $\overline{X} > 3.5 + \frac{1}{n}$
- $\overline{X} > 3.5$

2. **(1 балл)** Есть 2 гипотезы: одна состоит в том, что элементы выборки имеют нормальное распределение, а альтернатива – в том, что элементы выборки имеют распределение Пуассона. Построить критерий, обладающий нулевыми вероятностями ошибок первого и второго рода.

3. **(1 балл)** Пусть $X_1, \dots, X_n \sim$ `N(a, 1)`. Рассматриваются две гипотезы:

$$H_0: \ a = -1$$
$$H_1: \ a = 0$$

Предлагается следующий статистический критерий для проверки этих гипотез: основная гипотеза принимается, если $X < -n^{\gamma}$; в противном случае принимается альтернативная гипотеза. Здесь γ – заранее выбранное вещественное число. Определить все числа γ, при которых критерий обладает асимптотической мощностью 1.

4. **(1 балл)** Пусть $X_1, \dots, X_n \sim$ `Poisson(`λ`)`. Рассматриваются две гипотезы:

$$H_0: \ \lambda = 1$$
$$H_1: \ \lambda = 3$$

Критерий δ предписывает принимать первую гипотезу, если $X_{max} \leq 1$, альтернативную в ином случае. Найти минимальный размер выборки, при котором мощность этого критерия превышает заданное значение γ.

5. **(1 балл)** Основная гипотеза состоит в том, что данный человек лишен телепатических способностей и угадывает мысли на расстоянии в каждом единичном эксперименте с вероятностью 0.5. Гипотеза же о наличии телепатических способностей данного человека принимается, если в 100 независимых однотипных экспериментах по угадыванию мыслей на расстоянии не менее 70 заканчиваются успехом. Чему равна вероятность признать телепатом человека без телепатических способностей?