

直流双臂电桥

Aozhe Zhang 2313447

2024 年 6 月 7 日

目录

1 实验目的	2
2 实验原理	2
2.1 适用范围	2
2.2 四端法	2
2.3 推导测量公式	2
2.4 电桥灵敏度以及影响因素	3
3 实验数据分析	4
3.1 铜棍电阻率的测量	4
3.1.1 铜棍长度测量	4
3.1.2 铜棍直径测量	4
3.1.3 调节电桥平衡	4
3.1.4 计算电阻率	5
3.2 铝棍电阻率的测量	5
3.2.1 铝棍长度测量	5
3.2.2 铝棍直径测量	5
3.2.3 调节电桥平衡	6
3.2.4 计算电阻率	6
3.3 铁棍电阻率的测量	6
3.3.1 铁棍长度测量	6
3.3.2 铁棍直径测量	7
3.3.3 调节电桥平衡	7
3.3.4 计算电阻率	7

1 实验目的

1. 了解低电阻的结构特点。
2. 掌握双臂电桥测量低阻的原理和方法。

2 实验原理

2.1 适用范围

直流双臂电桥适用于测量较小的电阻, 如 QJ44 型直流双臂电桥测量范围: $0.1m\Omega$ 至 11Ω 。

2.2 四端法

使用图 1 的电路进行测量, 在电阻体上 Y, Y' 上两个点焊出两个接头再与微安表相连接, 这样可以保证微安表所连接两点之间的阻值正好为 Y, Y' 之间的阻值, 又 A, B, P, P' 四个点的接触电阻和 AY, BY' 的接线电阻都分给了微安表, 保证了分流的精确。由于电阻被做成了四个接头, 故称作“四端结构”。

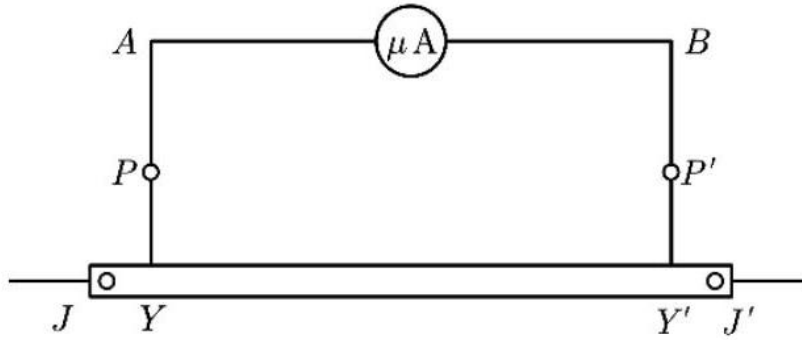


图 1: 四端法

2.3 推导测量公式

测量电路如图 2 所示, 其中 R_0 为标准低阻, R_x 为待测低阻。四个比例臂电阻有意做成几十欧姆以上的阻值, 因此他们所在桥臂中的接线电阻和接触电阻的影响便可忽略。注意右边的电阻 R 是为了防止电流过大。当电流计指零时, 电桥达到平衡。

由基尔霍夫定律, 可以列出方程组:

$$\begin{cases} I_1 R_1 = I_0 R_0 + I'_1 R'_1 \\ I_1 R_2 = I_0 R_x + I'_1 R'_2 \\ (I_0 - I'_1) R_r = I'_1 (R'_1 + R'_2) \end{cases}$$

式中 I_1, I_0, I'_1 分别为图中标示, 将 (1) 式整理得:

$$R_1 R_x = R_2 R_0 + (R_2 R'_1 - R_1 R'_2) \frac{r}{R_r + R'_1 + R'_2}$$

当电桥的平衡是在保证 $R_2 R'_1 - R_1 R'_2 = 0$ 的情况下, 则上式可以简化为

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_0$$

由此可知此次实验双臂电桥的测量平衡条件为:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R'_2}{R'_1} = \frac{R_x}{R_0}$$

本次实验使用同步调节比例臂电阻 R_2, R'_2 的方法使电流计示零。

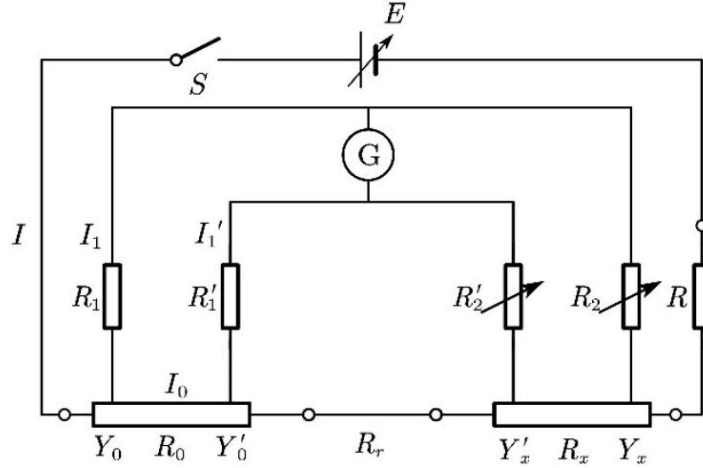


图 2: 实验电路图

2.4 电桥灵敏度以及影响因素

双臂电桥平衡后将比例臂电阻 R_2, R'_2 同步调偏 $\Delta R_2 = \Delta R'_2$, 若电流计示数改变 ΔI , 则灵敏度 S 为:

$$S = \frac{\Delta I}{\Delta R_2 / R_2}$$

由

$$S = \frac{\Delta I}{\Delta R_2 / R_2} = \frac{\Delta I}{\Delta R_x / R_x}$$

可以引入相对误差:

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{\Delta I}{S}$$

要详细分析 S 与哪些因素有关, 是件十分繁杂的事。下面我们作一适当的近似, 简单地分析一下。考虑到跨桥电阻 r 一般应明显小于 R_0 和 R_r , 可认为两低阻相邻电压接头等电位, 这样双臂电桥就演化成单臂电桥了。此时电流计支路电阻变为 $(R'_g = R_g + R'_1 // R'_2)$, 而四臂电阻之和 $(R_u + R_e + R_a + R_0) \approx R + R_2$, 参考单臂电桥灵敏度的表达式可立即写出双臂电桥灵敏度表达式

$$S = \frac{U}{C} \cdot \frac{1}{(R_1 + R_2) + (2 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_x}{R_0}) R'_g}$$

或

$$S = \frac{I(R_0 + R_x)}{C[(R_1 + R_2) + (2 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_x}{R_0}) R'_g]}$$

3 实验数据分析

3.1 铜棍电阻率的测量

3.1.1 铜棍长度测量

铜棍长度（两个电压接头之间）： $l = (421 \pm 0.17)\text{mm}$

$$u_l = u_{Bl} = \frac{0.5\text{mm}}{3} \approx 0.17 \text{ mm}$$

3.1.2 铜棍直径测量

测量次数	1	2	3	4	5	平均值
直径 (mm)	4.989	4.990	4.994	4.990	4.991	4.9908

下面计算不确定度，该直径分为 A、B 两类不确定度。

$$s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (d_i - \bar{d})^2}{5 \times 4}} = 1.65469 \times 10^{-6} \text{mm}$$

$$u_{Ad} = t_{(0.683,4)} \times s_{\bar{d}} = 1.88635 \times 10^{-6} \text{ mm}$$

$$u_{Bd} = \frac{\delta_d}{\sqrt{3}} = 0.0058 \text{ mm}$$

$$u_d = \sqrt{u_{Ad}^2 + u_{Bd}^2} = 0.0006 \text{ mm}$$

所以，铜棍直径： $d = (4.9908 \pm 0.0006)\text{mm}$

3.1.3 调节电桥平衡

电桥状态	$R_2 (= R'_2)$	R_x	$\Delta R_2 (= \Delta R'_2)$	ΔI	S
数据记录	359	0.000359	10	1.5nA	53.85

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_0$$

$$S = \frac{\Delta I \times R_2}{\Delta R_2} = 53.85$$

R_x 的总相对不确定度为：

$$\rho_x = \left[(1 + k^2) (\rho_2^2 + \rho_1^2) + k^2 (\rho_2'^2 + \rho_1'^2) + \rho_0^2 + \left(\frac{\delta}{S} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

计算得 $\rho_x = 0.002478$

故 $U_R = \rho_x \times R_x = 8.89457 \times 10^{-7} \Omega$ 带入相关数据

$$R_x = (3.5900 \pm 0.0009) \times 10^{-4} \Omega$$

3.1.4 计算电阻率

$$\rho = \frac{R_x S}{l} = \frac{R_x \pi d^2}{4l} = 1.66818 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$$

计算不确定度

$$R = \frac{\rho L}{S}, \rho = \frac{RS}{L}, S = \frac{\pi d^2}{4}, \rho = \frac{\pi R d^2}{4 L}$$

取对数得

$$\ln \rho = \ln \left(\frac{\pi R d^2}{4 L} \right) = \ln \frac{\pi}{4} + \ln R + 2 \ln d - \ln L$$

取微分得

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dR}{R} + 2 \frac{dd}{d} - \frac{dL}{L}$$

$$\left(\frac{u_\rho}{\rho} \right)^2 = \left(\frac{u_R}{R} \right)^2 + \left(2 \frac{u_d}{d} \right)^2 + \left(\frac{u_L}{L} \right)^2$$

$$u_\rho = \rho \sqrt{\left(\frac{u_R}{R} \right)^2 + \left(2 \frac{u_d}{d} \right)^2 + \left(\frac{u_L}{L} \right)^2} = 4.20326 \times 10^{-11} \Omega \cdot m$$

故铜棍的电阻率为

$$\rho = (1.6682 \pm 0.0042) \times 10^{-8} \Omega \cdot m$$

3.2 铝棍电阻率的测量

3.2.1 铝棍长度测量

铁棍长度（两个电压接头之间）： $l = (421 \pm 0.17) \text{mm}$

$$u_l = u_{Bl} = \frac{0.5 \text{mm}}{3} \approx 0.17 \text{ mm}$$

3.2.2 铝棍直径测量

测量次数	1	2	3	4	5	平均值
直径 (mm)	4.962	4.962	4.967	4.963	4.962	4.9632

下面计算不确定度，该直径分为 A、B 两类不确定度。

$$s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (d_i - \bar{d})^2}{5 \times 4}} = 2.1019 \times 10^{-6} \text{mm}$$

$$u_{Ad} = t_{(0.683, 4)} \times s_{\bar{d}} = 2.39617 \times 10^{-6} \text{ mm}$$

$$u_{Bd} = \frac{\delta_d}{\sqrt{3}} = 0.0058 \text{ mm}$$

$$u_d = \sqrt{u_{Ad}^2 + u_{Bd}^2} = 0.0006 \text{ mm}$$

所以，铝棍直径： $d = (4.9632 \pm 0.0006) \text{mm}$

3.2.3 调节电桥平衡

电桥状态	$R_2 (= R'_2)$	R_x	$\Delta R_2 (= \Delta R'_2)$	ΔI	S
数据记录	855	0.000855	12	1.2nA	85.5

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_0$$

$$S = \frac{\Delta I \times R_2}{\Delta R_2} = 85.5$$

R_x 的总相对不确定度为:

$$\rho_x = \left[(1 + k^2) (\rho_2^2 + \rho_1^2) + k^2 (\rho_2'^2 + \rho_1'^2) + \rho_0^2 + \left(\frac{\delta}{S} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

计算得 $\rho_x = 0.002014433$

故 $U_R = \rho_x \times R_x = 1.72234 \times 10^{-6} \Omega$ 带入相关数据

$$R_x = (8.550 \pm 0.017) \times 10^{-4} \Omega$$

3.2.4 计算电阻率

$$\rho = \frac{R_x S}{l} = \frac{R_x \pi d^2}{4l} = 3.92914 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$$

计算不确定度

$$R = \frac{\rho L}{S}, \rho = \frac{RS}{L}, S = \frac{\pi d^2}{4}, \rho = \frac{\pi R d^2}{4 L}$$

取对数得

$$\ln \rho = \ln \left(\frac{\pi R d^2}{4 L} \right) = \ln \frac{\pi}{4} + \ln R + 2 \ln d - \ln L$$

取微分得

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dR}{R} + 2 \frac{dd}{d} - \frac{dL}{L}$$

$$\left(\frac{u_\rho}{\rho} \right)^2 = \left(\frac{u_R}{R} \right)^2 + \left(2 \frac{u_d}{d} \right)^2 + \left(\frac{u_L}{L} \right)^2$$

$$u_\rho = \rho \sqrt{\left(\frac{u_R}{R} \right)^2 + \left(2 \frac{u_d}{d} \right)^2 + \left(\frac{u_L}{L} \right)^2} = 8.11802 \times 10^{-11} \Omega \cdot m$$

故铝棍的电阻率为

$$\rho = (3.929 \pm 0.008) \times 10^{-8} \Omega \cdot m$$

3.3 铁棍电阻率的测量

3.3.1 铁棍长度测量

铁棍长度（两个电压接头之间）： $l = (421 \pm 0.17) \text{mm}$

$$u_l = u_{Bl} = \frac{0.5 \text{mm}}{3} \approx 0.17 \text{ mm}$$

3.3.2 铁棍直径测量

测量次数	1	2	3	4	5	平均值
直径 (mm)	5.013	5.017	5.010	5.016	5.015	5.0142

下面计算不确定度，该直径分为 A、B 两类不确定度。

$$s_{\bar{d}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (d_i - \bar{d})^2}{5 \times 4}} = 3.44354 \times 10^{-6} \text{ mm}$$

$$u_{Ad} = t_{(0.683,4)} \times s_{\bar{d}} = 3.92564 \times 10^{-6} \text{ mm}$$

$$u_{Bd} = \frac{\delta_d}{\sqrt{3}} = 0.0058 \text{ mm}$$

$$u_d = \sqrt{u_{Ad}^2 + u_{Bd}^2} = 0.0006 \text{ mm}$$

所以，铜棍直径: $d = (5.0142 \pm 0.0006) \text{ mm}$

3.3.3 调节电桥平衡

电桥状态	$R_2 (= R'_2)$	R_x	$\Delta R_2 (= \Delta R'_2)$	ΔI	S
数据记录	14560	0.01456	110	1.2nA	158.8363636

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_0$$

$$S = \frac{\Delta I \times R_2}{\Delta R_2} = 158.8363636$$

R_x 的总相对不确定度为:

$$\rho_x = \left[(1 + k^2) (\rho_2^2 + \rho_1^2) + k^2 (\rho_2'^2 + \rho_1'^2) + \rho_0^2 + \left(\frac{\delta}{S} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

计算得 $\rho_x = 0.001756807$

故 $U_R = \rho_x \times R_x = 2.55791 \times 10^{-5} \Omega$ 带入相关数据

$$R_x = (1.4560 \pm 0.0018) \times 10^{-2} \Omega$$

3.3.4 计算电阻率

$$\rho = \frac{R_x S}{l} = \frac{R_x \pi d^2}{4l} = 6.82924 \times 10^{-7} \Omega \cdot m$$

计算不确定度

$$R = \frac{\rho L}{S}, \rho = \frac{RS}{L}, S = \frac{\pi d^2}{4}, \rho = \frac{\pi R d^2}{4 L}$$

取对数得

$$\ln \rho = \ln \left(\frac{\pi R d^2}{4 L} \right) = \ln \frac{\pi}{4} + \ln R + 2 \ln d - \ln L$$

取微分得

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dR}{R} + 2\frac{dd}{d} - \frac{dL}{L}$$

$$\left(\frac{u_\rho}{\rho}\right)^2 = \left(\frac{u_R}{R}\right)^2 + \left(2\frac{u_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{L}\right)^2$$

$$u_\rho = \rho \sqrt{\left(\frac{u_R}{R}\right)^2 + \left(2\frac{u_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{L}\right)^2} = 1.23987 \times 10^{-9} \Omega \cdot m$$

故铁棍的电阻率为

$$\rho = (6.829 \pm 0.012) \times 10^{-7} \Omega \cdot m$$