

用伸长法测定金属丝的杨氏模量

Aozhe Zhang 2313447

2024 年 4 月 29 日

目录

1 实验目的	2
2 实验仪器	2
3 实验原理	2
3.1 杨氏模量	2
3.2 杨氏模量测定仪	2
4 实验内容和步骤	3
5 实验过程与数据分析	4
5.1 原始数据	4
5.2 环差法处理实验数据	4
5.3 计算不确定度	5
5.3.1 对于多次测量的 ΔH 和 D	6
5.3.2 对于单次测量的 B, L, b	6
5.3.3 计算 μ_E	6
5.4 结果表示	6
6 分析与讨论	6
6.1 误差分析	6
6.2 本实验中, 哪两个量的测量误差较大? 在测量和数据处理中采取了什么措施?	6
6.3 根据光杠杆放大原理: $\Delta h = \frac{2B\Delta L}{b}$, 能否以增大 B 减小 b 的方法来提高放大倍率? 这样做有无好处? 有无限度? 应怎样考虑之?	7
6.4 在镜面与光杠杆三足尖所成平面相互垂直的前提下, 反射镜在铅垂面内好, 还是略成后仰或略成前倾好? 假定初始位置时, 反射镜面与铅垂面成 5° 角略后仰, 会对实验带来多大误差?	7

1 实验目的

1. 用伸长法测定金属丝的杨氏模量。
2. 了解望远镜尺组的结构和使用方法。
3. 掌握用光杠杆放大原理测量微小长度变化量的方法。
4. 学习用环差法处理数据。

2 实验仪器

杨氏模量测定仪、螺旋测微器、游标卡尺、钢卷尺等。

3 实验原理

3.1 杨氏模量

若长为 L 、截面积为 S 的均匀金属丝，在其长度方向上施加作用力 F ，使其伸长 ΔL ，根据胡克定律：在弹性限度范围内，正应力 F/S (单位面积上的垂直作用力) 与线应变 $\Delta L/L$ (金属丝相对伸长) 成正比，即

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta L}{L}$$

比例系数 E 即为该金属丝的杨氏模量，即

$$E = \frac{FL}{S\Delta L}$$

F 、 S 及 L 比较容易测量，由于金属的杨氏模量一般较大，因此， ΔL 是一个微小的长度变化，很难用普通测量长度的仪器将它测准。

放大法是一种应用十分广泛的测量技术，我们将在本次实验中接触到机械放大，光放大等放大测量技术。如螺旋测微器是通过机械放大而提高测量精度的；光杠杆属于光放大技术，且其被广泛地应用到许多高灵敏度仪器中，如光电反射式检流计，冲击电测计等。

若微小变化量用 ΔL 表示，放大后的测量值为 N ，则

$$A = \frac{N}{\Delta L}$$

为放大器的放大倍数，原则上 A 越大，越有利于测量，但往往会引起信号失真。

3.2 杨氏模量测定仪

本实验用的杨氏模量测定仪的金属丝上下两端用钻头夹具夹紧，上端固定于双立柱的横梁上，下端钻头夹的连接拉杆穿过固定平台中间的套孔与一杠杆放大结构相连，杠杆放大比例为 1:10，即加 100g 的砝码相当于加 1000g 的砝码，在载物台上放一个可将微小伸长放大的光学元件——光杠杆，两者结合实现二次放大。

此时的光杠杆放大测量示意图如图 1 所示， B 为两平面镜间距， b 是光杠杆常量。产生的微小偏转角为 θ ，标尺光线经过光杠杆的两次反射和在辅助反射镜上的一次反射后到达标尺 P_3 处，在望远镜上读到的读数是经过放大产生的 P_3 的值， $|P_3 - P_0|$ 即为放大后钢丝伸长量 Δh 。

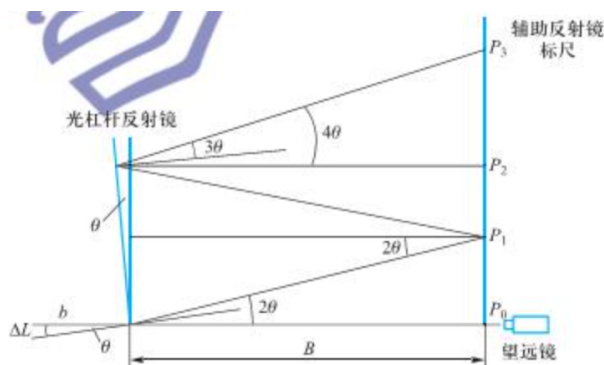


图 1: 光杠杆放大

$$\Delta h = |P_3 - P_0| = |P_3 - P_2| + |P_2 - P_1| + |P_1 - P_0| = B \tan 4\theta + B \tan 2\theta + B \tan 2\theta$$

由于 θ 很小, 即可做近似 $\tan \theta = \theta = \frac{\Delta L}{b}$, 所以 $\Delta h = 8B\theta = 8B \frac{\Delta L}{b}$, $\Delta L = \frac{b\Delta h}{8B}$ 代入杨氏模量的公式可得

$$E = \frac{32BLmg}{\pi D^2 b \Delta h}$$

4 实验内容和步骤

1. 调节伸长仪和光杠杆使之达到备用状态。
2. 移动望远镜尺组, 使标尺距平面镜略大于最短视距; 调节望远镜的高度及方向, 使其与平面镜等高, 且其瞄准方向应对正欲观测目标 (反射镜中标尺的像)。
3. 以灯光照明标尺, 参照望远镜调节及使用方法, 迅速准确地找到标尺的像, 使成像清晰, 且应使分划板准线所对应的标尺刻度数略低于望远镜轴线所在刻度读数。(即使平面镜略呈前倾, 相应地后足尖略高出水平面, 但反射镜面仍应与光杠杆三足尖所成的平面垂直。)

注意要找到二次放大的标尺像, 需要区分单次放大和二次放大的像。

4. 观测像移: 先在砝码盘上放置 300g 砝码, 作为预拉力, 读取其数值, 记为 n_0 , 依次按等时间隔 (2 分钟左右) 递加砝码 1 个, 记下相应读数 h_i , 然后再按等时间隔逐次递减砝码, 记录数据。这样做的目的是: 以对立影响法 (或称对称测量方法) 消除或减弱金属丝弹性滞后效应及小圆柱与平台间可能的机械摩擦带来的影响。
5. 以米尺测 L 及 B 各一次, 以千分尺在金属丝不同部位的互垂方向上测直径 D 六次。
6. 测光杠杆常量 b 。方法是: 将光杠杆放在平纸上, 轻印三足尖之痕迹, 然后以游标卡尺测量印痕间距离一次。

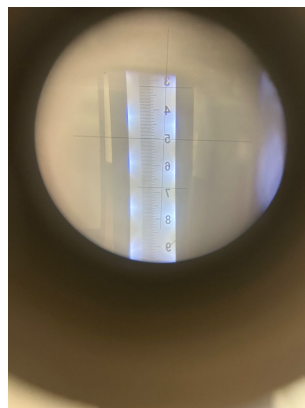


图 2: 观察像移

5 实验过程与数据分析

5.1 原始数据



南 开 大 学

NANKAI UNIVERSITY

94 Weijin Road, Tianjin

People's Republic of China

张奥茁 2313447

1.73	1.81	$L_{\text{钢线}} = 37.13 \text{ cm}$
2.36	2.32	$L = 89.5 \text{ cm}$
2.90	3.08	$b = 4.544 \text{ cm}$
3.74	3.65	
4.32	4.27	0.794 mm
5.00	4.92	0.798 mm
5.70	5.41	0.796 mm
6.37	6.13	0.797 mm
7.08	6.95	0.801 mm
7.73	7.43	0.800 mm
8.38		

陈月敏.

图 3: 原始数据

5.2 环差法处理实验数据

整理数据并使用环差法处理数据可得:

次数	拉力示值/kg	标尺读数/cm			逐差值/cm	
		加载	减载	平均		
0	0.3	1.73	1.81	1.77	N_1	3.19
1	0.4	2.36	2.32	2.34	N_2	3.215
2	0.5	2.90	3.08	2.99	N_3	3.26
3	0.6	3.74	3.65	3.695	N_4	3.32
4	0.7	4.32	4.27	4.295	N_5	3.345
5	0.8	5.00	4.92	4.96	\bar{N}	3.284
6	0.9	5.70	5.41	5.555		
7	1.0	6.37	6.13	6.25		
8	1.1	7.08	6.95	7.015		
9	1.2	7.73	7.73	7.73		

另外，对 6 次测量的钢丝直径取平均值可得 $D = 0.7977\text{mm}$ ，代入上文推导的公式，注意本次环差法中间隔了 4 个数据，所以在计算时，拉力示值为 0.5kg，又由于光杠杆放大的作用（10 倍），实际代入应该是 5kg，另外还要注意长度单位的统一（为方便统一为 m），则

$$E_1 = \frac{32BLmg}{\pi D^2 b \Delta h} = \frac{32 \times 0.895 \times 0.3713 \times 5 \times 9.8}{\pi \times (0.7977 \times 10^{-3})^2 \times (4.544 \times 10^{-2}) \times 3.19 \times 10^{-2}} = 1.7982 \times 10^{11} \text{N/m}^2$$

$$E_2 = \frac{32BLmg}{\pi D^2 b \Delta h} = \frac{32 \times 0.895 \times 0.3713 \times 5 \times 9.8}{\pi \times (0.7977 \times 10^{-3})^2 \times (4.544 \times 10^{-2}) \times 3.215 \times 10^{-2}} = 1.7842 \times 10^{11} \text{N/m}^2$$

$$E_3 = \frac{32BLmg}{\pi D^2 b \Delta h} = \frac{32 \times 0.895 \times 0.3713 \times 5 \times 9.8}{\pi \times (0.7977 \times 10^{-3})^2 \times (4.544 \times 10^{-2}) \times 3.26 \times 10^{-2}} = 1.7596 \times 10^{11} \text{N/m}^2$$

$$E_4 = \frac{32BLmg}{\pi D^2 b \Delta h} = \frac{32 \times 0.895 \times 0.3713 \times 5 \times 9.8}{\pi \times (0.7977 \times 10^{-3})^2 \times (4.544 \times 10^{-2}) \times 3.32 \times 10^{-2}} = 1.7278 \times 10^{11} \text{N/m}^2$$

$$E_5 = \frac{32BLmg}{\pi D^2 b \Delta h} = \frac{32 \times 0.895 \times 0.3713 \times 5 \times 9.8}{\pi \times (0.7977 \times 10^{-3})^2 \times (4.544 \times 10^{-2}) \times 3.345 \times 10^{-2}} = 1.7149 \times 10^{11} \text{N/m}^2$$

取平均得到

$$E = 1.7467 \times 10^{11} \text{N/m}^2$$

有效数字的位数还需要通过不确定度来得到，接下来计算不确定度。

5.3 计算不确定度

根据不确定度的公式，有

$$E = \frac{32mgBL}{\pi b D^2 \Delta L} \quad \mu_E = \sqrt{\sum_{i=1}^5 \left(\frac{\partial E}{\partial x_i} \times \mu_{x_i} \right)^2}$$

$$\mu_E = \bar{E} \cdot \sqrt{\left(\frac{\mu_{\Delta L}}{\Delta L} \right)^2 + \left(\frac{2\mu_D}{D} \right)^2 + \left(\frac{\mu_B}{B} \right)^2 + \left(\frac{\mu_b}{b} \right)^2 + \left(\frac{\mu_L}{L} \right)^2}$$

5.3.1 对于多次测量的 ΔH 和 D

计算时注意单位的转换。

$$\mu_{aD} = t_{(0,683,k)} \cdot \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n=6} (D_i - \bar{D})^2}}{\sqrt{n} \cdot \sqrt{n-1}} = 0.00105mm$$

$$\mu_{bD} = \frac{0.001}{\sqrt{3}}mm \quad \mu_D = \sqrt{\mu_{aD}^2 + \mu_{bD}^2} = 0.00587mm$$

$$u_{a\Delta L} = t_{(p,k)} S_{\Delta L} = t_{(0,683,k)} \frac{S_{\Delta L}}{\sqrt{n}} = 0.03438cm = 0.3438mm$$

$$\mu_{b\Delta L} = \frac{0.01}{\sqrt{3}}mm \quad \mu_{\Delta L} = \sqrt{\mu_{a\Delta L}^2 + \mu_{b\Delta L}^2} = 0.34388mm$$

5.3.2 对于单次测量的 B, L, b

$$\mu_b = 0.02mm \quad \mu_L = 0.5/3mm \quad \mu_B = 0.5/3mm$$

5.3.3 计算 μ_E

$$\mu_E = 3.16 \times 10^9 m = 0.0316 \times 10^{11} N/m^2$$

5.4 结果表示

$$E = (1.746 \pm 0.031) \times 10^{11} N/m^2$$

6 分析与讨论

6.1 误差分析

1. 仪表尺在测量金属丝长度时往往没有完全伸直，在测定两个镜面之间的距离时难以做到完全垂直，所以在杨氏模量的测量时存在一定误差。
2. 金属丝在被微小拉长时直径也会受到轻微的影响，这个误差难以消除。
3. 在读数时会有随机误差，估读也会带来一定的误差。
4. 尽管 θ 很小，但是 $\tan\theta$ 和 θ 之间还是有轻微的差异，这会带来很轻微的误差。

6.2 本实验中，哪两个量的测量误差较大？在测量和数据处理中采取了什么措施？

1. 金属丝直径的测量误差比较大，故在实验时，从金属丝不同高度的互垂方向多次测量，一共测量了 6 个数据，并且在数据处理时，计算平均值作为金属丝的直径。

2. 标尺读数的测量误差较大, 在实验时, 先在砝码盘上放置 300g 砝码, 作为预拉力, 读取其数值, 依次按等时间隔 (2 分钟左右) 递加砝码 1 个, 记下相应读数。然后仍按等时间隔逐次递减砝码 (对立影响法), 记录数据。在数据处理时, 取两组读数的平均值作为相应的测量值, 利用环差法处理数据。

6.3 根据光杠杆放大原理: $\Delta h = \frac{2B\Delta L}{b}$, 能否以增大 B 减小 b 的方法来提高放大倍率? 这样做有无好处? 有无限度? 应怎样考虑之?

根据光杠杆放大原理, 通过增大 B 和减小 b 的方法, 理论上确实可以提高放大倍率, 这样就可以让微小的变化更加容易观察, 但是放大的倍率有限度。如果倍率太大, 容易让信号失真, 反而会增大误差, 得不偿失, 并且 $\tan\theta \approx \theta$ 的要求是 θ 要较小, 应该选取合适的放大倍数, 既能够观察, 又不至于让误差太大。

6.4 在镜面与光杠杆三足尖所成平面相互垂直的前提下, 反射镜在铅垂面内好, 还是略成后仰或略成前倾好? 假定初始位置时, 反射镜面与铅垂面成 5° 角略后仰, 会对实验带来多大误差?

略向前倾更好, 由于金属丝在砝码的作用下会被微小地拉长, 前倾则可以抵消一部分因拉长而后仰的角度, 让 θ 尽可能小, 这样能减小实验的误差。如果反射镜一开始就后仰 5° , 那么在金属丝被拉长的时候 θ 会大于 5° , 至少会产生 $\frac{\tan 5^\circ - 5^\circ}{5^\circ} \approx 0.3\%$ 的误差 (这个值会随着砝码的增加而变得更大), 可见不宜后仰。