Taller 1.3 – Movimientos en el plano

Nombre del estudiante: Steven Jara Paralelo: C

Ejercicio 1.3.1: A partir de la gráfica, que muestra la trayectoria bidimensional de una partícula, realice una estimación de las variables que se listan en la tabla 1.3.1.

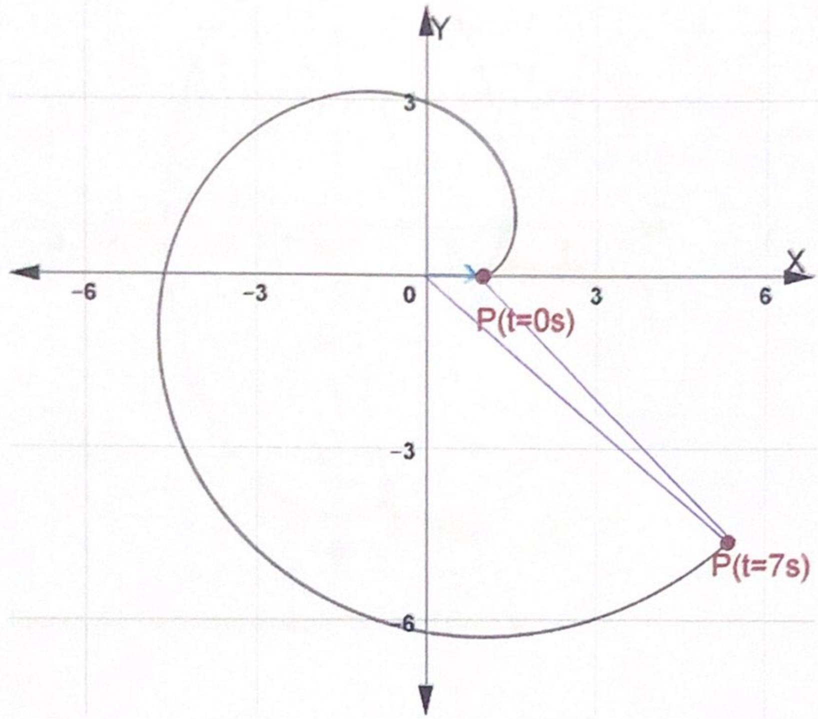


Figura 1.3.1: Trayectoria bidimensional de una partícula.

Vector posición inicial: $\vec{r}_0 = +1\hat{i}\,cm$	Vector posición Final: $\vec{r}_f = (5,3\hat{i} - 4,5\hat{j})\,cm$
Desplazamiento total: $\Delta\vec{r} = (+4,3\hat{i} - 4,5\hat{j})\,m$	Distancia total recorrida: $\delta t = 24,3$

Tabla 1.3.1

Ejercicio 1.3.2: A partir de la gráfica, que muestra la trayectoria bidimensional de una partícula, realice una estimación de las variables que se listan en la tabla 1.3.2.

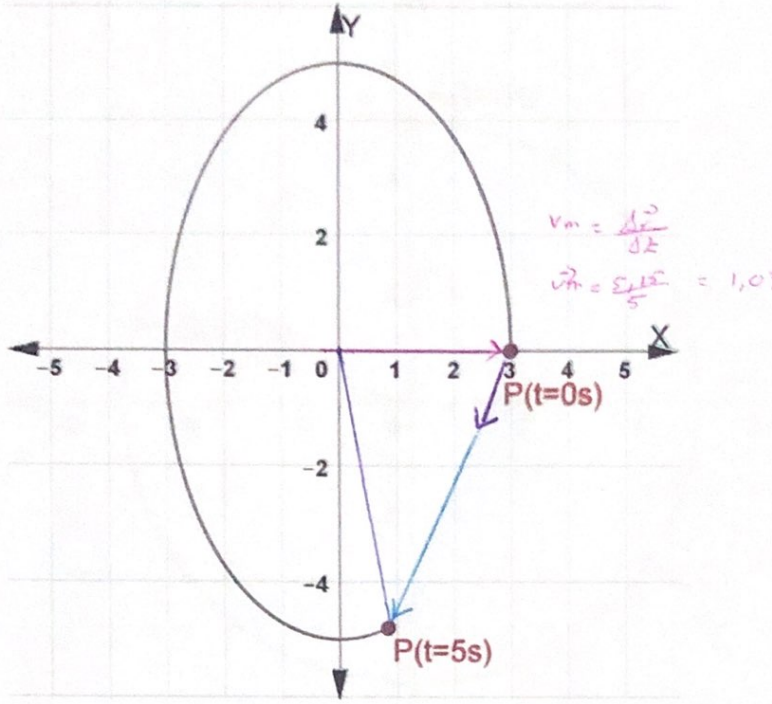


Figura 1.3.2: Trayectoria de la partícula en el plano xy.

Vector posición inicial: $\vec{r_0} = 3\hat{i}\,cm$	Vector posición Final: $\vec{r}f = (0,9\hat{i} - 4,9\hat{j})\,cm$
Desplazamiento total: $\Delta\vec{r} = (-2\hat{i} - 4,9\hat{j})\,cm$	Distancia total recorrida: $d_t = 20,25\,cm$
Vector velocidad media: $\vec{V}_{0-5} = (-0,5\hat{i} - 0,9\hat{j})\,cm$	$\vec{V}_{0-5} = \sqrt{(-0,5)^2 + (-0,9)^2}$ $V_{0-5} = \sqrt{0,25 + 0,81}$ $V_{0-5} = \sqrt{1,06} = 1,03$

Ejercicio 1.3.3: A partir de la gráfica, que muestra la trayectoria bidimensional de una partícula, realice una estimación de las variables que se listan en la tabla 1.3.3.

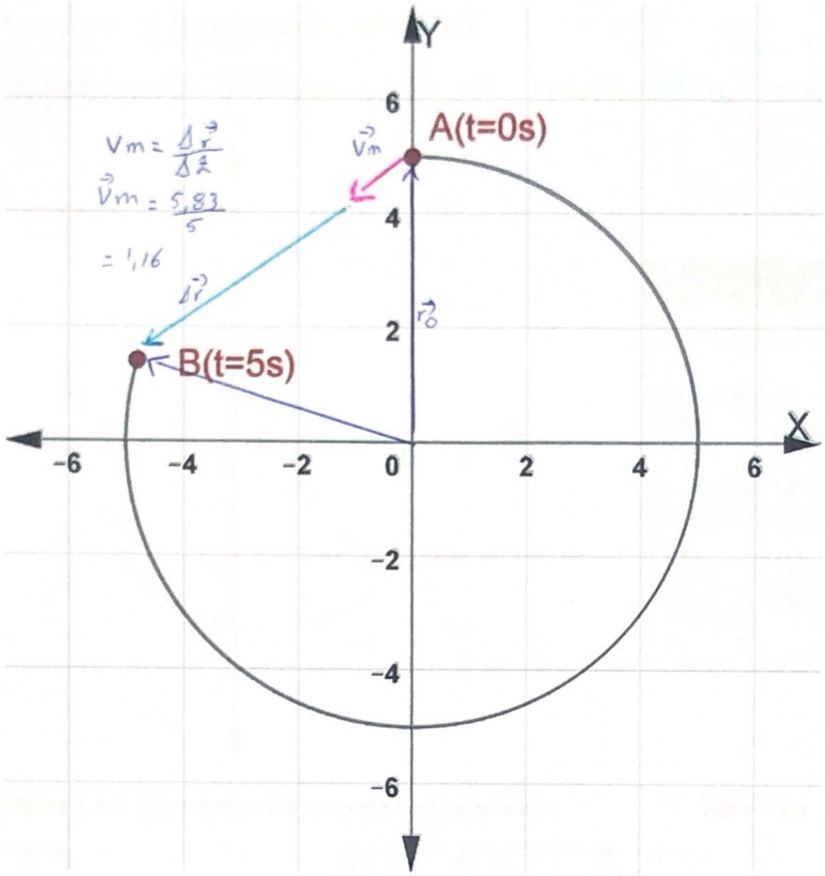


Figura 1.3.3: trayectoria de una partícula que se mueve en el plano.

Vector posición inicial: $\vec{r}_0 = 5\hat{j}\,cm$	Vector posición Final: $\vec{r}_f = (-5\hat{i} + 1,5\hat{j})\,cm$
Desplazamiento total: $\Delta\vec{r} = (-5\hat{i} - 3,5\hat{j})\,cm$	Distancia total recorrida: $\delta t = 24\,cm$
Vector velocidad media: $\vec{V}_{0-5} = (-0,9\hat{i} - 0,7\hat{j})\,cm$	$V_{0-5} = \sqrt{(0,9)^2 + (0,7)^2}$ $= \sqrt{0,81 + 0,49}$ $= \sqrt{1,3} = 1,14$

Ejercicio 1.3.4: La función vectorial $\vec{r}(t)$ permite encontrar la posición de una partícula que se mueve en el plano **xy**. (a) Diga cuál es la dirección del movimiento. Encuentre: (b) el vector desplazamiento total, (c) distancia total recorrida.

Función de posición de la partícula: $\vec{r}(t) = \left[[\cos(t) + t\sin(t)]\hat{\imath} + [\sin(t) - t\cos(t))]\hat{\jmath}\right]$ cm

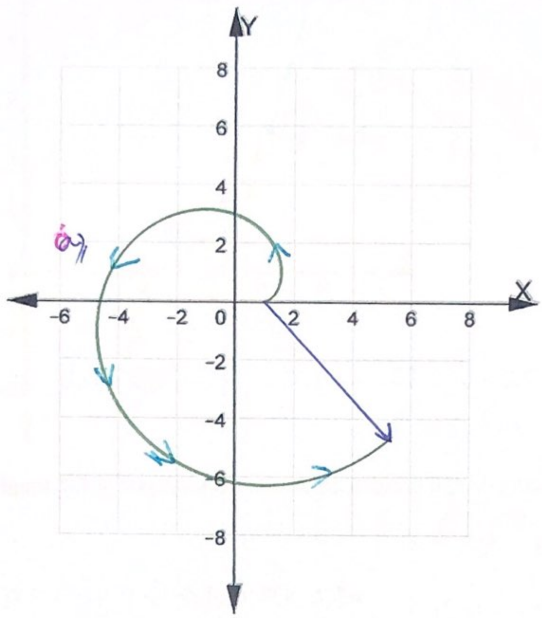


Figura 1.3.4: Trayectoria de la partícula. Gráfica no está a escala.

t	X	y
0.0	1.0	0.0
1.0	1.3	0.3
2.0	1.4	1.7
3.0	-0.57	3.11
4.0	-3.7	1.9
5.0	-4.5	-2.4
6.0	-0.7	-6.0
7.0	5.4	-4.6

Tabla 1.3.4

b) $\Delta\vec{r} = r_f - r_o = r_7 - r_o$

$\vec{r}_o = +1\hat{\imath}\,cm$

$\vec{r}_f = (5,4\hat{\imath} - 4,6\hat{\jmath})\,cm$

$\Delta\vec{r} = (5,4\hat{\imath} - 4,6\hat{\jmath})\,cm - (1\,cm)$

$= (4,4\hat{\imath} - 4,6\hat{\jmath})\,cm$

c) $\int_{t_1}^{t_f} \sqrt{\left(\frac{\delta x}{\delta t}\right)^2 + \left(\frac{\delta y}{\delta t}\right)^2}$

$\frac{\delta x}{\delta t} = -sen\,t + (1\,sen\,t + t(\cos t))$

$= \cancel{-sen\,t} + \cancel{sen\,t} + t\cos t$

$= t\cos t$

$\frac{\delta y}{\delta t} = \cos t - (1\cos t + t(-sen\,t))$

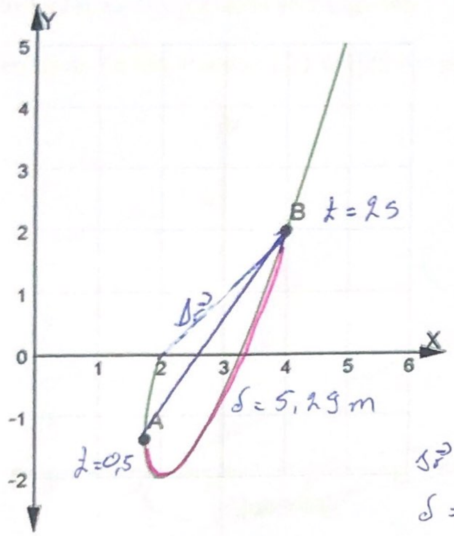
$\cancel{\cos t} - \cancel{\cos t} - t\,sen\,t$

$= -t\,sen\,t$

$\delta = \int_0^7 \sqrt{(t\cos t)^2 + (-t\,sen\,t)^2}\,\delta t$

$\delta = 24,5\,cm$

Ejercicio 1.3.5: Un auto de juguete se mueve en el plano **xy** siguiendo la función de posición $\vec{r}(t) = [(t^2 - t + 2)\hat{\imath} + (t^3 - 3t)\hat{\jmath}]$ **m**. Determine el desplazamiento y la distancia recorrida entre 0.5 y 2 segundos. Compruebe sus respuestas gráficamente.



$\Delta\vec{r} = (+2,2\hat{\imath} + 3,3\hat{\jmath})\,m$

$\delta = 5,3\,m$

Figura 1.3.5: trayectoria del auto de juguete que se mueve en el plano.

$\vec{r}(t) \Rightarrow 0,5$

$\vec{r}_{0,5} = [(0,5)^2 - 0,5 + 2]\hat{\imath} + [(0,5)^3 - 3(0,5)]\hat{\jmath}$

$\vec{r}_{0,5} = [0,25 - 0,5 + 2]\hat{\imath} + [0,125 - 1,5]\hat{\jmath}$

$\vec{r}_{0,5} = (1,75\hat{\imath} - 1,375\hat{\jmath})\,m$

$r_2 = (4\hat{\imath} + 2\hat{\jmath})\,m$

$\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_0$

$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_{0,5}$

$\Delta\vec{r} = (4\hat{\imath} + 2\hat{\jmath})\,m - (1,75\hat{\imath} - 1,375\hat{\jmath})\,m$

$\Delta\vec{r} = (2,25\hat{\imath} + 3,37\hat{\jmath})\,m$

$\delta = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt$

$\frac{dx}{dt} = t^2 - t + 2 \rightarrow x$
$= 2t - 1$

$\frac{dy}{dx} = t^3 - 3t \rightarrow y$
$= 3t^2 - 3$

$\delta = \int_{0,5}^{2} \sqrt{(2t-1)^2 + (3t^2 - 3)^2}\,dt$

$= \sqrt{(\cancel{4t^2} - 4t + 1) + (9t^4 - \cancel{18t^2} + 9)}\,dt$

$= \sqrt{9t^4 - 14t^2 - 4t + 10}\,dt$

$\delta = 5,29\,m$

Ejercicio 1.3.6: La trayectoria de la figura 1.3.6a es el resultado del movimiento de una persona, en el plano **xy**, durante 5 segundos. (a) Encuentre la velocidad y rapidez media entre A y B, (b) calcule la ecuación de velocidad instantánea y grafíquela, y (c) encuentre la velocidad instantánea de la persona en 2 segundos.

Ecuación de movimiento: $\vec{r}(t) = [[2t - \pi \sin(2t)]\hat{\imath} + [2 - \pi \cos(t)]\hat{\jmath}]$ cm.

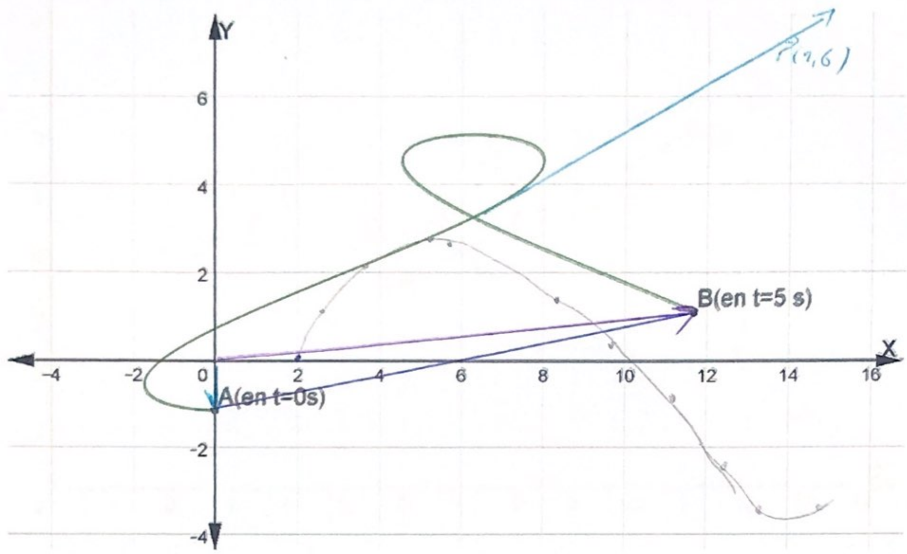


Figura 1.3.6: Trayectoria de una persona en el plano **xy**. Gráfica no está a escala.

• 0-5 segundos

$r(t) = [(2t - \pi \sin(2t))]\hat{\imath} + [2 - \pi\cos(t)]\hat{\jmath}]$ cm

$r(0s) = [(2(0) - \pi \sin(2(0))]\hat{\imath} + [2 - \pi\cos(0)]\hat{\jmath}]$ cm

$r(0s) = (0\hat{\imath} - 1{,}14\hat{\jmath})$ cm

$r(5s) = [(2(5) - \pi \sin(2(5)))]\hat{\imath} + [2 - \pi\cos(5)]\hat{\jmath}]$ cm

$r(5s) = 11{,}7\hat{\imath} + 1{,}11\hat{\jmath}$ cm

$\Delta\vec{r} = r_f - r_0 = \vec{r}_5 - \vec{r}_0$

$\Delta\vec{r} = (11{,}70\hat{\imath} + 1{,}11\hat{\jmath})\text{cm} - (0\hat{\imath} - 1{,}14\hat{\jmath})\text{cm}$

$\Delta\vec{r} = (11{,}70\hat{\imath} + 2{,}25\hat{\jmath})$ cm

Velocidad Media en A y B

$\vec{V}_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{(11{,}70\hat{\imath} + 2{,}25\hat{\jmath})\text{cm}}{5s}$

$\vec{V}_m = (2{,}34\hat{\imath} + 0{,}45\hat{\jmath})$ cm/s

• Distancia 0-5 segundos

$d = \int_A^B \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\, dt$

$\frac{dx}{dt} = 2t - \pi \operatorname{sen}(2t)$
$= 2 - \pi\cos(2t)(2)$
$= 2 - 2\pi\cos(2t)$

$\frac{dy}{dt} = 2 - \pi\cos(t)$
$= 2 - \pi(-\operatorname{sen}(t)(1))$
$= \pi \operatorname{sen}(t)$

$d = \int_0^5 \sqrt{(2 - 2\pi\cos(2t))^2 + (\pi \operatorname{sen}(t))^2}\, dt$

$d = 25{,}14$ cm

rapidez entre A y B

$|\vec{V}_m| = \frac{d}{t} = \frac{25{,}14\text{cm}}{5\text{seg}}$

$|\vec{V}_m| = 5{,}03$ cm/s

Ecuación Velocidad Instantanea.

$$\vec{V} = \frac{\delta r}{\delta t} = [(2 - 2\pi\cos 2t)]\hat{i} + [\pi \operatorname{sen}(t)\hat{j}]\,cm$$

$$V_{2s} = [2 - 2\pi\cos 2(2)]\hat{i} + [\pi \operatorname{sen}(2)\hat{j}]\,cm \Rightarrow$$

$$V_{2s} = (6{,}10\,\hat{i} + 2{,}85\,\hat{j})\,cm/s$$

c Velocidad Media

$$\vec{r}(t) = [2t - \pi \operatorname{sen}(2t)]\hat{i} + [2 - \pi\cos(t)]\hat{j}\,cm$$

$$\vec{r}(2s) = [2(2) - \pi \operatorname{sen} 2(2)]\hat{i} + [2\pi\cos(2)]\hat{j}\,cm$$

$$\vec{r}(2s) = (6{,}37\,\hat{j} + 3.3\,\hat{j})\,cm$$

Ejercicio 1.3.7: Una persona camina sobre una plataforma, describiendo una trayectoria que sigue la función de posición: $\vec{r}(t) = [(11-2t)\hat{\imath} + (6-t)\hat{\jmath}]\mathrm{m}$. (a) Grafique su trayectoria en los primeros 3 segundos, (a) determine, a partir de la gráfica, el tipo de movimiento (MRU o MRUV), (b) ¿Cuándo la persona dista 8 centímetros del origen de coordenadas?

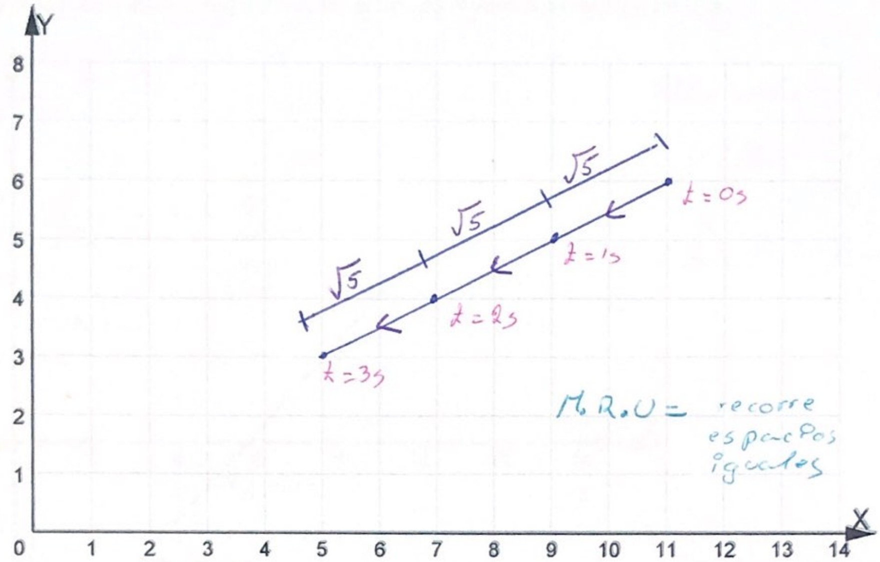


Figura 1.3.7: Trayectoria de una persona que camina en el plano.

a) 3 segundos

t	x	y
0	11	6
0,5	10	5,5
1	9	5
1,5	8	4,5
2	7	4
2,5	6	3,5
3	5	3

b. M.R.U 0-1

$\delta = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$\delta = \sqrt{(9,11)^2+(5-6)^2}$

$\sqrt{(-2)^2+(-1)^2}$

$\delta = \sqrt{2+1}$

$\delta = \sqrt{5}$

1-2

$\delta = \sqrt{(7,9)^2+(4,5)^2}$

$\delta = \sqrt{(-2)^2+(-1)^2}$

$\delta = \sqrt{4+1}$

$\delta = \sqrt{5}$

c. distan en 8cm

$P_1(0,0)$ $P_2(11,2t;6-t)$

$\delta = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$\delta = \sqrt{(11-2t-0)^2+(6-t-0)^2}$

$\delta = \sqrt{(11-2t)^2+(6-t)^2}$

$\delta = \sqrt{(121-44t+4t^2)+(36-12t+t^2)}$

$(8)^2 = (\sqrt{5t^2-56t+157})^2$

$64 = 5t^2-56t+157$

$0 = 5t^2-56t+93$

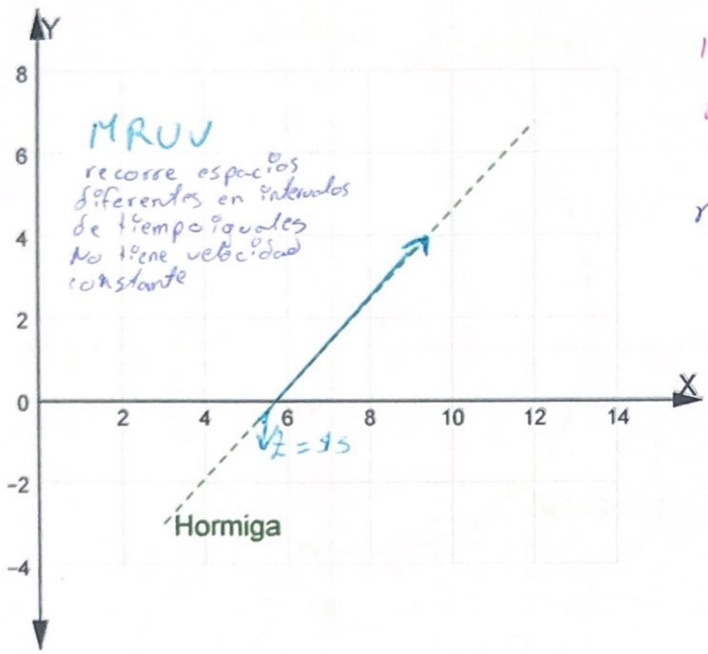
$t_1 = \frac{1}{5}(28-\sqrt{319})$ $\quad$ $t_2 = \frac{1}{5}(28+\sqrt{319})$

$= \frac{28}{5} - \frac{\sqrt{319}}{5}$ $\quad$ $= \frac{28}{5} + \frac{\sqrt{319}}{5}$

$= \frac{28-\sqrt{319}}{5}$ $\quad$ $= \frac{28+\sqrt{319}}{5}$

$t_1 = 2,03\,s$ $\quad$ $t_2 = 9,17\,s$

Ejercicio 1.3.8: Un niño observa cómo se desplaza una hormiga sobre una plataforma (plano xy). Si se toma la ubicación del niño como el origen de coordenadas, la posición de la hormiga se describe mediante: $\vec{r}(t) = [(0.25t^2 + 2.5t + 3)\hat{\imath} + (0.25t^2 + 2.5t - 3)\hat{\jmath}]\text{cm}$. Determine: (a) su rapidez en 1 y 2 segundos (b) los vectores de velocidad en 1 y 2 segundos, (c) los vectores de aceleración in 1 y 2 segundos, y (d) el tipo de movimiento (MRU o MRUV).



$|\vec{v}|$ = modulo velocidad

$r(t) = [(0,25)^2 + 2,5t(3)\hat{\imath} + (0,25t^2 + 2,5t - 3)\hat{\jmath}]$ cm

$r(1s) = (5,75\hat{\imath} - 0,25\hat{\jmath})$ cm

Figura 1.3.8: Movimiento en línea recta de una hormiga. Gráfica no está a escala.

a.) Rapidez 1-2 segundo

$\vec{r}(t) = [(0,25t^2 + 2,5t + 3)\hat{\imath} + (0,25t^2 + 2,5t - 3)\hat{\jmath}]$cm

$\vec{v} = \frac{\delta \vec{r}}{\delta t} \Rightarrow \vec{v}(t) = [(0,5t + 2,5)\hat{\imath} + (0,5t + 2,5)\hat{\jmath}]$cm

$|\vec{v}| = \sqrt{(3)^2 + (3)^2}$

$= \sqrt{9+9}$

$= 3\sqrt{9}$

$|v_{1s}| = 4,24$

$|\vec{v}| = \sqrt{(3,5)^2 + (3,5)^2}$

$= \sqrt{12,25 + 12,25}$

$= \frac{7\sqrt{2}}{2}$

$|\vec{V}_{2s}| = 4,9497$

b. Vectores velocidad 1-2 segundos

$\vec{v}_{(1s)} = [(0,5(1) + 2,5)\hat{\imath} + (0,5(1) + 2,5)\hat{\jmath}]$ cm

$\vec{v}(1s) = (3\hat{\imath} + 3\hat{\jmath})$ cm/s

$\vec{v}(2s) = [(0,5(2) + 2,5)\hat{\imath} + (0,5(2) + 2,5)\hat{\jmath}]$cm

$\vec{v}_{(2s)} = (3,5\hat{\imath} + 3,5\hat{\jmath})$ cm/s

c. aceleración 1-2 segundos

$\vec{v}(t) = [(0,5t + 2,5)\hat{\imath} + (0,5t + 2,5)\hat{\jmath}]$ cm

$\vec{a}(t) = [(0,5)\hat{\imath} + (0,5)\hat{\jmath}]$cm

$\vec{a}_{(1s)} = [(0,5)\hat{\imath} + (0,5)\hat{\jmath}]$cm/s?

$a(2s) = [(0,5)\hat{\imath} + (0,5)\hat{\jmath}]$ cm/s²

Ejercicio 1.3.9: La **partícula 1** tiene la función de posición $\vec{r}(t) = [\cos(t) + t\sin(t)]\hat{\imath} + [\sin(t) - t\cos(t)]\hat{\jmath}$ (ver figura 1.3.9). (a) Que aceleración debe tener una segunda partícula para que, siguiendo una trayectoria rectilínea, encuentre a la primera en uno de los puntos de su trayectoria (B, C o D). Suponga que la **partícula 2** parte del reposo de la posición $4\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}$ km.

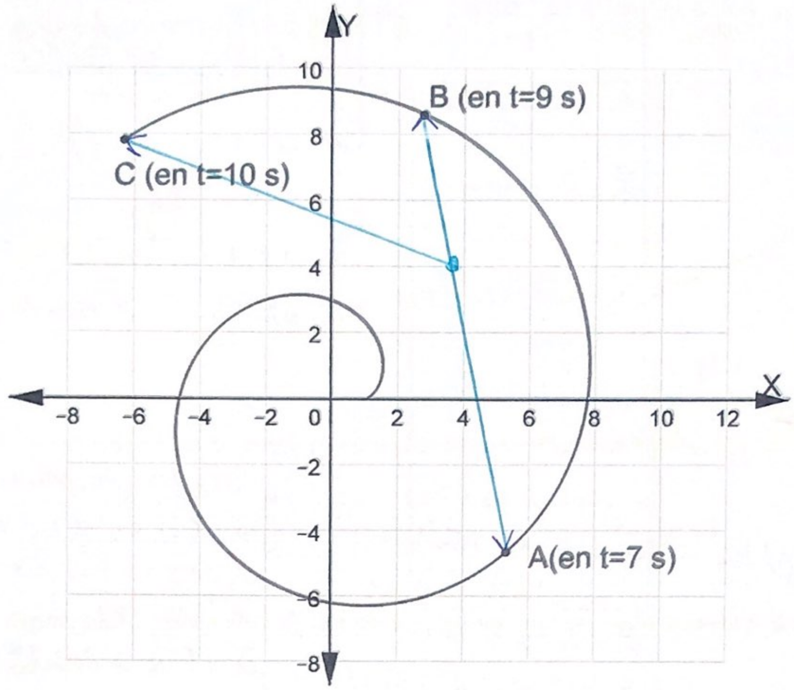


Figura 1.3.9. Trayectoria de dos partículas en el plano. Gráfica no está a escala.

Trayectoria C

- Pos en 10

$r(10) = [\cos(10) + 10\,\text{sen}(10)]\hat{\imath} + [\sin(10) - 10\cos(10)]\hat{\jmath}$

$\vec{r}(10) = (-6{,}28\hat{\imath} + 7{,}88\hat{\jmath})\,Km$

- Distancia en 10 h.

$P_1(4\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}) \quad P_2(-6{,}28\hat{\imath} + 7{,}88\hat{\jmath})$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$d = \sqrt{(-6{,}28 - 4)^2 + (7{,}88 - 4)^2}$

$d = \sqrt{105{,}67 + 15{,}05}$

$d = \sqrt{120{,}72}$

$d = 10{,}99\ Km$

- Forma Escalar

$d = V_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$

$\vec{a} = \frac{(d - \cancel{V_0 t})2}{t^2} = \frac{2d}{t^2}$

$\vec{a} = \frac{2(10{,}99\ Km)}{(10\,h)^2}$

$\vec{a} = 0{,}22\ Km/h^2$

convertir a m/s

$\vec{a} = 1{,}7 \times 10^{-5}\ m/s^2$

$\vec{a} = (\text{módulo}, \text{dirección})$

- $\Delta\vec{r}$

$\Delta\vec{r} = \vec{r}_0 - \vec{r}_f = (4\hat{\imath} + 4\hat{\jmath})\,Km - (-6{,}28\hat{\imath} + 7{,}88\hat{\jmath})\,Km$

$\Delta\vec{r} = (10{,}28\hat{\imath} - 3{,}88\hat{\jmath})\,Km$

- Dirección vector unitario

$\hat{u} = \frac{(10{,}28\hat{\imath} - 3{,}88\hat{\jmath})\,\cancel{Km}}{10{,}99\,\cancel{Km}}$

$u = (0{,}94\hat{\imath} - 0{,}35\hat{\jmath})$

- Aceleración

$\vec{a} = (1{,}7 \times 10^{-5}\ m/s^2)(0{,}94\hat{\imath} - 0{,}35\hat{\jmath})$

$\vec{a} = (1{,}6 \times 10^{-5}\hat{\imath} - 5{,}95 \times 10^{-6})\ m/s^2$

Trayectoria B

- Pos en 9h

$\vec{r}(9) = [\cos(9) + (9)\sin(9)]\hat{\imath} + [\sin(9) - (9)\cos(9)]\hat{\jmath}$

$\vec{r}(9) = (2{,}79\hat{\imath} + 8{,}61\hat{\jmath})$ Km

- Distancia en 9h.

$P_1(4\hat{\imath} + 4\hat{\jmath}) \quad P_2(2{,}79\hat{\imath} + 8{,}61\hat{\jmath})$

$\delta = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$\delta = \sqrt{(2{,}79 - 4)^2 + (8{,}61 - 4)^2}$

$\delta = \sqrt{1{,}46 + 21{,}25}$

$\delta = \sqrt{22{,}71}$

$\delta = 4{,}76$ Km

-

- Escalar

$\delta = V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$\vec{a} = \frac{(\delta - V_0 t)^2}{t^2} = \frac{2\delta}{t^2}$

$\vec{a} = \frac{2(4{,}76\ Km)}{(9h)^2}$

$\vec{a} = 0{,}11\ Km/h^2$

Convertir

$\vec{a} = 8{,}5 \times 10^{-6} m/s^2$

- vector desplazamiento

$\Delta\vec{r} = \vec{r}f - \vec{r}o = (4\hat{\imath} + 4\hat{\jmath})$ Km $- (2{,}79\hat{\imath} + 8{,}61\hat{\jmath})$ Km

$\Delta\vec{r} = (1{,}21\hat{\imath} - 4{,}61\hat{\jmath})$ Km

- Dirección vector unitario

$\hat{u} = \frac{(1{,}21\hat{\imath} - 4{,}61\hat{\jmath})\ Km}{4{,}76\ Km}$

$u = (0{,}25\hat{\imath} - 0{,}96\hat{\jmath})$

- aceleración

$\vec{a} = (8{,}5 \times 10^{-6} m/s^2)\ (0{,}25\hat{\imath} - 0{,}96\hat{\jmath})$

$\vec{a} = (2{,}12 \times 10^{-6} - 8{,}16 \times 10^{-6})\ m/s^2$.

Trayectoria A

- Pos en 7h.

$\vec{r}(7) = (5{,}35\hat{\imath} - 4{,}62\hat{\jmath})$ Km

- Distancia en 7h.

$\delta = 8.72$ Km

- formas escalar

$\vec{a} = 0{,}35\ Km/h^2$

convertir a m/s^2

$\vec{a} = 2{,}7 \times 10^{-5} m/s^2$

$\vec{a} =$ (módulo, dirección)

- vector desplazamiento

$\Delta\vec{r} = (-1{,}35\hat{\imath} + 8{,}62\hat{\jmath})$ Km

- Dirección

$\hat{u} = (-0{,}15 + 0{,}98\hat{\jmath})$

- aceleración

$\vec{a} = (-4.05 \times 10^{-6} + 2{,}65 \times 10^{-5})\ m/s$

Ejercicio 1.3.10: Dos objetos siguen las trayectorias rectilíneas descritas por las ecuaciones de posición $\vec{r}_1(t)$ y $\vec{r}_2(t)$, respectivamente. Indique (en la gráfica 1.3.10) la dirección de movimiento de cada objeto. Diga cuanto distan en el momento de partida. ¿Se encuentran? Encuentre la velocidad y aceleración de cada objeto en tiempo 3 segundos.

$$\vec{r}_1(t) = \left[(4t-7)\hat{\imath} + \left(\frac{5}{3}t-2\right)\hat{\jmath}\right]\text{cm} \quad \& \quad \vec{r}_2(t) = [5\hat{\imath} + (-3t+7)\hat{\jmath}]\text{ cm}$$

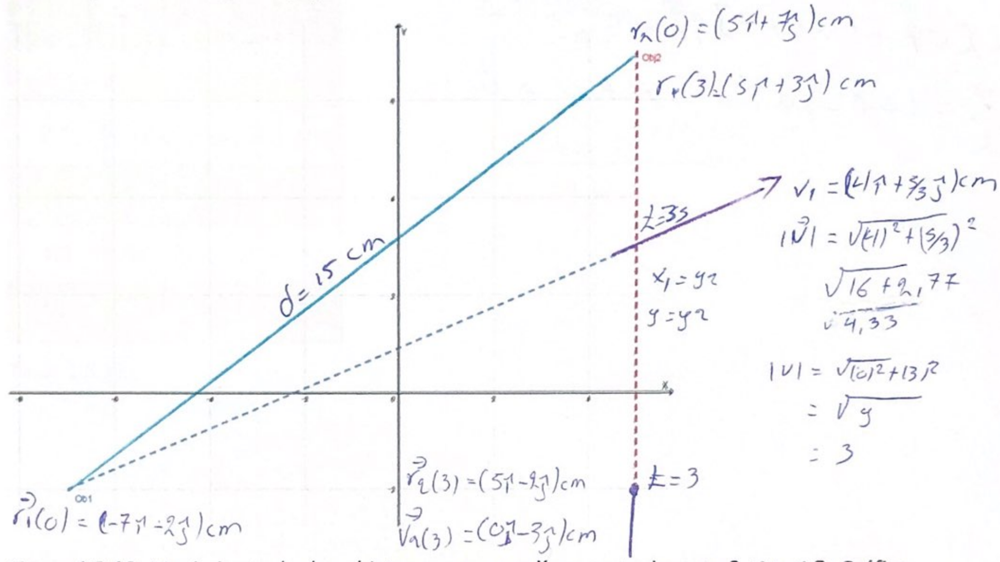


Figura 1.3.10: Movimiento de dos objetos que van en línea recta durante $0 \le t \le 3$. Gráfica no está a escala.

- 1^{era} función

$r_1(t) = [(4t-7)\hat{\imath} + (5/3\,t-2)\hat{\jmath}]$cm

$\vec{r}_1(0) = [(4(0)-7)\hat{\imath} + (5/3\,(0)-2)\hat{\jmath}]$cm

$r_1(0) = (-7\hat{\imath} - 2\hat{\jmath})$cm

- 2^{da} función

$r_2(t) = [5\hat{\imath} + (-3t+7)\hat{\jmath}]$cm

$\vec{r}_2(0) = [5\hat{\imath} + (-3(0)+7)\hat{\jmath}]$cm

$\vec{r}_2(0) = (5\hat{\imath} + 7\hat{\jmath})$cm

- Cuanto distan

$P_1(-7,-2)$ $P_2(5,7)$

x_1 x_2

$\delta = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$

$\delta = \sqrt{(5+7)^2 + (7+2)^2}$

$\delta = \sqrt{(12)^2 + (9)^2}$

$\delta = \sqrt{144 + 81}$

$\delta = \sqrt{225}$

$\delta = 15$ cm

- ¿Se encuentran?

Despejar x

$4t - 7 = 5$

$4t = 5 + 7$

$t = 12/4$

$t = 3$

Despejar y

$\frac{5}{3}t - 2 = 3t + 7$

$\frac{5t}{3}\ \frac{3t}{1} = 7 + 2$

$\frac{14t}{3} = 9$

$14t = 9 \cdot 3$

$14t = 27$

$t = 27/14$

$t = 1,93s$

No se encuentran

• Velocidad y aceleración en 3 seg

Posición 1

$\vec{r}(t) = [(4t-7)\hat{i} + (\frac{5}{3}t - 2)\hat{j}]$ cm

$\vec{V}_1 = \frac{\delta r}{\delta t} = [4\hat{i} + \frac{5}{3}\hat{j})$ → M.R.U → $\vec{V}_1(3s)$

Posición 2. Derivar

$r(t) = [5t + (-3t+7)]\hat{j}]$ cm

$V_2 = \frac{\delta \vec{r}}{\delta t} = (0\hat{i} - 3\hat{j})$ cm → M.R.U → $\vec{V}_2(3s)$

Ejercicio 1.3.11: Encuentre el máximo alcance horizontal (R) para cada combinación. ¿Con que ángulo se obtienen el máximo alcance horizontal y porqué? Porque 90° grados es la mayor amplitud del ángulo.

$\vec{v}_0$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
1.0	0,088	0,1020	0,088
2.0	0,3534	0,4081	0,3534
3.0	0,7953	0,9183	0,7953
4.0	1,4139	1,6326	1,4139
5.0	2,2092	2,550	2,2092

Tabla 1.3.11

$$R = \frac{|v_0|^2 \operatorname{sen} 2\theta}{|\vec{g}|}$$

$$R = \frac{1^2 \operatorname{sen} 2(\pi/6)}{9,8}$$

Ejercicio 1.3.12: Complete la tabla.

$\vec{v}_0$	θ_1	θ_2	R_1	R_2	$\theta_1 + \theta_2$
2	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	0,35	0,35	$\frac{1}{2}\pi$
2	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	0,40	0,40	$\frac{1}{2}\pi$
2	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	0,35	0,35	$\frac{1}{2}\pi$
3	10°	80°	0,31	0,31	90°
3	45°	45°	0,91	0,91	90°
3	80°	10°	0,31	0,31	90°

$$R = \frac{|v_0|^2 \operatorname{sen} 2\theta}{|\vec{g}|}$$

Figura 1.3.13: Un proyectil se lanza desde el suelo con un ángulo de 12 grados con la horizontal. Si el proyectil debe tener un alcance de 200 pies. (a) ¿cuál será la velocidad inicial mínima requerida? (b)Encuentre las ecuaciones de movimiento del proyectil y a partir de ellas diga la velocidad con la que impacta el piso.

$\theta = 12^{\circ}$

$R = 200$ pie

$\vec{V_0} = ?$

$|\vec{g}| = 32$ pies/s^2

$\vec{r}(t) = (r_{0x} + |v_0| \cos\theta\, t)\hat{\imath} + (h_0 + |v_0| \operatorname{sen}\theta\, t - \frac{1}{2}|\vec{g}|\, t^2)\hat{\jmath}$

$r(t) = (|\vec{v_0}| \cos 12^{\circ} t)\hat{\imath} + (|\vec{v_0}| \operatorname{Sen} 12^{\circ} t - 16 t^2)\hat{\jmath}$

$(200\hat{\imath} + 0\hat{\jmath}) = (|\vec{v_0}| \cos 12^{\circ} t)\hat{\imath}\ (|\vec{V_0}| \operatorname{Sen} 12^{\circ} t - 16 t^2)\hat{\jmath}$

$200 = |\vec{v_0}| \cos 12^{\circ} t \quad \Rightarrow |\vec{V_0}| = \dfrac{200}{\cos 12^{\circ} t}$

$0 = |\vec{v_0}| \operatorname{Sen} 12^{\circ} t - 16 t^2$

$0 = \dfrac{200}{\cos 12^{\circ} \cancel{t}} \operatorname{Sen} 12^{\circ} \cancel{t} - 16 t^2 .$

$200 \cdot \tan 12^{\circ} - 16 t^2 = 0$

$t = \sqrt{\dfrac{200 \tan 12^{\circ}}{16}}$

$t = 1{,}63$ s

$|\vec{V_0}| = \dfrac{200}{\cos 12^{\circ}(1{,}63 s)} = 125{,}44$ //

vx = modulo . cos θ

vy = modulo . sen θ

b. $\vec{V_0} = (|\vec{v_0}|, \theta) = (26{,}4\ ,\ 12)$

$= (122{,}65\hat{\imath} + 26{,}07\hat{\jmath})$

• $\vec{r}(t) = (|\vec{v_0}| \cos\theta\, t)\hat{\imath} + (|\vec{v_0}| \operatorname{sen}\theta\, t - \frac{1}{2}|\vec{g}|\, t^2)\hat{\jmath}$

$r(t) = (125{,}4 \cdot \cos 12^{\circ} t)\hat{\imath} + (125{,}4 \operatorname{sen} 12^{\circ} t - 16 t^2)\hat{\jmath}$

$r(t) = (122{,}66\, t)\hat{\jmath} + (26{,}07 - 16 t^2)$ → posición

• $\vec{V}(t) = \dfrac{\delta r}{\delta t}$

$V(t) = (122{,}66)\hat{\imath} + (26{,}07 - 32t)\hat{\jmath}$ → velocidad

• $a(t) = \dfrac{\delta v}{\delta t}$

$a(t) = -32\hat{\jmath}$

$t = 1{,}63$ s

$\vec{V}_{1,63} = (122{,}65\hat{\imath} - 26{,}07\hat{\jmath})$

1.3.14: Una pelota de béisbol es golpeada a 3 pies sobre el nivel del suelo a 100 pie/s y con un ángulo de 45 grados respecto al suelo, como se muestra en la figura. (a) Halle el vector de posición cuando la pelota alcanza la máxima altura. (b) ¿Pasará por encima de la valla de 10 pies de altura localizada a 300 pie del plato de lanzamiento? (c)Encuentre la distancia total recorrida por la pelota.

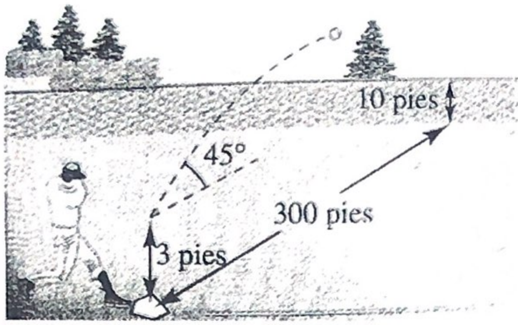


Figure 1.3.14: Movimiento parabólico de una pelota de beisbol.

$r_o = (0\hat{\imath} + 3\hat{\jmath})$ pie

$|\vec{v}_o| = 100$ pies

$\vec{H}max = ?$

$r(t) = (r_{o_x} + |\vec{v}_o| \cos\theta\, t)\hat{\imath} + (h_o + |\vec{v}_o| \operatorname{sen}\theta\, t - \frac{1}{2}|\vec{g}|t^2)\hat{\jmath}$

$\vec{r}(t) = (100 \cos 45^\circ t)\hat{\imath} + (3 + 100 \operatorname{sen} 45^\circ t - 16t^2)\hat{\jmath}$

$\vec{r}(t) = (70{,}71)\hat{\imath} + (3 + 70{,}71\,t - 16t^2)\hat{\jmath}$

$v(t) = (70{,}71)\hat{\imath} + (70{,}71 - 32t)\hat{\jmath}$

$70.71 - 32t = 0$

$t = \frac{70.71}{32} = 2{,}21$

$Hmax = (70{,}71 \cdot 2.25)\hat{\imath} + (3 + 70{,}71(2{,}25) - 16(2{,}25)^2)\hat{\jmath}$

$= (156{,}25)\hat{\imath} + \underbrace{(81{,}12)}_{\to Hmax}\hat{\jmath}$.

$70{,}71\,t = 300 \to t = \frac{300}{70{,}71} = 4{,}24\,s$

$3 + 70{,}71(4{,}24) - 16(4{,}24)^2 = r_y = 4{,}24$

$15{,}16 = r_y - 4{,}24 \to$ si pasa.

C

$\vec{r}(t) = (70.71t)\,\hat{i} + (3 + 70.71t - 16t^2)\,\hat{j}$

$100 \times 0 = (3 + 70.71t - 16t^2) \times 100$

$0 = 300 + 70.71t - 1600t^2$

$-1 \times (-1000t^2 + 70.71t + 300) = 0 \times -1$

$1600t^2 - 70.71t - 300 = 0$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{-(-70.71) \pm \sqrt{(-70.71)^2 - 4(1600)(-300)}}{2(1600)}$$

$x_+ = 4.46 \qquad x_- = -0.04$

$$\delta = \int_0^{4.46} \sqrt{\left(\frac{\delta x}{\delta t}\right)^2 + \left(\frac{\delta y}{\delta t}\right)^2}\ \delta t$$

$$\delta = \int_0^{4.46} \sqrt{(70.71)^2 + (70.71 - 32)(4.46))^2}\ \delta t$$

$$\delta = \int_0^{4.46} \sqrt{(70.71)^2 + (-72.01)^2}$$

$\delta = 450.11$

Ejercicio 1.3.15: (a) Determinar la velocidad con la que un niño de 1.5 m de altura lanzó una piedra. Se sabe que $\theta = \frac{\pi}{6}$ rad y que 3 segundos después del lanzamiento la posición de la pelota es $(10\hat{\imath} + 5\hat{\jmath})$ m.

$\vec{V_0} = ?$ $\quad t = 3s \Rightarrow \vec{r}_3 \ (10\hat{\imath} + 5\hat{\jmath})\,m$

$h\ max = 15m$ $\quad \ni \vec{r_0} = (0\hat{\imath} + 1,5\hat{\jmath})\,m$

$\theta = \pi/6$ rad

$r(t) = (|\vec{V_0}| \cos(\pi/6)\,\hat{\imath}\,(1,5 + |\vec{V_0}| \operatorname{sen}[\pi/6]\,t - 4,9\,t^2)\,\hat{\jmath}$

$(10\hat{\imath} + 15\hat{\jmath}) = (|\vec{V_0}| \cos[\pi/6]\,t\,3)\,\hat{\imath} + (1,5 + |V_0| \operatorname{sen}[\pi/6]\,3$

$3|\vec{V_0}| \cos[\pi/6] = 10$

$|V_0| = \dfrac{10}{3\cos[\pi/6]} = 3,85\ m/s$ $\leftarrow$ Calculadora en R

$V_0 = (3,85,\ \pi/6\ rad)$

$= 3,33\,\hat{\imath} + 1,93\,\hat{\jmath}$

Ejercicio 1.3.16: Un avión de rescate deja caer un paquete de provisiones de emergencia a unos excursionistas sin recurso, como se muestra en la figura 1.3.16. El avión viaja horizontalmente a 40 m/s con una altura de 100 m sobre la superficie de la Tierra. Encuentre: (a) sus ecuaciones de movimiento, (b) los vectores de posición y velocidad del paquete cuando golpea la superficie terrestre.

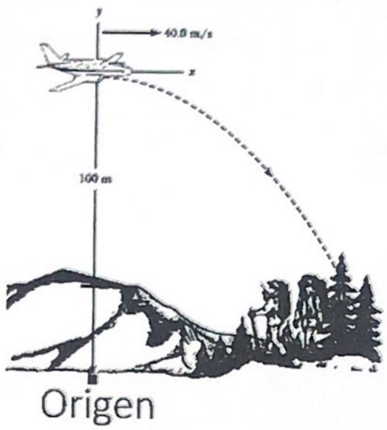


Figura 1.3.16: Trayectoria parabólica de un paquete de provisiones.

a $\vec{V_0} = (40\hat{i} + 0\hat{j})\ m/s$

$\vec{r_0} = (0\hat{i} + 100\hat{j})\ m$

$r(t) = (40t)\hat{i} + (100 + 0 - 4{,}9t^2)\hat{j}$

$r(t) = (40t)\hat{i} + (100 - 4{,}9t^2)\hat{j}$

$\vec{v}(t) = (40)\hat{i} + (-9{,}8)\hat{j}$

$a(t) = -9{,}8\hat{j}$

b $100 - 4{,}9t^2 = 0$

$t = \sqrt{\frac{100}{4{,}9}} = 4{,}52\ s$

$r_{4,52}\ (180{,}7\hat{i} + 0\hat{j})$

$v_{4,52}\ (40\hat{i} - 44{,}3\hat{j})\ m/s$

Ejercicio 1.3.17: En un laboratorio de desarrollo de armas se valida la precisión de un lanzamisiles de alcance reducido. El esquema de prueba es el siguiente: Lanzar un misil desde una torre de 10 metros de altura y con una inclinación $\theta = \frac{\pi}{3}$ **rad**, para que alcance a una camioneta que se mueve con MRU (ver figura 1.3.17). El lanzamiento se realiza 60 segundos después que parte la camioneta, cuando esta se encuentra en la posición $x = +100\hat{\imath}$ m. Se requiere determinar la velocidad de lanzamiento para que el misil impacte a la camioneta en la posición $x = +110\,\hat{\imath}\,\mathrm{m}$.

$\vec{r}(0\hat{\imath} + 10\hat{\jmath})$

$\theta = \pi/3$ rad

$R = 110$

$V_x = \frac{110}{6} = 18.33\ m/s$

$x = 100\hat{\imath} \rightarrow 60s$

$\vec{V} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{100}{60s} = 1{,}66\ m/s$

$t = \frac{\Delta r}{V} = \frac{10}{1{,}66} = 6{,}02\ s$

$\vec{r}_y = \vec{r}_{oy} + \vec{V}_o t - \frac{1}{2}(9{,}8)t^2$

$V_{oy} = \frac{4{,}9t^2 - 10}{t} = \frac{4{,}9(6)^2 - 10}{6} = 27{,}73$

$\vec{V}_o = (18{,}3)\hat{\imath} + 27{,}73\hat{\jmath})\ m/s.$