

Question. 4-03

$x < 0$ 인 Dataset \mathcal{D} 가 다음과 같이 주어졌다.

$$\mathcal{D} = \{(x^{(1)}, y^{(1)}), (x^{(2)}, y^{(2)}), (x^{(3)}, y^{(3)})\} = \{(-0.1, 2.9), (-1, 2), (-5, -2)\}$$

Dataset을 $y = x + 3$ 에서부터 만들었기 때문에, 모델을 $\hat{y} = \theta_1 x + \theta_0$ 로 설정하였다.

initial $\vec{\theta}$ 가 $\theta_1 = -1, \theta_0 = -1$ 일 때, 다음 질문에 답하시오.

1) 각 data samples에 대한 Square Loss를 구하고 서로 비교하시오.

2) 1)에서의 결과를 통하여 $x < 0$ 인 Dataset에서 $|x^{(i)}|$ 가 γ 배 되었을 때, Loss의 변화를 증가, 감소로 표현하시오.

1) $L = (y - \hat{y})^2 = (y - (\theta_1 x + \theta_0))^2$ 에서 $(\theta_1, \theta_0) = (-1, -1)$ 이므로 $L = (y + x + 1)^2 = (2x + 4)^2$ 이다.

그러므로 $(x, y) = (-0.1, 2.9)$ 일 때, $L = (2.9 - 0.1 + 1)^2 = 14.44$

$(x, y) = (-1, 2)$ 일 때, $L = (2 - (-1) + 1)^2 = 4$

$(x, y) = (-5, -2)$ 일 때, $L = (-2 - 5 + 1)^2 = 36$ 이다.

2) $x < 0$ 인 Dataset에서 $|x^{(i)}|$ 가 γ 배 되었을 때 $L = ((\gamma+1)x + 4)^2$ 이다.

이때, $\gamma+1 \leq 4$ 즉, $\gamma \leq 3$ 인 경우 L 는 증가하고

$\gamma+1 > 4$ 즉, $\gamma > 3$ 인 경우 L 는 감소하며

$0 > \gamma > -1$ 인 경우 L 는 다시 증가한다.