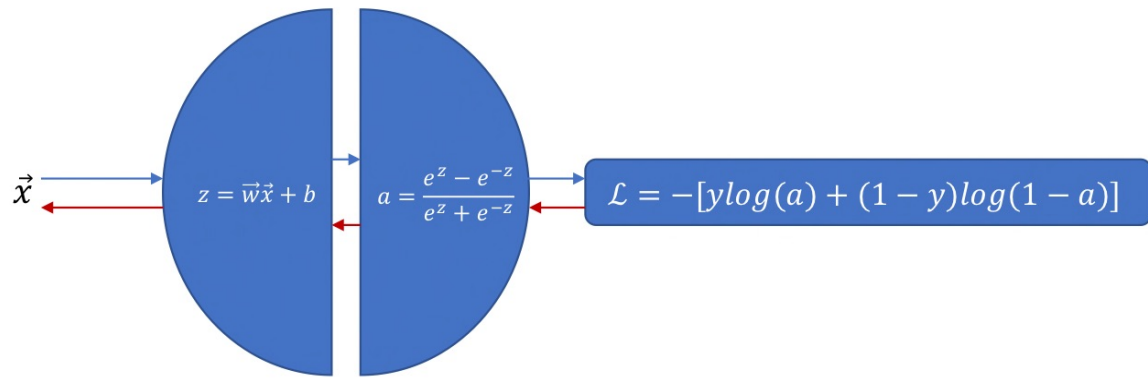


Question. 7-04

다음과 같이 Logistic Regression Model에서 Activation Function을 Tanh Function으로 설정하였다.

이때, 다음 물음에 답하시오.



- 1) Tanh Function의 Partial Derivative를 구하고 Backpropagation되는 값을 구하시오.
(단, Loss Function으로 부터의 Backpropagation 값은 $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a}$ 로만 표기한다.)
- 2) Backpropagation 진행 시 Tanh Function의 Partial Derivative가 업데이트 시키는 크기의 최댓값과 최솟값을 찾고 그때의 input z 를 구하시오.
- 3) Tanh Function의 Partial Derivative의 크기를 최대 혹은 최소로 만드는 input z 의 의미는 무엇인가.

$$\begin{aligned}
 1) \quad \frac{\partial (\tanh(z))}{\partial z} &= \frac{\partial \left[\frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}} \right]}{\partial z} = \frac{\left[\frac{\partial}{\partial z} (e^z - e^{-z}) \right] (e^z + e^{-z}) - (e^z - e^{-z}) \left[\frac{\partial}{\partial z} (e^z + e^{-z}) \right]}{(e^z + e^{-z})^2} \\
 &= \frac{(e^z + e^{-z})^2 - (e^z - e^{-z})^2}{(e^z + e^{-z})^2} = \frac{4}{(e^z + e^{-z})^2} = \frac{2e^z}{e^z + e^{-z}} * \frac{2e^{-z}}{e^z + e^{-z}} \\
 &= \frac{(e^z + e^{-z}) + (e^z - e^{-z})}{e^z + e^{-z}} * \frac{(e^z + e^{-z}) - (e^z - e^{-z})}{e^z + e^{-z}} \\
 &= \left(1 + \frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}} \right) \left(1 - \frac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}} \right) = (1 + \tanh(z))(1 - \tanh(z))
 \end{aligned}$$

그러므로 Tanh Function으로부터 Backpropagation 되는 값은 $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a} (1 + \tanh(z))(1 - \tanh(z))$ 이다.

$$2) \quad \frac{\partial \left[\frac{\partial (\tanh(z))}{\partial z} \right]}{\partial z} = - \frac{8(e^{2z} - 1)e^{2z}}{(e^{2z} + 1)^3}$$

$$\therefore z=0 \text{ or } z=\pm\infty, \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial (\tanh(z))}{\partial z} \right] = 0$$

$$\text{if } z=0, \frac{\partial (\tanh(z))}{\partial z} = 1$$

$$\text{if } z=\pm\infty, \frac{\partial (\tanh(z))}{\partial z} = 0$$

$\therefore z=0$ 일 때 최댓값 1, $z=\pm\infty$ 일 때 최솟값 0을 갖는다.

- 3) $z = \pm\infty$ 은 Binary Classification의 결과가 0 혹은 1로 확실한 경우를 의미한다.

이때, 확실한 값을 재시도(update)가 일어나지 않는다.

$z=0$ 은 Binary Classification의 결과가 가장 불확실한 경우를 의미한다.

따라서, update가 가장 크게 일어난다.