

Question. 4-02

$x > 0$ 인 Dataset \mathcal{D} 가 다음과 같이 주어졌다.

$$\mathcal{D} = \{(x^{(1)}, y^{(1)}), (x^{(2)}, y^{(2)}), (x^{(3)}, y^{(3)})\} = \{(0.1, 3.1), (1, 4), (5, 8)\}$$

Dataset을 $y = x + 3$ 에서부터 만들었기 때문에, 모델을 $\hat{y} = \theta_1 x + \theta_0$ 로 설정하였다.

initial $\vec{\theta}$ 가 $\theta_1 = -1, \theta_0 = -1$ 일 때, 다음 질문에 답하시오.

1) 각 data samples에 대한 Square Loss를 구하고 서로 비교하시오.

2) 1)에서의 결과를 통하여 $x > 0$ 인 Dataset에서 $|x^{(i)}|$ 가 γ 배 되었을 때, Loss의 변화를 증가, 감소로 표현하시오.

1) $\mathcal{L} = (y - \hat{y})^2 = (y - (\theta_1 x + \theta_0))^2$ 에서 $(\theta_1, \theta_0) = (-1, -1)$ 이므로 $\mathcal{L} = (y + x + 1)^2 = (2x + 4)^2$ 이다.
 그러므로 $(x, y) = (0.1, 3.1)$ 일 때 $\mathcal{L} = (3.1 + 0.1 + 1)^2 = 4.2^2 = 17.64$
 $(x, y) = (1, 4)$ 일 때 $\mathcal{L} = (4 + 1 + 1)^2 = 36$
 $(x, y) = (5, 8)$ 일 때 $\mathcal{L} = (8 + 5 + 1)^2 = 196$ 이다.

2) $x > 0$ 인 Dataset에서 $|x^{(i)}|$ 가 γ 배 되었을 때 $\mathcal{L} = ((\gamma + 1)x + 4)^2$ 이다.
 이때, $\gamma > 1$ 이면 \mathcal{L} 에 의한 Loss = $(2x + 4)^2$ 이므로 $\gamma + 1 > 2$ 즉, $\gamma > 1$ 일 때 Loss는 증가하고
 $\gamma + 1 < 2$ 즉, $0 < \gamma < 1$ 일 때 Loss는 감소한다.