Lezione_01

Problema computazionale

Un problema computazionale è costituito da

- un insieme I di *istanze* (i *possibili input*)
- un insieme S di *soluzioni* (i *possibili output*)
- una relazione Π che a ogni istanza $i \in I$ associa *una o più* soluzioni $s \in S$

Osservazione

Π è un sottoinsieme del prodotto cartesiano $I \times S$

Esempi

Somma di Interi (Z)

- $\mathcal{I} = \{(x, y) \ : \ x, y \in Z\}$;
- $\mathcal{S} = Z$;
- $\Pi = \{((x, y), s) \ : \ (x, y) \in \mathcal{I}, s \in \mathcal{S}, s = x + y\}$.
  Ad es: $((1, 9), 10) \in \Pi$; $((23, 6), 29) \in \Pi$ $((13, 45), 31) \notin \Pi$

Ordinamento di array di interi

- $\mathcal{I} = \{A \ : \ A = \text{array di interi}\}$;
- $\mathcal{S} = \{B \ : \ B = \text{array ordinati di interi}\}$;
- $\Pi = \{(A, B) \ : \ A \in \mathcal{I}, B \in \mathcal{S}, B \text{ contiene gli stessi interi di } A\}$.
  Ad es.
  $$(< 43, 16, 75, 2 >, < 2, 16, 43, 75 >) \in \Pi$$
  $$(< 7, 1, 7, 3, 3, 5 >, < 1, 3, 3, 5, 7, 7 >)$$
  $$(< 13, 4, 25, 17 >, < 11, 27, 33, 68 >)$$

Ordinamento di array di interi (ver.2)

- $\mathcal{I} = \{A \ : \ A = \text{array di interi}\}$;
- $\mathcal{S} = \{P \ : \ P = \text{permutazioni}\}$;
- $\Pi = \{(A, P) \ : \ A \in \mathcal{I}, P \in \mathcal{S}, P \text{ ordina gli interi di } A\}$.
  Ad es.
  $$(< 43, 16, 75, 2 >, < 4, 2, 1, 3 >) \in \Pi$$
  $$(< 7, 1, 7, 3, 3, 5 >, < 2, 4, 5, 6, 1, 3 >) \in \Pi$$
  $$(< 7, 1, 7, 3, 3, 5 >, < 2, 5, 4, 6, 1, 3 >) \in \Pi$$
  $$(< 13, 4, 25, 17 >, < 1, 2, 4, 3 >)$$

Osservazioni

- Istanze diverse possono avere la stessa soluzione (come la somma)
- Un'istanza può avere diverse soluzioni (come l'ordinamento ver. 2)

Esercizi

Esercizio

Specificare come problema computazionale Π la verifica se due insieme finiti di oggetti da un universo U sono disgiunti oppure no.

$$I \equiv \{(A, B) : A, B \subseteq U,\ A, B \text{ finiti}\}$$

$$S \equiv \{true,\ false\}$$

$$\Pi \equiv \{((A, B), s) \text{ se } A \cap B = \emptyset \text{ allora } s = true,\ \text{ se } A \cap B \neq \emptyset \text{ allora } s = false\} \quad s \in S,\ (A, B) \in I$$

Esercizio

Specificare come problema computazionale Π la ricerca dell'inizio e della lunghezza del più lungo segmento di 1 consecutivi in una stringa binaria.

$$I \equiv \{A : A \text{ è una stringa binaria}\}$$

$$S \equiv \{(i, l) : i, l \in \mathbb{N}_0\}$$

$$\{(A, (i, l)) : i \text{ la casella di inizio del segmento di 1 consecutivi più numeroso}, l \text{ la lunghezza del segmento di 1 consecutivi più lungo}\}$$

Algoritmo e modello di calcolo

Definizione

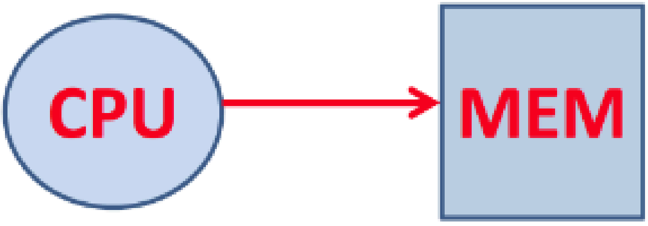
Un *algoritmo* procedura computazionale ben definita che trasforma un dato *input* in un *output* eseguendo una sequenza finita di *operazioni elementari*.

□

L'algoritmo fa riferimento a un *modello di calcolo*, ovvero un'astrazione di computer che definisce l'insieme di operazioni elementari.

Le operazioni elementari sono: assegnamento, operazioni logiche, operazioni aritmetiche, indicizzazione di array, return di un valore da parte di un metodo, ecc.

Modello di calcolo RAM (Random Access Machine)



In questo modello input, output, dati intermedi (e il programma) si trovano in memoria.

Un algoritmo A risolve un *problema computazionale* $\Pi \subseteq I \times S$ *se*:

1. A calcola una funzione da I a S e quindi,
   - riceve come input istanze $i \in I$
   - produce come output soluzioni $s \in S$
2. Dato $i \in I$, A produce in output $sinS$ tale che $(i, s) \in \Pi$.
   Se Π associa più soluzioni a una istanza i, per tale istanza A ne calcola una (quale, dipende da come è stato progettato).