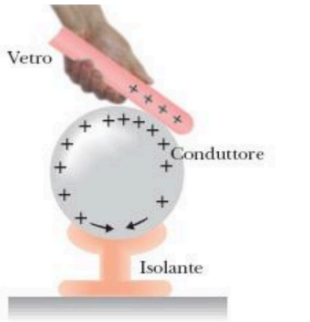
Lezione_02

1.1.8. Elettrizzazione per contatto - conduttore isolato



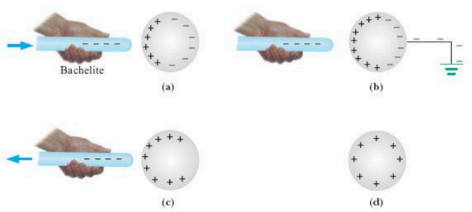
▲ Figura 1.6 Carica di una sfera di materiale conduttore isolato per contatto e ridistribuzione sulla superficie.

P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci
Elementi di fisica Elettromagnetismo e Onde ed.III
EdiSES Università

La carica che era presente nella bacchetta si trasferisce nel conduttore, così la bacchetta si scarica e il conduttore si carica.

1.1.9. Elettrizzazione per contatto - conduttore a terra

▶ Figura 1.8 Fasi del processo di carica di un conduttore sferico isolato per induzione elettrostatica.



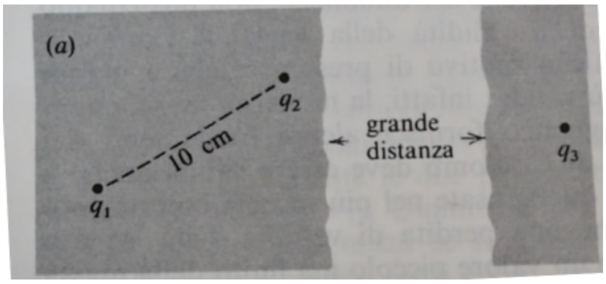
P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci
Elementi di fisica Elettromagnetismo e Onde ed.III
EdiSES Università

Avvicinando la bacchetta carica si creavano delle cariche positive vicino alla bacchetta. Una volta messo il sistema a terra, gli elettroni si possono spostare ancora di più. Una volta tolto il collegamento, gli elettroni non possono più tornare sul conduttore, quindi mantiene la carica acquisita.

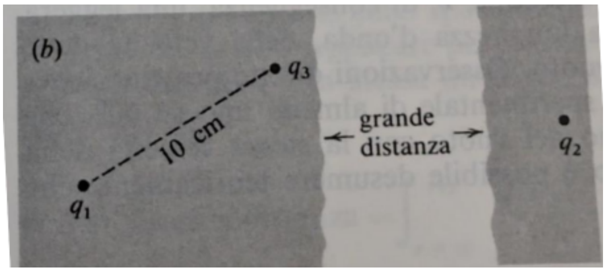
1.1.10. Legge di Coulomb per più cariche

Supponiamo di avere cariche q_1, q_2, q_3 e ci facciamo tre esperimenti.

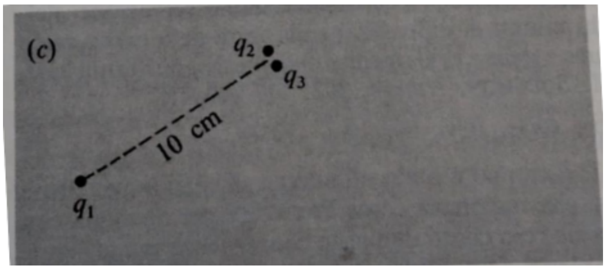
1. Misuriamo la forza che agisce su q_1 quando q_2 è a $10cm$ e q_3 è molto lontano ($r = \infty$). Troviamo $\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12}$



2. Misuriamo la forza che agisce su q_1 quando q_3 è a $10cm$ e q_2 è molto lontano ($r = \infty$). Troviamo $\vec{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2}\hat{r}_{13}$



3. Misuriamo la forza che agisce su q_1 quando q_2 e q_3 sono molto vicine ed entrambe a $10cm$ da q_1. Troviamo $\vec{F}_{tot} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\hat{r}_{12} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_3}{r_{13}^2}\hat{r}_{13}$



Per il principio della linearità della forza, in generale la formula è

$$\vec{F}_{tot} = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_i}{r_{1i}^2}\hat{r}_{1i}$$

La forza con cui interagiscono due cariche non viene alterata dalla presenza di altre cariche: *la carica è additiva*.

Questo è la base del *principio di sovrapposizione*, ovvero la possibilità di combinare più insiemi di sorgenti in un unico sistema *sommandoli*, senza che vengano alterate le singole configurazioni.

1.2. Il campo elettrico

1.2.1. Campo elettrico - definizione

Supponiamo di avere cariche q_1, q_2, ..., q_n fisse nello spazio. Ora avviciniamo una carica q_0. Siamo interessati solamente alla forza agente su q_0 posta nel punto (x, y, z): $\vec{F}_0 = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_0 q_i}{r_{0i}^2}\hat{r}_{0i} = q_0 \vec{F}_{tot} = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_i}{r_{0i}^2}\hat{r}_{0i}$, abbiamo fatto una generalizzazione matematica.
Osserviamo che la forza è proporzionale a q_0, quindi possiamo

dividere per q_0. Così otteniamo il *campo elettrico*, una grandezza vettoriale che dipende soltanto dalla distribuzione delle cariche q_1, ..., q_n e dal punto (x, y, z).

Una possibile formula del campo elettrico è

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{\vec{F}_0}{q_0}$$

1.2.1.1. Problema

Se la cariche non sono veramente inamovibili, l'introduzione di una certa carica q_0 può provocare uno spostamento delle cariche sorgenti rispetto alla loro posizione iniziale.
Allora una possibile definizione del campo elettrico è

$$\vec{E}(x, y, z) = \lim_{q_0 \to 0} \frac{\vec{F}_0}{q_0}$$

1.2.1.2. Problema

L'operazione di limite ha senso solo matematicamente perché le cariche sono quantizzate, in natura non sono mai state osservate cariche più piccole di e.

Un'altra possibile definizione ancora è

$$\vec{E}(x, y, z) = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_{0i}^2} \hat{r}_{0i}$$

In questa definizione non c'è nulla di nuovo, è solo un altro modo per descrivere un sistema di cariche. Comunque rimane molto utile in quanto ci permette di predire la forza che agirà su una qualsiasi carica posta nel punto (x, y, z).

1.2.2. Esercizio 1.5

Tre cariche positive eguali sono fisse nei vertici di un triangolo equilatero di lato l. **Calcolare la forza elettrica agente su ognuna delle cariche e il campo elettrostatico nel centro del triangolo.**

Chiamo le cariche q_0, q_1, q_2. Calcolo per q_0, in q_1 e q_2 il calcolo è analogo ma traslato.
$\vec{E}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_{01}^2} \hat{r}_{02} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_{02}^2} \hat{r}_{02}$
$\hat{r}_{01} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$

$\hat{r}_{02} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$

$\hat{r}_{tot} = \hat{r}_{01} + \hat{r}_{02} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix}$

$\vec{E}_{01} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \frac{1}{l^2} \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix}$

$\vec{E}_x = 0$

$\vec{E}_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{l^2} \sqrt{3}$

Pongo una quarta carica al centro. Noto che per la geometria del problema le forze dovute alle tre cariche ai vertici si annullano a vicenda, quindi la forza totale è zero.

$\square$

1.3. Il campo elettrico prodotto da una distribuzione continua di carica

Finora abbiamo solo studiato il campo elettrico generato da cariche puntiformi. Spesso però le cariche sono distribuite nello spazio con una ben determinata geometria.
Noi siamo interessati al campo elettrico generato da queste cariche in punti distanti dove vengono viste come una distribuzione continua.

La distribuzione continua di carica esiste solo nel mondo matematico, ma siccome le cariche e lo distanze fra loro sono infinitesimali rispetto al nostro punto di vista, possiamo considerare la carica come continua.

Una distribuzione di carica può essere:

- *Volumetrica*: Descritta da ρ che rappresenta la carica per unità di volume. $\rho dxdydz$è la carica dq contenuta nel cubetto di volume $dxdydz$. Per passare alla carica del volume bisogna integrare;
- *Superficiale*: Descritta da σ che rappresenta la carica per unità di superfice. $\sigma d\Sigma$ è la carica dq contenuta nel elemento di superfice $d\Sigma$. Anche questa volta bisogna fare l'integrale, ma di superficie;
- *Lineare*: Descritta da λ che rappresenta la carica per unità di linea. λdl è la carica dq contenuta nel elemento di curva dl.

Nota bene

In generale, le distribuzioni di cariche sono funzioni con valori diversi in ogni punto. Nel corso tratteremo solo distribuzioni uniformi.

Il campo elettrico generato da una distribuzione continua di carica è

$$\vec{E}(x, y, z) = \int_{\text{distribuzione}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{u}$$

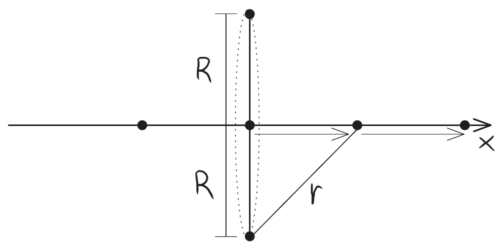
dove r è la distanza tra l'elemento di carica dq e il punto (x, y, z), $\hat{u}$ è il versore tra l'elemento di carica dq e il punto (x, y, z).

- Nel caso volumetrico ho $\vec{E}(x, y, z) = \int_{\text{volume}} dx'\, dy'\, dz' \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho(x',y',z')}{4\pi\epsilon_0 r^2(x',y',z')} \hat{u}(x', y', z')$
- Nel caso superficiale ho $\vec{E}(x, y, z) = \int_{\text{superficie}} dx'\, dy' \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma(x',y',z')}{4\pi\epsilon_0 r^2(x',y',z')} \hat{u}(x', y', z')$
- Nel caso lineare ho $\vec{E}(x, y, z) = \int_{\text{curva}} dx' \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda(x',y',z')}{4\pi\epsilon_0 r^2(x',y',z')} \hat{u}(x', y', z')$

1.3.1. Esercizio 1.6

Una carica q è distribuita uniformemente su un sottile anello di raggio R.**Calcolare il campo elettrostatico sull'asse dell'anello.**

Per ogni punto nell'anello, troverò sempre un altro punto simmetrico, quindi le forze lungo il piano dei due punti si annullano e il campo sarà uscente.
Sarà inutile allora calcolare il campo elettrico lungo y e z paralleli all'asse x (l'asse dell'anello).
Allora:
$\vec{E}_{tot} = E_{\hat{x}} = \int \frac{dl}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r^2} \cos\theta \hat{x} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos\theta \int dl \hat{x} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos\theta 2\pi R = \frac{\lambda}{2\epsilon_0 r} \cos\theta \hat{x}$



Osserva che $\cos\theta = \frac{x}{x^2+R^2}$
$\vec{E}_{tot} = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0} \frac{x}{(R^2+x^2)^{3/2}} \hat{x} \overset{x \gg R}{\sim} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{a}{x^2}$ dove $a = 2\pi R\lambda$