Lezione_07_fis

1.3.4. Teorema di Stokes

> La circuitazione di un campo vettoriale, $\vec{E}$ nel nostro caso, lungo una linea chiusa C è eguale al flusso del rotore del campo attraverso una superficie qualsiasi Σ avente per contorno C:
>
> $$\oint_C \vec{E} \cdot ds = \iint \overrightarrow{rot E} \cdot d\Sigma = \iint_\Sigma (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot d\Sigma$$

So che la circuitazione del campo elettrostatico è nulla, quindi $\oint_C \vec{E} \cdot ds = \iint_\Sigma (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \cdot dS = 0$, quindi

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$$

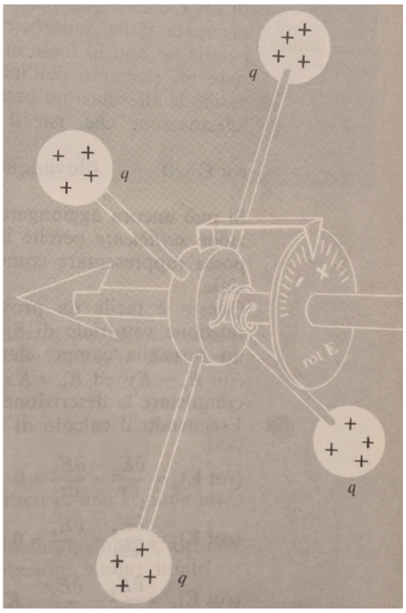
Allora ho completato la tabella:

Forma integrale	**Forma differenziale (locale)**
$V(r) = -\int_\infty^r \vec{E} \cdot ds$	$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$
$\Phi(\vec{E}) = \oint \vec{E} \cdot \vec{u}_n d\Sigma = \frac{1}{\epsilon_0} \int_\tau dq$	$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$
$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$	$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$

1.3.4.1. Rotore

Il rotore è caratterizzato da

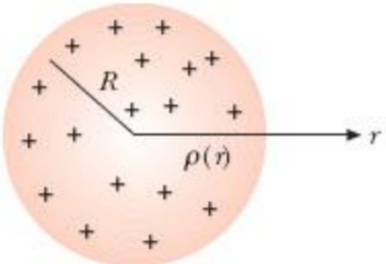
$$ro\vec{t}E = \vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{bmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{d}{dx} & \frac{d}{dy} & \frac{d}{dz} \\ E_x & E_y & E_z \end{bmatrix} = \left(\frac{d}{dy} E_z - \frac{d}{dz} E_y\right)\hat{x} + \left(\frac{d}{dz} E_x \frac{d}{dx} E_z\right)\hat{y} + \left(\frac{d}{dx} E_y - \frac{d}{dy} E_x\right)\hat{z}$$



Se esplorassimo lo spazio con questo dispositivo, nelle zone con un rotore diverso da zero avrebbe la tendenza a ruotare. Il momento torcente sarebbe proporzionale alla componente del rotore nella direzione dell'asse del dispositivo.

1.3.4.2. Esercizio 3.20

All'interno di una sfera di raggio $R = 10c$, è contenuta una carica $q = 8 \cdot 10^{-9}C$, distribuita con densità $\rho(r) = br$, con b costante e r distanza dal centro. Calolcare la costante b e il campo elettrostatico.



1.4. Conduttori, dielettrici, energia elettrostatica

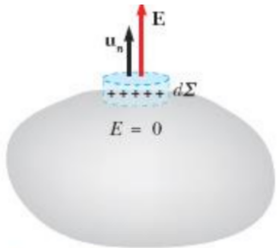
1.4.1. Conduttori in equilibrio

I conduttori sono materiali caratterizzati dal fatto che nel loro interno sono verificate particolari condizioni che permettono il moto di alcune cariche che li costituiscono, vi è quindi *mobilità dei portatori di carica* (cioè elettroni e ioni).
In condizioni statiche (all'equilibrio) non c'è movimento delle cariche. Se il campo elettrico all'interno del conduttore non fosse zero, i portatori di carica subirebbero una forza che li porterebbe

in moto, non sarebbe una situazione statica. Possiamo quindi concludere che all'interno del conduttore $\vec{E} = 0$.

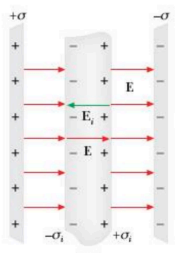
Delle conseguenze fatto che il campo elettrostatico sia nullo all'interno sono:

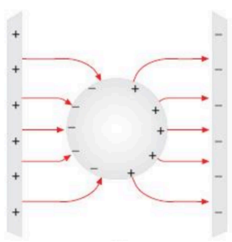
- L'*eccesso di carica* può stare solo sulla *superficie* del conduttore, infatti applicando la legge di Gauss a una qualunque superficie chiusa interna al conduttore, verifichiamo che il flusso sia nullo ($\vec{E} = 0$), quindi all'interno non ci possono essere cariche;
- Il *potenziale elettrostatico* è *costante* su tutto il conduttore (il conduttore forma una "superficie equipotenziale"), infatti $V(P_2) - V(P_1) = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$ per qualsiasi coppia di punti;
- Il campo elettrostatico in un punto nelle vicinanze alla superficie del conduttore è perpendicolare ad essa e ha intensità $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$, con σ la densità di carica superficiale in quel punto, ciò si ottiene applicando la legge di Gauss alla superficie del conduttore.



$$\vec{E}(r) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{u}_n$$

1.4.1.1. Esempi





Nella figura di sinistra si può vedere una lastra di materiale conduttore all'interno di un campo elettrostatico uniforme, mentre in quella di destra una sfera di materiale conduttore all'interno di un campo elettrostatico uniforme.

1.4.1.2. Esempio 4.1

Due sfere conduttrici, di raggi R_1 e R_2, sono poste a distanze molto grandi rispetto ai due raggi e sono collegate tramite un filo conduttore. La carica complessiva è q. Trascurando la carica presente sul filo, calcolare le cariche q_1 e q_2 presenti sulle due sfere e il rapporto tra i campi elettrostatici uscenti dalle stesse.