

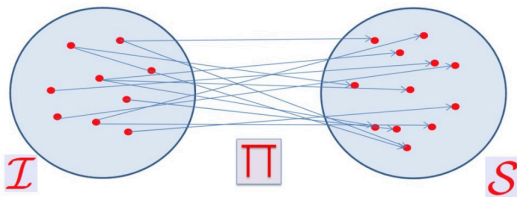
Dati e Algoritmi: A. Pietracaprina

Nozioni di Base

Argomenti trattati

- Nozioni di: problema computazionale, modello di calcolo, algoritmo, pseudocodice, struttura dati
- Analisi di complessità: analisi al caso pessimo, analisi asintotica, ordini di grandezza
- Analisi di correttezza: tecniche di dimostrazione, induzione, invarianti
- Algoritmi ricorsivi e loro analisi

Problema Computazionale



Un *problema computazionale* è costituito da

- un insieme \mathcal{I} di ISTANZE (i *possibili input*)
- un insieme \mathcal{S} di SOLUZIONI (i *possibili output*)
- una *relazione* Π che a ogni istanza $i \in \mathcal{I}$ associa una o più soluzioni $s \in \mathcal{S}$.

Oss. Π è un sottoinsieme del prodotto cartesiano $\mathcal{I} \times \mathcal{S}$

Esempi

Somma di Interi (\mathbb{Z})

- $\mathcal{I} = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{Z}\};$
- $\mathcal{S} = \mathbb{Z};$
- $\Pi = \{((x, y), s) : (x, y) \in \mathcal{I}, s \in \mathcal{S}, s = x + y\}.$

Ad es: $((1, 9), 10) \in \Pi; \quad ((23, 6), 29) \in \Pi \quad ((13, 45), 31) \notin \Pi$

Ordinamento di array di interi

- $\mathcal{I} = \{A : A = \text{array di interi}\};$
- $\mathcal{S} = \{B : B = \text{array ordinati di interi}\};$
- $\Pi = \{(A, B) : A \in \mathcal{I}, B \in \mathcal{S}, B \text{ contiene gli stessi interi di } A\}.$

Ad es.

$$\begin{aligned}(< 43, 16, 75, 2 >, < 2, 16, 43, 75 >) &\in \Pi \\(< 7, 1, 7, 3, 3, 5 >, < 1, 3, 3, 5, 7, 7 >) & \\(< 13, 4, 25, 17 >, < 11, 27, 33, 68 >) &\end{aligned}$$

Ordinamento di array di interi (ver.2)

- $\mathcal{I} = \{A : A = \text{array di interi}\};$
- $\mathcal{S} = \{P : P = \text{permutazioni}\};$
- $\Pi = \{(A, P) : A \in \mathcal{I}, P \in \mathcal{S}, P \text{ ordina gli interi di } A\}.$

Ad es.

$$\begin{aligned}(< 43, 16, 75, 2 >, < 4, 2, 1, 3 >) &\in \Pi \\(< 7, 1, 7, 3, 3, 5 >, < 2, 4, 5, 6, 1, 3 >) &\in \Pi \\(< 7, 1, 7, 3, 3, 5 >, < 2, 5, 4, 6, 1, 3 >) &\in \Pi \\(< 13, 4, 25, 17 >, < 1, 2, 4, 3 >) &\end{aligned}$$

Osservazioni

- istanze diverse possono avere la stessa soluzione (ad es., somma)
- un'istanza può avere diverse soluzioni (ad es., ordinamento ver. 2)

Esercizio

Specificare come problema computazionale \square la verifica se due insiemi finiti di oggetti da un universo U sono disgiunti oppure no.

$$I \equiv \{(A, B) : A, B \subseteq U, A, B \text{ finiti}\}$$

$$S \equiv \{true, false\}$$

$$\Pi \equiv \{((A, B), s) \mid \text{se } A \cap B = \emptyset \text{ allora } s = true, \text{ se } A \cap B \neq \emptyset \text{ allora } s = false\} \quad s \in S, (A, B) \in I$$

Esercizio

Specificare come problema computazionale \square la ricerca dell'inizio e della lunghezza del più lungo segmento di 1 consecutivi in una stringa binaria.

$$I \equiv \{A : A \text{ è una stringa binaria}\}$$

$$S \equiv \{(i, l) : i, l \in \mathbb{N}_0\}$$

$$\Pi \equiv \{(A, (i, l)) : i \text{ la casella di inizio del segmento di 1 consecutivi più numeroso, } l \text{ la lunghezza del segmento di 1 consecutivi più lungo}\}$$

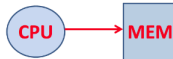
Algoritmo e modello di calcolo

Definizione

Algoritmo: procedura computazionale ben definita che trasforma un dato *input* in un *output* eseguendo una sequenza finita di *operazioni elementari*.

L'algoritmo fa riferimento a un *modello di calcolo*, ovvero un'astrazione di computer che definisce l'insieme di operazioni elementari.

Modello di calcolo RAM¹ (*Random Access Machine*)



- input, output, dati intermedi (e programma): in memoria
- operazioni elementari: *assegnamento, operazioni logiche, operazioni aritmetiche, indicizzazione di array, return di un valore da parte di un metodo*, ecc.

¹Diverso da *Random Access Memory*!

Un algoritmo A *risolve un problema computazionale* $\Pi \subseteq \mathcal{I} \times \mathcal{S}$ se:

- ① A calcola una funzione da \mathcal{I} a \mathcal{S} , e quindi,
 - riceve come input istanze $i \in \mathcal{I}$
 - produce come output soluzioni $s \in \mathcal{S}$
- ② Dato $i \in \mathcal{I}$, A produce in output $s \in \mathcal{S}$ tale che $(i, s) \in \Pi$.

Se Π associa più soluzioni a una istanza i , per tale istanza A ne calcola una (quale, dipende da come è stato progettato).