

# Dati e algoritmi

## Indice

1. [Indice](#)
2. [Problema computazionale](#)
  1. [Osservazione](#)
  2. [Esempi](#)
  3. [Osservazioni](#)
  4. [Esercizi](#)
3. [Algoritmo e modello di calcolo](#)
  1. [Definizione](#)
  2. [Modello di calcolo RAM \(Random Access Machine\)](#)

[Lezione 01]

## Problema computazionale

Un problema computazionale è costituito da

- un insieme  $I$  di *istanze* (i possibili input)
- un insieme  $S$  di *soluzioni* (i possibili output)
- una relazione  $\Pi$  che a ogni istanza  $i \in I$  associa una o più soluzioni  $s \in S$

## Osservazione

$\Pi$  è un sottoinsieme del prodotto cartesiano  $I \times S$

## Esempi

### Somma di Interi ( $\mathbb{Z}$ )

- $\mathcal{I} = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{Z}\};$
- $\mathcal{S} = \mathbb{Z};$
- $\Pi = \{((x, y), s) : (x, y) \in \mathcal{I}, s \in \mathcal{S}, s = x + y\}.$   
Ad es:  $((1, 9), 10) \in \Pi; \quad ((23, 6), 29) \in \Pi \quad ((13, 45), 31) \notin \Pi$

### Ordinamento di array di interi

- $\mathcal{I} = \{A : A = \text{array di interi}\};$
- $\mathcal{S} = \{B : B = \text{array ordinati di interi}\};$
- $\Pi = \{(A, B) : A \in \mathcal{I}, B \in \mathcal{S}, B \text{ contiene gli stessi interi di } A\}.$

Ad es.

$(\langle 43, 16, 75, 2 \rangle, \langle 2, 16, 43, 75 \rangle) \in \Pi$   
 $(\langle 7, 1, 7, 3, 3, 5 \rangle, \langle 1, 3, 3, 5, 7, 7 \rangle) \in \Pi$   
 $(\langle 13, 4, 25, 17 \rangle, \langle 11, 27, 33, 68 \rangle) \in \Pi$

### Ordinamento di array di interi (ver.2)

- $\mathcal{I} = \{A : A = \text{array di interi}\};$
- $\mathcal{S} = \{P : P = \text{permutazioni}\};$
- $\Pi = \{(A, P) : A \in \mathcal{I}, P \in \mathcal{S}, P \text{ ordina gli interi di } A\}.$

Ad es.

$(\langle 43, 16, 75, 2 \rangle, \langle 4, 2, 1, 3 \rangle) \in \Pi$   
 $(\langle 7, 1, 7, 3, 3, 5 \rangle, \langle 2, 4, 5, 6, 1, 3 \rangle) \in \Pi$   
 $(\langle 7, 1, 7, 3, 3, 5 \rangle, \langle 2, 5, 4, 6, 1, 3 \rangle) \in \Pi$   
 $(\langle 13, 4, 25, 17 \rangle, \langle 1, 2, 4, 3 \rangle) \in \Pi$

## Osservazioni

- Istanze diverse possono avere la stessa soluzione (come la somma)
- Un'istanza può avere diverse soluzioni (come l'ordinamento ver. 2)

## Esercizi

### Esercizio

Specificare come problema computazionale  $\Pi$  la verifica se due insiemi finiti di oggetti da un universo  $U$  sono disgiunti oppure no.

$I \equiv \{(A, B) : A, B \subseteq U, A, B \text{ finiti}\}$

$S \equiv \{true, false\}$

$\Pi \equiv \{((A, B), s) \text{ se } A \cap B = \emptyset \text{ allora } s = true, \text{ se } A \cap B \neq \emptyset \text{ allora } s = false\} \quad s \in S, (A, B) \in I$

### Esercizio

### Esercizio

Specificare come problema computazionale  $\Pi$  la ricerca dell'inizio e della lunghezza del più lungo segmento di 1 consecutivi in una stringa binaria.

$I \equiv \{A : A \text{ è una stringa binaria}\}$

$S \equiv \{(i, l) : i, l \in \mathbb{N}_0\}$

$\{(A, (i, l)) : i \text{ la casella di inizio del segmento di 1 consecutivi più numeroso, } l \text{ la lunghezza del segmento di 1 consecutivi più lungo}\}$

## Algoritmo e modello di calcolo

## Definizione

Un *algoritmo* procedura computazionale ben definita che trasforma un dato *input* in un *output* eseguendo una sequenza finita di *operazioni*

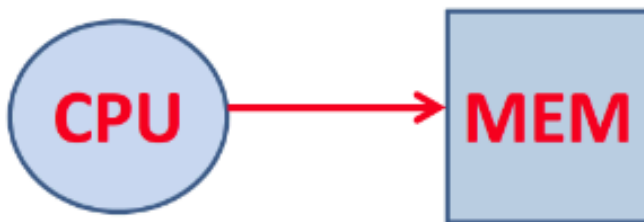
elementari.

□

L'algoritmo fa riferimento a un *modello di calcolo*, ovvero un'astrazione di computer che definisce l'insieme di operazioni elementari.

Le operazioni elementari sono: assegnamento, operazioni logiche, operazioni aritmetiche, indicizzazione di array, return di un valore da parte di un metodo, ecc.

## Modello di calcolo RAM (Random Access Machine)



In questo modello input, output, dati intermedi (e il programma) si trovano in memoria.

Un algoritmo  $A$  risolve un *problema computazionale*  $\Pi \subseteq I \times S$  se:

1.  $A$  calcola una funzione da  $I$  a  $S$  e quindi,
  - riceve come input istanze  $i \in I$
  - produce come output soluzioni  $s \in S$
2. Dato  $i \in I$ ,  $A$  produce in output  $sin S$  tale che  $(i, s) \in \Pi$ .  
Se  $\Pi$  associa più soluzioni a una istanza  $i$ , per tale istanza  $A$  ne calcola una (quale, dipende da come è stato progettato).

[Lezione 02]