

# Elementi di Fisica 2

## 0. Indice

- [0. Indice](#)
- [1. Elettrostatica](#)
  - [1.1. La carica elettrica](#)
    - [1.1.1. Esperimento 1 - Elettizzazione per strofinio](#)
    - [1.1.2. Proprietà fondamentale](#)
    - [1.1.3. Legge di conservazione della carica](#)
    - [1.1.4. Quantizzazione della Carica](#)
    - [1.1.5. Legge di Coulomb](#)
      - [1.1.5.1. Esempio 1.2](#)
    - [1.1.6. Esperimento 2 - Elettroscopio a foglie](#)
    - [1.1.7. Esempio 1.4](#)
    - [1.1.8. Elettizzazione per contatto - conduttore isolato](#)
    - [1.1.9. Elettizzazione per contatto - conduttore a terra](#)
    - [1.1.10. Legge di Coulomb per più cariche](#)
  - [1.2. Il campo elettrico](#)
    - [1.2.1. Campo elettrico - definizione](#)
      - [1.2.1.1. Problema](#)
      - [1.2.1.2. Problema](#)
    - [1.2.2. Esercizio 1.5](#)
  - [1.3. Il campo elettrico prodotto da una distribuzione continua di carica](#)
    - [1.3.1. Esercizio 1.6](#)

[Lezione 01](#)

# 1. Elettrostatica

## 1.1. La carica elettrica

### 1.1.1. Esperimento 1 - Eletttrizzazione per strofinio



Mettendo il panno vicino alla bacchetta sul sostegno nel momento iniziale, viene mostrato che gli elementi sono neutri, mentre in seguito allo sfregamento hanno acquisito una carica.

Avvicinando una bacchetta di plexiglas a quella sul sostegno (fatta dello stesso materiale) senza che si tocchino, queste si respingono, quindi la bacchetta sul sostegno inizia a ruotare. Avvicinando poi una bacchetta di ebanite, si nota che questa volta si attraggono.

□

### 1.1.2. Proprietà fondamentale

L'elettromagnetismo è lo studio della fisica cariche elettriche. Ne esistono di due varietà (scelte inizialmente in modo arbitrario): le *cariche positive* e le *cariche negative*.

Le cariche dello stesso segno si respingono, mentre quelle di segno opposto di attraggono.

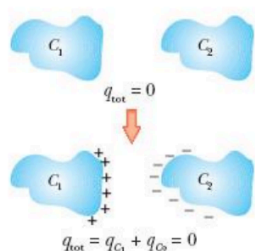
### 1.1.3. Legge di conservazione della carica

In un sistema isolato, *la carica elettrica totale*, cioè la somma delle cariche positive e negative presenti in un qualsiasi istante,

non cambia mai.

Possono essere create delle particelle cariche, ma questa creazione implica la creazione anche di una carica uguale ma opposta.

Il nostro universo appare come una miscela molto bilanciata di cariche elettriche.



▲ Figura 1.5 Trasferimento di elettroni, per strofinio, da un materiale isolante ad un altro.



P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci  
Elementi di fisica Elettromagnetismo e Onde ed.III  
EdiSES Università

$$q_{tot} = 0$$

### 1.1.4. Quantizzazione della Carica

Tutte le particelle elementari cariche possiedono la stessa carica: la carica elementare

$$e = 1.6022 \cdot 10^{-19} C$$

| Particella | Carica (C)               | Massa (kg)              |
|------------|--------------------------|-------------------------|
| Elettrone  | $-1.6022 \cdot 10^{-19}$ | $9.1094 \cdot 10^{-31}$ |
| Protone    | $1.6022 \cdot 10^{-19}$  | $1.6726 \cdot 10^{-27}$ |

#### 🔗 Nota bene

Esistono i "Quark" con carica frazionaria, ma non possono esistere isolati. Compongono sempre particelle con cariche uguali a multipli interi di  $e$ .

Nel corso tratteremo le particelle cariche come portatrici di cariche dove la loro estensione e la loro struttura si possono considerare trascurabili.

#### ⚠ Approfondimento

Il neutrone ha circa la stessa massa del protone e ha carica nulla.

### 1.1.5. Legge di Coulomb

Due cariche elettriche si respingono con una forza che è direttamente proporzionale al prodotto delle intensità delle cariche e inversamente al quadrato della loro distanza.

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21}$$

La forza è newtoniana:  $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$

$\epsilon_0$  è la *costante dielettrica (o permittività) del vuoto* e ha valore

$$\epsilon_0 = 8.5542 * 10^{-19} \frac{C^2}{Nm^2}$$

La costante  $\epsilon_0$  è molto più "forte" dell'analogia della legge di gravitazione ( $\gamma = 6.67 * 10^{-11}$ ), ma nell'universo le masse dei pianeti sono molto grandi e le cariche in genere sono neutre, perciò la legge di gravità si nota maggiormente.

#### 1.1.5.1. Esempio 1.2

L'elettrone e il protone di un atomo di idrogeno si trovano a una distanza media di  $r = 0.53 * 10^{-10} m$ , che coincide con la dimensione dell'atomo.

**Calcolare l'intensità della forza di gravitazione e della forza elettrostatica tra il protone e l'elettrone.**

$$|\vec{F}_e| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} ||\hat{r}|| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = 8.2 * 10^{-8} N$$
$$F_g = \gamma \frac{m_e m_p}{r^2} = 3.62 * 10^{-47} N$$

La forza di gravità è trascurabile rispetto alla forza elettrostatica, infatti hanno una differenza di 39 ordini di grandezza.

□

### 1.1.6. Esperimento 2 - Elettroscopio a foglie



Avvicinando una bacchetta elettrizzata ad un elettroscopio scarico, le foglioline divergono per poi richiudersi quando si allontana il corpo elettrizzato.

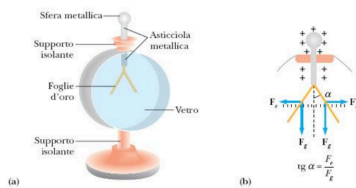
Avviene una repulsione: gli elettroni sul pomello vengono spinti verso il basso, dove sono le foglie, che a loro volta si respingono e si allontanano. In cima al pomello si troverà una carica positiva, mentre in basso una negativa.

Dopo il contatto, l'elettroscopio acquisisce una carica dello stesso segno di quello della bacchetta.

Se il pomello dell'elettroscopio viene toccato mentre la bacchetta è vicina, l'elettroscopio acquisisce una carica con segno opposto a quella della bacchetta.

L'elettroscopio a foglia è stato uno dei primi strumenti per misurare la carica presente sugli oggetti, misurando l'angolo delle foglie (a parità di distanza).

## 1.1.7. Esempio 1.4



◀ Figura 1.4 Elettroscopio a foglie d'oro (o di alluminio) (a); equilibrio delle forze che agiscono sulle foglie di un elettroscopio carico (b).



P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci  
Elementi di fisica Elettromagnetismo e Onde ed.III  
EdiSES Università

Due sferette conduttrici eguali, di massa  $m$  e carica  $q$  sono sospese ciascuna ad un filo lungo  $l$ . In equilibrio i fili sono disposti simmetricamente rispetto alla verticale, ciascuno ad angolo  $\theta$ .

Calcolare la relazione tra  $q$  e  $\theta$ .

In questo esercizio il sistema non è un universo isolato in cui solo le due cariche esistono, ma invece posizioniamo le cariche "nei pressi" di un corpo massivo, la Terra. Perciò la forza peso non è trascurabile (nonostante avessimo visto che la differenza degli ordini di grandezza era molto grande).

$$\tan \theta = \frac{F_e}{F_g} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{(2l \sin \theta)^2} \frac{1}{mg} = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 l^2 mg \sin^2 \theta}$$

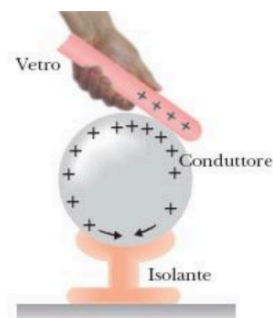
$\tan \theta \sim \theta$  e  $\sin \theta \sim \theta$  per angoli piccoli, quindi trovo:

$$q \approx \sqrt{mg 16\pi\epsilon_0 l^2 \theta^3}$$

□

## Lezione 02

## 1.1.8. Eletttrizzazione per contatto - conduttore isolato



▲ Figura 1.6 Carica di una sfera di materiale conduttore isolato per contatto e redistribuzione sulla superficie.

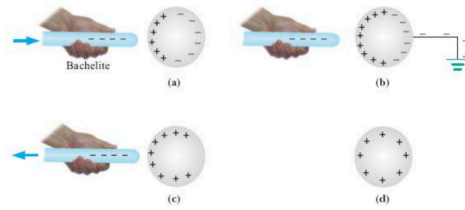


P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci  
Elementi di fisica Elettromagnetismo e Onde ed.III  
EdiSES Università

La carica che era presente nella bacchetta si trasferisce nel conduttore, così la bacchetta si scarica e il conduttore si carica.

## 1.1.9. Eletttrizzazione per contatto - conduttore a terra

► Figura 1.8 Fasi del processo di carica di un conduttore sferico isolato per induzione elettrostatica.



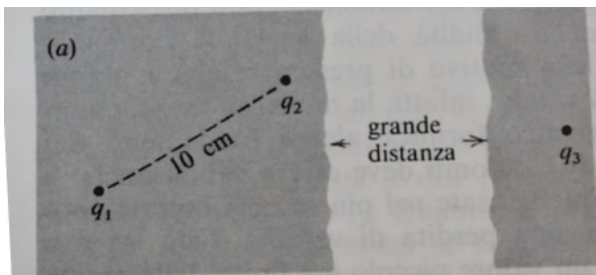
P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci  
Elementi di fisica Elettromagnetismo e Onde ed. III  
EdiSES Università

Avvicinando la bacchetta carica si creavano delle cariche positive vicino alla bacchetta. Una volta messo il sistema a terra, gli elettroni si possono spostare ancora di più. Una volta tolto il collegamento, gli elettroni non possono più tornare sul conduttore, quindi mantiene la carica acquisita.

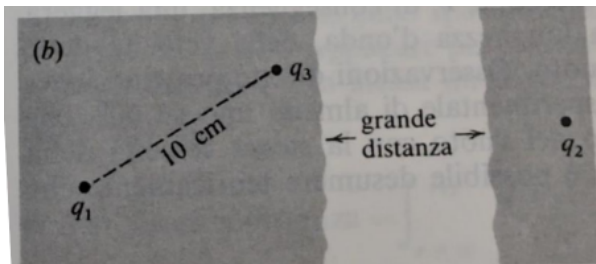
### 1.1.10. Legge di Coulomb per più cariche

Supponiamo di avere cariche  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$  e ci facciamo tre esperimenti.

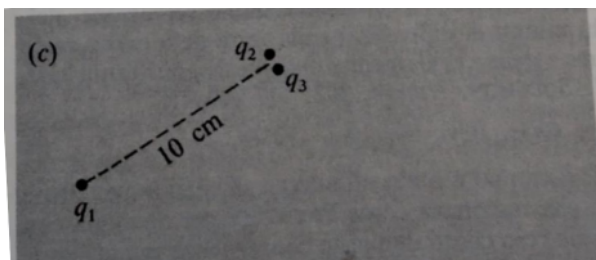
1. Misuriamo la forza che agisce su  $q_1$  quando  $q_2$  è a  $10\text{cm}$  e  $q_3$  è molto lontano ( $r = \infty$ ). Troviamo  $\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$



2. Misuriamo la forza che agisce su  $q_1$  quando  $q_3$  è a  $10\text{cm}$  e  $q_2$  è molto lontano ( $r = \infty$ ). Troviamo  $\vec{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \hat{r}_{13}$



3. Misuriamo la forza che agisce su  $q_1$  quando  $q_2$  e  $q_3$  sono molto vicine ed entrambe a  $10\text{cm}$  da  $q_1$ . Troviamo  $\vec{F}_{tot} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \hat{r}_{13}$



Per il principio della linearità della forza, in generale la formula è

$$\vec{F}_{tot} = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_i}{r_{1i}^2} \hat{r}_{1i}$$

La forza con cui interagiscono due cariche non viene alterata dalla presenza di altre cariche: *la carica è additiva*.

Questo è la base del *principio di sovrapposizione*, ovvero la possibilità di combinare più insiemi di sorgenti in un unico sistema *sommandoli*, senza che vengano alterate le singole configurazioni.

## 1.2. Il campo elettrico

### 1.2.1. Campo elettrico - definizione

Supponiamo di avere cariche  $q_1, q_2, \dots, q_n$  fisse nello spazio. Ora avviciniamo una carica  $q_0$ . Siamo interessati solamente alla forza agente su  $q_0$  posta nel punto  $(x, y, z)$ :  $\vec{F}_0 = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_i}{r_{0i}^2} \hat{r}_{0i} = q_0 \vec{F}_{tot} = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_{0i}^2} \hat{r}_{0i}$ , abbiamo fatto una generalizzazione matematica.

Osserviamo che la forza è proporzionale a  $q_0$ , quindi possiamo dividere per  $q_0$ . Così otteniamo il *campo elettrico*, una grandezza vettoriale che dipende soltanto dalla distribuzione delle cariche  $q_1, \dots, q_n$  e dal punto  $(x, y, z)$ .

Una possibile formula del campo elettrico è

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{\vec{F}_0}{q_0}$$

#### 1.2.1.1. Problema

Se la cariche non sono veramente inamovibili, l'introduzione di una certa carica  $q_0$  può provocare uno spostamento delle cariche sorgenti rispetto alla loro posizione iniziale.

Allora una possibile definizione del campo elettrico è

$$\vec{E}(x, y, z) = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}_0}{q_0}$$

#### 1.2.1.2. Problema

L'operazione di limite ha senso solo matematicamente perché le cariche sono quantizzate, in natura non sono mai state osservate cariche più piccole di  $e$ .



Un'altra possibile definizione ancora è

$$\vec{E}(x, y, z) = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_{0i}^2} \hat{r}_{0i}$$

In questa definizione non c'è nulla di nuovo, è solo un altro modo per descrivere un sistema di cariche. Comunque rimane molto utile in quanto ci permette di predire la forza che agirà su una qualsiasi carica posta nel punto  $(x, y, z)$ .

### 1.2.2. Esercizio 1.5

Tre cariche positive eguali sono fisse nei vertici di un triangolo equilatero di lato  $l$ . **Calcolare la forza elettrica agente su ognuna delle cariche e il campo elettrostatico nel centro del triangolo.**

Chiamo le cariche  $q_0, q_1, q_2$ . Calcolo per  $q_0$ , in  $q_1$  e  $q_2$  il calcolo è analogo ma traslato.

$$\vec{E}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_{01}^2} \hat{r}_{01} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_{02}^2} \hat{r}_{02}$$

$$\hat{r}_{01} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

$$\hat{r}_{02} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

$$\hat{r}_{tot} = \hat{r}_{01} + \hat{r}_{02} = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

$$\vec{E}_{01} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \frac{1}{l^2} \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

$$\vec{E}_x = 0$$

$$\vec{E}_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{l^2} \sqrt{3}$$

Pongo una quarta carica al centro. Noto che per la geometria del problema le forze dovute alle tre cariche ai vertici si annullano a vicenda, quindi la forza totale è zero.

□

## 1.3. Il campo elettrico prodotto da una distribuzione continua di carica

Finora abbiamo solo studiato il campo elettrico generato da cariche puntiformi. Spesso però le cariche sono distribuite nello spazio con una ben determinata geometria.

Noi siamo interessati al campo elettrico generato da queste cariche in punti distanti dove vengono viste come una distribuzione continua.

La distribuzione continua di carica esiste solo nel mondo matematico, ma siccome le cariche e le distanze fra loro sono infinitesimali rispetto al nostro punto di vista, possiamo considerare la carica come continua.

Una distribuzione di carica può essere:

- **Volumetrica**: Descritta da  $\rho$  che rappresenta la carica per unità di volume.  $\rho dxdydz$  è la carica  $dq$  contenuta nel cubetto di volume  $dxdydz$ . Per passare alla carica del volume bisogna integrare;
- **Superficiale**: Descritta da  $\sigma$  che rappresenta la carica per unità di superficie.  $\sigma d\Sigma$  è la carica  $dq$  contenuta nel elemento di superficie  $d\Sigma$ . Anche questa volta bisogna fare l'integrale, ma di superficie;
- **Lineare**: Descritta da  $\lambda$  che rappresenta la carica per unità di linea.  $\lambda dl$  è la carica  $dq$  contenuta nel elemento di curva  $dl$ .

#### Nota bene

In generale, le distribuzioni di cariche sono funzioni con valori diversi in ogni punto. Nel corso tratteremo solo distribuzioni uniformi.

Il campo elettrico generato da una distribuzione continua di carica è

$$\vec{E}(x, y, z) = \int_{\text{distribuzione}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{u}$$

dove  $r$  è la distanza tra l'elemento di carica  $dq$  e il punto  $(x, y, z)$ ,  $\hat{u}$  è il versore tra l'elemento di carica  $dq$  e il punto  $(x, y, z)$ .

- Nel caso volumetrico ho  $\vec{E}(x, y, z) = \int_{\text{volume}} dx' dy' dz' \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho(x', y', z')}{r^2(x', y', z')} \hat{u}(x', y', z')$
- Nel caso superficiale ho  $\vec{E}(x, y, z) = \int_{\text{superficie}} dx' dy' \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma(x', y', z')}{r^2(x', y', z')} \hat{u}(x', y', z')$
- Nel caso lineare ho  $\vec{E}(x, y, z) = \int_{\text{curva}} dx' \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda(x', y', z')}{r^2(x', y', z')} \hat{u}(x', y', z')$

### 1.3.1. Esercizio 1.6

Una carica  $q$  è distribuita uniformemente su un sottile anello di raggio  $R$ . **Calcolare il campo elettrostatico sull'asse dell'anello.**

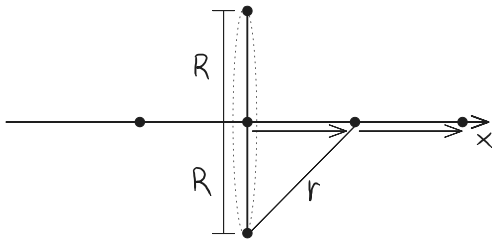
Per ogni punto nell'anello, troverò sempre un altro punto simmetrico, quindi le forze lungo il piano dei due punti si annullano e il campo sarà uscente.

Sarà inutile allora calcolare il campo elettrico lungo  $y$  e  $z$

paralleli all'asse  $x$  (l'asse dell'anello).

Allora:

$$\vec{E}_{tot} = E_{\hat{x}} = \int \frac{dl}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r^2} \cos\theta \hat{x} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos\theta \int dl \hat{x} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos\theta 2\pi R = \frac{\lambda}{2\epsilon_0 r} \cos\theta \hat{x}$$



Osservo che  $\cos\theta = \frac{x}{x^2+R^2}$

$$\vec{E}_{tot} = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0} \frac{x}{(R^2+x^2)^{3/2}} \hat{x} \stackrel{x \gg R}{\sim} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{a}{x^2} \quad \text{dove } a = 2\pi R\lambda$$