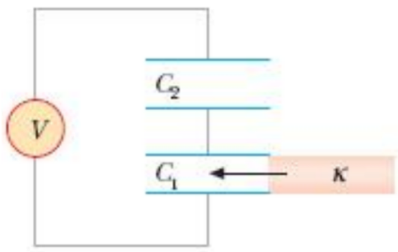
# Lezione_10_fis

## 1.4.9.2. Esercizio 4.40




A due condensatori piani di capacità $C_1 = 500pF$ e $C_2 = 1000pF$, collegati in serie, è collegato un generatore che mantiene una differenza di potenziale costante $V = 400V$. Una lastra di dielettrico, con costante dielettrica relativa $\kappa = 4$, viene inserita tra le armature di $C_1$, così da riempirlo completamente. **Calcolare la variazione di carica $\Delta q$ erogata dal generatore; la variazione $\Delta V_1$ della differenza di potenziale ai capi di $C_1$; l'energia fornita dal generatore nel processo.**

**Unità di misura**

La polarizzazione e l'induzione dielettrica hanno la stessa unità di misura, che è quella della densità superficiale di carica, $\frac{C}{m^2}$.
La costante di elettrica relativa e la suscettività elettrica sono adimensionali. Invece la costante dielettrica assoluta ha le dimensioni di $\epsilon_0$, che risultano $\frac{F}{m}$ o l'unità corrispondente e più usata $\frac{C^2}{Nm^2}$.

**Equazioni generali dell'elettrostatica in presenza di dielettrici**

Per il teorema di Gauss, il flusso del campo elettrico attraverso una superficie chiusa è uguale alla somma di tutte le cariche presenti all'interno, *sia libere che di polarizzazione*.
Definendo $D = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ come *vettore di induzione dielettrica*, che afferma che il flusso dell'induzione dielettrica attraverso una superficie chiusa è uguale alla somma delle cariche libere

contenute all'interno della superficie stessa

$$\vec{\Phi}(\vec{D}) = \oint \vec{D} \cdot \vec{u}_n d\Sigma = q$$

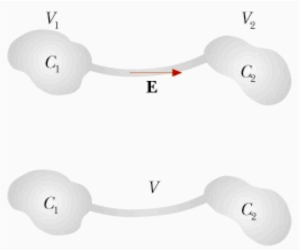
Si può ottenere similmente la forma locale

$$\vec{\nabla}\vec{D} = \rho$$

# 1.5 Corrente

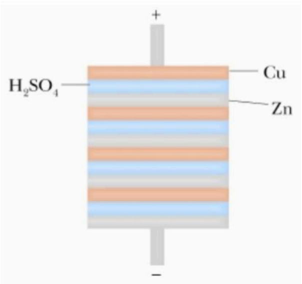
## 1.5.1. Conduzione elettrica

Quando si mettono a contatto dei conduttori isolati con diverso valore di potenziale iniziale, per un breve istante, si crea un campo elettrico all'interno dei conduttori, che spostano le cariche con l'obiettivo di uguagliare la differenza di potenziale.
Questo spostamento di cariche dura così poco che non si riesce a studiare in maniera sistematica. Serve allora qualcosa che riesca a sostenere una corrente più a lungo.




> Il *generatore di forza elettromotrice* è un dispositivo capace di mantenere nel tempo una differenza di potenziale tra due conduttori a contatto.

La pila voltaica di Alessandro Volta fu il primo generatore.
Consisteva in un blocco di diversi elementi: un disco di rame, un tampone imbevuto di una soluzione acquosa di acido solforico e un disco di zinco. Il disco di rame funge da catodo, mentre quello di zinco da anodo.



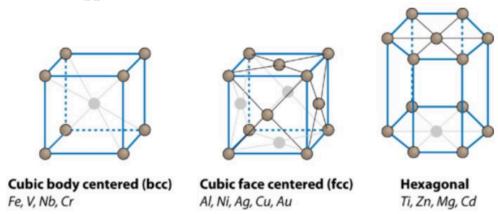

> La *forza elettromotrice della pila* è la differenza di potenziale tra i dischi, che è direttamente proporzionale al numero di

> coppie di dischi.

Collegando le due estremità della pila viene stabilita una *corrente continua*.
Il lavoro necessario per mantenere un moto ordinato di cariche in un circuito chiuso è ottenuto nella pila trasformando l'energia chimica in energia elettrica.

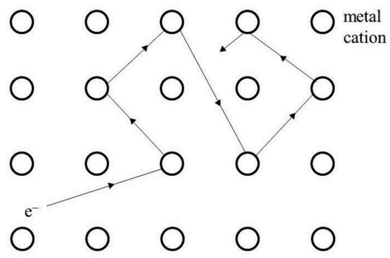
#### 1.5.1.1. Materiali conduttori

I materiali conduttori sono formati da un reticolo spaziale (detto *reticolo cristallino*) ai cui vertici si trovano gli ioni positivi e all'interno si muovono liberamente gli elettroni. Per alcuni metalli (come il rame e l'argento) c'è un elettrone libero per ogni atomo.
Per calcolare il numero di elettroni liberi si può usare la formula: $n = \frac{N_A \rho}{A}$.




### 1.5.2. Modello di Drude per i materiali conduttori

Nel modello classico della conduzione elettrica dei metalli, proposto inizialmente da Drude, il moto degli elettroni liberi in un conduttore è completamente disordinato quando non vi viene applicato un campo esterno. Gli elettroni subiscono continue interazioni (chiamate urti) con gli ioni e il loro moto tra un urto e il successivo è rettilineo, mentre la sua direzione è casuale. Allora l'insieme delle traiettorie è casuale e non si ha flusso (o *corrente*) in alcuna direzione.
Da ciò capiamo che la velocità ha ha una distribuzione termica, quindi $v_m = \frac{1}{N} \sum_i v_i = 0$.




Applicando un campo elettrico $\vec{E}$ ogni elettrone acquista un'accelerazione nello stesso verso del campo $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = -\frac{e\vec{E}}{m}$, però il loro moto continua a essere disordinato, urtando gli ioni in media

ogni $\tau$. Acquisteranno allora una velocità di deriva $\vec{v}_d = \vec{v}_i - \frac{e\vec{E}}{m}\tau$, dove $\vec{v}_i$ è la componente casuale del moto.
Facendo la media tra le velocità di tutti gli $N$ elettroni troviamo

$$\vec{\bar{v}}_d = \frac{1}{N}\sum_i \vec{v}i - \frac{e\vec{E}}{m}\tau = -\frac{e\vec{E}}{m}\tau$$

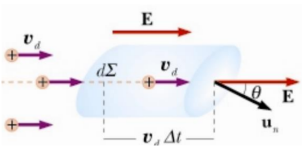
, perché $vv_m = \frac{1}{N}\sum_i v_i = 0$!
Macroscopicamente vediamo che in presenza di un campo elettrico gli elettroni si muovono a *velocità costante*.

## 1.5.3. Corrente elettrica

Consideriamo ora una superficie $\Sigma$ all'interno di un conduttore.

> Definiamo l'*intensità di corrente istantanea $i$* come la carica $\Delta q$ che passa attraverso la superficie $\Sigma$ nel tempo $\Delta t$ (per $\Delta t \to 0$)
>
> $$i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

Prendiamo invece una superficie infinitesima $d\Sigma$. La carica complessiva che la attraversa in un tempo $\Delta t$ è quella contenuta nel volumetto $d\tau = d\Sigma v_d \Delta t$, ovvero $\Delta q = ned\tau = ne\, d\Sigma \cos\theta v_d \Delta t$, con $\theta$ l'angolo tra la normale della superficie e la direzione del campo e $n$ il numero di portatori di carica.




Ottengo allora che l'intensità di corrente attraverso $d\Sigma$ è $di = ne\, v_d d\Sigma \cos\theta$.

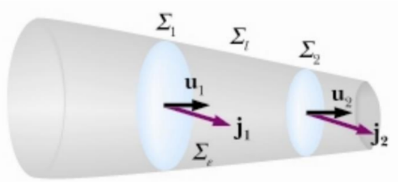
> Definiamo quindi la *densità di corrente* (di elettroni) come
>
> $$\vec{j} = n(-e)\vec{\bar{v}}_d$$

> **Unità di misura**
>
> La corrente elettrica ha come unità di misura l'*Ampere*, data dalla relazione
>
> $$A = \frac{C}{s}$$
>
> Spesso sono usati i sottomultipli per le correnti e i multipli per le potenze.
> La densità di corrente ha unità $\frac{A}{m^2}$

> ⓘ **Osservazione**
>
> Presa una superficie $\Sigma$ ortogonale al campo $\vec{E}$ uniforme, allora
>
> $$i = j\Sigma$$

#### 1.5.3.1. Corrente elettrica stazionaria

Date due superfici $\Sigma_1$ e $\Sigma_2$, le rispettive intensità di corrente $i_1 = \int_{\Sigma_1} \vec{u} \cdot \vec{u}_1 d\Sigma_1$ e $i_2 = \int_{\Sigma_2} \vec{j}_2 \cdot \vec{u}_2 d\Sigma$; queste intensità rappresentano la carica che entra e esce dalla superficie chiusa delimitata tra $\Sigma_1$, $\Sigma_2$ e $\Sigma_l$ (un tronco di cono).




Assunto che la carica non vari nel tempo, ovvero in *condizione di stazionarietà*, tra $\Sigma_1$ e $\Sigma_2$, allora $i_1 = i_2$, ovvero *l'intensità di corrente è costante attraverso ogni sezione del conduttore*.

### 1.5.4. Legge di Ohm della conduttività elettrica

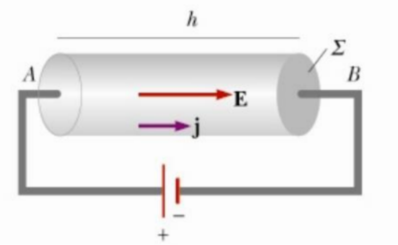
> Usando che $\vec{j} = n(-e)\vec{v}_d$ e $\vec{v}_d = -\frac{e\vec{E}}{m}\tau$, otteniamo la legge di Ohm, che lega la densità di corrente $\vec{j}$ al campo $\vec{E}$
>
> $$\vec{j} = \frac{ne^2\tau}{m}\vec{E} = \sigma\vec{E}$$
>
> con $\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$ detta *conduttività del materiale*.

> Questa legge si può anche riscrivere nella forma $\vec{E} = \rho\vec{j}$, dove $\rho = \frac{1}{\sigma}$ è la *resistività del materiale*.

Minore è la resistività del conduttore, maggiore è la densità di corrente che può circolare in un conduttore a parità di campo elettrico $E$.

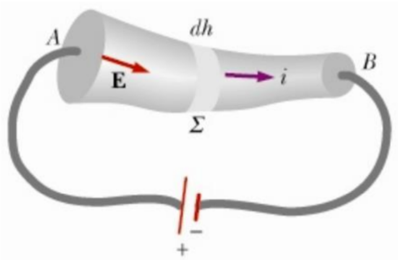
#### 1.5.4.1. Legge di Ohm per i conduttore metallici

Applichiamo la legge di Ohm ad un conduttore metallico cilindrico di lunghezza $h$ e sezione $L$. Ai capi del conduttore è applicata, tramite un generatore di forza elettromotrice, una differenza di potenziale $V = V_B - V_A$.




Il regime è stazionario, l'intensità di corrente ha lo stesso valore attraverso qualsiasi sezione del conduttore ed è legata al campo elettrico tramite la formula $E = \rho j = \frac{\rho}{\Sigma} i$, mentre campo elettrico e potenziale sono legati dalla relazione $V = V_B - V_A = -\int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{s} = Eh$.

> Ottengo dunque che
>
> $$V = \frac{\rho h}{\Sigma} i = Ri$$
>
> con $R = \frac{\rho h}{\Sigma}$, che chiamiamo *resistenza*.
> Questa è anche nota come *legge di Ohm per i conduttori metallici*.




La legge si può generalizzare prendendo $R = \int_A^B \frac{\rho}{\Sigma(h)} \, dh$.

> **Unità di misura**
>
> L'unità della resistenza ha simbolo $\Omega$ e valore deducibile dalla sua definizione
>
> $$\Omega = \frac{V}{A}$$
>
> .
> La resistività invece si misura in $\Omega m$, la conduttanza in $\Omega^{-1} = S$ (dove $S$ si chiamano siemens), la conduttività in $\Omega^{-1} m^{-1}$.

**TABELLA 5.1** Resistività e coefficienti termici della resistività

| Materiale | Resistività ($\Omega \cdot m$) | Coefficiente termico ($°C^{-1}$) |
|---|---|---|
| argento | $1.59 \cdot 10^{-8}$ | $4.1 \cdot 10^{-3}$ |
| rame | $1.67 \cdot 10^{-8}$ | $6.8 \cdot 10^{-3}$ |
| oro | $2.35 \cdot 10^{-8}$ | $4.0 \cdot 10^{-3}$ |
| alluminio | $2.65 \cdot 10^{-8}$ | $4.3 \cdot 10^{-3}$ |
| tungsteno | $5.65 \cdot 10^{-8}$ | $4.5 \cdot 10^{-3}$ |
| zinco | $5.92 \cdot 10^{-8}$ | $4.2 \cdot 10^{-3}$ |
| nichel | $6.84 \cdot 10^{-8}$ | $6.9 \cdot 10^{-3}$ |
| ferro | $9.71 \cdot 10^{-8}$ | $6.5 \cdot 10^{-3}$ |
| platino | $10.6 \cdot 10^{-8}$ | $3.9 \cdot 10^{-3}$ |
| stagno | $11.0 \cdot 10^{-8}$ | $4.7 \cdot 10^{-3}$ |
| niobio | $12.5 \cdot 10^{-8}$ | |
| piombo | $20.7 \cdot 10^{-8}$ | $3.4 \cdot 10^{-3}$ |
| mercurio | $98.4 \cdot 10^{-8}$ | |
| carbonio (grafite) | $1.38 \cdot 10^{-5}$ | $-0.5 \cdot 10^{-3}$ |
| germanio | $0.46$ | $-48 \cdot 10^{-3}$ |
| silicio | $2.30 \cdot 10^{3}$ | $-75 \cdot 10^{-3}$ |
| acqua | $2 \cdot 10^{5}$ | |
| vetro | $10^{10} \div 10^{14}$ | |
| zolfo | $2 \cdot 10^{15}$ | |
| quarzo fuso | $10^{16} \div 10^{17}$ | |
| aria | $3 \cdot 10^{13}$ | |

EdiSES

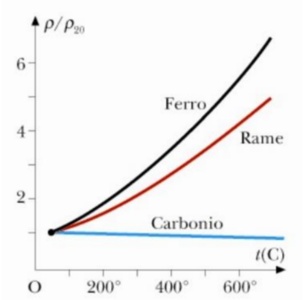
P. Mazzoldi, M. Nigro, C. Voci
Elementi di fisica Elettromagnetismo e Onde ed.III
EdiSES Università

### 1.5.4.2. Effetti termici

La resistività nella maggior parte dei conduttori metallici puri è una funzione crescente della temperatura. In un intervallo limitato (qualche decina di gradi) intorno alla temperatura di $20^{\circ}C$ la relazione è praticamente lineare

$$\rho = \rho_{20}(1 + \alpha\Delta T)$$

con $\Delta T = T - 20^{\circ}$ la differenza delle temperature e $\alpha = \frac{1}{\rho_{20}}\frac{\Delta\rho}{\Delta t}$ il coefficiente termico.




### 1.5.5. Esercizio 5.6

Un resistore ha la forma di un tronco di cono lungo $d$ e raggi estremi $a$ e $b$. Se $\rho$ è la resistività del materiale, **calcolare la resistenza $R$ e verificare la formula per $a = b$.**

### 1.5.6. Resistenze in serie e in parallelo

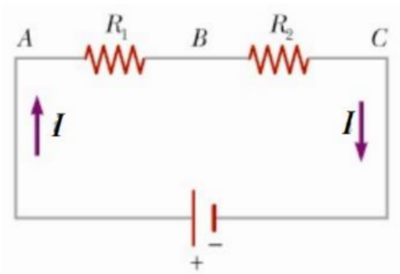
> *Conduttori ohmici* caratterizzati da un determinato valore della resistenza (alla temperatura ambiente) sono chiamati *resistori*

Oltre al valore della resistenza viene sempre precisato il valore massimo della potenza che può essere in essi dissipata senza causare alterazioni irreversibili.

Simbolo del resistore.

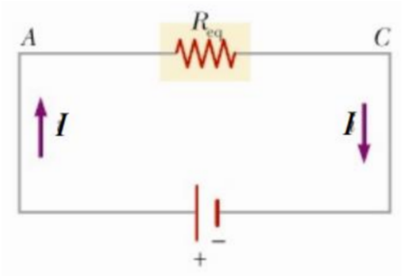
#### 1.5.6.1. Resistenza in serie

Due resistori sono collegati in serie quando hanno un *estremo in comune*: in regime stazionario l'*intensità* cli corrente che li attraversa è la *stessa*.



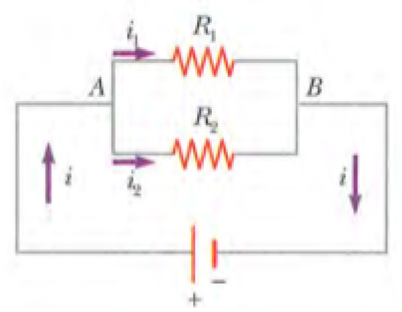

Applichiamo a ciascun resistore la legge di Ohm e sommiamo:
$V_A - V_B = R_1 i$, $V_B - V_C = R_2 i$, allora $V_A - V_C = (R_1 + R_2) i$.

> Definiamo quindi la *resistenza equivalente*
>
> $$R_{eq} = R_1 + \ldots + R_n$$




### 1.5.6.2. Resistenza in parallelo

Due resistori si dicono in parallelo quando sono *collegati* tra loro in *entrambi gli estremi*. In questo caso l'elemento comune ai due resistori è la differenza di potenziale $V = V_A - V_B$ e quindi, in base alla legge di Ohm, essi sono attraversati da due correnti $i_1$ e $i_2$, diverse se sono diversi i valori delle resistenze $R_1$ e $R_2$




Avendo allora $i_1 = \frac{V}{R_1}$ e $i_1 = \frac{V}{R_2}$, quindi $i_{tot} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = \frac{V}{R_{eq}}$ con

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \ldots + \frac{1}{R_n}$$