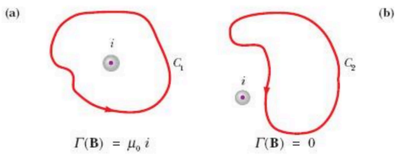
1.7.3.2. Esercizio 7.13

Una sottile lamina conduttrice di lunghezza $h = 2cm$ è percorsa dalla corrente $I = 10A$. Calcolare il valore del campo magnetico $B(x)$ a distanza x dal bordo della striscia, calcolare poi il momento magnetico $\vec{M}$ che agisce su un piccolo ago magnetico di momento $\vec{m} = 0,1\vec{u}_x Am^2$, posto a distanza x = 1cm.

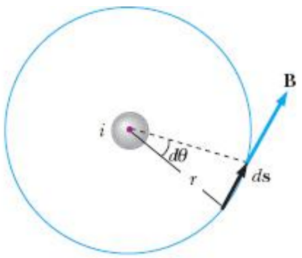
1.7.4. Legge di Ampère

Calcoliamo la circuitazione del campo magnetico generato da un filo indefinito percorso da corrente. Ci sono due casi: si concatena il filo (figura (a)) oppure non lo si concatena (figura (2)).



Consideriamo ora il calcolo del prodotto scalare tra il campo magnetico e un elemento infinitesimo di curva $\vec{B} \cdot d\vec{s}$.
Poiché il filo genera un campo magnetico le cui linee di campo sono circonferenze concentriche al filo stesso, il prodotto scalare dipende soltanto dall'angolo $d\theta$ sotteso da $d\vec{s}$:

$$\vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \frac{ds}{r} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} d\theta$$

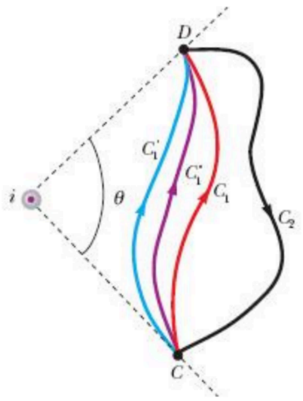


Prendiamo allora un percorso qualsiasi percorso qualsiasi da un punto C a un punto D e ne facciamo l'integrale

$$\int_C^D \vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \theta$$

dove θ è l'angolo definito dalle due semirette dove stanno C e D.
Anche in questo caso il risultato è indipendente dal percorso scelto

tra C e D e dipende dall'angolo θ, inoltre $\int_C^D \vec{B} \cdot d\vec{s} = -\int_D^C \vec{B} \cdot d\vec{s}$.

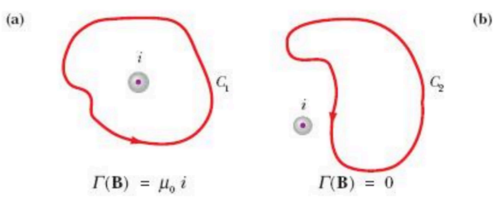


Infine, calcoliamo l'integrale lungo una linea chiusa $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{\mu_0 i}{2\pi} d\theta$. Nel caso in cui il *filo* sia *concatenato* alla corrente si ottiene

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 i$$

mentre nel caso in cui non sia concatenata si ottiene

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$



> L'integrale di linea del campo magnetico $\vec{B}$ lungo una linea chiusa , ovvero la *circuitazione* $\Gamma(\vec{B})$ è uguale alla somma algebrica delle *correnti concatenate* , moltiplicata per μ_0.
>
> $$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \sum_k i_k = \mu_0 i_{\text{concatenate}}$$
>
> Se, in particolare, la linea non concatena nessuna corrente, la circuitazione è *nulla*.

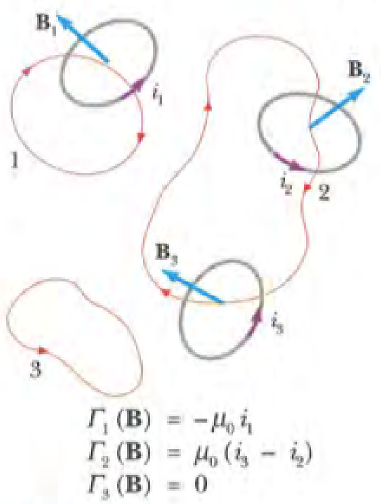


Figura 7.19
Applicazione della legge di Ampère ad un sistema di circuiti chiusi.

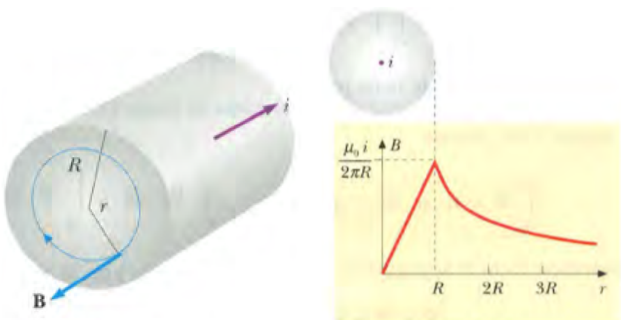
> **Osservazione**
>
> Essendo che la circuitazione di $\vec{B}$ è diversa da zero, il *campo magnetico non è conservativo*.
> Senza per ora approfondire l'argomento, diciamo che la legge di Ampère è *valida solamente per correnti di conduzione*, dovute cioè al moto di cariche in regime stazionario, quali sono quelle che abbiamo considerato sinora.

1.7.4.1. Applicazioni della legge di Ampère

Dalla legge di Ampère, per esempio, si puossono ricavare la legge di Biot-Savart ($\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}\vec{u}_\phi$) e il campo magnetico prodotto da un solenoide rettilineo indefinito ($\vec{B} = \mu_0 n i \vec{u}_y$) .

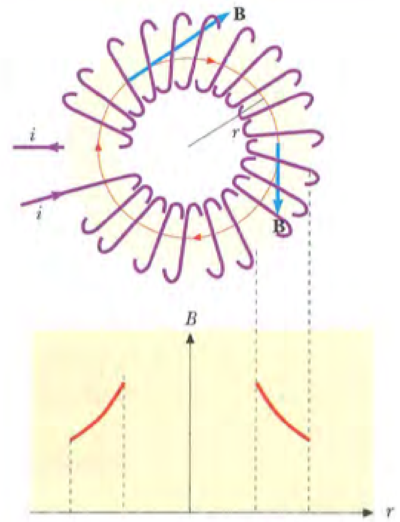
1.7.4.1.1. Esempio 7.2

Un filo rettilineo indefinito di raggio R è percorso da una corrente di intensità i. Calcolare il campo magnetico prodotto dal filo in funzione della distanza r dall'asse del filo.



1.7.4.1.2. Esempio 7.4

Un *solenoide toroidale* è costituito da N spire avvole attorno ad una superficie a forma di ciambella (toroide). Calcolare il campo magnetico se nel sistema circola la corrente i.

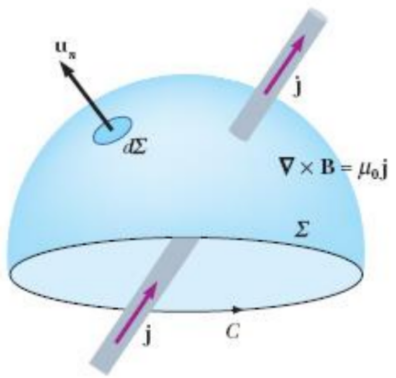


1.7.4.2. Forma locale della legge di Ampère

Ricorda - Teorema di Stokes

La circuitazione di un campo vettoriale, $\vec{B}$ nel nostro caso, lungo la linea chiusa C è eguale al flusso del rotore del campo attraverso una superficie qualsiasi Σ avente per contorno C:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \iint_\Sigma rot\vec{B} \cdot d\Sigma = \iint_\Sigma (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot \Sigma$$



Abbiamo che la legge di Ampère diventa

$$\mu_0 i_{\text{concatenate}} = \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \iint_\Sigma (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\Sigma$$

e ricordando la relazione tra corrente i e il vettore densità di corrente $\vec{j}$, ovvero $i = \iint_\Sigma \vec{j} \cdot d\Sigma$, si ottiene

$$\iint_{\S} (\vec{\nabla} \times \vec{B}) \cdot d\Sigma = \mu_0 i = \mu_0 \iint_\Sigma \vec{j} \cdot d\Sigma$$

che quindi ci permette di scrivere la *forma locale della legge di Ampère*

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

1.7.4.3. Esercizio 7.18

Molti fili indefiniti paralleli, ciascuno percorso dalla corrente i, sono disposti uno accanto all'altro su una superficie piana. Il numero di fili per unità di lunghezza è n. Dimostrare, utilizzando la legge di Biot-Savart, che il campo magnetico $\vec{B}$ è parallelo al piano in cui si trovano i fili. Calcolarne inoltre il modulo servendosi della legge di Ampère.