Lezione_18_fis

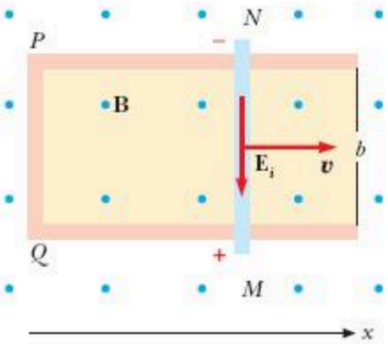
8.2. Origine della forza elettromotrice indotta e del campo elettrico indotto

Possibili modi per causare l'induzione elettromagnetica

Una variazione del flusso del campo magnetico può avere più cause, ad esempio può *variare* il *campo magnetico* nel tempo, può avvenire un *cambio del circuito* s che definisce la superficie Σ attraverso la quale si considera il flusso (il circuito potrebbe essersi mosso o deformato) oppure può *cambiare l'angolo* tra il campo magnetico e la superficie Σ.
Questi cambi si possono vedere nella seguente formula

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\int_C \vec{B}\cdot\vec{u}_n d\Sigma\right) = -\frac{d}{dt}(BA\cos\theta)$$

Consideriamo un circuito rettangolare conduttore in cui un lato è costituito da una sbarretta conduttrice di lunghezza b mobile; esso è posto in un campo magnetico $\vec{B}$ uniforme e costante, ortogonale al piano contenente il circuito. Supponiamo che la sbarretta si muova di moto traslatorio con velocità v, verso destra, mantenendo un buon contatto elettrico col resto del circuito.



Sugli elettroni di conduzione, che sono in moto con la velocità v della sbarretta, agisce la forza di Lorentz $\vec{F} = -e\vec{v}\times\vec{B}$, che sposta gli elettroni verso l'alto, generando un accumulo di carica. Il campo elettromotore vale $\vec{E}_i = \vec{F}(-e) = \vec{v}\times\vec{B}$.

La circuitazione del campo elettromotore vale
$\mathcal{E}_i = \int_{MNPQ}\vec{E}_i = \int_{MN}\vec{v}\times\vec{B} = -vBb$. Ricordando poi che $v = \frac{dx}{dt}$ e che il flusso del campo magnetico sulla superficie vale $\Phi(\vec{B}) = \int\vec{B}\cdot\vec{u}_n d\Sigma = Bbx$

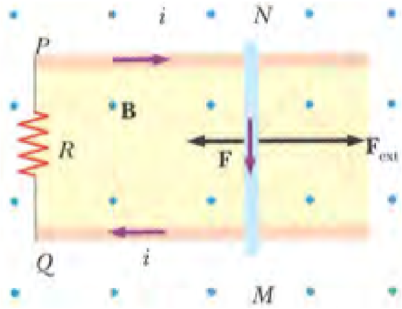
abbiamo che

$$\mathcal{E}_i = -vBb = -\frac{dx}{dt}Bb = -\frac{d\Phi(\vec{B})}{dt}$$

8.3. Applicazioni della legge di Faraday

8.3.1. Attrito elettromagnetico

Prendiamo in esame un circuito simile a quello del paragrafo precedente e inseriamovi una resistenza interna di valore R.



Siccome la barretta viene mantenuta in moto a velocità costante $\vec{v}$, compare la forza elettromotrice indotta $\mathcal{E}_i$ che genera un corrente sul circuito. *Sulla barretta agisce una forza*

$$\vec{F} = i\vec{b} \times \vec{B} = -\frac{(Bb)^2}{R}\vec{v}$$

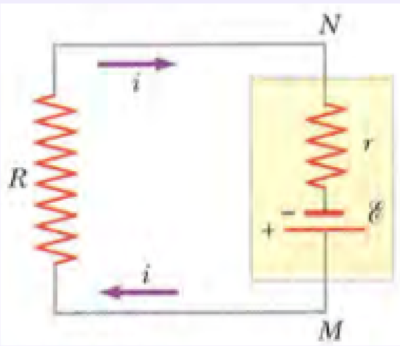
ovvero una *forza resistente di tipo viscoso*, proporzionale alla velocità, chiamata *resistenza di attrito elettromagnetico*.

Osservazione

Per vincere la resistenza di attrito bisogna applicare una forza esterna, eguale e contraria a $\vec{F}$, spendendo la potenza

$$\mathcal{P} = \vec{F}_{ext} \cdot \vec{v} = \frac{(Bbv)^2}{R} = Ri^2 = \mathcal{E}_i i$$

Il sistema può essere considerato come un generatore in cui la potenza erogata proviene da un'azione meccanica esterna.

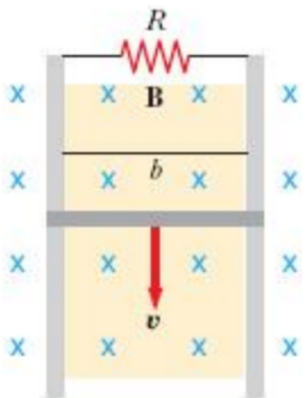


💡 **Approfondimento**

Grazie a questa applicazione si può anche comprendere il *significato energetico* del *segno meno* della legge di Faraday, cioè della *legge di Lenz*. Se infatti il segno meno non ci fosse, basterebbe un impulso per mettere in moto la sbarretta, che verrebbe mantenuta in movimento dalla stessa forza $\vec{F}$. Ma questo non rispetterebbe il *principio di conservazione dell'energia*.

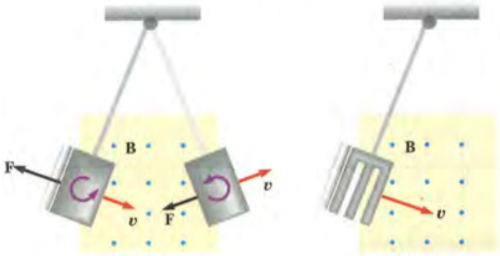
8.3.1.1. Esercizio 8.5

Due guide conduttrici verticali parallele, distanti $b = 20cm$, sono chiusa ad un estremo da un resistore $R = 4\Omega$. Lungo le guide può scivolare senza attrito, sotto l'azione della forza peso, una sbarretta di massa $m = 0.01kg$. Il dispositivo è immerso in un campo magnetico $B = 1T$ uniforme e costante, ortogonale al piano del circuito. Calcolare il valore della velocità limite v_∞ della sbarretta, il calore della corrente limite i_∞ e l'energia W_X dissipata nel circuito per ogni centimetro percorso dalla sbarretta in queste condizioni.



8.3.2. Correnti di Foucault

Quando il campo magnetico è variabile all'interno di un *conduttore metallico* il campo elettrico indotto dà origine a *correnti concatenate alle linee di $\vec{B}$*, che possono essere molto intense dato che la resistività del metallo è piccola. Se si vogliono ridurre le correnti indotte, si lamina la massa del conduttore in fogli paralleli alle linee di $\vec{B}$ e separati da un isolante, in modo che le correnti debbano attraversarlo.
Tecnicamente tali correnti si chiamano *correnti parassite* o *di Foucault*.

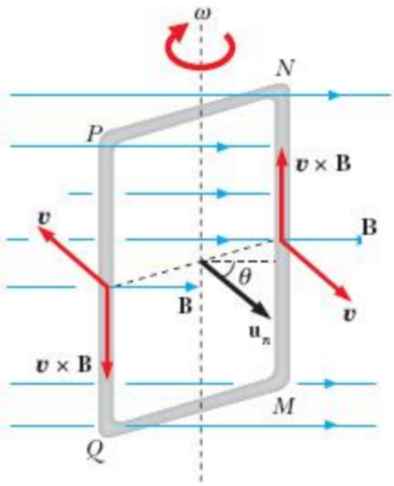


Nell'esempio in figura, la piastrina viene rallentata all'entrata e all'uscita dalla regione in cui è presente il campo magnetico; mentre la sua velocità non viene frenata (dal campo elettromagnetico) mentre si trova al suo interno o all'esterno. Nella figura di destra si può osservare l'assenza delle correnti di Foucault nella piastrina.

Alcune applicazioni degli effetti di riscaldamento delle correnti di Foucault si possono trovare nel forni ad induzione e nei freni elettromagnetici.

8.3.3. Generatore di corrente alternata

Una spira rettangolare ruota con velocità angolare costante ω attorno a un asse verticale passante per il centro di massa. Sulla spira agisce un campo magnetico $\vec{B}$ uniforme e costante, orizzontale; indichiamo con θ l'angolo formato dalla normale alla spira con $\vec{B}$.



Il flusso del campo magnetico attraverso la spira di area Σ vale $\Phi(\vec{B}) = \int \vec{B} \cdot \vec{u}_n d\Sigma = B\Sigma\cos\theta = B\Sigma\cos\omega t$, quindi la forza elettromotrice indotta vale

$$\mathcal{E}_i = \omega B\Sigma \sin\omega t$$

con valore massimo $\mathcal{E}_{max} = \omega B\Sigma$.
La corrente ha valore

$$i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{\omega B\Sigma}{R}\sin\omega t$$

mentre la potenza vale

$$\mathcal{P} = \mathcal{E}_i i = \frac{(\omega B \Sigma)^2}{R} \sin^2 \omega t$$

Si può dimostrare che le formule ricavate per la spira rettangolare valgono per una spira di qualsiasi forma.

> **Osservazione**
>
> Il momento meccanico delle forze magnetiche $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$ tende a orientare il momento magnetico $\vec{m} = i\Sigma\vec{u}_n$ parallelo a $\vec{B}$, infatti il valore di potenza appena calcolato corrisponde alla quantità necessaria da fornire per mantenere la spira in rotazione.

Su un periodo di tempo maggiore del periodo T, si può calcolare il valore medio della potenza, che corrisponde a

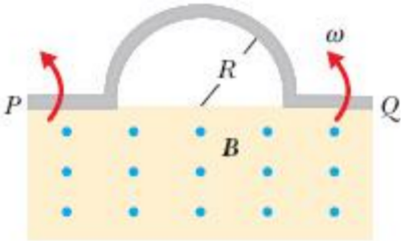
$$\mathcal{P}_m = \frac{(\omega B \Sigma)^2}{2R}$$

perché proporzionale al seno (il cui valore medio è $\frac{1}{2}$).
La potenza media coincide con quella che sarebbe erogata, sulla medesima resistenza R, da un generatore di corrente continua con forza elettromotrice $\mathcal{E}_{eff}$, tale che $\mathcal{E}_{eff}^2 = \frac{\mathcal{E}_{max}^2}{2R}$.
Infatti la media della forza elettromotrice su un periodo è nulla (proprietà di tutte le funzioni sinusoidali), per ovviare al problema di prende la media quadratica $\langle \mathcal{E}^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \mathcal{E}_0^2 \sin^2 \omega t \, dt = \frac{\mathcal{E}_0^2}{2}$.

> Si definisce quindi il *valore efficace* (*root mean square*) è la quantità
>
> $$\mathcal{E}_{eff} = \sqrt{\langle \mathcal{E}^2 \rangle} = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}}$$

8.3.3.1. Esercizio 8.17

Un conduttore di forma semicircolare di raggio $R = 20cm$, ruota attorno all'asse PQ come in figura, con velocità ω costante, compiendo 100 giri al secondo. Un campo magnetico uniforme $B = 1.3T$ agisce perpendicolarmente al foglio. Calcolare il valore massimo della forza elettromotrice $\mathcal{E}$ indotta nel conduttore e la forza elettromotrice media in un giro completo.



8.3.4. Legge di Felici

Quando una spira di resistenza R si muove in un campo magnetico $\vec{B}$ in essa viene indotta una corrente. Nell'intervallo di tempo da t_1 a t_2 nella spira fluisce una carica q data da

$$q = \int_{t_1}^{t_2} i\,dt = -\frac{1}{R}\int_{t_1}^{t_2} d\Phi = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{R}$$

quindi il valore della carica non dipende dalla legge temporale con cui varia il flusso, ma solamente dal valore iniziale e finale. Questa è nota come *legge di Felici*.