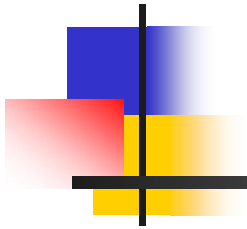
# Funkcionálne programovanie

1mAINp
1mINFb
2mINFb



RNDr. Peter Borovanský, PhD.

I-18

http://dai.fmph.uniba.sk/courses/FPRO/

# Prečo funkcionálne programovať ?

(pohľad funkcionálneho programátora)

- Because of their relative concision and simplicity, functional programs tend to be **easier to reason** about **than imperative** ones.
- Functional programming idioms are **elegant** and will help you become a **better programmer** in all languages.
- "The **smartest programmers** I know **are functional programmers**." – one of my undergrad professors ☺

http://www.forbes.com/sites/quora/2014/08/08/the-best-languages-for-getting-into-functional-programming/

# Prečo funkcionálne programovať ?

(pohľad nefunkcionálneho programátora)

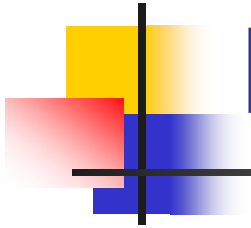
funkcionálne programovanie

- je súčasťou moderných/aktuálne/... vznikajúcich jazykov,
  - Python, Go, Clojure, Scala, Swift, Haskell
- sa importuje do jazykov klasicky procedurálnych/imperatívnych jazykov
  - Java (Java 8), C++ (c++ v.11)

hlavný konkurent OOP je v kríze (na diskusiu :-)

- **Object-Oriented Programming is Bad** – provokatívne video, ale stojí za to !
- základné princípy OOP (enkapsulácia, inheritance) sú zlé/nebezpečné,
- objekt (stav) je skrytý vstupno-výstupný argument metódy (funkcie),
- z pôvodne elegantných jazykov C, Java sú jazykové multi-paradigmové monštrá,
- v snahe mať v jazyku všetko, strácame jednoduchosť a eleganciu (Java),
- Java vznikla na smetisku jazykov (C/C++, Pascal, VB) jednoduchá a elegantná,
- snaha očistiť (vytiahnúť esenciu) programovania, napr. Haskell, Go, Scala, ...

Software is getting slower more rapidly than hardware becomes faster. -- Nicolaus Wirth (Pascal)



# Matematika – zdroj elegancie

- matematici zväčša nestratili zmysel po kráse (dôkazov), elegancii (definícií),
- kým informatici či programátori vylepšujú (efektívnosť) svoje algoritmy nie vždy s cieľom, aby boli čitateľnejšie, elegantnejšie, a často ani nie sú ...
- pri týchto transformáciach je často veľa matematiky (2., 3. prednáška)
- programátori sa primárne sústredia na korektnosť (*inak tam máš bug*),
- eleganciu (ako nevyhnutnosť) riešia, až keď sa to už nedá čítať/udržiavať,
- a to prichádza skoro...
  - nepriamo úmerne veľkosti tímu, kódu, ...
  - priamo úmerne zručnostiam, technikám, dodržiavaným pravidlám
- majú na to metodológie, metodiky, odporučenia, code-checkery

The speed of software halves every 18 months.
-- Bill Gates (povedal a vypustil Windows10)

# Funkcie v matematike

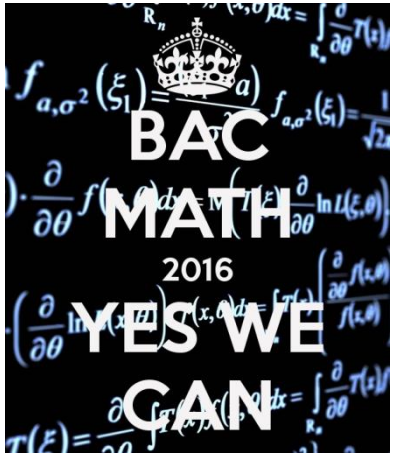

- Funkcia je typ zobrazenia, relácie, ...
- Funkcie sú rastúce, klesajúce, ..., derivujeme a integrujeme ich, ...
- Funkcie sú nad N (N->N), R (R->R), ...
- Funkcií je N->N veľa. Viac ako |N| ?
- Funkcií N->N je toľko ako reálnych čísel...Vieme všetky naprogramovať ?
- Funkcií je R->R je ešte viac. Naozaj ?

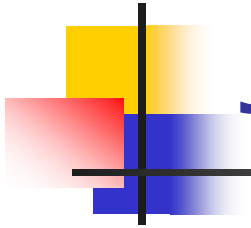
- Funkcie skladáme. To je asociatívna operácia... Je komutatívna ?
- x -> 4 je konštantná funkcia napr. typu N->N, či R->R, ...
- {x -> k*x+q} je množstvo (množina) lineárnych funkcií pre rôzne k, q
- Funkcia nie vždy má inverznú funkciu
- Ale skladať ich vieme vždy
  (x -> 2*x+1) . (x -> 3*x+5) je x->2*(3*x+5)+1, teda x->6*x+11
- aj aplikovať v bode z definičného oboru (x->6*x+11) 2 = 23
  a lineárne funkcie sú uzavreté na skladanie

Prirodzené čísla nám dal sám dobrotivý pán Boh, všetko ostatné je dielom človeka.
-- L. Kronecker

# Funkcionálna apokalypsa ☺

- Predstavme si, že by existovali len funkcie
- a nič iné…
- žiadne čísla, ani prirodzené, ani 0, ani True/False, ani NULL, či nil
- vedeli by sme vybudovať matematiku, resp. aspoň aritmetiku ?
- vieme nájsť
  - funkcie, ktoré by zodpovedali číslam 0, 1, 2, ...
  - a operácie zodpovedajúce +, *, …
- tak, aby to fungovalo ako (N, +, *)



# Jazyky podporujúce FP

- funkcionálne programovanie je programovanie s funkciami ako hodnotami
- funkcionálne programovanie **nie je** len programovanie funkcií (bolo aj c++)
- funkcionálne programovanie **nie je** jazdenie po zoznamoch (bolo aj pythone)
- funkcionálne programovanie **nie je** v jazyku bez closures

- kým sa objavilo funkcionálne programovanie, hodnoty boli: celé, reálne, komplexné číslo, znak, pole, zoznam, ...
- funkcionálne programovanie rôzne jazyky rôzne podporujú:

- Haskell, Scheme, Go, Scala, Python, …
- Groovy, Ruby, F#, Clojure, Erlang, …

- Pascal, C, Java, ...

Ktorý ako...

# Funkcia ako argument

## (Pascal/C - Ktorý ako...)

pred FP poznali funkcie ako argumenty, ale *neučili to (na FMFI) na Pascale ani C ...*

```
program example;

function first(function f(x: real): real): real;
begin
    first := f(1.0) + 2.0;
end;
function second(x: real): real;
begin
    second := x/2.0;
end;

begin
    writeln(first(second));
end.
```

To isté v jazyku C:

```
float first(float (*f)(float) ) {
  return (*f)(1.0)+2.0;
  return f(1.0)+2.0; // alebo
}

float second(float x) {
  return (x/2.0);
}

printf("%f\n",first(&second));
```

Podstatné: Pascal ani C nemajú closures - použiteľných funkcií je konečne veľa = len tie, ktoré sme v kóde definovali. Nijako nemôžeme dynamicky vyrobiť funkciu, s ktorou by sme pracovali ako s hodnotou.

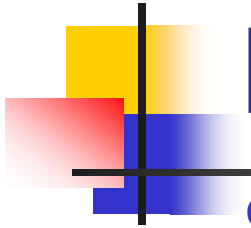
# Funkcia ako hodnota

(požičané z Go-ovského cvičenia, Programovacie paradigmy)

```
type realnaFunckia /*=*/ func(float64) float64

func kompozicia(f, g realnaFunckia) realnaFunckia {
   return (func(x float64) float64 {// kompozicia(f,g) = f.g
       return f(g(x)) // tu vzniká v run-time nová funkcia,
                      // ktorá nebola v čase kompilácie
   })
}                                          // iteracia(n,f)=f^n
func iteracia(n int, f realnaFunckia) realnaFunckia {
   if n == 0 {
       return (func(x float64) float64 { return x }) //id
   } else {
       return kompozicia(f, iteracia(n-1, f))
   }                              // f . iter(n-1,f)
}
```

https://repl.it/

iteracia.go



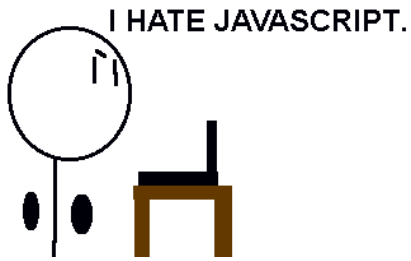
# Python Closures

```
def addN(n):                    # výsledkom addN je funkcia,
    return (lambda x:n+x)       # ktorá k argumentu pripočína N

add5 = addN(5)                  # toto je jedna funkcia x→5+x
add1 = addN(1)                  # toto je iná funkcia  y→1+y
                                # ... môžem ich vyrobiť neobmedzene veľa
print(add5(10))                 # 15
print(add1(10))                 # 11

def iteruj(n,f):                # výsledkom je funkcia f^n
    if n == 0:
        return (lambda x:x)     # identita
    else:
        return(lambda x:f(iteruj(n-1,f)(x)))  # f(f^(n-1)) = f^n

add5SevenTimes = iteruj(7,add5)   # +5(+5(+5(+5(+5(+5(+5(100)))))))
print(add5SevenTimes(100))        # 135
```

https://repl.it/

iteruj.py

# Javascript Closures




```
function addN(n) {                          -- výsledkom tejto funkcie je funkcia
    return function(x) { return x+n };      -- a toto je closure, fcia
}                                           -- jej komponenty odkazujú na objekty mimo argumentov funkcie
function iteruj(n, f) {
  if (n === 0)
    return function(x) {return x;};
  else
    return function(x) { return iteruj(n-1,f)(f(x)); };
}
add5 = addN(5);
add1 = addN(1);
```

```
Native Browser JavaScript
=> add5(100)
105
=> add1(10)
11
=> iteruj(7,add5)
[Function]
=>  iteruj(7,add5)(100)
135
=> iteruj(7,iteruj(4,add1))(100)
128
```

https://repl.it/

iteruj.js

Clojure

# Closure a Scope

## (príklad je v javascript)

```
function f() {
   y = 1
   return function (x) { return x + y }  -- closure - funkcia, ktorá viaže nelok.premennú  y
}
function g() {
  y = 2
  h = f()                  -- výsledkom je funkcia (closure), ktorú aplikujeme na 10
  console.log(h(10)) – otázka s akou hodnotou y sa vykoná sčítanie, y=1 alebo y=2
}
g()
```

Odpovede:

- 11 – lexical / static scoping vlastný „normálnym" moderným jazykom, Java, C++, ...
- 12 – dynamic scoping Basic, Lisp, CommonLisp, ... ale nie Scheme

https://repl.it/ scoping.js

# JDK8 - funkcionálny interface

```
interface FunkcionalnyInterface { // koncept funkcie v J8
   public void doit(String s);    // jediná "procedúra"
}

                              // „procedúra" ako argument
public static void foo(FunkcionalnyInterface fi) {
   fi.doit("hello");
}

                           // „procedúra" ako hodnota, výsledok
public static FunkcionalnyInterface goo() {
   return (String s) -> System.out.println(s + s);
}


foo(goo())
"hellohello"
```

Funkcie.java

# JDK8 - funkcionálny interface


```
public interface FunkcionalnyInterface { //String->String
   public String doit(String s); // jediná "funkcia"
}
                                  // "funkcia" ako argument
public static String foo(FunkcionalnyInterface fi) {
   return fi.doit("hello");
}
                                  // "funkcia" ako hodnota
public static FunkcionalnyInterface goo() {
   return
        (String s)->(s+s);
}
System.out.println(foo(goo()));
"hellohello"
```

Funkcie.java

# JDK8 - funkcionálny interface

```
public interface RealnaFunkcia {
   public double doit(double s);   // funkcia R->R
}
public static RealnaFunkcia iterate(int n, RealnaFunkcia f){
   if (n == 0)
        return (double d)->d;        // identita
   else {
        RealnaFunkcia rf = iterate(n-1, f);      // f^(n-1)
        return (double d)->f.doit(rf.doit(d));
   }
}
RealnaFunkcia rf = iterate(5, (double d)->d*2);
System.out.println(rf.doit(1));
```

Funkcie.java

# Java 8

```
String[] pole = { "GULA", "cerven", "zelen", "ZALUD" };
Comparator<String> comp =
(fst, snd)->Integer.compare(fst.length(), snd.length());

Arrays.sort(pole, comp);
for (String e : pole) System.out.println(e);
```

```
GULA
zelen
ZALUD
cerven
```

```
Arrays.sort(pole,
   (String fst, String snd) ->
       fst.toUpperCase().compareTo(snd.toUpperCase()));

for (String e : pole) System.out.println(e);
```

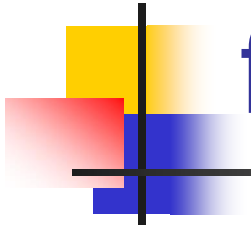
```
cerven
GULA
ZALUD
zelen
```

Funkcia.java

# forEach, map, filter v Java8

```
class Karta {
   int hodnota;
   String farba;
   public Karta(int hodnota, String farba) { … }
   public void setFarba(String farba) { … }
   public int getHodnota() { … }
   public void setHodnota(int hodnota) { … }
   public String getFarba() { … }
   public String toString() { … }
}
List<Karta> karty = new ArrayList<Karta>();
karty.add(new Karta(7,"Gula"));
karty.add(new Karta(8,"Zalud"));
karty.add(new Karta(9,"Cerven"));
karty.add(new Karta(10,"Zelen"));
```

MapFilter.java



# forEach, map, filter v Java8

[Gula/7, Zalud/8, Cerven/9, Zelen/10]

```
karty.forEach(k -> k.setFarba("Cerven"));
```

[Cerven/7, Cerven/8, Cerven/9, Cerven/10]

```
Stream<Karta> vacsieKartyStream =
   karty.stream().filter(k -> k.getHodnota() > 8);
List<Karta> vacsieKarty =
   vacsieKartyStream.collect(Collectors.toList());
```

[Cerven/9, Cerven/10]

```
List<Karta> vacsieKarty2 = karty
   .stream()
   .filter(k -> k.getHodnota() > 8)
   .collect(Collectors.toList());
```

[Cerven/9, Cerven/10]

MapFilter.java

# forEach, map, filter v Java8

```
List<Karta> vacsieKarty3 = karty
    .stream()
    .map(k->new Karta(k.getHodnota()+1,k.getFarba()))
    .filter(k -> k.getHodnota() > 8)
    .collect(Collectors.toList());
```

[Cerven/9, Cerven/10, Cerven/11]

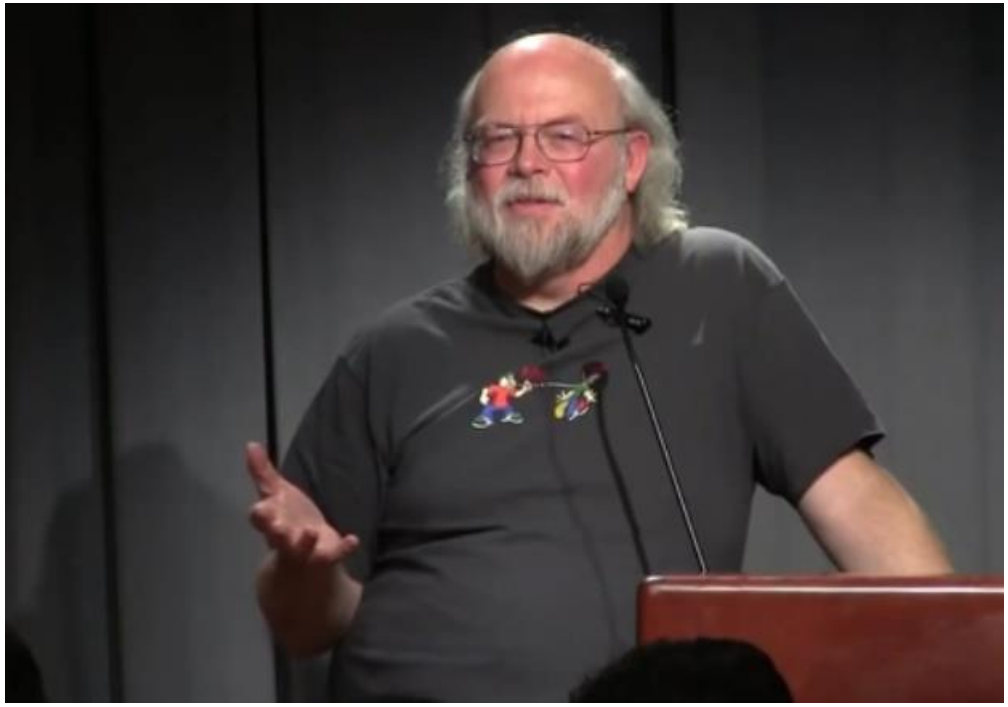
```
List<Karta> vacsieKarty4 = karty
    .stream()
    .parallel()
    .filter(k -> k.getHodnota() > 8)
    .sequential()
    .collect(Collectors.toList());
```

[Cerven/9, Cerven/10]

MapFilter.java

# Break

(reklamná prestávna – Scala publicity)



If I were to pick a language to use today other than Java, it would be Scala -- James Gosling

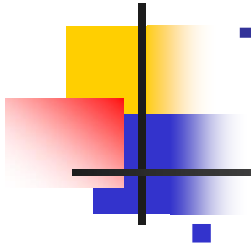
TURBO PRIVILEDGE: Na riešenie prvých domácich úloh si môžete vyskúšať jazyk Scala, nemáte síce automatický testovač, ale riešenia vám opravíme individuálne

# Predchádzalo vzniku FP

- 19.storočie – DeMorgan, Boole – výrokový a predikátový počet
- 19.storočie – Peano – teória čísel, indukcia
- 20.storočie – Russel, Gödel , Hilbert – Princípy matematiky
- ~1930 ... ~1950 – vypočítateľnosť
  - Turingove stroje – krok, stav, abeceda, výpočet
  - Rekurzívne funkcie (Kleene) – štruktúra funkcií podľa ich konštrukcie, napr. primitívne rekurzívne funkcie ⊊ vypočítateľné (Ackermannova fcia),
  - ə-kalkul (Church) ï abstrakcia a aplikácia,
  - Markovove algoritmy - symbolické úpravy reŠazcov, prepisovací systém
- všetky modely (i mnohé ďalšie) sú ekvivalentné,
  - zastavenie Turingovho stroja,
  - zastavenie programu v Pascale-Jave-Pythone...
  - výpočet v ə-kalkul,
  - výpoļ et rekuzívnej funkcie dá výsledok
- sú rovnako ťažké (nemožné) úlohy

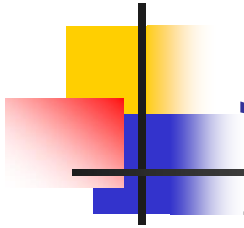
Pôvodne vôbec nešlo o počítanie, ale vypočítateľnosť, či matematiku

- ak počítali, tak to vyzeralo takto The Bombe @ Bletchley.mov



# Trochu z histórie FP

- 1930, Alonso Church, lambda calculus
  - teoretický základ FP
  - kalkul funkcií: abstrakcia, aplikácia, kompozícia
  - Princeton: A.Church, A.Turing, J. von Neumann, K.Gödel - skúmajú formálne modely výpočtov
  - éra: WWII, prvý von Neumanovský počítač: Mark I (IBM), balistické tabuľky
- 1958, Haskell B.Curry, logika kombinátorov
  - alternatívny pohľad na funkcie, menej známy a populárny
  - „premenné vôbec nepotrebujeme"
- 1958, LISP, John McCarthy
  - implementácia lambda kalkulu na „von Neumanovskom HW"
- 1960, SECD (**S**tack-**E**nvironment-**C**ontrol-**D**ump) Machine, Landin
  - predchodca p-code, rôznych stack-orientovaných bajt-kódov, virtuálnych mašín.
  - SECD použili pri implementácii
    - Algol 60, PL/1 – predchodcu Pascalu
    - LISP – prvého funkcionálneho jazyka založenom na $\lambda$-kalkule



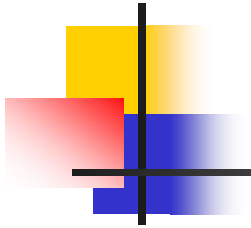
# Jazyky FP

1977, John Backus, IBM – odpálil boom rôznych FP jazykov

Can Programming Be Liberated from the von Neumann Style?

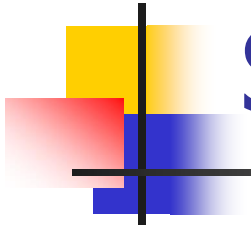
A Functional Style and Its Algebra of Programs

- 1.frakcia:
  - Lisp, Common Lisp, ..., Scheme (MIT,DrScheme,Racket),
  - ML, Standard ML, CAML, oCAML, ...
- 2.frakcia:
  - Miranda, Gofer, Hope, Erlang, Clean, Hugs, Haskell Platform



# 1960 LISP

- LISP je rekurzívny jazyk
- LISP je vhodný na list-processing
- LISP používa dynamickú alokáciu pamäte, GC
- LISP je skoro beztypový jazyk
- LISP používal dynamic scoping
- LISP má globálne premenné, priradenie, cykly a pod.
  - ale nič z toho vám neukážem ☺
- LISP je vhodný na prototypovanie a je *všelikde*
- Scheme je LISP dneška, má viacero implementácií, napr.



# Scheme - syntax

<Expr> ::= <Const> |
<Ident> |
**(**<Expr0> <Expr1> … <Exprn>**)** |
**(lambda (**<Ident1>…<Identn>**)** <Expr>**)** |
**(define** <Ident> <Expr>**)**

definícia funkcie:

```
(define gcd
  (lambda (a b)
    (if (= a b)
      a
      (if (> a b)
        (gcd (- a b) b)
        (gcd a (- b a))))))
```

volanie funkcie:

```
(gcd 12 18)
      6
```

# Rekurzia na číslach

```
(define fac (lambda (n)
  (if (= n 0)
    1
    (* n (fac (- n 1))))))
```

**(fac 100)**
**933262....000**

```
(define fib (lambda (n)
  (if (= n 0)
    0
    (if (= n 1)
      1
      (+ (fib (- n 1)) (fib (- n 2)))))))
```

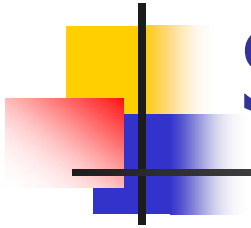
**(fib 10)**
**55**

```
(define ack (lambda (m n)
  (if (= m 0)
    (+ n 1)
    (if (= n 0)
      (ack (- m 1) 1)
      (ack (- m 1) (ack m (- n 1)))))))
```

**(ack 3 3)**
**61**

```
(define prime (lambda (n k)
  (if (> (* k k) n)
    #t
    (if (= (mod n k) 0)
      #f
      (prime n (+ k 1))))))

(define isPrime?(lambda (n)
    (and (> n 1) (prime n 2))))
```

https://repl.it/ scheme.scm

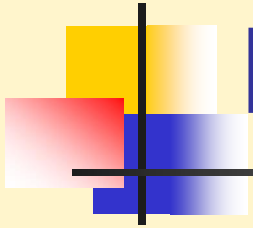


# Scheme closures

```
(define (iterate n f)
   (if (= n 0)
       (lambda (x) x)
       (lambda (x) (f ((iterate (- n 1) f) x )))
   )
)

(define addN5 (lambda (n) (+ n 5)))
(define addN1 (lambda (n) (+ n 1)))

((iterate 7 addN5 ) 100)
((iterate 7 (iterate 4 addN1)) 100)
```

https://repl.it/

scheme.scm



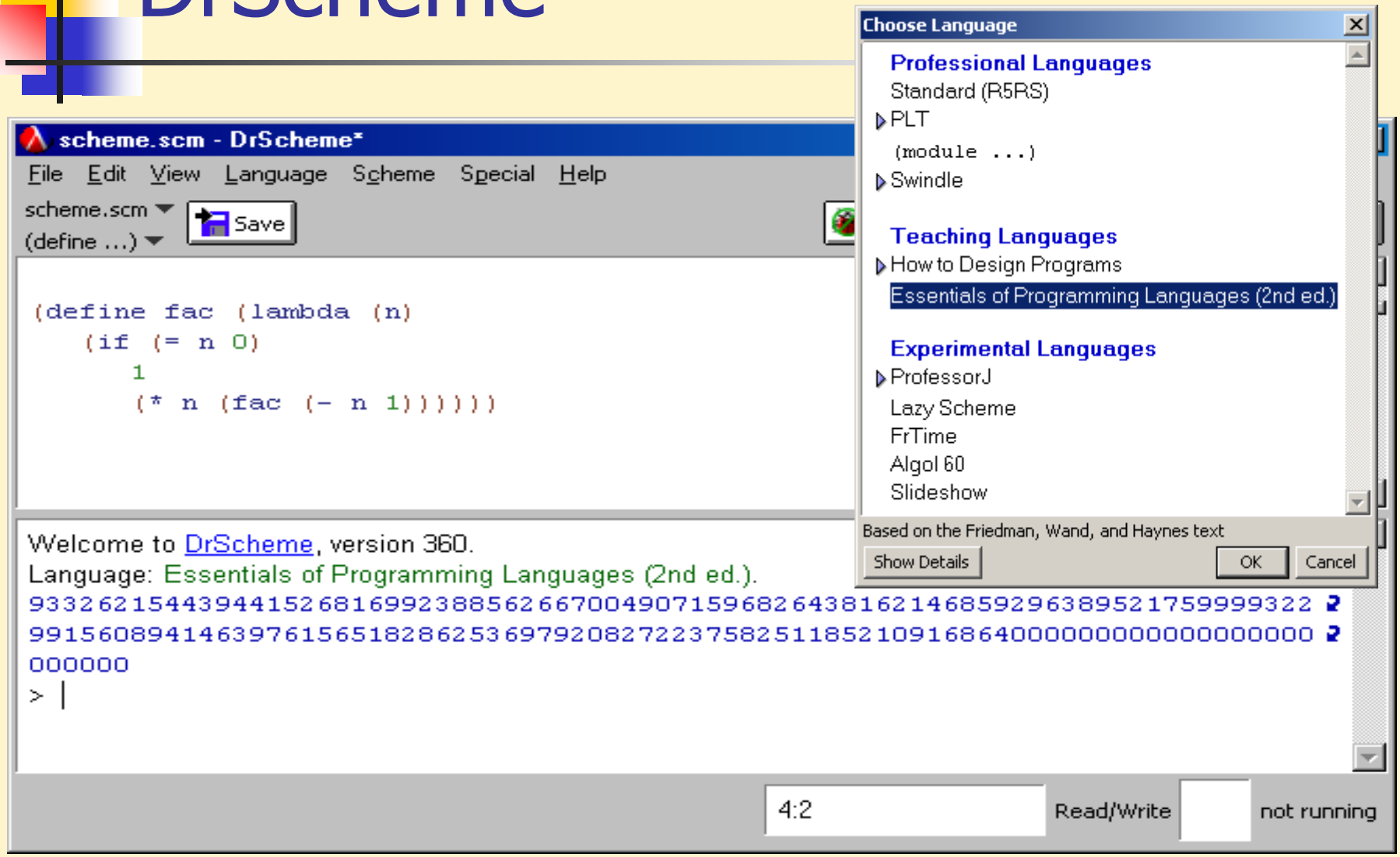
# Nepovinné

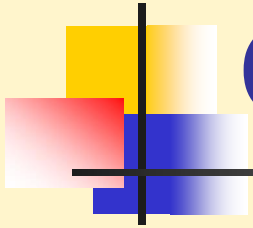
- Takto vyzerá slajd, ktorý je nepovinný len pre záujemcov

# DrScheme

po inštalácii DrScheme treba zvoliť si správnu úroveň jazyka (t.j. advanced user, resp. Essentials of PL)

http://www.plt-scheme.org/software/drscheme/tour/tour-Z-H-4.html



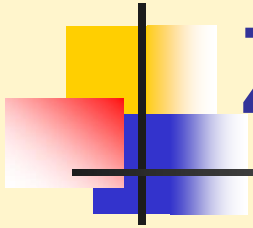


# Čísla - help

- complex
- real
- rational
- integer

| | |
|---|---|
| +,-, * | (* 3 (+ 5 7) 2) \|--> 72 |
| quotient, remainder, modulo | (quotient 7 3) \|--> 2<br>(remainder -11 3) \|--> -2, (modulo -11 3) \|--> 1 |
| max, min, abs | (max 1 2 3 4 5) \|--> 5 |
| gcd, lcm | (gcd 18 12) \|--> 6, (lcm 18 12) \|--> 36 |
| floor, ceiling | (floor (/5 3)) \|--> 1, (ceiling (/ 5 3)) \|--> 2<br>(floor -4.3) \|--> -5.0, (ceiling -4.3) \|--> -4.0 |
| truncate, round | (truncate -4.3) \|--> -4.0, (round -4.3) \|--> -4.0 |
| expt | (expt 2 5) \|--> 32 |
| eq?, =, <, >, <=, >= | |
| zero?, positive?, negative? | |
| odd?, even? | (odd? 2) \|--> #f, (even? 2) \|--> #t |

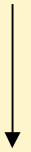
Zoznam je to, čo
má hlavu a chvost



# Zoznam a nič iné

- má dva konštruktory
  - Scheme: (), (cons h t)
  - Haskell: [], h:t
- vieme zapísať konštanty *typu* zoznam
  - Haskell: 1 : 2 : 3 : [] = [1,2,3]
  - Scheme: (cons 1 (cons 2 (cons 3 ())))
- poznáme konvencie
  - Scheme: (list 1 2 3), '(1 2 3), (QUOTE (1 2 3))
- môžu byť heterogénne
  - Scheme: '(1 (2 3) 4), (list 1 ' (2 3) 4), (list 1 (2 3) 4)
  - Haskell: nie, vždy sú typu List<t> = [t]

procedure application:
expected procedure,
given: 2; arguments were: 3



K zoznamu vždy pristupujeme cez hlavu

# Car-Cdrling v Lispe/Scheme

- **car**

  (car '(1 2 3)) vráti 1

  (car '((1 2) 3 4)) vráti (1 2)

- **cdr**

  (cdr '(1 2 3)) vráti (2 3)

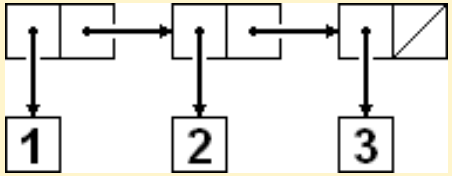
  (cdr '((1 2) 3 4)) vráti (3 4)

- **cons**

  (cons 1 '(2 3)) vráti (1 2 3)

- **quote**

  '(1 2) je ekvivalentné (**quote** (1 2))




(cddr '(1 2 3))
(3)
(cdddr '(1 2 3))
()
(cadr '(1 2 3))
2
(caddr '(1 2 3))
3

(if vyraz ak-nie-je-nil ak-je-nil)

null? je #t ak argument je ()

# Zoznamová rekurzia 1

```
(define length
  (lambda (l)
    (if (null? l)
      0
      (+ 1 (length (cdr l))))))
```

```
(length '(1 2 3))
    3
```

```
(define sum
  (lambda (l)
    (if (null? l)
      0
      (+ (car l) (sum (cdr l))))))
```

```
(sum '(1 2 3))
    6
```

zreťazenie zoznamov

```
(define append
  (lambda (x y)
    (if (null? x)
      y
      (cons (car x)
            (append (cdr x) y)))))
```

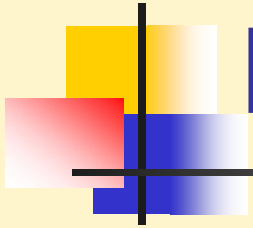
```
(append '(1 2 3) '(a b c))
    (1 2 3 a b c)
```

otočenie zoznamu

```
(define reverse
  (lambda (l)
    (if (null? l)
      '()
      (append (reverse (cdr l))
              (list (car l))))))
```

častá chyba

```
(reverse '(1 2 3 4))
    (4 3 2 1)
```



# Príklad - zásobník

```
(define empty_stack
    ( lambda ( stack ) ( if ( null? stack ) #t  #f )))

(define push
    ( lambda ( element stack ) ( cons element stack ) ))

(define pop
    ( lambda ( stack ) ( cdr stack )))

(define top
    ( lambda ( stack ) ( car stack )))
```

```
(define st (push 3 (push 2 (push 1 '()))))
  st

(top (pop (pop st)))
  1
```

(cond (v1 r1) (v2 r2) (else r))

list? je #t ak argument je zoznam

# Zoznamová rekurzia 2

- member ; nachádza sa v zozname

```
(define member
   (lambda (elem lis)
      (cond
            ((null? lis) '())          ; #f
            ((eq? elem (car lis)) #t)
            (else (member elem (cdr lis))))))
```

**(member 3 '(1 2 3))**
**#t**

**(member ' (1 2) '(1 2 (1 2) 3))**
**()**

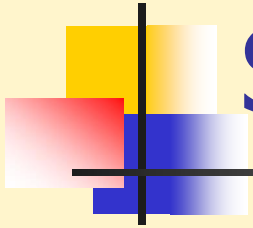
lebo (eq? '(1 2) '(1 2)) je #f

- equal ; rovnosť dvoch zoznamov

```
(define equal
   (lambda (lis1 lis2)
      (cond
            ((not (list? lis1))(eq? lis1 lis2))
            ((not (list? lis2)) '())          ; #f
            ((null? lis1) (null? lis2))
            ((null? lis2) '())
            ((equal (car lis1) (car lis2))
                (equal (cdr lis1) (cdr lis2)))
            (else '()))))
```

**(equal '(1 2) '(1 2))**
**#t**

ak sa rovnajú hlavy, porovnávame chvosty



# Spošenie zoznamu - flat

```
(define flat (lambda (lis)
    (cond
        ((null? lis) lis)                          ; prázdny zoznam
        ((list? lis)                               ; zoznam
            (append (flat (car lis)) (flat (cdr lis))))
        (else (list lis)))))                       ; atóm
```

```
(flat '(1 2 (3 (4 5) ()) (6 (7))))
    (1 2 3 4 5 6 7)
```

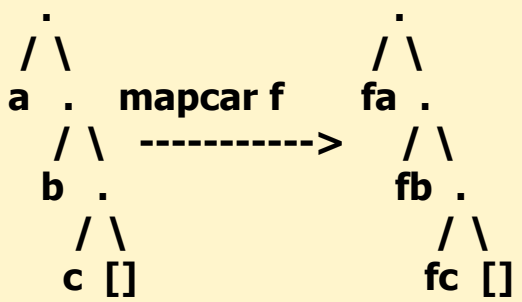
porozmýšľajte, ako odstrániť append z tejto definície

ako napísať flat len s jedným rekurzívnym volaním

# Mapping

- mapcar ; aplikuj funkciu na každý prvok zoznamu

```
(define (mapcar fun lis)
   (cond
      ((null? lis) '())
      (else (cons (fun (car lis))
                  (mapcar fun (cdr lis))))))
```




**(mapcar fib '(1 2 3 4 5 6))**

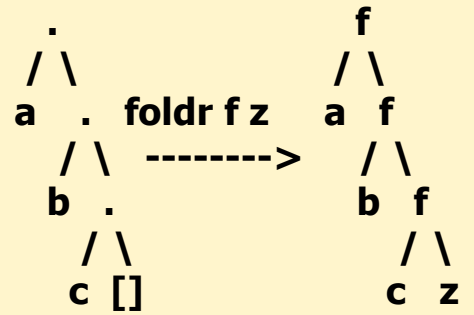
**(1 1 2 3 5 8)**

**(mapcar (lambda (x) (* x x)) '(1 2 3 4 5 6))**

**(1 4 9 16 25 36)**

konštanta typu funckia

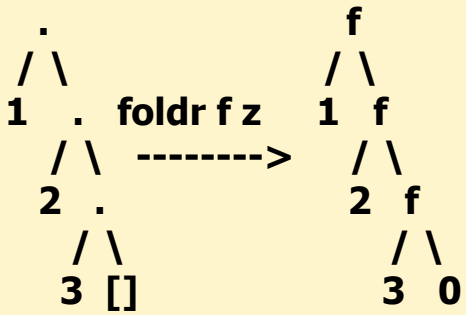
# foldr



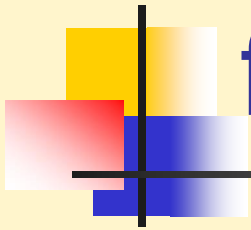

```
(define foldr
  (lambda (func zero lis)
    (if (null? lis)
      zero
      (func (car lis) (foldr func zero (cdr lis))))))
```

**(foldr (lambda (x y) (+ (* 10 y) x) ) 0 '(1 2 3))**
**321**

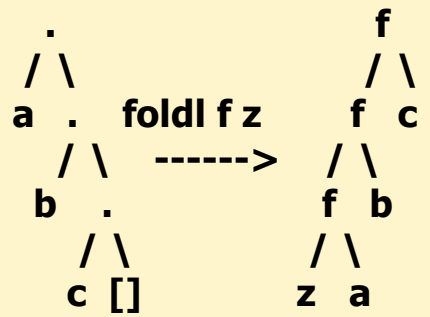
**(foldr (lambda (x y) (+ (* 10 x) y) ) 0 '(1 2 3))**
**60**




porozmýšľajte, ako definovať append pomocou foldr

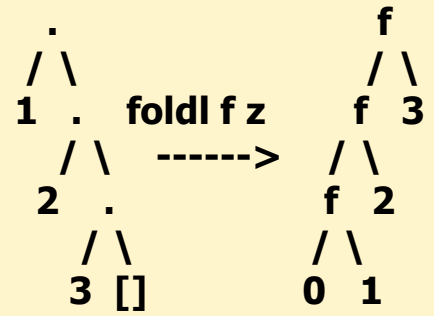


# foldl

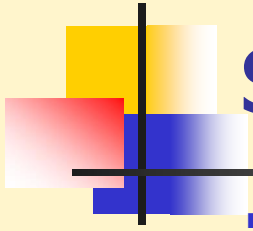



```
(define foldl
  (lambda (func accum lis)
    (if (null? lis)
      accum
      (foldl func (func accum (car lis)) (cdr lis)))))
```

```
(foldl (lambda (x y) (+ (* 10 x) y) ) 0 '(1 2 3))
        123

(foldl (lambda (x y) (+ (* 10 y) x) ) 0 '(1 2 3))
        100
```




porozmýšľajte, ako definovať reverse pomocou foldl

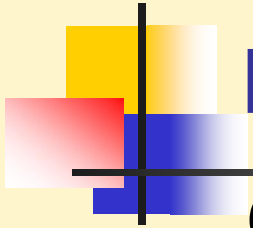


# spoj a rozpoj

- (spoj '(1 2 3) '(4 5 6)) = ((1 4) (2 5) (3 6))
- (rozpoj '((1 4) (2 5) (3 6))) = ((1 2 3) (4 5 6))

```
(define rozpoj (lambda (pairs)
  (cond
    ((null? pairs) '())                                  ; prázdny zoznam
    ((null? (cdr pairs))                                 ; jedno-prvkový zoznam
          (list (list (caar pairs)) (list (cadar pairs))))
    (else                                                ; dvoj-a-viac prvkový
      (list
        (cons (caar pairs) (car (rozpoj (cdr pairs))))
        (cons (cadar pairs) (cadr (rozpoj (cdr pairs))))))))
```

```
(rozpoj '())
        ()
(rozpoj '((1 4)))
        ((1) (4))
(rozpoj '((1 4) (2 3)))
        ((1 2) (4 3))
(rozpoj '((1 11) (2 12) (3 13) (4 14)))
        ((1 2 3 4) (11 12 13 14))
```

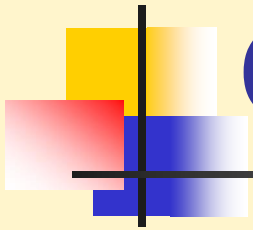


# rozpoj pomocou let

```
(define rozpoy (lambda (pairs)
  (cond
    ((null? pairs) '())
    ((null? (cdr pairs)) (list (list (caar pairs)) (list (cadar pairs))))
    (else
      (let ((pom (rozpoy (cdr pairs))))
           (list
              (cons (caar pairs) (car pom))
              (cons (cadar pairs) (cadr pom))))))))
```

```
(let (
      (var1 expr1) ...
      (varn exprn))
          expr)
```

priradí do premenných $var_i$ hodnoty výrazov $expr_i$ a vyhodnotí výraz expr

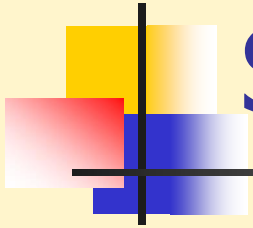


# Queens

doposial dobre položené dámy

```
(define btrackRow (lambda (col row queens)
  (if (> row N)                    ; skús položiť dámu do riadku row v stĺpci col
    #f
    (or
      (and (safe row row row queens)  (btrack (+ col 1) (cons row queens)))
      (btrackRow col (+ row 1) queens))
    )
  )
)

(define btrack (lambda (col queens)          ; skús položiť dámu do stĺpca col
  (if (> col N)
    queens
    (btrackRow col 1 queens)
     )
  )
)
```

```
> (btrack 1 ())
(4 2 7 3 6 8 5 1)
```



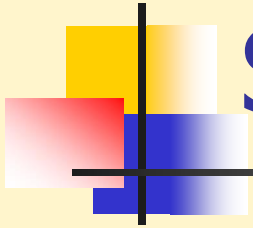
# Safe

(define **N** 8)

```
(define safe (lambda (row diag1 diag2 queens)
  (if (null? queens)
      #t
     (if (or (eq? row (car queens)) ; kolizia v riadku
             (eq? (+ diag1 1) (car queens)) ; kolizia na 1.uhlopriecke
             (eq? (- diag2 1) (car queens))) ; kolizia na 2.uhlopriecke
       #f
       (safe row (+ diag1 1) (- diag2 1) (cdr queens))))
  )
)
```

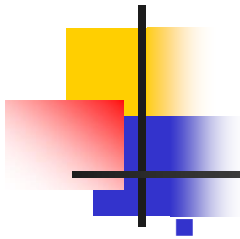
```
(define safe (lambda (row diag1 diag2 queens)
  (let ((diag11 (+ diag1 1)) (diag21 (- diag2 1)))
    (or (null? queens)
      (and (not (or (eq? row (car queens)) ; kolizia v riadku
                    (eq? diag11 (car queens)) ; kolizia na 1.uhlopriecke
                    (eq? diag21 (car queens)))) ; kolizia na 2.uhlopriecke
        (safe row diag11 diag21 (cdr queens)))))
  ))
```

cykly sú, ale neprezradím



# Syntax - help

- volanie fcie
  (<operator> <operand1> ...) (max 2 3 4)
- funkcia
  (lambda *<formals> <body>*) (lambda (x) (* x x))
- definícia funkcie
  (define <fname> (lambda *<formals> <body>*) )
- if, case, do, …
  (if <test> <then>) (if (even? n) (quotient n 2))
  (if <test> <then> <else>) (if (even? n) (quotient n 2) (+ 1 (*3 x)))
  (cond (<test1> <expr1>) (cond ((= n 1) 1)
  (<test2> <expr2>) ((even? n) (quotient n 2))
  (else <exprn>) ) (else (+ 1 (*3 x))))
- let
  (let ( (<$var_1$> <$expr_1$> ) …
  (<$var_n$> <$expr_n$> ) )
  <expr>) (let ((x (+ n 1))) (* x x))



# Haskell

## (typy v kocke)

- typovaný jazyk, teda má typy, napr. Int, Integer, Bool, Char, Float, String,...
- typové konštruktory:
  - n-tica ($t_1$, …, $t_n$), zoznam [t], napr. (Int, Int), [Int], [String]
  - funkčné typy $t_1$->$t_2$, napr. Int ->Int, Int ->Int ->Int
  - operátor -> je pravo-asociatívny, preto Int ->Int ->Int znamená
    - Int ->(Int ->Int)

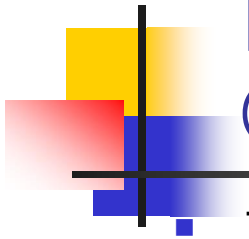
      - funkcia, ktorá pre celé číslo vráti celočíselnú funkciu
    - a nie (Int ->Int) ->Int

      - funkcia, ktorá pre celočíselnú funkciu vráti číslo.
  - zátvorkovanie ruší defaultnú pravú asociativitu

Príklad:

```
iteruj   :: Int -> ((Float -> Float) -> (Float -> Float) )
(.)      :: (Float -> Float) -> ((Float -> Float) -> (Float -> Float)) – skladanie
iteruj   :: Int -> ( (t -> t) -> (t -> t) ) – pre každé t – polymorfizmus
(.)      :: (v -> w) -> ((u -> v) -> (u -> w))
```

Iteruj.hs



# Haskell

## (aplikácia v kocke)

- funkciu f :: A->B môžeme aplikovať na argument typu A, výsledkom je B
- f a, alebo (f a), nie ako v iných jazykoch f(a)

Napr.

```
sin       :: Float -> Float
(+5)      :: Int -> Int

iteruj 7 :: (Float -> Float) -> (Float -> Float)
(iteruj 7) sin :: Float -> Float

((iteruj 7) sin) pi :: Float          -- sin (sin (sin (sin (sin (sin (sin (π ) ) ) ) ) ) )

iteruj 4 :: (Int -> Int) -> (Int -> Int)
iteruj 4 (+5) :: (Int -> Int)
(iteruj 3) (iteruj 4 (+5)) :: (Int -> Int)
((iteruj 3) (iteruj 4 (+5))) 10 :: Int
```

Iteruj.hs

# Haskell

## (definícia v kocke)

```
iteruj    :: Int -> ((Float -> Float) -> (Float -> Float) )
iteruj    :: Int -> ((t -> t) -> (t -> t) )
```
– pre každé t – polymorfizmus

iteruj n f znamená $f^n = f \circ f \circ \ldots \circ f$, teda iteruj n f x znamená $f^n(x)$

```
iteruj 0   f  = (\x -> x)                          -- identita
iteruj n   f  = (\x -> f (iteruj (n-1) f x))
```
alebo
```
iteruj n   f  = (\x -> iteruj (n-1) f (f x))
```
alebo
```
iteruj 0   f x = x
iteruj n   f x = f (iteruj (n-1) f x)
```
alebo
```
iteruj n   f = f  . (iteruj (n-1) f)
```
alebo
```
iteruj n   f = (iteruj (n-1) f) . f
```

Iteruj.hs

# Haskell

## (pre pokročilejších fajnšmekrov)

```
iteruj_foldr        :: Int -> ((t -> t) -> (t -> t) )
iteruj_foldr n f    = foldr (.) id (replicate n f)

iteruj_foldl        :: Int -> ((t -> t) -> (t -> t) )
iteruj_foldl n f    = foldl (.) id (take n (cycle [f]))

iteruj_using_iterate        :: Int -> ((t -> t) -> (t -> t) )
iteruj_using_iterate n f x  = iterate f x !! n

iteruj_funkciu              :: Int -> ((t -> t) -> (t -> t) )
iteruj_funkciu n f          = iteruj_f !! n
                            where iteruj_f = id:[f . g | g <- iteruj_f]
```

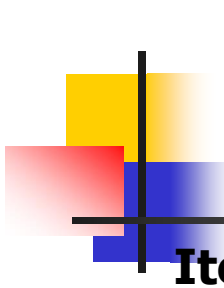
```
replicate :: Int -> t -> [t]
replicate 5 13 = [13,13,13,13,13]
replicate 5 f = [f,f,f,f,f]
```

```
cycle :: t -> [t]
cycle 17 = [17,17,17,17,17.17, ... ]
cycle f = [f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,f,
take 5 (cycle f) = [f,f,f,f,f]
```

```
iterate :: (t->t) -> t -> [t]
iterate f x = [x, fx, ffx, fffx, ffffx, ....]
[x, fx, ffx, fffx, ffffx, ....]!!2 = ffx
```

```
iteruj n f = iteruj' n (id:(cycle[f]))
        where     iteruj' 0 (x:_) = x
                  iteruj' n (x:(y:xs)) = iteruj' (n-1) ((x . y):xs)
```

Iteruj.hs



# Haskell

## (Hunit testy)

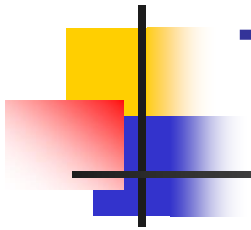
**Iteruj.hs**

```
module Iteruj where
```

**TestIteruj.hs**

```
module TestIteruj where
import Iteruj
import Test.Hunit

main = do
    runTestTT $ TestList [
       TestList [
          TestCase $ assertEqual "iteruj 5 (+4) 100" 120 ( iteruj 5 (+4) 100 ),
          TestCase $ assertEqual "iteruj 5 (*4) 100 " 102400 ( iteruj 5 (*4) 100 ),
          TestCase $ assertEqual "iteruj 5 (++ab) c " "cababababab„
                                                    ( iteruj 5 (++"ab") "c" )],
```

Iteruj.hs



# Turbo

Venujem neznámemu Viktorovi :
napriek menu menu svojmu,
padol za predstavu svoju,
o spojitých funkciach...

# Kvíz funkcionára

Každý slušný funkcionár hľadá (vo voľbách) nejakú dobrú funkciu

Tréning: viete nájsť funkciu f a zapísať je v matematike/Haskelli, ktorá

1. $f^3$=iteruj 3 f = \x -> x+6,
   f = \x -> x+2
1. $f^3$=iteruj 3 f = \x -> 27*x
   f = \x -> 3*x
1. $f^3$=iteruj 3 f = \x -> x+13
   f = \x -> x+13/3
1. $f^3$=iteruj 3 f = \x -> 11*x
   f = \x -> $^3$ã11 * x
1. $f^3$=iteruj 3 f = \x -> $x^8$
   f = \x -> x*x
1. $f^3$=iteruj 3 f = \x -> $x^7$
   f = ???

Neexistuje ? Alebo len nemá meno (v matematike, či Haskelli) ?