

Задание 7. Расширенный алгоритм Евклида. Куча. Разные задачи. Графы

1 Решите уравнения в целых числах. Нужно найти все решения, а не только частное.

1. $238x + 385y = 133$

2. $143x + 121y = 52$

2 Решите сравнение $68x + 85 \equiv 0 \pmod{561}$ с помощью расширенного алгоритма Евклида. Требуется найти все решения в вычетах.

3 Найдите обратный остаток $7^{-1} \pmod{102}$

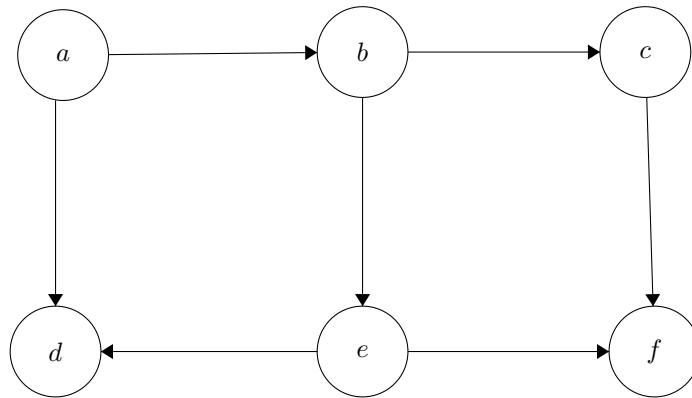
4 Приведите алгоритм добавления элемента в уже существующую кучу на максимум из n элементов. Докажите его корректность и оцените асимптотику.

5 Реализуйте очередь через два стека. Оцените асимптотику операций с получившейся очередью.

6 Сколько существует различных лесов обхода в глубину для графа-пути?

7 Турнир - это полный ориентированный граф, то есть такой ориентированный граф, в котором между любой парой различных вершин есть ровно одно ребро. Докажите, что в турнире на n вершинах есть простой (несамопересекающийся) путь длины $n-1$. Постройте алгоритм, находящий такой путь, и оцените время его работы.

8 Примените DFS к графу.



Порядок выбора вершин алфавитный.

9* На вход задачи подаются натуральные числа n, a_0, \dots, a_n, y . Необходимо определить, существует ли такое натуральное число x , что $y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$.

10* Ваш лектор по алгоритмам нашёл два одинаковых шарика из неизвестного материала и внезапно решил измерить их прочность в этажах стоэтажного небоскрёба. Прочность равна номеру минимального этажа, при броске шарика из окна которого шарик разобьётся (максимум 100). Считаем, что если шарик уцелел, то его прочность после броска не уменьшилась. Сколько бросков шариков необходимо и достаточно для нахождения прочности?