

Задание 4. Сортировки, порядковые статистики.

Указание: в этом задании мы будем использовать алгоритм поиска k -й порядковой статистики в качестве черного ящика, принимающего массив и число k , и за линейное время находящего элемент, который будет стоять на k -м месте в отсортированном массиве.

Рекомендация: докажите корректность и оцените асимптотику для каждой задачи.

1 На вход задачи поступают три отсортированных массива. Постройте алгоритм, находящий число уникальных элементов в объединении этих массивов.

2 На вход задачи поступает массив a из n чисел. Постройте алгоритм, находящий число инверсий в массиве, то есть таких пар индексов i, j , что $i < j$ и $a[i] > a[j]$.

Рекомендация: модифицируйте алгоритм сортировки слиянием.

3 На прямой задано n строго вложенных отрезков в виде пар концов (l_i, r_i) . Они могут поступать на вход в произвольном порядке. Постройте алгоритм, находящий **множество точек на прямой**, покрытое ровно $\lceil \frac{2n}{3} \rceil$ отрезками.

4 На вход поступает число n и массив a размера $2n + 1$. Постройте алгоритм, находящий число s , минимизирующее сумму $\sum_{i=1}^{2n+1} |a_i - s|$