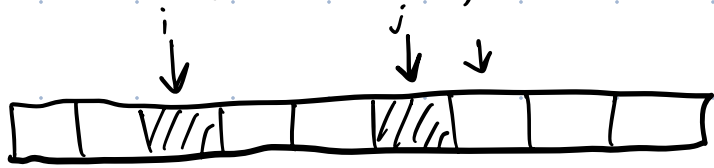


ОЧЕРЕДЬ (queue)

FIFO (first in, first out)



q.push\_back(new\_elem)

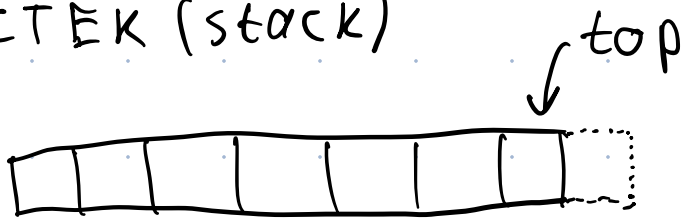
$O(1)$

q.pop()

$O(1)$

---

СТЕК (stack)



LIFO (last in, first out)

push

pop

for ...

if (stack.top() == new\_elem):

stack.push(new\_elem)

else:

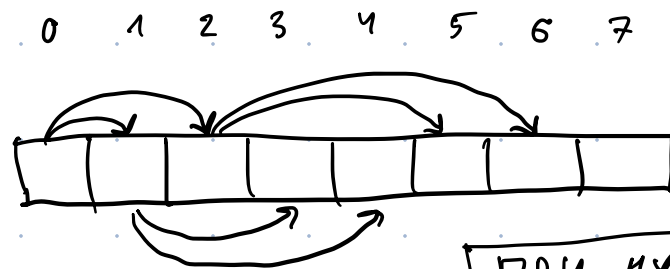
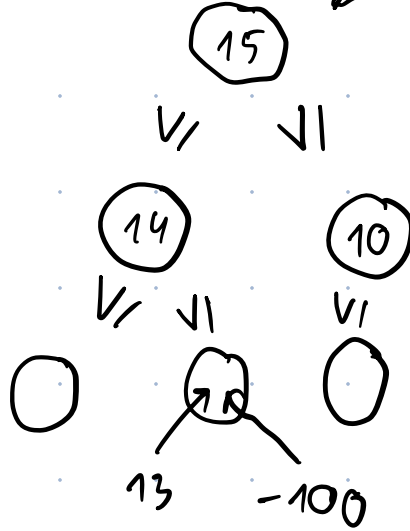
stack.pop()

---

Куча (Heap)

Куча на максимум

# ПОЧТИ ПОЛНОЕ БИН. ДЕРЕВО



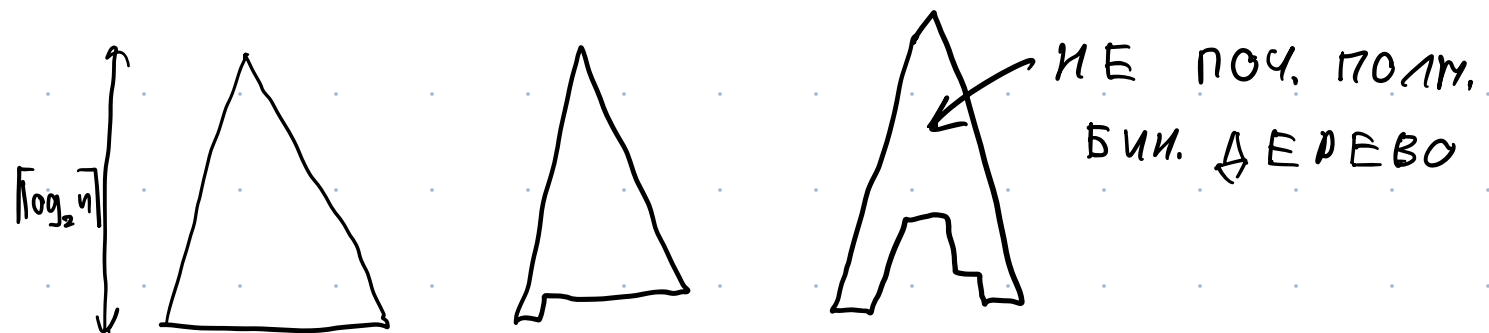
$$i \begin{cases} \rightarrow 2i+1 \\ \rightarrow 2i+2 \end{cases}$$

(при нум. с 0)

при нум. с 1

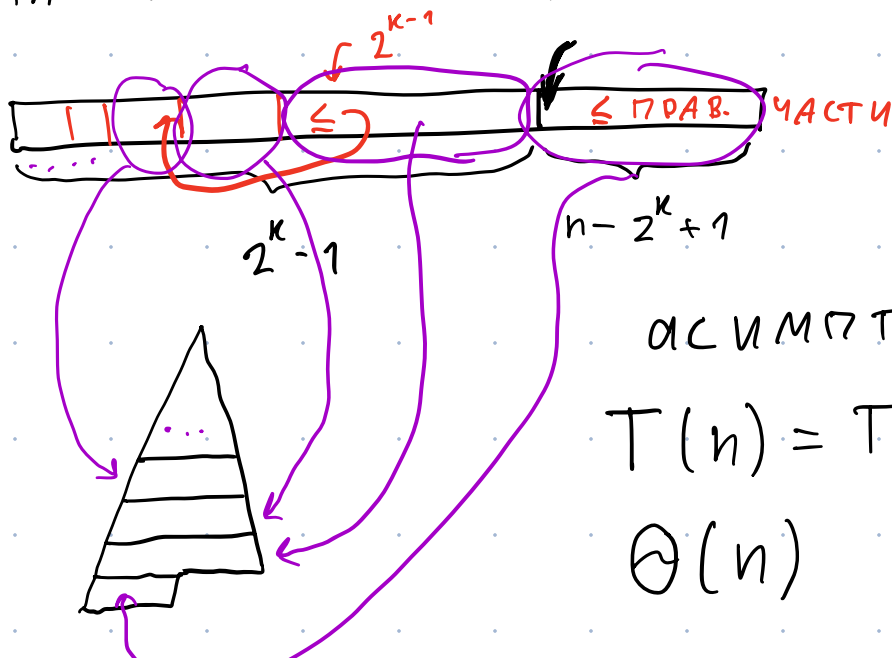
$$i \begin{cases} \rightarrow 2i \\ \rightarrow 2i+1 \end{cases}$$

ПОЧТИ ПОЛН. БИН. ДЕРЕВО:



Для  $n$  элем.  $\lceil \log_2 n \rceil$

КАК ПОСТРОИТЬ КРЧУ НА  $n$  ЭЛЕМ.?

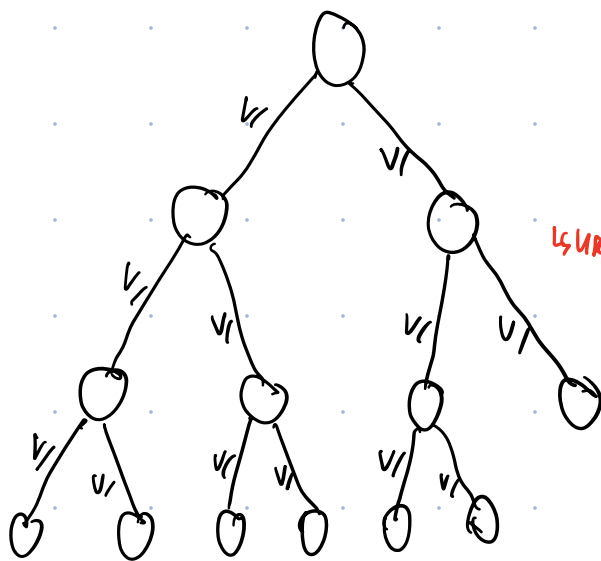


АСИМПТОТИКА:

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + cn$$

$$\Theta(n)$$

# СОРТИРОВКА КУЧЕЙ (HEAP sort)

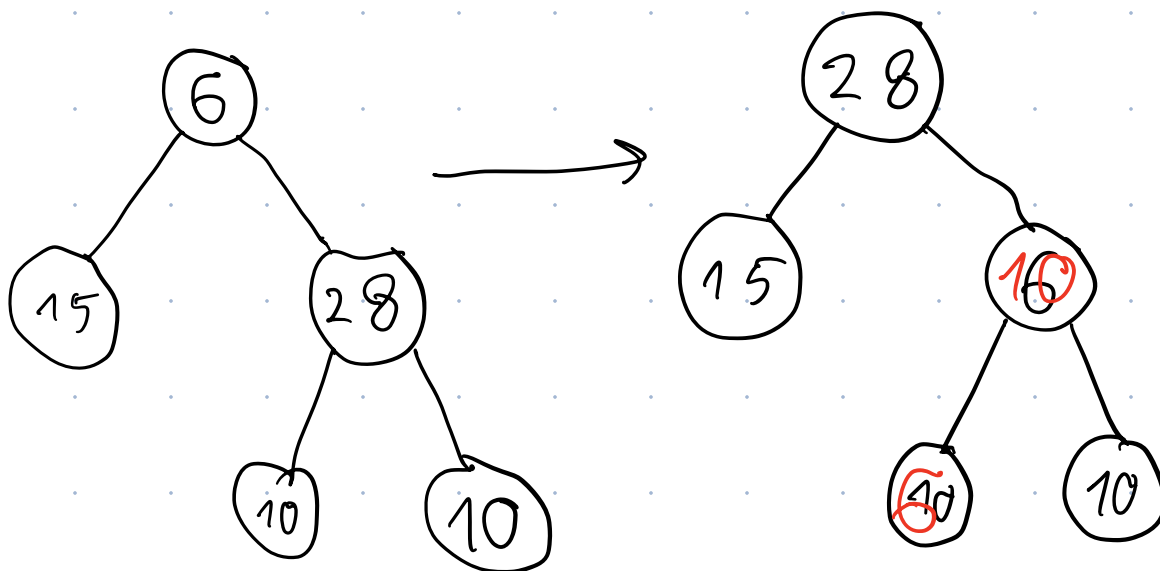


1. ИЗВЛЕК. МАХ  
ЗАПИС. В ОТВЕТ

2. ВОССТ. СВ-ВО КУЧИ

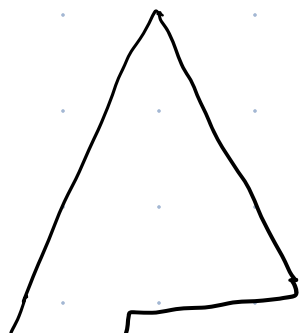
а) ПОМЕЩ. ПОСЛЕДН. ЭЛ.  
В КОРЕНЬ

б) heapify для корня



heapify  $O(\log n)$

$$n \cdot \log n = \Theta(n \log n)$$



$\boxed{\dots \leq \dots \leq \dots}$   $\boxed{\dots \leq \dots}$  merge

$\boxed{\dots \leq \dots}$   $\boxed{\dots \leq \dots}$   $\boxed{\dots \leq \dots}$  merge-3

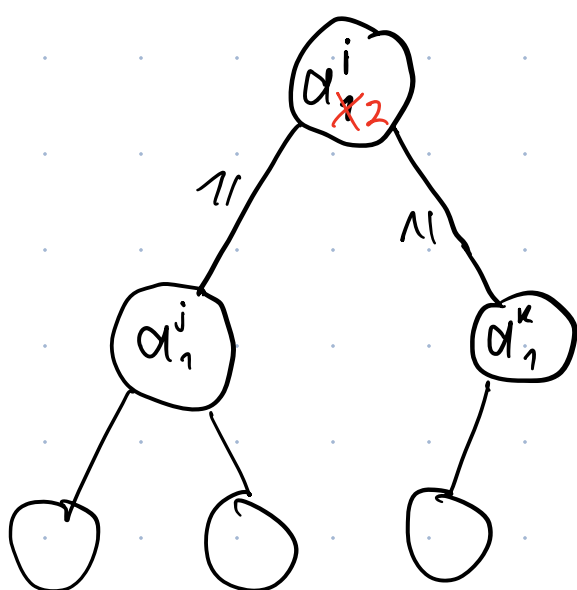
$\boxed{\dots \leq \dots}$   $\dots$   $\boxed{\dots \leq \dots}$

К МАССИВОВ

ВСЕГО  $n$  ЭЛЕМЕНТОВ

СЛИЯНИЕ К ОТСОРТ. МАССИВОВ

КУЧА НА МАССИВАХ

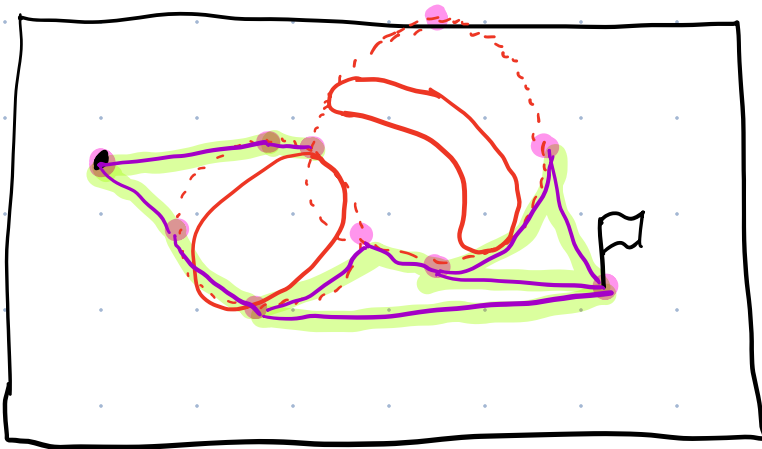
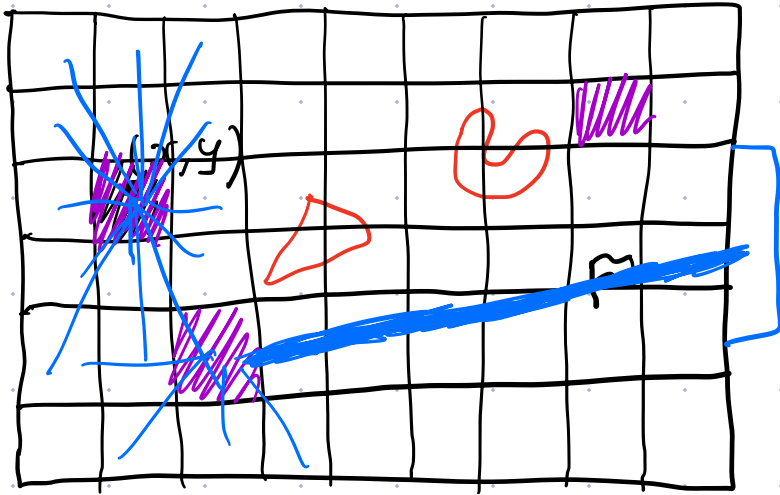


$$O(n \log k)$$

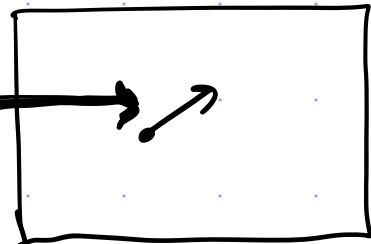
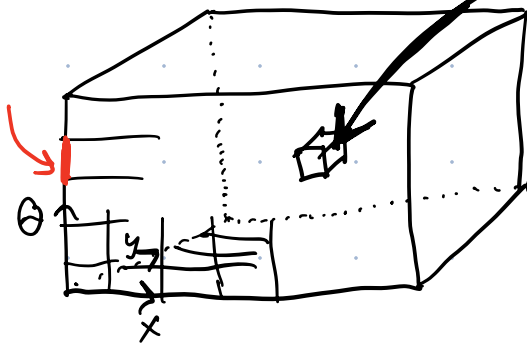
$$\lceil \log_k \rceil$$

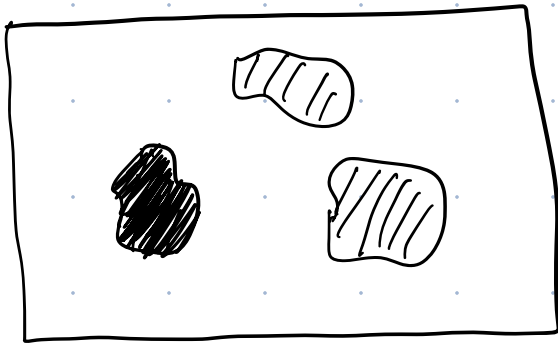
$$k = \sqrt[n]{n} \text{ ???}$$

$$n \log n^{\frac{1}{2}} = \frac{n \log n}{2}$$



$(x, y, \theta)$



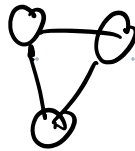
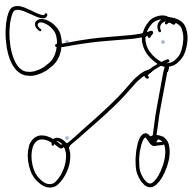


$$G = (V, E)$$

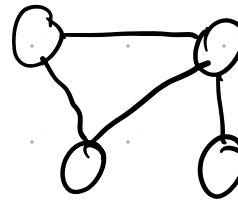
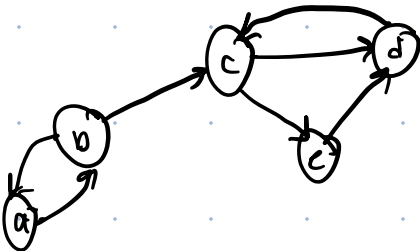
vertices edges

кол-во верш.  $|V|$

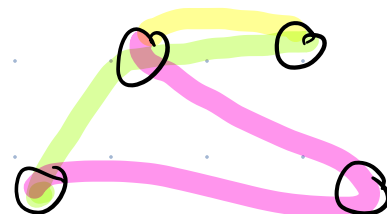
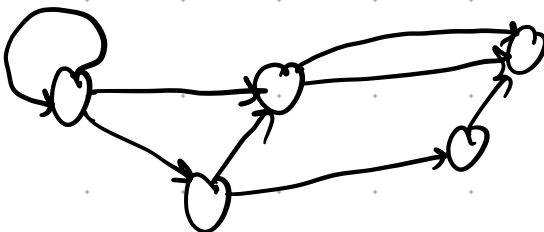
- СВЯЗНЫЕ И НЕСВЯЗНЫЕ



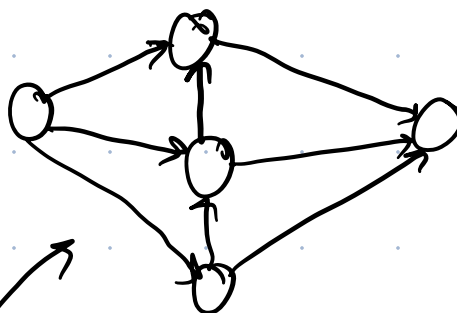
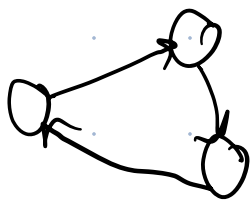
- ОРИЕНТИРОВАННЫЕ И НЕОРИЕНТ.



- РАССМ. ГРАФЫ БЕЗ ПЕТЕЛЬ И КРАТН. РЕБЕР



- БЫВАЮТ ЦИКЛИЧЕСКИЕ И АЦИКЛИЧЕСКИЕ

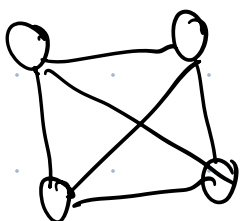


ОРИЕНТИРОВАННЫЙ  
АЦИКЛ. ГРАФ

oriented acyclic graph (DAG)

- СЛОЖН. ИЗМЕРЯЕМ ПО  $|V|, |E|$

$|E| = O(|V|^2)$  ДЛЯ ГР. БЕЗ ПЕТ. И КР. РЁБ.



$$|V| = 4$$

$$|E| = \frac{|V|(|V|-1)}{2}$$

- БЫВАЮТ ПЛОТНЫЕ И РАЗРЕЖЕННЫЕ

$$O(|V| \log(|E|))$$

$$O(|V| \log(|V|^2))$$

$$O(|V||E|)$$

- КАК ХРАНИТЬ?

$$V_1 : [v_{15}, v_{61}, \dots]$$

$$V_2 : [\dots]$$

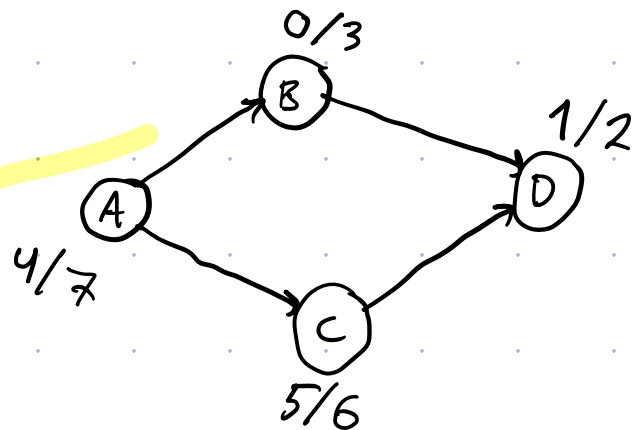
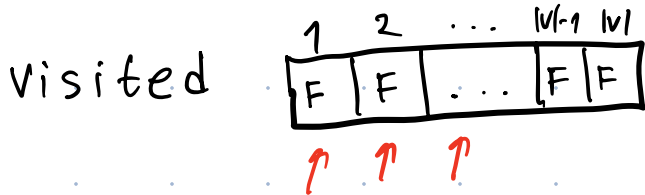
... ..



- ВХОД. СТЕПЕНЬ (ИСХОД. СТЕПЕНЬ)

- def. СТОК - ВЕРШ., в кот.  $\exists$  ПУТЬ ИЗ ЛЮБОЙ

ПОИСК В ГЛУБИНУ (DEPTH FIRST search, DFS)



```
def dfs(v):  
    visited[v] = True
```

```
    for e, u in E:
```

```
        if (visited[u] == False):  
            dfs(u)
```

"СОДЕРЖАТЕЛЬНАЯ

ЧАСТЬ"

def. ДЕРЕВО - СВЯЗН. ГРАФ БЕЗ ЦИКЛОВ

def. ЛЕС - МН-ВО ДЕРЕВЬЕВ

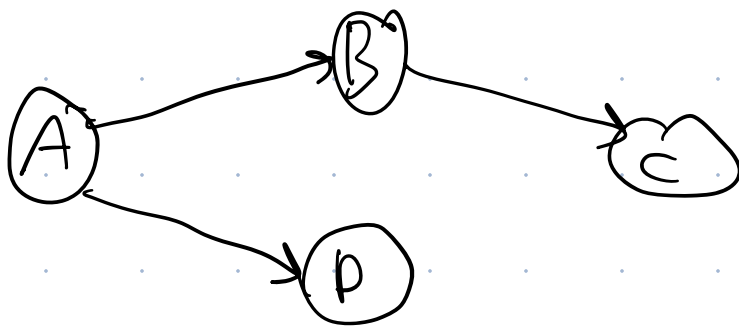
ЛЕС ПОИСКА В ГЛУБИНУ:



- ТЕ ЖЕ ВЕРШИНЫ

- ПОДМН-ВО РЕБЕР





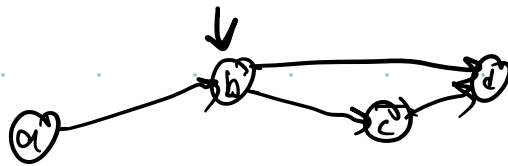
ВРЕМЯ РАБОТЫ

$v \quad O(1)$

$e \quad O(1)$

$O(|V| + |E|)$

МОЖНО ИСПОЛЪЗ. СТЕК



[ ]

[b]

[b c]

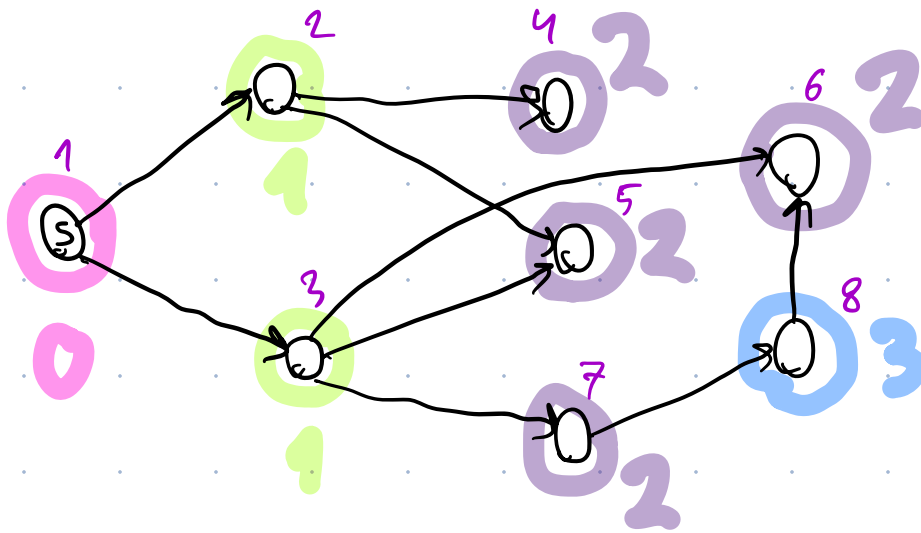
[b c d]

[b c]

[b]

[ ]

# ПОИСК В ШИРИНУ (Breadth first search, BFS)



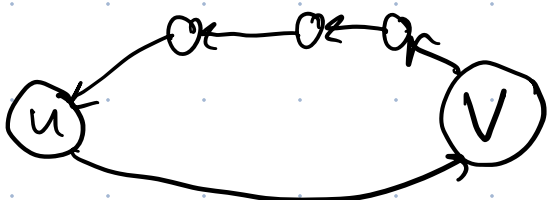
def. РЕБЕРНАЯ ДЛИНА ПУТИ  $u \rightarrow \dots \rightarrow v$  -  
это кол-во РЕБЕР В ПУТИ

def. РЕБЕРНОЕ РАССТ. от  $u$  до  $v$  -  
min. РЕБ. ДЛИНА ПУТИ  
(КРАТЧ. РЕБЕРНОЙ ПУТЬ)

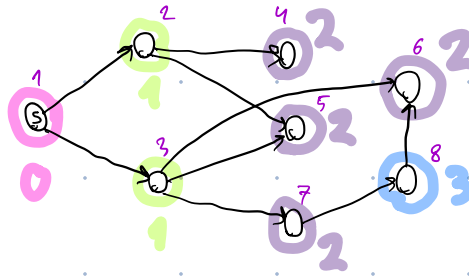
def. ДЛИНА ПУТИ  $u \rightarrow \dots \rightarrow v$  -  
это  $\sum$  ВЕСОВ РЕБЕР



ДЛ ПУТИ = -2



ИСПОЛЮЕТ ОЧЕРЕДЬ



```
def bfs(u):
    q.push(u)
```

```
while q.not_empty():
```

```
    v = q.pop()
```

```
    // ОБРАБ. ВЕРШ.
```

```
    visited[v] = True
```

```
    for ev in E:
```

```
        if (visited[s] == False):
```

```
            q.push(s)
```

[ ]

[ s ]

[ , 2, 3 ]

[ , , 3, 4, 5 ]

[ , , , 4, 5, 6, 7 ]

[ , , , , 5, 6, 7 ]

[ , , , , , 6, 7 ]

[ , , , , , , 7 ]

[ , , , , , , , 8 ]

[ , , , , , , , ]

$O(|V| + |E|)$