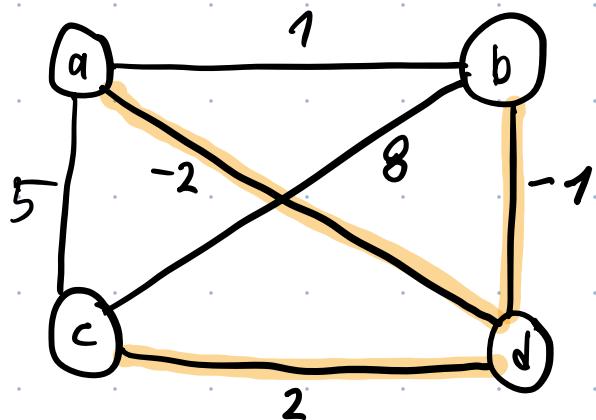


Минимальные остовные деревья

G -НЕОРИЕНТ. ВЗВЕШ. СВЯЗНЫЙ ГРАФ

Для графа G мин. ост. дер. (MST, Minimal Spanning Tree) - это подграф $T(G)$ т.ч.:

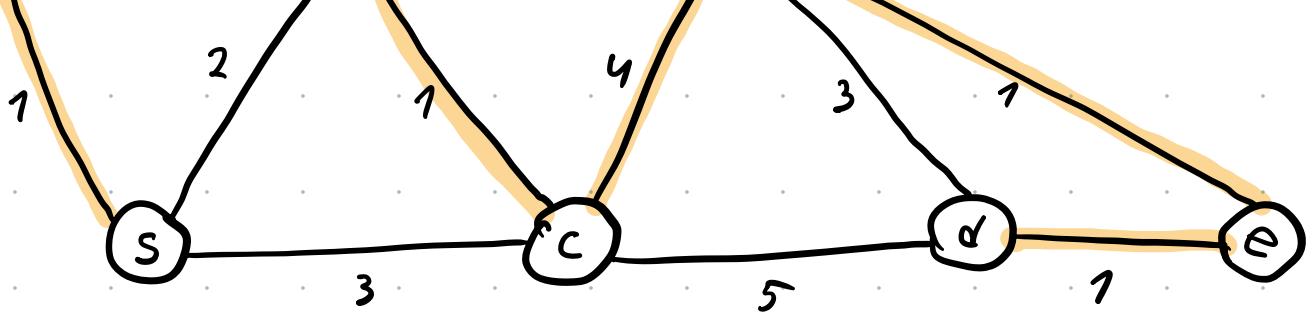
- 1) содержит все вершины) ост. дерево
- 2) явл. деревом
- 3) сумма весов рёбер минимальна



$$\text{weight}(\text{MST}(G)) = w_1$$

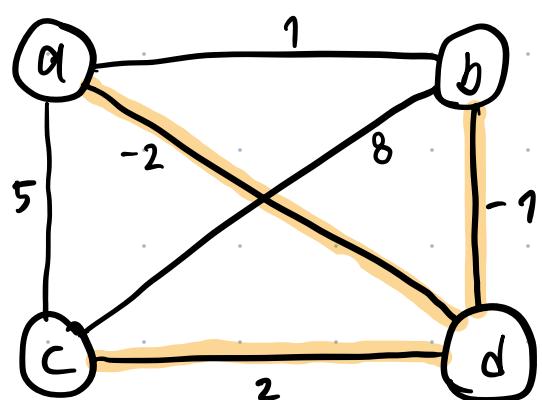
$$\text{weight}(\text{MST}(G + 5\delta)) = w_1 + (|V|-1) \cdot 5\delta$$



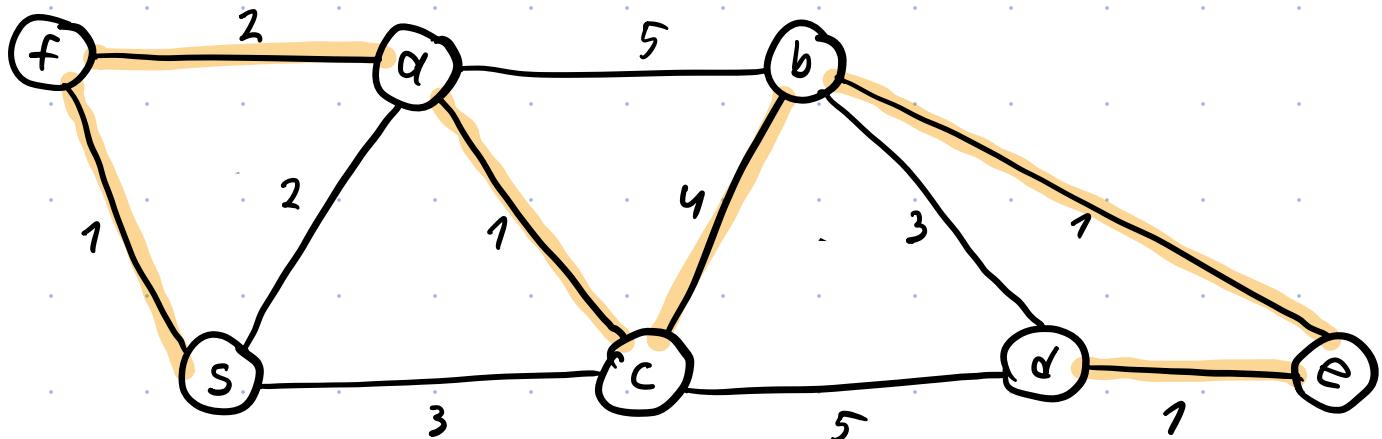


АЛГОРИТМ КРАСКАЛА (КРУСКАЛА)

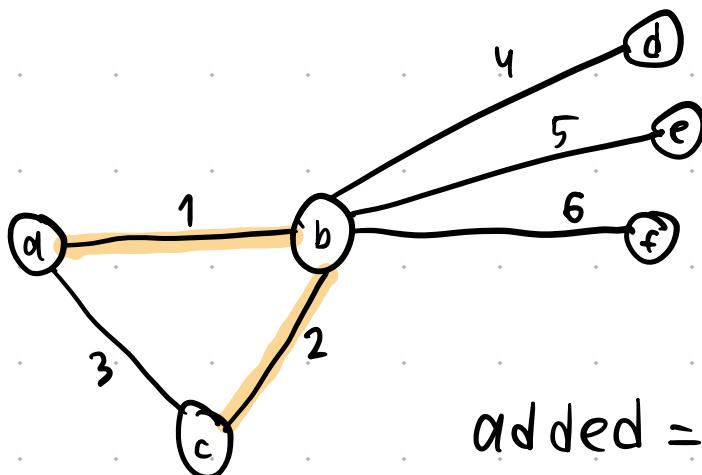
1. СОРТ. РЁБРА ПО ВЕСУ
2. СОЗД. КОПИЮ ГРАФА БЕЗ РЁБЕР
3. ЦИКЛ
 - БЕРЁМ ОЧЕРЕДНОЕ РЁБРО
 - ПРОВЕР. НЕ ПРИВЕДЁТ ЛИ ЕГО ДОБАВЛЕНИЕ К ПОЯВЛЕНИЮ ЦИКЛА
 - ЕСЛИ ДА, continue
 - ЕСЛИ НЕТ, ДОБАВЛЯЕМ



$\{ad, bd, ab, cd, ac, cb\}$



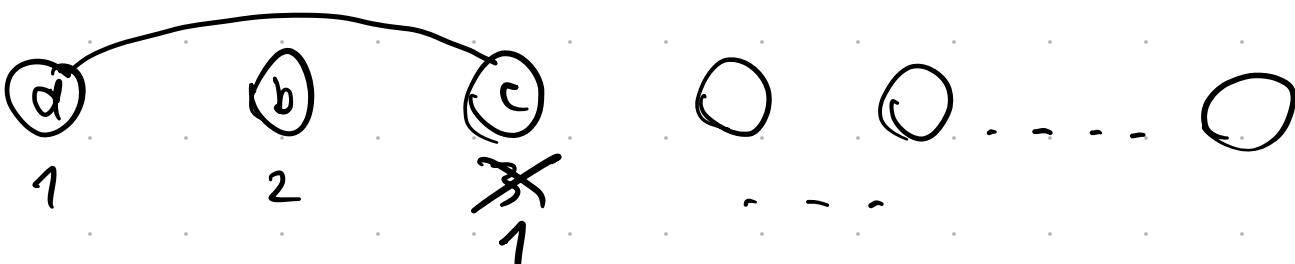
$\{ fs, de, be, ac, fa, sa, sc, bd, cb, ab, cd \}$

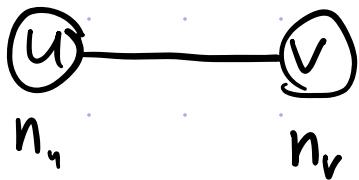


// ВАРИАНТ
ИЗ ОБСУЖДЕНИЯ

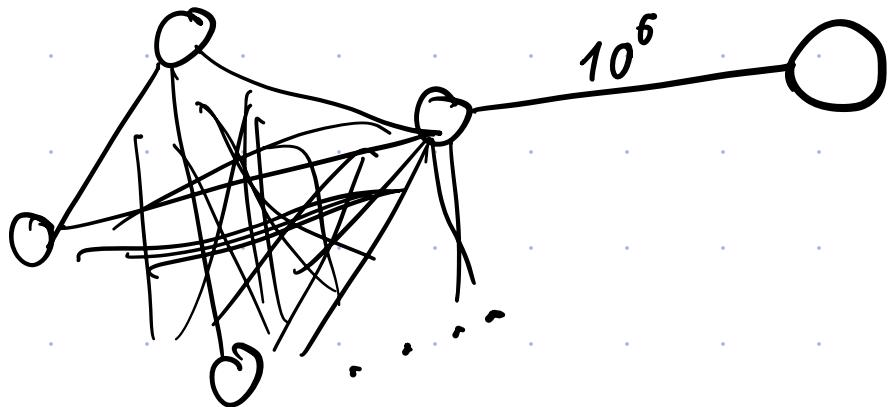
added = []
= [a, b]

РАБОЧИЙ МЕДЛ. ВАР-Т ПРОВЕРКИ НА ЦИКЛЫ

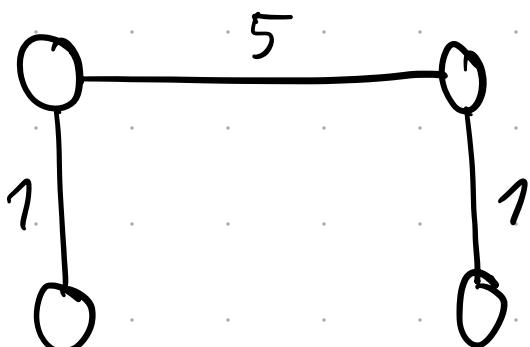




$O(|V|) : \max(n_u, n_v) \rightarrow \min(n_u, n_v)$



$O(|E| \log |E| + |V||V|)$

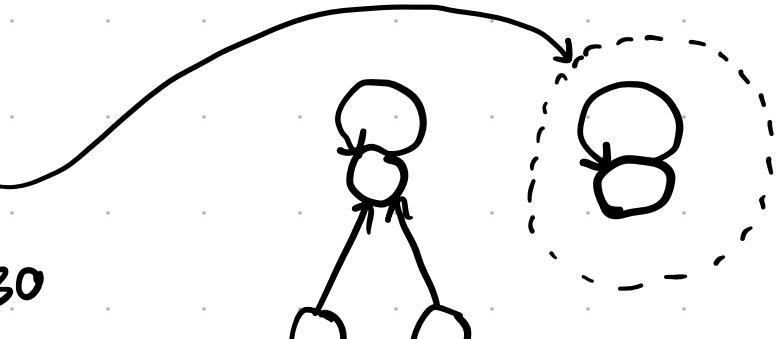


СИСТЕМА НЕПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ МН-В
Disjoint set

union-find

1) makeset(x)

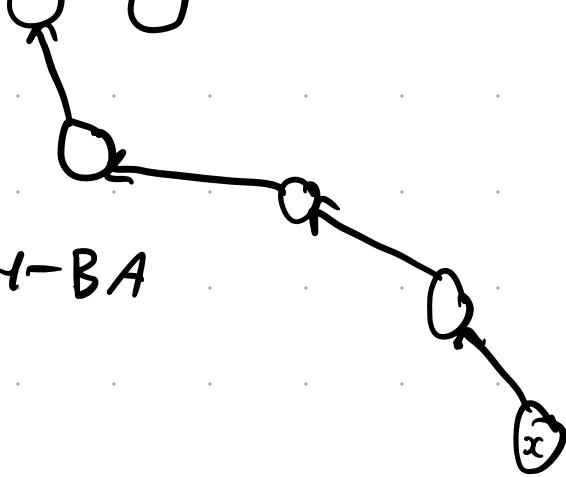
СОЗДАЁТ МН-ВО



$O(1)$

2) union (a, b)

ОБЪЕДИНАЕТ ДВА МН-ВА



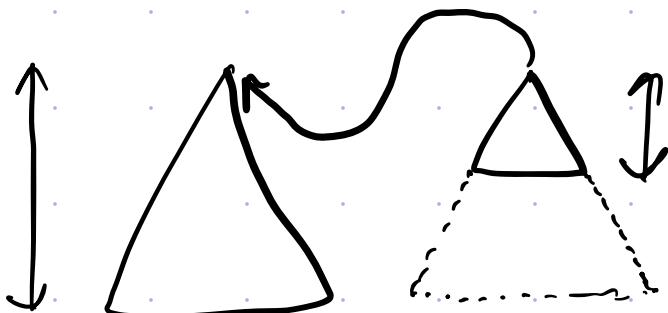
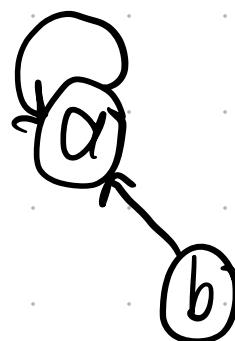
3) find (x)

ВОЗВРАЩАЕТ ПРЕДСТАВИТЕЛЯ

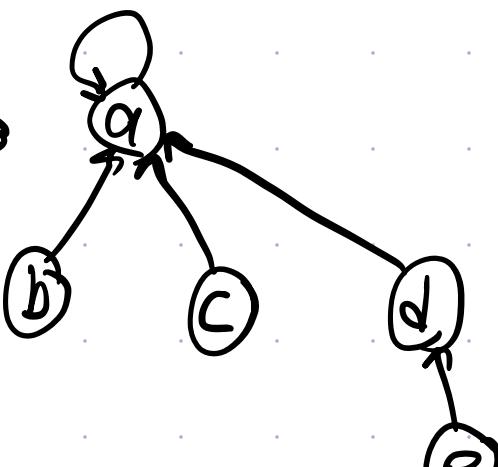
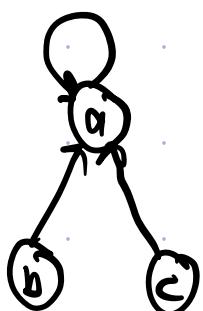
$O(h(x))$



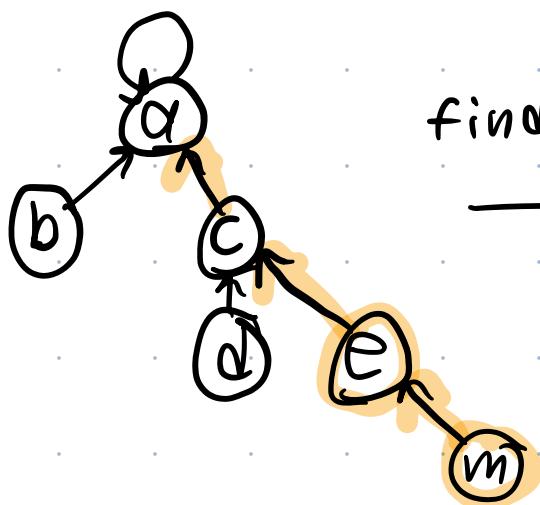
union (a, b)



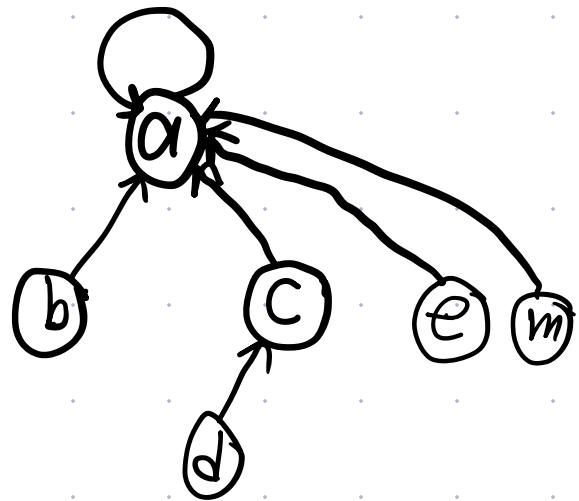
ОПТИМИЗАЦИЯ
ОБЪЕДИНЕНИЯ



ОПТИМИЗАЦИЯ ПОИСКА (СКЛАДЫВАНИЕ ПУТЕЙ)

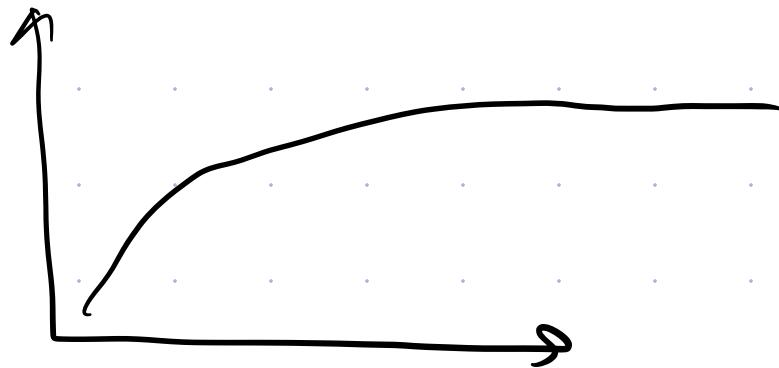


$\text{find}(m)$



$O(|E| \alpha(|E|))$

$O(|E| \log |E|)$



ИТЕРИРОВАННЫЙ ЛОГАРИФМ

$$it(2) = 1$$

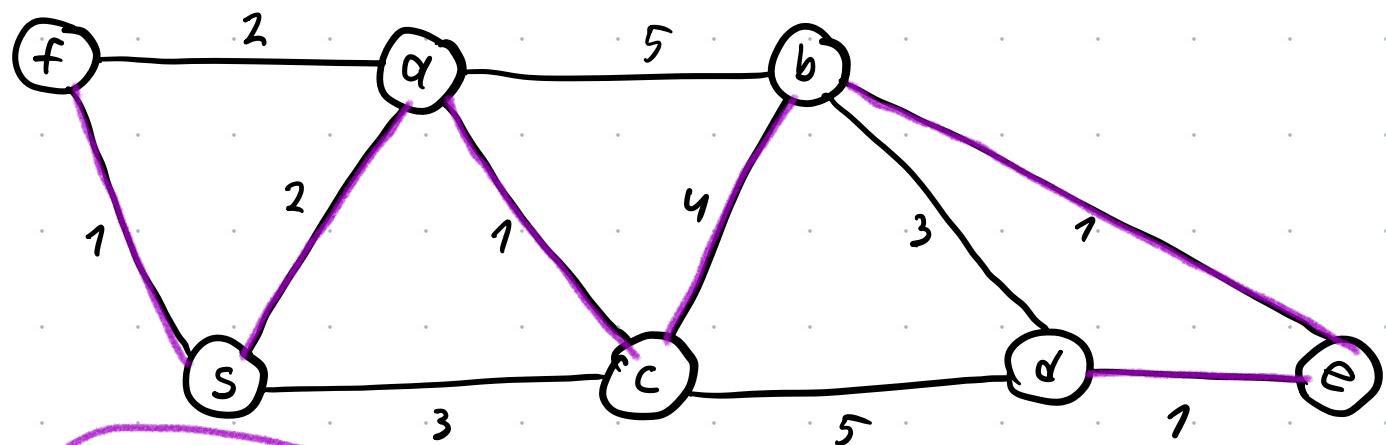
$$it(3) = 1$$

$$it(4) = 2$$

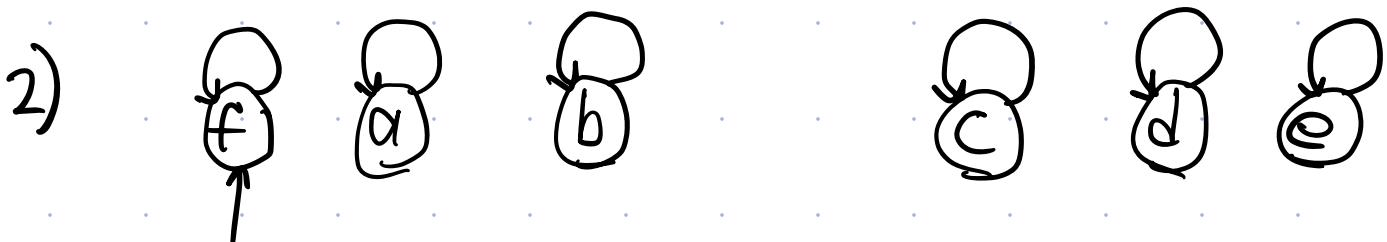
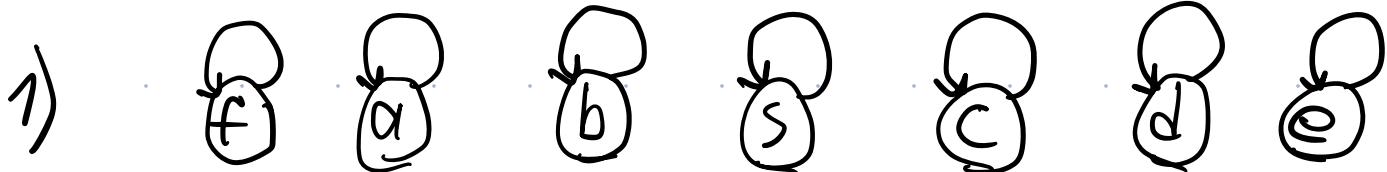
$$it(256) = it(8) + 1 = it(3) + 1 + 1 = 3$$

$$it(2^{256}) = 4$$

$$it(2^{2^{256}}) = 5$$

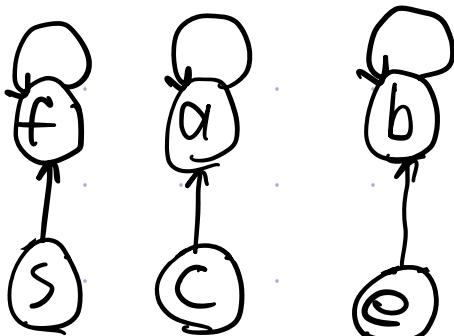


{ $\checkmark f \checkmark s, \checkmark a \checkmark c, \checkmark b \checkmark e, \checkmark d \checkmark e, \checkmark a \checkmark s, \cancel{a}, \cancel{b} \cancel{d}, \cancel{s} \cancel{e}, \cancel{c} \cancel{b}, \cancel{d}, \cancel{c} \cancel{d}$ }

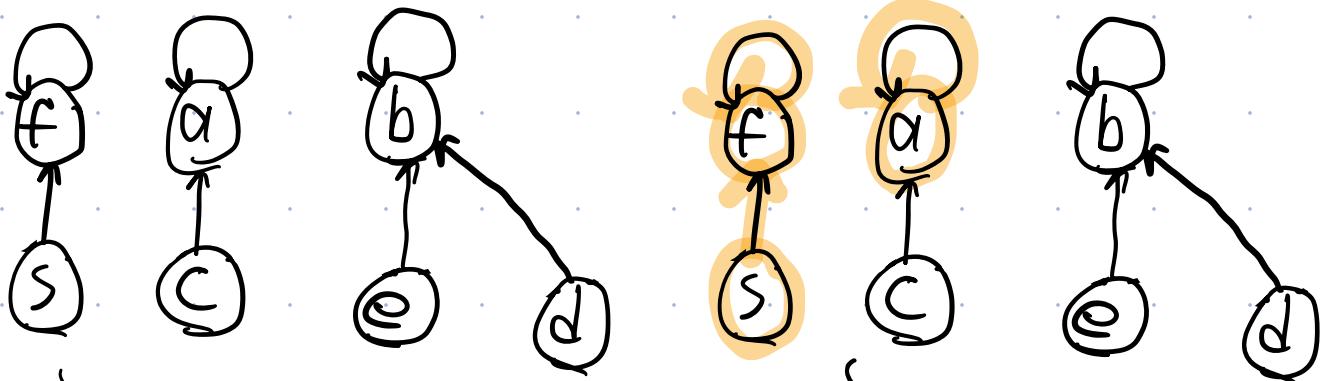


(S)

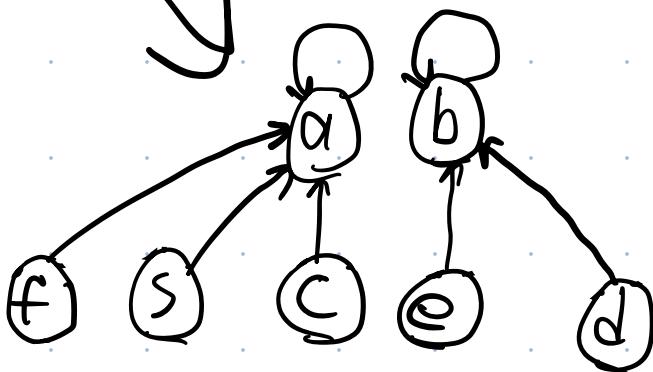
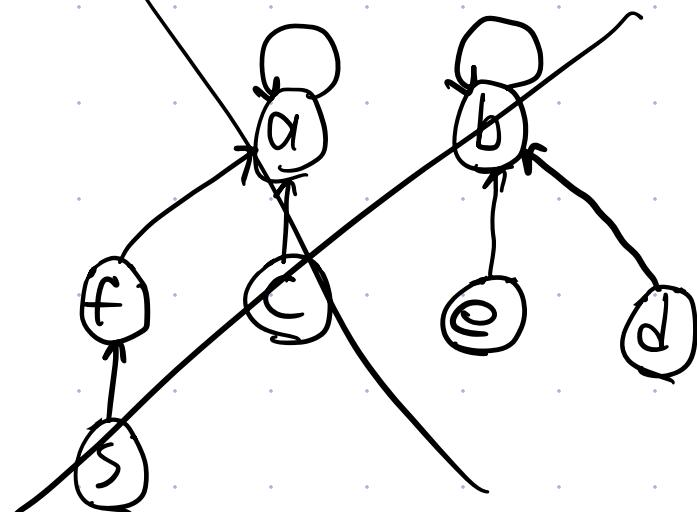
3)
4)



5)



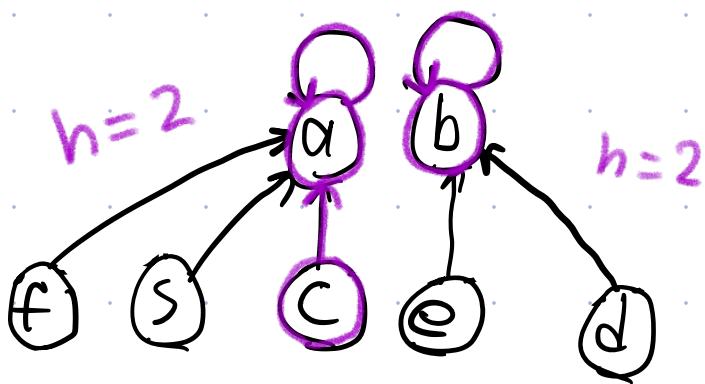
6)



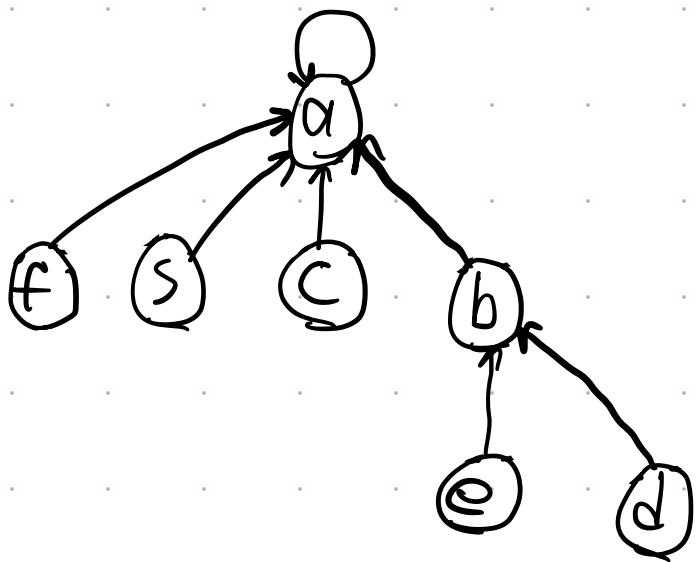
БЕЗ СОКР. ПУТЕЙ

С СОКР. ПУТЕЙ

7)



// РЕБРО с в



ПОДОКАЗЫВАЕМ СВОЙСТВ :)

ЕСЛИ ВСЕ ВЕСА РАЗЛИЧНЫ, ТО MST ЕДИНОСТИВНО

$$G = (V, E)$$

$$i \neq j \rightarrow w_i \neq w_j$$

ОТ ПРОТИВНОГО

$$T_1, T_2 - \text{MST}$$

$$T_1 \neq T_2$$

$T_1 \cap T_2 - \text{ОБЩИЕ РЁБРА}$

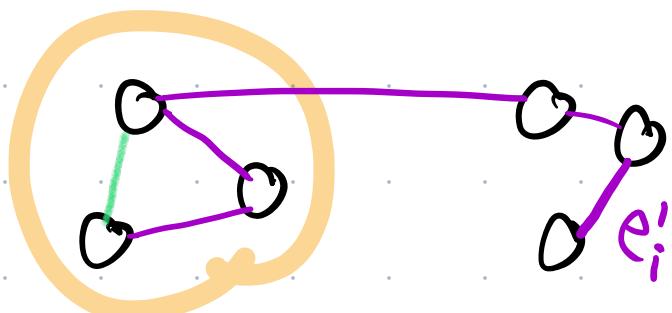
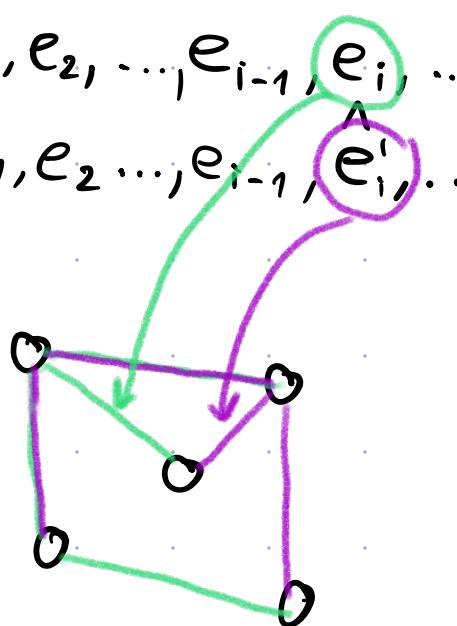


$$w_{j_1} + \dots + w_{j_p} = w_{s_1} + \dots + w_{s_p}$$

$$\underbrace{1+5+\dots}_{\text{...}} = \underbrace{2+4+\dots}_{\text{...}}$$

$T_1 : e_1, e_2, \dots, e_{i-1}, e_i, \dots$

$T_2 : e_1, e_2, \dots, e_{i-1}, e'_i, \dots$



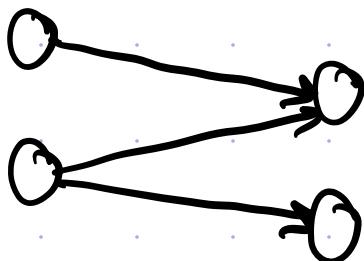
ЗАД. ИЗ ДОМ.

1) ПОИСК КСС

ПОЛУЧАЕМ КОНДЕНСАТ

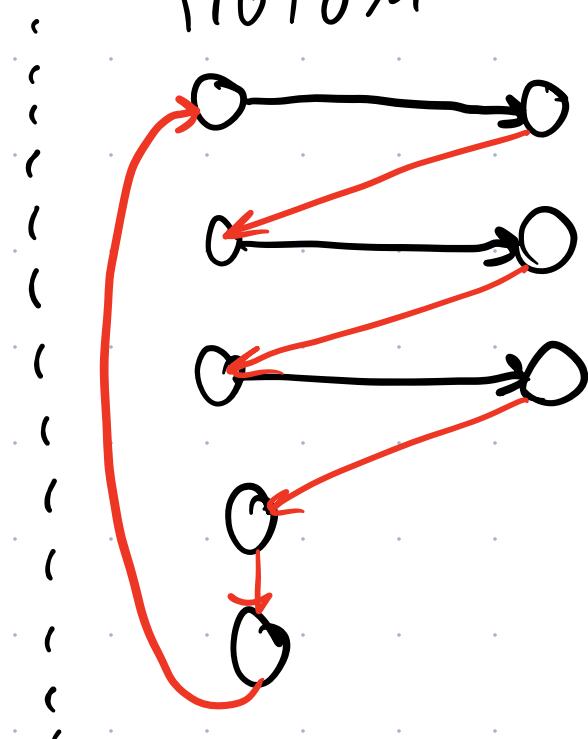
2) ДЕЛАЕМ ТОП. СОРТ.

3) О

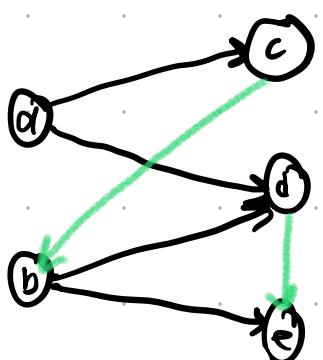
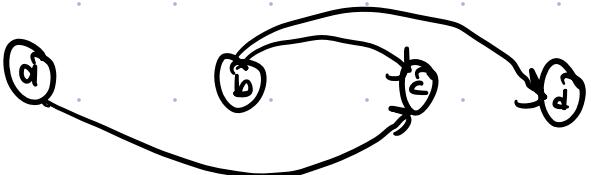


4) ПРЕОБР.

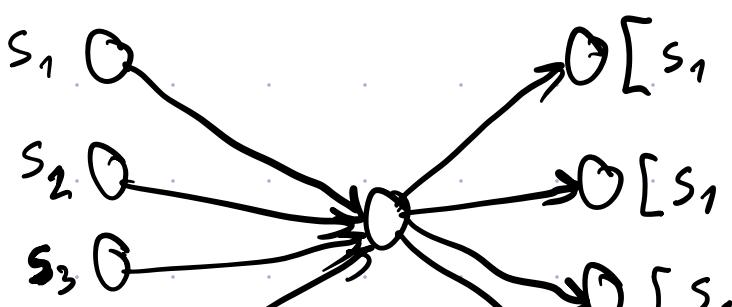
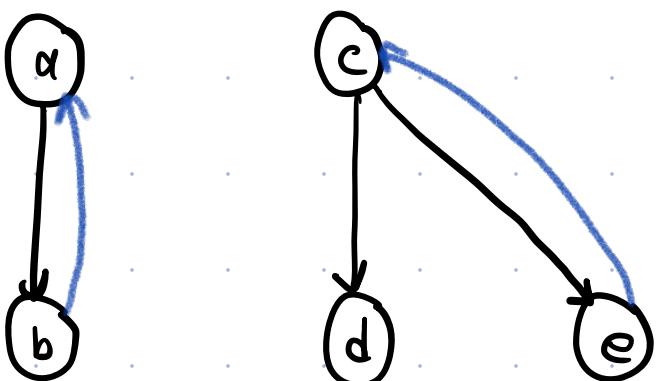
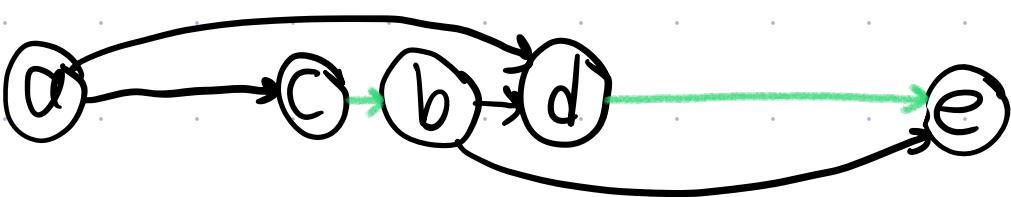
ПОТОМ

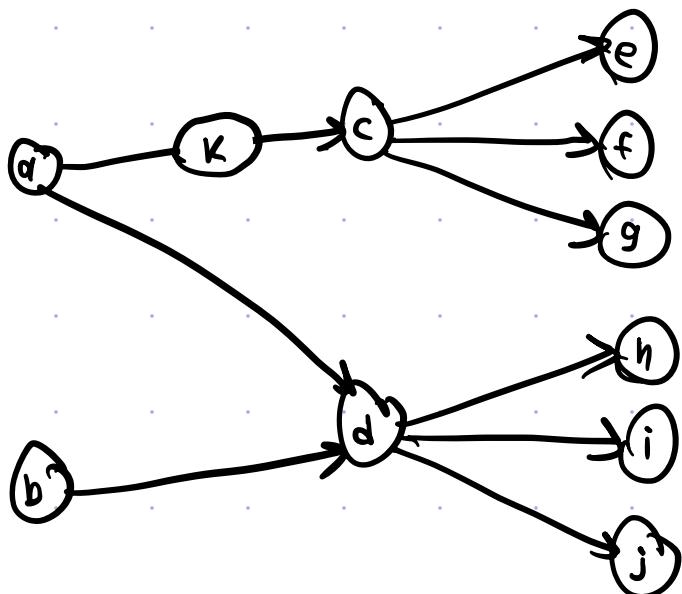


10.11.2019.



2 ИСТОКА: a, b
3 СТОКА: c, d, e





1 $\{e\}$
 2 $\{f\}$
 3 $\{e, f\}$
 4 $\{g\}$
 5 $\{e, f, g\}$
 6 $\{h\}$
 7 $\{i\}$
 8 $\{h, i\}$
 9 $\{j\}$
 10 $\{h, i, j\}$
 11 $\{e, f, g, h, i, j\}$

a	b	c	d	K		
5	10	5	8	5		

11 5 8 10