

Задание 5. Статистики, битовые операции, нижние оценки.

- 1** На вход подается массив a_1, \dots, a_n , в котором один из элементов встречается не меньше $\lceil \frac{n}{2} \rceil$ раз. Постройте алгоритм, находящий этот элемент.
- 2** С какой асимптотикой будет работать алгоритм поиска k -й порядковой статистики, если делить массив на группы не по пять элементов, а по три? По семь?
- 3** На доске написан набор положительных целых чисел. За один ход можно взять любые два числа и вычесть из большего меньшее. Процесс останавливается, когда все числа становятся одинаковыми. Докажите, что этот процесс всегда остановится. Какие числа останутся в результате?
- 4** Оцените сложность алгоритма Divide, приведенного на странице 19 книги Дасгупты.
- 5** Предложите алгоритм возведения n -битовых чисел в степень по модулю, оцените его сложность.
- 6** Вам дана кучка камней, один из которых радиоактивный. Счетчиком Гейгера можно измерить, есть ли в любой кучке радиоактивный. Предложите алгоритм, позволяющий найти этот камень за асимптотически оптимальное число действий. Докажите, что меньше действий совершить нельзя.