

## Задание 2. Сложности, быстрое возведение, Фибоначчи.

**1** Найдите  $7^{13} \bmod 167$  с помощью быстрого возведения в степень. Нужно привести последовательность умножений и промежуточные результаты.

**2** Злодей Анти-человек придумал последовательность чисел Анти-начи. Она продолжает последовательность чисел Фибоначчи влево. Например, поскольку  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$  и  $F_{k+2} = F_{k+1} + F_k$ , выполняется равенство  $1 = 0 + F_{-1}$ , из чего следует, что  $F_{-1} = 1$ . Дальнейшие числа Анти-начи определяются аналогично.

Анти-человек умеет быстро возводить матрицы в степень. Подскажите, как ему находить  $F_k$  для отрицательных  $k$ .

**3** На вход поступает  $n$  котов целочисленной массы от 2 до  $k$  килограммов. Для каждого кота известна масса и кличка. Известно, что сначала накормить требуется наиболее худосочных. Предложите алгоритм, выводящий порядок, в котором нужно кормить котов, докажите его корректность и оцените асимптотику.

**4** Найдите  $\Theta$ -асимптотику функции  $f(n) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$

**5** Оцените асимптотически, сколько раз будет напечатана строка "heh" при вызове функции `f`.