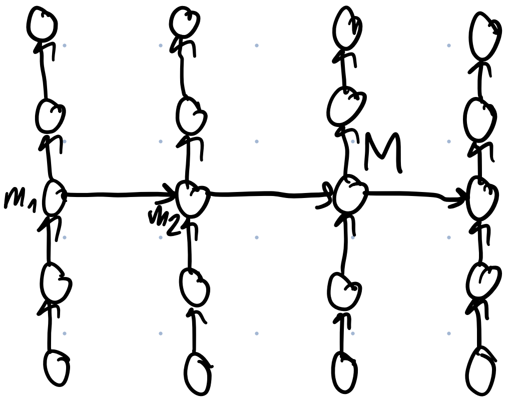
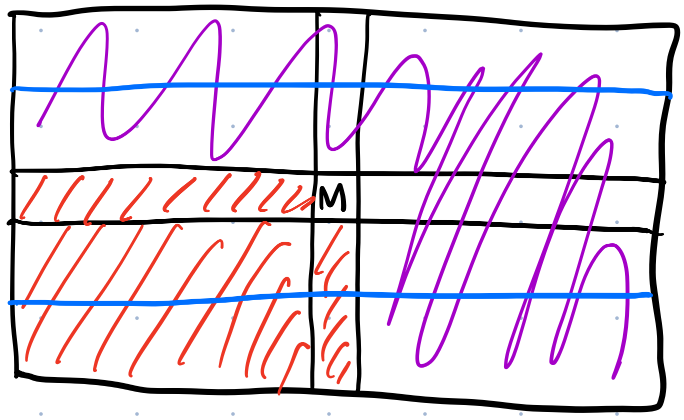
К-я пор. ст. за лин. время

$[a_1 \dots a_n]$

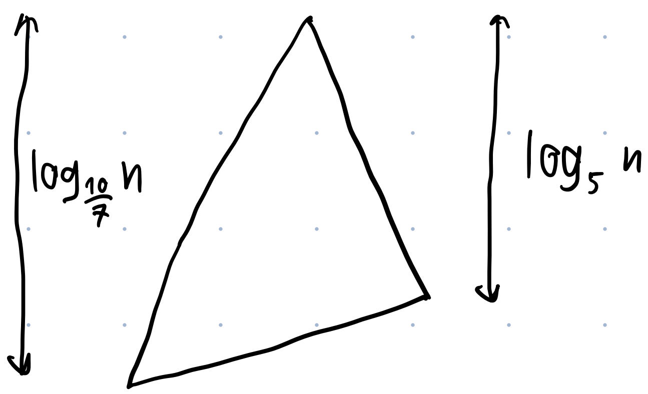
K





$\tilde{k} < K$

$$T(n) = T\left(\frac{n}{5}\right) + cn + T\left(\frac{7}{10}n\right)$$



cn

$cn\left(\frac{1}{5} + \frac{7}{10}\right) = cn\frac{9}{10}$

$cn\frac{81}{100}$

АЛГОРИТМ ЕВКЛИДА

GCD (НАИБ. ОБЩ. ДЕЛИТЕЛЬ)

$a, b \in \mathbb{N}$ (Б.О.О. $a > b$)

$gcd(a, b) = gcd(b, a \% b)$

$gcd(a, b) = k$

$a = m_a k = \xi m_b k + \varkappa$

$b = m_b k$

$a \bmod b = (\underbrace{\xi m_b k}) + \varkappa) \bmod \underbrace{m_b k} = \varkappa \bmod m_b k$

a	b
18	4
4	2
2	0

$|a| = n$

$|b| = m$

$m \leq n$

$|a \bmod b| \leq m$

ЕСЛИ $n = m$ $(a = \underbrace{1\overline{\ldots\ldots}}_{n},\ b = \underbrace{1\ldots\ldots}_{m})$

АЛГ. ЕВКЛИДА ЗАВЕРШИТСЯ ЗА $O(n)$ ДЕЛЕНИЙ

МОДЕЛЬ ВЫЧИСЛЕНИЙ С АТОМ. БИТ. ОПЕРАЦИЯМИ

ЗА $O(1)$ ДЕЛАЮТСЯ ОП. С БИТАМИ

СЛОЖЕНИЕ n-БИТОВЫХ ЧИСЕЛ

$$\begin{array}{r} + \overbrace{1\ 0\ 0 \ldots 1011}^{n} \\ 0\ 1 \ldots\ldots 011 \end{array}$$

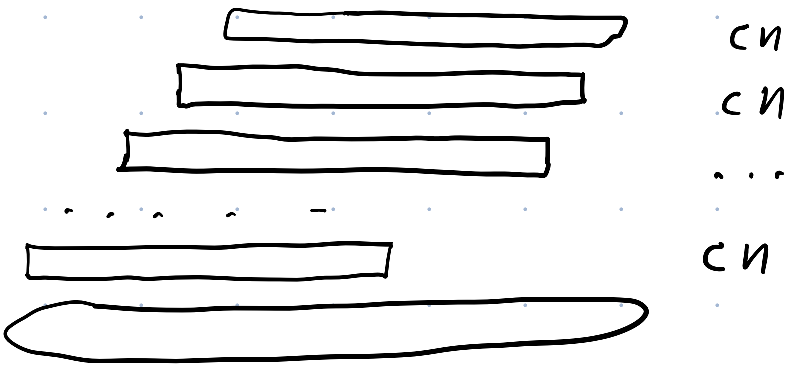
$O(n)$

ПРИМЕР С n ОПЕРАЦИЯМИ

$$\begin{array}{r} + 1\ 1\ 1\ 1 \ldots\ldots 111 \\ 1 \\ \hline 100 \ldots\ldots\ldots 0 \end{array}$$

УМНОЖЕНИЕ n-БИТОВЫХ ЧИСЕЛ

$$\begin{array}{r} \times\ 1\ 0\ 1 \ldots 0\ 1 \\ 0\ 0\ 1\ 0 \ldots 1\ 1 \end{array}$$

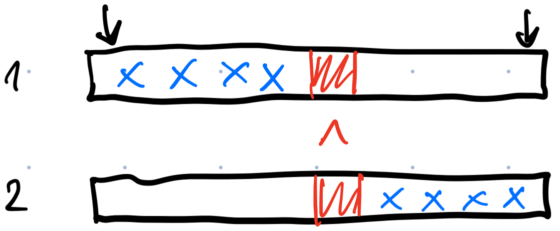


$O(n^2)$

ЗАДАЧА

2 МАССИВА ДЛИНЫ n (ОТСОРТ.)

НАЙТИ СУММ. МЕДИАНУ ДВУХ МАССИВОВ



ПРЕДЛОЖ. РЕШЕНИЕ ЗА $O(n)$:

1) merge
2) $a[n]$ – ОТВЕТ

1) глоб. min и max
2) $m = \frac{min + max}{2}$

p_1 // log n

p_2 // log n

ПРЕДЛОЖ. ИДЕЯ

РЕШЕНИЕ:

СРАВН. МЕД. МАССИВОВ

1) $m_1 = m_2$
2) $m_1 < m_2$

   ЭЛ-ТЫ 1 МАССИВА, МЕНЬШИЕ m_1, НЕ МОГУТ БЫТЬ ИСК. МЕДИАНОЙ

   АНАЛОГ. 2 МАСС. и m_2
3) $m_1 > m_2$

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + c$$

ЗАДАЧА

ПРЕДП. $x \to x^2$ ЗА $O(|x|)$

a, b

$a \cdot b$

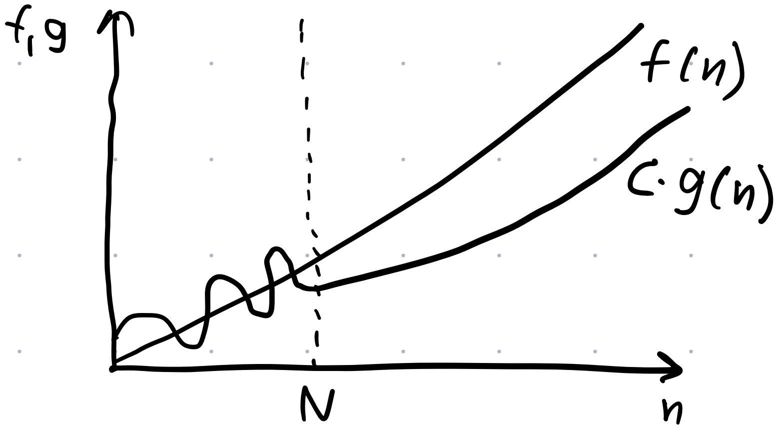
$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

$$a \cdot b = \frac{(a+b)^2 - a^2 - b^2}{2}$$

$f(n) = \Omega(g(n))$

$\{ f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}_+$

$\exists C > 0, \exists N \in \mathbb{N} : \forall n > N \hookrightarrow f(n) \geq Cg(n)$



---

1) $\underbrace{0\,1\,0 \ldots 0\,1}_{k}$ $\quad 2^k$

2) ДЛЯ n ЭЛ. $\exists$ $n!$ РАЗЛИЧН. ПОРЯДКОВ (ПЕРЕСТАНОВОК)

3) 1 ОП. СРАВН. = 1 БИТ В КОДИРОВКЕ ПЕРЕСТАН.

$2^k \geq n!$

$$k \geq \log_2 n! = \sum_{i=1}^{n} \log_2 i \geq \sum_{i=\frac{n}{2}}^{n} \log_2 i \geq \sum_{i=\frac{n}{2}}^{n} \log_2 \frac{n}{2} = \frac{n}{2} \log \frac{n}{2} = \Omega(n \log n)$$

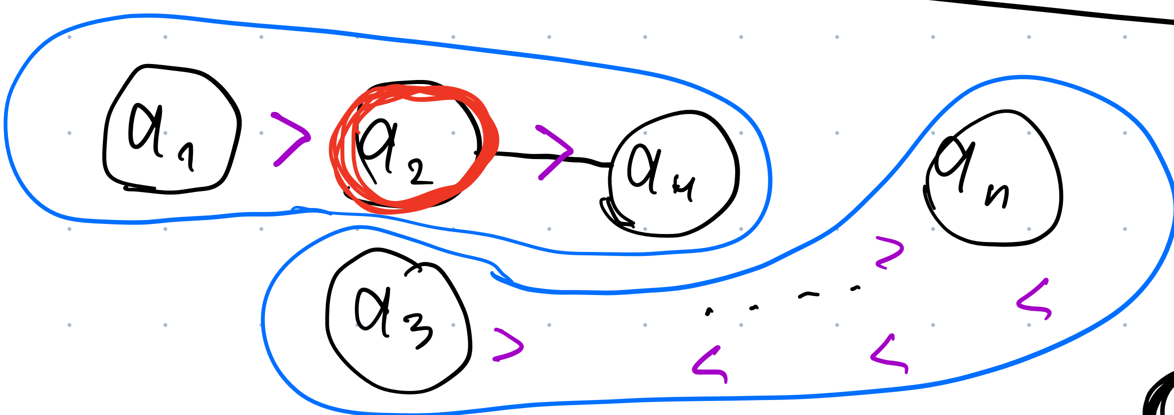
Поиск макс. в массиве

$a_1\ a_2\ \ldots\ a_n$ Число сравн. $n-1$

```
curr_max = a1
for i in range(2, n):
    if (a[i] > curr_max):
        curr_max = a[i]
```

$a_1\ a_2\ a_3\ a_4\ \ldots\ a_{n-1}\ a_n$

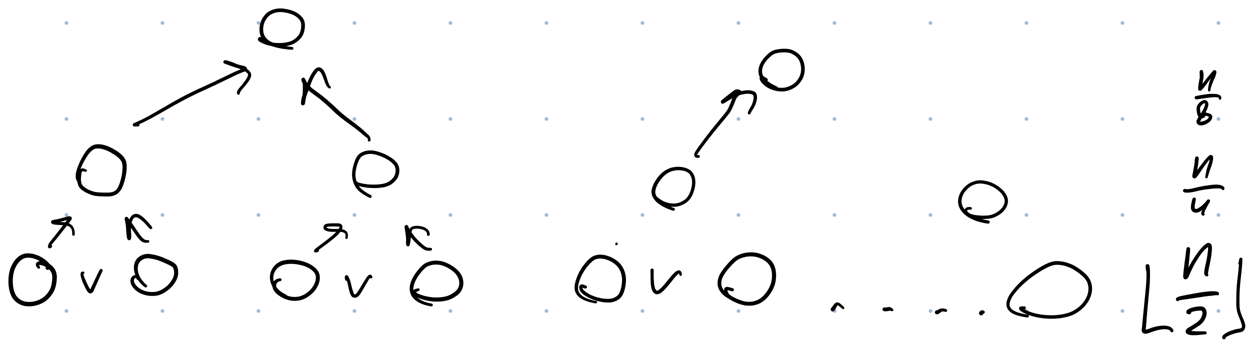
Все эл-ты сравнивали, но Σ число сравн. $\frac{n}{2}$



n min $n-1$

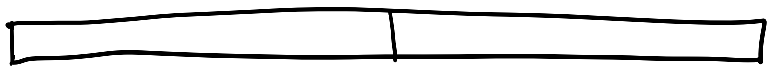
$a_i \vee a_j \longrightarrow$

$\boxed{> < > > < \ldots}$ => $max = \cancel{a_1}$



$T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + cn$ // merge sort

max(a, l, r)



$m = \lfloor \frac{l+r}{2} \rfloor$

```
def max (a, l, r):
    if (r <= l+1):
        return a[l]
    m = ⌊(l+r)/2⌋
    return max2(max(a, l, m), max (a, m, r)
```

$T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + C$

$\log_2 2 = 1$

$C = O(n^{1-\varepsilon})$

$T(n) = \Theta(n)$

$a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n$

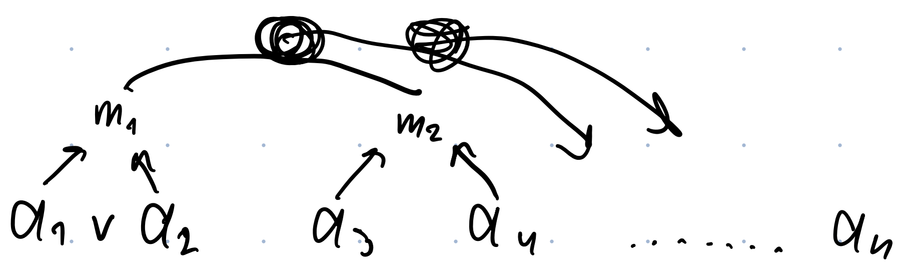
$a_{(n)}$ – ??

$a_{(n-1)}$ – ??

$A_1, A_2 = -INT\_MAX, -INT\_MAX$

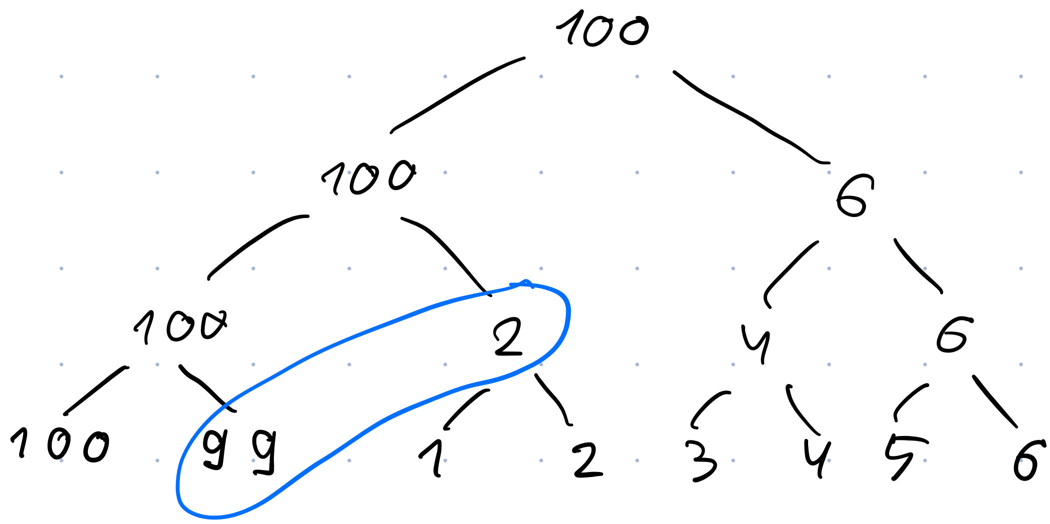
```
for i in range(n):
    if (a[i] > A1):
        A2 = A1
        A1 = a[i]
    elif: (a[i] > A2):
        A2 = a[i]
```

1. $2n + const$
2. $\frac{3n}{2} + const$



2 ПАРЫ $\xrightarrow{3}$ 1 ПАРА

– 2 ЭЛЕМ. $\Leftarrow\Rightarrow$ 3 СРАВН. $\quad \frac{3n}{2} + const$



$n-1$

$\lceil \log_2 n \rceil - 1$