

Задание 13. Динамическое программирование.

1[2 + 3] Фирма производит программное обеспечение для банкоматов разных стран мира. Банкомату нужно выдавать запрашиваемую клиентом сумму минимальным количеством купюр.

1. Если у банкомата есть купюры номиналом 1, 2, 5, 10, 20, 50, а сумма — 71, то набор банкнот будет 50+20+1. Постройте алгоритм, который будет решать задачу для данного набора купюр и произвольной суммы, которая является входом задачи.
2. Постройте алгоритм, который решает задачу, когда на вход помимо суммы подаются и номиналы банкнот. Является ли он полиномиальным?

2[2] Постройте алгоритм, определяющий, содержит ли данный неориентированный граф (простой) цикл длины 4. Решите в двух случаях, когда имеется в виду реберная длина и вес пути.

3[2] Как модифицировать алгоритм Флойда-Уоршелла, чтобы он находил не только длины кратчайших путей между всеми парами вершин, но и сами пути?

4[2 + 3] Назовём последовательность x_1, x_2, \dots, x_n строго унимодальной, если существует такой индекс k , что $x_1 < x_2 < \dots < x_k > x_{k+1} > \dots > x_n$. Постройте алгоритм, который получает на вход конечную последовательность натуральных чисел и находит её самую длинную строго унимодальную подпоследовательность.