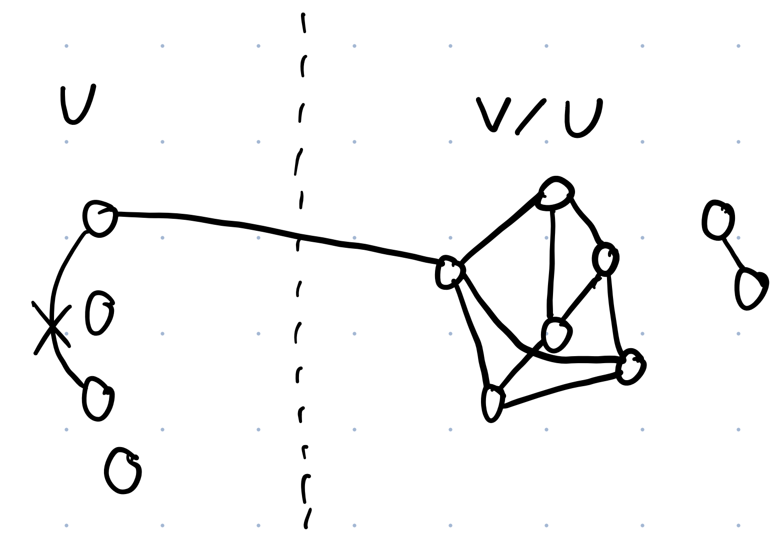
27.02.25

ЗАДАЧА 3 ИЗ ДЗ

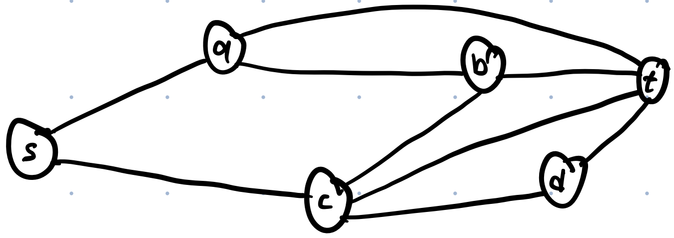


1) если ∄ MST(V\U), то ∃ иск. ДЕРЕВА

2) АЛГ.:
- MST(V\U)
- ∀ u из U присоед. самым лёгким ребром

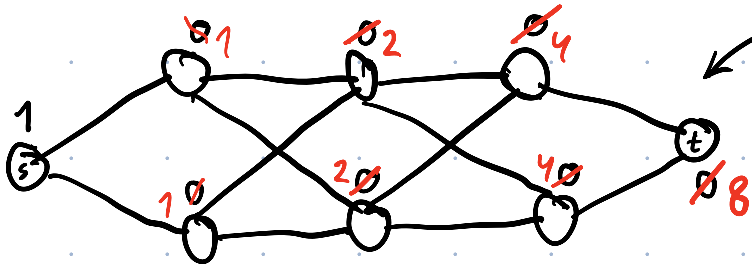
!!! ОСОБЫЙ СЛУЧАЙ – 2 ВЕРШ., ОБЕ в U

ПРОДОЛЖЕНИЕ ДИН. ПРОГР.

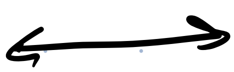


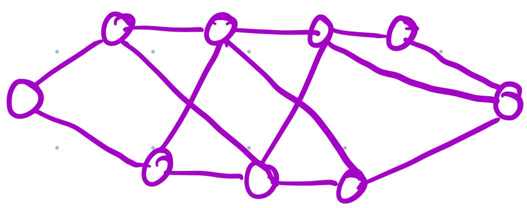
СКОЛЬКО ЕСТЬ РАЗЛИЧНЫХ КРАТЧ. ПУТЕЙ ИЗ s в t?

ВСЕ ВЕСА = 1!



← ОЧЕНЬ МНОГО ВАРИАНТОВ





) НАЙДЕМ КРАТЧ. ПУТЬ ИЗ s в t

1) НАЙДЕМ КРАТЧ. ПУТЬ ИЗ S В t; ДЛИНЫ K

2) BFS из S

ДОПИСЫВАЕМ ЧИСЛО ВАРИАНТОВ

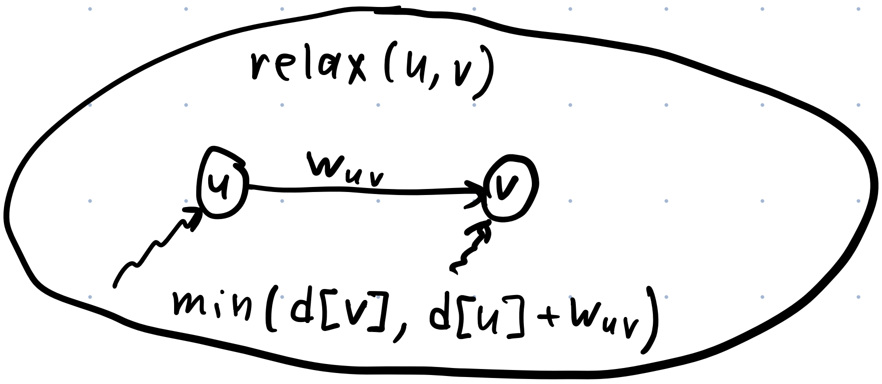
ВЫПОЛНЯЕМ ОБХОД; ДЛЯ ВСЕХ ВЕРШ. ВО ВСЕХ ПОТОМКОВ += ТЕКУЩЕЕ ЧИСЛО ВАР-ТОВ

АЛГОРИТМ ФЛОЙДА-УОРШЕЛЛА

$$\begin{array}{cc} & j \\ i & \begin{pmatrix} & & \\ & \square & \\ & & \end{pmatrix} \end{array}$$

СТОИМОСТЬ КРАТЧ. ПУТИ ИЗ i-Й В j-Ю

$$D^0 = \begin{array}{c} |V| \\ \begin{pmatrix} 0 & \infty & \infty & \dots \\ \dots & 0 & 3 & \dots \\ \dots & & \ddots & \dots \\ \dots & & & 0 \end{pmatrix} \end{array} |V|$$



for i in range(1, |V|):
    // ПОПЫТ. СОКР. ВСЕ КР. ПУТИ ЧЕРЕЗ i-Ю ВЕРШ
    for j in range(1, |V|):
        for k in range(1, |V|):

$$D^i[j,k] = \min\left(D^{i-1}[j,k],\ D^{i-1}[j,i] + D^{i-1}[i,k]\right)$$

АСИМПТОТИКА: $\Theta(|V|^3)$

$\Theta(|V|^2|E|)$ $\quad$ $\Theta(|V|^4)$

$\Theta(|V||E|\log|V|)$

ДЛЯ РАЗРЕЖЕННЫХ ГР.:
$|E| = \Theta(|V|) \Rightarrow$ СЛОЖН.
$|V|$ РАЗ ДЕЙК. $\Theta(|V|^2 \log |V|)$

ПОДПУТЬ КР. ПУТИ КРАТЧ.:

ЗАДАЧА О РЮКЗАКЕ

W, w_i, c_i ; $i \in [1, n]$ // $i = \overline{1, n}$

$x_i \in \{0, 1\}$; $\bar{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \cdots \\ x_n \end{pmatrix}$

$$\max_{\bar{x}} \sum_{i=1}^{n} c_i x_i$$

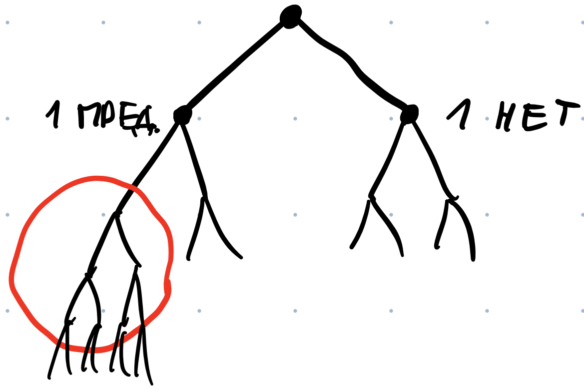
$$\text{s.t.} \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \le W$$

ПОЛНЫЙ ПЕРЕБОР $\Theta(2^n n)$

МЕТОД ВЕТВЕЙ И ГРАНИЦ

$\bar{x} \le \bar{y}$ $(\forall i \ x_i \le y_i)$ $f(\bar{x}) \le f(\bar{y})$

ЕСЛИ $f(\bar{x}) > W$ (НЕ ПОДХОДИТ), ТО $f(\bar{y})$ ТОЖЕ

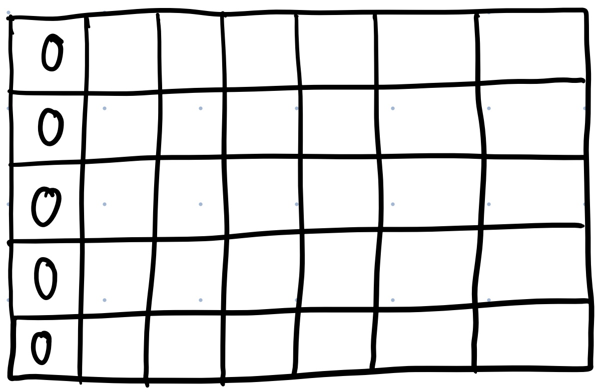


СО СТОРОНЫ ДИНАМ. ПРОГРАМ.

$c[w, i]$ – max. стоимость рюкзака согр. по весу w и предм. с номерами $\leq i$

$i \rightarrow$

$\downarrow w$



СЛОЖНОСТЬ:

$O(nW)$

ПСЕВДОПОЛИНОМИАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ

$c[w, 0] = 0$ (БАЗА)

ПЕРЕХОД:

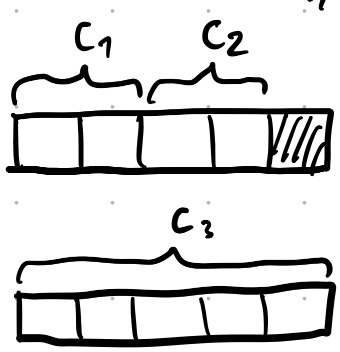
$$c[w, i] = \max \begin{cases} c[w, i-1] & \text{// не взяли } i\text{-й предмет} \\ c[w - w_i, i-1] + c_i & \text{// взяли} \\ & \text{// } w_i \leq w \end{cases}$$

$c_1 = 10 \quad w_1 = 2$

$c_2 = 11 \quad w_2 = 2$

$c_3 = 3 \quad w_3 = 5$

$W = 5$



ПРИМЕР.

НОМЕРА ПРЕДМЕТОВ $i \rightarrow$

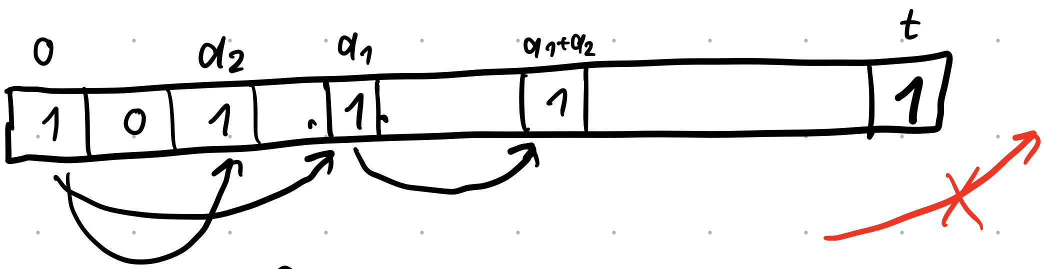
ВЕС	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	0	0	0
2	0	10	11	11
3	0	10	11	11
4	0	10	21	21
5	0	10	21	21

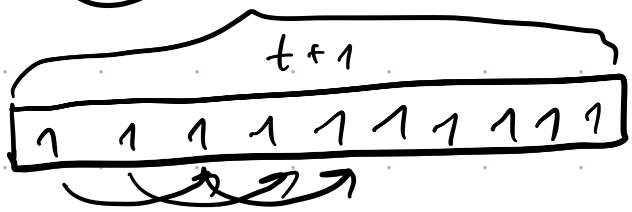
ЗАДАЧА

$a_1, \dots, a_n \quad \in \mathbb{N}$

t

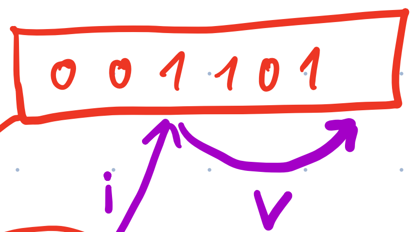
МОЖНО ЛИ ПРЕДСТ. t в виде суммы нек. подмн. $a_1, \dots, a_n$?





$O(nt)$

ПСЕВДОКОД




```
def find_if_representable(a, t):
    flags = [0]*(t+1)
    flags[0] = 1

    for v in a:
        for i in range(0,t+1,-1):
            if (flags[i] == 1 and i+v ≤ t):
                flags[i+v] = 1

    if (flags[-1] == 1):
        return True
    return False
```

$t = 11$

$a = [3, 5, 15, 6]$

v=   v=5   v=   v=

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1			1		1	1		1	1		1

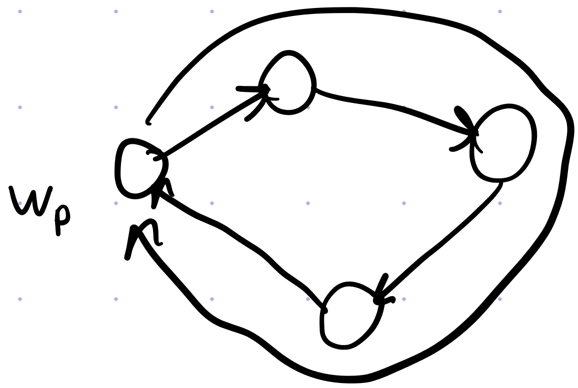
ЗАДАЧА

ОР. ГРАФ G С ПОЛОЖ. ВЕСАМИ

НАЙТИ ДЛИНУ САМОГО КОР. ЦИКЛА

$$\cancel{\begin{pmatrix} 0 & & & \\ & 0 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 0 \end{pmatrix}} \qquad \begin{pmatrix} \infty & & & \\ & \cancel{\infty}\, w_p & & \\ & & \ddots & \\ & & & \infty \end{pmatrix}$$

$O(|V|^3)$



ЗАДАЧА О БАНКОМАТАХ

$\underline{786} = 1 \cdot 500 + 2 \cdot 100 + 1 \cdot 50 + 3 \cdot 10 + 1 \cdot 5 + 1 \cdot 1$

Пример:

Σ 14

Куп. 1, 7, 11

Алг.: 11+1+1+1

Опт.: 7+7

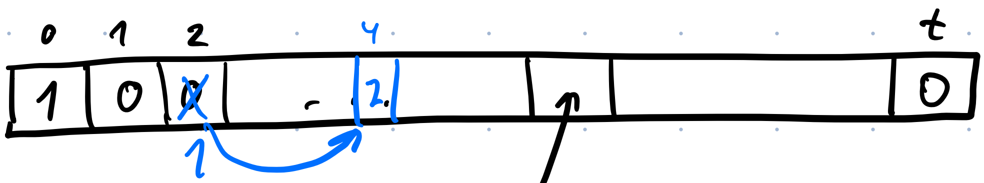
Σ 43

Алг. ∅

Опт. $43 = 6\cdot 6 + 1\cdot 7$

t

$a_1, a_2, \ldots, a_n$



min число купюр, чтобы набрать эту сумму

Псевдокод

Черновик! Задача в ДЗ

```
def find_minimal_reprezentation(a, t):
    flags = [0]*(t+1)
    flags[0] = 1

    for v in a:
        for i in range(0, t+1):
            if (flags[i] != 0 and i+v ≤ t):
                flags[i+v] = min(flags[i+v],
                                 flags[i]+1)
            elif (i==0):
                flags[i+v] = 1
```

```
    if (flags[-1] ==  ):
        print("impossible")
    return fl
```

ПРОСТ. ЧИСЛА-БЛИЗНЕЦЫ, НО НЕ 3,5 И УМН.

$11 \cdot 13 = 143 \rightsquigarrow 1+4+3=8$

$41 \cdot 43 = 1763 \rightsquigarrow 1+7+6+3=17 \rightsquigarrow 1+7=8$