

# Testaufgaben zur Vorlesung

## Computergrafik 1

### Kapitel 4: Transformationen und Szenegraph



#### Bemerkungen:

- Bei jeder Aufgabe ist eine Kategorie angegeben, die Aufschluss darüber gibt welches Grundprinzip die Aufgabenstellung verfolgt:
  - **Reproduktion (RP):** Wissensfragen und Aufgaben die gelerntes Wissen abfragen. Die Lösung zur Aufgabe steht mehr oder weniger wörtlich in den Folien oder wurde im Screencast erläutert.
  - **Reorganisation (RO):** Aufgaben in denen Beispiele und Inhalte aus der Vorlesung aufgegriffen und leicht modifiziert werden.
    - Z.B. Beispielaufgabe rechnen oder Algorithmus auf Beispiel anwenden mit anderen Werten oder leicht veränderten Rahmenbedingungen
  - **Verständnis und Zusammenhang (VZ):** Verständnis überprüfen und Wissensbereiche miteinander verknüpfen. Inhaltliche Antworten nicht nur hinschreiben, sondern auch Begründungen geben warum dies korrekt ist / funktioniert.
  - **Transfer (TR):** Aufgaben die den Kontext so stark verändern, dass eine Lösungsstrategie erst aus den vorhandenen Wissen abgeleitet und konstruiert werden muss. Fragen deren Antworten nicht in den Unterlagen zu finden sind, sondern aus dem eigenen Verständnis heraus schlussgefolgert werden müssen. Schwierige Aufgaben, die selten vorkommen und dazu dienen festzustellen ob jemand eine 1 als Note verdient hat.
- Die Teilaufgaben sind potentielle Klausuraufgaben, bzw. waren das auch teilweise so oder so ähnlich schon in vergangenen Jahren.
- **Es gibt keine Bonuspunkte für die Bearbeitung der Testaufgaben!** Die Punkte bei den Aufgaben dienen nur zur Orientierung um einschätzen zu können, wie hoch die Gewichtung bezogen auf die Gesamtpunktzahl einer Klausur ist (Die Punkte sind angegeben in Bezug auf eine Klausur mit 60 Punkten gesamt)
- Es sind hier mehr Test-Aufgaben angegeben als in der Klausur zu einem Thema zu finden sein werden (siehe Punkte Gewichtung)

---

## Teilthema 1: Grundlagen und homogene Koordinaten

- a) Erläutern Sie anhand der gewünschten Wirkweise einer Translation die Notwendigkeit zwischen absoluten und relativen Positions- bzw. Richtungsangaben zu unterscheiden. (VZ, 2 P)

Siehe Folien

- b) Geben Sie die Definition von „Homogene Koordinaten“ an und erläutern Sie wie diese in der Praxis für Punkte und Vektoren umgesetzt wird. (RP, 3 P)

Siehe Folien

- c) Erläutern Sie – als Erklärung ohne Beispielrechnung – warum die Ausnutzung der Assoziativität der Matrizenmultiplikation bei der Transformation von vielen Punkten im Raum deutliche Performance-Vorteile bietet. (VZ, 3 P)

Siehe Folien

- d) Angenommen Sie benutzen eine aus 5 Matrizen zusammengesetzte Gesamttransformation um 100.000 Punkte in homogenen Koordinaten (!) zu transformieren. Berechnen Sie die Anzahl der benötigten float-Multiplikationen für folgende Berechnungsvarianten (RO, 4 P)

- a. Ausnutzung der Assoziativität der Matrizenmultiplikation und Anschließende Matrix-Vektor Multiplikation

Matrix ist  $4 \times 4$  und Vektor 4 Einträge lang, daher  $(4 \times 4 \times 4) \times (5-1) + 4 \times 4 \times \text{\#Punkte}$  bzw. (Anzahl Ops für eine mat-mat mult in  $4 \times 4$ ) und das (5-1)mal, dann diese Ergebnismatrix mit jedem Punkte-Vektor mult. D.h.  $4 \times 4$  für eine matrix-Vektor mult und das  $\text{\#Punkte}$  mal.

Abarbeitung jeder einzelnen Matrix-Vektor-Multiplikation nacheinander.

$5 \times (4 \times 4) \times 100000$  bzw.

$(\text{\#trans} \times \text{\#zeilen einer Matrix} \times \text{Anzahl ops pro „zeile*vektor“}) \times \text{\#Punkte}$

Anders gesagt:  $5 \times (\text{Aufwand für Mat-Vektor-Mult} \times \text{\# Punkte})$

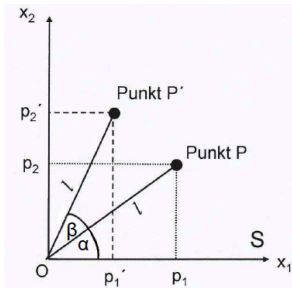
- e) Wie wird sich der Faktor zwischen günstiger und ungünstiger Berechnungsweise ändern wenn man die Anzahl der Punkte deutlich erhöht? (TR, 2 P)

---

Er wird sich der Zahl 5 (also der Anzahl der benutzten Transformationen) annähern, denn der Term  $(4 \cdot 4 \cdot 4)^{(5-1)}$  wächst nicht mit, d.h. man vergleicht  $4 \cdot 4 \cdot \text{\#Punkte}$  mit  $5 \cdot (4 \cdot 4)^{\text{\#Punkte}}$

## Teilthema 2: Transformationen und deren Eigenschaften

- a) Leiten Sie anhand folgender Skizze die Rotationsmatrix für eine 2D-Rotation um den Ursprung her. D.h. stellen Sie die Position von  $P'$  durch eine entsprechende Berechnung in Abhängigkeit von  $P$  dar. (RP, 4 P)



Siehe Folien

- b) Die Matrix-Multiplikation ist im Allgemeinen nicht kommutativ. (RO, 4 P)  
Beweisen Sie, dass für eine 2D-Rotation  $R(\alpha)$  um den Winkel  $\alpha$  und eine 2D-Rotation  $R(\beta)$  um den Winkel  $\beta$  um den Ursprung trotzdem gilt:

$$R(\alpha) \cdot R(\beta) = R(\alpha + \beta) = R(\beta) \cdot R(\alpha)$$

**Hinweis:** Führen Sie dazu eine Rechnung in Matrix-Darstellung in homogenen Koordinaten durch.

siehe eingescanntes Blatt, die benötigten Formeln zur Umformung der sin/cos Terme sind identisch zu denen die man auf Folie 116 braucht.

- c) Geben Sie eine Beispiel-Konfiguration als Skizze an, bei der die Hintereinander-Ausführung zweier Rotationen **nicht** kommutativ ist. (TR, 3 P)

Man nehme zwei Rotationen die nicht um denselben Punkt gehen  
Rotiere z.B. einen Punkt bei 2,0 um  $90^\circ$  um den Ursprung und danach um  $90^\circ$  um dem Punkt (0,2) => Punkt liegt bei 0,2. Wende die Rot umgekehrt an  
=> Punkt liegt irgendwo im 2. Quadranten mit neg x und pos y Koordinate

- d) Erläutern Sie warum eine Translation in homogenen Koordinaten einen Punkt verschiebt, einen Vektor aber unverändert lässt. Geben Sie dazu die strukturelle Funktionsweise der entsprechenden Matrix-Vektor Multiplikation an. (RP, 2 P)

Siehe Folien

- 
- e) Geben Sie die prinzipielle Vorgehensweise einer Rotation um eine beliebige Achse an. (RP, 4 P)

Listen Sie die notwendigen Arbeitsschritte in der richtigen Reihenfolge auf und Erklären Sie jeden Arbeitsschritt in einem Satz.

Siehe Folien

- f) Erläutern Sie die erste notwendige Teilrotation einer Rotation um eine bel. Achse gemäß der in der VL vorgestellten Reihenfolge im Detail. (RP, 4 P)

Leiten Sie also die entsprechenden Berechnungsformeln her und ergänzen Sie ihre Ausführungen mit einer beschrifteten Skizze

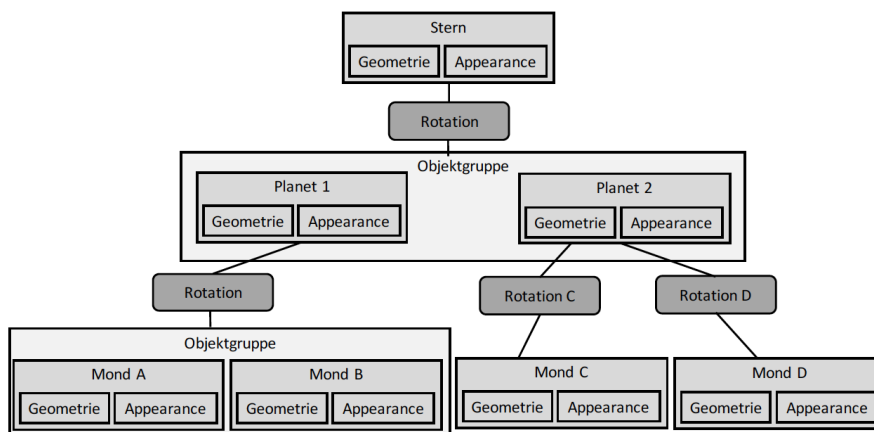
Siehe Folien

### Teilthema 3: Szenegraph

- a) Erläutern Sie die Funktionsweise des Matrix-Stacks bei der Rendering-Operation basierend auf einem gegebenen Szenegraphen. (RP, 4 P)

Siehe Folien

- b) Geben Sie die Prinzipielle Abarbeitung des folgenden Szenegraphen beim Rendering mit Hilfe eines Matrix Stacks als Pseudocode an (RP, 4 P)



Siehe Folien

- c) Erläutern Sie welche Struktur ein Szenegraph haben muss, damit die Skalierung eines Planeten-Durchmessers unabhängig von der Skalierung seines Mondes (der im Baum relativ zum Planeten positioniert ist) möglich wird. (TR, 3 P)

Hinweis: Mit Übung RO, sonst TR.

Man muss eine leere Objektgruppe haben, die am Zentrum des Planeten platziert ist. Der Planet ist als Kind davon aufgehangen aber nicht verschoben. Der Mond ist auch als Kind von der leeren Objektgruppe angehängen, hängt also an der Mitte des Planeten aber nicht an dem Planeten selbst. Skalierung des Planeten wirkt sich also nicht auf den Mond aus. Trotzdem kann man beide gemeinsam um die Sonne rotieren, wenn die Rotation in der Matrix für die Objektgruppe realisiert wird.

- d) Geben Sie einen Szenegraphen an, die folgende Szene nachbildet: (RO, 3 P)
- I. Eine Sonne bildet das Zentrum.
  - II. Die Erde kreist um die Sonne
  - III. Ein Mond kreist um die Erde

- 
- IV. Alle Objekte sollen dieselbe Geometrie-Darstellung einer Kugel benutzen.

**Hinweis:** Beachten Sie dazu abweichend von den vereinfachten Beispielen aus der VL auch die notwendigen Translationen

Eigentlich easy, statt Rotations-Matrix  $R$  schreibt man überall  $R \cdot T$  und packt so noch eine Translationsmatrix  $T$  mit drauf. Von Rechts nach links wird gearbeitet (also  $R \cdot T$  nicht  $T \cdot R$ ), da der Punkt von rechts an die Matrix multipliziert wird also erst aus der Mitte raus bewegen, dann um die Mitte rotieren. Referenz dann auf ein geometrisches Kugelobjekt dazu zeichnen und fertig.

- e) Erläutern Sie die beiden prinzipiellen Möglichkeiten wie beim Rendering der Objekte eines Szenegraphen die jeweils passende Auflösung eines mehrfach verwendeten geometrischen Grundobjekts ermittelt werden kann. (RP, 4 P)

Siehe Folien