

EKSAMEN I FYS-MEK1110: MEKANIKK

Kandidatnummer: 15337

25.05.2020

1 Introduksjon

Som en følge av Covid-19 viruset som herjer i verden for øyeblikket ble eksamen i FYS-MEK1110 omgjort til en hjemmeeksamen som skulle foregå over 7 virkedager. Dette er da besvarelsen for kandidatnummer 15337. Oppgavesettet har tre deler og jeg skal her forsøke å besvare dem etter beste evne.

2 Oppgave 1: En trådsnelle

a) I denne oppgaven første oppgaven på denne hjemmeeksamenen ønskes det at vi skal finne treghetsmomentet for hele snellen referert til i oppgaveteksten. Vi vet at relasjonen for å finne treghetsmomentet til en sylinder er gitt av likningen:

$$I = mr^2 \quad (1)$$

Her har vi da at en skivet sylinder skal behandles på samme måte som en full sylinder. Det gir da at vi kan vi bruke superposisjonsprinsippet til å finne treghetsmomentet til hele systemet. Da får vi følgende regneutregning:

$$I_{tot} = I_{full} + I_{skivet} + I_{skivet} \quad (2)$$

som da blir til:

$$I = \left(\frac{1}{2}(3M * (2R)^2) + \frac{1}{2}(M * (3R)^2) + \frac{1}{2}(M * (3R)^2)\right) \quad (3)$$

$$I = \frac{1}{2}(12MR^2 + 18MR^2) \quad (4)$$

som da tilslutt gir oss det endelig resultat som

$$I = 15MR^2 \quad (5)$$

b) Så skal vi tenge et frilegemediagram for snellen og navngi alle krefter på. Jeg tolker oppgaveteksten som at vi skal tegne kontaktkreftene som at det på en side også skal regnes på den andre (som i symmetri), men at vi skal foreta en separasjon mellom den fulle sylinderen og skivete sylinder. Tegningen ble gjort i Krita på grunn av Bezier-kurve verktøyet der, men det medgis at figuren er litt spartansk. For den optimale figur, så refereres det til oppgaveteksten til eksamen. For formålet å tegne kontaktkrefter, så er det tilstrekkelig følger jeg. Tegningen finnes da i figur 1.

c) I oppgaveteksten påpekes det at snellen ruller uten å skli når man bruker en liten kraft F , men at snellen sklir når kraften blir for stor. Vi skal altså vise hva den maksimale kraften hvor snellen ruller uten å skli er. Her har vi da en statisk friksjonskoeffisient, μ_s , men snellen ruller, så vi må også ta med en dynamisk

Frilegemediagram for Snellen.

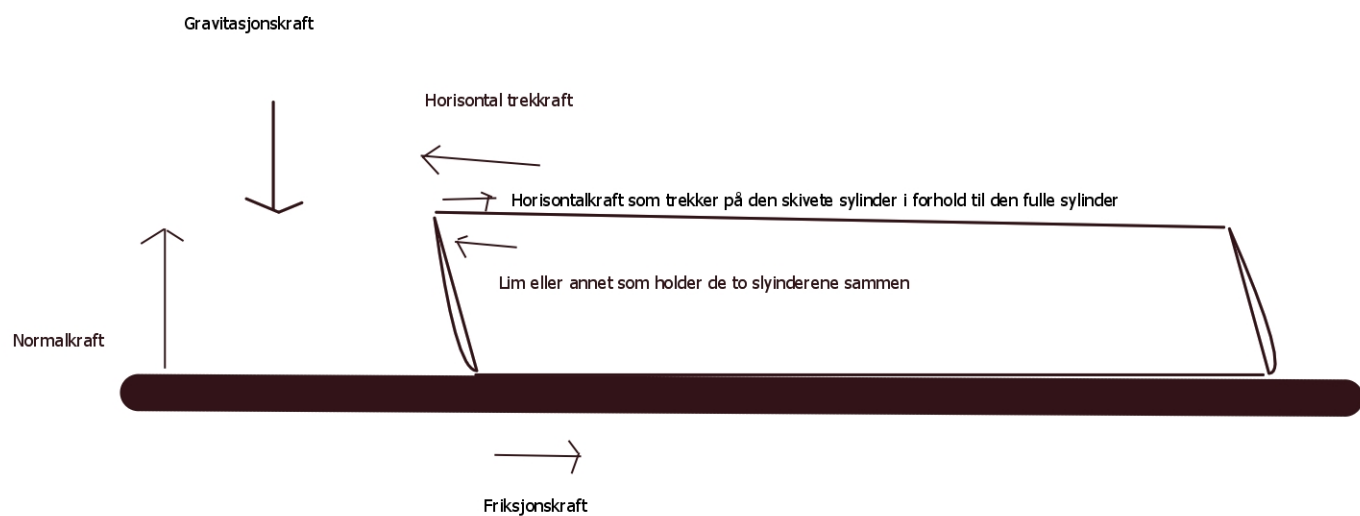


Figure 1: Skjematiske diagram som viser frilegemediagram av et sammensatt system av full og skivet sylinder

friksjonskoeffisient, μ_d . Her legger vi til at F_{max} er gitt av relasjonen:

$$F = \mu N \quad (6)$$

hvor da $m = 5M$. Vi vet at normalkraften, N , er $N = mg$. Som da gir oss $F = 5\mu Mg$. Med begge friksjonskoeffisienter får vi da:

$$\mu = \sqrt{\mu_d^2 + \mu_s^2} \quad (7)$$

hvor da μ_d er friksjon i x-aksen og μ_s er friksjon i y-aksen. Dette gir oss da:

$$\mu = \sqrt{0.25^2 + 0.20^2} \approx \frac{1}{3} \quad (8)$$

Dette gir oss da:

$$F_{max} < \frac{5}{3} Mg \quad (9)$$

d) Retningen snellen tar kan finnes ved å finne vinkelen. Denne finnes ved likningen:

$$\tan \theta = \mu_s \quad (10)$$

$$\theta = \arctan(0.25) \quad (11)$$

$$\theta = 14.04 \text{ degrees} \quad (12)$$

Det betyr da at bevegelsen går i positiv x-retning med en vinkel $\theta = 14.04$ degrees. Jeg får den ut av sengen vil jeg da konkludere. Akselerasjonen kan finnes gjennom å bruke Newtons andre likning, $F = ma$.

$$a = \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{12} \frac{m}{s^2} \quad (13)$$

e) I denne oppgaven skal vi finne impulsen som trådsnellen har. Impuls her er da gitt av:

$$I = \Delta p \quad (14)$$

hvor I = Impuls og p = moment. Dette gir da at forandring i moment er gitt av:

$$\Delta p = mv_1 - mv_0 \quad (15)$$

Av dette får vi at opprinnelig fart er lik null, mens v_1 er gitt av:

$$v_1 = 5 * \sqrt{2 * 9.81 * \frac{1}{12}} \quad (16)$$

Her antar vi at distansen som snellen beveger seg i løpet av et sekund er gitt av $1/12$ m. Dette gir oss $I = 6.39$ N. Jeg bør vel legge til at gravitasjonskonstanten er $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$, massen er 5 kg og høyden er $1/12$ m. For sikkerhets skyld.

f) Så skal vi vise hvordan vinkelhastigheten w_0 er relatert til lineærhastigheten v_0 .

$$v = R w \quad (17)$$

som da blir til, med notasjonen vi bruker i dette emnet:

$$w = \frac{v}{R} \hat{k} \quad (18)$$

Dette er relasjonen mellom vinkelhastighet og lineærhastighet. Så må vi da finne den relevante radiusen. Men jeg påpeker noe grunnleggende før jeg går videre, og vil også referere til figuren i oppgaveteksten i så henseende. Dersom vi har to sirkler med samme senter, kalles radius i den minste sirkelen indre radius, mens radius i den største sirkelen kalles ytre radius. Som vi har på figuren i oppgaveteksten med henholdsvis $2R$ og $3R$.

Her har vi da at vi kan se på det som et punkt som beveger seg med konstant lineær hastighet v langs omkretsen til en sirkel med radius R . Men forskjellen her er da at vi to sirkler å forholde oss til. Så hvor beveger dette punktet seg? Mellom tidligere påpekte $3R$ og $2R$. Dette gir oss:

$$v = \frac{3}{2} R \omega \quad (19)$$

Som da blir til:

$$\omega_0 = \frac{2}{3} \frac{v_0}{R} \hat{k} \quad (20)$$

g) I denne oppgaven etterspørres det om et frilegemediagram over denne nye situasjonen beskrevet hvor friksjonskoeffisienten er dynamisk. Vi må også ta med initialhastighetene v_0 og ω_0 , og etter at kraften F har sluttet å virke. Figuren kan da sees i figur 2 Tegningen ble gjort på Paint. Jeg ønsket å vise hvordan

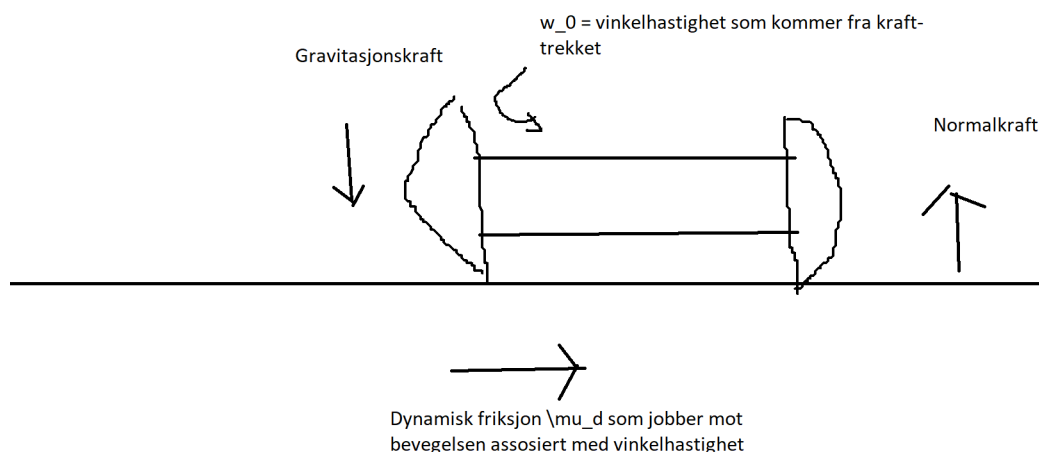


Figure 2: Skjematikk viser et frilegemediagram som viser hvordan bevegelsen til snellen har blitt etter et trekk

snellen beveger seg med kraft-trekket. Bevegelsen følger ikke linearitet, og dynamisk friksjon fra bakken står imot trekket og bevegelsen slutter da til slutt også opp.

h) Her har jeg delvis svart på oppgaven i oppgaven ovenfor. Men vil da påpeke at de grunnleggende krefter som gravitasjon trekker snellen ned mot bakken, mens normalkraften fra bakken holder den fra å falle utover dette. Dette er elementært. Senere har vi da at kraften F sørger for en bevegelse som ikke er lineært, men følger vinkelhastigheten som vi fant i en tidligere oppgave. Det betyr da at bevegelsen er delvis sirkulær og delvis lineær (om leser forstår hva jeg mener, forsøker å forklare at asymmetrisk bevegelse). og snellen sirkulerer en liten stund etter at man har sluttet å trekke, men den dynamiske friksjonskoeffisienten trekker bevegelsen ned og mot null. Slik at det etterhvert blir stillstand. Snellen kommer nok ut av sengen, men det avhenger litt av hvor stor distansen er, og hvor kraftig trekket er. Hadde bevegelsen vært lineært, så hadde den kommet enkelt ut, men her er ting mer usikkert (eller relativt til flere faktorer om man vil si).

i) Så skal vi finne et uttrykk for lineærhastigheten og for vinkelhastigheten som funksjon av tiden t . Her har vi da en relevant ligning som vi forholder oss til:

$$v = \frac{r\theta}{t} = \frac{rw}{t} \quad (21)$$

Og derav også

$$w = \frac{vt}{r} \quad (22)$$

Dette gir oss da følgende uttrykk for lineærhastigheten:

$$v = \left(\frac{3}{2} \frac{Rw}{t}\right) \hat{k} \quad (23)$$

Og på samme måte for vinkelhastigheten:

$$w = \frac{2}{3} \frac{vt}{R} \hat{k} \quad (24)$$

Andre del av oppgaven er å finne ut når snellen begynner å rulle uten å skli. Da har vi flere ting å forholde oss til. g står for gravitasjon og er en akselerasjon som trekker snellen mot bakken slik at det er en form for motstand mot trekket, v_0 er opprinnelig lineær hastighet og $\frac{3}{2}$ er faktor funnet fra før. Vi må da ta med den statiske friksjonskoeffisienten (eller tiden det tar å aktivere og radius til det første sirkel ettersom det ikke skal rulle. Hadde vi brukt ytre radius ville det ha ført til rulling.) Dette gir oss da:

$$t_1 = \left(\frac{3}{2} + 2 + \frac{1}{4}\right) \frac{v_0}{g} \quad (25)$$

som da gir oss det uttrykket som er etterspurt i oppgaveteksten.

j) Her tar vi uttrykket vi fant for tiden og setter det inn i uttrykket for hastighet og vinkelhastighet. Vi bruker da to følgende uttrykk:

$$v = v_0 + at \quad (26)$$

som er for hastighet, og for vinkelhastighet benytter vi oss av.

$$w = w_0 + \alpha t \quad (27)$$

Ved å sette inn for t_1 får vi svarene $v = \frac{1}{4}$ og $w = -\frac{1}{12}$. Fortegnet og størrelsen på hastigheten er som forventet. Jeg forventet at hastigheten skulle være mindre enn v_0 . Når det kommer til vinkelhastigheten, så går den i negativ retning. Jeg forventet egentlig at begge rotasjoner kunne ha vært mulig basert på personlig erfaring med trekking av sneller, så jeg kan egentlig ikke si at jeg er så veldig overrasket.

k) Vi skal finne spinn (torque på engelsk) til snellen ved to tidspunkter, rett etter at snordraget har sluttet å virke (angitt som t_0), og ved en tid t_1 når snellen begynner å rulle uten å skli. De skal uttrykkes ved hjelp av variablene R , M og v_0 .

Her husker vi at vi trekker i x -retningen og vi finner det første tidspunktet først. Da får vi med $T =$

torque:

$$F_x = T \cos \theta - \mu Mg + \mu T \sin \theta \quad (28)$$

Uten friksjon får vi da:

$$F_x = T \cos \theta \quad (29)$$

Rotasjonen er i dette tilfellet sørget for av vinkelakselerasjonen i henhold til:

$$TR_1 = I\omega_0 \quad (30)$$

$$T = \frac{15MR^2\omega_0}{R_1} \quad (31)$$

Her er da R_1 identifisert som radius til den første sirkelen i figuren fra oppgaveteksten.

Med friksjon får vi da to torques, M og T .

$$M = \mu(Mg - T \sin \theta)R_2 - TR_1 \quad (32)$$

Og R_2 representerer radius til den ytre sirkelen. Da gjenstår altså t_1 . Her har vi da rulling uten skliing. Hvis friksjonskoeffisienten er tilstrekkelig stor, så har vi rulling uten skliing representert av:

$$v_0 = \omega_0 R_2 \quad (33)$$

I) Siste del av oppgaven skal brukes til å finne ut hva som skjer når man drar snellen i en annen retning enn horisontalt. Man drar da med en kraft F med en vinkel θ hvor:

$$\cos \theta = \frac{2}{3} \quad (34)$$

$$\theta \approx 48.19 \text{ grader} \quad (35)$$

Så tegner vi et frilegemediagram med kraftmomentene om både kontaktpunktet med gulvet og om massesenteret. På figur 3 ser vi at friksjonen går med samme vinkel som trekk-kraften, men i motsatt retning.

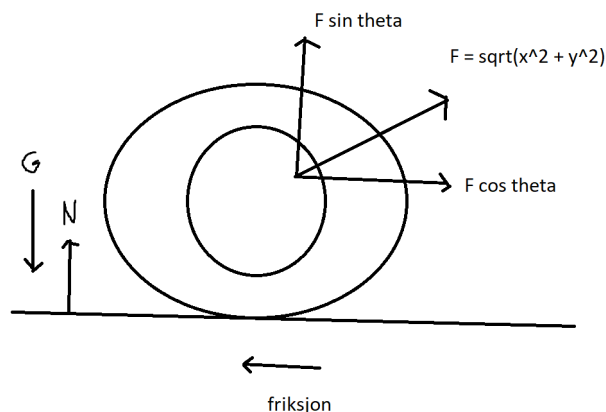


Figure 3: Figuren viser et frilegemediagram for en trekk-kraft som ikke er horisontalt, men som skjer med en vinkel.

m) Her vil jeg først påpeke at jeg har funnet en vinkel på $\theta = 48.19$ grader. Bevegelsen til snellen er slik at man trekker den frie enden av tråden i en vinkel oppover fremfor rett frem. Dette gir nye faktorer å forholde seg til. Her er det slik at jeg av erfaring tenker slik at man lettere kan foreta et kjapt trekk og at den blir vanskeligere å trekke ut fra under sengen. Man kjemper mer mot gravitasjonen også i trekket ved at snellen blir trukket ned, mens tråden blir lenger. Denne tendensen øker etterhvert som vinkelen øker.

3 Oppgave 2: En meksikansk hatt

a) Her skal vi plote potensialfunksjonen $U(x)$. Vi har fått oppgitt to $U(x)$ -funksjoner. En for en partikkel som beveger i et endimensjonalt potensiale, og en for en kule som er påvirket av tyngdeakselerasjonen. Siden det ikke er oppgitt hvilken vi faktisk skal tegne, så tegner jeg den første med likningen:

$$U(x) = U_0 \left(\frac{1}{2} \left(\frac{x}{b} \right)^4 - \left(\frac{x}{b} \right)^2 \right) \quad (36)$$

Jeg velger denne ettersom den er enklest å plote med færre variabler (som ikke er oppgitt så langt i teksten). Plottet følger da nedenfor og koden er i appendixen under navnet "Oppgave 2a)". Potensialfunksjonen skal

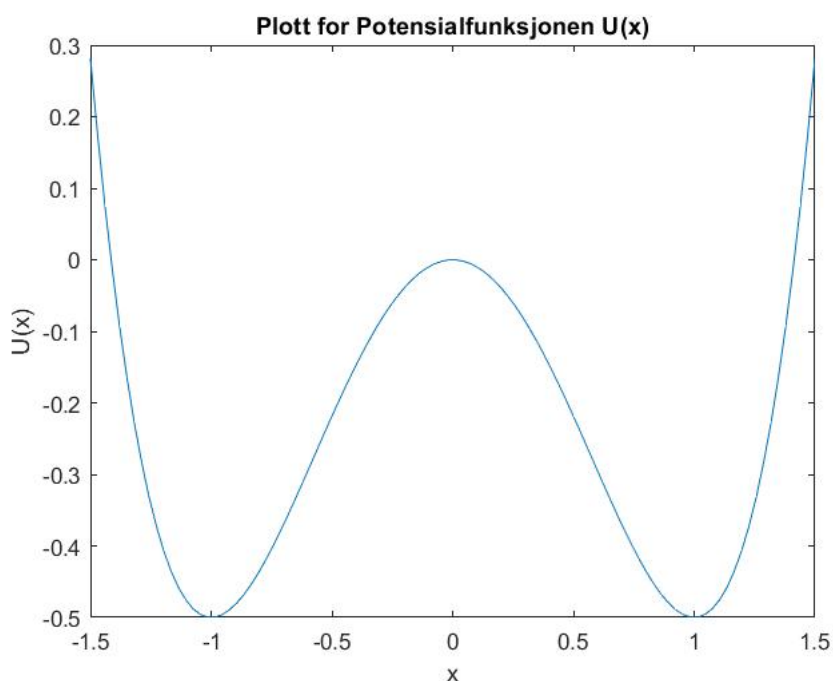


Figure 4: Skjematikk viser plottet for det endimensjonale potensialet oppgitt i oppgave 2a

tegnes mellom intervallet $-\frac{3}{2}b < x < \frac{3}{2}b$.

b) Så skal vi finne likningen for kraften på en kule med masse m . Vi bruker da likningen oppgitt i oppgaveteksten som:

$$U(x) = mgh_0 \left(\frac{1}{2} \left(\frac{x}{b} \right)^4 - \left(\frac{x}{b} \right)^2 \right) \quad (37)$$

Vi vet da (fra blant annet Elektromagnetismen) at forholdet mellom kraft $F(x)$ og potensialet $U(x)$ er gitt av relasjonen:

$$-\frac{dU}{dx} = F(x) \quad (38)$$

Så gikk vil da medføre at vi må integrere $U(x)$ fra tidligere i oppgaven. Vi da:

$$F(x) = \frac{mgh_0}{b} \left(-2\left(\frac{x}{b}\right)^3 + 2\left(\frac{x}{b}\right) \right) \quad (39)$$

Vi tar da ut en b fordi vi har b^4 og b^2 i det opprinnelige uttrykk, og de er konstanter. Ellers er det snakk om standard derivasjon $U(x)$.

c) c-oppgaven tilsier at vi skal finne likevektspunktene og karakteriser dem som stabile eller ustabile. Her påpekes det først at vi har funnet både kraft og potensiale i tidligere deloppgaver. Så før vi går videre med oppgaven, så må vi definere stabile og ustabile likevektspunkter. Man får et stabilt likevektspunkt ved et punkt hvis netto kraft er null, og de små forandringer fører til en økning i potensiale ved det punktet. På samme måte vil vi få et ustabilt likevektspunkt hvis det fører til en søknadi potensiell energi.

Dette gjør jeg ved å tegne to plotter som klart viser når kraften er null og hvordan det potensialet er i det punktet. På figur 5 klarer vi å se hvorvidt punktene er stabile eller ikke, men vi trenger hjelp til å

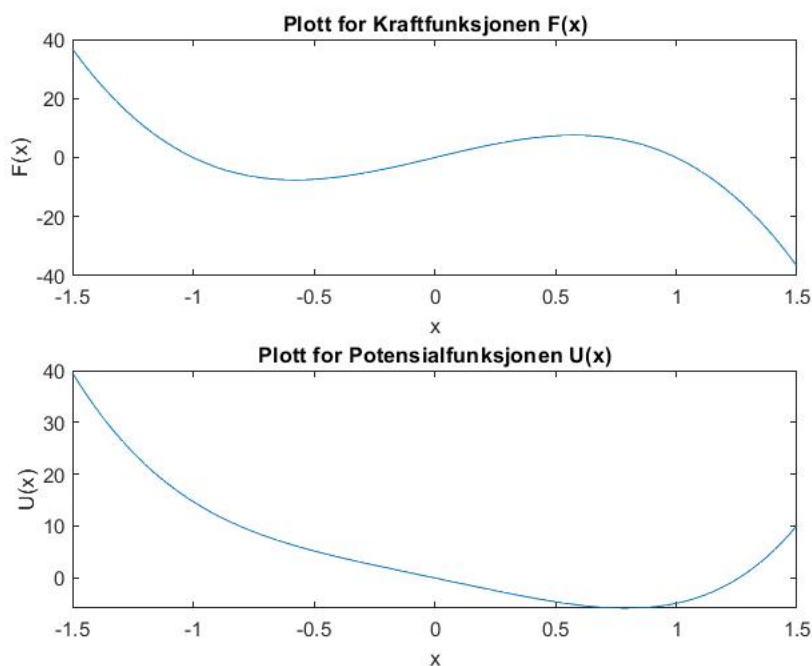


Figure 5: Skjematikk viser plott for både Kraft- og Potensialfunksjonen

nøyaktig fastsette punktenes posisjon. Dette gjør jeg med numerikk-programmet Wolfram Alpha. Her får vi da at ved å sette $F(x) = 0$, så får man $x = \pm 1$. Og vi kan da fastslå med figur 5 at $x = -1$ er et ustabilt likevektspunkt, mens $x = 1$ er et stabilt likevektspunkt.

d) Jeg antar da at man skal slippe partikkelen fra en høyde ettersom man bruker uttrykket slippe. I figur 6 har jeg forsøkt å plote hvordan x -variabelen beveger seg. Her finner vi da tre nullpunkter, $x = \pm \sqrt{2}$ og $x = 0$. I oppgaven fikk vi da som oppfordring at $x > 0$, så det eliminerer de to første punktene. Da får vi at vi må slippe partikkelen fra $x = \sqrt{2}$ for at den skal bevege seg til $x < 0$. Den deriverte blir da:

$$v(x) = 2x^3 - 2x \quad (40)$$

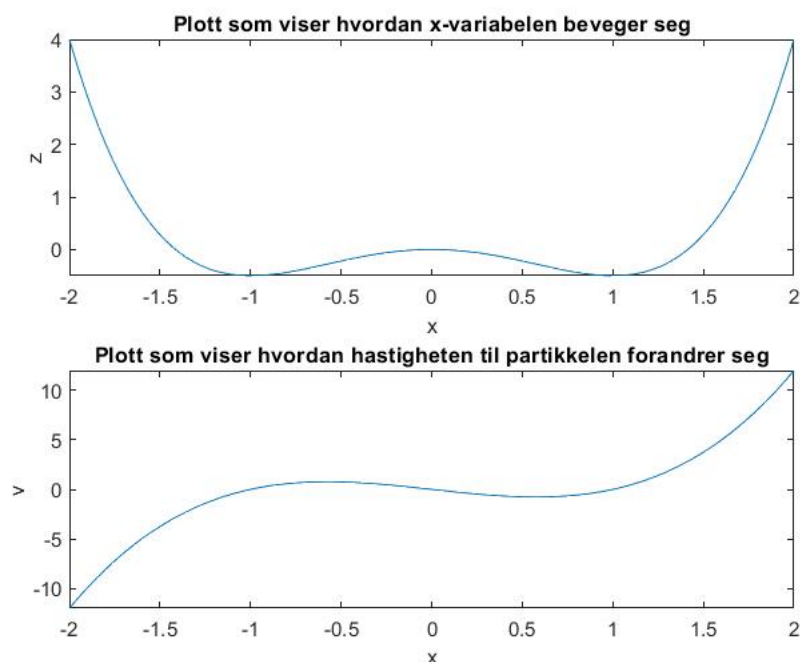


Figure 6: Skjematiske plott som viser hvordan x-bevegelsen er og hvordan den deriverte av den er

Vi bruker da hastighetsplottet til å se at ved andre verdier enn $x = \sqrt{2}$, så får vi ingen hastighet, slik at det først blir hastighet fra $x = \sqrt{2}$ til 1, før den blir konstant. Så $x = \sqrt{2}$ er den magiske grensen for oss.

e) Vi ønsker å uttrykke hastigheten som funksjon av tyngdeakselerasjonen og initialhøyde h_0 , slik framsatt i et hint av fagansvarlig Andreas Gørgen på Padlet. Først setter vi inn $-2b$ i uttrykket for $h(x)$, og så gjør vi det samme for $-b$, ettersom distansen ikke er fra $-2b$ til 0, men $-2b$ til $-b$. Vi gjør dette for $-2b$ og skriver bare svaret for $-b$ ettersom utregningen er identisk.

$$h(x) = h_0 \left(\frac{1}{2} \left(\frac{-2b}{b} \right)^4 - \left(\frac{-2b}{b} \right)^2 \right) \quad (41)$$

Dette gir oss da:

$$h(x) = 4h_0 \quad (42)$$

Samme utregning gjort med $-b$, gir en verdi for $h(x) = -\frac{1}{2}h_0$. Så har vi fra teorien en formel for å finne hastigheten. Denne er gitt som:

$$v(x) = \pm \sqrt{2 \int_{-\frac{1}{2}h_0}^{4h_0} g(x) dx} \quad (43)$$

som da blir et uttrykk for $v(x)$ som:

$$v(x) = 3\sqrt{g(x)h_0} \quad (44)$$

Dette er da hastigheten for $v_A, 0$, selv om jeg ikke har brukt denne notasjonen i denne utregningen,

f) Så skal vi finne hastighetene $v_{A,1}$ og $v_{B,1}$ rett etter kollisjonen. Vi har allerede oppgitt at $v_{B,0} = 0$ og vi har funnet $v_{B,1}$ tidligere i oppgaven. Så har vi også restitusjonskoeffisienten oppgitt som:

$$\frac{1}{2} = -\frac{v_{A,1} - v_{B,1}}{v_{A,0} - v_{B,0}} \quad (45)$$

$$\frac{1}{2}(v_{A,0} - v_{B,0}) = -(v_{A,1} - v_{B,1}) \quad (46)$$

$$-\frac{1}{2}(v_{A,0} - v_{B,0}) + v_{B,1} = v_{A,1} \quad (47)$$

Så ser vi på bevegelsesmengden:

$$m_A v_{A,0} + m_B v_{B,0} = m_A v_{A,1} + m_B v_{B,1} \quad (48)$$

Så setter vi inn siste likning inn i den foregående likningen. Dette gir oss da følgende uttrykk, med oppgitte masser for de to partikler:

$$m v_{A,0} + 2m v_{B,0} - \frac{1}{2}m v_{B,0} + \frac{1}{2}m v_{A,0} = 3m v_{B,1} \quad (49)$$

Dette blir da:

$$\frac{3}{2}v_{A,0} - \frac{3}{2}v_{B,0} = 3v_{B,1} \quad (50)$$

Som da gir oss uttrykket for B-partikkelen etter endt kollisjon:

$$v_{B,1} = \frac{3}{2}\sqrt{gh_0} \quad (51)$$

Samtidig får vi for A-partikkelen at hastigheten etter kollisjonen blir:

$$v_{A,1} = 0 \quad (52)$$

g) Vi husker her da tidligere nevnte relasjon fra oppgave 2b). Skriver den ned igjen for ordens skyld.

$$-\frac{dU}{dr} = F(r) \quad (53)$$

Så vi deriverer da, og gjør resten av utregningen til vi kommer frem til det svaret som blir etterspurt.

$$U(r) = U_0\left(\frac{1}{2}\left(\frac{r}{b}\right)^4 - \left(\frac{r}{b}\right)^2\right) \quad (54)$$

$$F(r) = -U_0\left(2\left(\frac{r^3}{b^4}\right) - 2\left(\frac{r}{b^2}\right)\right) \quad (55)$$

$$F(r) = -2U_0\left(\left(\frac{r^3}{b^4}\right) - \frac{r}{b^2}\right) \quad (56)$$

$$F(r) = \frac{2U_0}{b^2} \left(1 - \frac{r^2}{b^2}\right) \vec{r} \quad (57)$$

Som da blir det uttrykket vi ønsker.

h) Her skal vi skrive et program som beregner posisjon og hastighet til partikkelen som funksjon av tiden. Dette programmet skal også brukes til å beregne potensiell og kinetisk energi som funksjon av tiden. Vi har også et sett med figurer vi skal forsøke å sammenligne våre figurer med med dette programmet. Jeg legger dem ved som subplots. Her var intensjonen at vi skulle klare å repetere figurene vi har i

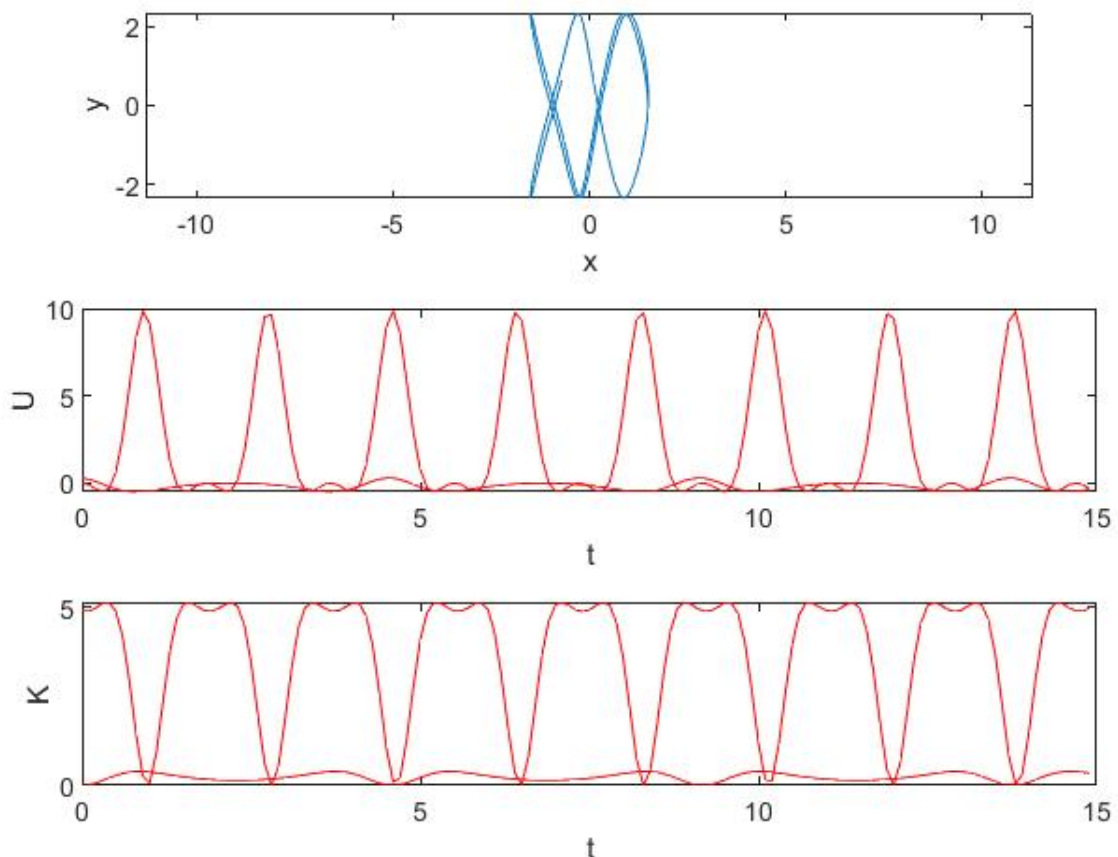


Figure 7: Skjematikk viser subplots av bevegelsen til partikkelen, potensiell og kinetisk energi. Koden kan finnes i appendix

oppgaveteksten. Jeg har klart dette med potensiell og kinetisk energi. Den potensielle energien er litt vanskelig å se, så jeg legger ved en ekstra kopi av den (forhåpentligvis er dette i orden). Først vil jeg derimot forklare hvorfor jeg ikke klarte å få "korrekt" figur på den øverste figuren. Jeg mener at dette skyldes at jeg ikke har korrekt initial posisjon og hastighetsverdier. Dette skyldes da troligvis tidsintervallet jeg bruker. Ettersom jeg jobber alene, så har jeg ingen å spørre og må da heller levere inn slik det er, nesten rett. Men ikke helt. Derimot er de andre figurer rette. Så var det en ekstra oppgave til som skulle svares på. Her skulle vi variere mellom $v_0 = 1.5$ m/s og $v_0 = 3$ m/s. Dette gjøres da i figurene nedenfor. På figur 9 ser vi at tre forskjellige figurer er til stede, disse har tre forskjellige hastigheter: 0.1, 1.5 og 3. På den aktuelle figuren ser man at figuren blir lengre eller større. Dette er logisk ettersom vi forventer at bevegelsen skal

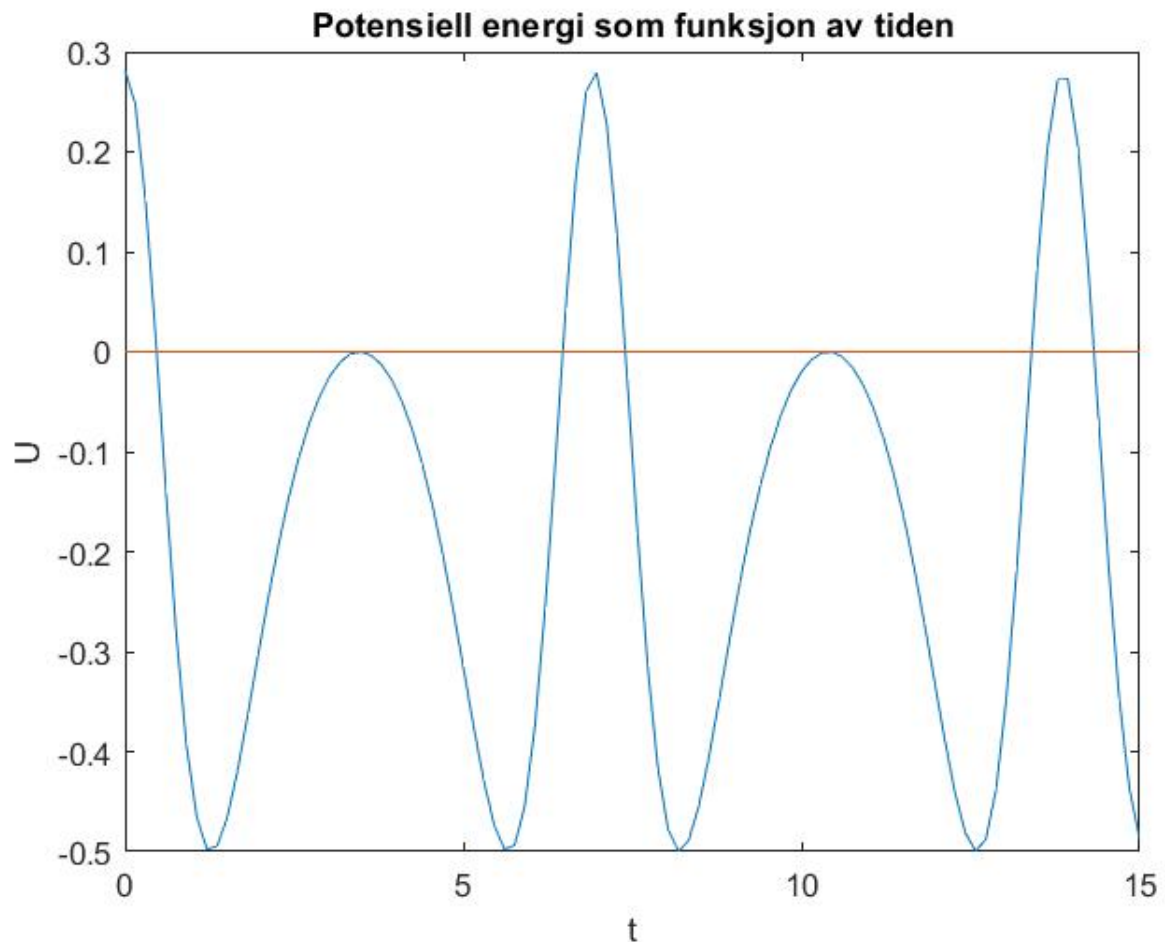


Figure 8: Skjematikk viser en ekstra figur over potensiell energi

bli større, men her går den ikke i bane. Jeg antar at den på oppgaveteksten høyst trolig gjør det.

i) Vi skal beregne analytisk hvilken initialhastighet man må ha for at partikkelen skal bevege seg på en sirkelbane. Initialposisjon er $r_0 = \sqrt{2}b$ i. Dette betyr da at x-komponenten har en initialposisjon som ikke er null, mens y-komponenten har null. Vi kan representere posisjon og hastighet til sirkel ved følgende relasjoner:

$$r(t) = (A \cos(wt)) i + (A \sin(wt)) j \quad (58)$$

$$v(t) = (-Aw \sin(wt)) i + (Aw \cos(wt)) j \quad (59)$$

Her antar vi da at siden y-komponenten er null, så er vinkelen enten null eller 180 grader. Dette gir da at x-komponenten til hastigheten også er null. Da får vi at y-komponenten til hastigheten må ha en verdi for at det skal være en sirkel. Denne verdien blir da $\sqrt{2} bw$. Programmet bekrefter dette.

j) Denne oppgaven fikk jeg dessverre ikke til. Beklager!

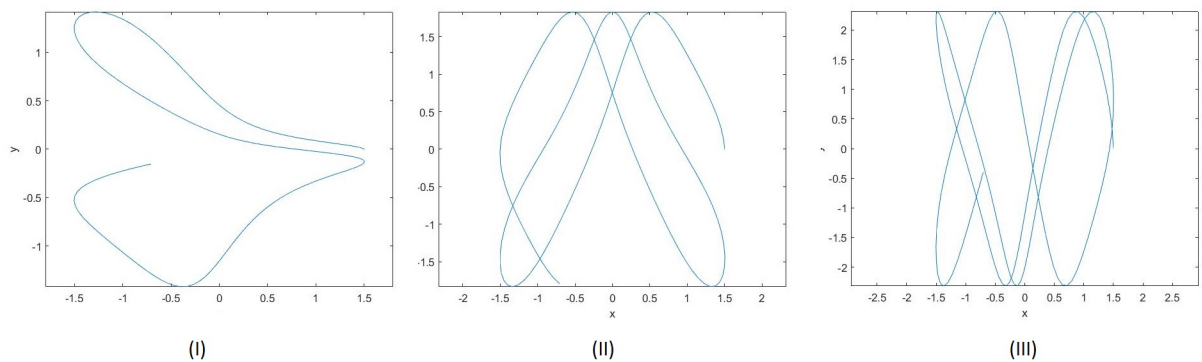


Figure 9: Skjematiske viser koden med tre forskjellige hastigheter implementert

4 Oppgave 3: Relativitet

a) Som forklart i oppgaveteksten, så er myoner ustabile partikler som dannes med høy hastighet på grunn av kosmisk stråling i de øverste lagene av jordens atmosfære. Myoner er ikke et stort tema innen mekanikk og de grunnleggende fysikk-emner, men har en større rolle innenfor partikkelfysikken. Før jeg begir meg på en forklaring av selve spørsmålet, så foretar jeg en redegjørelse av kosmisk stråling og hvordan det er relatert til myoner ettersom det senere kommer til nytte.

Kosmiske stråler er veldig energetiske ladete partikler som kommer fra det ytre rom. Disse bombarderer jorden nærmest kontinuerlig, og består av 89 prosent protoner (hydrogen kjerner), 10 prosent helium kjerner og 1 prosent tyngre kjerner. Når disse kolliderer med atomer i jordens øvre atmosfære, så skaper de en "shower" (uttrykket brukes i fagsjargongen og kan oversettes med dusj) av lavere sekundære partikler, da hovedsaklig pioner. Disse pionene forringer fort til emitterende myoner som resier gjennom atmosfæren og penetrerer under jorden. 100 av disse sekundære partikler passerer våre kroppar hvert sekund. Energiene til disse kosmiske stråler varierer fra 1 GeV (rate: $10\,000 \frac{m^2}{s}$) og opptil 10^8 TeV (rate: $< 1 \frac{km^2}{century}$). Veldig store kosmiske stråler genererer store showers på opptil 10 milliarder secondaries som sprer seg over områder på 20 km^2 ved jordens overflate.

Så skal vi da forklare hvorfor vi kan observere disse myoner. Vi baserer oss da på det vi allerede har skrevet så langt. I tillegg påminner vi om at myoner er 200 ganger så tunge som elektroner og positroner. Den gjennomsnittlige levetiden for en myon er 2 mikrosekunder. Dette er da veldig kort levetid som påpekt i oppgaveteksten, men på grunn av myonets høye energi og at det beveger seg i hastigheter opp i mot $300\,000 \text{ km/s}$, så klarer det å bevege seg et stykke slik at vi kan detektere det i laboratorier med spesialbygde detektorer.

Som eksempel kan vi nevne at et 1 GeV myon kan reise 6 km i atmosfæren. Et 10 GeV myon kan reise 63 km. Og vi har kosmiske stråler med energier opp til 10^8 TeV som tidligere påpekt. Dette gjør altså at selv om levetiden er relativt kort og distansen er relativt lang, så blir dette kompensert av høye energier og bevegelseshastigheter slik at man kan detektere disse myoner.

b) Her skal vi forklare hvilken hastighet en observatør på planeten måler for lyspartiklene som kommer mot han/henne. Romskipet beveger seg med hastighet $v = 0.8c$. Lorentz-transformasjonen er gitt som:

$$x' = \gamma(x - vt) \quad (60)$$

$$t' = \gamma(t - \frac{vx}{c^2}) \quad (61)$$

hvor da γ er gitt som:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (62)$$

Vi antar da at partikkelen beveger seg med hastighet u med hensyn til en inertial ramme S . Rammen S' med velositet v beveger seg med hensyn til S . Vi ønsker da et uttrykk for $u' = \frac{dx}{dt'}$, som er velositeten som målt i den bevegende rammen S' .

Ved å ta differensialene så får vi hastigheten til transformasjonen. Gjennom å ta differensialene til Lorentz-transformasjonen uttrykkene for v' og t' får vi:

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{\frac{dx}{dt} - v}{1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt}} \quad (63)$$

som blir til:

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{c^2}} \quad (64)$$

Om man ønsker u , så gjør man om og får følgende uttrykk:

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}} \quad (65)$$

Så hvis hastigheten til lyspartiklene er $0.7c$, så får vi en hastighet på $1.5c/1.56 = 0.96c$ fremfor $1.5c$ som mange ville ha forventet.

5 Appendix

Her viser vi da de forskjellige kodene som skal til for å komme til de forskjellige figurer. De blir da karakterisert med sine oppgavenavn.

5.1 MATLAB-kode for Oppgave 2a)

.

`U0 = 1;`

`x = linspace((-3./2),(3./2));`

```

U = U0 * (0.5*(x.^4) - (x.^2));

plot(x,U);
xlabel('x');
ylabel('U(x)');
title('Plott for Potensialfunksjonen U(x)')

```

5.2 MATLAB-kode for Oppgave 2c

```

b = 1;
h0 = 1;
g = 9.81;
m = 1;
x = linspace((-3./2),(3./2));

U = m*g*h0* (0.5*((x)./b).^4 - ((x)./(b)).^2));

F = 2*m*g*(h0./b)*((x./b) - (x./b).^3);

subplot(2,1,1);
plot(x,F);
xlabel('x');
ylabel('F(x)');
title('Plott for Kraftfunksjonen F(x)');

subplot(2,1,2);
plot(x,U);
xlabel('x');
ylabel('U(x)');
title('Plott for Potensialfunksjonen U(x)');

```

5.3 MATLAB-kode for Oppgave 2d

```

x = linspace(-2,2);

z = (0.5 * (x.^4) - (x.^2));
f = 2*x.^3 - 2*x;

subplot(2,1,1);
plot(x,z);
xlabel('x');

```

```

ylabel('z');
title('Plott som viser hvordan x-variabelen beveger seg');

subplot(2,1,2);
plot(x,f);
xlabel('x');
ylabel('v');
title('Plott som viser hvordan hastigheten til partikkelen forandrer seg');

```

5.4 MATLAB-kode for Oppgave 2h

```

clear all;
h = 1.5;
v0 = 2.5;
m = 1;

tid = 15;
dt = 0.1;
n = round(tid ./ dt);

t = zeros(n,1);
r = zeros(n,2);
v = zeros(n,2);
a = zeros(n,2);

t(1) = 0;
r(1,:) = [h 0];
v(1,:) = [0 v0];

for i = 1:(n-1)
    a(i,:) = ((r(i,:) - (r(i,:)).^3));
    v(i+1,:) = v(i,:) + a(i,:)*dt;
    r(i+1,:) = r(i,:) + v(i+1,:)*dt;
    t(i+1) = t(i) + dt;
end

subplot(3,1,1)
plot(r(:,1),r(:,2));
axis equal;
xlabel('x');
ylabel('y');

```



```
subplot(3,1,2)
U = (0.5*(r).^4 - (r).^2);
plot(t,U,'r');
xlabel('t');
ylabel('U');
```

```
subplot(3,1,3)
K = (1./2)*m*v.^2;
plot(t,K,'b');
xlabel('t');
ylabel('K');
```