Oblig 3

I

FYSMEK1110

Mekanikk

av

Furkan Kaya

Problem a):

Jeg bruker da Pytagoras likning her. Denne er gitt som (basert på figur og innsatte parametere).

$$l_0^2 = x_0^2 + h^2$$

$$x_0 = \sqrt{0.5^2 - 0.3^2}$$

$$x_0 = 0.4\, m$$

Altså er da $x_0 = 0.4$ meter.

Når x = 0, så er det ved et likevektspunkt.

Problem b):

Lengden til fjæret når sylinderen er ved en posisjon x er det vi skal finne i denne oppgaven. Her har vi da Hookes lov å forholde oss til. Den er gitt som F = -kx. Her gjør jeg noen forandringer for å tilpasse det systemet vi har:

$$ma = -kl$$

$$l = \frac{ma}{k}$$

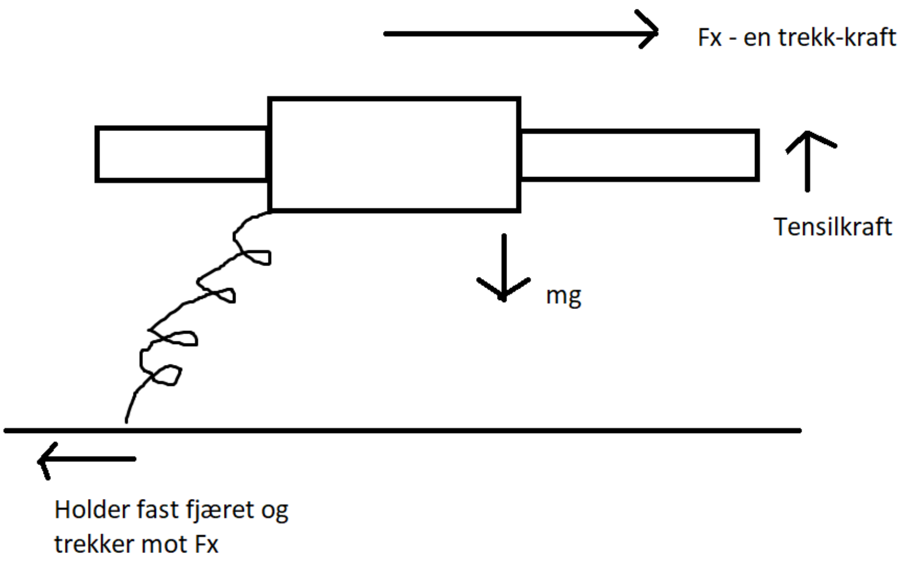
Men fordi vi har en retning som er positiv og skal forlenges, så fjerner vi det negative fortegnet. Vi kan dobbeltsjekke om dette stemmer ut ifra enheter. Da blir det vi får ovenfor som følgende:

$$\frac{\frac{\left(\frac{kg * m}{s^2}\right)}{\frac{kg * m}{s^2}}}{m} = m$$

Altså virker det å stemme.

Problem c):

Oppgaven ber oss om å tegne et free-body diagram av sylinderen. Dette ble gjort i Paint og følger nedenfor.



Figur 1: viser Free-body diagrammet som oppgaven etterspurte for det aktuelle systemet

Problem d):

Vi skal vise at den horisontale kraften fra fjæra på sylinderen er gitt av:

$$F_x = -kx\left(1-\left(\frac{l_0}{\sqrt{x^2+h^2}}\right)\right)$$

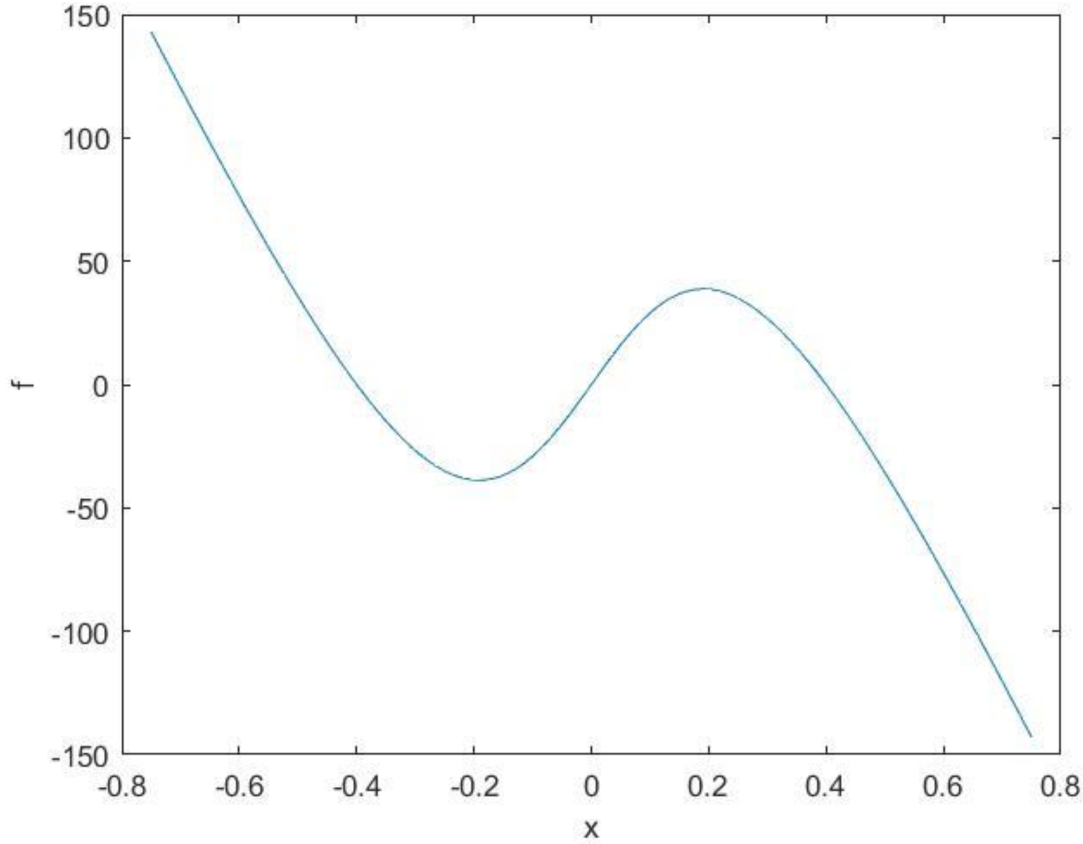
Her har vi at fjærkraften som holder den er gitt av -kx. Og retning er gitt som: $\left(1-\frac{l_0}{\sqrt{x^2+h^2}}\right)$. Vi forklarer sistnevnte litt nærmere. Normalt er retningen gitt av $\frac{\vec{r}}{r}$. Da er da r gitt som r = $\sqrt{x^2+h^2}$. $\vec{r}$ derimot er slik at det her følger l_0, altså at det er begrenset av l_0. 1-leddet kommer av at bevegelsen er begrenset av denne rettvinklede trekanten som symboliserer fjæra massen er koblet til. Håper denne kvalitative forklaringen er tilstrekkelig til å forklare hvordan jeg tenkte.

Problem e):

Her blir vi bedt om å plotte den horisontale fjærkraften som funksjon av posisjon. Både plott og kode følger nedenfor.

```
l = 0.5;
```

```
k = 500;
h = 0.3;

x = linspace(-0.75,0.75);
r = sqrt(x.^2 + h.^2);

f = -k.*x.*(1-(l./r));

plot(x,f);
xlabel('x');
ylabel('f');
```



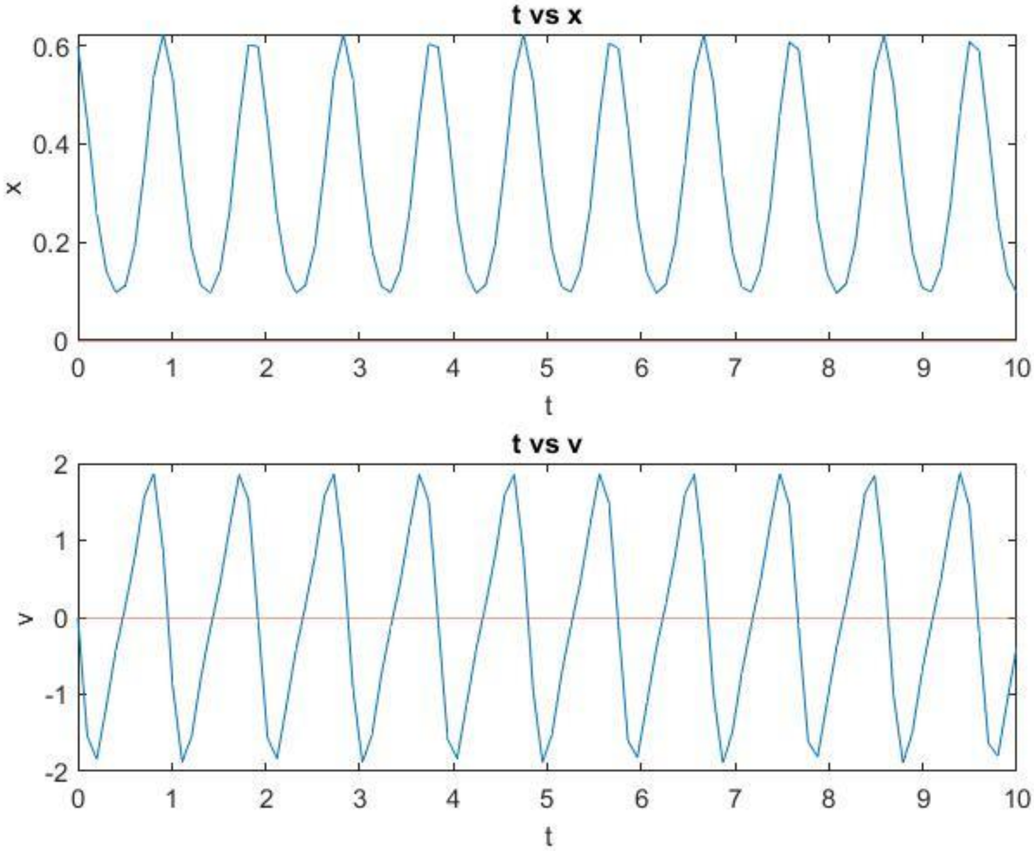
Figur 2: viser plottet slik det var

Vi kan forvente at bevegelsen går fremover og har et endepunkt.

Problem f):

I denne oppgaven skal vi trekke sylinderen til posisjon x = 0.6 m, og la den gå. For dette skal vi skrive et program som løser dette numerisk.

```
l = 0.5;
k = 500;
h = 0.3;
m = 5;
w = k./m;
e = 0.1;

t = linspace(0,10);
N = 1000;
dt = t(2) - t(1);

x = zeros(length(t));
v = zeros(length(t));
a = zeros(length(t));

x(1) = 0.6;
v(1) = 0;
a(1) = 0;

for i =1:(length(t)-1)
    r = sqrt(x(i).^2 + h.^2);
    a(i+1) = -w*x(i)*(1 - l/r);
    v(i+1) = v(i) + dt*(a(i+1));
    x(i+1) = x(i) + dt*(v(i+1));
end

subplot(2,1,1);
plot(t,x);
xlabel('t');
ylabel('x');
title('t vs x');

subplot(2,1,2);
plot(t,v);
xlabel('t');
ylabel('v');
title('t vs v');
```

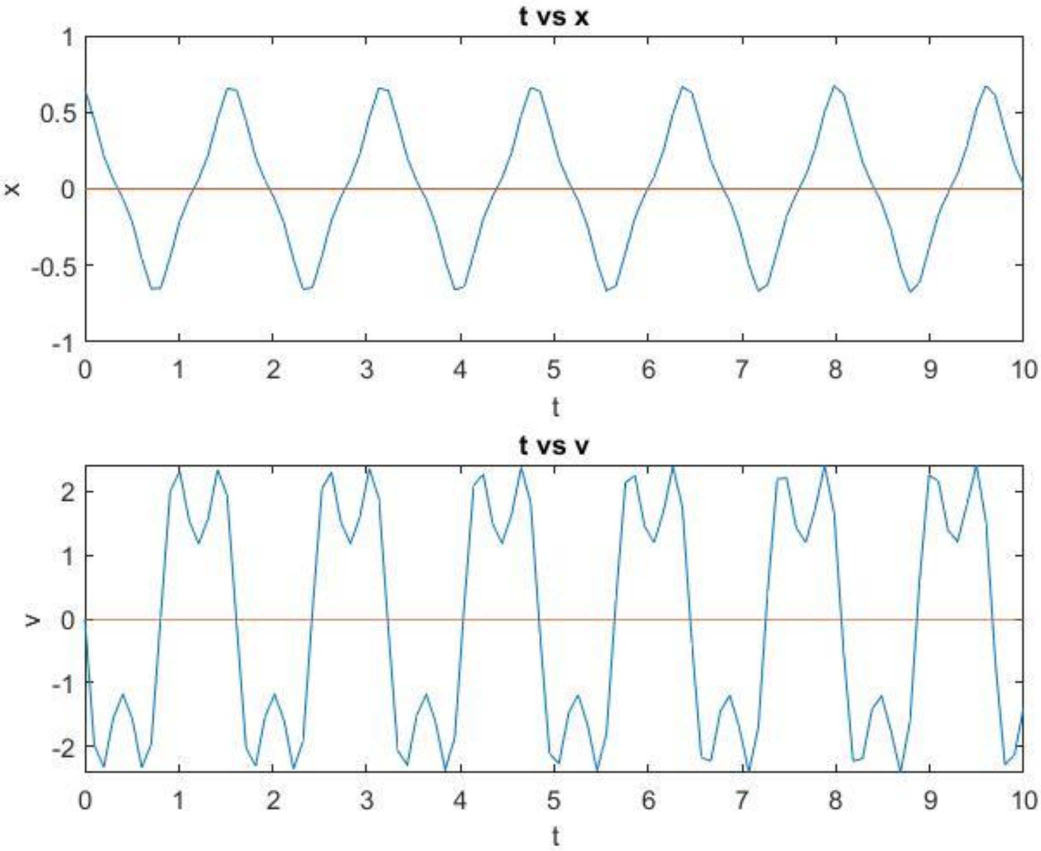


Figur 3: viser svar vi fikk i oppgave f)

Vi skal her forklare plottet også. Vi ser på posisjonsplottet at posisjonen går fra 0.6 og nedover, før det går tilbake til opprinnelig posisjon. Her ser vi da at mens posisjonen ikke varierer så mye, så varierer hastigheten ganske mye. Hastigheten går fra -2 til 2 m/s. Det forklarer at det kan gå i begge retninger. Dette skyldes da at vi har en fjær festet til massen som gjør at vi har ytterpunkter vi forholder oss til. Når det gjelder hastigheten er det slik at den er avhengig av at man trekker og denne kan fluktuere mye mer.

<u>Problem g):</u>

Omtrent samme oppgave som den forrige, men her har vi da fått en annen initialbetingelse, nemlig x = 0.65.



Figur 4: viser plott oppnådd for betingelser i oppgave g)

Hva er forskjellen mellom figur 3 og 4 tenker man? Vi ser da at bevegelsen er mer stakkato og ikke så ren. Samtidig ser vi at bevegelsen går til venstre for likevektspunktet. Her er man litt usikker på hvor langt metallrøret det er festet til er, men vi antar da at det er langt nok. Her er da bevegelsen ganske kraftig fordi det beveger seg lenger enn ved forrige oppgave.

Problem h):

Her skal vi vise at den vertikale komponenten til fjæra som virker på sylinderen er:

$$F_y = -kh\left(1-\left(\frac{l_0}{\sqrt{x^2+h^2}}\right)\right)$$

Da har vi at fjærkraften er representert ved k og fremfor en x-komponent, så har vi en h-komponent for å symbolisere at den beveger seg langs h på figuren vi har i oppgaveteksten. Retningen er da gitt som før. Det gir oss da det svaret vi skal ha kvalitativt besvart.

Problem i):

Normalkraften er oppgitt som tensilkraften på den første figuren vi har i oppgaven. Og denne er da definert som T = -mg i normale oppsett ettersom gravitasjonskraften er oppgitt som mg. Men i denne oppgaven har vi en annen verdi for dette, se neste oppgave for mer.

Problem j):

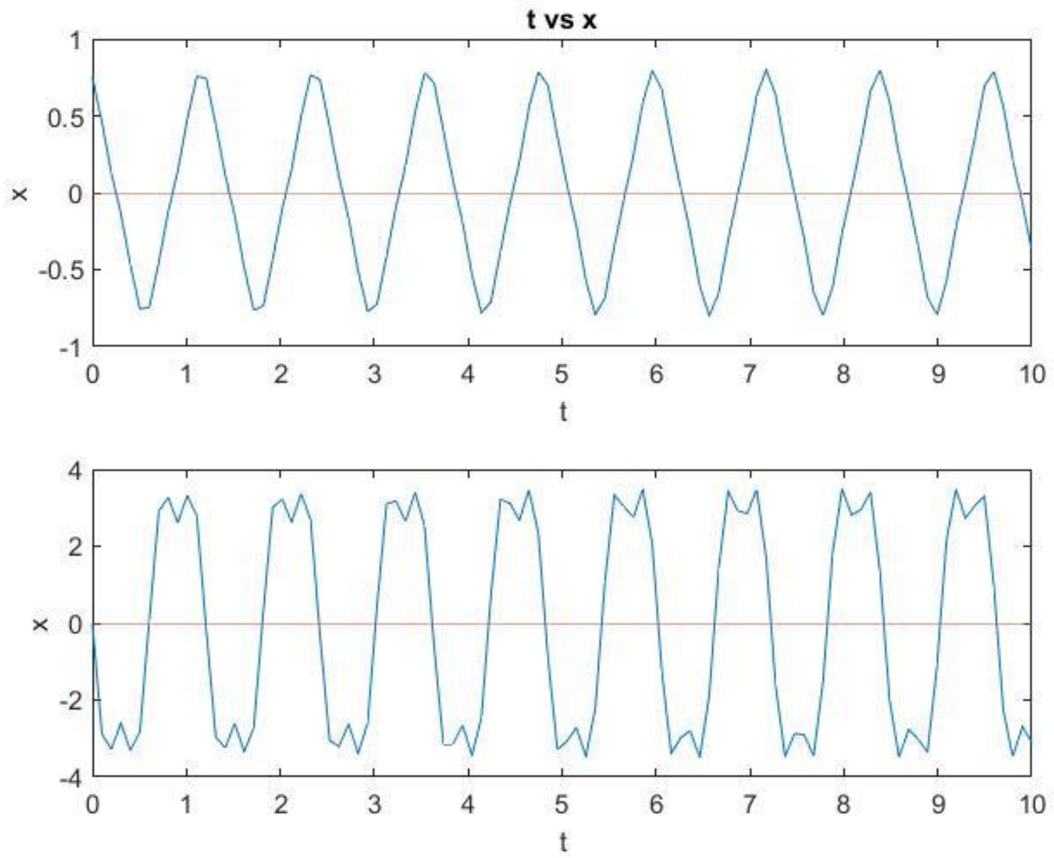
Her har jeg allerede forklart litt i forrige oppgave. Først må det sies at normalkraften peker oppover. Da har vi at N er en kraft for å holde systemet oppe og må derfor være -F_y. Men vi har også et tillegg i at gravitasjonskraften trekker ned. Det gir at vi må ha en normalkraft som tar hensyn sil system og gravitasjonskraft. Det gir da at vi får det vi får nevnt i oppgaveteksten.

Problem k):

Her skal vi modifisere programmet vi allerede har laget til å inkludere friksjon gitt som μ_d = 0.05. Vi starter ved posisjon x = 0.75. Plott og kode følger nedenfor.

```
l = 0.5;
k = 500;
h = 0.3;
m = 5;
w = k./m;
e = 0.1;
u = 0.05;
g = 9.81;
f = u*g;

t = linspace(0,10);
N = 1000;
dt = t(2) - t(1);

x = zeros(length(t));
v = zeros(length(t));
a = zeros(length(t));

x(1) = 0.75;
v(1) = 0;
a(1) = 0;

for i =1:(length(t)-1)
    r = sqrt(x(i).^2 + h.^2);
    a(i+1) = -(w-f)*x(i)*(1 - l/r);
```

```
    v(i+1) = v(i) + dt*(a(i+1));
    x(i+1) = x(i) + dt*(v(i+1));
end

subplot(2,1,1);
plot(t,x);
xlabel('t');
ylabel('x');
title('t vs x');

subplot(2,1,2);
plot(t,v);
xlabel('t');
ylabel('x');
```



Figur 5: viser plot av x og v med friksjon og x = 0.75

<u>Problem l): s</u>

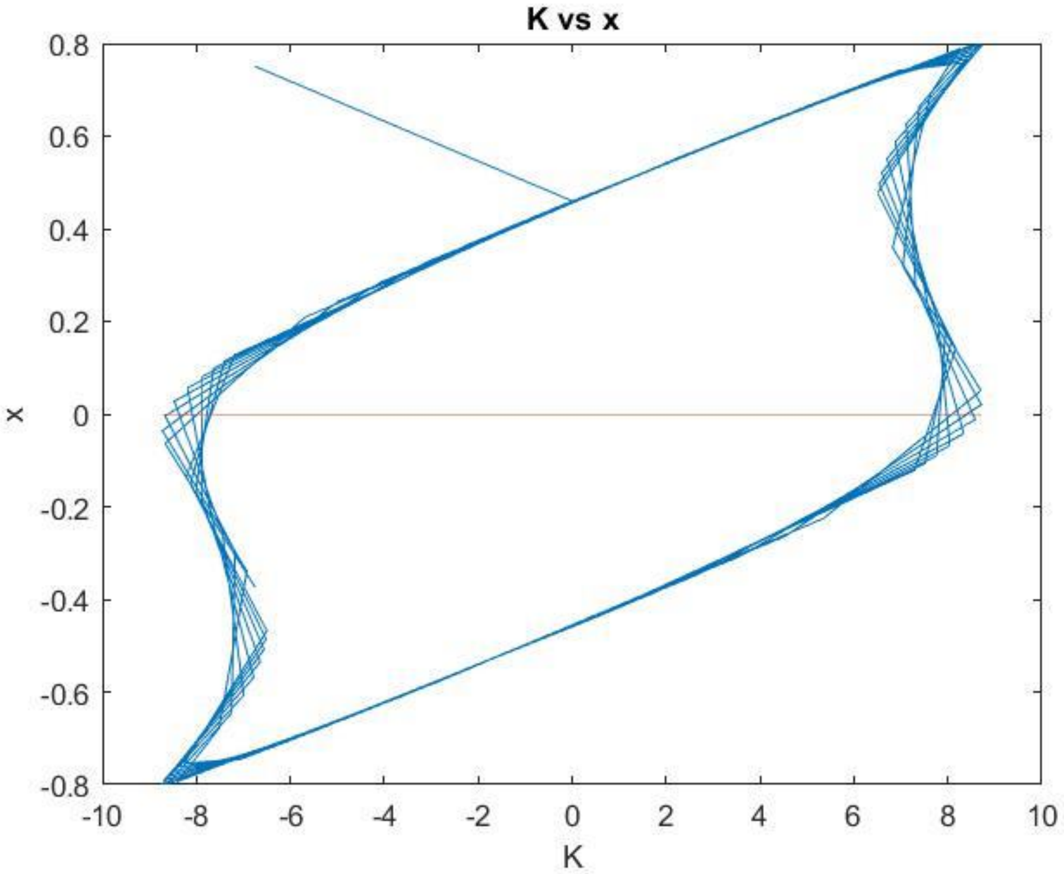
Så skal vi plotte kinetisk energi vs posisjonen i de 10 første sekunder. Kinetisk er da gitt som

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

Koden er da som nedenfor:

```
l = 0.5;
k = 500;
h = 0.3;
m = 5;
w = k./m;
e = 0.1;
u = 0.05;
g = 9.81;
f = u*g;

t = linspace(0,10);
N = 1000;
dt = t(2) - t(1);

x = zeros(length(t));
v = zeros(length(t));
a = zeros(length(t));

x(1) = 0.75;
v(1) = 0;
a(1) = 0;

for i =1:(length(t)-1)
    r = sqrt(x(i).^2 + h.^2);
    a(i+1) = -(w-f)*x(i)*(1 - l/r);
    v(i+1) = v(i) + dt*(a(i+1));
    x(i+1) = x(i) + dt*(v(i+1));
    K(i+1) = 0.5*m*v(i);
end

plot(K,x);
xlabel('K');
ylabel('x');
title('K vs x');
```

Vi legger da også til plottet.



Figur 6: viser K vs x, altså kinetisk energi vs posisjon for systemet

Når vi skal forklare resultatet, så ser vi at den kinetiske energien varierer som et system som kan gå fra ytterpunkter på begge sider av likevektpunktet.

Problem m):

Det etterspørres etter likevektspunktene til systemet og om hvorvidt de er stabile eller ikke. Basert på figur 6 vil jeg si at likevektspunktene kan finnes ved $x \approx \pm 8$. Og de er stabile.

Problem n):

I denne avsluttende oppgaven skal vi finne arbeidet som blir gjort på sylinderen når det går fra x= 0 til x = 0.4. På forhånd nevner vi også at vi har brukt energiligningen:

$$W = \nabla \mathrm{KE}$$

Fra dette har vi i MATLAB:

```
>> trapz(K)
ans =  - -3.3677
```