FYS-MEK1110: MEKANIKK

OBLIG 2

February 24, 2020

Furkan Kaya
University of Oslo
Department of Physics

PROBLEM A

Vi får som oppgave å identifisere kreftene som virker på ballen og tegne et free-body diagram av ballen. Ballen skal da mimikere en pendel. Legger da ved en figur: Vi ser at vi har en

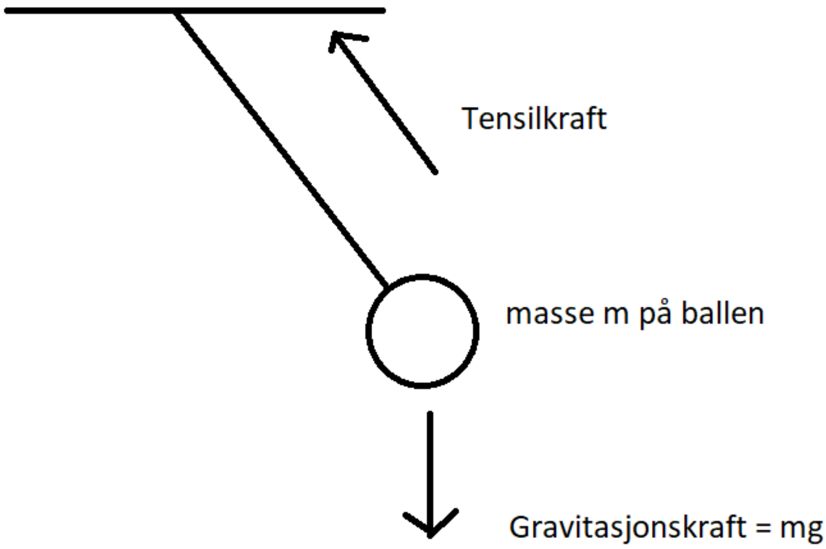

Figure 1: Tegning viser et free-body diagram av ballen som beveger seg som en pendel og kreftene som virker på det

tensilkraft som holder ballen festet til taket eller lignende. Så har vi en gravitasjonskraft, gitt av mg, som trekker ballen ned mot bakken. I tillegg til dette har vi da en ekstern kraft som dytter ballen frem og tilbake. Disse er gitt av mg sin θ og mg cos θ.

PROBLEM B

Vi får oppgitt i oppgaveteksten at posisjon kan bli beskrevet av posisjonsvektoren $\vec{r} = \mathrm{x}\hat{i} + \mathrm{y}\hat{j}$. I tillegg har vi en fjærkonstant k og en likevektslengde gitt som L_0. Så presiserer vi at vi skal forsøke å få til følgende bevegelseslikningen:

$$\sum \vec{F} = -mg\hat{j} - k(r - L_O)\frac{\vec{r}}{r} \tag{1}$$

Her bruker vi Hookes lov, normalt gitt som F = -kx. Denne er ment for å beskrive elastisitet, altså bevegelse med gjenopprettende kraft. Noe som vil tilsi at hvis det gjør en bevegelse, så vil denne bevegelsen reverseres etter at et endepunkt har blitt nådd.

Som vanlig tar vi også hensyn til den potensielle energien som kommer av at man løfter ballen før man slipper den. Ved å ta hensyn til disse to krefter, så får vi (1). Hvor $\hat{j}$ symboliserer y fordi det er vektor-bevegelse parametrisering, og x = r - L_O. $\frac{\vec{r}}{r}$ er bevegelsesretningen.

PROBLEM C

Så skal vi omskrive uttrykket for ekstern kraft på komponent form ved å skrive kraftkomponentene F_x og F_y som funksjoner av komponentene x og y av posisjonsvektoren, $r\vec{(t)}$ = x(t)$\hat{i}$ + y(t)$\hat{j}$.

Siden vi allerede har sett i b) oppgaven at -mg$\hat{j}$ representerer y-komponenten og Hookes lov representerer x-komponenten, så skriver vi bare ned to respektive komponenter nedenfor:

$$F_x = -k(r - L_O)\frac{\vec{r}}{r} \tag{2}$$

$$F_y = -mg\hat{j} \tag{3}$$

PROBLEM D

Vi er da spurt i oppgaven om vinkelen θ gir en tilstrekkelig beskrivelse av posisjonen til ballen. Jeg vil si at det ikke er tilstrekkelig med vinkel. Selv om bevegelsen ligner på det til en pendel, så spesifiseres det at det er en fjær-oppførsel vi etterligner. Denne er da forskjellig fra en pendel på en del måter. Selv om det også er likheter.

PROBLEM E

Vi blir spurt hva posisjonen til en ball er når θ = 0. Jeg mener da at ballen befinner seg nøyaktig midt i systemet. Her har vi at θ = vinkelen mellom strenge posisjon til strenge-posisjon ved hvile, som da er midt på når det står der.

Det som skjer når k forandres på er at fjær konstanten øker. Altså da stivheten til fjæret. Vi tolker da det slik at tauet som holder ballen blir fastere og ballen går mot midten.

PROBLEM F

Vi finner da akselerasjonen, ved å sette F = ma og bruke (1).

$$a = \frac{-mg\hat{j} - k(r - L_O)\frac{\vec{r}}{r}}{m} \tag{4}$$

Ved å omgjøre litt og sette r = $\sqrt{x^2 + y^2}$, noe som gir oss ved innsetting komponent-formen:

$$F_x = -k(\sqrt{x^2 + y^2} - L_O)\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \tag{5}$$

$$F_y = -mg - k(\sqrt{x^2 + y^2} - L_O)\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \tag{6}$$

PROBLEM G

Differensiallikningen man trenger å løse er at man integrerer akselerasjon en gang og to ganger. En gang for å finne farten og to ganger for å finne posisjon. Det bør være nok til å finne de forskjellige bevegelsene til ballen. Da har vi fra pensum at farten blir:

$$v = v_0 + \int a_0 t \tag{7}$$

Her er da $v_0 = 0$. Så ser vi på posisjonen.

$$r = r_0 + \frac{1}{2}at^2 \tag{8}$$

Og her er da $r_0 = L_O = 1$. Avhengig av hvilken enhet man bruker. Vi bruker da meter her.

PROBLEM H

Da har vi at Euler-Cromer metoden er gitt som i denne linken:
`http://www.physics.udel.edu/~bnikolic/teaching/phys660/numerical_ode/node2.html`

Det gir oss da at når vi setter inn akselerasjon og $\Delta t + t$ følgende likninger:

$$v(t+\Delta t) = v(t) + (-mg - k(r(t+\Delta) - L_O)\frac{\vec{r}(\Delta t + t)}{r(\Delta t + t)} \tag{9}$$

$$\vec{r}(\Delta t + t) = r(t) + \Delta t v(\Delta + t) \tag{10}$$

Problem I

Dette problemet gjorde jeg i MATLAB ettersom kodingen for Euler-Cromer metoden er ganske rett fram. Jeg legger bare ved koden nedenfor og plottet lenger ned. Vi blir også bedt om å ikke bruke θ til å beskrive bevegelsen. Det er da to funksjoner og et script.

```
function SpringPendel = Forsok3(ts,y)

SpringPendel = zeros(4,1);

g = 9.81;
L = 1;
k = 200;
m = 0.1;
t = 10;
N = 10000;
ts = t./N;

SpringPendel(1) = - (g*m/(y(4))*sin(y(3)) - ts*y(1));
SpringPendel(2) = g*m*cos(y(3)) - k*(y(4) - L) - ts*y(3);
SpringPendel(3) = y(1);
SpringPendel(4) = y(2);

clear all
clc
close

g=9.81;
```

```
r=1.2;

theta= 30*(180./pi);

Vector=[0 0 theta r];

t = 10;

options = odeset('RelTol',1e-4,'AbsTol',[1e-4 1e-4 1e-4 1e-4]);

[t,T] = ode45(@Forsok3,[0 t],Vector,options);

Y(:,1)=T(:,4).*sin(T(:,3));
Y(:,2)=-T(:,4).*cos(T(:,3));

plot(Y(:,1),Y(:,2));
xlabel('x');
ylabel('y');

function T=Plot1(Y,Vector)

Y(1,1)=Vector(4)*cos(Vector(3));
Y(2,1)=Vector(4)*sin(Vector(3));

tax=(max(abs(Y(1,:))));

if max(Y(2,:))<0
tay=min(Y(2,:));
tay2=0;
else if max(Y(2,:))>=0
tay=min(Y(2,:));
tay2=max(Y(2,:));
end
```

```
f=max(abs(tax),abs(tay));
end
```

PROBLEM J

Så skal vi legge til plottet. Det er da som følgende når vi har t og r som variabler. t er da i oppgaven gitt som t = 0.001:

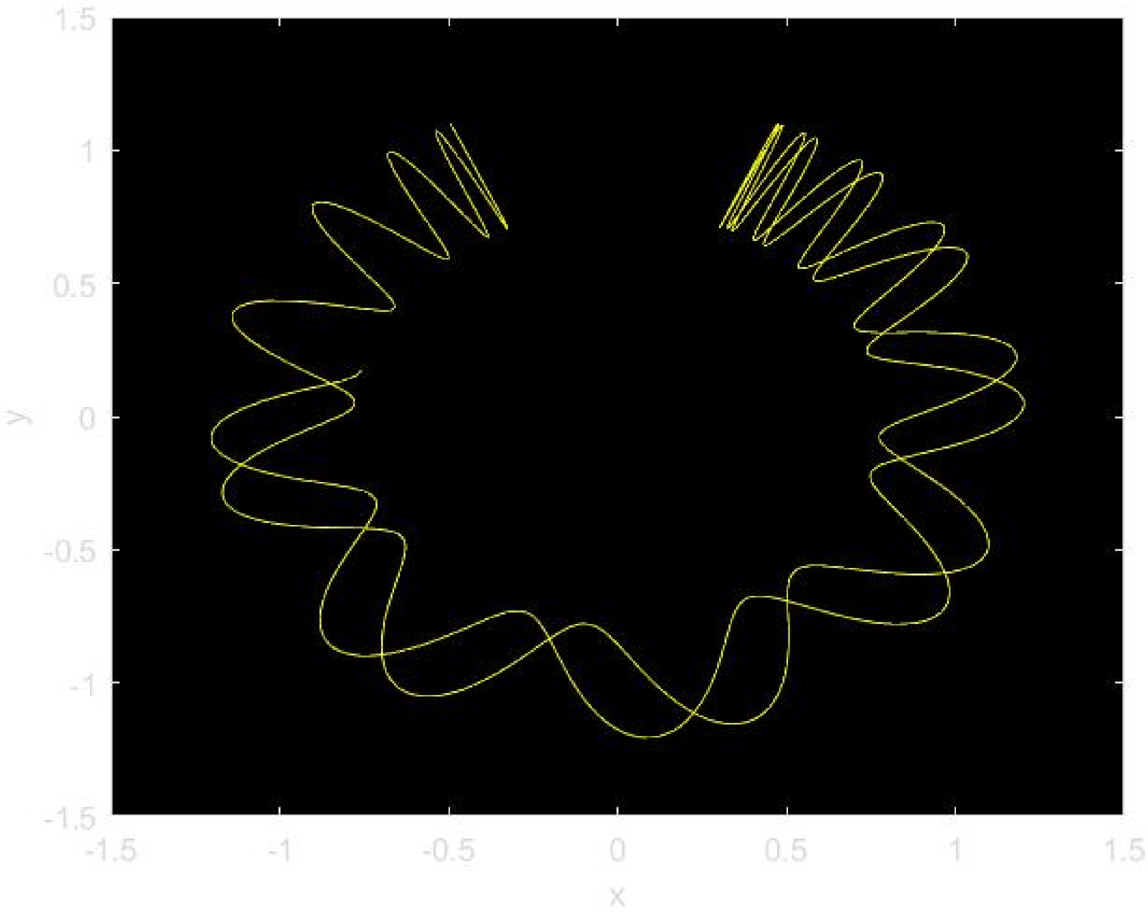

Figure 2: Figuren viser hvordan ballen beveger seg i løpet av de 10 første sekunder.

PROBLEM K

Her spesifiseres det at vi skal bruke samme kode som ovenfor, men nå med forskjellige input parametere. Disse skal da være t=0.1 og t=0.01. Vi dividerer da med henholdsvis 10 og 100. Å skrive dette ned er ikke nødvendig. Vi legger heller ved plottene.

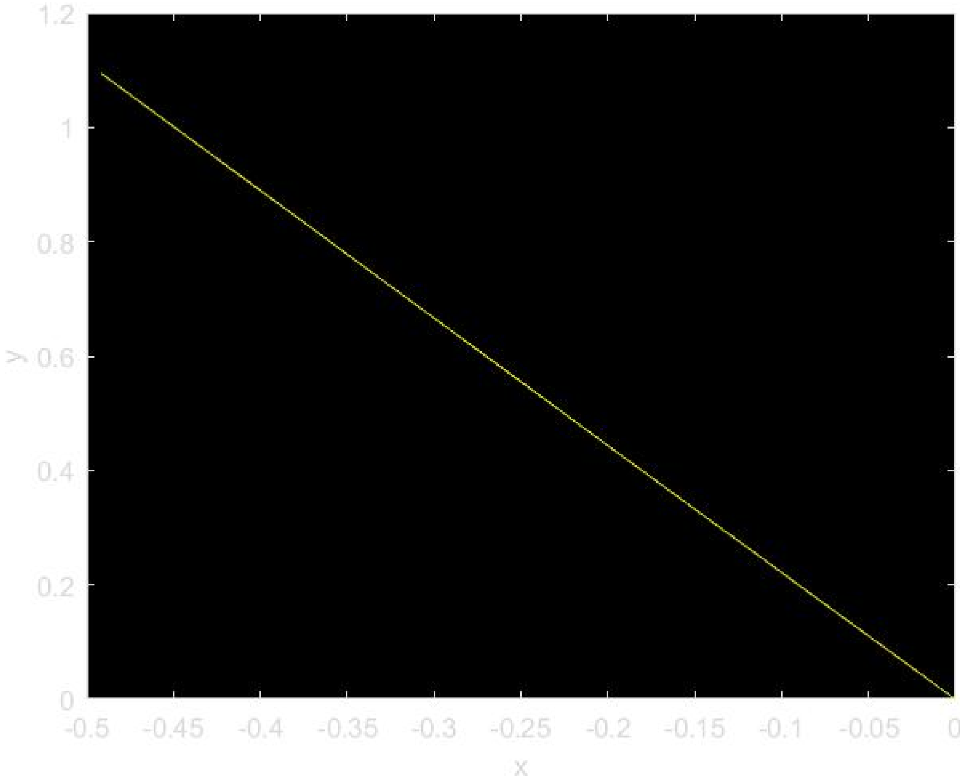

Figure 3: Figur viser plott med parameter t=0.1

Det ovenfor er med t=0.1 og det nedenfor er for t=0.01. Jeg kan forklare det også. I den første figuren (altså på forrige oppgave) blir perioden kortere slik at man ser langt flere "oscillasjoner". Dette blir da snevret inn på de to siste oppgaver og vi ser en klar forskjell. Men ved t=0.001 går den to ganger rundt, t=0.01 en gang rundt og t=0.1 rekker ikke å komme seg rundt.

PROBLEM L

Her skal vi da variere med k=20 og k=2000. Så skal vi sammenligne resultatet med det vi fikk i Problem J. Resultatet for k = 20 kan sees i første figur nedenfor. Så følger da k = 2000. Dette

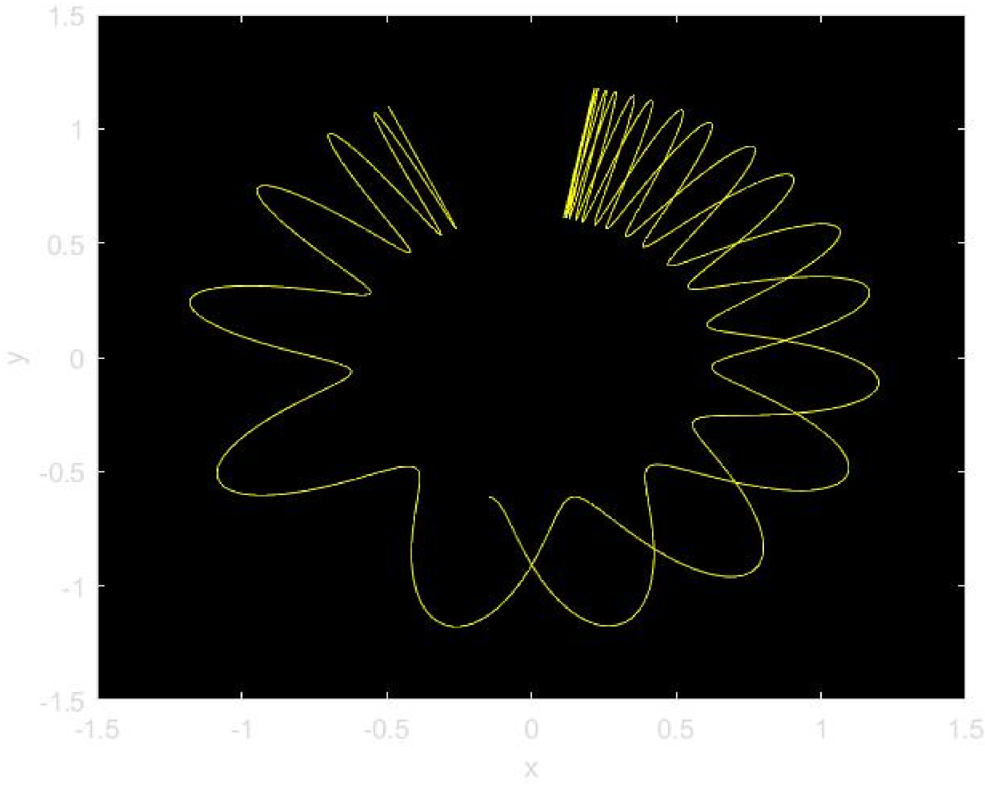

Figure 4: Figur viser plott med parameter t=0.01

sammenligner vi da med J. Vi ser at strukturen på bevegelsen er lik. Altså samme tendens. Og det minner om bevegelsen til en pendel. Dette gir da at vi kan bruke dette til å beskrive en ball i tau-bevegelse. Jeg undersøkte også 2e6 og da konkluderte jeg med at den ser bedre ut enn alle andre plotter så langt. Men vi kan se på figuren for akkurat det. Den følger nedenfor.

PROBLEM M

Her påpekes det at vi skal gjøre en del forandringer. Ettersom jeg bor i Trondheim en liten periode i forbindelse med et prosjekt, så hadde jeg ikke mulighet til å be om hjelp. Av den grunn er jeg usikker på om det jeg har gjort er korrekt, men nedenfor følger et plott hvor jeg har forsøkt å gjøre oppgaven etter beste evne. Bør også påpekes at noen av figurene er feilplasserte i teksten. Håper likevel at sensor klarer å lese seg igjennom.

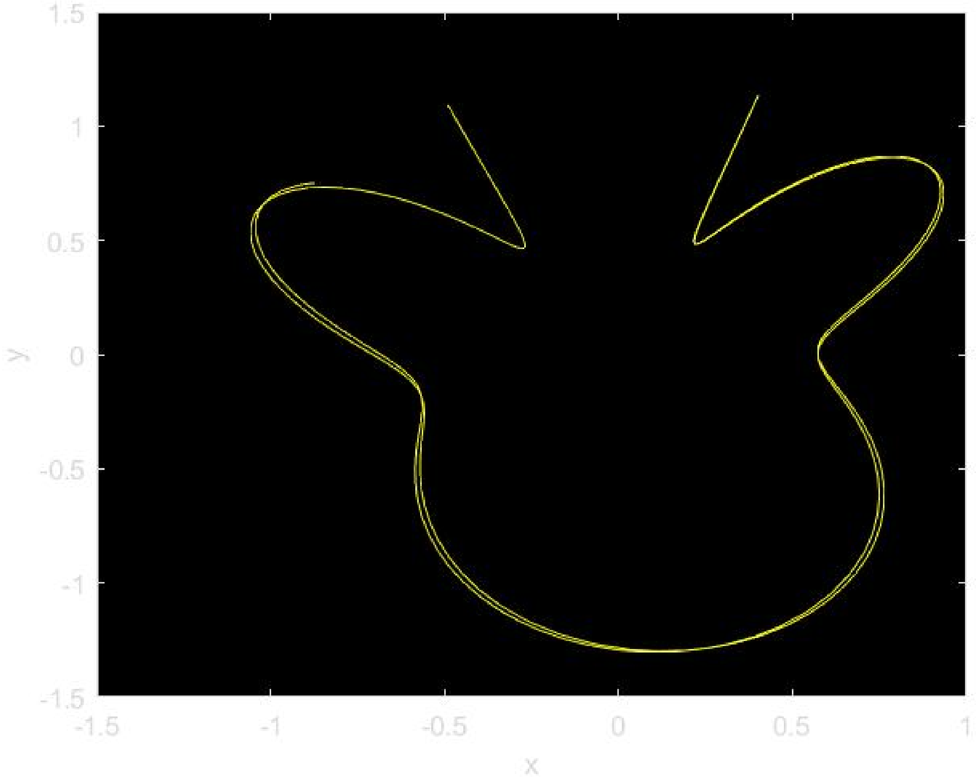

Figure 5: Figur viser k = 20 input parameter

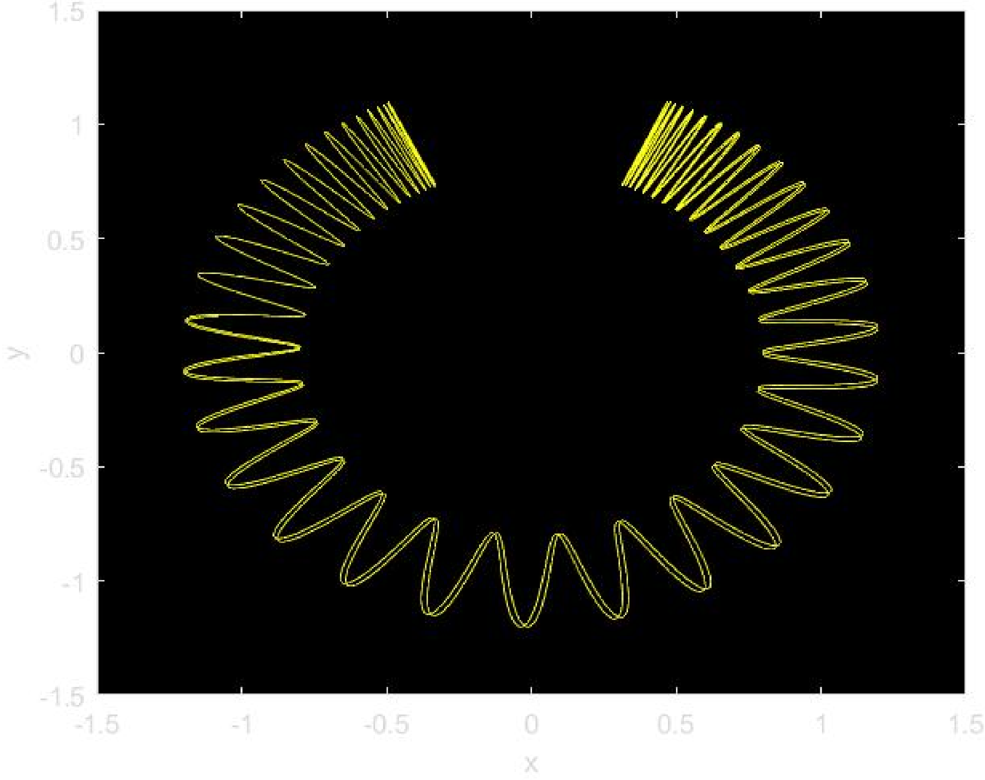

Figure 6: Figur viser k = 2000 input parameter

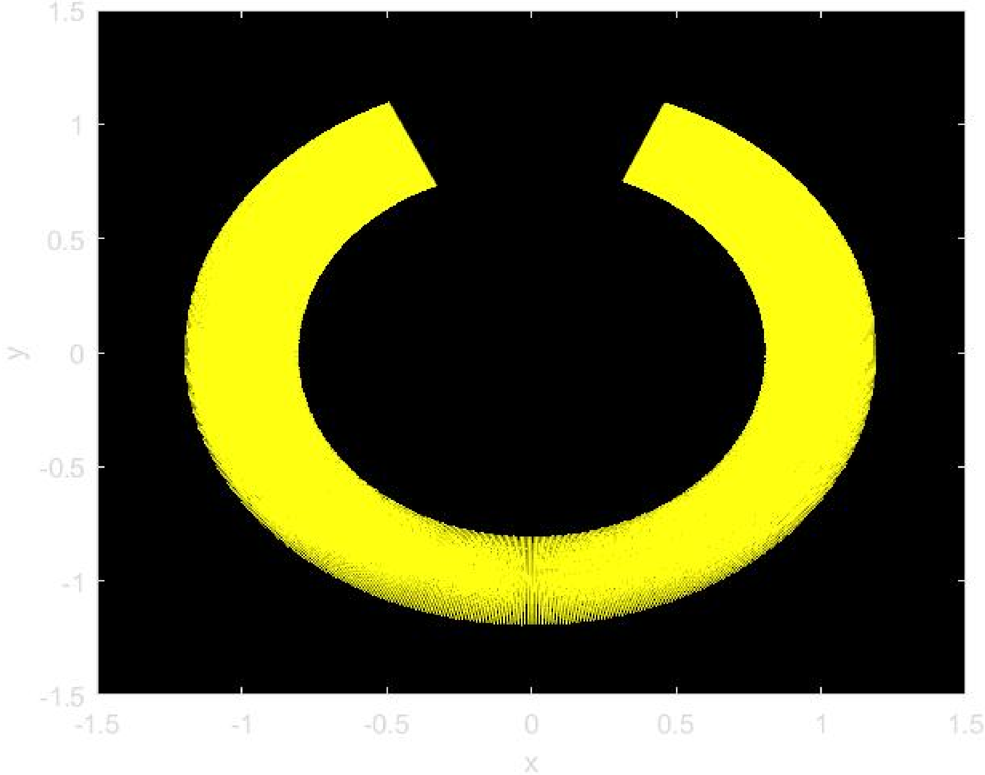

Figure 7: Figur viser k = 2e6

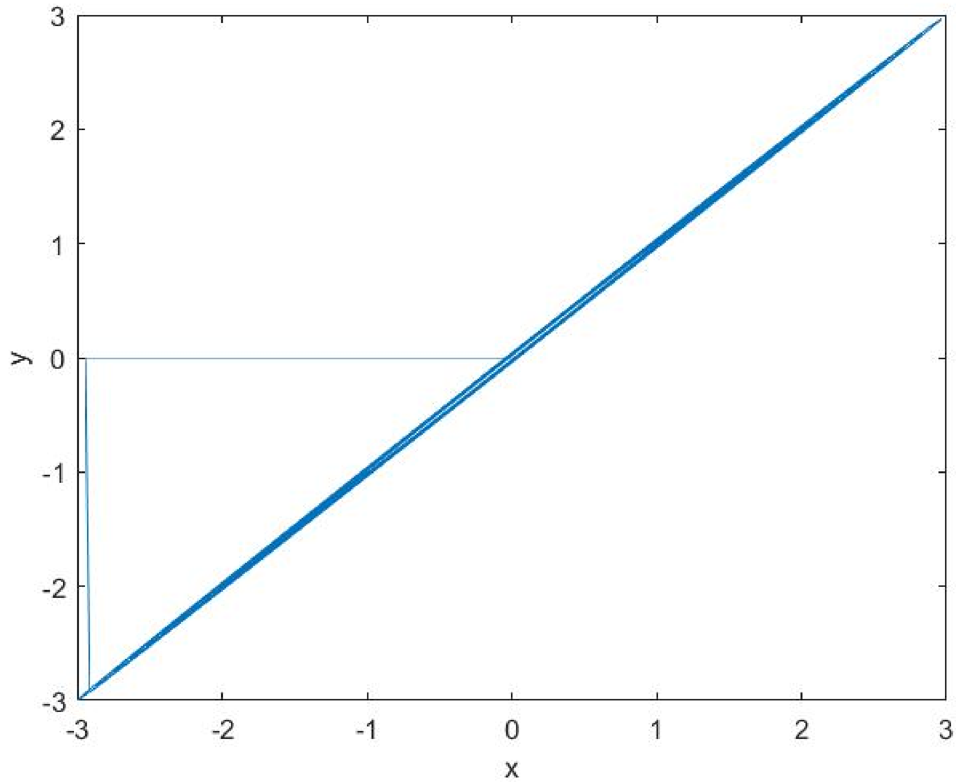

Figure 8: Figur viser nye parametere som ble krevd i Problem m