Oblig I Svingninger og bølger FYS2130
av Furkan Kaya

2. Krav vi må stille til en kraft er:
Et synonym for svingninger er oscillasjon. Med svingninger mener vi en repeterende bevegelse som er karakterisert av en periode og frekvens.

For å få en svingning rundt et likevektspunkt trenger man en lineær, gjenopprettende (linear restoring på engelsk) kraft. Denne nettokraften er proporsjonal til distansen fra likevekten og er gitt av noe som heter for Hookes lov.

Hookes lov:

$$F = -kx \qquad (1)$$

Negative tegnet i (1) gir oss at det er en gjenopprettende kraft fordi kraften er i retning motsatt til forflytningen. Altså er et krav at når f. eks en pendel er dyttet bort fra likevektsposisjonen, så sørger netto kraften i (1) til at den beveger seg til likevektsposisjonen igjen.

4. Vil periodetiden forandres fra jorden til månen:
Her bør det presiseres at gravitasjonskraften på månen er 1/6 av den på jorden.
Jorden: $9{,}81\ m/s^2$, månen: $1{,}62\ m/s^2$

Siden en mekanisk fjærpendels periode T er gitt av

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \text{ hvor } m = \text{masse, og } m = \frac{w}{g}$$

Siden massen altså er avhengig av gravitasjon og vekten på loddet er forhåndsgitt har vi at perioden endres på månen i forhold til jorden.

5. Pendel istedet for lodd i et fjær:

Kanskje det mest kjente fenomenet som involverer pendel er pendel-uret. Pendel-uret er basert på mekanismen: lodd i fjær. Det vil da tilsi at å bytte ut begrepet pendel med lodd i fjær ikke vil utgjøre noen forskjell.

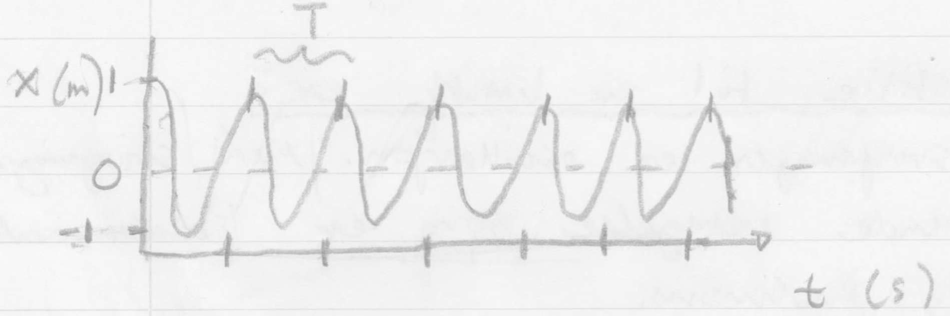
7. Forhold som kan ødelegge en harmonisk bevegelse

En enkel harmonisk bevegelse er en bevegelse som ikke er dempet. Det at den er dempet betyr at den er utsatt for friksjonskrefter. Disse kan kalles for overkritisk demping, kritisk demping og under-kritisk demping.

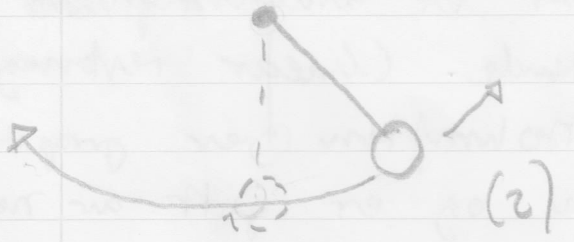
9. Plot av hastighet vs. posisjon for loddet:

I denne oppgaven skal man plotte hastighet vs. posisjon fremfor posisjon vs tid for et lodd. Grunnet plassmangel blir dette gjort på neste side heller →

Den tradisjonelle posisjon vs tid grafen er:

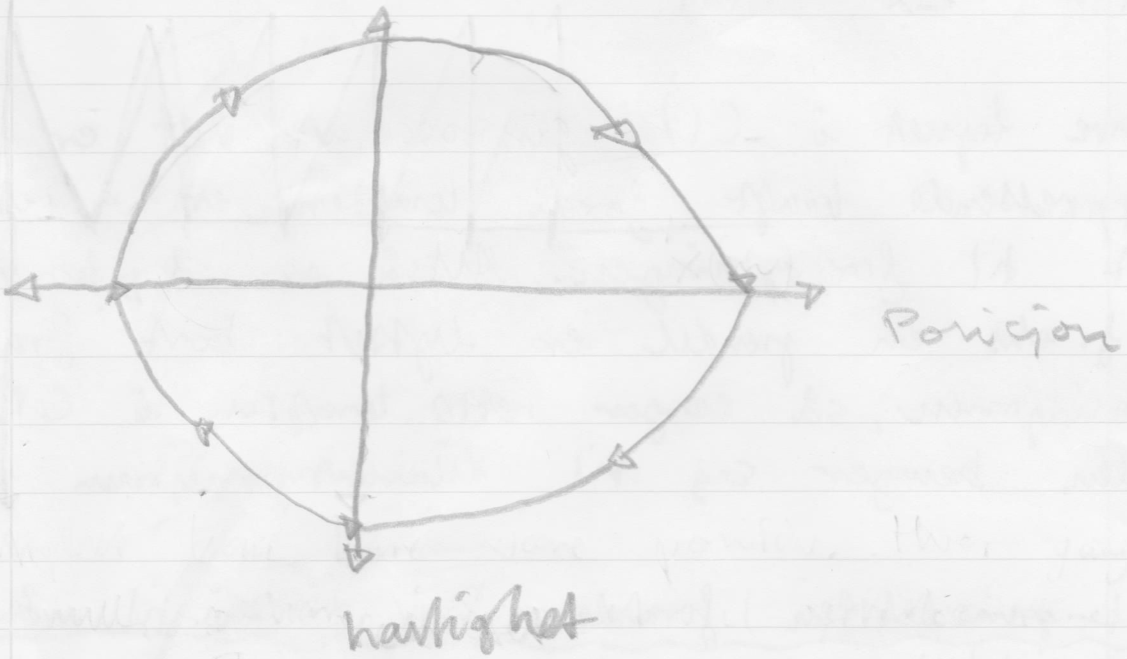


Et fjær i et lodd går omtrent slik



Det går opp, og så går det ned.

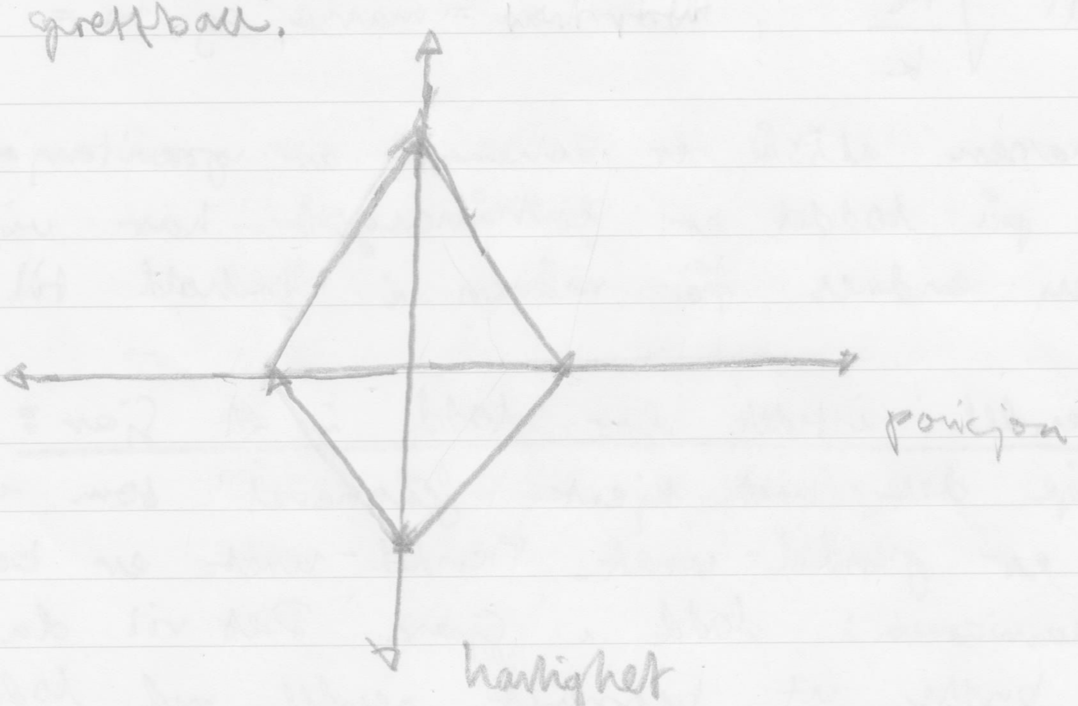
Alt dette gir da oss muligheten til å plotte hastighet vs. posisjon Dette skulle da gjøres i det som kalles for faserommet.



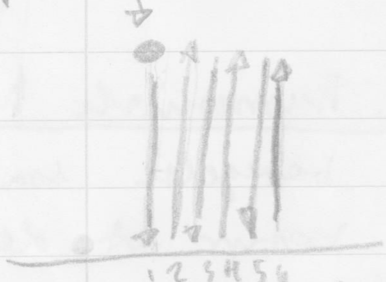
Beklager at tegningen er litt svake, men tendensen bør være ganske klar.

10. Faserommet for bevegelsen til sprettball:

I denne oppgaven plotter vi hastighet vs. posisjon for sprettball.



Sprettballens bevegelse er omtrent slik



hvor de forskjellige pilene representerer iterasjon.

Forskjellen mellom faserommene til pendelen og sprettballen er at pendelens er sirkelformet, mens sprettballens er diamant-formet.

11. Forskjellige utregninger av fjerlodd:

Først ser vi på formel for svingetiden

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (3)$$

I (3) er l = lengden til loddet i fjæret (eller pendelen). Dette er da oppgitt som

$$l = 48\text{ cm} + 8\text{ cm} = 56\text{ cm} = \underline{0{,}56\text{ m}}$$
$$g = \underline{9{,}81\text{ m/s}^2}$$

Det gir perioden

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}56\text{ m}}{9{,}81\text{ m/s}^2}} = \underline{\underline{1{,}50\text{ s}}}$$

Et matematisk uttrykk som kan beskrive svingebevegelsen er

$$F = -kx \Rightarrow x = \underline{\underline{-\frac{F}{k}}}$$

Maksimal og minimum kraft er:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{m}{k} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$$

$$k = \frac{4\pi^2 \cdot 0{,}1}{1{,}5^2}$$ som gir

$$F = -\left(\frac{4\pi^2 \cdot 0{,}1}{1{,}5^2}\right) \cdot x$$

Vi har to ytterpunkter for posisjon 0 og 0,56. Funksjon F er, $F = -1{,}75x$

Det gir at den gjenopprettende kraften er maks ved $F = -1{,}75 \cdot 0{,}56 = -0{,}98 \ \frac{kg\,m}{s^2}$ og min ved $F = 0$.

12. Akselerasjonen til loddet:

$$F = ma = -kx$$

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{og} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$0{,}4 \cdot 2\pi = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow (0{,}4 \cdot 2\pi)^2 m = k$$

$$ma = -(0{,}4 \cdot 2\pi)^2 m \cdot x$$

hvor $x = 2{,}4$. Dette gir oss

$$a = -\left(0{,}4 \cdot 2\pi \ (\text{rad}/s) \frac{1}{\text{rad}}\right)^2 \cdot 2{,}4 \text{ cm}$$

$$\underline{\underline{a = 6{,}03 \text{ cm}/s^2}}$$

En matematisk beskrivelse som passer til bevegelsen

$x = A\cos(2\pi t/T)$ som blir til
$x = 2{,}4\cos(\pi t)$

13. Så stort er utslaget?

Formelen for energi er gitt av

$$E = \frac{1}{2} k x(t)^2 + \frac{1}{2} m x'(t)^2 \qquad (4)$$

$$\underset{E_{potensiale}}{\uparrow} \qquad \underset{E_{kinetiske}}{\uparrow}$$

Her er $E =$ konstant, og vi setter den lik 0.
I tillegg har vi at $x' = v(t)$

Det gir oss da

$$\frac{1}{2} k x^2 = -\frac{1}{4} m v^2$$

$$x^2 = -\frac{1}{2} \frac{m v^2}{k}$$

$$\underline{\underline{x = \sqrt{-\frac{1}{2} \frac{m v^2}{k}}}}$$

16. Omforminger av ligninger:

$$y(t) = R\left[(-5{,}8 + 2{,}2i)e^{i\omega t}\right]$$

Vi har relasjonen

$$R\left[(D)e^{i\omega t}\right] = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$$

dersom $D = A - iB$

Det gir da

$$y(t) = R\left[-(5{,}8 - 2{,}2i)e^{i\omega t}\right]$$

$$\Rightarrow y(t) = -(5{,}8\cos(\omega t) + 2{,}2\sin(\omega t))$$

som så blir til

Amplitude $C = \sqrt{A^2+B^2} = \sqrt{5{,}8^2+2{,}2^2} = \underline{6{,}2}$

faseforskyving, $\tan\varphi = \dfrac{5{,}8}{2{,}2} \Rightarrow \varphi = \underline{1{,}2}$

Det gir da

$$y(t) = -\underline{6{,}2\sin(\omega t + 1{,}2)}$$

14. a) Som kombinasjon av cosinus og sinusledd

Oppgaveteksten tilsier altså at vi ikke skal bruke faseledd.

$\omega = 2\pi \cdot 3 \text{ Hz} = \underline{6\pi}$

$\varphi = 30^\circ \Rightarrow \frac{30^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \underline{\frac{\pi}{6}}$

som gir

$z(t) = 1{,}2 \cos(\omega t + \frac{\pi}{6})$ (5)

$\tan(\frac{\pi}{6}) = \frac{B}{A} \Rightarrow 0{,}577 = \frac{B}{A}$

$B = \underline{0{,}577A}$

$1{,}2^2 = A^2 + 0{,}577^2 A^2 \Rightarrow 1{,}577A^2 = 1{,}2^2$

$A = \underline{0{,}956} \Rightarrow B = 0{,}577 \cdot 0{,}956$

$B = \underline{0{,}552}$

Det gir

$$z(t) = \underline{\underline{0{,}956 \cos(6\pi t) + 0{,}552 \sin(6\pi t)}}$$

b) Som komplekse beskrivelse:

Vi har (5) igjen

$$z(t) = 1{,}2 \cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$z(t) = 1{,}2 \left(\cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(6\pi t + \frac{\pi}{6}\right)\right)$$

som kan bli til

$$R\left[1{,}2\, e^{i(6\pi t + \pi/6)}\right]$$

15. Omdanning av formler:

$$z(t) = 1{,}2 \sin(6\pi t) + 0{,}7 \cos(6\pi t)$$

$$C = \sqrt{1{,}2^2 + 0{,}7^2} = \underline{1{,}4}$$

$$\tan \varphi = \frac{0{,}7}{1{,}2} \Rightarrow \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{0{,}7}{1{,}2}\right) \Rightarrow \varphi = \underline{0{,}53}$$

$$z(t) = \underline{\underline{1{,}4 \cos(6\pi t + 0{,}53)}}$$

$$z(t) = 1{,}4 \left(\cos(6\pi t + 0{,}53) + i \sin(6\pi t + 0{,}53)\right)$$

$$z(t) = \underline{\underline{R\left[1{,}4\, e^{i(6\pi t + 0{,}53)}\right]}}$$

19. Energitapet for dempet pendel:

$$F = mx'' = -kx' - bx \leftarrow F_f$$

$$E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mx'^2$$

Dette gir da

$$E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\left((bv)^2\right)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = kx + mbv^2$$

Beklager, denne fikk jeg ikke til. Men forsøkte i hvert fall og ser frem til fasiten for å vite hvordan man løser den.