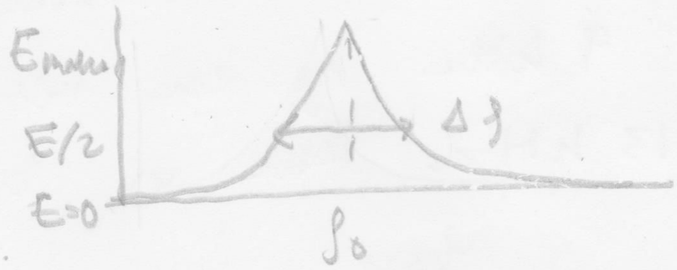
Oblig II Svingninger og bølger FYS2130

av Furkan Kaya

Kapittel 3: Tvungne Svingninger og Resonans

Oppgave 3 Når jeg skal vurdere forholdet kvalitetsfaktor, Q, og frekvens f_0, så ser jeg på ligningen

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} \quad (1)$$



Må da påpeke at f_0 = resonansfrekvensen.

Ut i fra (1), ser man at høyere resonansfrekvens f_0 gir høyere Q-faktor. Men det gir også snevrere båndbredde (Δf).

Oppgave 6

Når frekvensen til den påtrykte kraften er identisk med systemets egenresonans (uten demping) skjer det et fenomen hvor kraft og utslag er faseforskjøvet $\pi/2$ i forhold til hverandre. Med andre frekvenser er det da naturlig at det skjer faseforskyvninger med andre radian-verdier enn $\pi/2$.

Hvis frekvensen er litt mindre enn resonansfrekvensen får vi det stedet hvor amplituden er størst. Frekvensen der amplitude-resonansen er størst gir amplituderesonansen til systemet.

Oppgave 12

Vi har altså at radiostasjonen har båndbredde på 9 kHz og en resonansfrekvens på 1313 kHz. Hvis vi bruke formelen

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} \quad \text{får vi}$$

$$Q = \frac{1313}{9} = \underline{\underline{145,9}}$$

Oppgave 13

Ligning (3,15) er gitt av

$$\Delta t = \frac{Q}{w_0} = \frac{Q}{2\pi f_0} = \quad (2)$$

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} \Rightarrow 100 = \frac{f_0}{60 \text{ kHz}}$$

$$f_0 = \underline{6000 \text{ kHz}}$$

Vi setter så den nyfunnede resonansfrekvensen inn i (2).

$$\Delta t = \frac{100}{2\pi \cdot 6000 \cdot 10^3 \, Hz} \, , \quad \text{hvor } Hz = \frac{1}{s}$$

$$\Delta t = \underline{\underline{2{,}65 \cdot 10^{-6} \, s}}$$

Så har vi at lydhastigheten i luft er 340 m/s. Det gir en distanse på

$$340 \, \frac{m}{s} \cdot 2{,}65 \cdot 10^{-6} s = \underline{\underline{9{,}01 \cdot 10^{-4} \, m}}$$

b) Så stor ville den minste avstanden ha vært:

$$\Delta t = \frac{100}{2\pi \cdot 1000} = \underline{0{,}0159 \, s}$$

Det gir da

$$340 \, \frac{m}{s} \cdot 0{,}0159 s = \underline{\underline{5{,}406 \, m}}$$

Oppgave 18 a) Omforming av formler til RCL:

vi skal omforme ligningene (3.3), (3.4), (3.11) og uttrykkene for faseresonans og amplituderesonans.

$$(3.7) \quad L \frac{d^2 Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C} Q = V_0 \cos(w_F t)$$

$$(3.1) \quad z'' + \left(\frac{b}{m}\right) z' + w_0 z = \left(\frac{F}{m}\right) \cos(w_F t)$$

Her er da

$L = 1$ for $\frac{d^2 Q}{dt^2}$, $\left(\frac{b}{m}\right) = R$, $w_0 = \frac{1}{C}$,

$\frac{F}{m} = V_0$ og $z = Q$.

Det gir da en analogi for (3.3)

$$(3.3) \quad \frac{\cos \phi}{\sin \phi} = \frac{\frac{1}{C^2} - w_F^2}{w_F R}$$

(3.4)

$$A = \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{1}{c^2} - w_F\right)^2 + w_F{}^2 R^2}}$$

(3.11)

$$z = \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{C} = \frac{1}{RC}$$

Faseresonans

$$f = \frac{1}{2\pi C}$$

Amplituderesonans

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{c^2} - \frac{1}{2} R^2}$$

b) Resonansfrekvensen for fase og Amp. resonans:

$$f = \frac{1}{2\pi \cdot 100 \cdot 10^{-9}} = 1591 \text{ kHz}$$

(faseresonans)

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{(100 \cdot 10^{-9})^2} - \frac{1}{2} + 1^{2}}$$

$$f = \underline{\underline{1591 \text{ kHz}}}$$

De er altså identiske med opptil 9 desimaler på kalkulatoren, selv om det ikke kan sees i utregningen på avrundingen på svaret ovenfor.

c) Q-verdien for kretsen:

$$Z = \frac{1}{RC}$$

(altså at Q-verdien blir Z-verdien for en RCL-krets)

$$Z = \frac{1}{1 \cdot 100 \cdot 10^{-9}} = \underline{\underline{10 \cdot 10^{6}}} \frac{1}{\text{ohm} \cdot F}$$

d) Så stor faseforskjell er det:

Vi bruker

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f}, \quad \text{som oppgaven tilsier.}$$

hvor $\omega_0 = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega_0}{2\pi}$

Som gir

$$Z = \frac{\omega_0 / 2\pi}{\Delta \omega / 2\pi} \Rightarrow Z = \frac{\omega_0}{\Delta \omega}$$

Det er derfor en påtrykt spenning på $\underline{\underline{\frac{\pi}{2}}}$

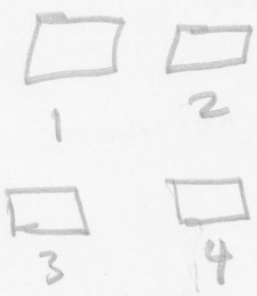
Kapittel 4 Numeriske løsningsmetoder

Oppgave 1

Ved bruk av Eulers metode finner man neste verdi ved å bruke stigningstallet i starten av det steget vi skal ta. I Eulers midtpunktmetode bruker man stigningstallet i midten av steget. Runge-Kutta 4 metoden er bedre fordi man bruker fire forskjellige estimater for stigningstallet. Et i begynnelsen, to i midten og et på slutten.

Oppgave 2

Jeg omtaler figurene som henholdsvis:



Nummereringen er som angitt.

Den første figuren tilsier at det er en periodisk bevegelse som på grunn av friksjon gir mindre kraft for hver gang og derav en posisjon hvor pendelen ikke går helt opp og får en lavere høyde for hver gang.

Figur 2 er over fase-rommet og det illustrerer at pendelen går

i den banen ↗ omtrent. Det gir da at fase-rommet blir presentert som å gå i en sirkel.

På figur 3,4 er den initielle vinkelhastighet mye større enn i de to øvre. Vinkelfrekvens er vinkelhastighet per enhetstid. Med høyere vinkelhastighet i den første perioden som blir forandret til den ordinære periodiske bevegelsen etter første periode.

Oppgave 4 a) I denne oppgaven er koden egentlig forhåndsgitt i pensum-boken. Kun små forandringer i parametere fra oppgaveteksten er gjort. Både plotter og koden følger som vedlegg 1

$m = 100\ g$, $k = 10\ N/m$, $b = 0{,}10\ kg/s$

$z(0) = 10\ cm$ og $\frac{dz}{dt}(0) = 0\ m/s$

Tidsperioden: 600 s = uakseptabel

6 s = akseptabel

60 s = uakseptabel

12 s = uakseptabel

0,6 s = akseptabel

b) Vi skal lage en figur tilsvarende 2.5. Den følger som vedlegg 2.

Overkritisk: $b > 2\sqrt{km}$ (x)

Kritisk: $b = 2\sqrt{km}$ (xx)

Underkritisk: $b < 2\sqrt{km}$ (xxL)

x har parameterene: $w = 25$, $b = 10$ og tid $= 0{,}25$

xx har parameteren: $w = 25$, $b = 10$ og tid $= 0{,}35$

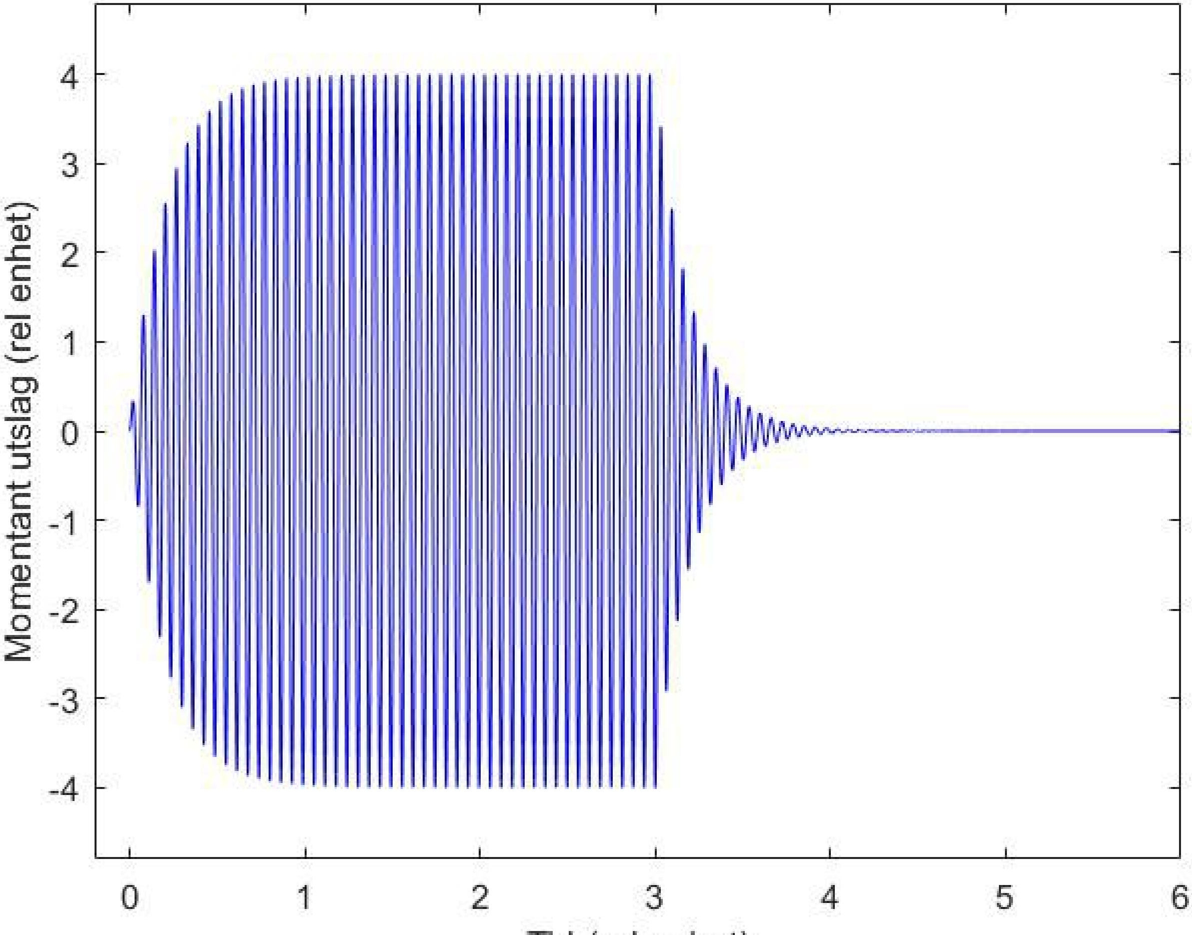
xxL har parameterene: $w = 100$, $b = 0{,}1$ og tid $= 0{,}5$

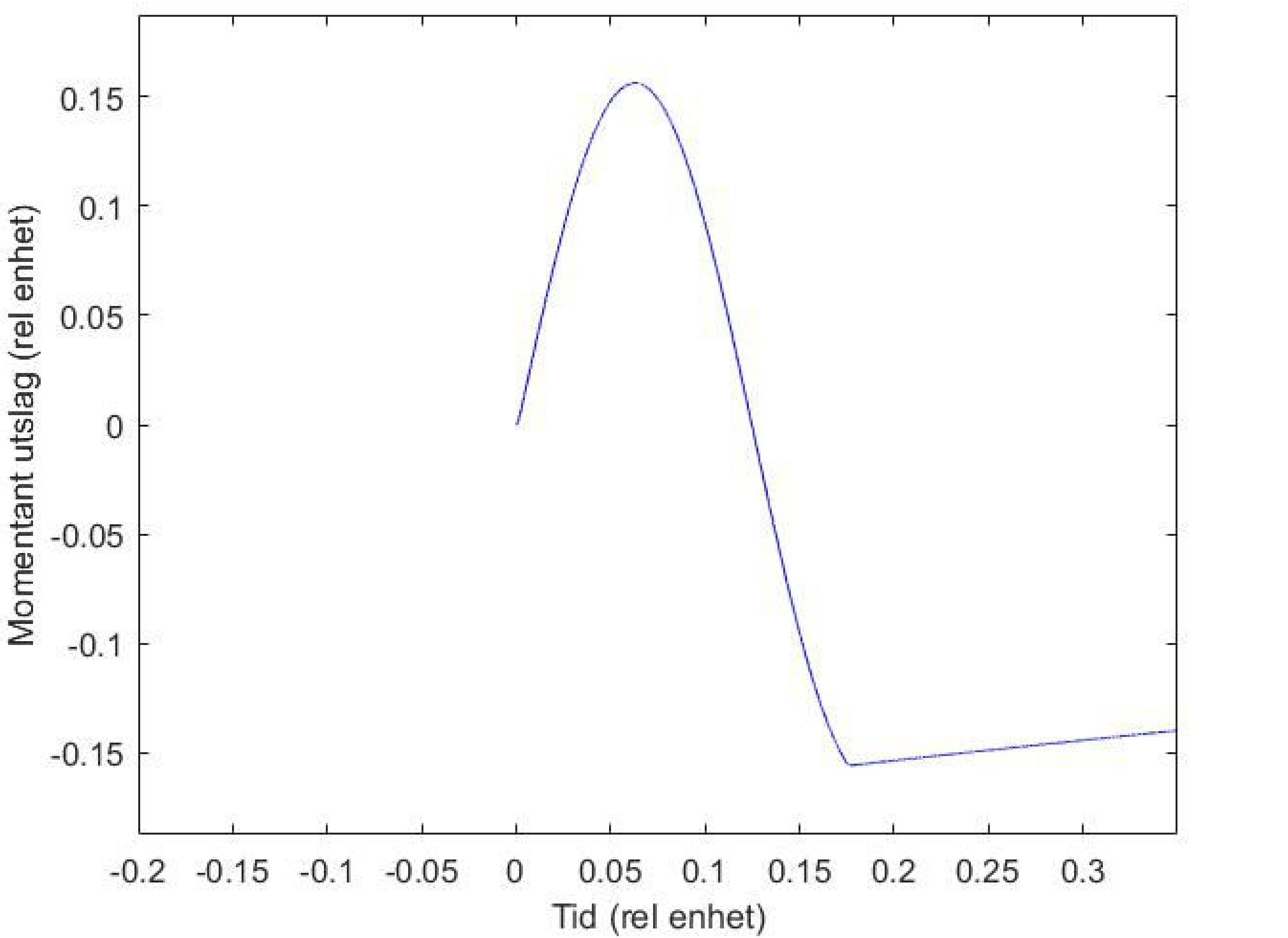
c) Se vedlegg 3,

Oppgave 7 Denne fikk jeg ikke til

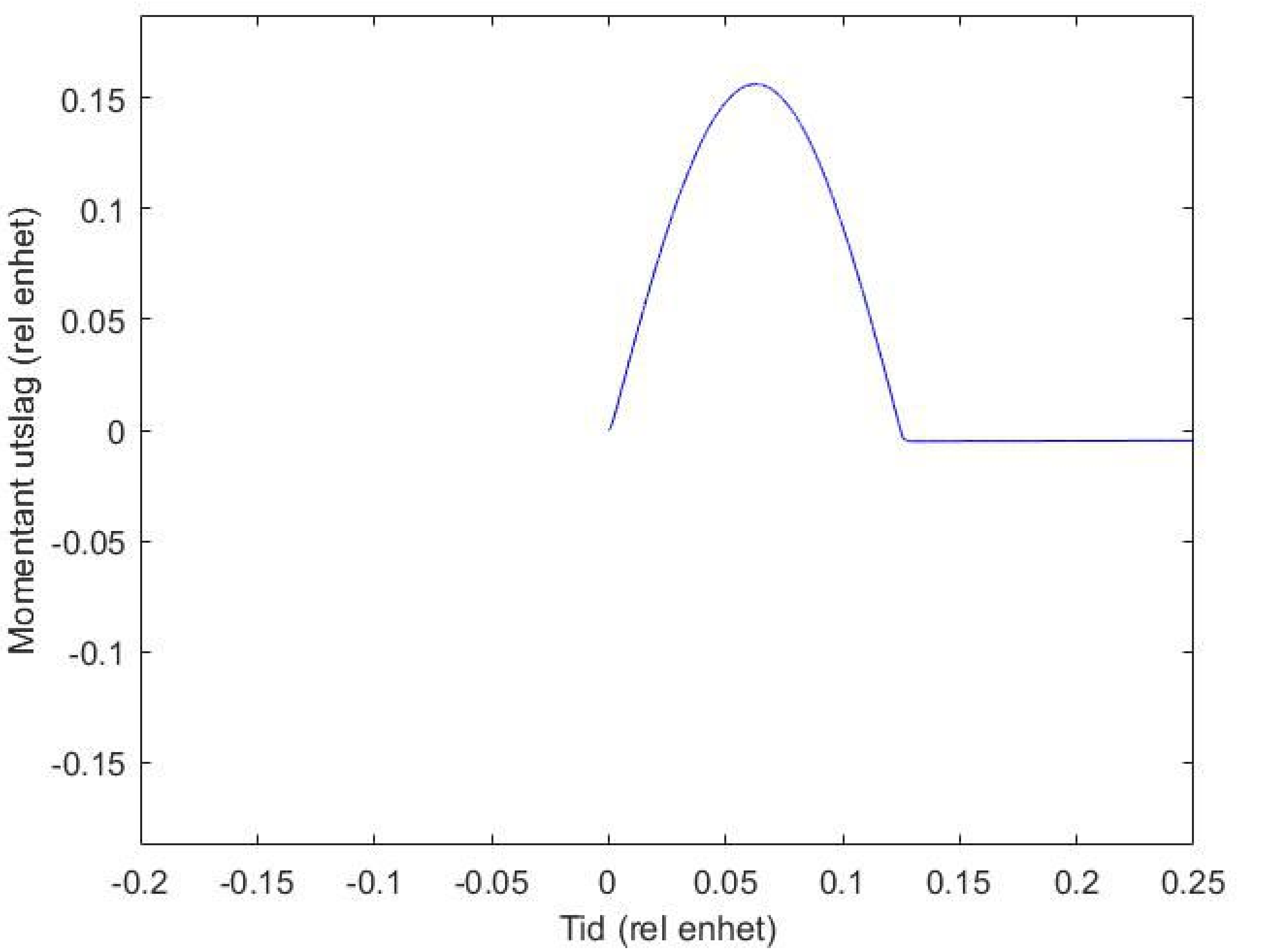
dessverre. Med et hint kan jeg kanskje få

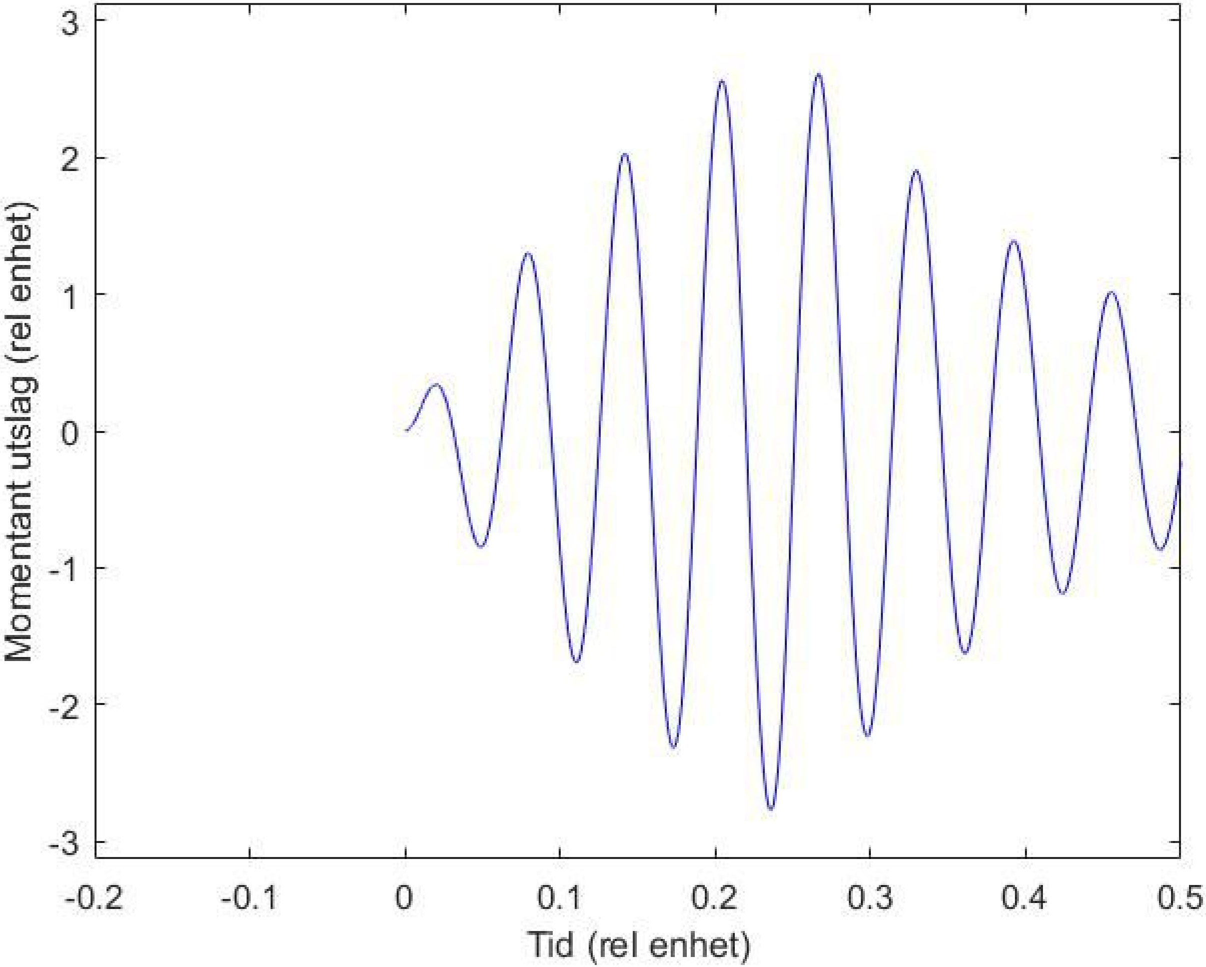
det til


4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
Momentant utslag (rel enhet)
0
1
2
3
4
5
6
Tid (rel enhet)

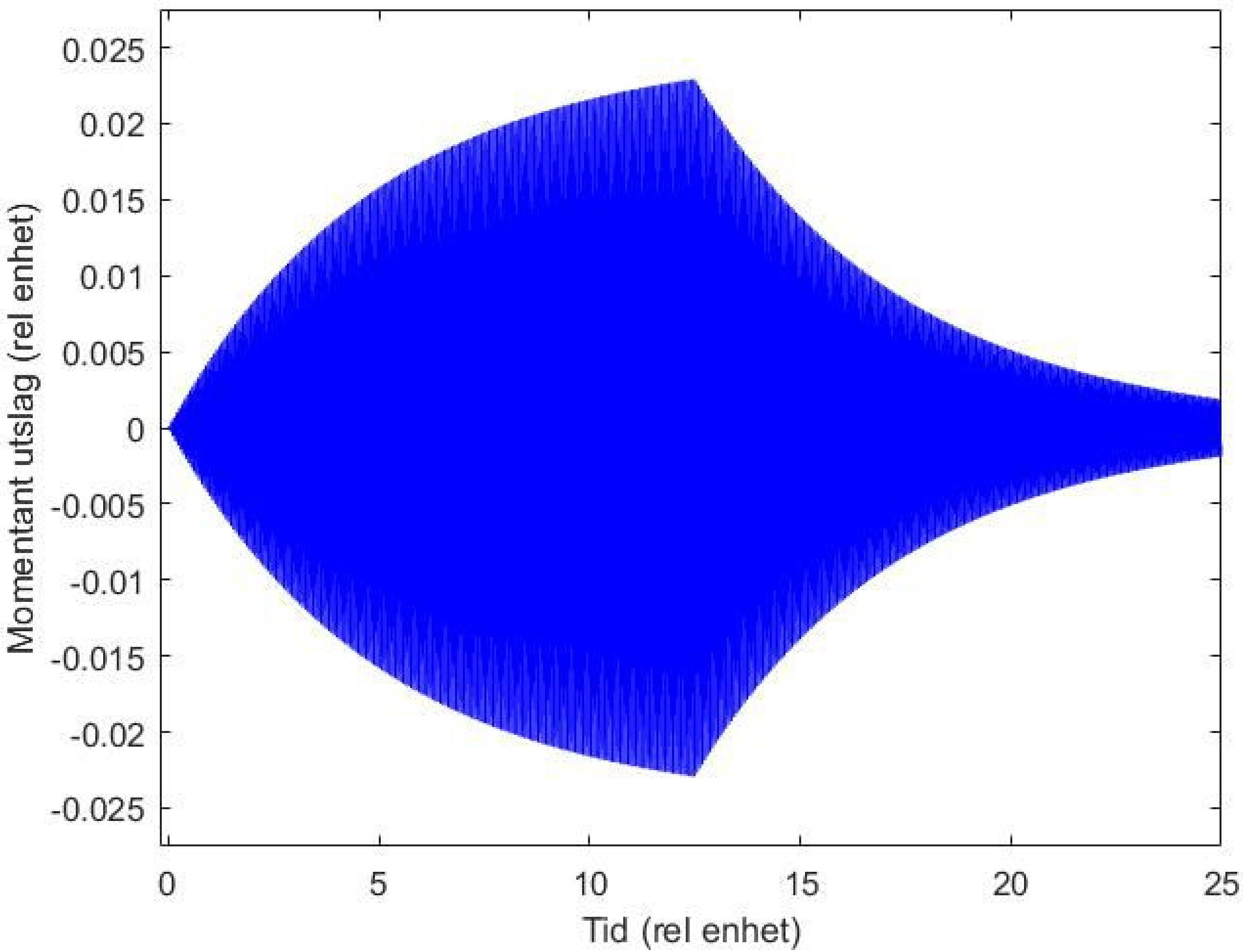


0.15
0.1
0.05
0
-0.05
-0.1
-0.15
Momentant utslag (rel enhet)
-0.2
-0.15
-0.1
-0.05
0
0.05
0.1
0.15
0.2
0.25
0.3
Tid (rel enhet)


Momentant utslag (rel enhet)
Tid (rel enhet)
0.15
0.1
0.05
0
-0.05
-0.1
-0.15
-0.2
-0.15
-0.1
-0.05
0
0.05
0.1
0.15
0.2
0.25



Momentant utslag (rel enhet)
Tid (rel enhet)
3
2
1
0
-1
-2
-3
-0.2
-0.1
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5



Momentant utslag (rel enhet)
Tid (rel enhet)
0.025
0.02
0.015
0.01
0.005
0
-0.005
-0.01
-0.015
-0.02
-0.025
0
5
10
15
20
25