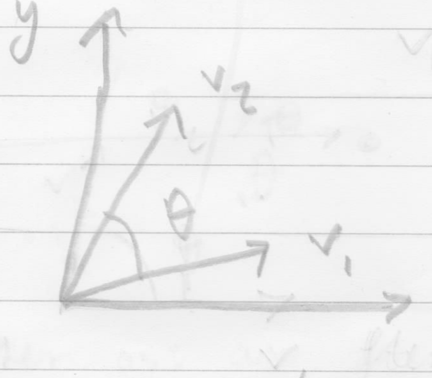
Problemsett 9 i FYS 3120: klassisk Mekanikk og Elektrodynamikk

av Furkan Kaya

Problem 1 Her har vi to fotoner i lab-systemet og som har henholdsvis frekvens ν_1 og ν_2. Vinkelen mellom deres propagasjonsretninger er θ.

a) Vi skal i dette første spørsmålet finne total energi og absolutt verdi til total moment til fotonene i laboratorie-systemet.

Først tegner vi systemet slik jeg forestiller meg at det er.



Dette er da slik vi ser figuren

$$E = E_1 + E_2 = \sqrt{(p_1 c)^2 + (m_1 c)^2} + \sqrt{(p_2 c)^2 + (m_2 c)^2}$$

Fra før vet vi at $p_1 = m_1 v_1$ og $p_2 = m_2 v_2$ så vi vet også at fotonmassen er 0, eller at vi ser bort fra den. Her vil jeg legge til at i forhold til vinkel θ så har vi en ligning for bevegelsen:

fo $\bar{p} = p(\cos\theta\,(i) + \sin\theta\,(j))$

Opphøyd blir det da $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$
Men vi har da angulær frekvens å forholde oss til som følge av det. Og derav vinkelfrekvensen, w. (på [illegible])

Det gir oss da relasjonen

$$E = h w,$$

Så finner vi bare vinkelfrekvensen w. Og vi har at $w = d\theta/dt$, ser bort fra masse m og får da $v = p$.

Dette gir oss da

$$\underline{E = h(v_1 + v_2)}$$ for total energi

Så skal vi finne total moment for fotonene i systemet. Da har vi en ny relasjon å forholde oss til.

$$p = E/c = \frac{h}{c}(v_1 + v_2)$$

Her har vi da bevegelse langs $\cos\theta$ i x-retningen, $\sin\theta$ i y-retningen, og et 2D system gir ingen bevegelse i z-retningen. Av dette får vi da total moment gitt som:

$$P_{TOT} = \underline{\underline{(v_1 + v_2\cos\theta,\ v_2\sin\theta,\ 0)}}$$

b) Så skal vi finne fotonets frekvens i center-of-mass system. Vi bruker da til å innlede at det forrige systemet var laboratory systemet. Det er da i hvile dette her.

Relasjonen vi bruker her er da:

$$P_{TOT} = \sqrt{((v_1 + v_2)\cos\theta)^2 + (v_2\sin\theta)^2}$$

$$P_{TOT} = \sqrt{\frac{1}{4}(v_1 + v_2)(v_2)(1 - \cos^2\theta)}$$

$$P_{TOT} = \sqrt{\frac{1}{4} v_1 v_2 (1 - \cos^2\theta)}$$

som blir til

$$f = \sqrt{\frac{1}{2} v_1 v_2 (1 - \cos^2\theta)}$$

c) fra oppgave 1. fortsetter

Nei, det er ikke alltid. I Com er det viktig at fotonene hviler (altså ikke beveger seg). Dette skjer da når det er snakk om et foton i systemet eller oppfanel som tilsvarer det, altså når fotonene er kolineære.

Problem 2 a) I denne oppgaven skal vi finne minimum-energi til fotonet nødvendig for følgende prosess skal skje:

$$\gamma + e^- \rightarrow e^- + e^- + e^+$$

Det er gitt at partiklene e^- og e^+ har samme masse m_e. Vi har da ligningen

$$E = \sqrt{(pc)^2 + (m_e c)^2}$$

Vi trenger $E_1 + E_2 + E_3 + E_4$. Vi ser bort fra pc ettersom $m_e >> p$ og dette gir oss da

$$\underline{\underline{E = 4 m_e c^2}}$$

b) Vi skal vise at prosessen

$$\gamma \rightarrow e^- + e^+$$

er umulig. Her har vi fra Partikkelfysikken at bosoner med stor masse forringer til mindre elementærpartikler som elektron-positron paret i vårt eksempel. Siden fotoner ikke har masse, så kan det ikke forringe til mindre partikler. Og derfor er prosessen umulig.

Problem 3 a) Center-of-mass rammen er et spesialtilfelle av center-of-momentum. Sistnevnte er en inertial ramme hvor det totale momentet til systemet forsvinner. Center-of-mass er en inertial ramme hvor massesenter gjenstår i origo. Her er masse-senteret i hvile.

Vi bruker så transformasjonsregler for energi og moment til å bestemme den relative velositeten mellom laboratorium systemet og masse-senter systemet.

$$p'_{E_\gamma} = \gamma \left(p_\gamma - E_\gamma v / c^2 \right) \qquad (1)$$

$$p'_{E_e} = -m v \gamma \qquad (2)$$

$$\gamma = \frac{p_{E_e}}{mv} \Rightarrow \text{(setter inn i (1))}$$

$$p'_{E_\gamma} = \frac{p_{E_e}}{mv} \left(p_\gamma - E_\gamma v / c^2 \right)$$

$$P_{E_{\gamma_c}} = \frac{P_{Ge} P_\gamma}{mv} - \frac{P_{Ge}}{mv} \frac{E_\gamma v}{c^2}$$

Ettersom i COM rammen, så er (1) og (2) parameterene motsatte i tegn, men like i størrelse, så får vi

$$v = \frac{P_\gamma}{m_e + \frac{E_\gamma}{c^2}} = \underline{\underline{\frac{E_\gamma}{E_\gamma + m_e c^2}}}$$

b) Energien til innkommende og utgående foton i massesenter rammen fordi det kreves at fotonet er i hvile. Dette gir da at tilstanden for fotonet er det samme i hele rammen. Man må skifte ramme for å forandre tilstanden.

Denne energien er 100 keV

c) Så skal vi til slutt finne energien til det utgående foton når $\theta = 90°$.

$$E_\gamma' = \frac{E_\gamma m_e c^2}{E_\gamma + m_e c^2} = \frac{100\ \text{keV} \cdot 0{,}511\ \text{MeV} \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{100\ \text{keV} + 0{,}511\ \text{MeV} \cdot 3 \cdot 10^8\ \text{m/s}}$$

$$E_\gamma' = \underline{\underline{83,6 \text{ keV}}}$$

$$E_e' = E_\gamma - E_\gamma' + m_e c^2 = \underline{\underline{527 \text{ keV}}}$$