PROBLEM SETT 6

I

FYS3120

KLASSISK MEKANIKK OG ELEKTRODYNAMIKK

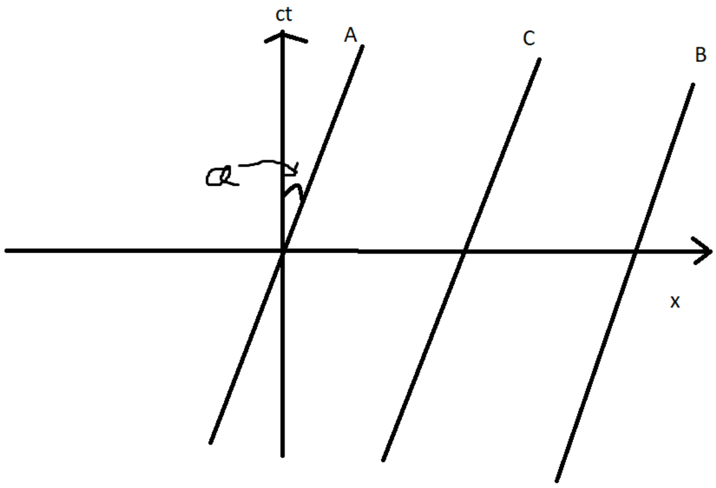
AV

FURKAN KAYA

Problem 1:

a)

Problem 1 skal være et problem som gir innblikk i Minkowski rom-tid diagrammer. Figur 2 i oppgavesettet viser en tegnet verdenslinje C i et 2D Minkowski diagram. Vi har så fått i oppgave å tegne verdenslinjer for punktene A og B. Dette blir da gjort i figuren nedenfor. Det bør da påminnes om at C er midtpunktet.

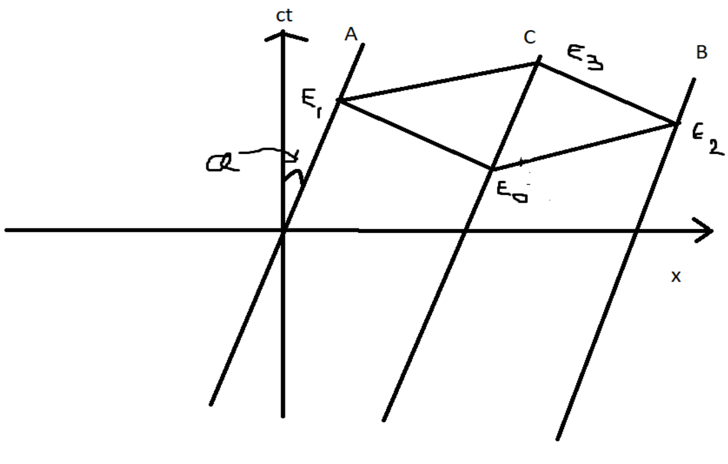


Figur 1: viser verdenslinjene for oppgave a)

Vi ser på figur 1 at $\tan\alpha = \frac{v}{c}$ er sett ved world line A.

b)

Her skal vi tegne verdenslinjene til lyssignalene i tillegg til de fire hendelser $E_0, E_1, E_2\ og\ E_3$ i Minkowski-diagrammet fra forrige side. Tegningen følger da nedenfor i figur 2.



Figur 2: viser verdenslinjene for oppgave b)

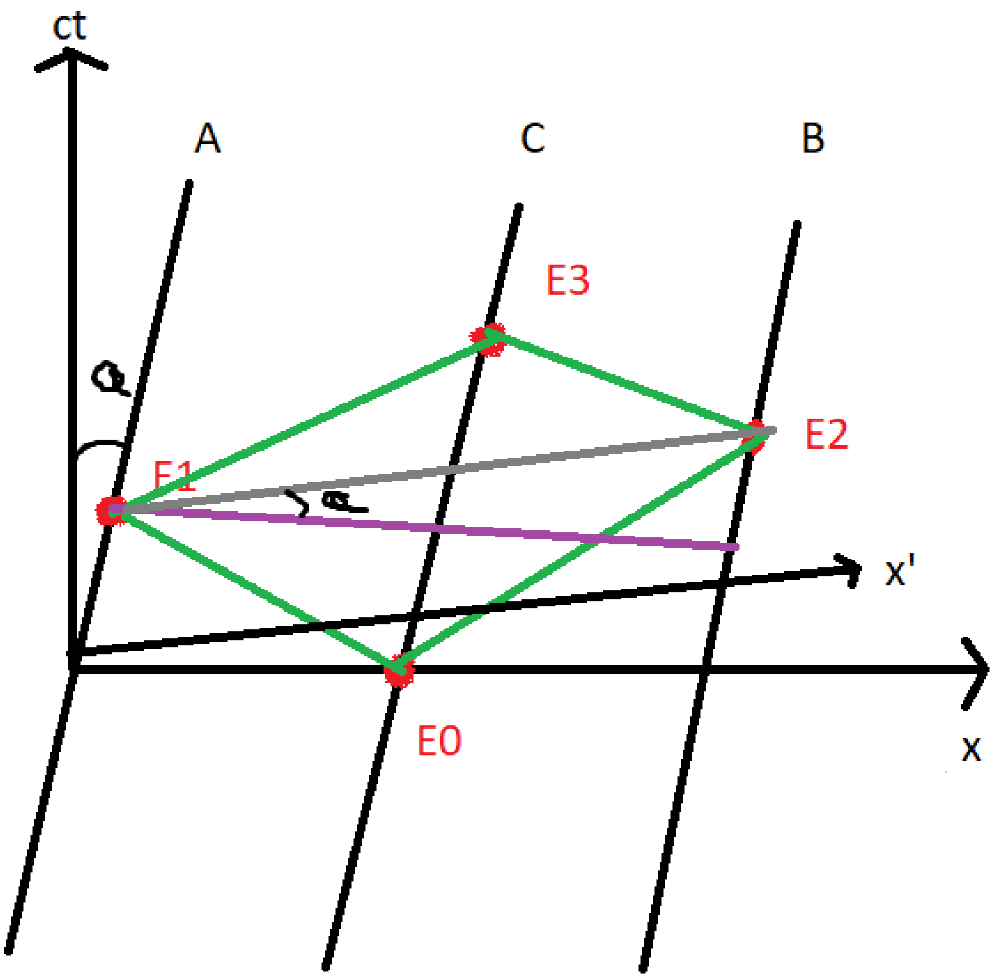
c)

Oppgave 1) vil at vi skal vise at E_1 og E_2 er simultane i S' referanse-rammen og hvorfor E_0 og E_3 er ved samme punkt. Da er det slik at i S' er A, B og C ved hvile. Distansen fra C til B og C til A er like store av den grunn. Lys-signalet propagerer med lysfarten c og det gjør at de når A og B samtidig. Som en følge av det kan vi si at E_1 og E_2 er simultane.

Siden lys-signalene er reflekterte samtidig fra A og B, og beveger seg samme distanse tilbake til C, så skjer det at når de blir reflekterte at de når C samtidig. Og de møtes ved samme punkt på C. Det gir da at E_0 og E_3 er ved samme punkt.

d)

Så kreves det at vi skal tegne en rett linje fra E_1 til E_2 i Minkowski-diagrammet til S og vise at vinkelen mellom x-aksen og denne linjen er α. Det første blir da gjort i figur 3 nedenfor. Vil da legge til et punkt i denne reviderte utgaven, jeg gjorde ikke denne delen, så rådførte meg litt med Leinaas sin bok og fikk da en figur jeg mener stemmer bedre enn det jeg hadde fra før. Koordinataksene til S' (x' og ct') er tegnet inn på figuren. Der ser vi ct' er langs A. Ettersom E_1 og E_2 er simultane i referanse-rammen S', så er linjen parallell til x'-aksen til denne referanserammen. På samme måte er linjene A, B og C parallelle til ct'-aksen til S'. Tidsaksen i S' er tiltet relativ til tids-aksen i S med samme vinkel som rom x'-aksen er tiltet relativt til x-aksen. Dette gir da at vinkelen mellom E_1 og E_2 er den samme som vinkelen mellom linje A og ct-aksen.



Figur 3: viser det som er etterspurt i oppgave d)

e)

Vi har her en ligning for Lorentz transformasjon mellom to referanse-rammer:

$$\Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x)$$

Det at punktene er simultane gir oss $\Delta t' = 0$, noe som gir:

$$0 = \gamma\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta \mathrm{x}$$

$$\gamma\Delta t = \frac{v}{c^2}\Delta x$$

$$\frac{c^2}{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Problem 2:

a)

De tidsavhengige koordinater til dette punktet er da: (L_0, L_0 + ut’, L_0).

b)

Her kreves det at vi skal finne rom-koordinatene til punktene A og B. Disse er da nedenfor.

$$x_A = \gamma v t', y_A = ut', z_A = 0$$

$$x_B = \gamma\left(\frac{L_0}{2} + vt'\right), y_B = ut', z_B = 0$$

c)

Her skal vi da kalkulere:

$$\tan\phi = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$\tan\phi = \frac{ut' - ut'}{\gamma\left(\frac{L_0}{2} + vt'\right) - \gamma v t'}$$

Men det nevnes i forrige oppgave at tidsdimensjonen er forskjellige for A og B. Så det gir oss at vi t oppgitt som $t = \gamma t'$ for A og $t' = \frac{1}{\gamma} t - \frac{v}{c^2}\frac{L_0}{2}$ som gir oss etter litt mellomregning:

$$\tan\phi = -\frac{1}{\gamma}\frac{uv}{c^2}$$

Dette viser at den er tiltet mot x-aksen i S-rammen.