Oblig 3 TEK4010: Optikk og lys

av Furkan Kaya

Først skal vi dedusere strålebøyningen $x(z)$.
Vi benytter oss av ligning (28) i Ghatak
og får

$$\frac{d^2x}{dz^2} = \frac{1}{2\tilde{\beta}^2}\frac{dn^2}{dx}$$

Med $n(x) = \sqrt{ax + n_0}$ får vi

$$\frac{d^2x}{dz^2} = \frac{1}{2\tilde{\beta}^2}\frac{(ax+n_0)}{dx}$$

$$\frac{d^2x}{dz^2} = \frac{a}{2\tilde{\beta}^2}$$

Setter $K = \dfrac{a}{2\tilde{\beta}^2}$ og får da Poissons ligning

$$\frac{d^2x}{dz^2} = K$$

$$\frac{dx}{dz} = Kz + C_1$$

$$x(z) = \frac{Kz^2}{2} + C_1 z + C_2$$

Da blir det

$$x(z) = \frac{a z^2}{4\tilde{\beta}^2} + C_1 z + C_2$$

Bruker så initialbetingelsene til å finne de ukjente konstanter C_1 og C_2. Vi antar at $z=0$, $x(z=0) = x_1$ og $\left.\frac{dx}{dz}\right|_{z=0} = \tan\theta_1$

$$\frac{dx}{dz} = \frac{2az}{4\tilde{\beta}^2} + C_1$$

$$x(z=0) = C_2 = x_1$$

$$\frac{dx}{dz} = C_1 = \tan\theta_1$$

og at $\tilde{\beta} = n_1 \cos\theta_1$

Da har vi

$$x(z) = \frac{a z^2}{4(n_1 \cos\theta_1)^2} + \tan\theta_1 \, z + x_1$$

Så ser vi på strålebanen når $a > 0$. Jeg gjør dette grafisk. Og setter $\theta_1 = 45°$, $n_1 = 1.00026$, $x_1 = 1.5$ og $a = 2$. Det gir pseudo-koden:

```
z = linspace(-10,10);
a = 2;
θ = pi./4;
s = 1.5;
n = 1.00026;

x = 2*z.^2 / (4*(n*cos(θ)).^2) + tan(θ)*z
    + s;

plot(z, x);
xlabel('x-akse'); ylabel('y-akse');
```

Title('~~x~~-function of z');

end

Vi ser på vedlegg 1 og 2 at +a og -a utgjør en ellipse. Det første vedlegget er +a, mens det andre er -a,

---

Første oppgave er å finne ut hvilken vinkel strålen bøyer seg ved bakkenivå (altså x=0). Velger da å bruke ligningen vi fant tidligere, og setter x=0

$$\cancel{X} = \frac{7,5 \cdot 10^{-5} \cdot z^2}{4 \cdot (\cos^2 \theta_1)} + \tan \theta_1 \cdot z + 1,5$$

fordi z=0

Figuren viser også symmetriske, så vi setter $z_{topp} = \frac{1}{2}$! fordi den virker normalfordelt.

$$\left(-1,5 - \frac{1}{2} \tan \theta_0\right) \cdot 4 \cdot \cos^2 \theta_1 = 7,5 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{1}{4}$$

Svaret finnes numerisk og er

$$\theta = \underline{2,517 \text{ radianer}} = \underline{\underline{144,2^\circ}}$$

Her kan man dividere på to (avhengig av alt)?

Distansen er da:

Det skjer halvveis mellom observatør og objekt

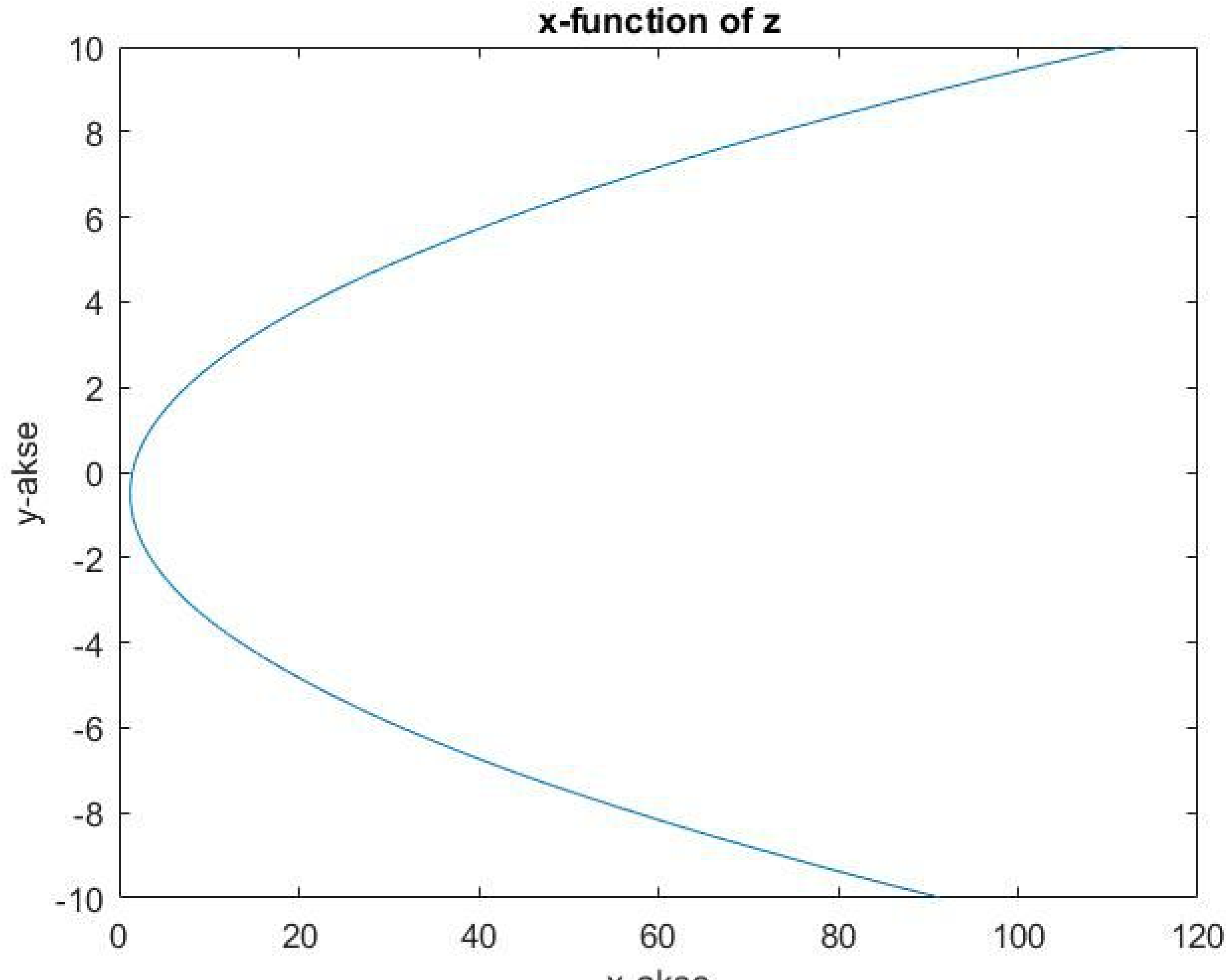
Matlab til å spore flere stråler:

velger samme kode som tidligere med små forskjeller og plottet følger som vedlegg 3.

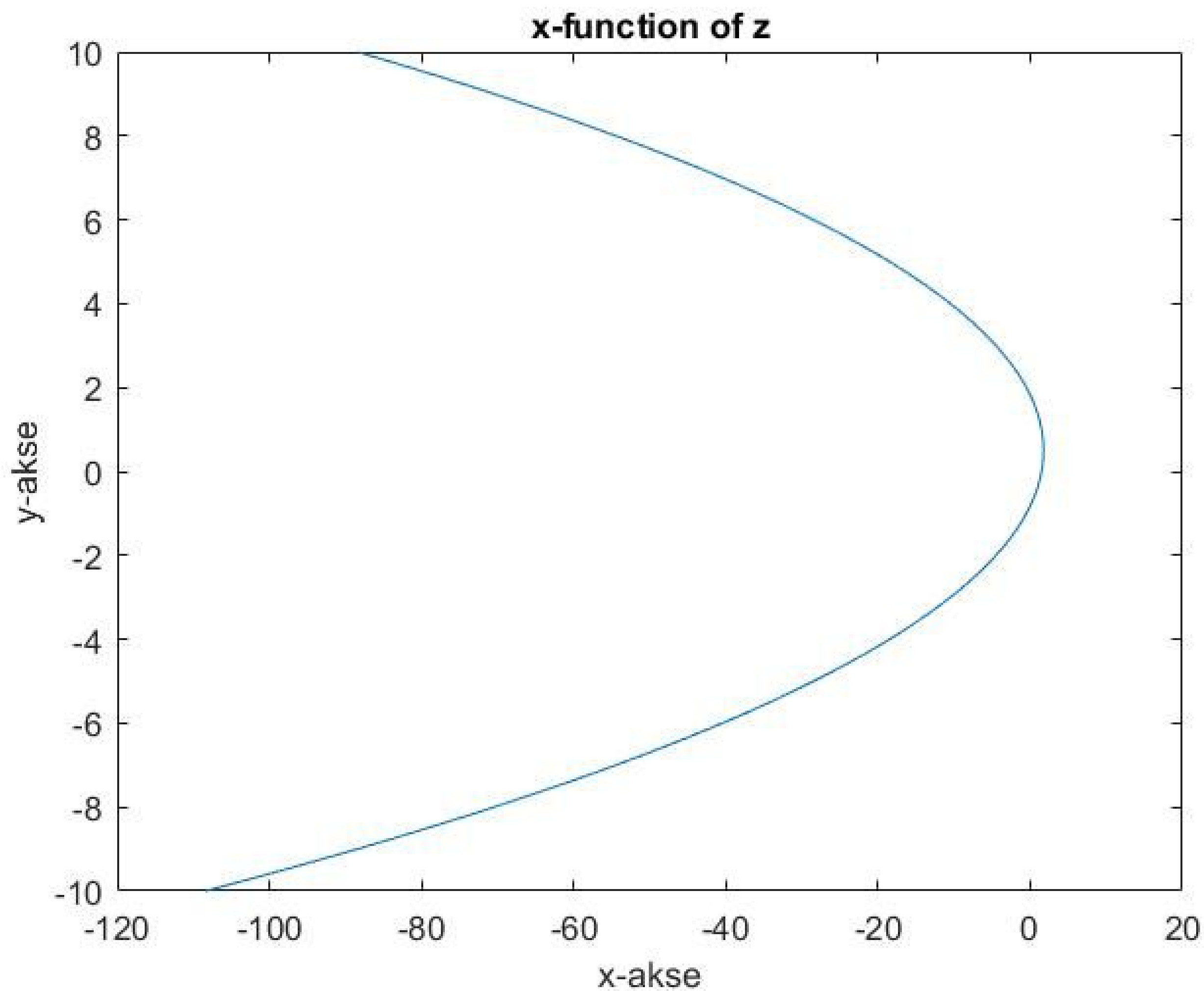
Observatør går mot objektet:

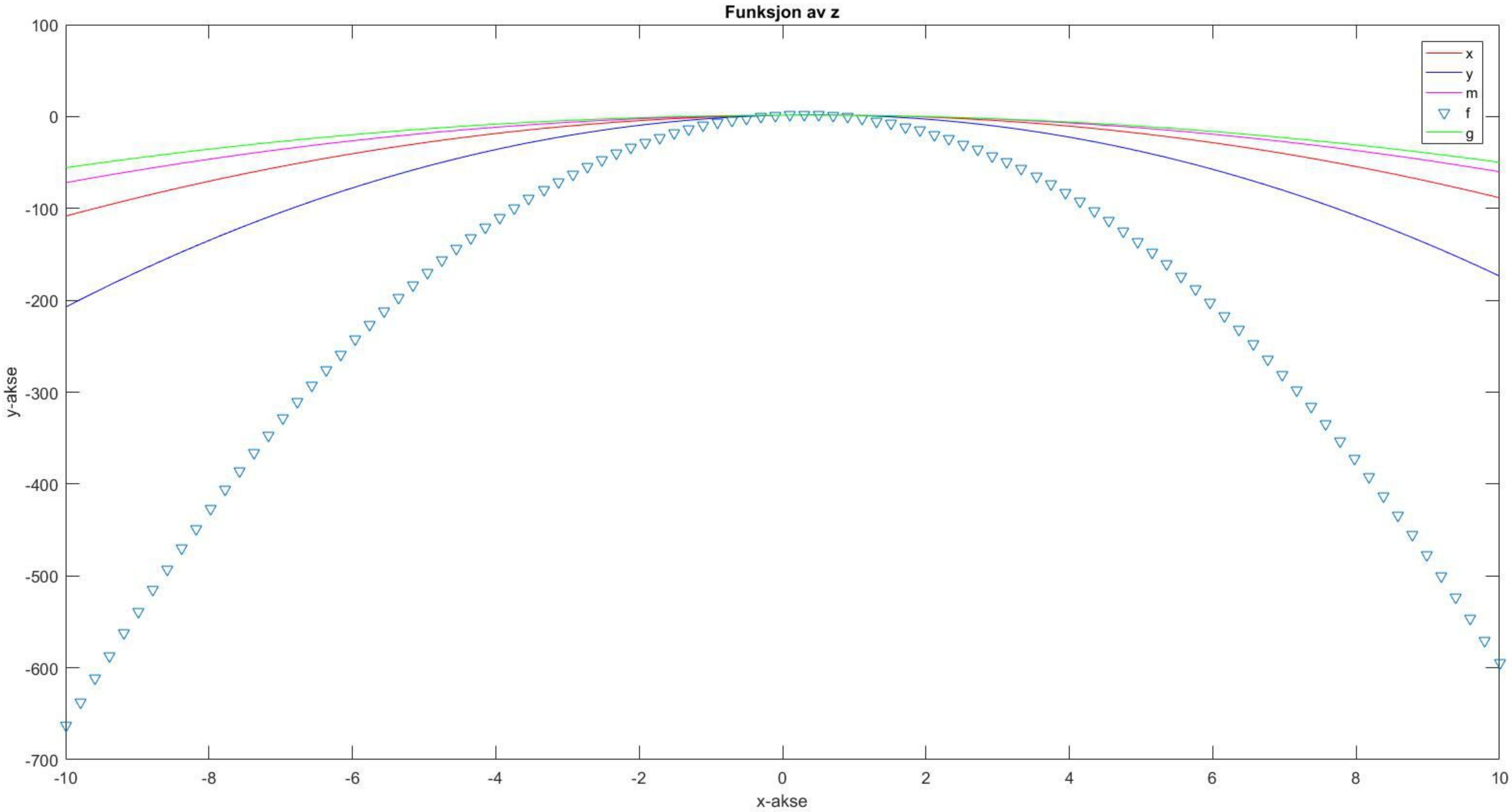
Det som skjer er at den refraktive indeksen synker kontinuerlig etterhvert som man nærmer seg bakken. Da vil man se et mirage av objektet fremfor objektet. Men hvis man er høyt oppe, så ser man objektet klart. Her refereres det til banen på figuren i oppgaven

5



x-function of z
y-akse
x-akse
10
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-10
0
20
40
60
80
100
120


x-function of z
y-akse
x-akse
10
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-10
-120
-100
-80
-60
-40
-20
0
20



Funksjon av z
x
y
m
f
g
100
0
-100
-200
-300
-400
-500
-600
-700
-10
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
8
10
y-akse
x-akse