Obigatorisk innlevering II i Optikk og lys

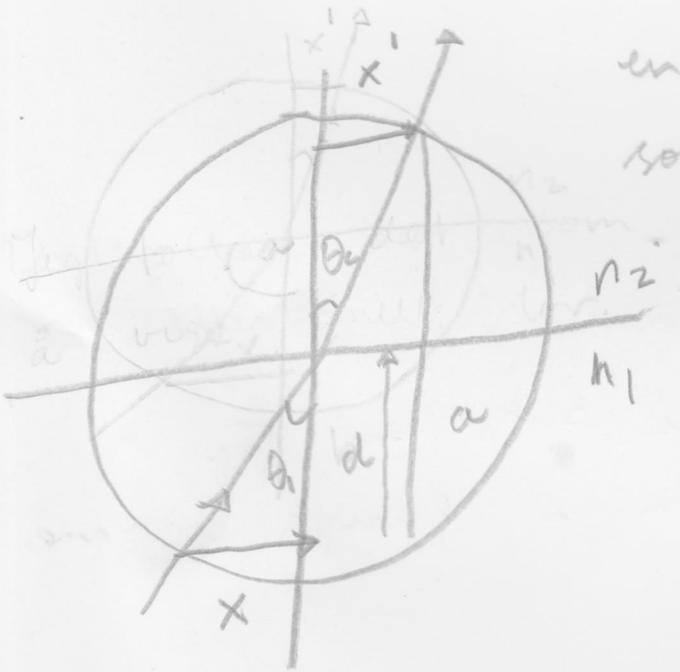
av Furkan Kaya

Oppgave 1 Descartes tracing metode

Vi skal i denne oppgaven vise at

$$\frac{x'}{x} = \frac{n_1}{n_2}$$

, hvor da de forskjellige benevnelser er redegjort for i en figur i oppgaveteksten som reproduseres til siden.



Noen benevninger er lagt til for å forenkle oppgaven.

Fermats teorem tilsier at lys bruker den banen som tar minst tid. Ved å benytte oss av Pytagoras har vi at

$$t = \frac{\sqrt{x^2 + d^2}}{v} + \frac{\sqrt{x^2 + (a-d)^2}}{v'}$$

$$\frac{dt}{dd} = \frac{d}{v\sqrt{x^2+d^2}} - \frac{(a-d)}{v'\sqrt{x'^2+(a-d)^2}}$$

som ved å sette $t=0$ gir oss

$$\frac{d}{v\sqrt{x^2+d^2}} = \frac{(a-d)}{v'\sqrt{x'^2+(a-d)^2}}.$$

Vi har da fra trigonometri at

$$\sin\theta_1 = \frac{\text{motsatt}}{\text{hypotenus}}$$, i en rettvinklet trekant

Her er d motsatt for θ_1 og hypotenus $= \sqrt{x^2+d^2}$, mens $(a-d)$ er motsatt for θ_2 og hypotenus $= \sqrt{x'^2+(a-d)^2}$

Det gir oss

$$\frac{\sin\theta_1}{v_2} = \frac{\sin\theta_2}{v_1}$$

som gir $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$

Dette blir om til

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1}$$ som igjen omdannes

til

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{x'}{x}$$

hvor da $x' = \cancel{\sin \theta_2}$ og $x = \sin \theta_1$

Oppgave 3 Fisking

1. Vi har da i henhold til Snells lov at det blir $n_2 \sin i = n_1 \sin r$.

Bruker samme metode som i forrige oppgave og får

I trekanten OAP:

$$\sin i = \frac{x}{PA} = \frac{x}{\sqrt{d^2 + x^2}}$$

I trekanten OA'P:

$$\sin r = \frac{x}{PA'} = \frac{x}{\sqrt{d'^2 + x^2}}$$

Ved å kombinere disse ligningen får vi

$$n_2 \frac{x}{\sqrt{d^2+x^2}} = n_1 \frac{x}{\sqrt{d'^2+x^2}}$$

Setter $x = 0$ og får

$$\frac{d'}{d} = \frac{n_1}{n_2}$$. Ved $d = 1$ m, blir det

$$d' = \frac{1}{1,33} \cdot 1\,\text{m} \approx \underline{\underline{0,75\,\text{m}}}$$

<u>d' som funksjon av OP:</u>

$$\sqrt{d'^2+x^2} \cdot n_2 \frac{x}{\sqrt{d^2+x^2}} = n_1 x$$

$$\sqrt{d'^2+x^2} = \frac{n_1 \cancel{x} \sqrt{d^2+x^2}}{n_2 \cancel{x}}$$

$$d'^2 + x^2 = \left(\frac{n_1 \sqrt{d^2+x^2}}{n_2}\right)^2$$

$$d'^2 = \frac{n_1^2 (d^2+x^2)}{n_2^2} - x^2$$

$$d' = \sqrt{\frac{n_1^2 (d^2 + x^2)}{n_2^2} - x^2}$$

2. Plott av dybden d' som funksjon av x. Vi benytter oss da av ligningen funnet ovenfor, og setter inn konstantene. Det gir oss da:

$$d' = \sqrt{\frac{1 + x^2}{1{,}33^2} - x^2}$$

Selve plotten ble gjort på MATLAB etter koden nedenfor og følger som vedlegg I.

```
x=linspace(-1.8,1.8);
d1 = sqrt(((1+x.^2)./(1.33.^2))
    - x.^2);

plot(x,d1);
```

3. Plot av den refrakterte vinkelen r:

$$dr = \arcsin\left(\frac{x}{d'^2 + x^2}\right)$$

hvor da vi setter $d' = 0{,}75$ og får

$$r = \arcsin\left(\frac{x}{0{,}75^2 + x^2}\right)$$

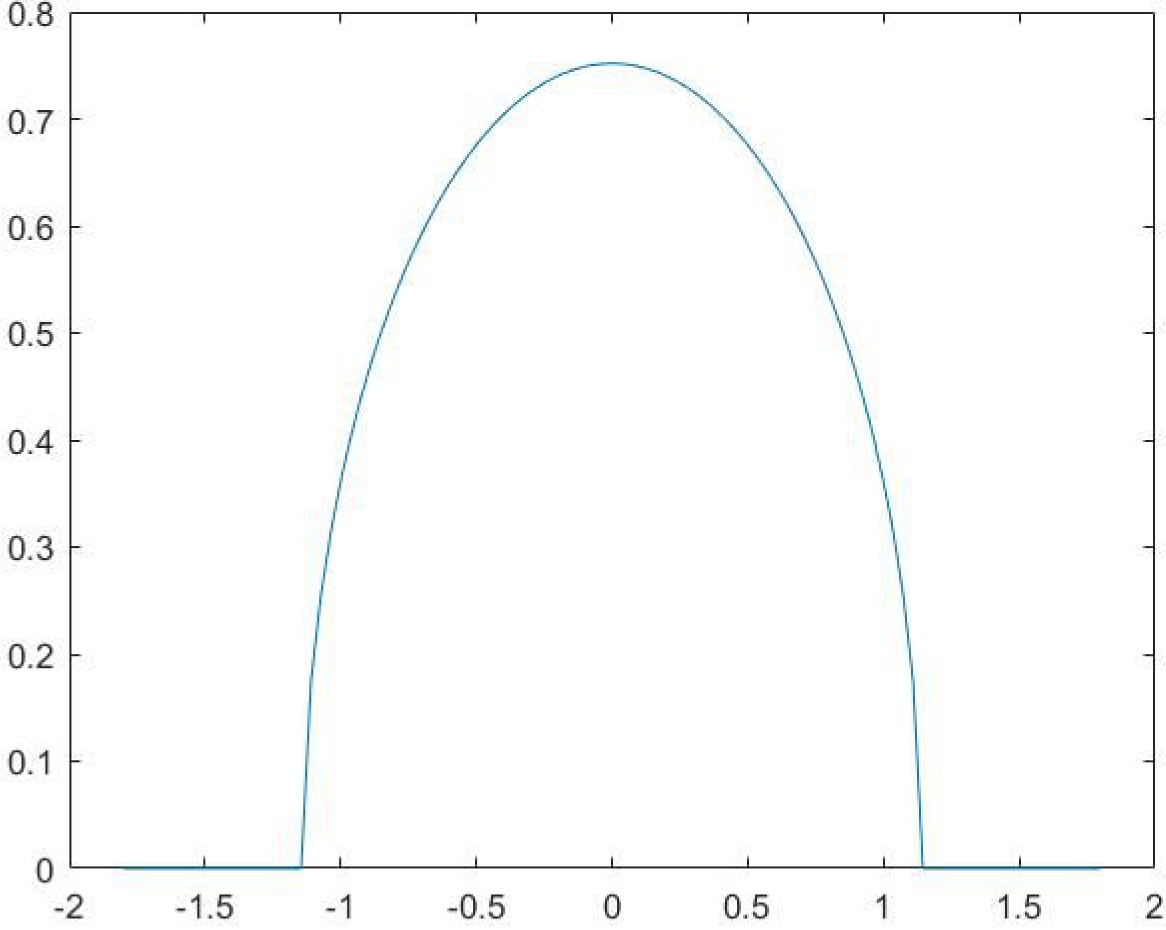
Plotter følger som vedlegg II basert på koden nedenfor.

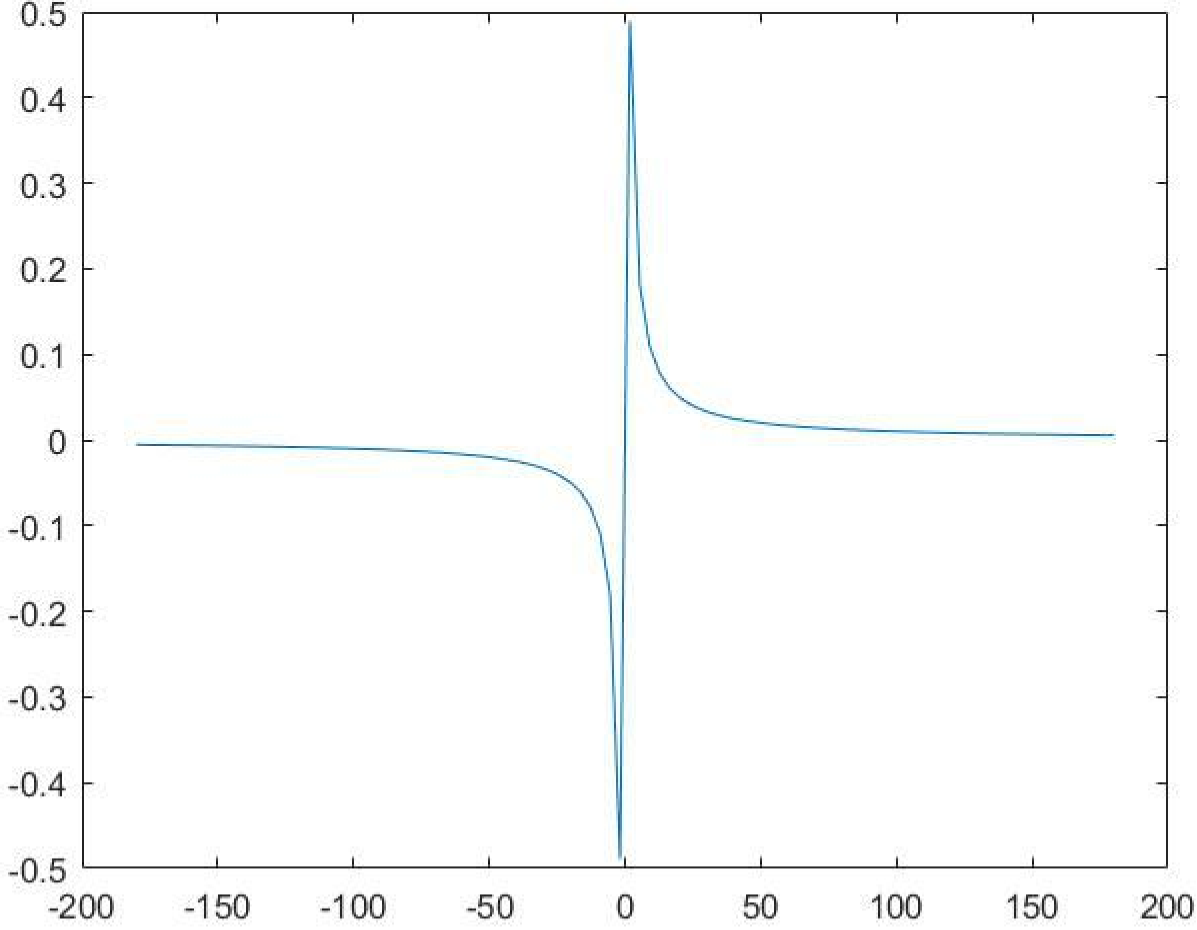
```
x = linspace(-180, 180);
r = asin((x)./(0.75.^2 + x.^2));
plot(x,r);
```

4.

Basert på oppgave 2 og plot, så vil jeg si $x = 1{,}8$ m.

$$d' = \frac{1}{1{,}33} \cdot 1{,}8\,m \approx \underline{\underline{1{,}35\,m}}$$


0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-2
-1.5
-1
-0.5
0
0.5
1
1.5
2



0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
-200
-150
-100
-50
0
50
100
150
200