Øving 5 - Fouriertransform

Obligatoriske oppgaver

1 La f' være absolutt integrerbar på x-aksen, og anta at $f(x) \to 0$ når $x \to \pm \infty$. Vis at

$$\mathcal{F}(f') = iw\mathcal{F}(f).$$

- 2 Lag en animasjon av funksjonen $\sin x \cos t$ for $x \in [0, \pi]$ og t > 0.
- $\boxed{\mathbf{3}}$ Finn fouriertransformen til $f(x) = e^{-|x|}$, og beregn integralet

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2} \ dx.$$

- 4 Finn fouriertransformen til $f(x) = x^2 e^{-x^2}$. (Hint: kanskje det er lurt å derivere e^{-x^2} to ganger.)
- 5 La $f(x) = e^{-x^2}$ og $g(x) = xe^{-x^2}$. Vis at

$$f * g = -\frac{i}{4} \int_{-\infty}^{\infty} w e^{-\frac{w^2}{2}} e^{iwx} dw.$$

Anbefalte oppgaver

1 Finn fouriertransformen til

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & -\pi < x < \pi \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

og beregn integralet

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\pi w)\sin(\pi w/2)}{1-w^2} \ dw.$$

2 Finn fouriertransformen til

a)
$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ e^{-x} & x > 0; \end{cases}$$

b)
$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & -1 \le x \le 1\\ 0 & |x| > 1; \end{cases}$$

c)
$$f(x) = \begin{cases} T + x & -T \le x < 0 \\ T - x & 0 \le x \le T \\ 0 & |x| > T. \end{cases}$$