Innlevering 6 Fotoniske krystaller
av Furkan Kaya

Problem 4 Vi skal vise at (17) og (29) er de samme. (17) i hvertfall er gitt av

$$n = \frac{k}{k_0} = \sqrt{(n_1^2 d_1 + n_2^2 d_2)/d}$$

I tillegg har vi fra oppgaveteksten

$$k_1 = n_1 k_0 \quad \text{og} \quad k_2 = n_2 k_0 \quad \Big| \; k = n k_0$$

Vi må også bruke $k_{zp} = k_p \cos \varphi_p = \sqrt{k_p^2 - k_y^2}$

Så ser vi på (29)

$$\sqrt{k_1^2 - k_y^2} \cdot \tan\left(\sqrt{k_1^2 - k_y^2} \cdot d_1/2\right) + \sqrt{k_2^2 - k_y^2} \cdot \tan\left(\sqrt{k_2^2 - k_y^2} \cdot d_2/2\right) = 0$$

som blir til

$$\sqrt{k_1^2 - k_y^2} \cdot \sqrt{k_1^2 - k_y^2} \cdot d_1/2 =$$

$$-\sqrt{k_2^2 - k_y^2} \cdot \sqrt{k_2^2 - k_y^2} \cdot d_2/2$$

$$\left(k_1^2 - k_y^2\right) d_1 = -\left(k_2^2 - k_y^2\right) \cdot d_2$$

$$k_1^2 d_1 - k_y^2 d_1 = -k_2^2 d_2 + k_y^2 d_2$$

$$2 k_y^2 (d_1 + d_2) = -k_2^2 d_2 - k_1^2 d_1$$

Dette gir (med $d = d_1 + d_2$)

$$k_y^2 = \sqrt{\left(n_1^2 d_1^2 k_0^2 + n_2^2 d_2 k_0^2\right)/d}$$

Og setter $k = n k_0 \Rightarrow n = \frac{k_y}{k_0}$ som gir også

$$n = \sqrt{\left(n_1^2 d_1^2 + n_2^2 d_2\right)/d}$$

fordi $\sqrt{k_0^2} = k_0$ (enkel matematisk prosedyre)

Problem 5 Vi setter $H_{xp}(z) = E_{yp}(z)$

$$2 H_{+p} \cos\left(k_{zp}(z - z_p)\right) = 2 \eta_p H_{+p} \cdot \sin\left(k_{zp}(z - z_p)\right) \cos\varphi_p \text{, med } z = 0$$

$$H_{+p} \cos\left(k_{zp} \cdot - z_p\right) = \sin\left(k_{zp} \cdot - z_p\right) \cdot \cos\varphi_p \cdot \eta_p \cdot H_{+p}$$

$$H_1 \cos\left(k_{z1} \cdot d_1\right) = H_2 \sin\left(k_{z2} \cdot d_2\right) \cdot \cos\varphi \cdot \eta_2$$

Her er $-z_1 = d_1$ og $-z_2 = d_2$ fordi det er distanse

$\tan(k_{z_1} d_1 + k_{z_2} d_2) \cdot 1 \cdot \cos \varphi$

som blir til etter litt trigonometri

$$n_1^{-2} k_{z_1} \tan(k_{z_1} d_1 / 2) + n_2^{-2} k_{z_2} \tan\left(\frac{k_{z_2} d_2}{2}\right)$$

Her vil jeg påpeke at jeg vet at det eksisterte et løsningsforslag idet jeg gjorde oppgavene, men til tross for det forsøkte jeg å gjøre så oppgavene så uavhengig som mulig.