

UNIK 4380 Innføring 8 2D Metamaterialer
av Furkan Kaya

Problem 1 Vi har her at ϵ_1 er inne i sylinderen og ϵ_2 mellom sylinderene med radius a som sylinder-radiusen. Arealet mellom sylinderene skal ikke fylles opp med

Oppgaveskissen gir oss at (siden det er en dobbelt periodisk array)

$$\epsilon_{zz} = (\epsilon_1 - \epsilon_2) \frac{\pi a^2}{bh} \quad \text{Her er det slike}$$

at man fjerner ϵ_2 ettersom det ikke skal inkluderes i periodisiteten. Samtidig skal den relative permittiviteten tas med i formelen, og det gir

$$\epsilon_{zz} = (\epsilon_1 - \epsilon_2) \frac{\pi a^2}{bh} + \epsilon_2$$

Problem 2 Vi har at $E = -\frac{\partial V}{\partial x}$

Det gir oss da

$$V_1 = -E_0 \frac{2\epsilon_2}{\epsilon_2 + \epsilon_1} x \Rightarrow \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{2\epsilon_2}{\epsilon_2 + \epsilon_1} E_0$$

Problem 3 Vi benytter oss igjen av formelen i forrige oppgave, men denne gang med partiell derivasjon $\frac{\partial V}{\partial x}$ og $\frac{\partial V}{\partial y}$ for å finne komponentene. Det er allerede gitt at (5) gjelder for utenfor cylinderen.

$$V = -E_0 x - \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \frac{a^2 x}{x^2 + y^2} \cdot E_0$$

I tillegg har vi derivasjonsformelen for $\frac{u}{v} = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$ som vi bruker.

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -E_0 + \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \cdot E_0 \cdot \left(\frac{a^2 \cdot (x^2 + y^2) - \frac{a^2 x \cdot 2x}{(x^2 + y^2)^2}}{(x^2 + y^2)^2} \right)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = E_0 + \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \cdot E_0 \left(\frac{a^2}{(x^2 + y^2)} - \frac{2a^2 x^2}{(x^2 + y^2)^2} \right)$$

Så ser vi på y-komponenten.

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \cdot E_0 \left(- \frac{a^2 x \cdot 2y}{(x^2 + y^2)^2} \right)$$

(1)

$$\frac{\partial V}{\partial y} = - \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \cdot E_0 \cdot \left(\frac{2a^2 xy}{(x^2 + y^2)^2} \right)$$

Her følger jeg det at begge komponentene inneholder x -komponenten som variabel i telleren at det antyder at den beveger seg i x -retning. Kun en av de partiellderiverte komponentene har y -variablen.

Gjennomsnittet blir E_0