Innlevering 7 2D fotoniske krystaller

av Furkan Kaya

Problem I (1) og (2) gir:

$$\left(\partial_x^2 + \partial_y^2 + \varepsilon_x(x)k_0^2 + \varepsilon_y(y)k_0^2\right)\varphi = 0$$

Dette blir til (ved innsettelse av (3))

Påminnelse om at vi har $\varphi_x \varphi_y = \varphi(x,y) = \exp(ik_x x + ik_y y)u_x(x)u_y(y)$

$$\varphi_y \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial x^2} + \varphi_x \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial y^2} + \left(\varepsilon_x(x) + \varepsilon_y(y)\right)$$

$$k_0^2 \varphi_x \varphi_y = 0$$

Så omdanner vi litt og får

$$\varphi_y \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial x^2} + \varepsilon_y(y)k_0^2 \varphi_y = -\left(\varphi_x \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial y^2} + \right.$$

$$\left. \varepsilon_x k_0^2 \varphi_x\right)$$

For å få φ_y og φ_x på „korrekt side" deler vi med det. Og det gir

$$\frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial x^2}\frac{1}{\varphi_x} + \varepsilon_y(y)k_0^2\frac{1}{\varphi_x} = -\left(\frac{1}{\varphi_y}\frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial y^2}\right.$$

$$\textcircled{1} \qquad \left. + \frac{1}{\varphi_y}\varepsilon_y k_0^2\right)$$

Problem 2

Da har vi da (5): $\frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial y^2} + (\varepsilon_y(y) + \varepsilon)$

$\cdot k_0^2 \varphi_y = 0$

for $0 < y < b_1$:

$\varphi_y(y) = \varphi_y(0)\cos(k_{y_1} y) + (\varphi_y'(0)/k_{y_1})$

$\cdot \sin(k_{y_1} y)$

$\varphi_y'(y) = -k_{y_1} \cdot \varphi_y(0)(\sin(k_{y_1} y)) + \varphi_y'(0)\cos(k_{y_1} y)$

for $b_1 < y < b_1 + b_2 = b$:

$\varphi_y(y) = \varphi_y(b_1)\cos(k_{y_2} y) + (\frac{\varphi'(b_1)}{k_{y_2}} \cdot$

$\sin(k_{y_2} y)$

$\varphi_y'(y) = -k_{y_2}\varphi_y(b_1)\sin(k_{y_1} y) +$

$\varphi_y'(b_1)\cos(k_{y_2} y)$

med $k_{y_1} = \sqrt{\varepsilon}\, k_0$ og $k_{y_2} = \sqrt{\varepsilon_{21} - \varepsilon_{11} + \varepsilon}\, k_0$

Problem 3 Vi har altså at (4) tilfredsstiller (7). Dispersjonsrelasjonen er:

$$\cos(kd) = \cos(k_1 d_1 + k_2 d_2) - \frac{(k_1 - k_2)^2}{2k_1 k_2} \cdot \sin(k_1 d_1)\sin(k_2 d_2)$$

Så bruker vi $\cos k_x a$, som gir oss:

$$\cos(k_x a) = \cos(k_{x1} a_1 + k_{x2} a_2) - \frac{(k_{x1} - k_{x2})^2}{2k_{x1} k_{x2}} \cdot \sin(k_{x1} a_1)\sin(k_{x2} a_2)$$

For $k_y b$ får vi:

$$\cos(k_y b) = \cos(k_{y1} b_1 + k_{y2} b_2) - \frac{(k_{y1} - k_{y2})^2}{2k_{y1} k_{y2}} \cdot \sin(k_{y1} b_1)\sin(k_{y2} b_2)$$

Problem 4 Dette er en MATLAB-oppgave og jeg benytter meg av koden jeg har fått fra professor Sudbø:

Plot ranges: $0 < k0 < \frac{10}{a}$ og $-1 < \varepsilon < 2$

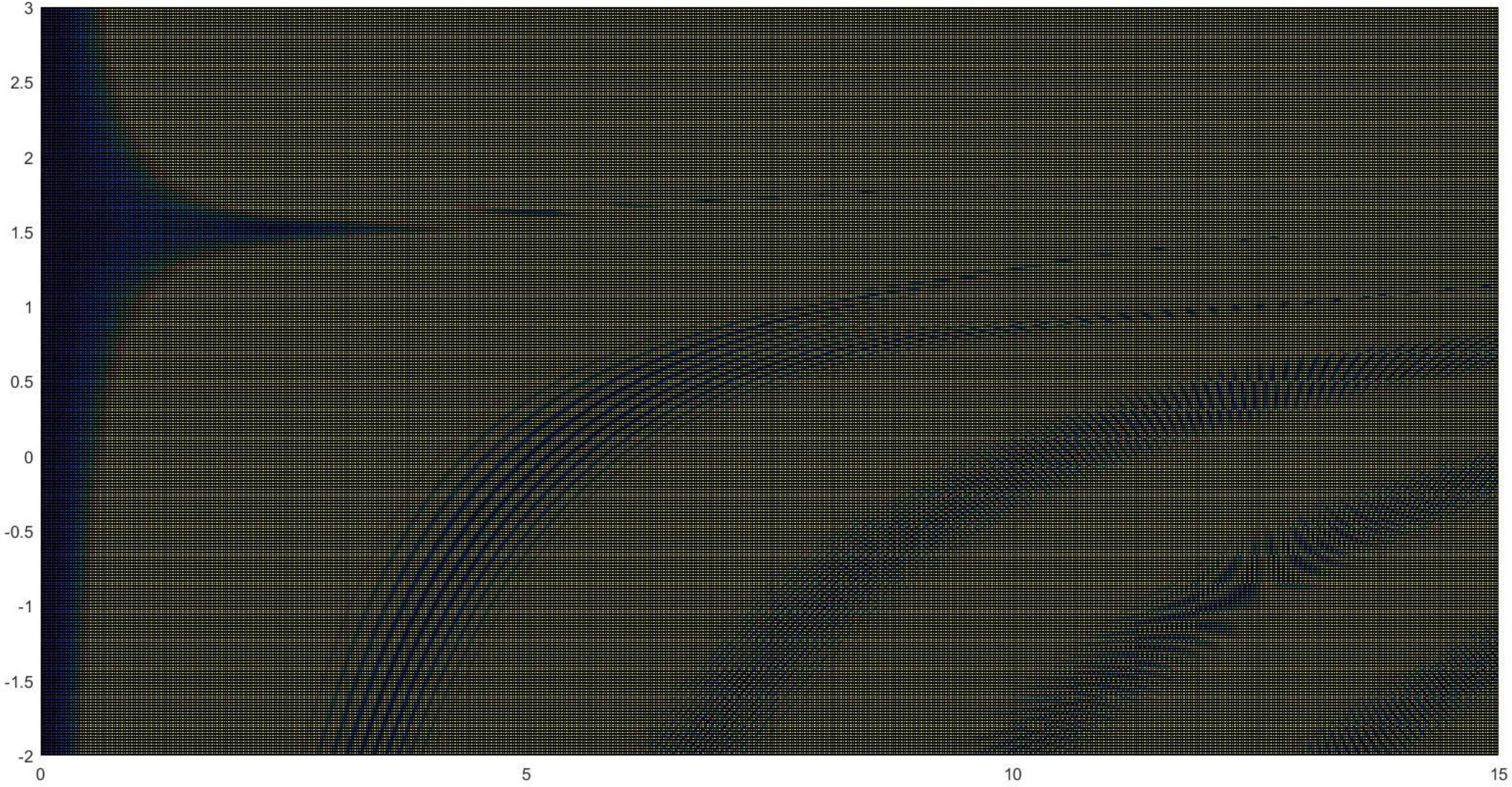
Plottet følger som vedlegg. Her er det jeg gjorde for å MATLAB-plottet til å fungere:

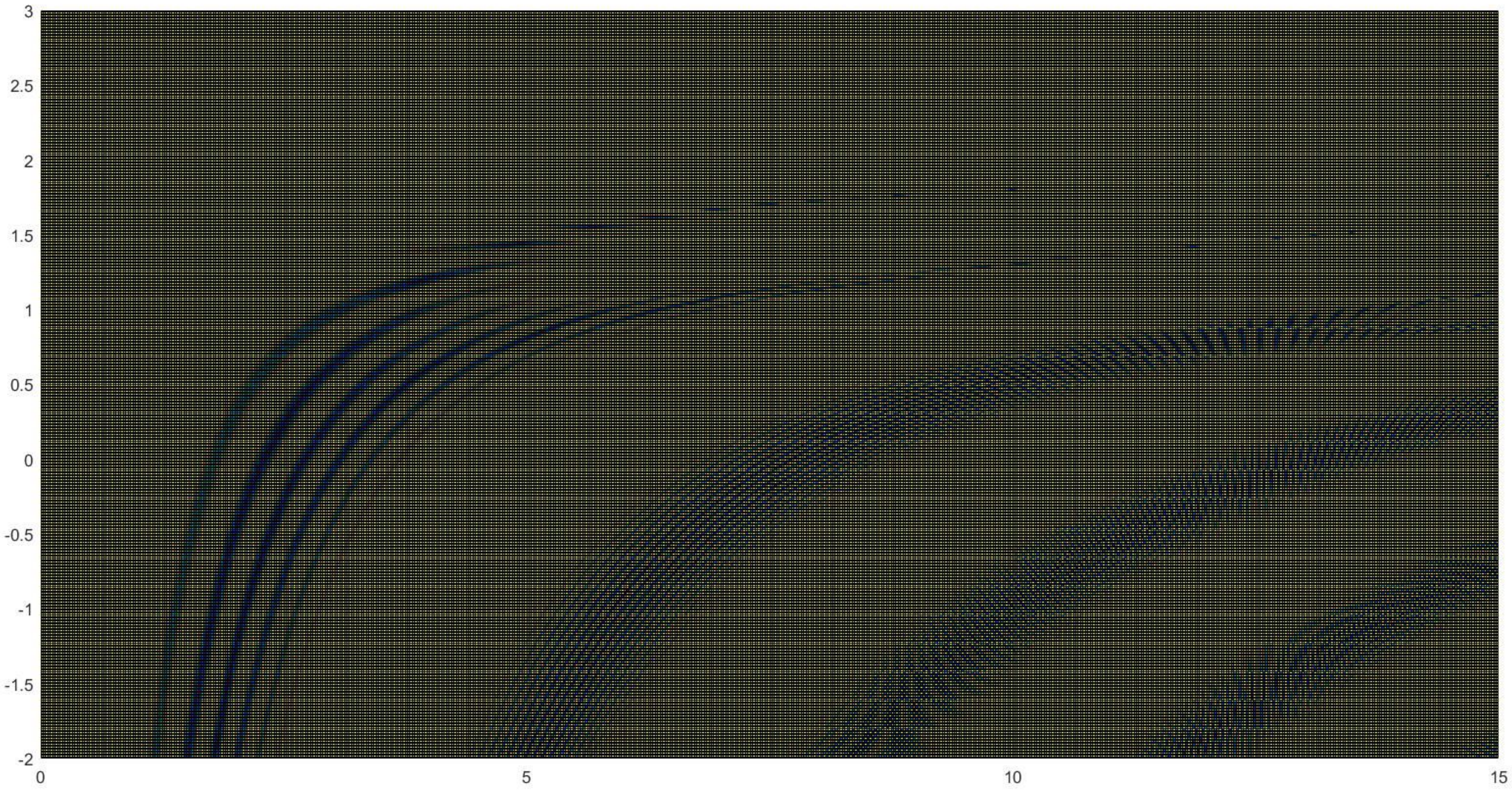
```
k0 = [0:0.025:15];
[difx dify] = dif2D(k0, 0, 0, de);
pcolor(k0, de, min(1, abs(difx) + abs(dify)));
ky1 = sqrt(perm(1,1) - de)' * k0.^2);
ky2 = sqrt(perm(1,2) - de)' * k0.^2);
dify = .5.*(ky1 - ky2).^2.*dx1.dy2.*
sinc(ky1.*ky1).*sinc(ky2.*hx2);
dify = dify + cos(kx.*(dx1+dy2) - cos(ky1.*ky1
+ ky2.*ky2);
```

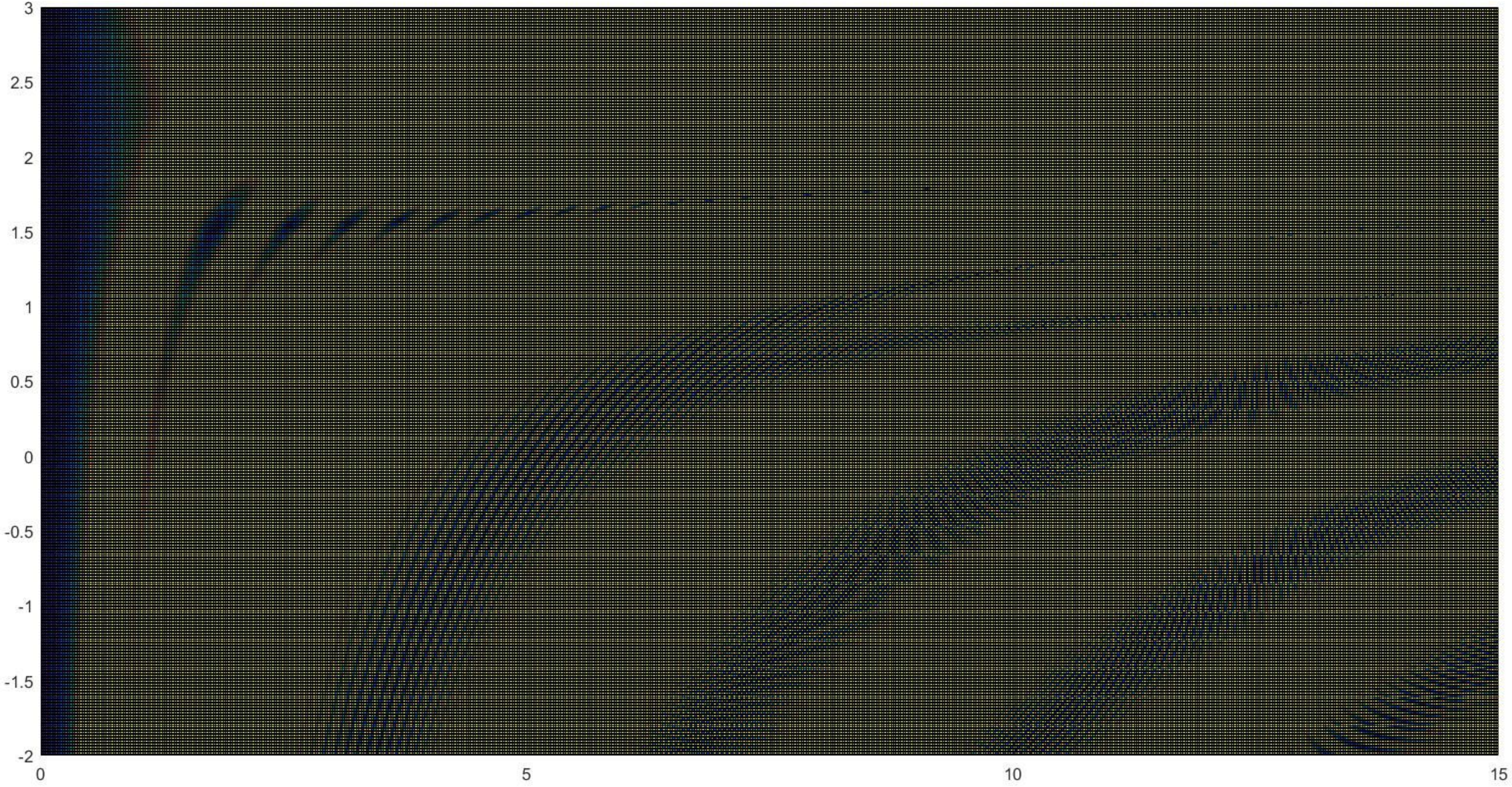
Vedlegg 1 satte jeg kx = 0 og ky = 0

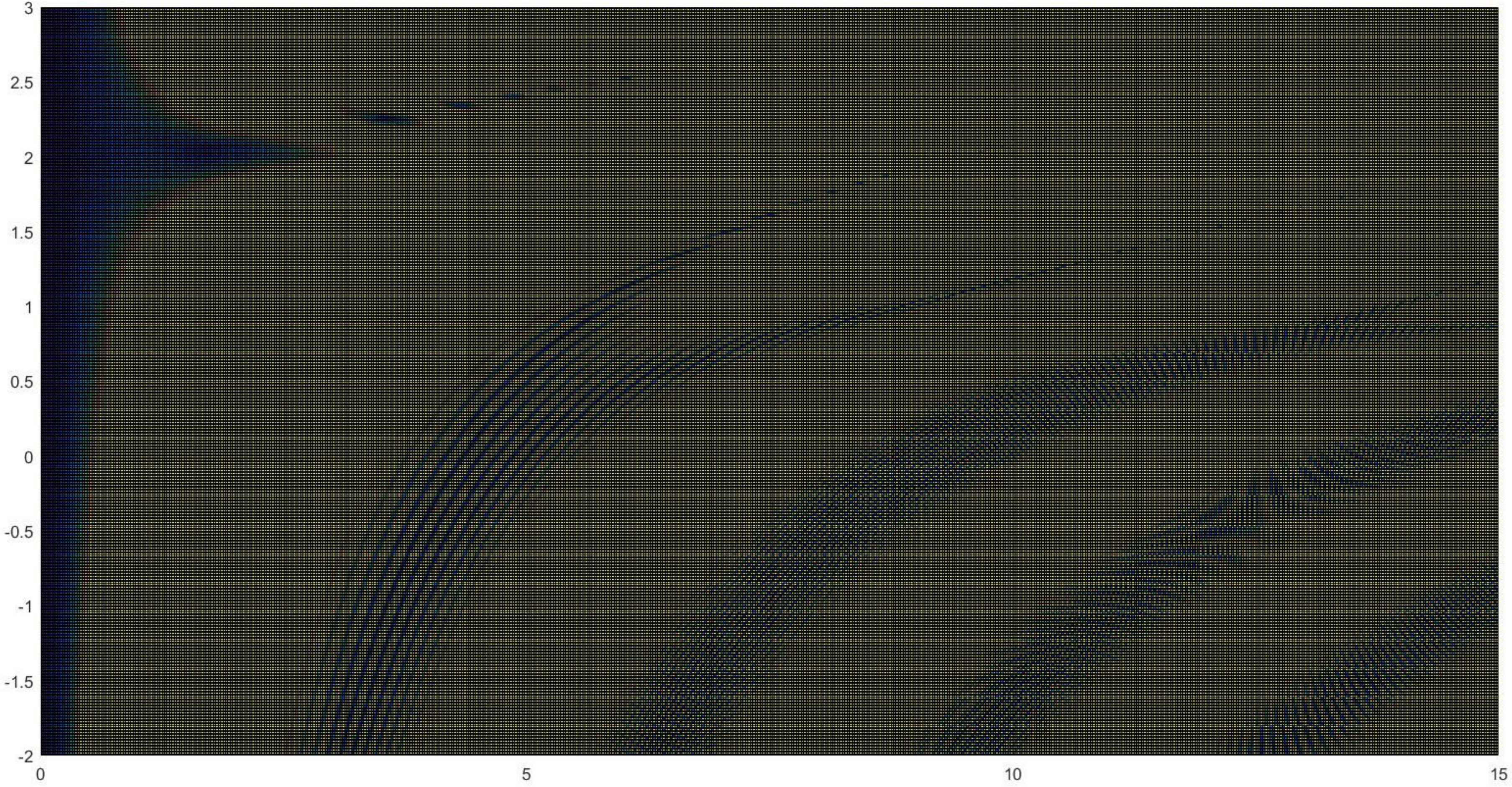
Vedlegg 2 satte jeg kx = pi og ky = pi

Vedlegg 3 som Vedlegg 1, men perm (1,2) og ky1 og ky2 = perm (2,2)


3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
0
5
10
15


3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
0
5
10
15


3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
0
5
10
15



3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-1.5
-2
0
5
10
15