Innlevering 4 UNIK4380 Fotoniske krystaller

av Furkan Kaya

Problem 5 dispersjonsrelasjonen er gitt av

$$\cos(kd) = \cos(k_1 d_1 + k_2 d_2) - \frac{(k_1 - k_2)^2}{k_1 k_2} \cdot \sin(k_1 d_1) \cdot \sin(k_2 d_2)$$

Vi har fra oppgaveteksten at

$$k_1 d_1 + k_2 d_2 \ll 1 \quad \text{og} \quad n = \frac{ck}{w}$$

Dette gir

$$(kd)^2 = (k_1 d_1 + k_2 d_2)^2 + \frac{(k_1 - k_2)^2}{k_1 k_2} \cdot k_1 d_1 k_2 d_2$$

$$k^2 d^2 = k_1^2 d_1^2 + k_2^2 d_2^2 + 2 k_1 d_1 k_2 d_2 + k_1^2 d_1 d_2 + k_2^2 d_1 d_2 - 2 k_1 d_1 k_2 d_2$$

$$k^2 (d_1 + d_2)^2 = k_1^2 d_1 (d_1 + d_2) + k_2^2 d_2 (d_1 + d_2)$$

som gir

$$k^2 (d_1 + d_2) = k_1^2 d_1 + k_2^2 d_2 \Rightarrow$$

$$n^2 = \frac{n_1^2 d_1}{d_1 + d_2} + \frac{n_2^2 d_2}{d_1 + d_2}$$

Problem 6 Vi har fra før $E_2 = M_2 E_1$ som blir generalisert til $E_p = M_p E_{p-1}$. Og vi har at $z_p = E_p'/E_p$.

Dette gir oss da:

$$\begin{bmatrix} c_2 & s_2/k_2 \\ -s_2 k_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1(d_1) \\ E_1'(d_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_2 \cdot E_1 + s_2/k_2 \cdot E_1' \\ -s_2 k_2 \cdot E_1 + c_2 \cdot E_1' \end{bmatrix}$$

Dette gir oss da

$$E_2 = c_2 \cdot E_1 + \frac{s_2}{k_2} \cdot E_1'$$
$$E_2' = -s_2 k_2 \cdot E_1 + c_2 \cdot E_1'$$

som blir til

$$z_2 = \frac{-s_2 k_2 \cdot E_1 + c_2 \cdot E_1'}{c_2 \cdot E_1 + \frac{s_2}{k_2} \cdot E_1'} = \frac{E_2'}{E_2}$$

hvor da $z_{p-1} = \frac{E_1'}{E_1}$ som en naturlig følge.

Vi kan prøve en utregning for E_1'/E_1 også.

$$\frac{s_2}{k_2} E_1' - c_2 \cdot E_1' = c_2 E_1 + s_2 k_2 \cdot E_1$$

$$E_1' \left(\frac{s_2}{k_2} - c_2\right) = (c_2 + s_2 k_2) \cdot E_1$$

$$\frac{E_1'}{E_1} = \frac{c_2 + s_2 k_2}{\frac{s_2}{k_2} - c_2} = z_1$$

Vi kan også gjøre det slik

$$E_1' = (C_2 + S_2 k_2) E_1 \Big/ \left(\frac{S_2}{k_2} - C_2 \right)$$

som vi setter inn i z_2

$$-S_2 k_2 \cdot E_1 + C_2 \cdot \frac{(C_2 + S_2 k_2) E_1}{\left(\frac{S_2}{k_2} - C_2 \right)} = z_p$$

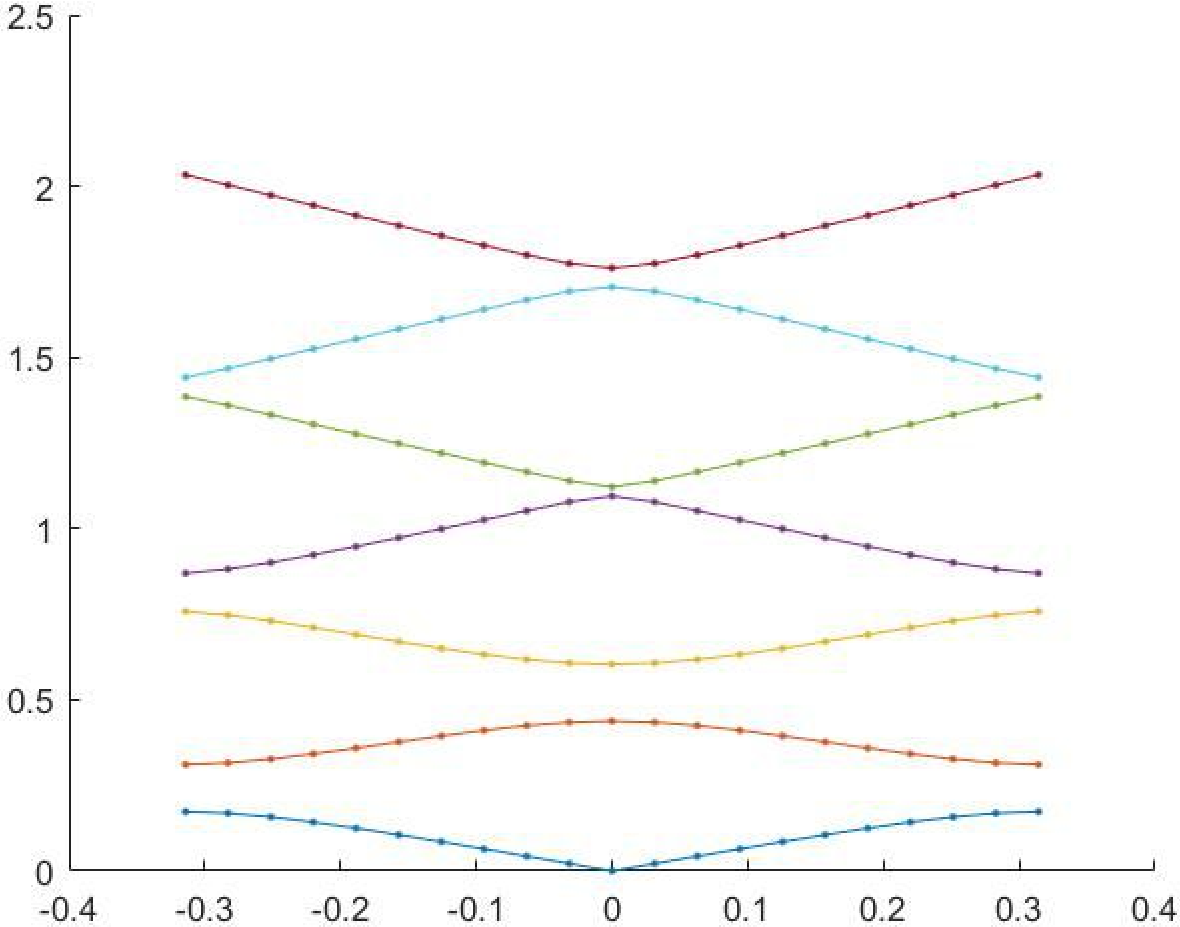
$$\frac{}{C_2 \cdot E_1 + \frac{S_2}{k_2} \cdot \frac{(C_2 + S_2 k_2) \cdot E_1}{\frac{S_2}{k_2} - C_2}} = z_p$$

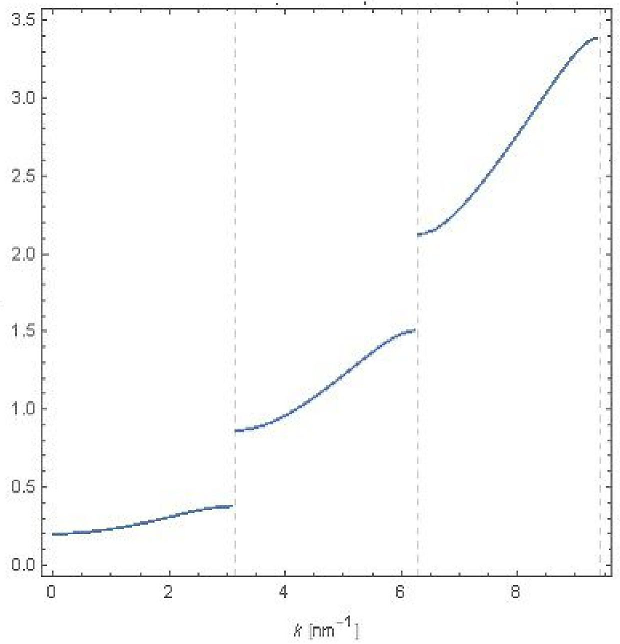
Her setter vi da $E_1 = z_{p-1}$ og får

$$\frac{\left(-S_2 k_2 + \frac{C_2^2 + C_2 S_2 k_2}{\frac{S_2}{k_2} - C_2} \right) z_{p-1}}{\left(C_2 + \frac{\frac{S_2 C_2}{k_2} + S_2^2 k_2}{\frac{S_2}{k_2} - C_2} \right) \cdot z_{p-1}} = z_p$$

Problem 7. Dette er en MATLAB oppgave.
Jeg legger ved plottet som vedlegg 1.

Så kommer del 2 av oppgaven som jeg også plotter og legger ved som vedlegg 2. Dette gjorde jeg på Matematicha fremfor MATLAB fordi jeg fant en kode som gjorde enhelt for meg.


2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.4
-0.3
-0.2
-0.1
0
0.1
0.2
0.3
0.4


3.5
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
0
2
4
6
8
k [nm⁻¹]