

Содержание

1. Введение	2
2. Алгоритм решения	3
3. Программа	4
4. Список используемой литературы	6

1. Введение

Для решения системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса была использована среда разработки Visual Studio 2022. Для оформления и написания отчёта использовался онлайн-компилятор LaTeX Overleaf

2. Алгоритм решения

На первом этапе осуществляется так называемый прямой ход, когда путём элементарных преобразований над строками систему приводят к ступенчатой или треугольной форме, либо устанавливают, что система несовместна. А именно, среди элементов первого столбца матрицы выбирают ненулевой, перемещают его на крайнее верхнее положение перестановкой строк и вычитают получившуюся после перестановки первую строку из остальных строк, домножив её на величину, равную отношению первого элемента каждой из этих строк к первому элементу первой строки, обнуляя тем самым столбец под ним. После того, как указанные преобразования были совершены, первую строку и первый столбец мысленно вычёркивают и продолжают пока не останется матрица нулевого размера. Если на какой-то из итераций среди элементов первого столбца не нашёлся ненулевой, то переходят к следующему столбцу и продолжают аналогичную операцию.

На втором этапе осуществляется так называемый обратный ход, суть которого заключается в том, чтобы выразить все получившиеся базисные переменные через небазисные и построить фундаментальную систему решений, либо, если все переменные являются базисными, то выразить в численном виде единственное решение системы линейных уравнений. Эта процедура начинается с последнего уравнения, из которого выражают соответствующую базисную переменную (а она там всего одна) и подставляют в предыдущие уравнения, и так далее, поднимаясь по «ступенькам» вверх. Каждой строчке соответствует ровно одна базисная переменная, поэтому на каждом шаге, кроме последнего (самого верхнего), ситуация в точности повторяет случай последней строки.

В простейшем случае алгоритм выглядит так:

$$\begin{cases} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1n} \cdot x_n & = b_1 & (1) \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \dots + a_{2n} \cdot x_n & = b_2 & (2) \\ \dots & & \\ a_{m1} \cdot x_1 + a_{m2} \cdot x_2 + \dots + a_{mn} \cdot x_n & = b_m & (m) \end{cases}$$

Прямой ход:

$$\begin{aligned} (2) &\rightarrow (2) - (1) \cdot \left(\frac{a_{21}}{a_{11}}\right) & : & \quad a'_{22} \cdot x_2 + a'_{23} \cdot x_3 + \dots + a'_{2n} \cdot x_n = b'_2 \\ (3) &\rightarrow (3) - (1) \cdot \left(\frac{a_{31}}{a_{11}}\right) & : & \quad a'_{32} \cdot x_2 + a'_{33} \cdot x_3 + \dots + a'_{3n} \cdot x_n = b'_3 \\ &\dots & & \\ (m) &\rightarrow (m) - (1) \cdot \left(\frac{a_{m1}}{a_{11}}\right) & : & \quad a'_{m2} \cdot x_2 + a'_{m3} \cdot x_3 + \dots + a'_{mn} \cdot x_n = b'_m \\ (3) &\rightarrow (3) - (2) \cdot \left(\frac{a'_{32}}{a'_{22}}\right) & : & \quad a''_{33} \cdot x_3 + \dots + a''_{3n} \cdot x_n = b''_3 \\ &\dots & & \\ (m) &\rightarrow (m) - (m-1) \cdot \left(\frac{a^{(m-2)}_{m, m-1}}{a^{(m-2)}_{m-1, m-1}}\right) & : & \quad a^{(m-1)}_{mm} \cdot x_m + \dots + a^{(m-1)}_{mn} \cdot x_n = b^{(m-1)}_m \end{aligned}$$

3. Программа

```
#include <iostream>
#include <vector>

using namespace std;

int main()
{
    setlocale(0, "Rus");
    vector<vector<double>>> a;
    int n;

    cout << "Введите количество уравнений: ";
    cin >> n;

    a.resize(n, vector<double>(n + 1));

    for (int i = 0; i < n; i++) {
        cout << "Введите коэффициенты уравнения " << i + 1 << ": ";
        for (int j = 0; j < n + 1; j++) {
            cin >> a[i][j];
        }
    }

    for (int i = 0; i < n; i++) {
        double pivot = a[i][i];

        // Если главный элемент равен нулю, меняем строки местами, чтобы избежать деления на ноль
        if (pivot == 0) {
            for (int k = i + 1; k < n; k++) {
                if (a[k][i] != 0) {
                    for (int j = i; j < n + 1; j++) {
                        swap(a[i][j], a[k][j]);
                    }
                    pivot = a[i][i];
                    break;
                }
            }
        }

        // Если все остальные элементы в этом столбце равны нулю, переходим к следующему столбцу
        if (pivot == 0) {
            continue;
        }

        // Нормализуем главную строку
        for (int j = i; j < n + 1; j++) {
            a[i][j] /= pivot;
        }

        // Вычитаем кратные главной строке из всех остальных строк
        for (int k = 0; k < n; k++) {
            if (k == i) {
                continue;
            }
            double factor = a[k][i];
            for (int j = i; j < n + 1; j++) {
```

```

        a[k][j] -= factor * a[i][j];
    }
}

cout << "Решение системы:_" << endl;
for (int i = 0; i < n; i++) {
    cout << "x" << i << "==" << a[i][n] << endl;
}

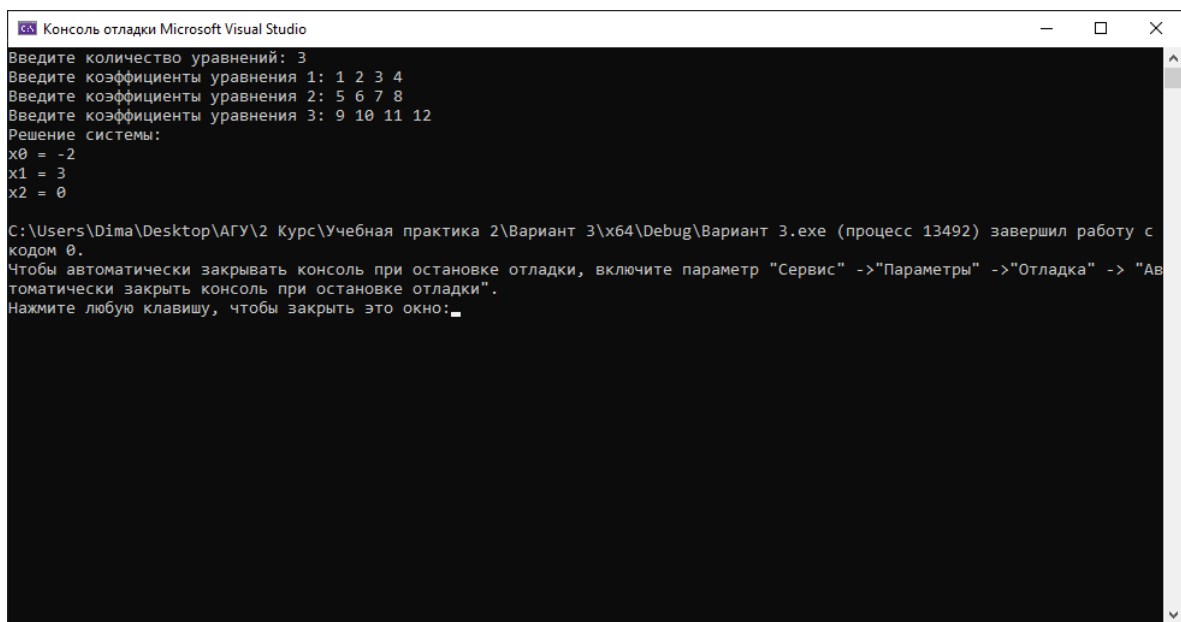
return 0;
}

```

Пользователь вводит количество уравнений и коэффициенты каждого уравнения, после чего программа решает систему методом Гаусса. В случае, если главный элемент матрицы равен нулю, программа меняет строки местами, чтобы избежать деления на ноль. После этого происходит нормализация главной строки и вычитание кратных ей строк из всех остальных для получения ступенчатой матрицы.

В конце программы выводится решение системы уравнений.

Использование векторов позволяет легко изменить размер матрицы и удобно хранить коэффициенты.



```

Консоль отладки Microsoft Visual Studio
Введите количество уравнений: 3
Введите коэффициенты уравнения 1: 1 2 3 4
Введите коэффициенты уравнения 2: 5 6 7 8
Введите коэффициенты уравнения 3: 9 10 11 12
Решение системы:
x0 = -2
x1 = 3
x2 = 0

C:\Users\Dima\Desktop\АГУ\2 Курс\Учебная практика 2\Вариант 3\х64\Debug\Вариант 3.exe (процесс 13492) завершил работу с кодом 0.
Чтобы автоматически закрывать консоль при остановке отладки, включите параметр "Сервис" ->"Параметры" ->"Отладка" -> "Автоматически закрыть консоль при остановке отладки".
Нажмите любую клавишу, чтобы закрыть это окно:

```

Рис. 1. Результат выполнения программы

4. Список используемой литературы

- 1) "Язык программирования C++. Базовый курс"Бьерн Страуструп - Издательство: «Питер», 2006, 1104с.
- 2) "C++ Primer"Stanley Lippman, Josée Lajoie, Barbara E. Moo - 5-е издание, Издательство: «Альфа-книга», 2013 год, 976 страниц.