

# Instituto Federal do Sul de Minas Gerais

## Projeto e Análise de Algoritmos

### (Grafos)

#### Aula 05 – Propriedades da DFS e da BFS

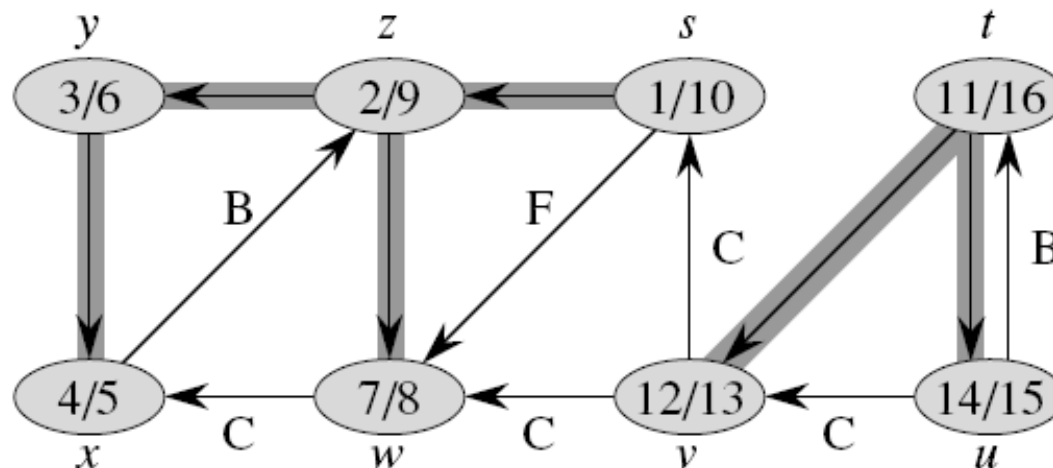
Material - Prof. Humberto César Brandão de Oliveira

Prof. Douglas Castilho



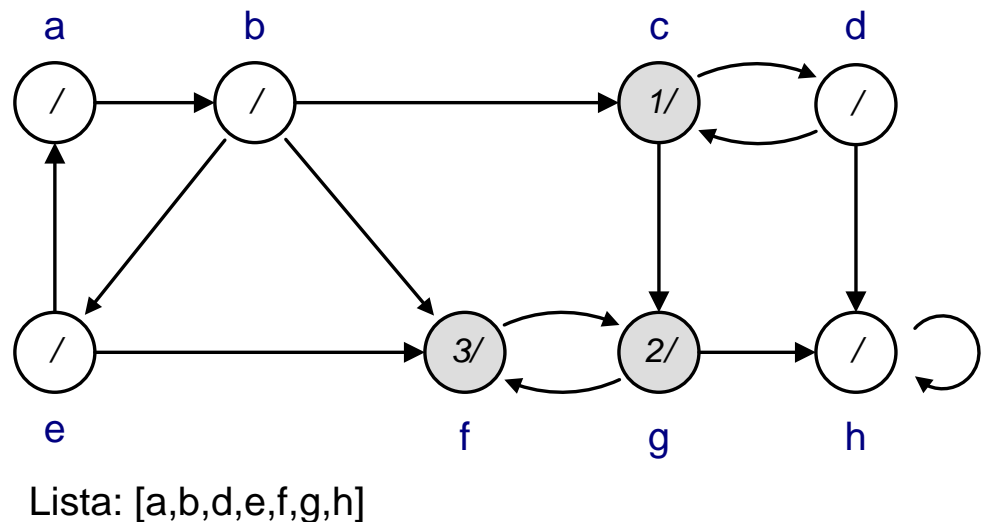
# Propriedades da Busca em Profundidade (DFS)

- A DFS fornece algumas **informações sobre a estrutura** do grafo analisado;
- Antes de dar início no conteúdo da aula de hoje, vamos definir a **Floresta primeiro na profundidade**;



# Propriedades da Busca em Profundidade (DFS)

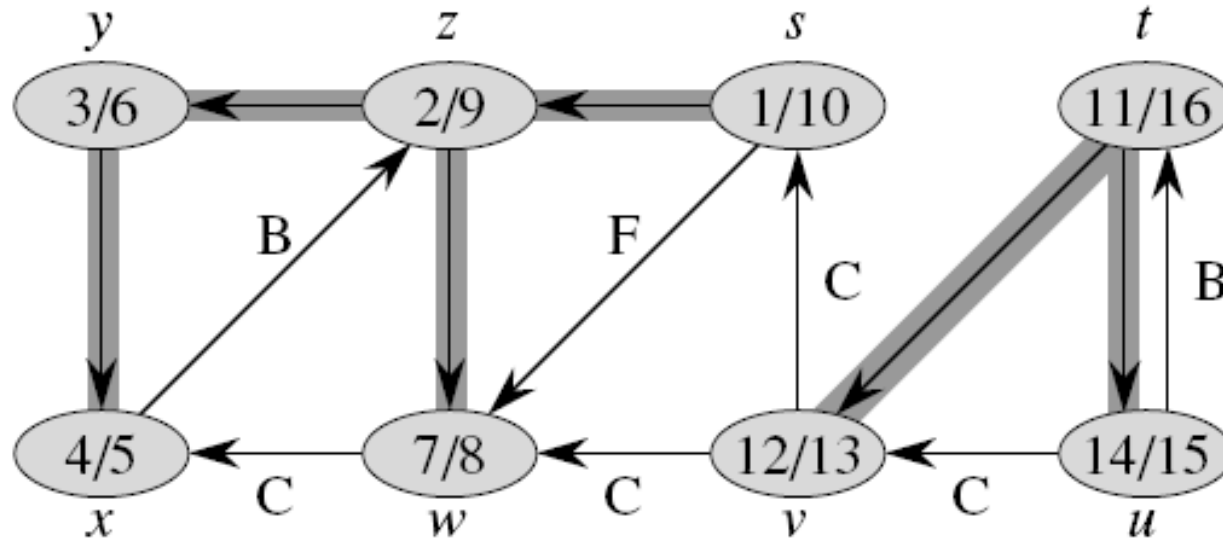
- O vértice  $v$  é descendente de  $u$  na Floresta Primeiro na Profundidade, se e somente se  $v$  é descoberto enquanto  $u$  é cinza;
  - $g$  é descendente de  $c$ ;
  - $f$  é descendente de  $c$ ;
  - $f$  é descendente de  $g$ ;



# Propriedades da Busca em Profundidade (DFS)

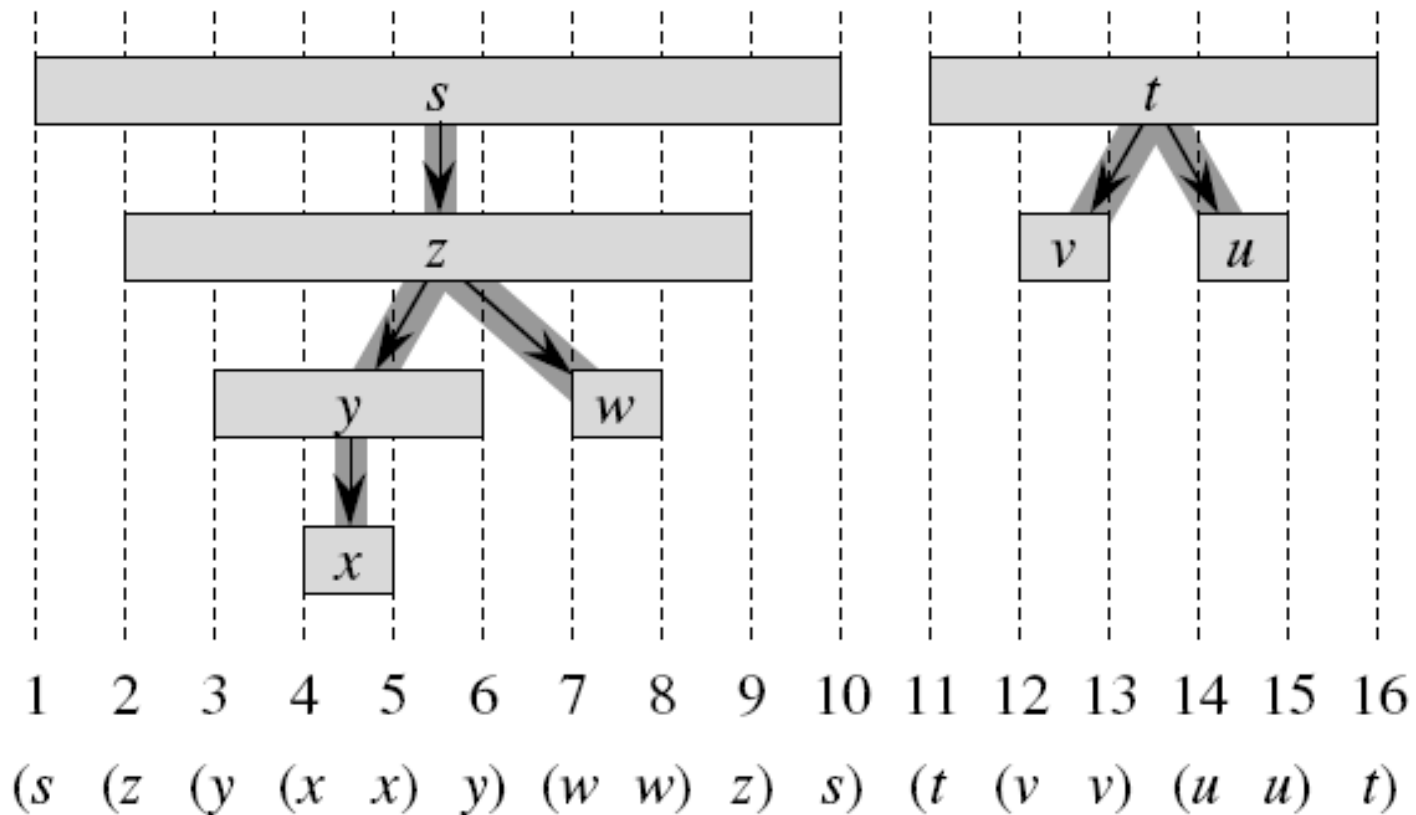
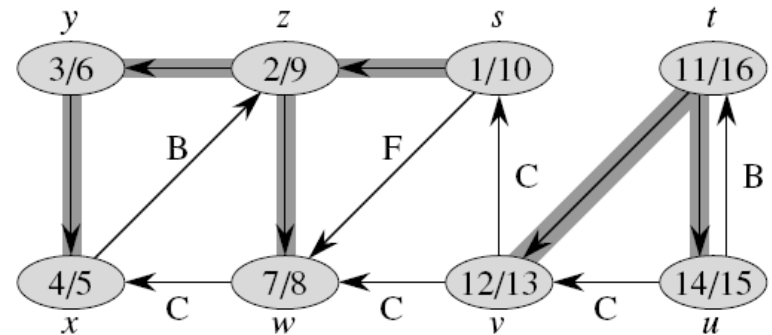
- Na busca em profundidade, o tempo de descoberta e o tempo de término de cada vértice do grafo possui estrutura de parênteses;

(s (z (y (x x) y) (w w) z) s) (t (v v) (u u) t)



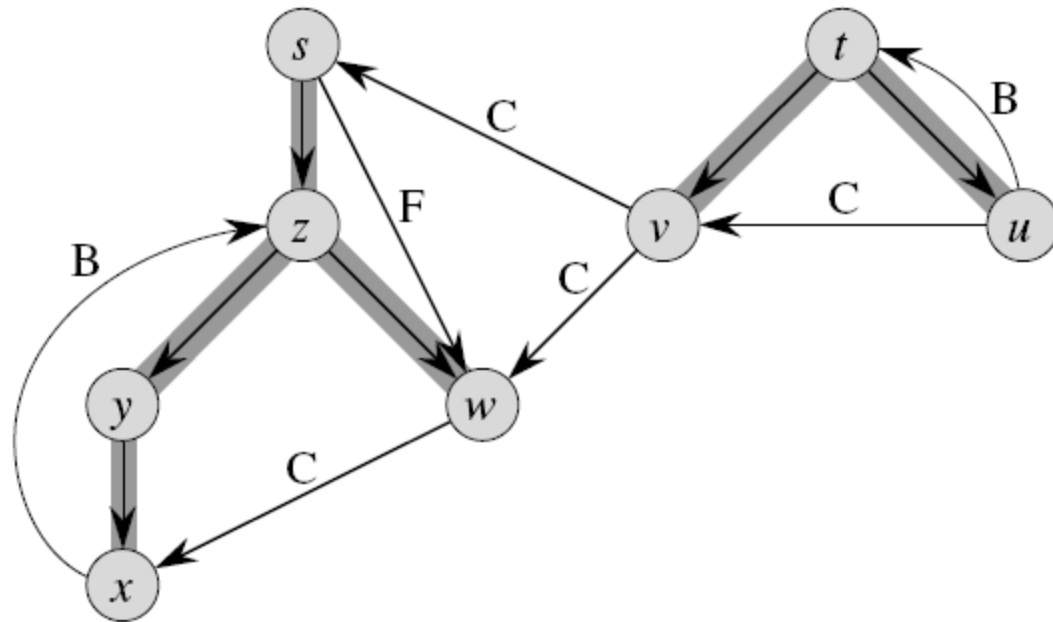
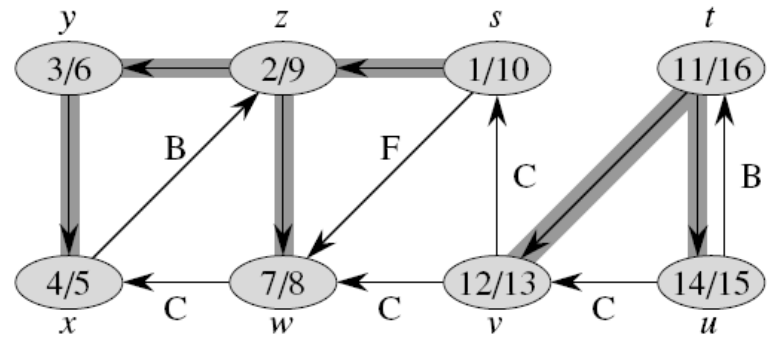
# Propriedades da Busca em Profundidade (DFS)

- Estrutura de parênteses:



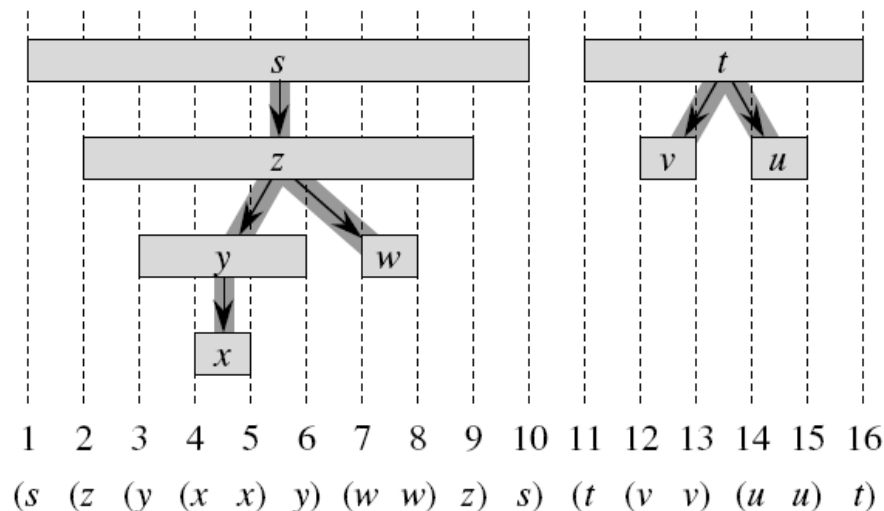
# Propriedades da Busca em Profundidade (DFS)

- Estrutura de parênteses:



# Propriedades da Busca em Profundidade (DFS)

## Teorema dos Parênteses:

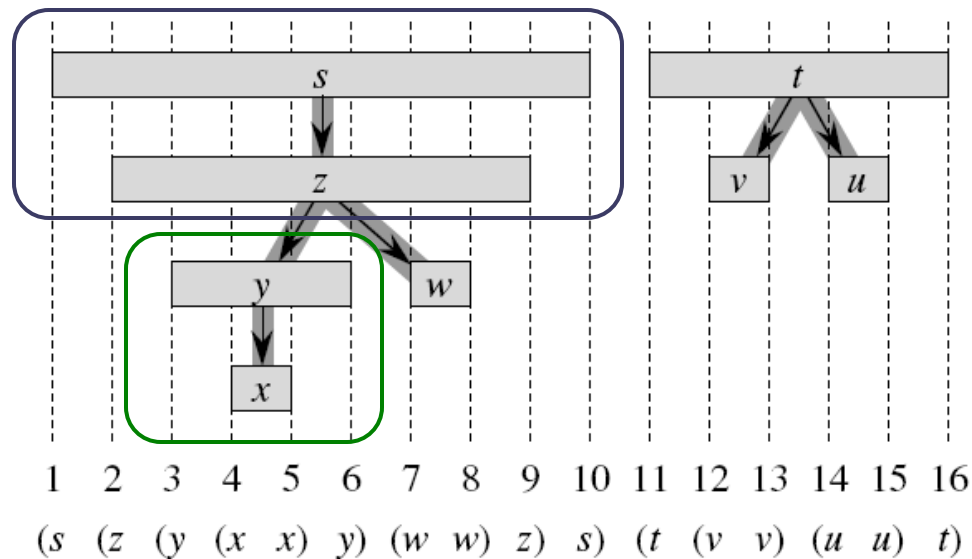


- Para um par de vértices  $u, v$  qualquer do grafo  $G$ , apenas uma das três condições é verdadeira:
  - $d[u], f[u]$  e  $d[v], f[v]$  são intervalos totalmente disjuntos e **nem  $u$  e nem  $v$  é descendente um do outro** na floresta primeiro na profundidade;
  - $d[u], f[u]$  está contido inteiramente em  $d[v], f[v]$  e  $u$  é descendente de  $v$  em uma árvore primeiro na profundidade;
  - $d[v], f[v]$  está contido inteiramente em  $d[u], f[u]$  e  $v$  é descendente de  $u$  em uma árvore primeiro na profundidade;

# Propriedades da Busca em Profundidade (DFS)

- Aninhamento de intervalos descendentes:
  - O vértice  $v$  é descendente próprio do vértice  $u$  na Floresta Primeiro em Profundidade correspondente a um grafo  $G$  se e somente se

$$d[u] < d[v] < f[v] < f[u]$$





# Classificação de Arestas na DFS

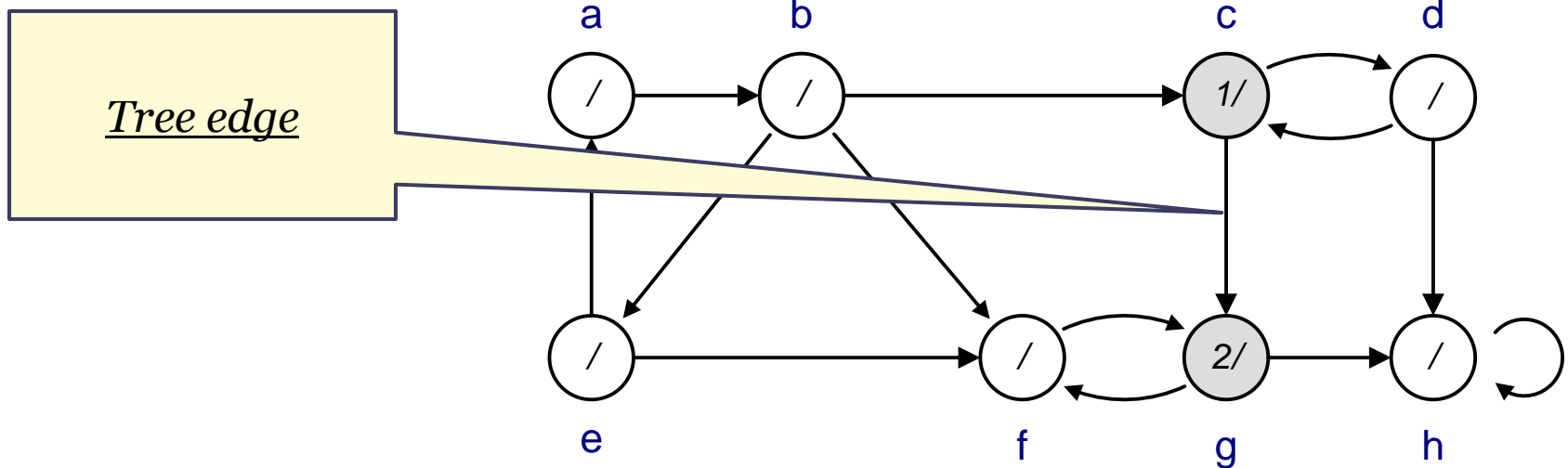
A series of horizontal lines in teal and light blue colors, with varying lengths and offsets, creating a modern, layered effect across the middle of the slide.

# Busca em Profundidade

## Classificação de Arestas

1. Aresta de árvore: a aresta  $(u,v)$  é uma aresta de árvore se  $v$  foi descoberto durante a exploração da aresta  $(u,v)$ ;

Ou seja,  $v$  é branco...

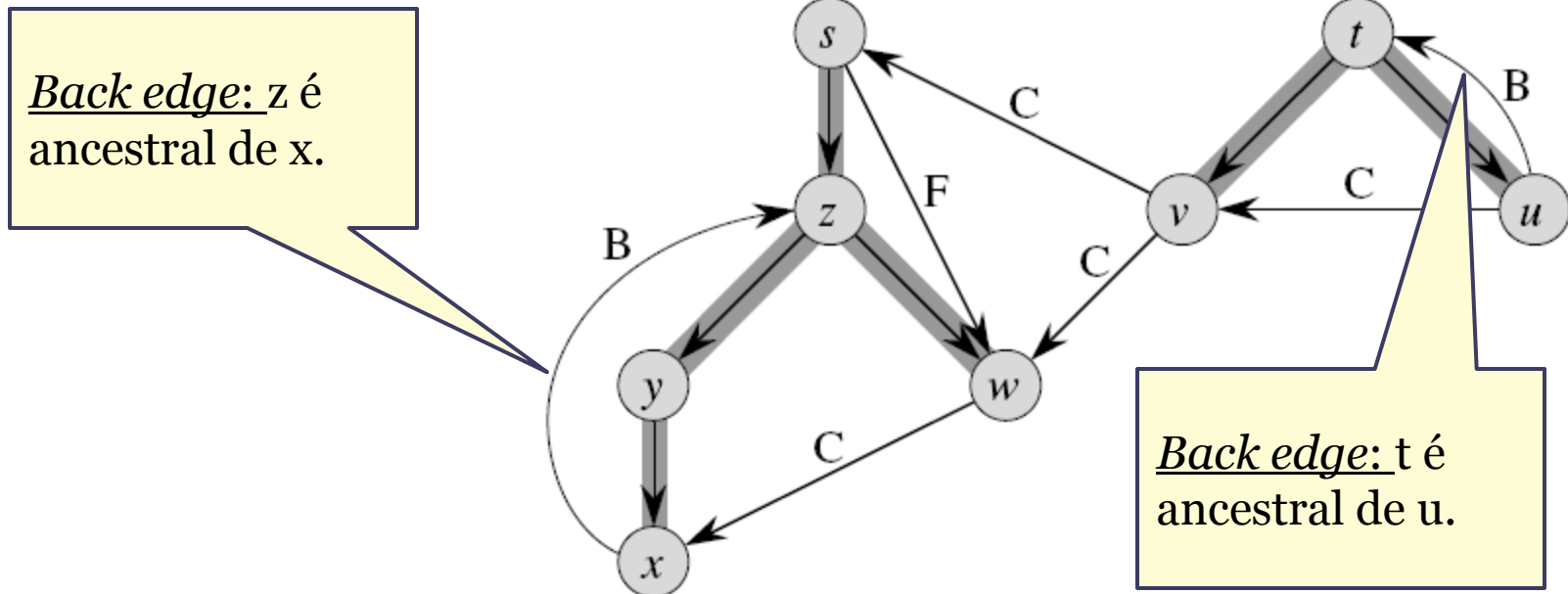


Lista: [a,b,d,e,f,g,h]

# Busca em Profundidade

## Classificação de Arestas

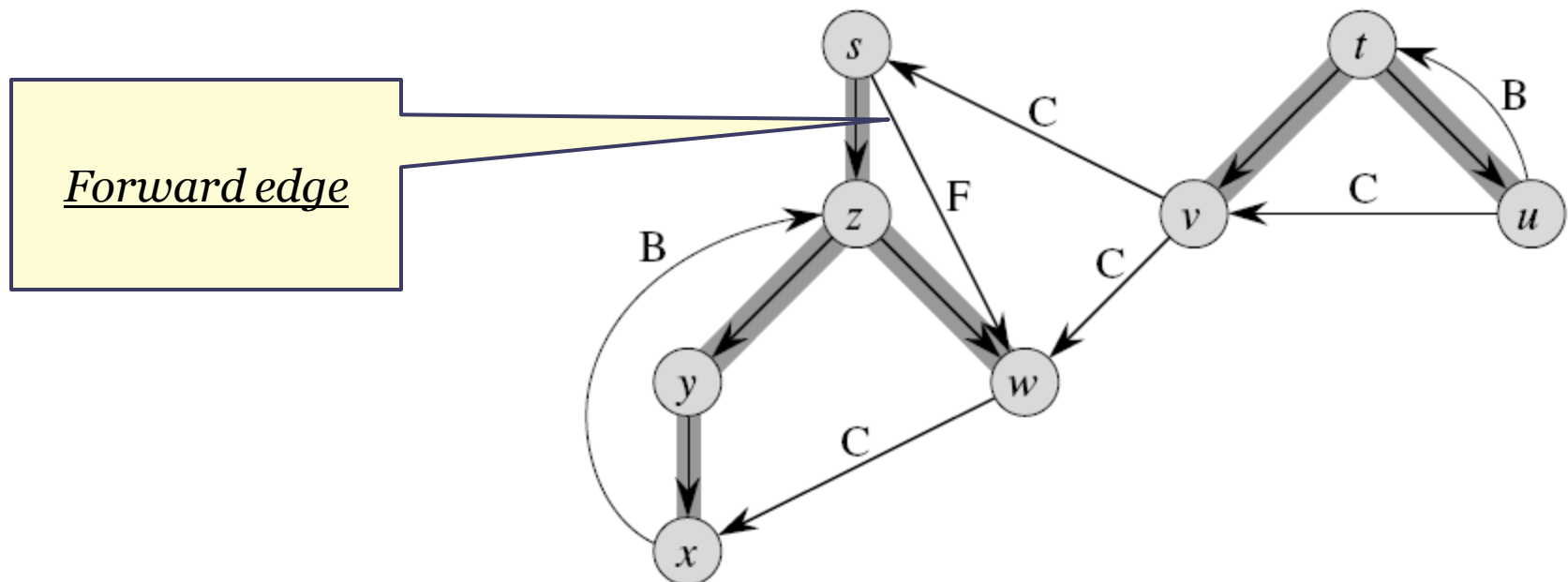
1. Aresta de retorno: é uma aresta  $(u,v)$  que conecta um vértice  $u$  a um ancestral  $v$  em uma Árvore Primeiro na Profundidade; Arestas ciclo são consideradas arestas de retorno;



# Busca em Profundidade

## Classificação de Arestas

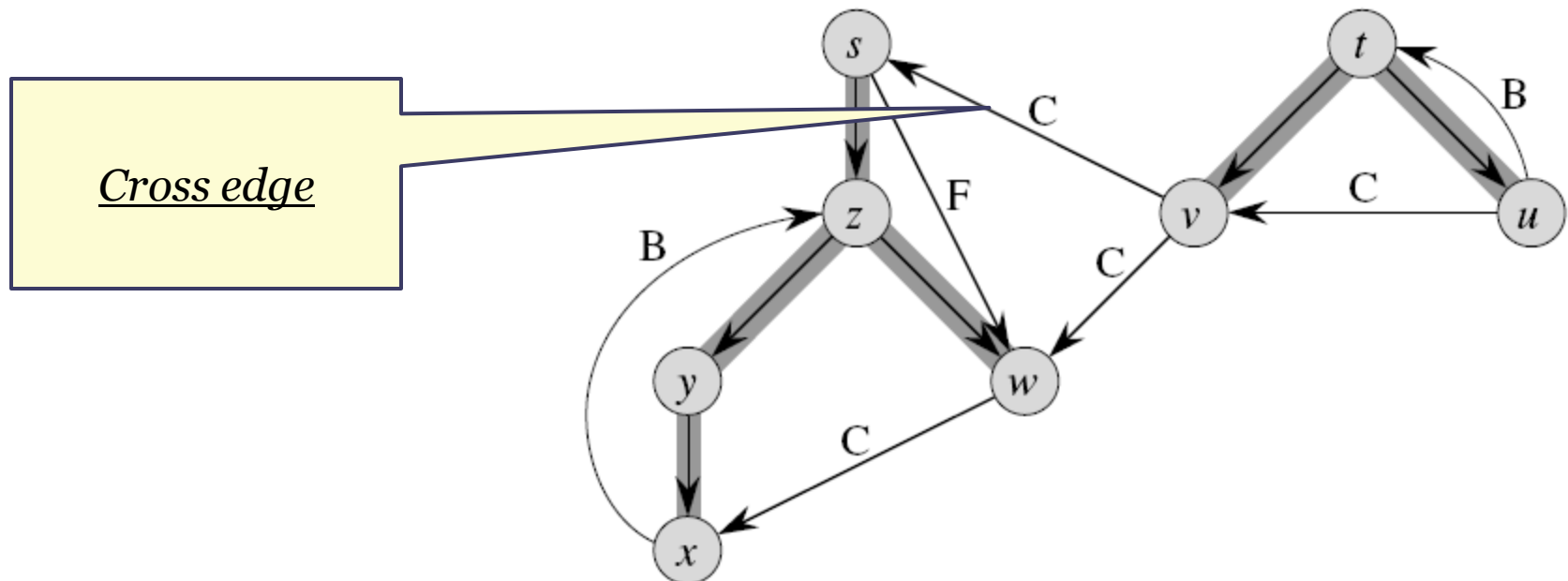
1. Arestas de avanço ou arestas diretas: são as arestas  $(u,v)$  que não pertencem à árvore de busca em profundidade, mas conectam um vértice  $u$  a um descendente  $v$  que pertence à árvore de busca em profundidade;



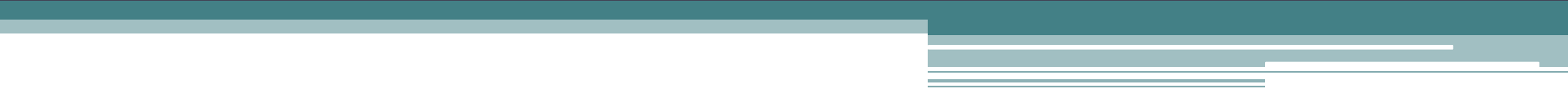
# Busca em Profundidade

## Classificação de Arestas

1. Arestas de cruzamento: são todas as outras arestas, que podem conectar vértices na mesma árvore de busca em profundidade ou em duas árvores de busca em profundidade distintas;



# Propriedades da Busca em Largura (BFS)

A series of horizontal lines in teal and light blue colors, with varying lengths and offsets, creating a modern, layered effect across the middle of the slide.

# Propriedades da Busca em Largura (BFS)

- Relembrando...
  - A BFS cria algumas estruturas auxiliares durante a busca...
    - $d[u]$  → distância do vértice  $u$  até a raiz  $s$ ;
    - $\pi[u]$  → predecessor do vértice  $u$ ;

# Propriedades da Busca em Largura (BFS)

## Árvore Primeiro na Extensão

- **BFS** constrói uma **Árvore** Primeiro na Extensão;
- BFS não constrói uma floresta, como a DFS;
- A **Árvore Primeiro na Extensão** não precisa ser construída ao longo da busca **BFS**. Ela pode ser recuperada com as estruturas auxiliares da BFS;
- Como visto na última aula...



# Propriedades da Busca em Largura (BFS)

## Árvore Primeiro na Extensão

*Seja  $G = (V, A)$*

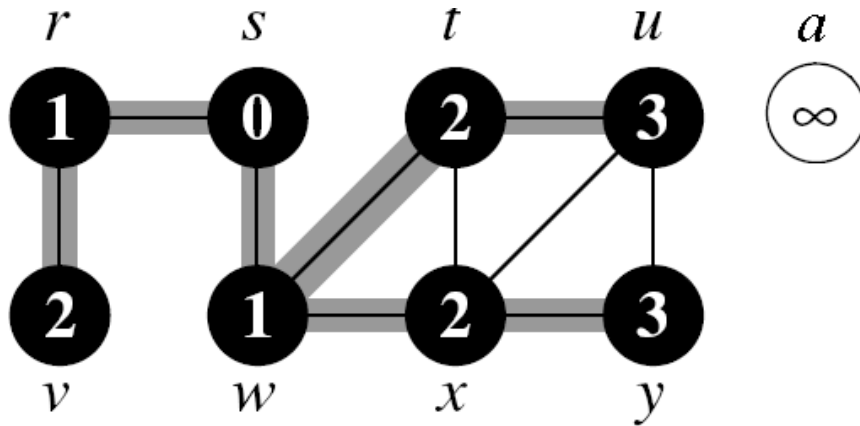
*$APE = G_{\pi} = (V_{\pi}, A_{\pi}), onde$*

$$V_{\pi} = \{v \in V : \pi[v] \neq NULL\} \cup \{s\}$$

$$A_{\pi} = \{(\pi[v], v) : v \in V_{\pi} - \{s\}\}$$

# Propriedades da Busca em Largura (BFS)

## Árvore Primeiro na Extensão



$$\pi[s] = NULL;$$

$$\pi[r] = s;$$

$$\pi[w] = s;$$

$$\pi[v] = r;$$

$$\pi[t] = w;$$

$$\pi[x] = w;$$

$$\pi[u] = t;$$

$$\pi[y] = x;$$

$$\pi[a] = NULL;$$

Seja  $G = (V, A)$

$APE = G_\pi = (V_\pi, A_\pi)$ , onde

$$V_\pi = \{v \in V : \pi[v] \neq NULL\} \cup \{s\}$$

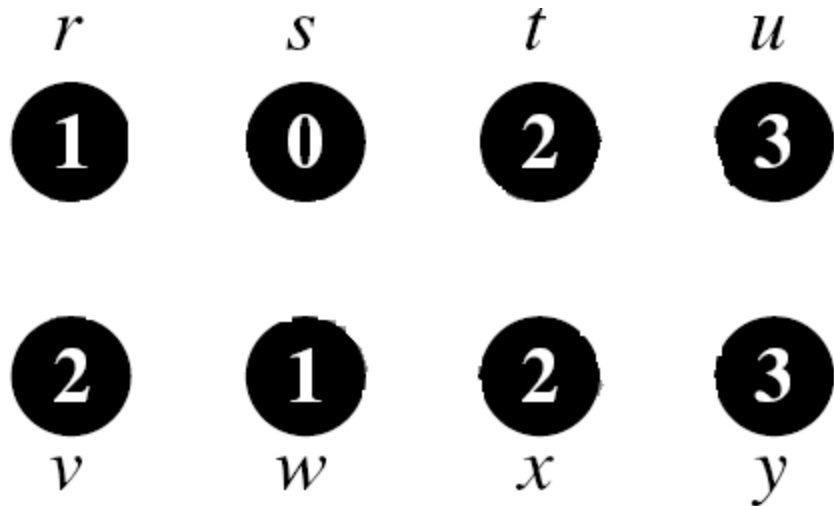
$$A_\pi = \{(\pi[v], v) : v \in V_\pi - \{s\}\}$$

# Propriedades da Busca em Largura (BFS)

## Árvore Primeiro na Extensão

$$V_{\pi} = \{v \in V : \pi[v] \neq \text{NULL}\} \cup \{s\}$$

$$V_{\pi} = \{r, t, u, v, w, x, y\} \cup \{s\}$$



$$\pi[s] = \text{NULL};$$

$$\pi[r] = s;$$

$$\pi[w] = s;$$

$$\pi[v] = r;$$

$$\pi[t] = w;$$

$$\pi[x] = w;$$

$$\pi[u] = t;$$

$$\pi[y] = x;$$

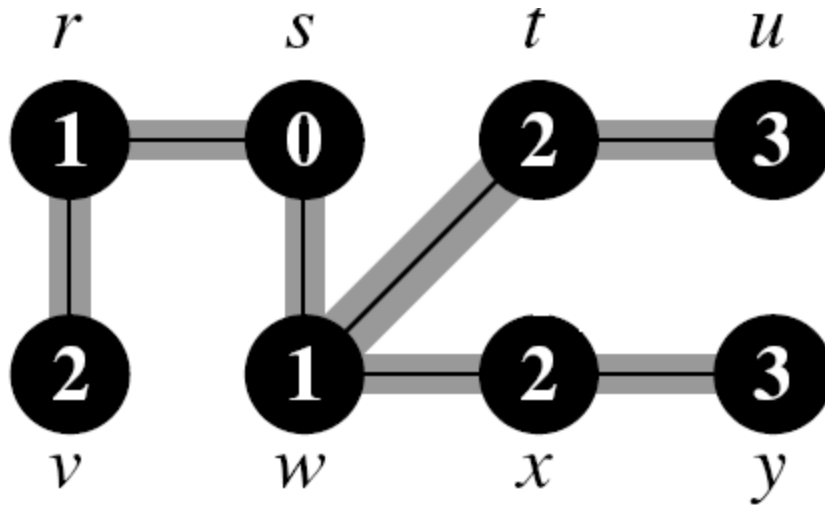
$$\pi[a] = \text{NULL};$$

# Propriedades da Busca em Largura (BFS)

## Árvore Primeiro na Extensão

$$V_{\pi} = \{r, t, u, v, w, x, y\} \cup \{s\}$$

$$A_{\pi} = \{(\pi[v], v) : v \in V_{\pi} - \{s\}\}$$



$$\pi[s] = NULL;$$

$$\pi[r] = s;$$

$$\pi[w] = s;$$

$$\pi[v] = r;$$

$$\pi[t] = w;$$

$$\pi[x] = w;$$

$$\pi[u] = t;$$

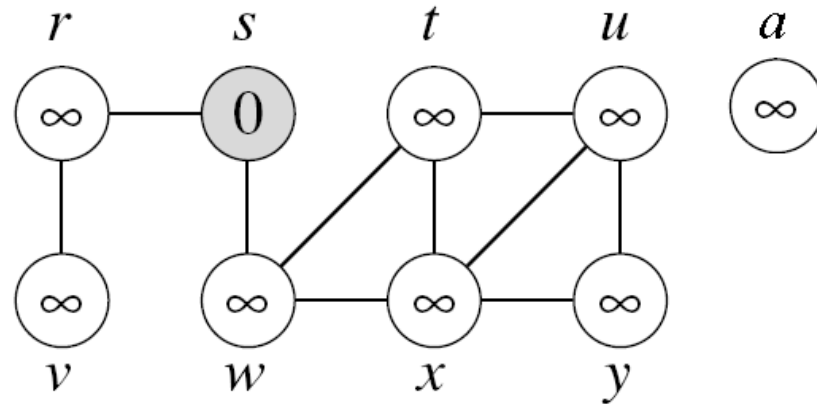
$$\pi[y] = x;$$

$$\pi[a] = NULL;$$

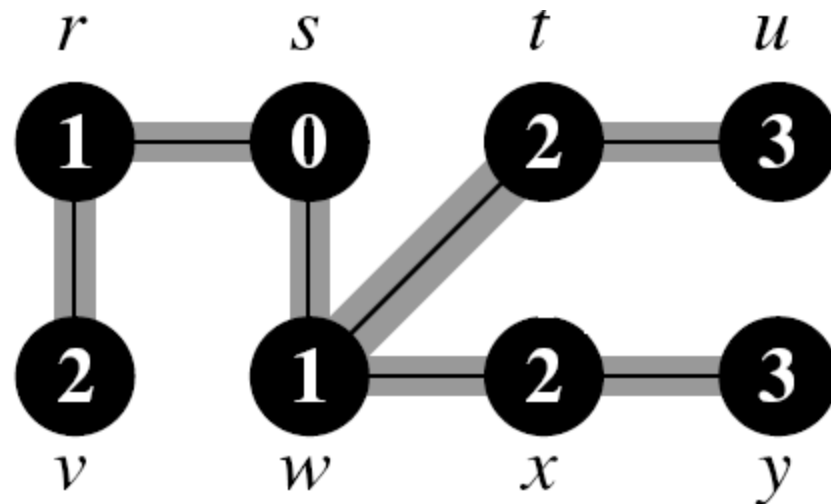
# Propriedades da Busca em Largura (BFS)

## Árvore Primeiro na Extensão

$$G = (V, A)$$



$$G_{\pi} = (V_{\pi}, A_{\pi})$$



# Bibliografia

- CORMEN, T. H.; LEISERSON, C. E.; RIVEST, R. L.; (2002). Algoritmos – Teoria e Prática. Tradução da 2ª edição americana. Rio de Janeiro. Editora Campus.
- ZIVIANI, N. (2007). Projeto e Algoritmos com implementações em Java e C++. São Paulo. Editora Thomson;

