

12月27日实验课实验题

上交截止日期:2023年12月27日23:00

第一题5分、第二题4分，总分9分

◆ 实验1

回顾课上的电力供应问题.

原题如下:

某车间有200台车床互相独立的工作, 由于经常需要检修、测量、调换刀具等种种原因需要停车, 这使每台车床的开工率只有60%. 而每台车床在开动时需耗电1kW, 显然向该车间供电200kW可以保证有足够电力供这些车床使用, 但是在电力比较紧张的情况下, 给这个车间供给电力太多将造成浪费, 太少又影响生产. 如何解决这一矛盾?

在课上我们是通过二项分布建模来解决该问题的。|

◆ 实验1

根据德莫佛-拉普拉斯中心极限定理，当 n 充分大时有 $\frac{X-np}{\sqrt{npq}} \sim N(0,1)$,

这意味着，近似地有 $X \sim N(np, npq)$.

请通过数学实验解决下面的问题：

- **1分** 分两种情形观察这种近似：（1）计算二项分布的理论分布列并将其与正态分布密度函数进行比较；（2）模拟车床运行的情况，计算出频率后与正态密度函数进行比较. ($n=200, p=0.6$)
- **1分** 用正态分布计算供电功率数，与已算得的功率数比较差异. 如果车床较少（例如，只有10台车床，即 $n=10$ ），两者的差别大吗？试比较之.

◆ 实验2

Galton抽奖模型的奖品设计（课堂实验的小延伸）

所有抽奖模型都是要赚钱的，没有人想花费精力却一无所获，甚至亏本. 以Galton钉板试验为例，如何在各个格子中设计适当价值的奖品获取利润，当然是抽奖主办者所关心的事情.

首先对所给的 p ，必须了解大量投球后小球的堆积形状. 在 $p=0.5$ 时，我们课上的实验已经看到小球分布是对称的，且两端的格子落球较少. 于是可以考虑下面的一种设计方案：

给定两个参数 s 和 r ， s 在0~10元中取值， r 在0~1之间取值.

各个格子的奖品价值为 $f = [s, sr, sr^2, sr^2, sr, s]$ ，即编号为0的格子设置价值为 s 的奖品，编号为1的格子设置价值为 sr 的奖品，依此类推.

◆ 实验2

Galton抽奖模型的奖品设计（课堂实验的小延伸）

对于不同的 s 和 r ，根据服从二项分布的随机变量 $X \sim B(5, 0.5)$ 的分布列，计算数学期望 $U(s, r) = Ef(X)$ ，它是 s 和 r 的二元函数. 如果规定抽奖者在每次抽奖中需付出1元的代价，则 $1 - U(s, r)$ 就是主办者在一次抽奖中所获得的平均利润. 我们可以计算 $1 - U(s, r)$ 的等值线图. 注意主办者获利的前提是有大量人参加抽奖，所以一方面希望利润较大，另一方面也需对抽奖者具有一定吸引力，试对两者进行权衡，为该抽奖模型配置适当的奖品.

提示：可根据等值线图和最优化的思想确定奖品的设计，答案不唯一，建模和方案言之有理即可。