

## LUCRARE SCRISĂ LA ALGEBRĂ

31.01.2020

Numele.....Grupa.....

1. a) Enunțați teorema lui Lagrange referitoare la grupuri și definiți noțiunile ce intervin în enunț.

b) Determinați elementele de ordin 24 din grupul  $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_{16}$ .

c) Determinați  $\text{Hom}_{\text{Grp}}(\mathbb{Z}_{2020}, \mathbb{Q})$ .

2. Notăm  $U = \{z \in \mathbb{C}^* : \exists n \in \mathbb{N}^* \ z^n = 1\}$  și  $H = \{z \in \mathbb{C}^* : z^{2020} = 1\}$

a) Arătați că  $U$  este grup în raport cu înmulțirea uzuală a numerelor complexe.

b) Decideți dacă grupul  $U$  este sau nu ciclic.

c) Arătați că  $H$  e subgrup normal al lui  $U$ .

d) Arătați că  $\frac{U}{H} \simeq U$ .

3. a) Arătați că  $S_n = \langle (1, 2), (2, 3), \dots, (n-1, n) \rangle$

b) Fie permutarea

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ 15 & 3 & 4 & 5 & 2 & 7 & 8 & 9 & 6 & 11 & 12 & 13 & 10 & 1 & 14 \end{pmatrix} \in S_{15}.$$

Descompuneți  $\sigma$  în produs de transpoziții și în produs de cicluri disjuncte. Calculați  $\sigma^3$ ,  $\sigma^{-1}$ ,  $\varepsilon(\sigma)$ ,  $\text{ord}(\sigma)$  și  $\sigma^{2020}$ . Rezolvați în  $S_{15}$  ecuația  $x^2 = \sigma$ .