

1. Simularea lui "do P until xi = 0 end":

```
P; while (xi /= 0) do P end
```

Simularea lui "while (xi /= 0) do P end":

```
if(xi /= 0) do P until xi = 0 end end
```

-----

2. Se observa ca functia  $\max(m,n)$  este primitiv recursiva. Se observa de asemeni ca  $m > n$  faca si numai daca  $m-n \neq 0$ . Un program LOOP care calculeaza  $\gcd(m,n)$  pentru  $(m,n) \neq (0,0)$  este:

```
loop max(m,n) do
    if (m > n) m := m-n else if (n > m) n := n-m end;
end;
x0 := m;
```

Intr-adevar, in cel mai rau caz  $m \neq 1$  si  $n = 1$ . Numarul de scaderi necesare ca  $m$  sa devina si el 1 este  $m-1 < m = \max(m,n)$ . Cand  $m$  si  $n$  au devenit egale, ele nu se mai modifica in loop, dar ciclul nu poate fi oprit din cauza semanticii comenzii loop, care se repeta un numar de ori egal cu  $\max(m,n)$  - valoarea initiala. Nu se poate da "break" in loop.

-----

3. Se observa ca multimea  $H_0$  este recursiv enumerabila. Intr-adevar, ordonam multimea  $\{0,1\}^*$  lexicografic  $w_1, w_2, w_3, \dots$

Actiunea 1: Se simuleaza pasul 1 al masinii  $Mw_1$ .

Actiunea 2: Se simuleaza pasul 2 al masinii  $Mw_1$ .  
Se simuleaza pasul 1 al masinii  $Mw_2$ .

.....

Actiunea n: Se simuleaza pasul n al masinii  $Mw_1$ .  
Se simuleaza pasul n-1 al masinii  $Mw_2$ .  
...  
Se simuleaza pasul 1 al masinii  $Mw_n$ .

.....

De fiecare data cand o masina  $Mw$  ajunge intr-o stare finala, cuvantul  $w$  se pune pe lista. Acest algoritm enumera multimea  $H_0$  recursiv.

Dar cum multimile recursiv enumerabile sunt exact cele generate de gramatici, exista o gramatica  $G$  cu alfabet terminal  $\{0,1\}$  care genereaza  $H_0$ .

-----

4. Grafurile se deseneaza si se observa ca  $n_1 = 2$  si ca  $n_2 = 3$ .

-----

5. Formula propozitionala (booleana)  $F(x_1, \dots, x_n)$  este o tautologie daca si numai daca:

$\neg F(x_1, \dots, x_n)$  este nesatisfiabila.

In timp polinomial formula  $\neg F(x_1, \dots, x_n)$  se transforma intr-o instanta a problemei 3COLORING, iar oracolul o rezolva.

-----

6. Aratam ca

$$\forall x \forall y \exists z \forall v (\neg x \vee \neg y \vee z) \wedge (\neg z \vee x) \wedge (\neg z \vee y) \wedge (\neg z \vee v)$$

este FALSA, deci nu este in TQBF.

Presupunem ca ar fi adevarata. Deci pentru alegerea  $x = y = 1$  obtinem propozitia:

$$\exists z \forall v z \wedge 1 \wedge 1 \wedge (\neg z \vee v), \text{ adica}$$

$$\exists z \forall v z \wedge (\neg z \vee v)$$

Pentru  $z = 0$ , formula este falsa pentru orice  $v$ . Pentru  $z = 1$  si  $v = 0$ , formula este falsa din nou. Contradictie.