Algoritmi Fundamentali

Ruxandra Marinescu – Marius Dumitran marius.dumitran@unibuc.ro

Programa



Programa pe primele 8-10 cursuri (Grafuri)

- Parcurgeri
- Secvenţe de grade
- Conectivitate
- Arbori, arbori parţiali de cost minim
- Drumuri minime
- Fluxuri în reţele de transport
- Cuplaje
- Grafuri planare

Obiective specifice

- principalelor noțiuni și rezultate + utilitatea acestora
- modelarea problemelor cu ajutorul grafurilor + elaborarea de algoritmi de grafuri pentru rezolvarea acestora
- justificare a corectitudinii algoritmilor propuși + estimarea eficienței acestora
- implementarea eficientă a algoritmilor

Motivații

- domeniu fundamental
- numeroase aplicații în diverse domenii
 procesarea imaginilor, bioinformatică, rețele, baze de
 date, proiectare, strategii
- instrumente pentru a dezvolta algoritmi eficienți
- cursuri viitoare
- interviuri

Structura

- Curs
 - 2 ore pe săptămâna
 - finalizat cu examen scris

Laborator

- 2 ore la două săptămâni
- limbaj C/C++/python

Seminar

- 2 ore la două săptămâni
- discuţii probleme curs/laborator, complexităţi + exerciţii

Evaluare



Evaluare

Test de laborator - 50% nota finală

Nota test laborator >= 5

Examen oral - 30% nota finală

posibil în ultima săptămână din semestru, nu în sesiune

Teme seminar - 20% nota finala

Kahoot - Bonus 10% pentru top ?

Bibliografie



BIBLIOGRAFIE - curs

- Douglas B. West, Introduction to Graph Theory, Prentice Hall 1996, 2001
- J.A. Bondy, U.S.R Murty Graph theory with applications, The Macmillan Press 1976 / Springer 2008
- Dragoș-Radu Popescu, Combinatorică şi teoria grafurilor, Editura Societatea de Ştiinţe Matematice din România, Bucureşti, 2005.

BIBLIOGRAFIE – algoritmi + laborator

- Jon Kleinberg, Éva Tardos, Algorithm Design, Addison-Wesley 2005 http://www.cs.princeton.edu/~wayne/kleinberg-tardos/
- T.H. Cormen, C.E. Leiserson, R.R. Rivest Introducere in algoritmi, MIT Press, trad. Computer Libris Agora
- H. Georgescu Tehnici de programare, Editura Universității din București, 2005

BIBLIOGRAFIE - curs + seminar

- Dragoș-Radu Popescu, R. Marinescu-Ghemeci, Combinatorică şi teoria grafurilor prin exerciţii şi probleme, Editura Matrixrom, 2014
- loan Tomescu, Probleme de combinatorica si teoria grafurilor/ Problems in Combinatorics and Graph Theory

BIBLIOGRAFIE

- coursera.org
- infoarena.ro
- Csacademy.com...

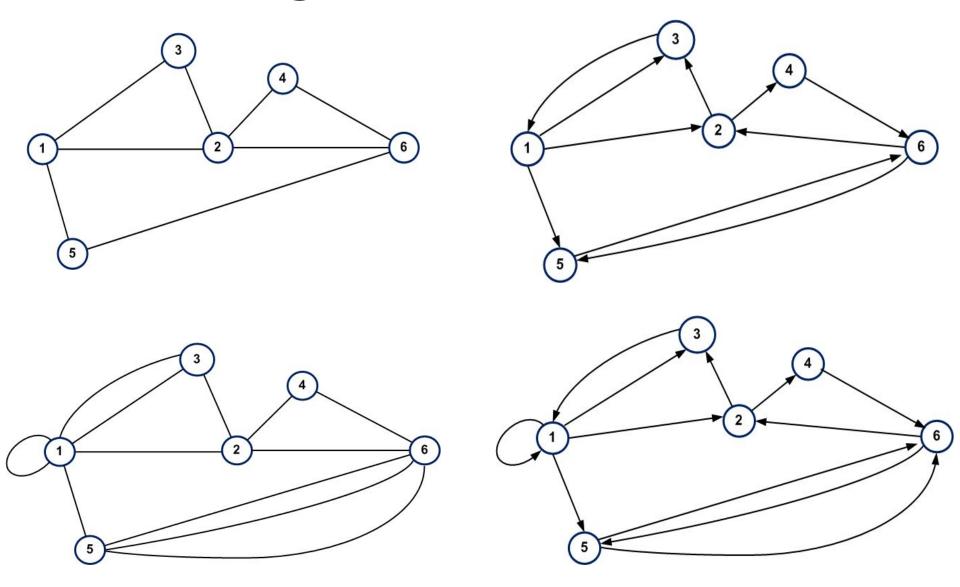
Resurse

https://moodle.unibuc.ro/course/view.php?id=4 309

Consultații

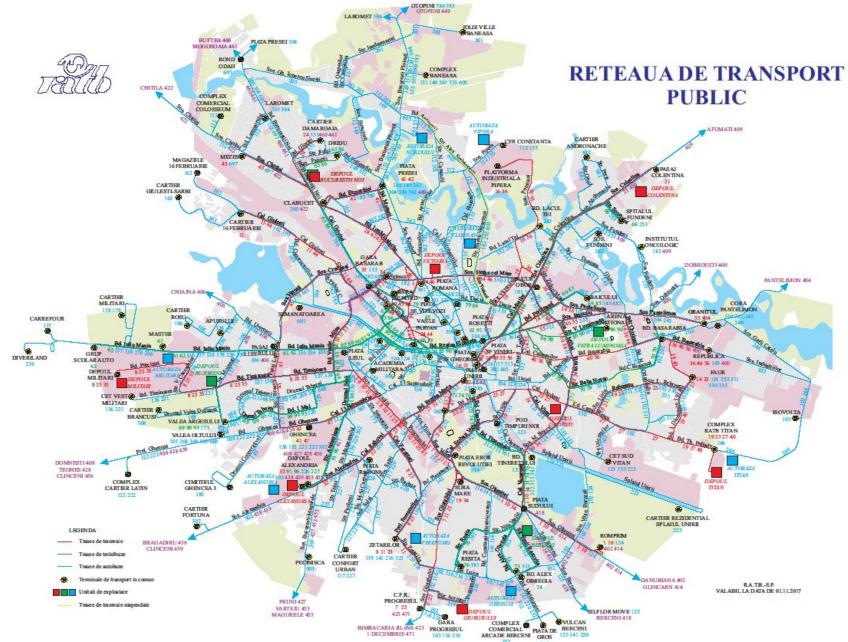
- marius.dumitran@unibuc.ro
- marius.dumitran@gmail.com
- Sau vorbiți cu profesorii de laborator/seminar.

Graf + Multigraf



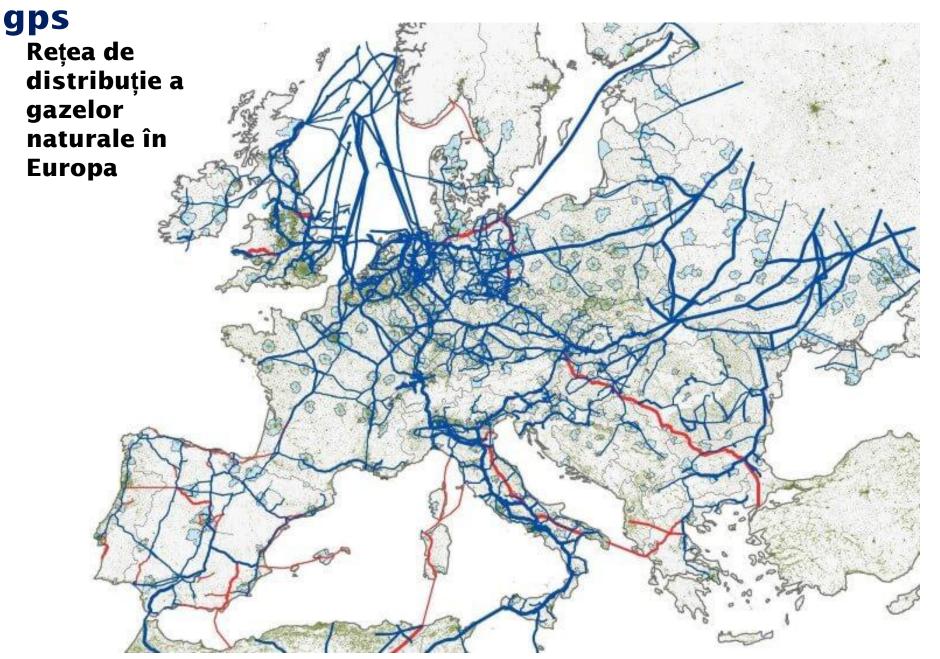
Aplicații

Rețele de transport în comun, trasee turistice, gps



http://www.ratb.ro/maps1/Generala.pdf

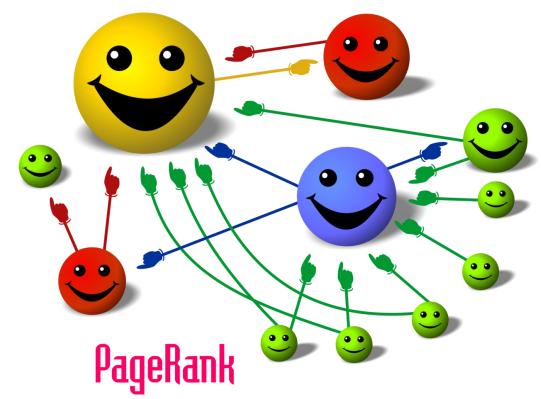
Rețele de transport în comun, trasee turistice,



https://britishbusinessenergy.co.uk/europe-natural-gas-network/

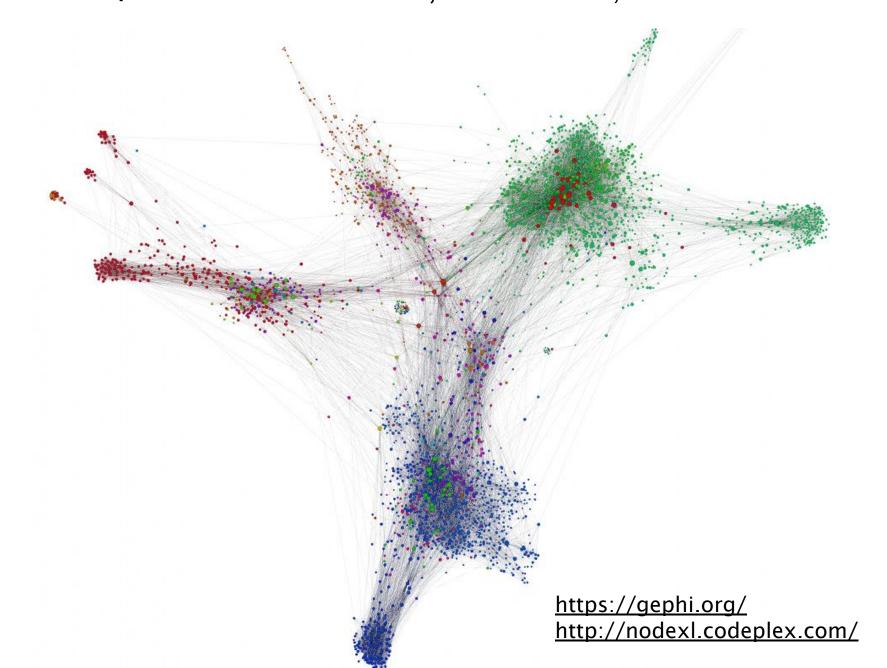
Analiza rețelelor

- Interacțiuni
 - Rețele sociale
 - Rețele biologice
 - Rețele de citări, de știri, de spionaj etc

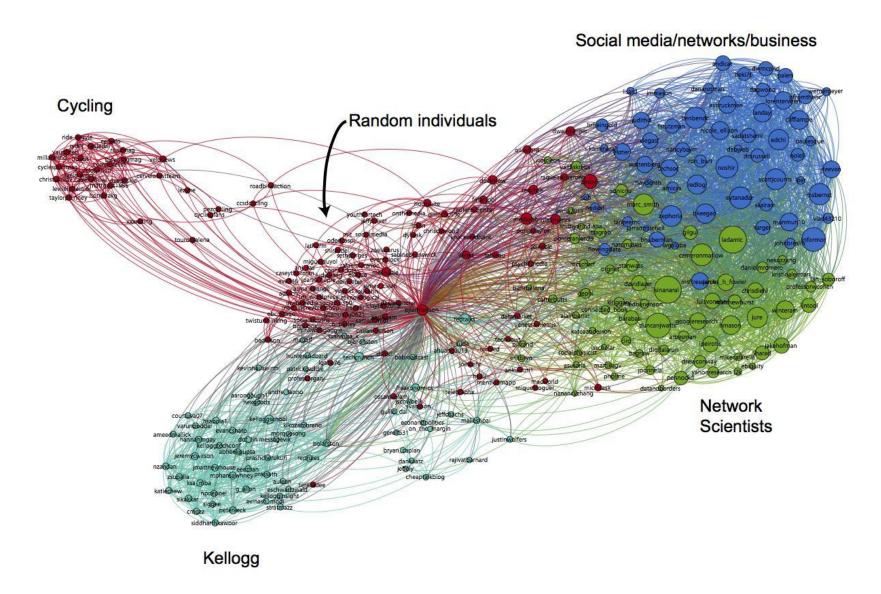


https://en.wikipedia.org/wiki/PageRank

Softuri pentru vizualizarea și analiza rețelelor

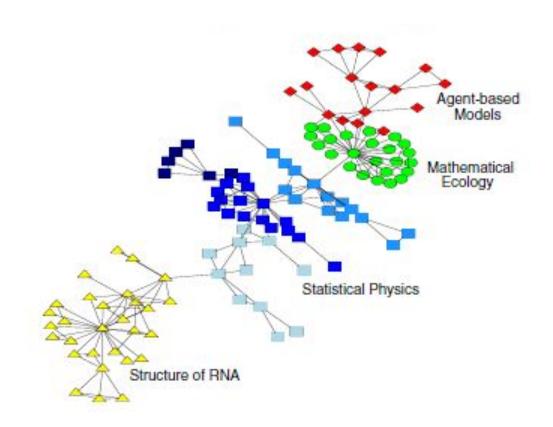


Retele sociale



http://social-dynamics.org/twitter-network-data/

Rețele sociale



Rețea de colaborări între cercetătorii de la Institutul Santa Fe

clusterele - corespund departamentelor de cercetare

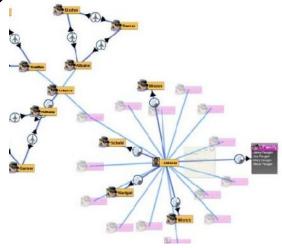
Santo Fortunato, Community detection in graphs, Physics Reports 486 (2010) 75-174

Rețele

Rețele de știri - detectarea de știri false

https://neo4j.com/blog/machine-learning-graphs-fake-news-epidemic-part-2/https://cambridge-intelligence.com/detecting-fake-news/

Rețele de teroriști (exemplu de la Ruxandra dar si Palantir)



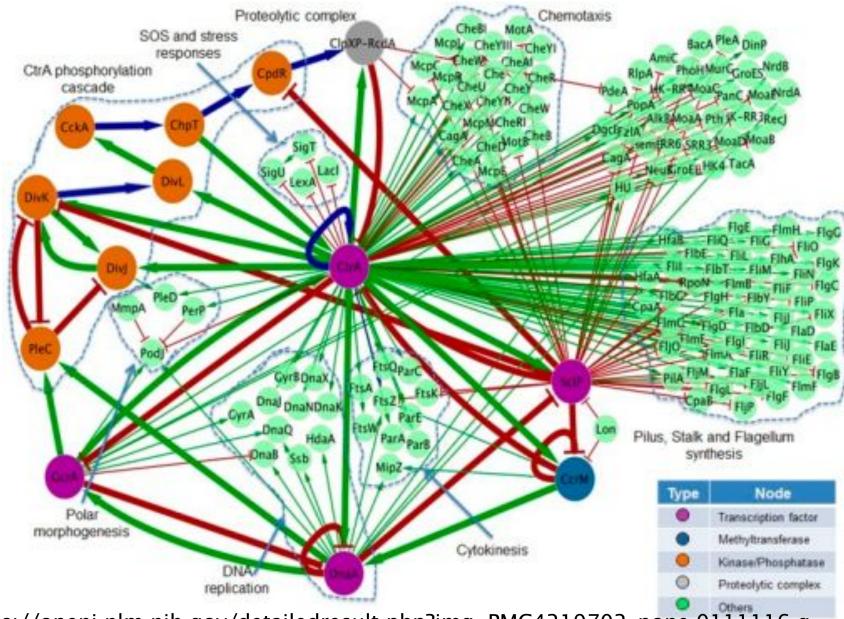
Bioinformatică

grafuri de interacțiuni gene/proteine

http://domaingraph.bioinf.mpi-inf.mpg.de/docu/dg_network.php

- clustering
- grafuri de intersecție, grafuri De Bruijn
- arbori filogenetici

Bioinformatică

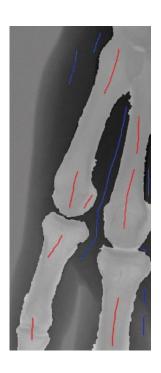


https://openi.nlm.nih.gov/detailedresult.php?img=PMC4219702_pone.0111116.g 002®=4

Image segmentation

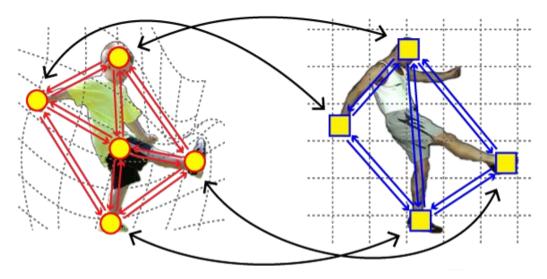
- tăietura minimă fluxuri în rețele de transport
- medicină



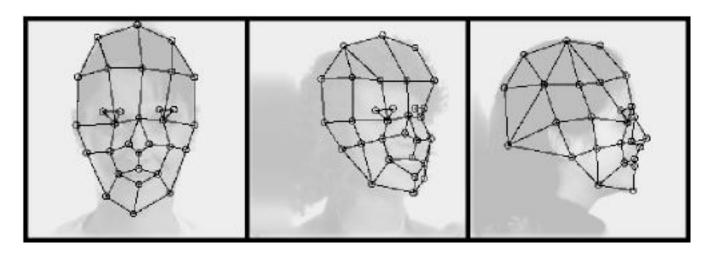


Spatially Varying Color Distributions for Interactive Multi-Label Segmentation (C. Nieuwenhuis, D. Cremers), In IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, volume 35, 2013

Computer vision



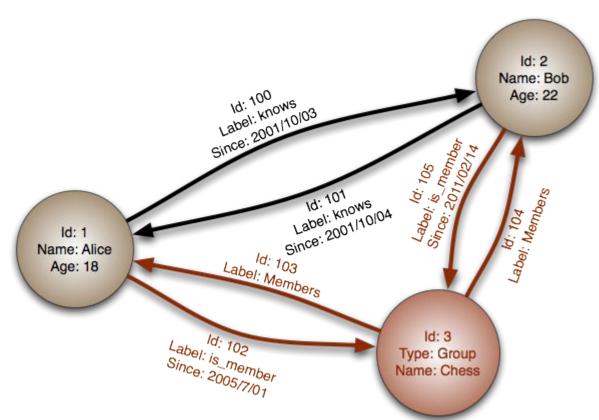
F. Zhou and F. De la Torre, Deformable Graph Matching, IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (**CVPR**), 2013 http://www.f-zhou.com/gm/2013_CVPR_DGM.pdf



https://www.ini.rub.de/PEOPLE/wiskott/Projects/EGMFaceRecognition.html

Baze de date

- Graph database
 - Neo4J https://neo4j.com/



https://en.wikipedia.org/wiki/Graph_database

Probleme de planificare, orar

Exemplu – De câte săli este nevoie minim pentru programarea într-o zi a n conferințe cu intervale de desfășurare date?

Conf. 1: interval (1,4)

Conf. 2: interval (2,3)

Conf. 3: interval (2,5)

Conf. 4: interval (6,8)

Conf. 5: interval (3,8)

Conf. 6: interval (6,7)

Probleme de planificare, orar

Exemplu – De câte săli este nevoie minim pentru programarea într-o zi a n conferințe cu intervale de desfășurare date?

se intersectează cu

Conf. 1: interval (1,4)

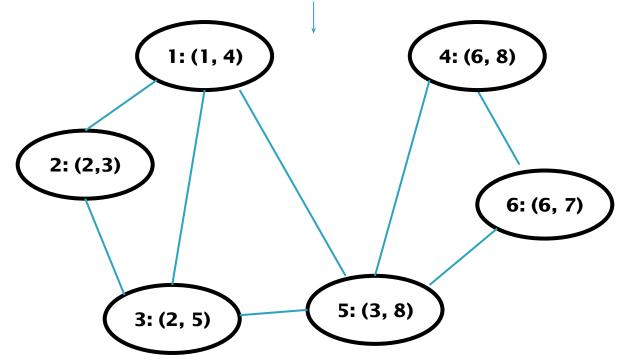
Conf. 2: interval (2,3)

Conf. 3: interval (2,5)

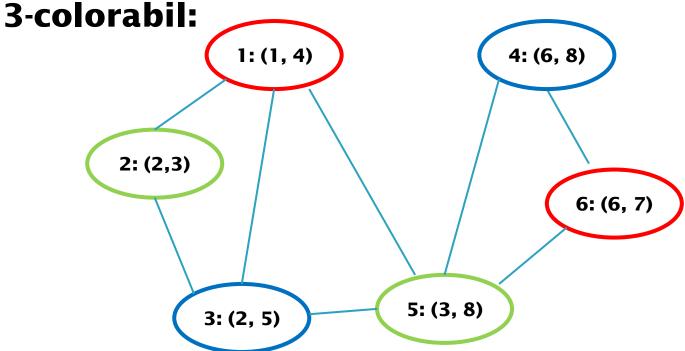
Conf. 4: interval (6,8)

Conf. 5: interval (3,8)

Conf. 6: interval (6,7)



Graful intersecției intervalelor este



Sunt necesare minim 3 săli (corespunzătoare celor 3 culori):

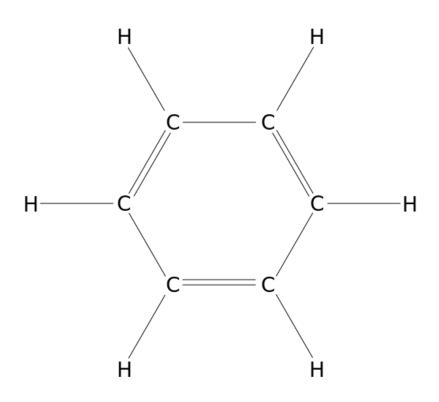
Sala 1: (1,4), (6,7)

Sala 2- (2,3), (3,8)

Sala 3: (2.5)

□ Graf ← "notaţie grafică" din chimie

J. Silvester, 1878

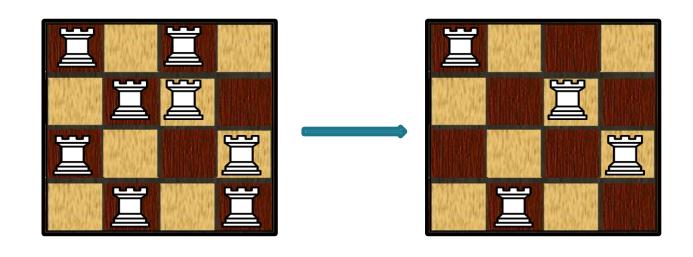


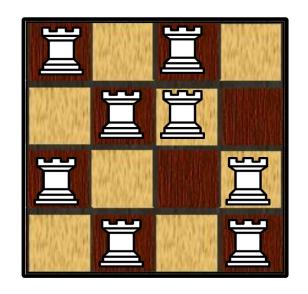
Matematică

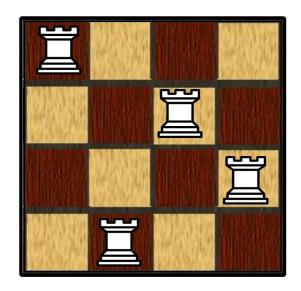
- Demonstrarea unor rezultate matematice
 - Matrice -> graf
 - Diagonală/ Matrice de permutări cuplaj

Probleme

Pe o tablă de tip șah de dimensiuni nxn sunt așezate ture, astfel încât pe fiecare linie și fiecare coloană sunt **același număr de ture**. Găsiți numărul maxim de ture, care nu se atacă două câte două - **Cuplaje**



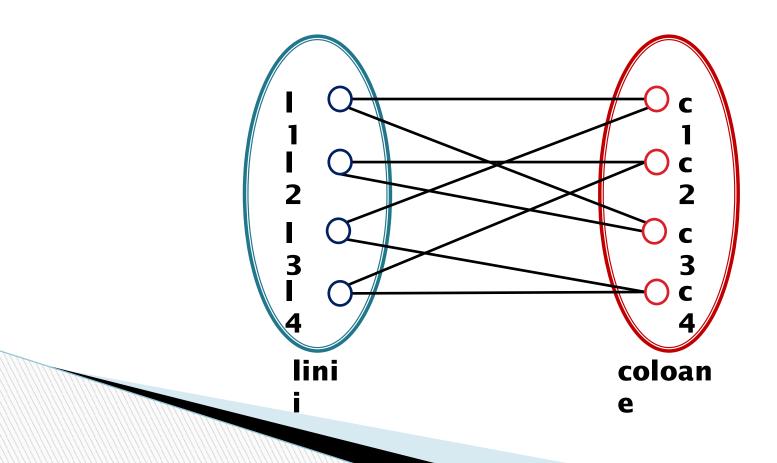




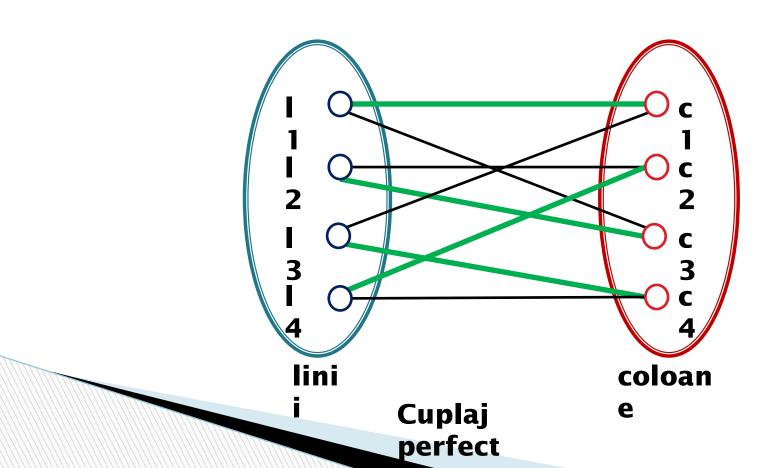
$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \longrightarrow P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

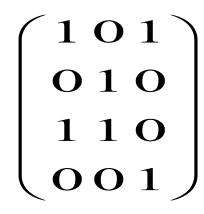
$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

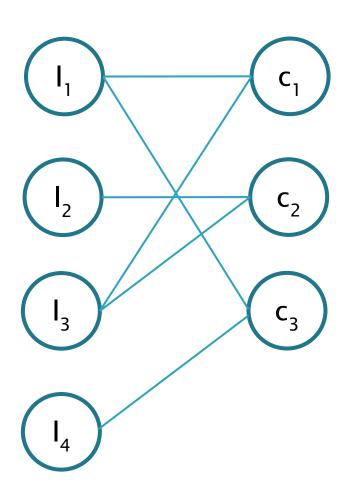


$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



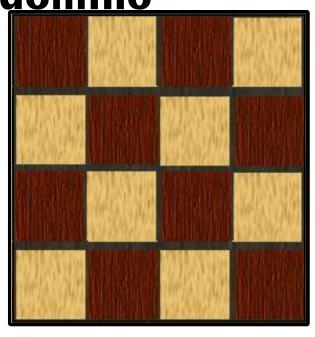
Alte aplicații

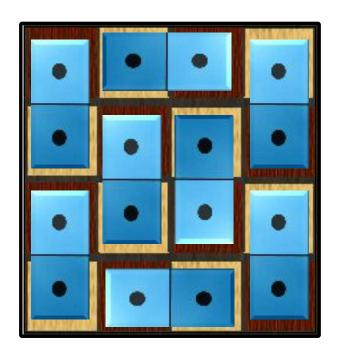




Acoperirea unei table cu piese de . . .

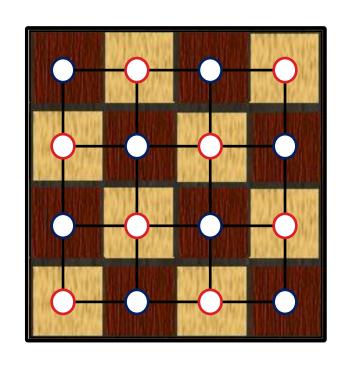
domino

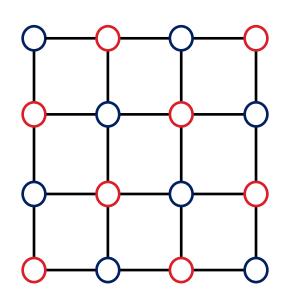




Tabla

⇒ graful grid





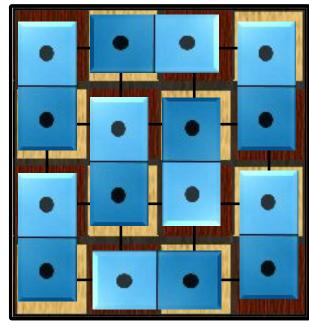
Graful grid

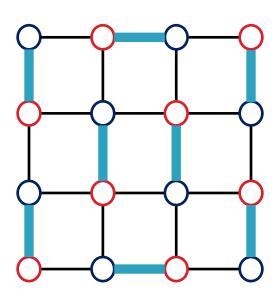
- Tabla
- Acoperire



graful grid cuplaj perfect

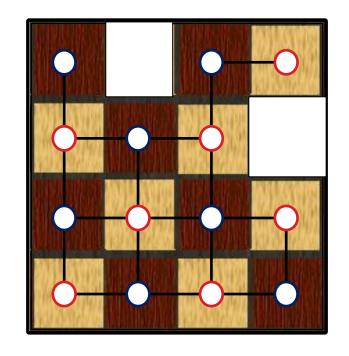


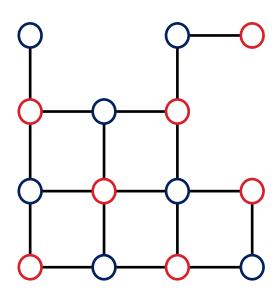




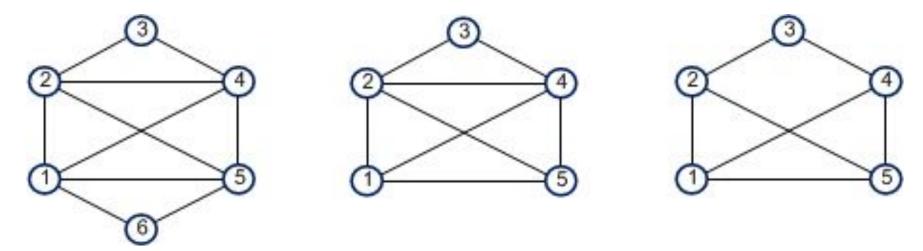
Graful grid

- Acoperirea unei table m x n cu piese de domino
 - Este acoperibilă ⇔ mn par
 - Dacă tabla este acoperibilă, dar eliminăm două pătrățele din ea, în ce condiții rămâne acoperibilă?

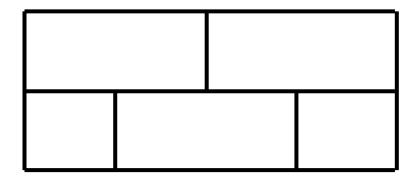




Graful grid



Se poate desena diagrama printr-o curbă continuă închisă fără a ridica creionul de pe hârtie și fără a desena o linie de două ori?



Există linie continuă neînchisă care să intersecteze în interior fiecare segment o singură dată?

Alte aplicații

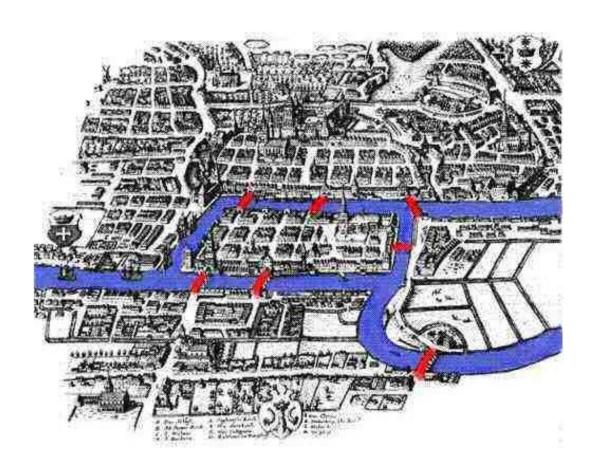
- Rețele de calculatoare
- Limbaje formale
- Probleme de planificări, repartiții...
- Teoria jocurilor

Alte aplicații

- Rețele
- Limbaje formale
- Probleme de planificări, repartiții...
- Teoria jocurilor

Istoric

Problema celor 7 poduri din Königsberg

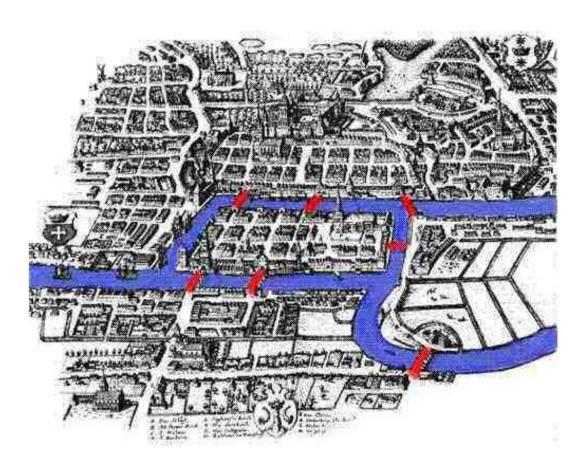


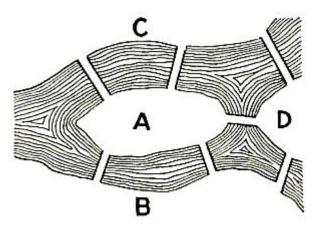


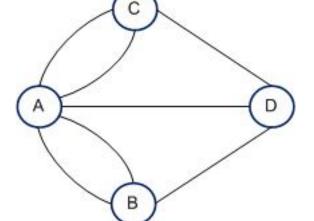
Este posibil ca un om să facă o plimbare în care să treacă pe toate cele 7 poduri o singură dată?

http://think-like-a-git.net/sections/graph-theory/seven-bridges-of-konigsberg.html

Problema celor 7 poduri din Königsberg

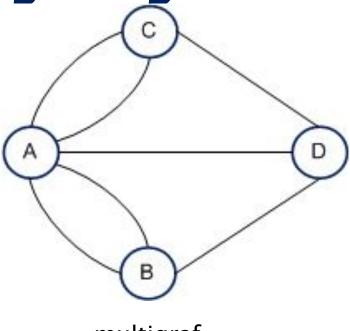




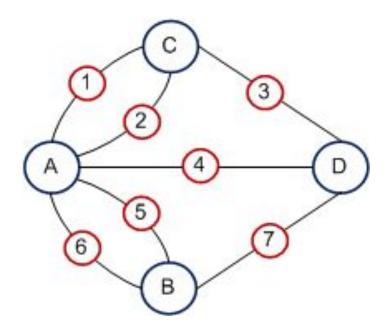


Modelar e: Problema celor 7 poduri din Königsborg

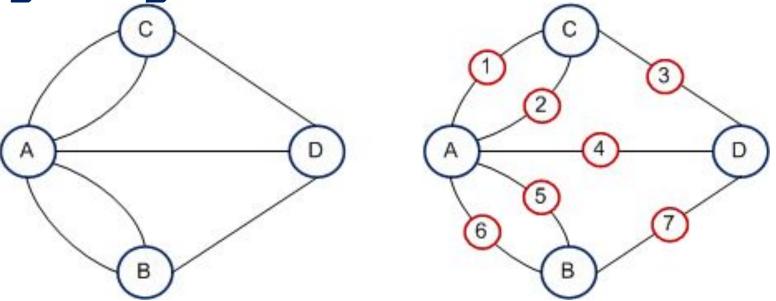




multigraf



Problema celor 7 poduri din Königsberg



1736 - Leonhard Euler

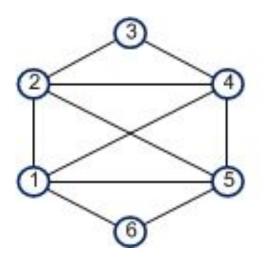
Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis

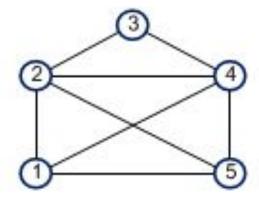
- Ciclu eulerian traseu închis care trece o singură dată prin toate muchiile
- Graf eulerian

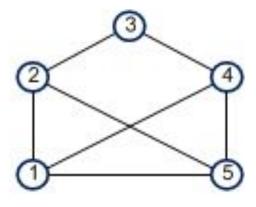
Problema celor 7 poduri din Königsberg Interpretare

Se poate desena diagrama printr-o curbă continuă închisă fără a ridica creionul de pe hârtie și fără a desena o linie de două ori (în plus: să terminăm desenul în punctul în care l-am început)?

Tăierea unui material



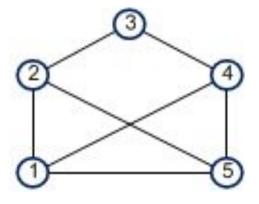




Problema celor 7 poduri din Königsberg

Interpretare

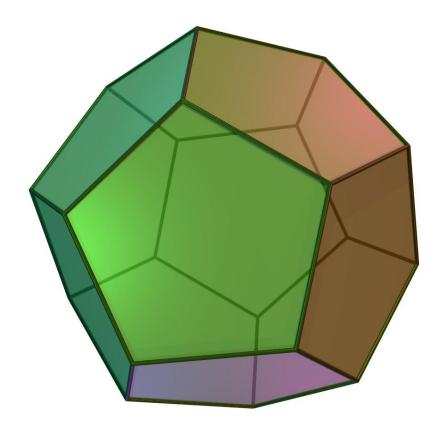
De câte ori (minim) trebuie să ridicăm creionul de pe hârtie pentru a desena diagrama?



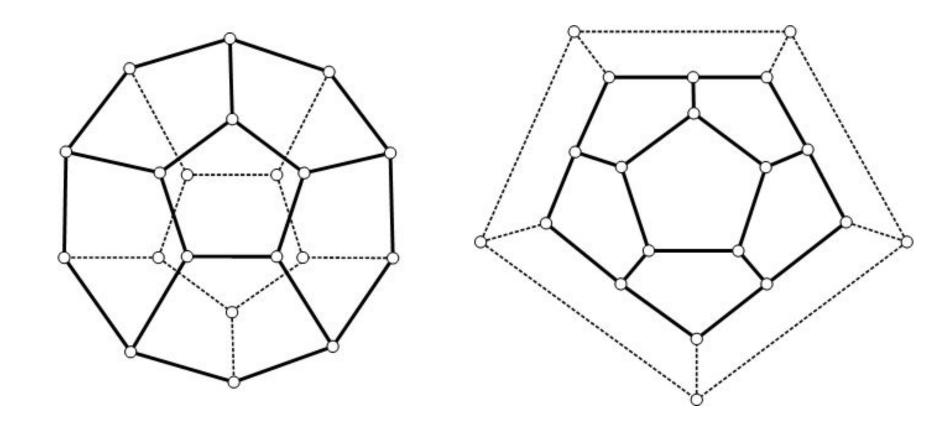


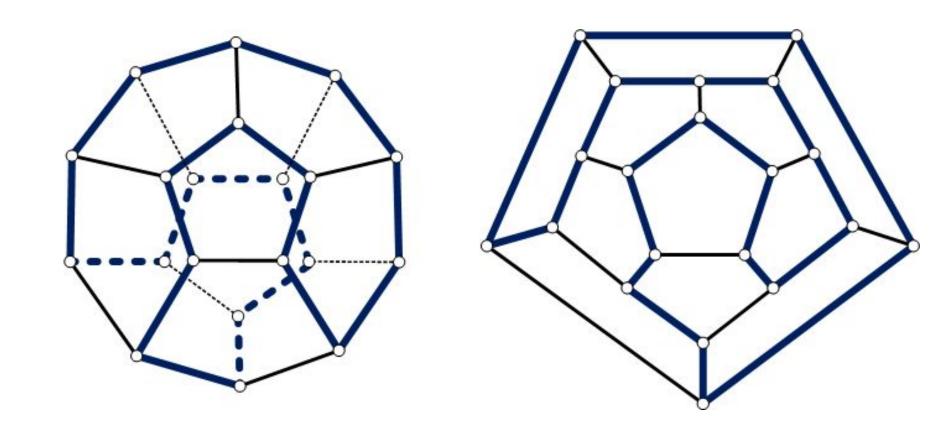
1856 – Hamilton – "voiaj în jurul lumii" :

Există un traseu închis pe muchiile dodecaedrului care să treacă prin fiecare vârf o singură dată



http://en.wikipedia.org/wiki/File:Dodecahedron.jpg





- Ciclu hamiltonian trece o singură dată prin toate vârfurile
- Graf hamiltonian

Problema comis-voiajorului

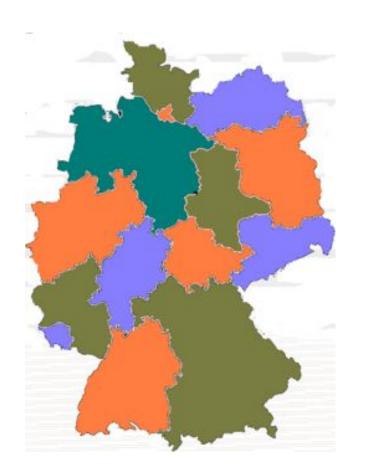
Problema celor 4 culori

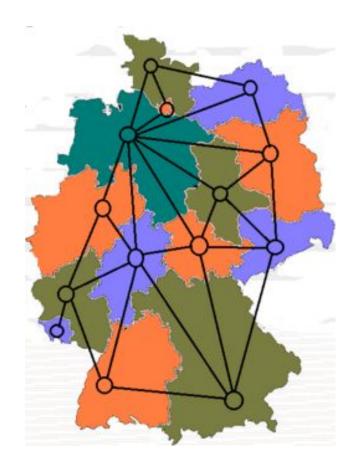
Problema celor 4 culori - De Morgan 1852

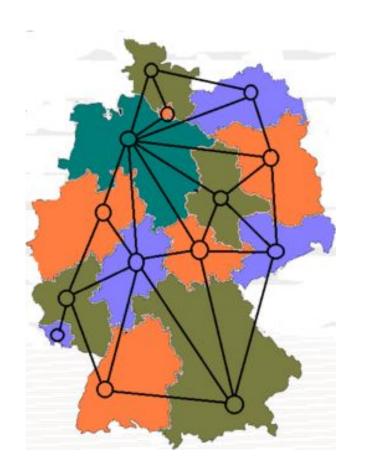


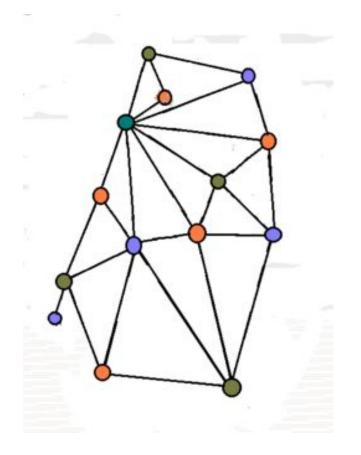


Se poate colora o hartă cu patru culori astfel încât orice două țări, care au frontieră comună și care **nu se reduce** la un punct, să aibă culori diferite?









Problema celor 4 culori - Appel şi Haken răspuns afirmativ în 1976 cu ajutorul calculatorului

