Programare funcțională

Funcții de ordin înalt. Procesarea fluxurilor de date.

Ioana Leuștean Traian Serbănută

Departamentul de Informatică, FMI, UB

20 octombrie 2020

Cuprins

- 🚺 Operatori. Secțiuni
 - Operatori
 - Sectiuni
- Procesarea fluxurilor de date: Map, Filter, Fold
 - Transformarea fiecărui element dintr-o listă
 - Exemple
 - Funcția map
 - Selectarea elementelor dintr-o listă
 - Exemple
 - Funcția filter
 - Agregarea elementelor dintr-o listă
 - Exemple
 - Functia foldr
 - Map, Filter, Fold combinate
 - Map/Filter/Fold în alte limbaje

Cuprins

- 🕕 Operatori. Secțiuni
 - Operatori
 - Sectiuni
- Procesarea fluxurilor de date: Map, Filter, Fole
 - Transformarea fiecărui element dintr-o listă
 - Exemple
 - Funcția map
 - Selectarea elementelor dintr-o listă
 - Exemple
 - Functia filter
 - Agregarea elementelor dintr-o listă
 - Exemple
 - Funcția foldr
 - Map, Filter, Fold combinate
 - Map/Filter/Fold în alte limbaje

Operatorii sunt funcții cu două argumente

Operatorii în Haskell

- au două argumente
- pot fi apelați folosind notația infix
- pot fi definiți folosind numai "simboluri" (ex: *!*)
 - în definiția tipului operatorul este scris între paranteze

Operatorii sunt funcții cu două argumente

Operatorii în Haskell

- au două argumente
- pot fi apelați folosind notația infix
- pot fi definiți folosind numai "simboluri" (ex: *!*)
 - în definiția tipului operatorul este scris între paranteze
- Operatori predefiniți

```
(||) :: Bool -> Bool -> Bool
(:) :: a -> [a] -> [a]
(+) :: Num a => a -> a -> a
```

Operatorii sunt funcții cu două argumente

Operatorii în Haskell

- au două argumente
- pot fi apelați folosind notația infix
- pot fi definiți folosind numai "simboluri" (ex: *!*)
 - în definiția tipului operatorul este scris între paranteze
- Operatori predefiniți

```
(||) :: Bool -> Bool -> Bool
(:) :: a -> [a] -> [a]
(+) :: Num a => a -> a -> a
```

Operatori definiți de utilizator

```
(&&&) :: Bool -> Bool -> Bool -- atentie la paranteze
True &&& b = b
False &&& = False
```

```
Prelude> mod 5 2
1
Prelude> 5 'mod' 2
```

```
Prelude> mod 5 2
1
Prelude> 5 'mod' 2
```

 operatorii care sunt definiți în formă infix, sunt apelați în formă prefix folosind paranteze

$$2 + 3 == (+) 23$$

 operatorii care sunt definiți în formă prefix, sunt apelați în formă infix folosind ' '

```
Prelude> mod 5 2
1
Prelude> 5 'mod' 2
```

 operatorii care sunt definiți în formă infix, sunt apelați în formă prefix folosind paranteze

$$2 + 3 == (+) 2 3$$

 operatorii care sunt definiți în formă prefix, sunt apelați în formă infix folosind ' '

elem ::
$$a \rightarrow [a] \rightarrow Bool$$

Prelude> 1 'elem' [1,2,3]
True

```
Prelude> mod 5 2
1
Prelude> 5 'mod' 2
```

 operatorii care sunt definiți în formă infix, sunt apelați în formă prefix folosind paranteze

$$2 + 3 == (+) 2 3$$

 operatorii care sunt definiți în formă prefix, sunt apelați în formă infix folosind ' '

elem ::
$$a \rightarrow [a] \rightarrow Bool$$

Prelude> 1 'elem' [1,2,3]
True

Precedență și asociativitate

 $\textbf{Prelude} > \ 3 + 5 * 4 : [6] + + 8 - 2 + 3 : [2] = = [23 \ , 6 \ , 9 \ , 2] || \ \textbf{True} = = \textbf{False}$

Precedență și asociativitate

Prelude> 3+5*4:[6]++8-2+3:[2]==[23,6,9,2]||True==False True

Prelude> 3+5*4:[6]++8-2+3:[2]==[23,6,9,2]||**True==False True**

Precedence	Left associative	Non-associative	Right associative
9	!!		
8			^, ^^, **
7	*, /, 'div', 'mod',		
	'rem', 'quot'		
6	+, -		
5			:,++
4		==, /=, <, <=, >, >=,	
		'elem', 'notElem'	
3			&&
2			
1	>>, >>=		
0			\$, \$!, 'seq'

Asociativitate

Operatorul - asociativ la stanga

$$5 - 2 - 1 == (5 - 2) - 1$$

Asociativitate

Operatorul - asociativ la stanga

$$5 - 2 - 1 == (5 - 2) - 1$$

Operatorul: asociativ la dreapta

Operatorul - asociativ la stanga

$$5-2-1 == (5-2)-1$$

$$--$$

Operatorul: asociativ la dreapta

Operatorul ++ asociativ la dreapta

$$(++)$$
 :: [a] -> [a] -> [a]
[] ++ ys = ys
(x:xs) ++ ys = x:(xs ++ ys)

$$|1 + |2 + |3 + |4 + |5 = |1 + (|2 + (|3 + (|4 + |5)))|$$

Asociativitate

Operatorul - asociativ la stanga

$$5-2-1 == (5-2)-1$$

Operatorul: asociativ la dreapta

Operatorul ++ asociativ la dreapta

Care este complexitatea aplicării operatorului ++?

Asociativitate

Operatorul - asociativ la stanga

Operatorul: asociativ la dreapta

Operatorul ++ asociativ la dreapta

Care este complexitatea aplicării operatorului ++?

liniară în lungimea primului argument

Cuprins

- 🕦 Operatori. Secțiuni
 - Operatori
 - Secţiuni
- Procesarea fluxurilor de date: Map, Filter, Fole
 - Transformarea fiecărui element dintr-o listă
 - Exemple
 - Funcția map
 - Selectarea elementelor dintr-o listă
 - Exemple
 - Functia filter
 - Agregarea elementelor dintr-o listă
 - Exemple
 - Funcția foldr
 - Map, Filter, Fold combinate
 - Map/Filter/Fold în alte limbaje

Secțiunile operatorului binar op sunt (op e) și (e op). Matematic, ele corespund aplicării parțiale a funcției op.

Aplicarea parțială

Fie $f: A \times B \rightarrow C$ o funcție. În mod uzual scriem f(a,b) = c unde $a \in A$, $b \in B$ și $c \in C$.

Pentru $a \in A$ și $b \in B$ (arbitrare, fixate) definim

$$f_a: B \to C$$
, $f_a(b) = c$ dacă și numai dacă $f(a, b) = c$,

$$f^b: A \to C$$
, $f^b(a) = c$ dacă și numai dacă $f(a, b) = c$.

Funcțiile f_a și f_b se obțin prin aplicarea parțială a funcției f.

Secțiunile operatorului binar op sunt (op e) și (e op). Matematic, ele corespund aplicării parțiale a funcției op.

• secțiunile lui ++ sunt (++ e) și (e ++)

Secțiunile operatorului binar op sunt (op e) și (e op). Matematic, ele corespund aplicării parțiale a funcției op.

```
• secţiunile lui ++ sunt (++ e) şi (e ++)
    Prelude> :t (++ " world!")
    (++ " world!") :: [Char] -> [Char]
    Prelude> (++ " world!") "Hello" -- atentie la
        paranteze
    "Hello world!"
```

Secțiunile operatorului binar op sunt (op e) și (e op). Matematic, ele corespund aplicării parțiale a funcției op.

```
• secţiunile lui ++ sunt (++ e) şi (e ++)
    Prelude> :t (++ " world!")
    (++ " world!") :: [Char] -> [Char]
    Prelude> (++ " world!") "Hello" -- atentie la
        paranteze
    "Hello world!"
    Prelude> ++ " world!" "Hello"
error
```

secțiunile lui ++ sunt (++ e) și (e ++)
 Prelude> :t (++ " world!")

Secțiunile operatorului binar op sunt (op e) și (e op). Matematic, ele corespund aplicării parțiale a funcției op.

```
(++ " world!") :: [Char] -> [Char]
    Prelude > (++ " world!") "Hello" -- atentie la
        paranteze
    "Hello world!"
    Prelude> ++ " world!" "Hello"
  error
sectiunile lui <-> sunt (<-> e) si (e <->), unde
    Prelude> let x <-> y = x-y+1 -- definit de utilizator
    Prelude> :t (<-> 3)
    (<-> 3) :: Num a => a -> a
    Prelude> (<-> 3) 4
    2
```

Secțiuni

• Secțiunile operatorului (:)

Secțiuni

Secțiunile operatorului (:)

```
Prelude> (2:)[1,2]
[2,1,2]
Prelude> (:[1,2]) 3
[3,1,2]
```

Secțiuni

Secțiunile operatorului (:)

```
Prelude> (2:)[1,2]
[2,1,2]
Prelude> (:[1,2]) 3
[3,1,2]
```

Secțiunile sunt afectate de asociativitatea și precedența operatorilor.

```
Prelude> :t (+ 3 * 4)
(+ 3 * 4) :: Num a => a -> a

Prelude> :t (* 3 + 4)

error -- + are precedenta mai mica decat *

Prelude> :t (* 3 * 4)

error -- * este asociativa la stanga

Prelude> :t (3 * 4 *)

(3 * 4 *) :: Num a => a -> a
```

Funcții anonime și secțiuni

Sectiunile sunt definite prin lambda expresii:

- ('op' 2) e forma scurtă a lui (\x -> x 'op' 2)
- (2 'op') e forma scurtă a lui (\x -> 2 'op' x)

Exemple

- (> 0) e forma scurtă a lui (\x -> x > 0)
- (2 *) e forma scurtă a lui (\x -> 2 * x)
- (+ 1) e forma scurtă a lui (\x → x + 1)
- (2 ^) e forma scurtă a lui (\x -> 2 ^ x)
- (^ 2) e forma scurtă a lui (\x -> x ^ 2)

Compunerea funcțiilor — operatorul .

Matematic

Date fiind $f: A \to B$ și $g: B \to C$, compunerea lor, notată $g \circ f: A \to C$ este dată de formula

$$(g\circ f)(x)=g(f(x))$$

În Haskell

(.) ::
$$(b \rightarrow c) \rightarrow (a \rightarrow b) \rightarrow (a \rightarrow c)$$

(g . f) $x = g$ (f x)

Exemplu

```
Prelude> :t reverse
reverse :: [a] -> [a]
Prelude> :t take
take :: Int -> [a] -> [a]
Prelude> :t take 5 . reverse
take 5 . reverse :: [a] -> [a]
Prelude > (take 5 . reverse) [1..10]
[10, 9, 8, 7, 6]
Prelude > (head . reverse . take 5) [1..10]
5
```

Operatorul \$

Operatorul (\$) are precedența 0.

```
(\$) :: (a \rightarrow b) \rightarrow a \rightarrow b

f \$ x = f x
```

```
Prelude> (head . reverse . take 5) [1..10] 5
Prelude> head . reverse . take 5 $ [1..10] 5
```

Operatorul (\$) este asociativ la dreapta.

Prelude> head \$ reverse \$ take 5 \$ [1..10] 5

Cuprins

- 🕕 Operatori. Secțiuni
 - Operatori
 - Sectiuni
- Procesarea fluxurilor de date: Map, Filter, Fold
 - Transformarea fiecărui element dintr-o listă
 - Exemple
 - Funcția map
 - Selectarea elementelor dintr-o listă
 - Exemple
 - Functia filter
 - Agregarea elementelor dintr-o listă
 - Exemple
 - Funcția foldr
 - Map, Filter, Fold combinate
 - Map/Filter/Fold în alte limbaje

Pătrate

Definiți o funcție care pentru o listă de numere întregi dată ridică la pătrat fiecare element din listă.

```
*Main> squares [1, -2,3]
[1,4,9]
```

Soluție descriptivă

```
squares :: [Int] \rightarrow [Int]
squares xs = [x * x | x < - xs]
```

Solutie recursivă

```
squares :: [Int] \rightarrow [Int]

squares [] = []

squares (x:xs) = x*x : squares xs
```

Coduri ASCII

Transformați un șir de caractere în lista codurilor ASCII ale caracterelor.

```
*Main> ords "a2c3"
[97,50,99,51]
```

Soluție descriptivă

```
ords :: [Char] \rightarrow [Int] ords xs = [ ord x | x <- xs ]
```

Solutie recursivă

```
ords :: [Char] -> [Int]
ords [] = []
ords (x:xs) = ord x : ords xs
```

Funcția map

Definiție

Date fiind o funcție de transformare și o listă, aplicați funcția fiecărui element al unei liste date.

Soluție descriptivă

map ::
$$(a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]$$

map f xs = [f x | x <- xs]

Solutie recursivă

```
map :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]
map f [] = []
map f (x:xs) = f x : map f xs
```

Exemplu — Pătrate

Soluție descriptivă

```
squares :: [Int] \rightarrow [Int]
squares xs = [x * x | x < - xs]
```

Soluție recursivă

```
squares :: [Int] \rightarrow [Int]

squares [] = []

squares (x:xs) = x*x : squares xs
```

Soluție folosind map

```
squares :: [Int] -> [Int]
squares xs = map sqr xs
where sqr x = x * x
```

Solutie descriptivă

```
ords :: [Char] \rightarrow [Int]
ords xs = [ord x | x \leftarrow xs]
```

Solutie recursivă

```
ords :: [Char] -> [Int]
ords [] = []
ords (x:xs) = ord x : ords xs
```

Soluție folosind map

```
ords :: [Char] -> [Int] ords xs = map ord xs
```

Cuprins

- 🕦 Operatori. Secțiuni
 - Operatori
 - Sectiuni
- Procesarea fluxurilor de date: Map, Filter, Fold
 - Transformarea fiecărui element dintr-o listă
 - Exemple
 - Funcția map
 - Selectarea elementelor dintr-o listă
 - Exemple
 - Functia filter
 - Agregarea elementelor dintr-o listă
 - Exemple
 - Funcția foldr
 - Map, Filter, Fold combinate
 - Map/Filter/Fold în alte limbaje

Selectarea elementelor pozitive dintr-o listă

```
*Main> positives [1,-2,3] [1,3]
```

Soluție descriptivă

```
positives :: [Int] \rightarrow [Int]
positives xs = [ x | x <- xs, x > 0 ]
```

```
positives :: [Int] -> [Int]
positives [] = []
positives (x:xs) | x > 0 = x : positives xs
| otherwise = positives xs
```

Selectarea cifrelor dintr-un șir de caractere

```
*Main> digits "a2c3"
"23"
```

Soluție descriptivă

```
digits :: [Char] \rightarrow [Char]
digits xs = [ x | x <- xs, isDigit x ]
```

Functia filter

Definiție

Date fiind un predicat (funcție booleană) și o listă, selectați elementele din listă care satisfac predicatul.

Soluție descriptivă

```
filter :: (a \rightarrow Bool) \rightarrow [a] \rightarrow [a]
filter p xs = [x \mid x \leftarrow xs, px]
```

Exemplu — Pozitive

Soluție descriptivă

```
positives :: [Int] \rightarrow [Int]
positives xs = [x \mid x \leftarrow xs, x > 0]
```

Solutie recursivă

Solutie folosind filter

```
positives :: [Int] -> [Int]
positives xs = filter pos xs
where pos x = x > 0
```

Soluție descriptivă

```
digits :: [Char] \rightarrow [Char]
digits xs = [ x | x <- xs, isDigit x ]
```

Soluție recursivă

Soluție folosind filter

```
digits :: [Char] -> [Char]
digits xs = filter isDigit xs
```

Cuprins

- 🕕 Operatori. Secțiun
 - Operatori
 - Sectiuni
- Procesarea fluxurilor de date: Map, Filter, Fold
 - Transformarea fiecărui element dintr-o listă
 - Exemple
 - Funcția map
 - Selectarea elementelor dintr-o listă
 - Exemple
 - Functia filter
 - Agregarea elementelor dintr-o listă
 - Exemple
 - Funcția foldr
 - Map, Filter, Fold combinate
 - Map/Filter/Fold în alte limbaje

Definiți o funcție care dată fiind o listă de numere întregi calculează suma elementelor din listă.

```
*Main> sum [1,2,3,4]
10
```

```
sum :: [Int] \rightarrow Int

sum [] = 0

sum (x:xs) = x + sum xs
```

Produs

Definiți o funcție care dată fiind o listă de numere întregi calculează produsul elementelor din listă.

```
*Main> product [1,2,3,4]
24
```

```
product :: [Int] -> Int
product [] = 1
product (x:xs) = x * sum xs
```

Definiți o funcție care concatenează o listă de liste.

```
*Main> concat [[1,2,3],[4,5]]
[1,2,3,4,5]

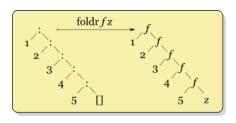
*Main> concat ["con","ca","te","na","re"]
"concatenare"
```

```
concat :: [[a]] -> [a]
concat [] = []
concat (xs:xss) = xs ++ concat xss
```

Definitie

foldr ::
$$(a \rightarrow b \rightarrow b) \rightarrow b \rightarrow [a] \rightarrow b$$

Date fiind o funcție de actualizare a valorii calculate cu un element curent, o valoare inițială, și o listă, calculați valoarea obținută prin aplicarea repetată a funcției de actualizare fiecărui element din listă.



Soluție recursivă

```
sum :: [Int] \rightarrow Int

sum [] = 0

sum (x:xs) = x + sum xs
```

Soluție folosind foldr

```
sum :: [Int] \rightarrow Int
sum xs = foldr (+) 0 xs
```

Exemplu

```
foldr (+) 0 [1, 2, 3] == 1 + (2 + (3 + 0))
```

Produs

Soluție recursivă

```
product :: [Int] -> Int
product [] = 1
product (x:xs) = x * sum xs
```

Soluție folosind foldr

```
product :: [Int] -> Int
product xs = foldr (*) 1 xs
```

Exemplu

```
foldr (*) 1 [1, 2, 3] == 1 * (2 * (3 * 1))
```

Concatenare

Soluție recursivă

```
concat :: [[a]] -> [a]
concat [] = []
concat (xs:xss) = xs ++ concat xss
```

Soluție folosind foldr

```
concat :: [Int] -> Int
concat xs = foldr (++) [] xs
```

Exemplu

```
foldr (++) [] ["Ana ", "are ", "mere."]
== "Ana " ++ ("are " ++ ("mere." ++ []))
```

Cuprins

- 🕕 Operatori. Secțiuni
 - Operatori
 - Sectiuni
- Procesarea fluxurilor de date: Map, Filter, Fold
 - Transformarea fiecărui element dintr-o listă
 - Exemple
 - Funcția map
 - Selectarea elementelor dintr-o listă
 - Exemple
 - Functia filter
 - Agregarea elementelor dintr-o listă
 - Exemple
 - Funcția foldr
 - Map, Filter, Fold combinate
 - Map/Filter/Fold în alte limbaje

Suma pătratelor numerelor pozitive

```
f :: [Int] -> Int
f xs = sum (squares (positives xs))
f :: [Int] -> Int
f xs = sum [x_*x | x < -xs, x > 0]
f :: [Int] -> Int
f(x:xs) | x > 0 = (x*x) + f xs
        | otherwise = f xs
f :: [Int] -> Int
 xs = foldr (+) 0 (map sqr (filter pos xs))
 where
   sqr x = x * x
   pos x = x > 0
```

Foldr cu secțiuni — Exemplu

Folosind λ -expresii

Folosind sectiuni

```
f :: [Int] -> Int
f xs = foldr (+) 0 (map (^2) (filter (>0) xs))
```

Definitie cu parametru explicit

```
f :: [Int] \rightarrow Int
f xs = foldr (+) 0 (map ( ^{\land} 2) (filter ( > 0) xs))
```

Definiție compozițională

```
f :: [Int] \rightarrow Int

f = foldr (+) 0 . map ( ^ 2) . filter ( > 0)
```

Cuprins

- 🕕 Operatori. Secțiuni
 - Operatori
 - Sectiuni
- Procesarea fluxurilor de date: Map, Filter, Fold
 - Transformarea fiecărui element dintr-o listă
 - Exemple
 - Funcția map
 - Selectarea elementelor dintr-o listă
 - Exemple
 - Functia filter
 - Agregarea elementelor dintr-o listă
 - Exemple
 - Funcția foldr
 - Map, Filter, Fold combinate
 - Map/Filter/Fold în alte limbaje

Map/Filter/Reduce în Haskell

Problemă

Aflați lungimea celui mai lung cuvânt care începe cu litera 'c' dintr-o listă dată.

Map/Filter/Reduce în Haskell

Problemă

Aflați lungimea celui mai lung cuvânt care începe cu litera 'c' dintr-o listă dată.

map/riller/neduce in rython

http://www.python-course.eu/lambda.php

Map/Filter/Reduce în Javascript

```
http://cryto.net/~joepie91/blog/2015/05/04/functional-programming-in-javascript-map-filter-reduce/
```

Map/Filter/Reduce în PHP

http://eddmann.com/posts/mapping-filtering-and-reducing-in-php/

```
$strs = array("cezara", "petru", "claudia", "", "virgil");
$max length = array reduce(
  array map(
    "strlen",
    array filter(
      $strs.
      function($s){return isset($s[0]) && $s[0]=='c';})),
  "max",
  0);
echo $max length;
```

Map/Filter/Reduce în Java 8

http://winterbe.com/posts/2014/07/31/java8-stream-tutorial-examples/

```
package edu.unibuc.fmi;
import java.util.*;
public class Main {
  public static void main(String[] args) {
    List < String > myList = Arrays.asList(
        "cezara", "petru", "claudia", "", "virgil");
    int | =
        myList
            .stream()
            .filter(s -> s.startsWith("c"))
            .map(String::length)
            .reduce(0, Integer::max);
        System.out.println(I);
```

Map/Filter/Reduce în C++11

cout << max length;

```
https:
//meetingcpp.com/tl_files/mcpp/slides/12/FunctionalProgrammingInC++11.pdf
```

```
#include <algorithm>
#include <string>
#include <iostream>
using namespace std;
int main() {
  vector<string>strs {"cezara", "petru", "claudia", "", "virgi
  strs.erase(remove if(strs.begin(), strs.end(),
                 [](string x){return x[0]!= 'c';}),
        strs.end());
  vector < int > lengths;
  transform(strs.begin(), strs.end(), back_inserter(lengths),
            [](string x) { return x.length();});
  int max length = accumulate(lengths.begin(), lengths.end(),
                      0, [](int a, int b){ return a>b?a:b; });
```