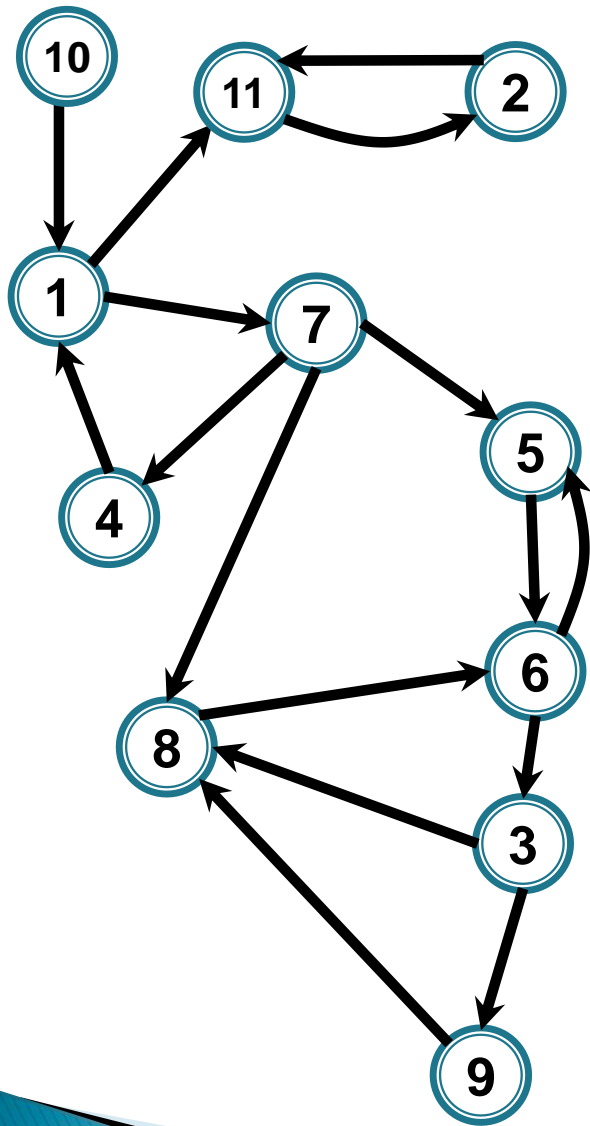
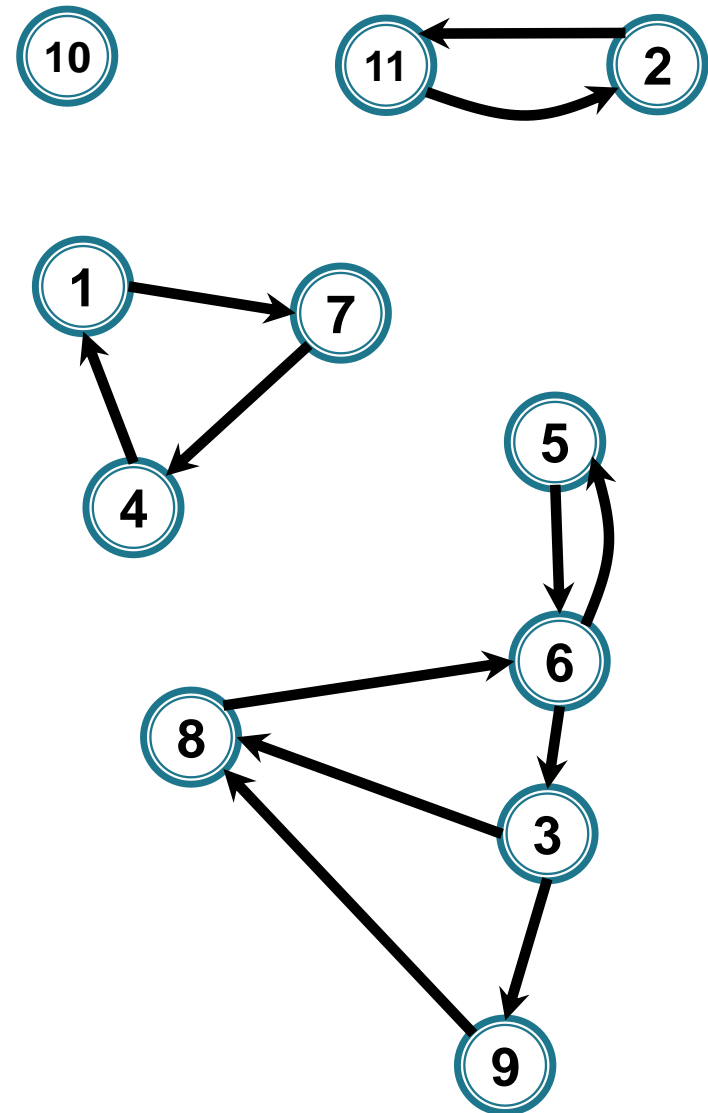
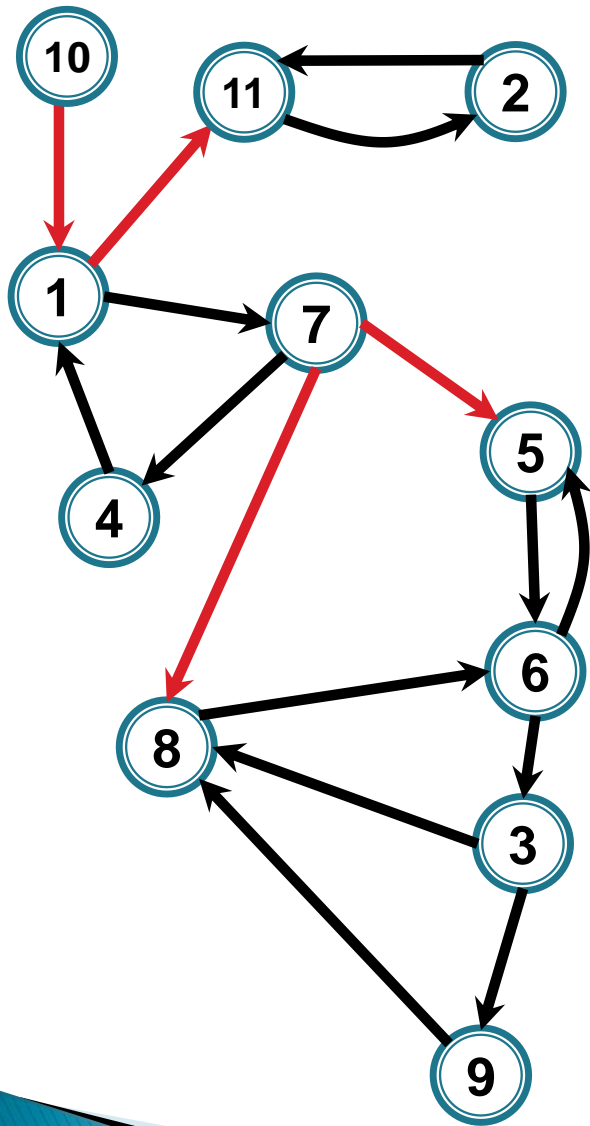


Componente tare conexe

Componente tare conexe



Componente tare conexe



Componentele tare conexe

Algoritmi componente tare conexe

- ▶ Folosind mai multe parcurgeri?

Posibilă idee:

$\text{componenta}(x) =$

multimea vârfurilor accesibile din x în $G \cap$

multimea vârfurilor accesibile din x în G^T

unde $G^T = (V, E^T)$, $E^T = \{yx \mid yx \in E\}$

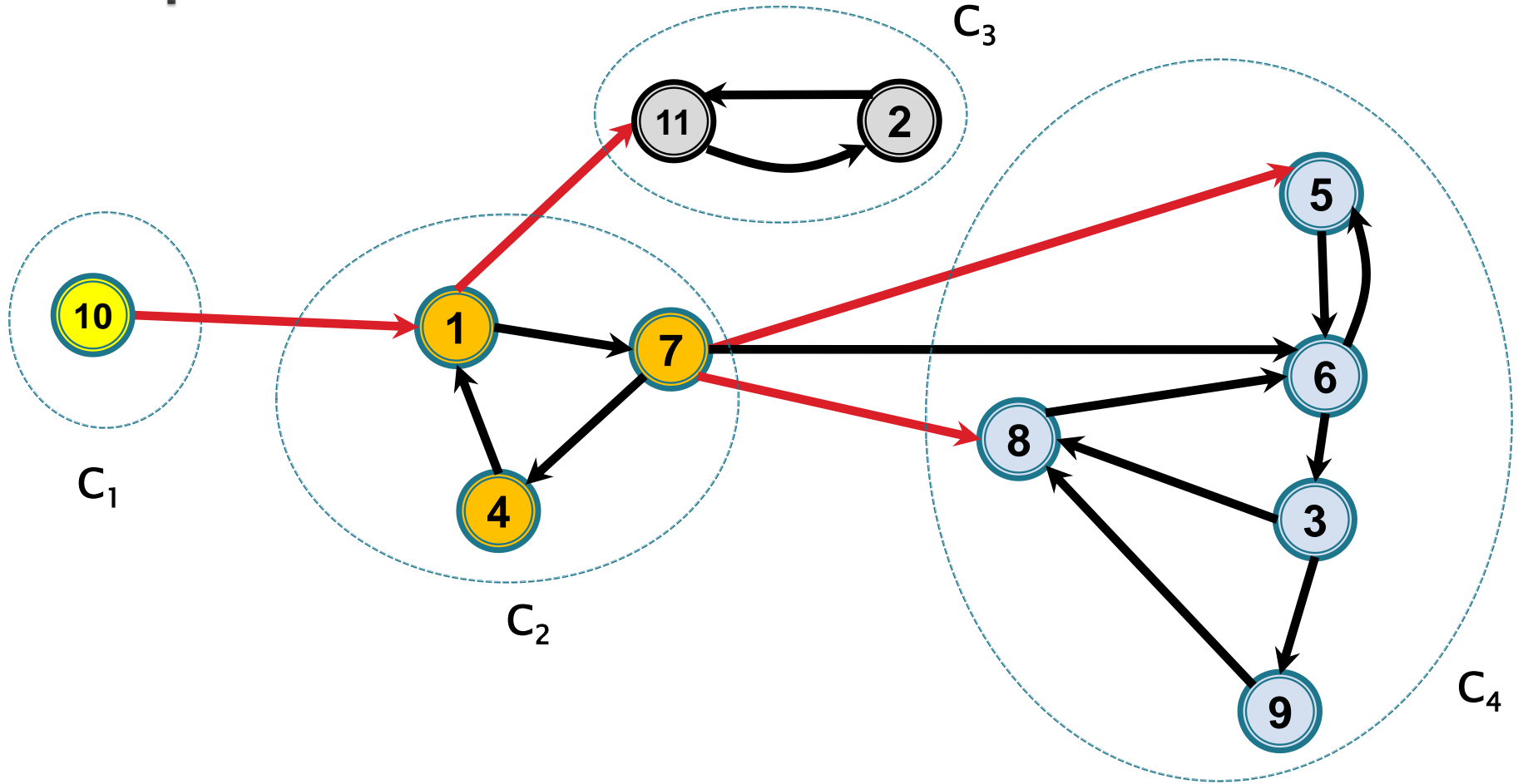
Algoritmi componente tare conexe

► Observație

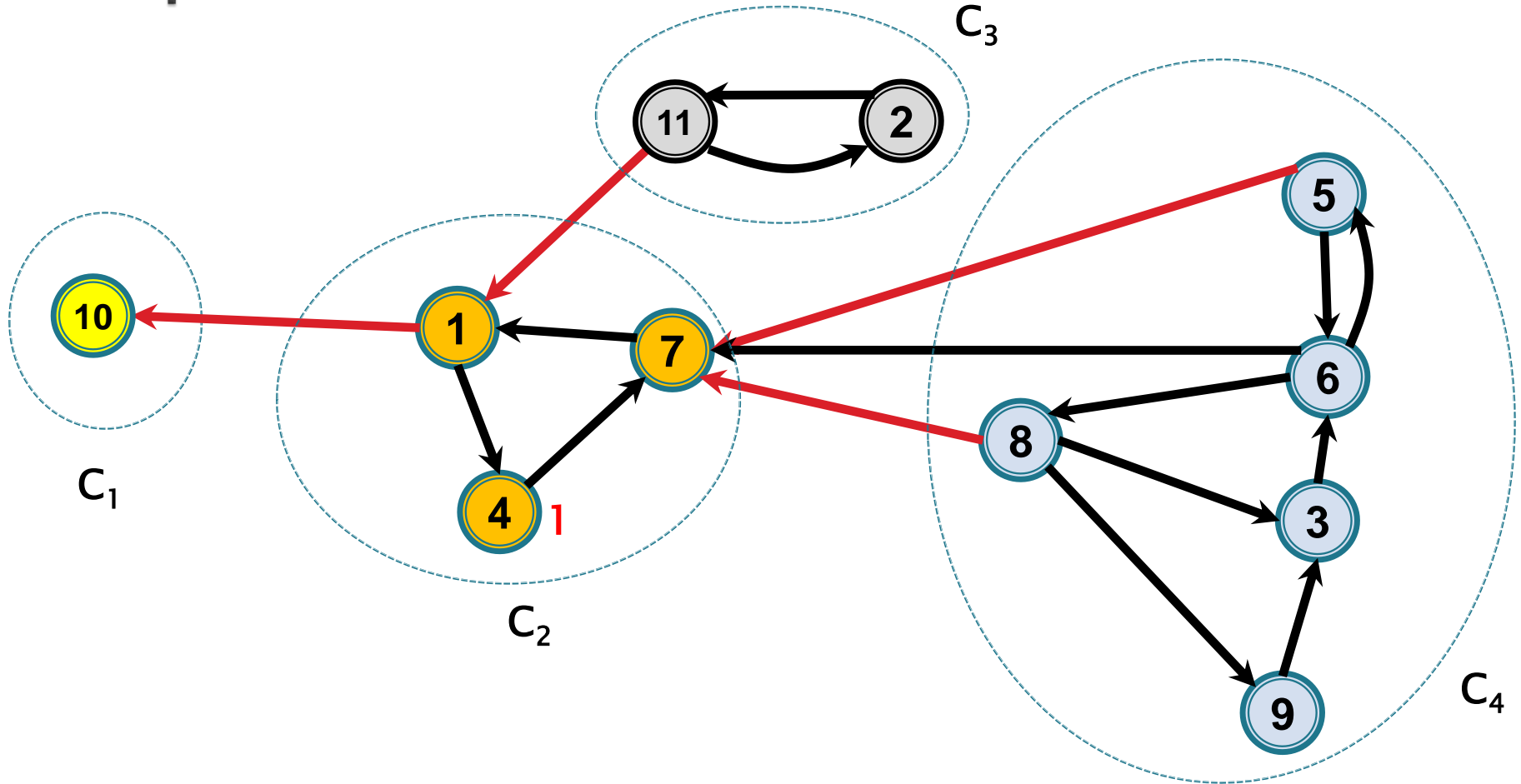
componente tare conexe din $G =$

componente tare conexe din G^T

Componente tare conexe



Componente tare conexe



G^T – ar fi bine sa determinăm întâi componenta lui 10: $DF(G^T, 10)$
(sa nu se “amestece” componentele)

Algoritmi componente tare conexe

- ▶ Folosind doar două parcurgeri, una în G și una în G^T ?

DA, dar a doua într-o ordine particulară a vârfurilor (în funcție de ordinea în care au fost finalizate în DF)

⇒ Algoritmul lui Kosaraju

Algoritmi componente tare conexe

- ▶ Folosind o singură parcurgere?

DA, folosind o idee similară cu cea de la componente biconexe

⇒ Algoritmul lui Tarjan

Algoritmul lui Kosaraju

Algoritmul lui Kosaraju

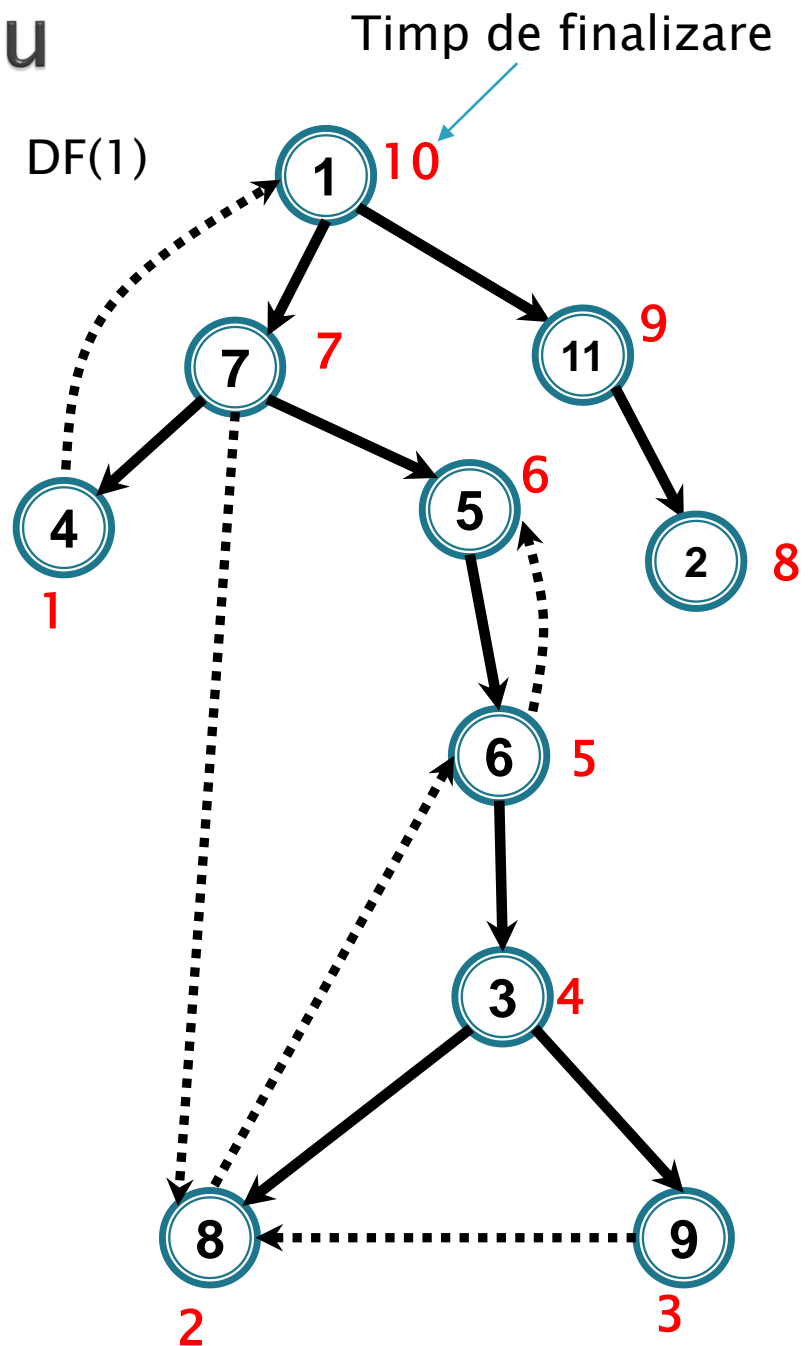
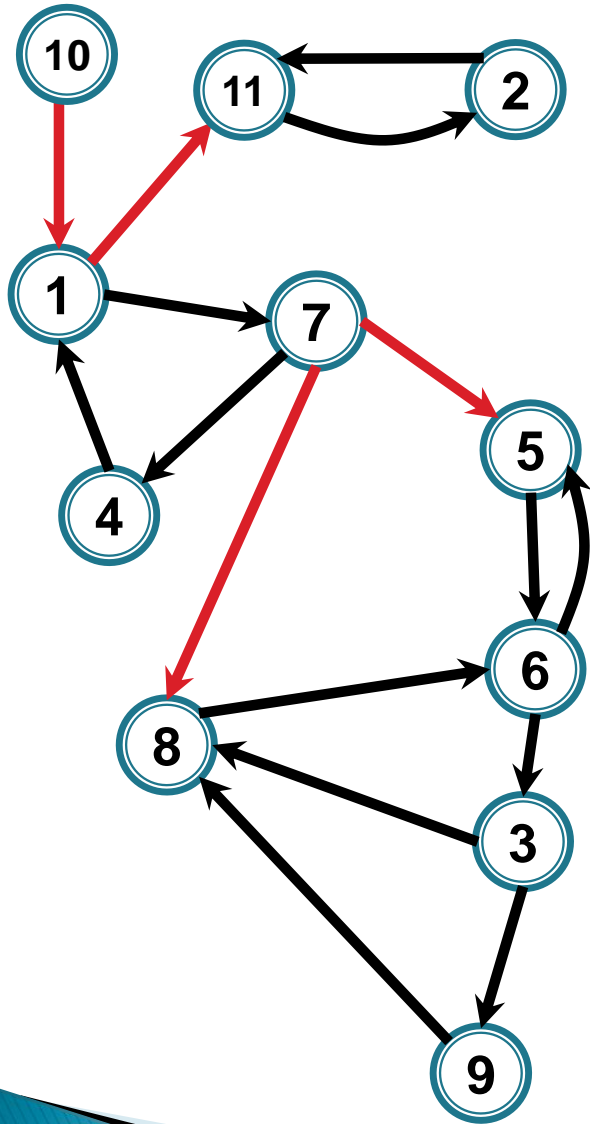
Pasul 1. $DF(G, x)$ pentru fiecare vârf x nevizitat + o stivă S în care se introduc vârfurile când sunt finalizate

Pasul 2. $DF(G^T, x)$ pentru x (nevizitat) în ordinea în care sunt scoase din S (= **descrescător în raport timpul de finalizare** – similar cu ?)

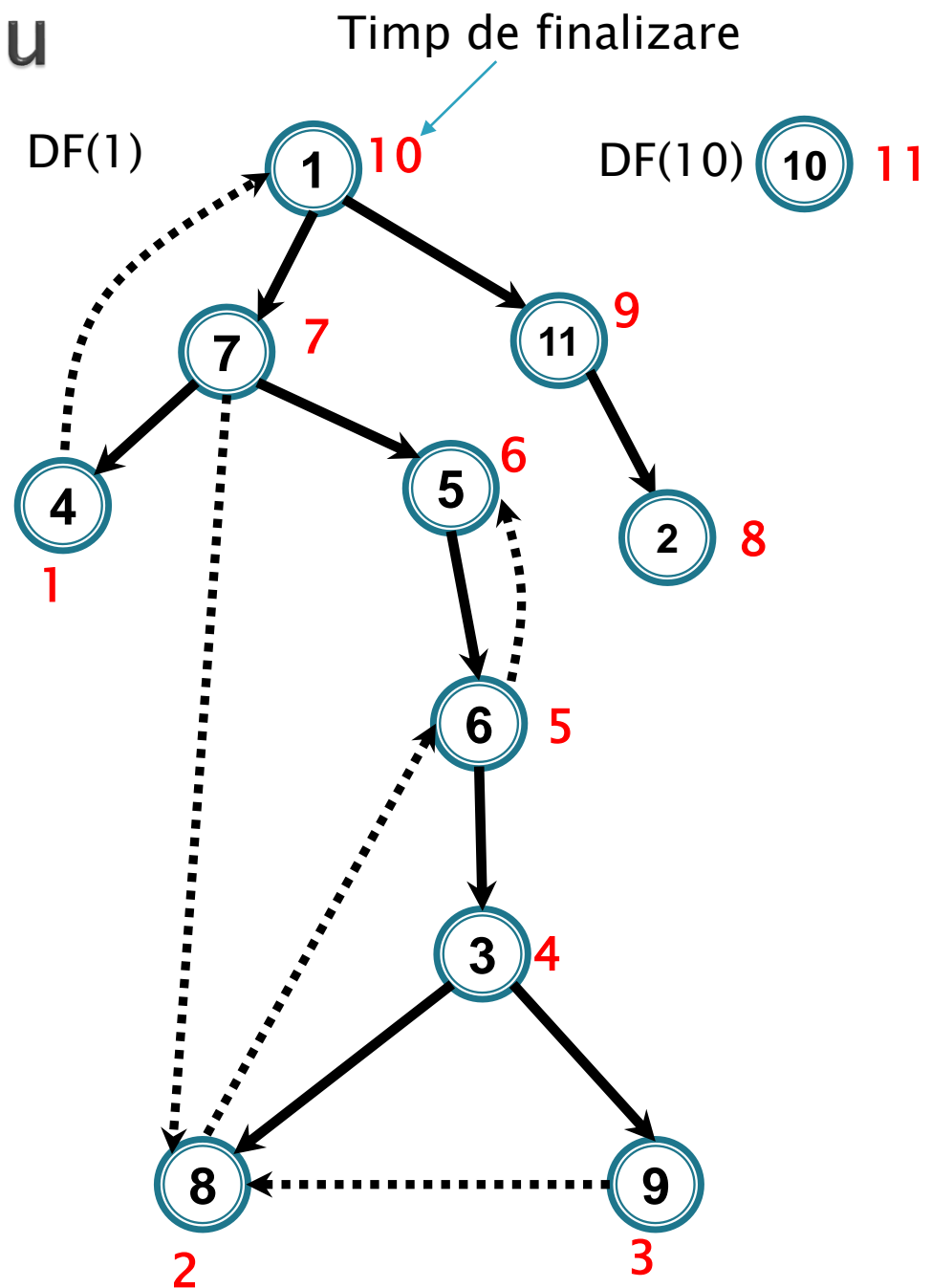
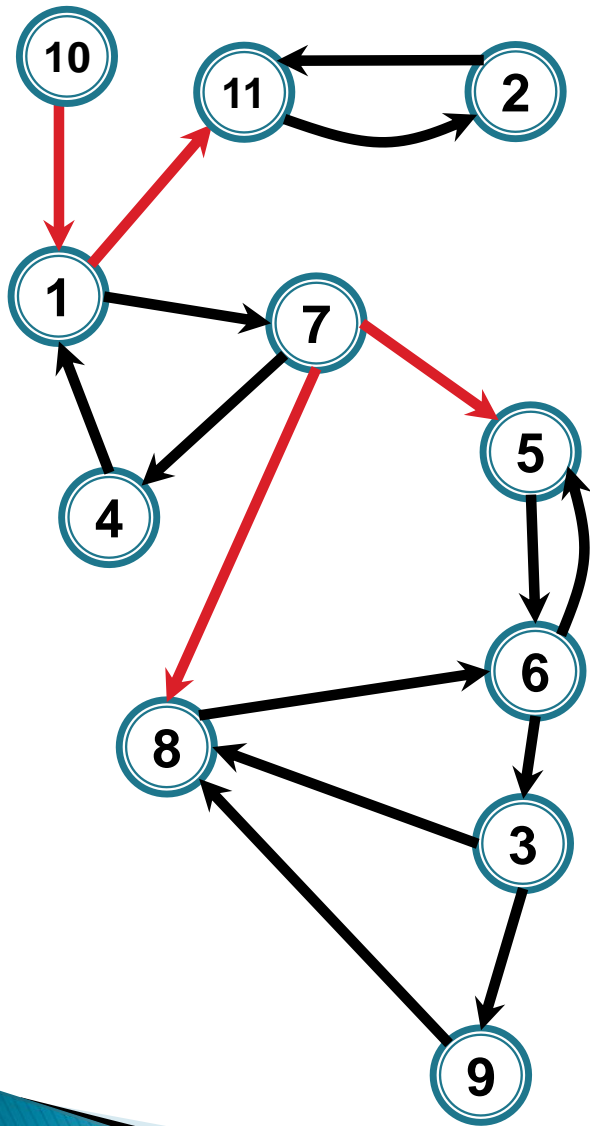
Avem

vârfuri vizitate în $DF(G^T, x)$ = componenta tare conexă a lui x

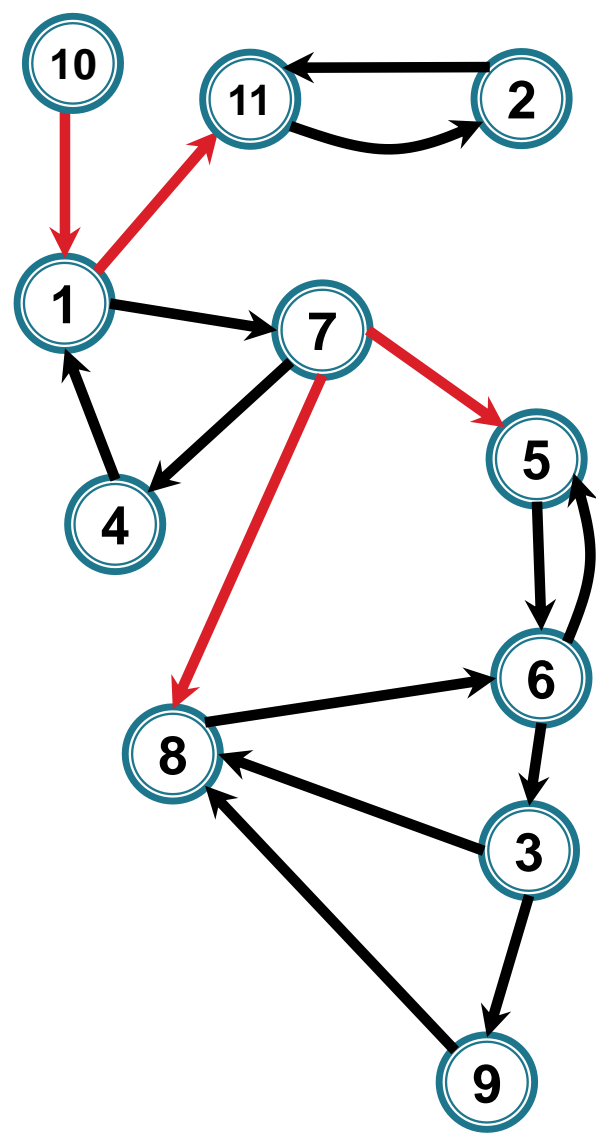
Algoritmul lui Kosaraju



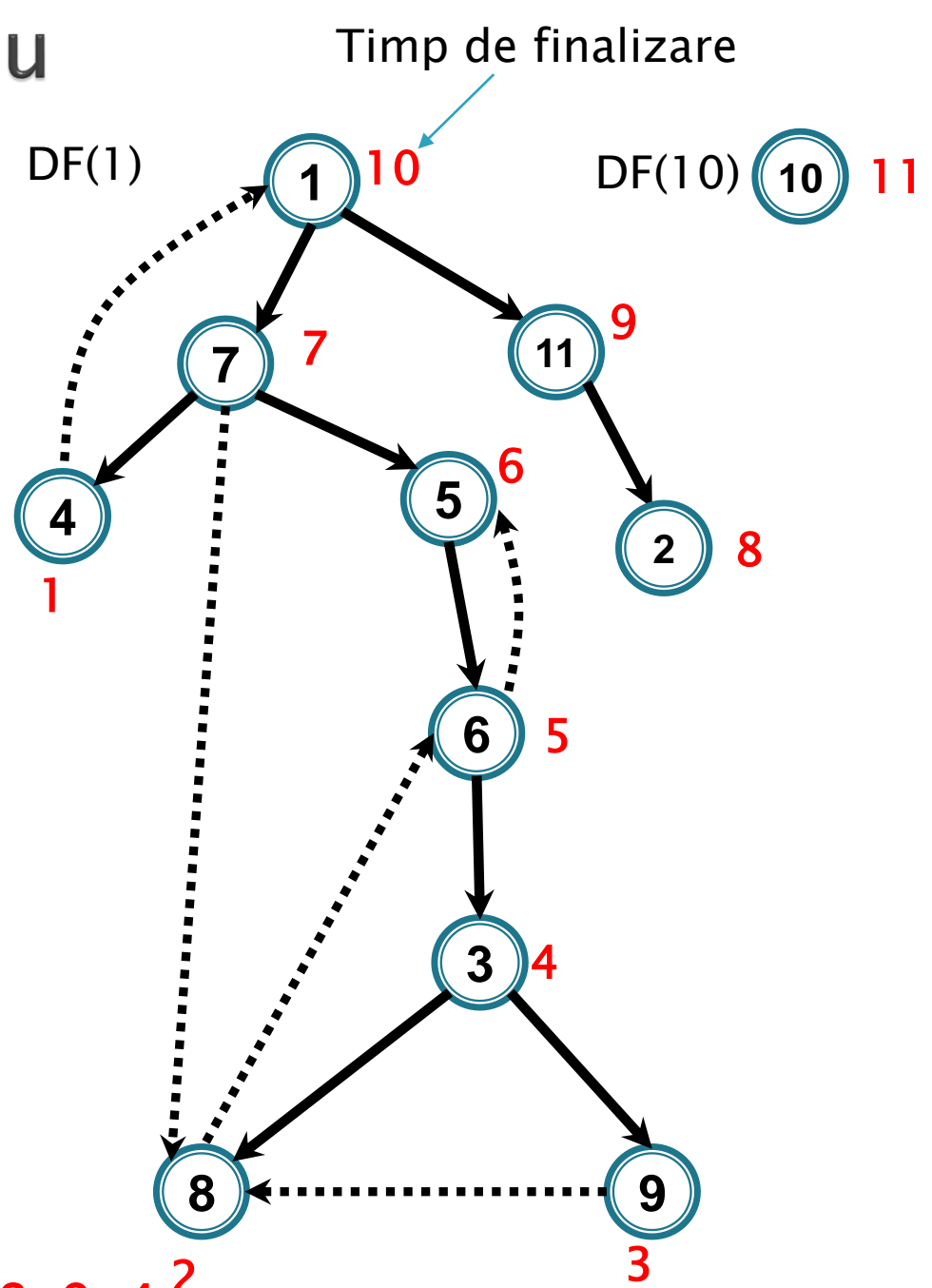
Algoritmul lui Kosaraju



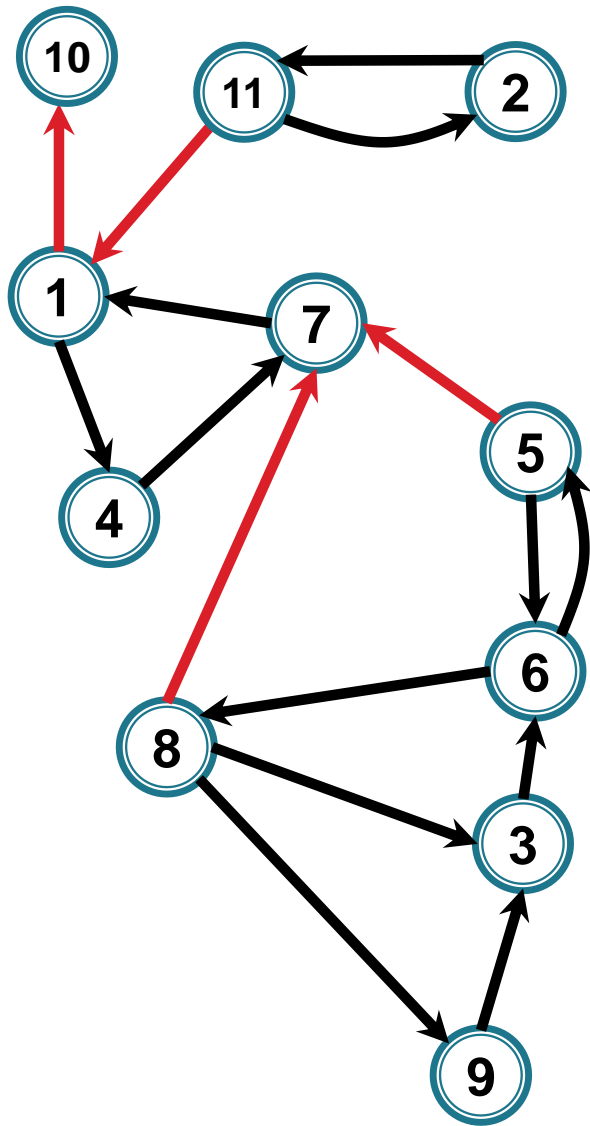
Algoritmul lui Kosaraju



Ordinea: 10, 1, 11, 2, 7, 5, 6, 3, 8, 9, 4²



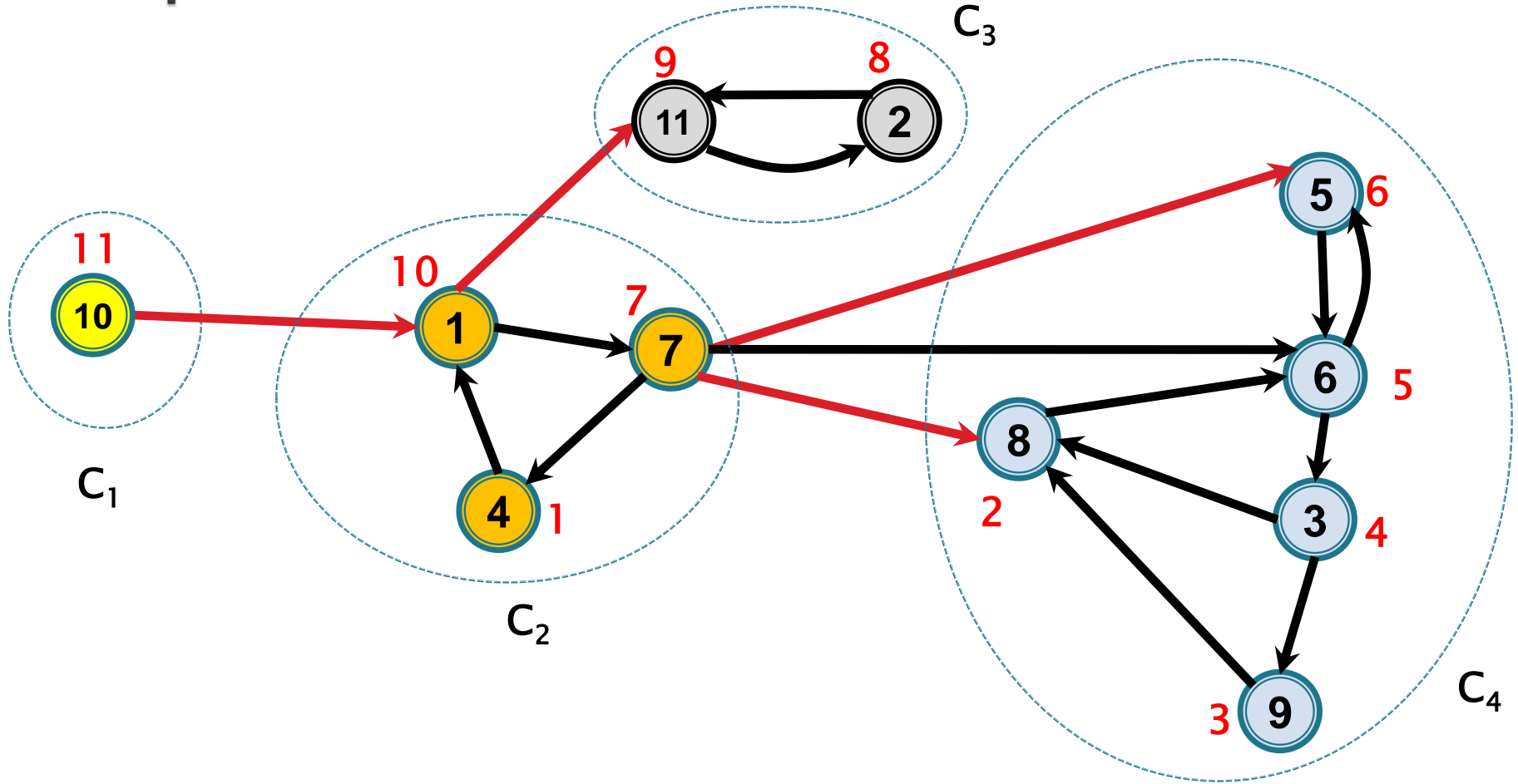
Algoritmul lui Kosaraju



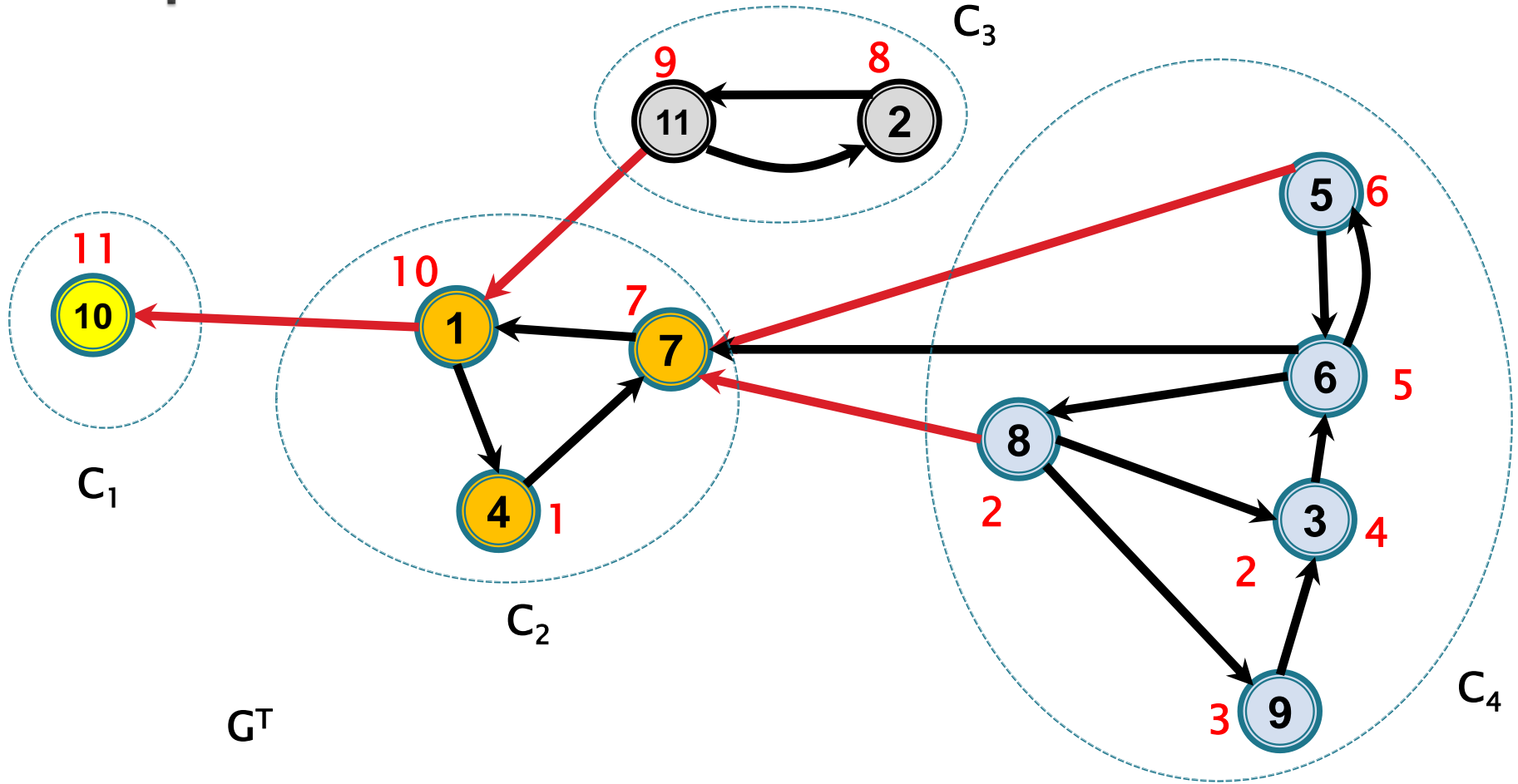
G^T

Ordinea: 10, 1, 11, 2, 7, 5, 6, 3, 8, 9, 4

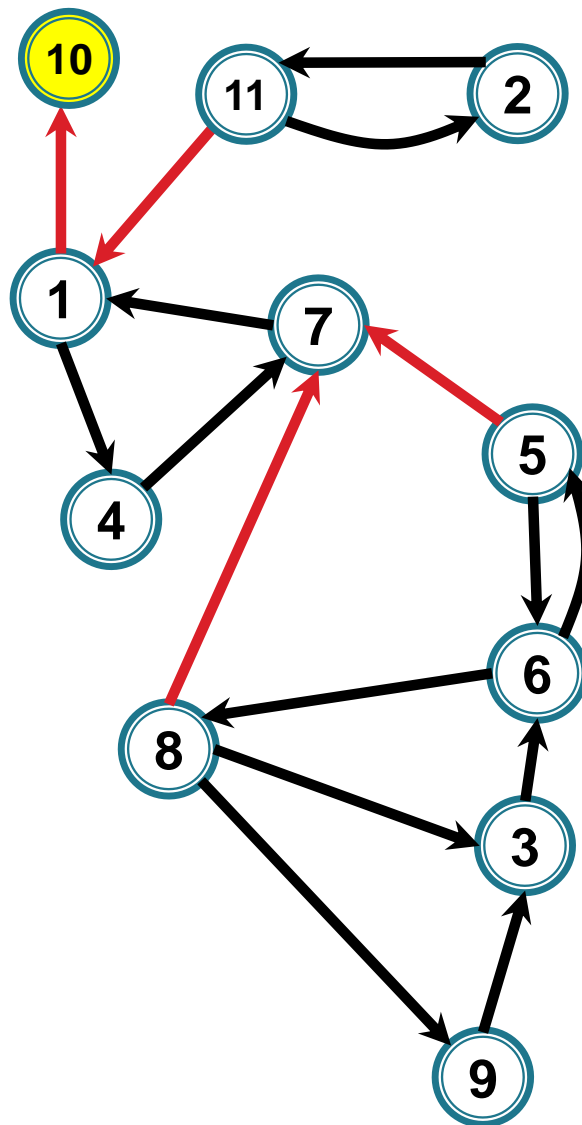
Componente tare conexe



Componente tare conexe



Algoritmul lui Kosaraju



DF(10)

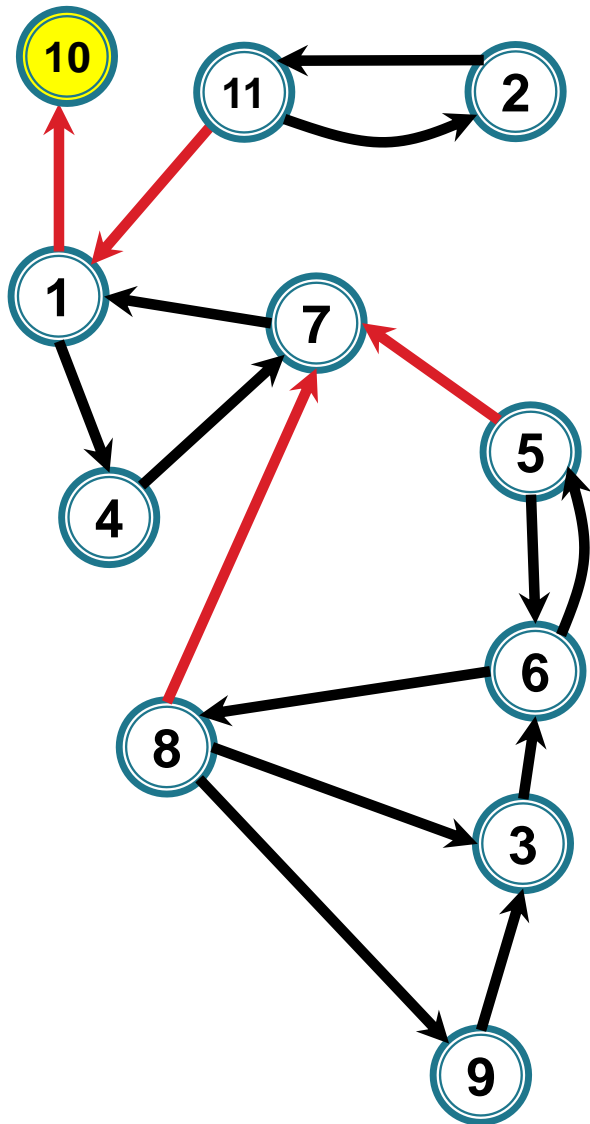


Componenta tare conexă: 10

G^T

Ordinea: 10, 1, 11, 2, 7, 5, 6, 3, 8, 9, 4

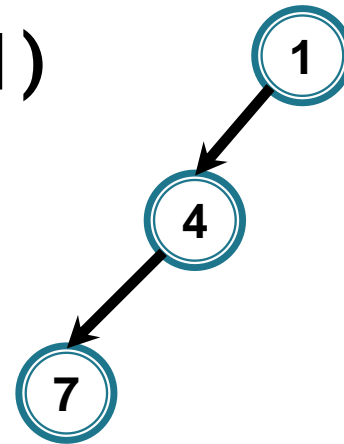
Algoritmul lui Kosaraju



G^T

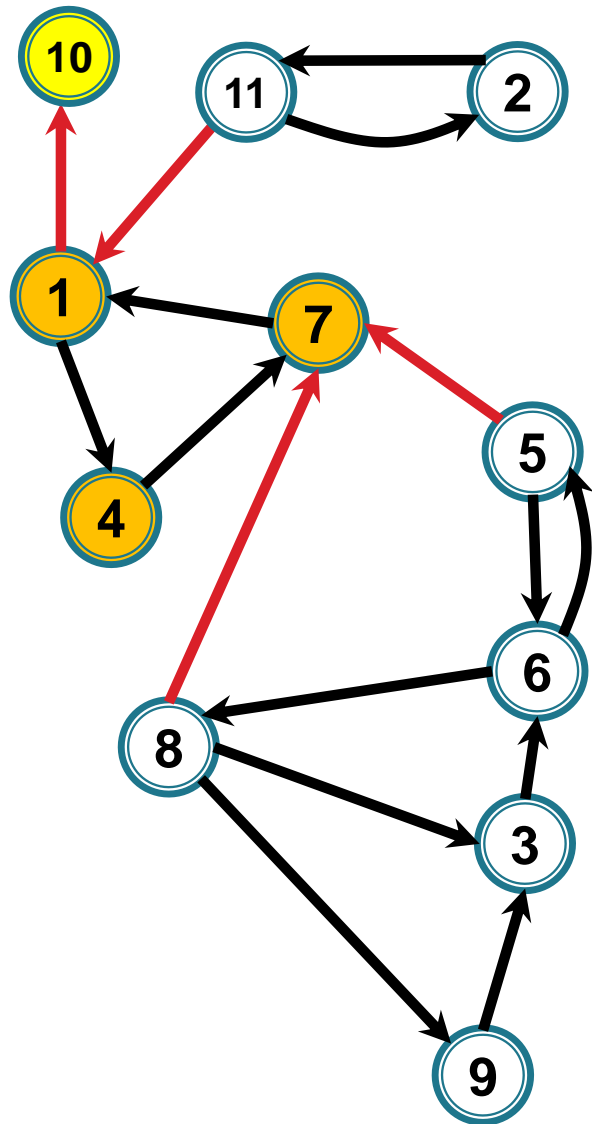
Ordinea: 10, 1, 11, 2, 7, 5, 6, 3, 8, 9, 4

DF(1)

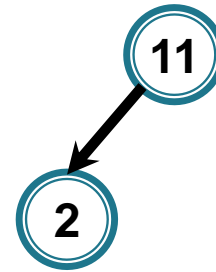


Componenta tare conexă: 1,4,7

Algoritmul lui Kosaraju



DF(1 1)

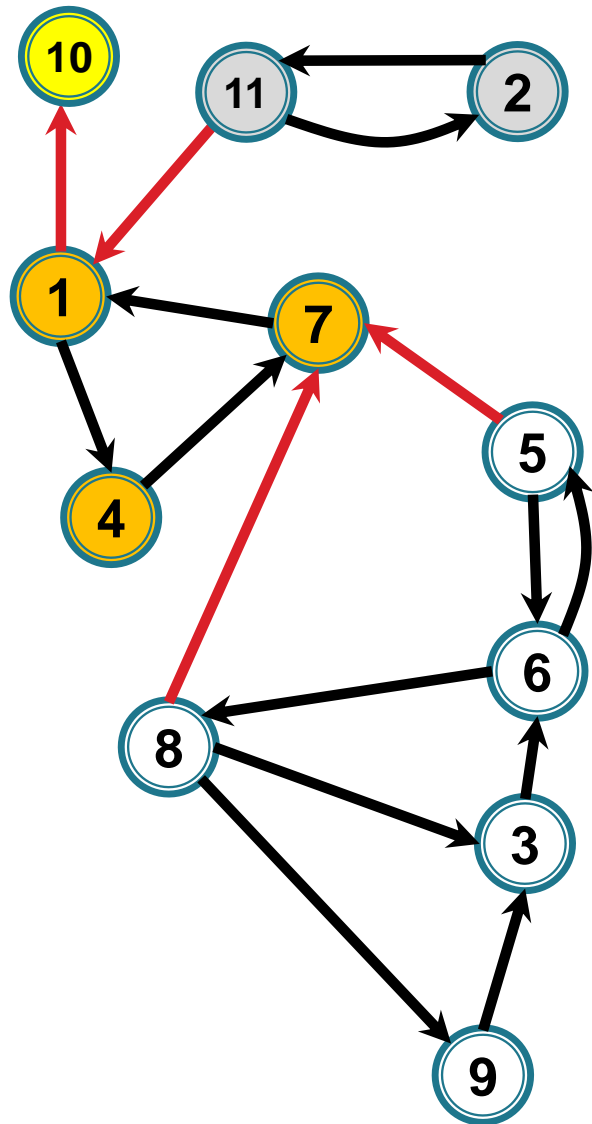


Componenta tare conexă: 11,2

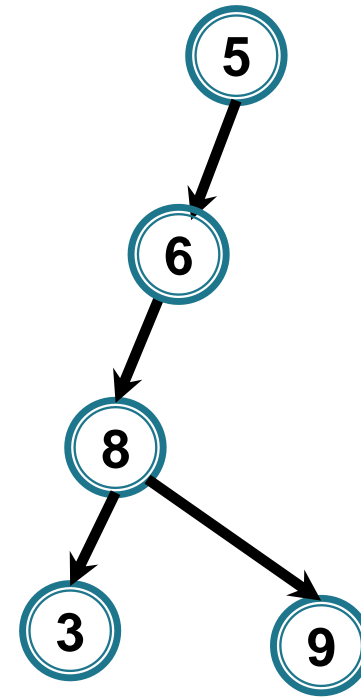
G^T

Ordinea: 10, 1, 11, 2, 7, 5, 6, 3, 8, 9, 4

Algoritmul lui Kosaraju



DF(5)

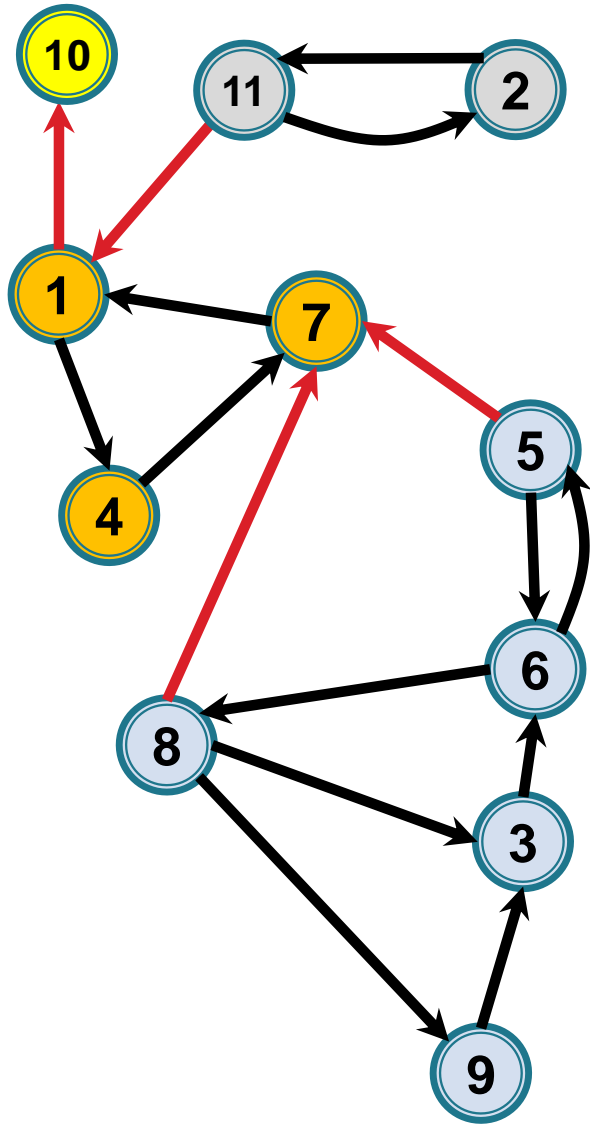


Componenta tare conexă: 5,6,8,3,9

G^T

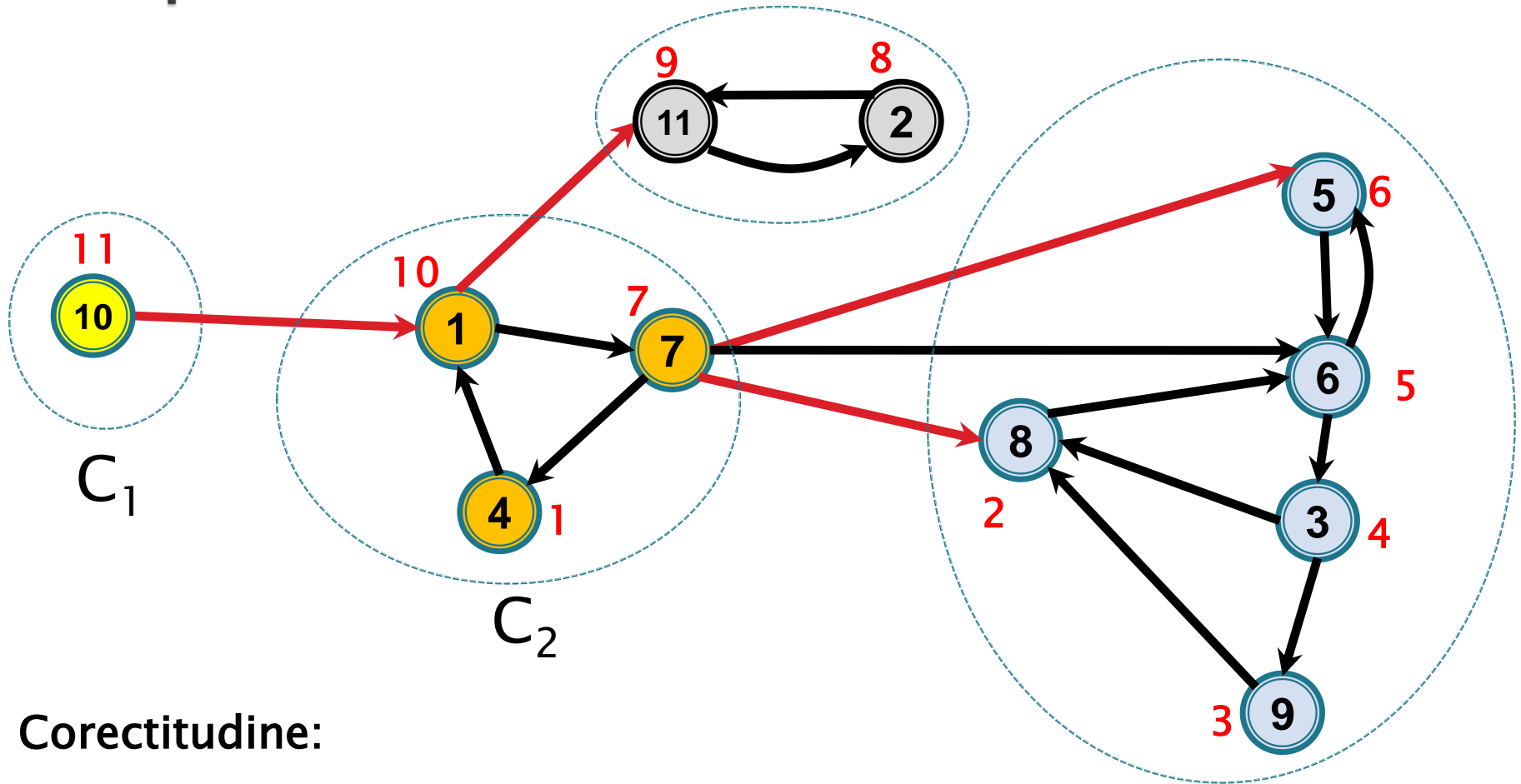
Ordinea: 10, 1, 11, 2, 7, 5, 6, 3, 8, 9, 4

Algoritmul lui Kosaraju



G^T

Componente tare conexe



Corectitudine:

$$\max\{\text{fin}[u] \mid u \in C_1\} > \max\{\text{fin}[u] \mid u \in C_2\}$$

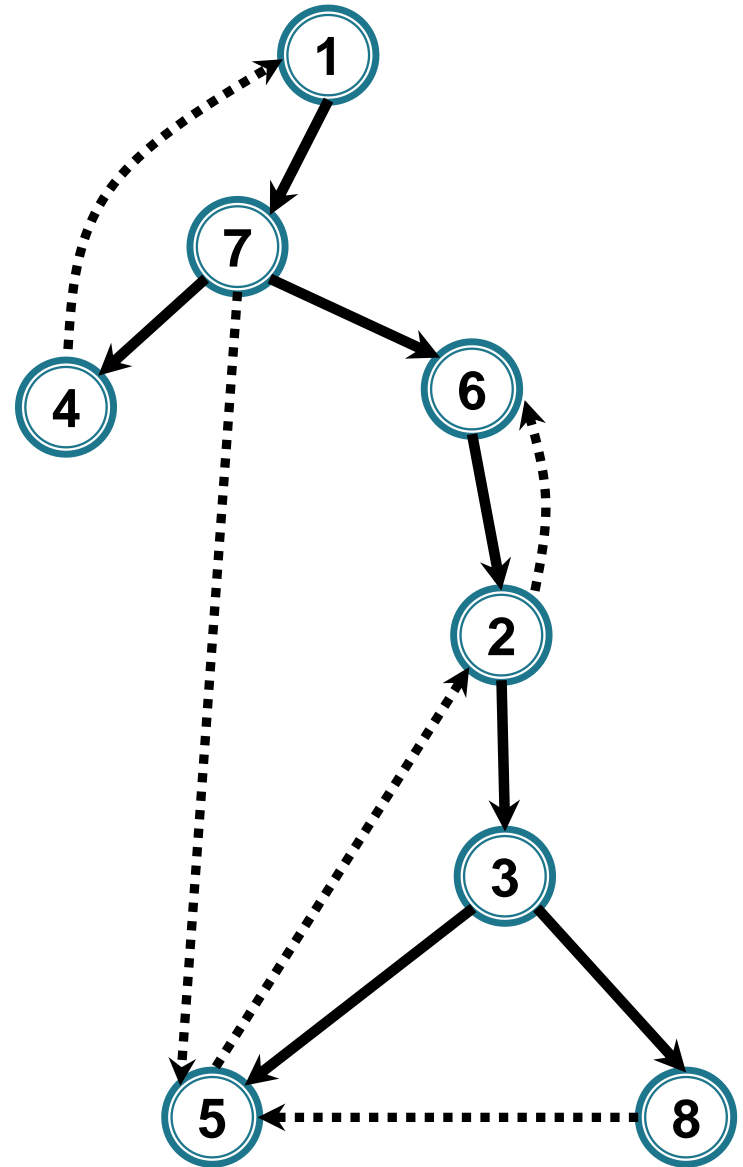
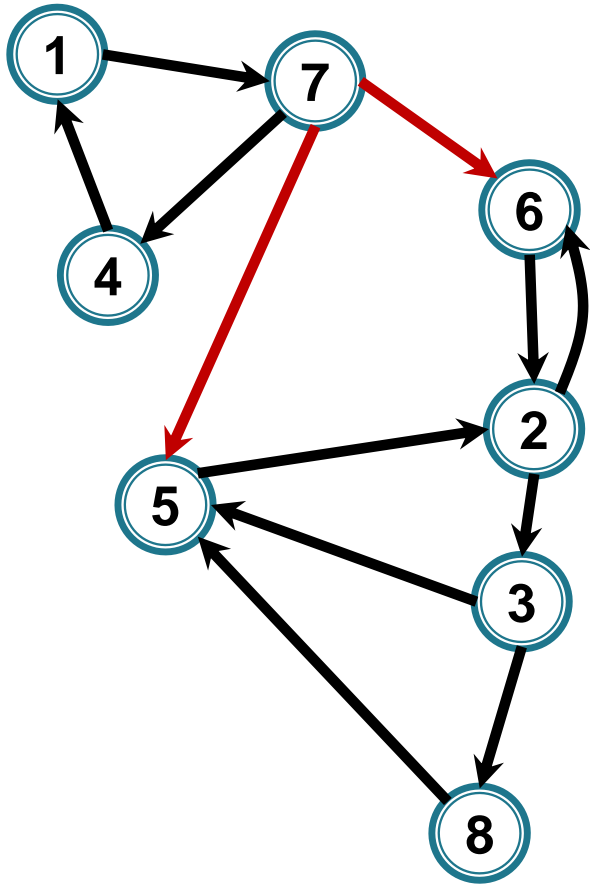
<http://web.stanford.edu/class/archive/cs/cs161/cs161.1176/Slides/Lecture10.pdf>

R. Sedgwick, K. Wayne – Algorithms, 4th Edition

Algoritmul lui Tarjan



Algoritmul lui Tarjan



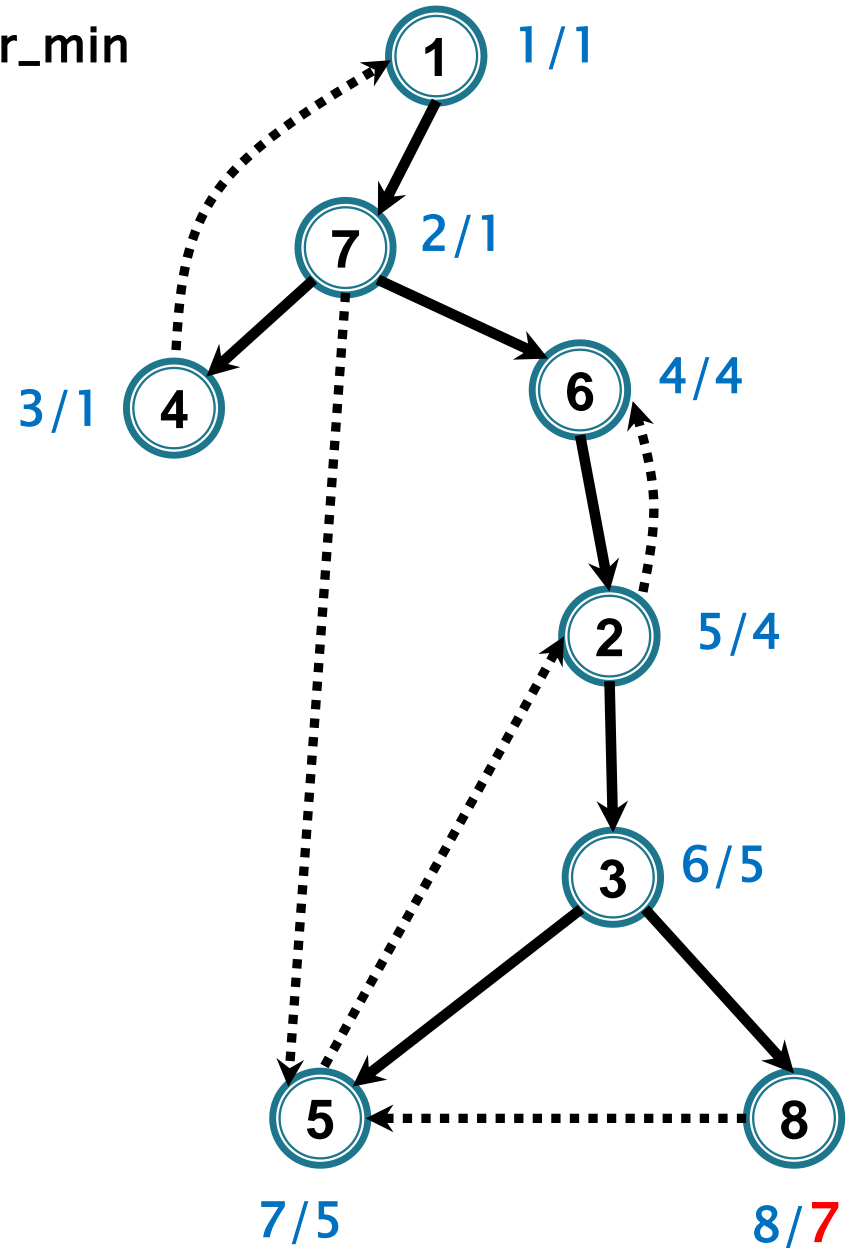
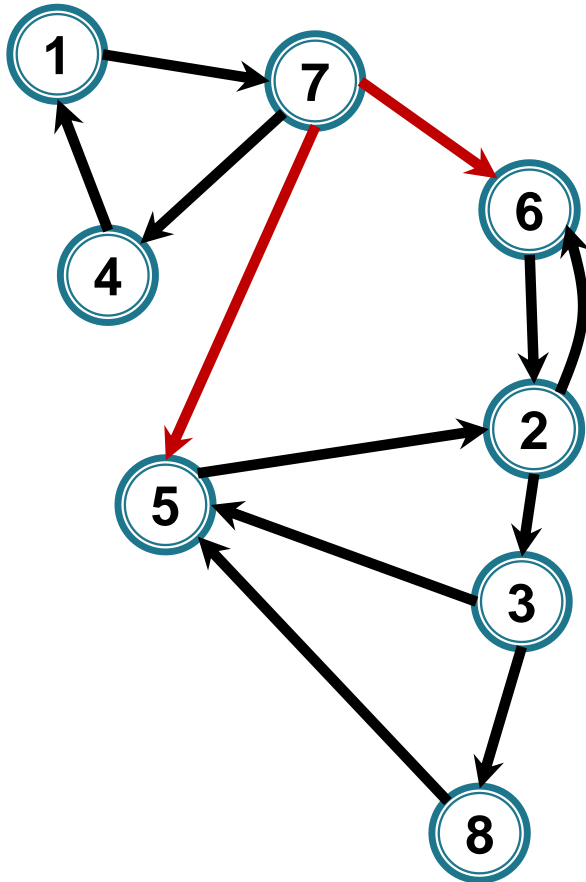
Algoritmul lui Tarjan

nr[v] = numărul vârfului în parcurgerea DF
(al câtelea a fost vizitat)

nr_min[v] = $\min \{ \text{nr}[u] \mid \text{putem ajunge din } v \text{ în } u$
folosind din arbore doar vârfurile din subarborele
de rădăcina ve DF (inclusiv v) }

Algoritmul lui Tarjan

nr / nr_min



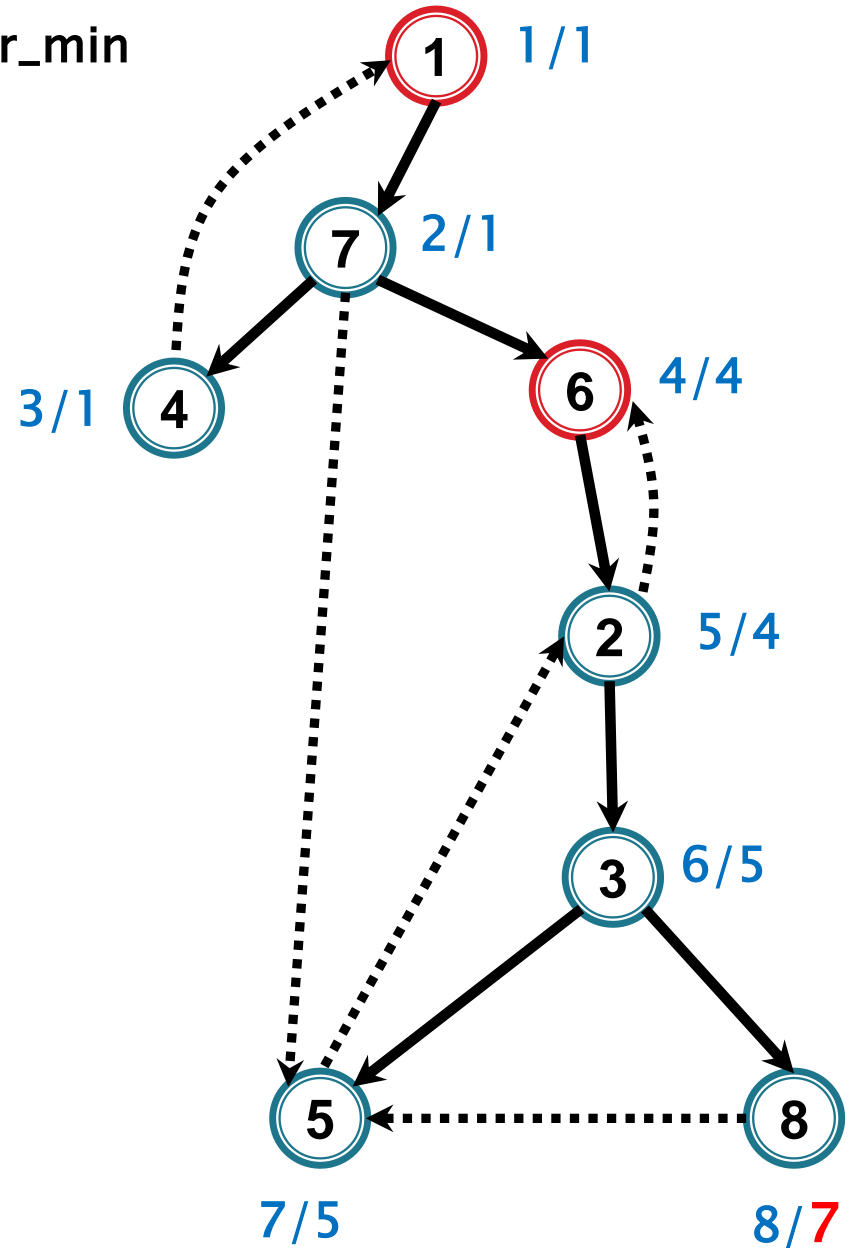
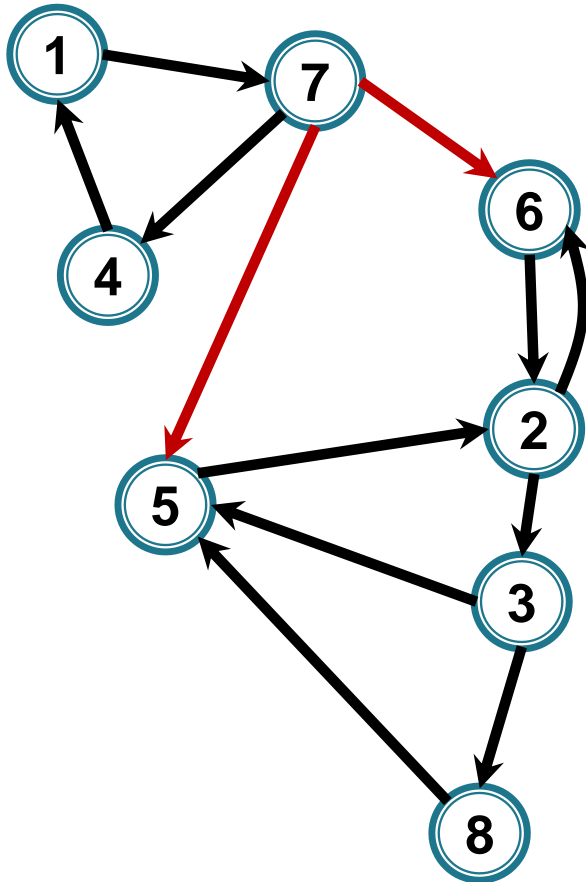
Algoritmul lui Tarjan

v este rădăcina unei componente tare conexe \Leftrightarrow

$$\text{nr}[v] = \text{nr_min}[v]$$

Algoritmul lui Tarjan

nr / nr_min



Indicații implementare

```
void df(int i){
    viz[i] = 1;
    nr[i]=nrdf++;
    nr_min[i] = nr[i];
    S.push(i), in_stiva[i] = 1;
    for(j vecin al lui i)
        if(viz[j]==0){
            df(j);
            nr_min[i] = min{nr_min[i], nr_min[j] }
        }
    else
        if(in_stiva[j])
            nr_min[i] = min{nr_min[i], nr[j] }
    if (nr_min[i] == nr[i]) {
        do { u = S.top(); afiseaza(u); s.pop();
            in_stiva[u]=0;
        } while (u != i);
    }
}
```