

Tema 1. Algoritmi Avansati

TSP:

- 1) Fie varianta TSP unde toate muchiile au ponderea 1 sau 2.
 - a) arătați ca problema ramane NP-hard pentru aceste instanțe

Daca o problema e considerata NP-Hard, inseamna ca exista alta problema NP-Complete la care se poate reduce in timp polinomial.

Daca, prin absurd, problema noastra n-ar fi NP-Hard, atunci putem lua doua grafuri, G si G' , unde intre oricare doua noduri x si y din G' adaugam muchie de cost 1 daca exista muchie de la x la y in G , sau adaugam muchie de cost 2 daca nu exista muchia de la x la y in G' .

Daca TSP ar avea cost N pe G , atunci stim ca exista un ciclu Hamiltonian \Rightarrow sa existe un ciclu Hamiltonian si un alg. TSP de cost N sunt echivalente intre ele.

Alg. de determinare a unui ciclu Hamiltonian este NP-Hard \Rightarrow acest alg. este NP-Hard

- b) arătați ca aceste ponderi satisfac în continuare inegalitatea triunghiului.

Ca sa demonstram inegalitatea triunghiului avand graful cu ponderile 1 sau 2, e de ajuns verificarea fiecaruia dintre cele 4 cazuri posibile:

$$\begin{aligned}\{1, 1, 1\} : 1 + 1 &\geq 1 \\ \{1, 1, 2\} : 1 + 1 &\geq 2 \\ \{1, 2, 2\} : 1 + 2 &\geq 2 \\ \{2, 2, 2\} : 2 + 2 &\geq 2\end{aligned}$$

- c) Algoritmul descris în curs (c3, slides 18-19) oferă o aproximare de ordin 2 pentru forma generala a TSP (cu regula triunghiului). **Verificati daca in aceasta instanța a problemei, algoritmul din curs este 3/2 aproximativ!**

Luam graful G cu N noduri, in care toate muchiile au costul 1, asadar TSP va da rezultatul N . Alegem un APM, se parcurge fiecare din cele $N-1$ muchii de doua ori cu algoritmul din curs, asadar raspunsul va fi $2 * (N - 1) = 2 * N - 2$.

Pentru un N suficient de mare, $2 * N - 2 > 3 / 2 * N$.