Subiectul 1 (3 puncte)

Se dă un graf neorientat cu $n>3$ vârfuri și m muchii și un vârf v.
a) Să se determine dacă există un ciclu impar în graf care nu conține vârful v. În caz afirmativ, se vor afișa muchiile unui astfel de ciclu, altfel se va afișa un mesaj corespunzător. **Complexitate O(n+m)**

b) Să se determine dacă graful este bipartit (caz în care se va afișa și o bipartiție a grafului) sau poate deveni bipartit prin eliminarea unui vârf (caz în care se va afișa un vârf care trebuie eliminat și o bipartiție a grafului obținut). **Complexitate $O(n^2+nm)$**

Informațiile despre graf se citesc din fișierul ***graf.in*** cu structura:

- pe prima linie sunt n și m
- pe următoarele m linii sunt câte 2 numere naturale reprezentând extremitățile unei muchii
- pe ultima linie este vârful v

graf.in	***Iesire pe ecran (solutia nu este unica)***
6 7 1 2 1 3 2 3 2 4 2 5 5 6 4 6 2	a) 1 2 3 1 (varfurile ciclului se pot afisa in orice ordine) b) Graful nu este bipartit Eliminand varful 3 obtinem un graf bipartit cu bipartitia V1 = 1 4 5 V2 = 2 6 (solutia nu este unica)

Subiectul 2 (3 puncte)

Se consideră un fişier activitati.in cu următoarele informații despre activitățile care trebuie să se desfăşoare în cadrul unui proiect:

- pe prima linie este un număr natural n reprezentând numărul de activități (activitățile sunt numerotate 1,…, n)
- pe a doua linie sunt n numere d_1, d_2, …., d_n (separate prin spațiu), reprezentând durata fiecărei activități (d_i este durata activității i)
- pe a treia linie sunt două numere naturale m și k
- pe următoarele m linii sunt câte două numere i și j cu semnificația: activitatea i trebuie să se încheie înainte să înceapă activitatea j.
- pe penultima linie sunt k numere s_1, s_2, ... , s_k
- pe ultima linie sunt două numere t_1 și t_2, diferite de cele de pe linia precedentă.

Activitățile se pot desfășura și în paralel.

Se consideră mulțimile S={ s_1, s_2, ..., s_k} și T = {t_1, t_2}. Să se afişeze o succesiune critică de activități care începe cu o activitate din S şi se termină cu una din T, adică o succesiune a_1,..., a_p de activități cu proprietățile:

1. $a_1 \in S$
2. $a_p \in T$
3. activitatea a_i trebuie să se încheie înainte de activitatea a_{i+1} pentru orice $1 \leq i < p$,

pentru care suma duratelor $d_{a_1} + ... + d_{a_p}$ este maximă. Dacă nu există o astfel de succesiune se va afişa un mesaj corespunzător. **Complexitate O(n+m)**

Se acordă 1 p dacă succesiunea critică verifică doar proprietatea 3.

graf.in	***Iesire pe ecran***
9 3 2 10 4 8 2 1 14 2 11 2 1 7 1 3 1 2 4 2 4 5 5 6 3 5 7 3 3 8 2 5 3 9 1 4 6 9	1 7 3 5 6 O succesiune critică ce verifică doar proprietatea 3 este: 1, 7, 3, 8 Explicații: : S = {1,4}, T={6,9}. Nu exista un sir de activități cu durata mai mare care sa respecte restricțiile de dependență din enunț și să înceapă cu o activitate din S și să se termine cu una din T (exista dependentele (1 trebuie să se termine înainte să înceapă 7), (7 trebuie sa se termine înainte să înceapă 3) etc.)

Subiectul 3 (3 puncte)

Se consideră un fișier secvente.in cu următoarele informații:

- pe prima linie este un număr natural n
- pe următoarea linie sunt n numere naturale separate prin spațiu, reprezentând elementele unei secvențe s_in
- pe a treia linie sunt n numere naturale separate prin spațiu, reprezentând elementele unei secvențe s_out.

Rezolvați următoarele cerințe **folosind algoritmul Ford-Fulkerson / Edmonds Karp** de determinare a unui flux maxim într-o rețea de transport

a) Să se determine, dacă există, un multigraf orientat cu secvența gradelor de intrare s_in și cu secvența gradelor de ieșire s_out cu proprietățile:

- vârfurile sunt numerotate 1,...,n

- într-un vârf poate exista cel mult o buclă (un arc cu ambele extremități egale cu acel vârf)

- între oricare două vârfuri există cel mult un arc (nu există arce multiple)

- nu există arce între două vârfuri cu etichete consecutive (de la un vârf i la vârful i+1)

Se vor afișa listele de adiacență ale multigrafului, dacă acesta există, și un mesaj corespunzător altfel.

b) În cazul în care multigraful cerut la a) nu există, să determine dacă există doua numere i, j cuprinse între 1 și n (nu neparat distincte) astfel încât se poate construi un multigraf G' cu secvența gradelor de intrare egală cu șirul obținut din s_in scăzând 1 din elementul i, și cu secvența gradelor de ieșire obținută din s_out scăzând 1 din elementul j și care să respecte proprietățile cerute la punctul a). Se vor afișa arcele multigrafului G' dacă acesta există, și un mesaj corespunzător altfel.

Complexitate $O(mn^2)$, unde m este suma numerelor din s_in

secvente.in	Iesire pe ecran (solutia nu este unica)
3 0 1 1 2 0 0	a) nu se poate b) i=2 j=1 Explicatii – a) exista un graf cu secventele de intrare si iesire date (cu arcele (1,2) si (1,3), dar nu verifica proprietatile cerute b) graful cu arcul (1,3) are secvența gradelor de intrare 0 0 1 (care difera de s_in doar pe pozitia i=2, avand elementul cu 1 mai mic) și secvența gradelor de ieșire 1 0 0 (care difera de s_out doar pe pozitia j=1, avand elementul cu 1 mai mic)
4 0 1 2 1 2 1 1 0	a) 1 3 1 4 2 2 3 3 b) – exista multigraf la a), nu trebuie afișat nimic