

Frank Vega-Aguirre

Lucas Standaert

Mary Montgomery

Homework 8

Problem 1:

$$a.) (\lambda x. \lambda y. x) (\lambda z. (\lambda x. \lambda y. x) z \underline{((\lambda x. z x) (\lambda x. z x))})$$

$$\Rightarrow \beta (\lambda x. \lambda y. x) (\lambda z. (\lambda x. \lambda y. x) z \underline{((\lambda x. z x) z)})$$

$$\Rightarrow \beta (\lambda x. \lambda y. x) (\lambda z. \underline{(\lambda x. \lambda y. x) z} (z z))$$

$$\Rightarrow \beta (\lambda x. \lambda y. x) (\lambda z. \underline{(\lambda y. z)} (z z))$$

$$\Rightarrow \beta \underline{(\lambda x. \lambda y. x)} (\lambda z. z)$$

$$\Rightarrow \beta \lambda y. \lambda z. z$$

$$b.) \underline{(\lambda x. \lambda y. x)} (\lambda z. (\lambda x. \lambda y. x) z \underline{((\lambda x. z x) (\lambda x. z x))})$$

$$\Rightarrow \beta \lambda y. \lambda z. (\lambda x. \underline{\lambda y. x}) z \underline{((\lambda x. z x) (\lambda x. z x))}$$

$$\Rightarrow \alpha \lambda y. \lambda z. \underline{(\lambda x. \lambda w. x)} z \underline{((\lambda x. z x) (\lambda x. z x))}$$

$$\Rightarrow \beta \lambda y. \lambda z. \underline{(\lambda w. z)} \underline{((\lambda x. z x) (\lambda x. z x))}$$

$$\Rightarrow \beta \lambda y. \lambda z. z$$

Problem 2:

$$a.) \text{ twice twice } f x$$

$$\Rightarrow \beta \text{ twice (twice } f) x$$

$$\Rightarrow \beta \text{ twice } f (\text{twice } f x)$$

$$\Rightarrow \beta \text{ twice } f (f (f x))$$

$$\Rightarrow \beta f (f (f (f x)))$$

Normal Form Exists

Problem 3:

$$a.) Z Z M$$

$$\Rightarrow \beta ((\lambda z. \lambda x. x (z z x)) (\lambda z. \lambda x. x (z z x))) M$$

$$\Rightarrow \beta (\lambda x. x ((\lambda z. \lambda x. x (z z x)) (\lambda z. \lambda x. x (z z x))) x) M$$

$$\Rightarrow \beta \ M \ ((\lambda z. \lambda x. x \ (z \ z \ x)) \ (\lambda z. \lambda x. x \ (z \ z \ x)) \ M) = M \ (Z \ Z \ M)$$

$$= M \ (Z \ Z \ M)$$