Institut Africain de Djibouti
Agrément définitif N°112/018/SG/MENSUR/08/08/18.

TD1: Espaces vectoriels et application linéaire

Exercice 1 : Soient $u = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $v = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $w = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ des vecteurs de R^3

1. Calculer $\prec u, v \succ ; \prec v, w \succ$ *et* $\prec u, w \succ$.
2. Calculer $u \wedge v; w \wedge v$.

Exercice 2 :

1. L'ensemble $F = \{(x, y) \in R^2 \mid x - y = 0\}$ est-elle un sous-espace vectoriel de R^2 ?
2. L'ensemble $G = \{(x, y,) \in R^2 \mid 2x + y = 0\}$ est-elle un sous-espace vectoriel de R^2 ?
3. L'ensemble $H = \{(x, y, z) \in R^3 \mid x + y - z = 0\}$ est-elle un sous-espace vectoriel de R^3

Exercice 3 :

Les familles suivantes sont-elles libres ou liées ?

1. Soient $u = (1, 0,0)$, $v = (0, 1, 1)$ et $w = (1, 1,1)$ dans R^3.
2. Soient $u = (1, 0, 1)$, $v = (0,2, 2)$ et $w = (3, 7, 1)$ dans R^3.
3. Soient $u = (1, 2, 1,2,1)$, $v = (2, 1, 2,1,2)$, $w = (1,0, 1,1,0)$ *et* $z=(0,1,0,0,1)$ dans R^5.

Exercice 4 :

Soit $f : R^2 \longrightarrow R^3$ l'application définie par $f(x, y)=(x+y, x-y, x+y)$

1. L'application f est-elle linaire ?
2. Déterminer le noyau de f.
3. f est-elle injective ?

Exercice 5 :

Soit $f : R^3 \longrightarrow R^3$ l'application définie par $f(x, y, z) = (-3x-y+z, 8x+3y-2z, -4x-y+2z)$

1. Montrer que l'application f est linaire.
2. Déterminer une base du noyau de f et sa dimension.
3. L'application f est-elle injective *?*
4. Donner le rang de Im (f).