Vendredi 26 Janvier 2024

Question 10 :

461 pots.

$$\begin{cases} 461 = 13q + r \\ 461 = 13q + r = 35 \times 13 + 6 \end{cases}$$

P.S. On peut aussi avoir une autre solution. Si on enlève 1 à chaque caisse et on les met dans la dernière, ça marche aussi

Question 11 :

$n, m \mid n + m = 76, \; m = 9n$

$$\begin{cases} n + m = 76 \\ m = 9n + r \quad \text{avec } 0 \leq r < 9 \end{cases}$$

Donc $n + 9n + r = 76$, $0 \leq r < 9$

$10n + r = 76$, $0 \leq r \leq 9 < 10$

$\vdots$

Question 23 :

a) $PGCD(1064, 700)$

$= PGCD(700, 364)$

$= PGCD(364, 336)$

$= PGCD(336, 28)$

$= 28$

b) $= PGCD(4567, 91837)$

$= PGCD(\ldots)$

$\ldots$

Resoudre : $ax + by = \text{pgcd}(a,b)$
(Le Theorème de Bézout)

<u>But :</u> Tout les x, y tel que $1064x - 700y = 28$

<u>Methode 1 :</u> $\boxed{ax + by = c}$

<u>Cas 1 :</u> si $\text{pgcd}(a,b) \nmid c$: pas de solution

<u>Cas 2 :</u> si $\underbrace{\text{pgcd}(a,b)}_{\delta} \mid c$, $c = \delta \tilde{c}$

<u>Etape 1 :</u> Trouvé 1 solution

$$a x_0 + b y_0 = \text{pgcd}(a,b)$$

<u>Etape 2 :</u> Toutes les solutions

$$c = \tilde{c} \times \text{pgcd}(a,b)$$

$$a x_0 \tilde{c} + b y_0 \tilde{c} = \boxed{\tilde{c} \times pgcd(a, b)} \leftarrow c$$

$$a \underbrace{\boxed{x_0 \tilde{c}}}_{X_0} + b \underbrace{\boxed{y_0 \tilde{c}}}_{Y_0} = c$$

Donc $a X_0 + b Y_0 = c$

<u>Etape 3 :</u> Toutes les sols de $ax + by = c$ sont

$$\begin{cases} x = X_0 + K \dfrac{b}{PGCD(a,b)} \\ y = Y_0 - K \dfrac{a}{PGCD(a,b)} \end{cases}$$

Etape 1 : PGCD Euclide

$1064 = 1 \times 700 + 364$

$700 = 1 \times 364 + 336$

$364 = 1 \times 336 + 28$

$336 = 12 \times 28 + 0$

en remplaçant
on remonte

Etape 2 : Trouvé une solution

But : $1064x + 700y = 28$

1) $364 - 1 \times \underline{336} = 28$ — = remplaçable.

$364 - 1 \times (700 - 1 \times 364) = 28$

↳ $2 \times \underline{364} - 700 = 28$

$$2\times(1064-1\times700)-700=28$$

$$\Leftrightarrow 2\times1064-3\times700=28$$

Etape 3: Toute les sol

$$\overset{x_0}{\boxed{2}}\times1064-\overset{y_0}{\boxed{3}}\times700=28$$

$$x=2+K\frac{700}{PGCD},\quad y=3-\frac{1064}{PGCD}$$

Or $\frac{700}{PGCD}=25$, $\frac{1064}{PGCD}=38$

Donc $x=2+25K$, $y=3-38K$

Voila Toutes les solutions

Question 44 :

Resolution d'equation diophantienne

a) $3x + 2y = 4$

But : Trouvé Toutes solution

1) $PGCD(3,2) = 1$, or $1 | 4$

PGCD

On $3 = 1 \times 2 + 1$

$2 = 2 \times 1 + 0$

2) $a x_0 + b y_0 = pgcd(a, b)$

$3 = 1 \times 2 + 1 \rightarrow pgcd(a, b)$

$1 \times 3 - 1 \times 2 = 1 \rightarrow pgcd(a, b)$

3) $4 \times 3 - 4 \times 2 = 4$

4) $x = 4 + K \frac{2}{PGCD(2,3}$

$x = 4 + K \frac{2}{1}$

$x = 4 + 2K$

$y = -4 - K \frac{3}{PGCD(2,3)}$

$y = -4 - K \frac{3}{1}$

$y = -4 - 3K$

Donc $\begin{cases} x = 4 + 2K \\ y = -4 - 3K \end{cases} \quad K \in \mathbb{Z}$