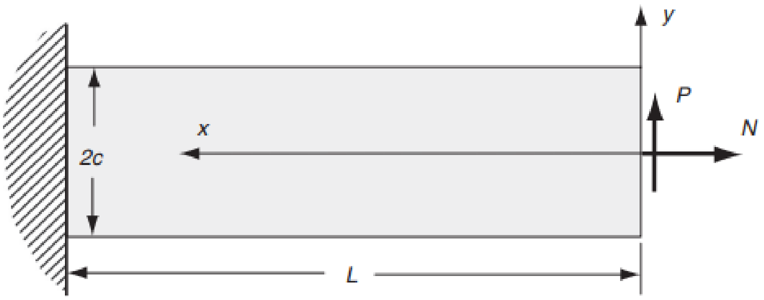
INTRODUÇÃO À TEORIA DA ELASTICIDADE LINEAR
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - UFAL
Período Letivo: *2025-1* – Professor: *Adeildo Soares Ramos Jr*
Lista III – Data de entrega: *01/10/2025*

1. Para a viga abaixo em estado plano de tensões, pede-se: 1) Determinar o vetor de trações no contorno da chapa; 2) Verificar as resultantes na face x = 0; 3) Plotar o contorno da máxima tensão principal (σ_1) na região considerando $L = 1; c = 0{,}1; P = 1$.

$$\sigma_x = -\frac{3Pxy}{2c^3} + \frac{N}{2c}, \quad \sigma_y = 0, \quad \tau_{xy} = -\frac{3P}{4c}\left(1 - \frac{y^2}{c^2}\right)$$



2. Considerando que o estado de tensão em um ponto de um corpo sólido é dado pelo tensor abaixo (com as unidades apropriadas), pede-se: 1) Determinar o vetor de tração numa superfície com normal $\boldsymbol{n} = \{\cos(\theta)\ \sin(\theta)\ 0\}^t$, onde $0 \leq \ \theta \leq \pi$; 2) Plotar a variação do módulo do vetor de tração em função de θ; 3) Calcular as tensões e os respectivos planos principais; 4) Calcular a máxima tensão de cisalhamento; 5) Esboçar graficamente o círculo de tensão de Mohr;6) Determinar os tensores esférico e desviador.

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -4 \\ 1 & 4 & 0 \\ -4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

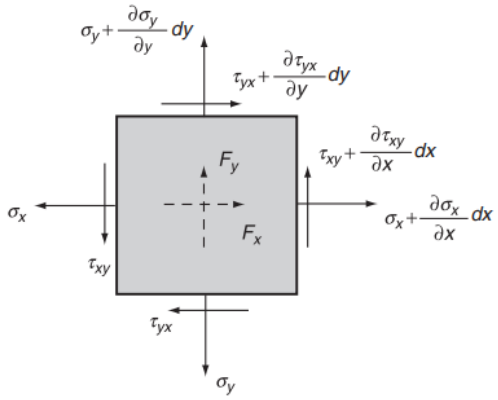
3. Mostrar que a relações de transformação entre as componentes cartesianas do tensor de tensão em função das componentes polares, são dadas por:

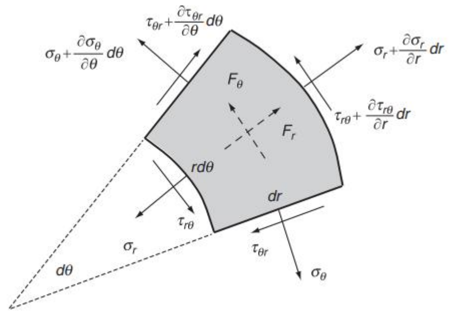
$$\sigma_{xx} = \sigma_r \cos^2(\theta) + \sigma_\theta\, sen^2(\theta) - 2\, \sigma_{r\theta} sen(\theta)\ \cos(\theta)$$
$$\sigma_{yy} = \sigma_r\, \mathrm{sen}^2(\theta) + \sigma_\theta\, cos^2(\theta) + 2\, \sigma_{r\theta}\, sen(\theta)\ \cos(\theta)$$
$$\sigma_{xy} = (\sigma_r - \sigma_\theta)\ cos(\theta)\, sen(\theta) + 2\, \sigma_{r\theta}\, (\cos^2(\theta) - \mathrm{sen}^2(\theta))$$

4. Mostrar que as tensões principais e a tensão máxima cisalhante para o caso de estado plano de tensão são dadas por:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$
$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

5. Demonstrar as equações diferenciais de equilíbrio para o sistema cartesiano e polar de coordenadas em estado plano de tensões, fazendo explicitamente a aplicação das equações de equilíbrio de forças e momentos baseado nas figuras abaixo:





6. Para o caso bidimensional sem forças de volume, mostrar que as equações diferenciais de equilíbrio são identicamente satisfeitas se as tensões são expressas na forma

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2},\ \sigma_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2},\ \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}$$

onde $\phi(x, y)$ é uma função arbitrária.

7. Demonstrar as relações abaixo para o sistema de coordenadas cilíndrico:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{1}{r}(\sigma_r - \sigma_\theta) + F_r = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2}{r}\tau_{r\theta} + F_\theta = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{1}{r}\tau_{rz} + F_z = 0$$