

Relazione Laboratorio 12/11/2021

(Stefano Cecchetti, Matteo Cavalleri, Tommaso Castiglioni, Mirko Moises Cermeno Sanchez)

Introduzione generale:

Nelle successive pagine tratteremo della esperienza di laboratorio effettuata sull'elettrostatica e sul magnetismo, in particolare sui condensatori piani e sull'interazione tra corrente e campo magnetico. Il lavoro si è svolto in una prima fase di raccoglimento dati, con una successiva analisi dei dati. Dopo aver chiarito gli scopi degli esperimenti basandoci sulle conoscenze apprese, abbiamo analizzato i dati ottenuti con lo scopo di verificarne la coerenza con quelli ideali. Per l'analisi dei dati ci siamo serviti delle nozioni acquisite durante il corso di statistica facendo uso del software statistico R.

Esperimento 1: ELETTROSTATICA

Cenni teorici:

Capacità condensatore: Se si applica una tensione elettrica alle armature, le cariche elettriche si separano e si genera un campo elettrico all'interno del dielettrico. L'armatura collegata al potenziale più alto si carica positivamente, negativamente l'altra. Le cariche positive e negative sono uguali e il loro valore assoluto costituisce la carica Q del condensatore. Il rapporto della carica e del potenziale applicato, si definisce capacità C , misurato in Farad (F).

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

Capacità condensatore piano: La capacità di un condensatore piano (armature piane e parallele) è proporzionale al rapporto tra la superficie S di una delle armature e la loro distanza d . La costante di proporzionalità è una caratteristica dell'isolante interposto e si chiama permittività elettrica assoluta. (In questo caso si considera il vuoto)

$$C = \frac{S\varepsilon}{d}$$

Nell'esperimento, si avevano due armature piane circolari di raggio R (con margine di errore nullo) a distanza iniziale fissa di 1mm, caricate con un generatore di tensione. Una delle armature era fissata, mentre l'altra era libera di muoversi lungo un tratto rettilineo munito di scala metrica con sensibilità 1mm. Lo scopo dell'esperimento era di variare la distanza d delle armature e misurare la capacità C .

Potenziale elettrico: Il potenziale elettrico è il rapporto tra l'energia potenziale elettrica, ossia il lavoro che deve compiere la forza dovuta al campo elettrico per spostare una o più cariche da quel punto fino all'infinito (ove si assume potenziale nullo), e la carica di prova.

Obiettivo: dopo aver misurato la differenza di potenziale fra le due armature del condensatore, verificarne la validità secondo le leggi sopracritte e, in seguito a diverse prove, ricavare la C totale (C parassita del voltmetro + C del condensatore con superficie finita).

Apparato sperimentale:



Figura 1

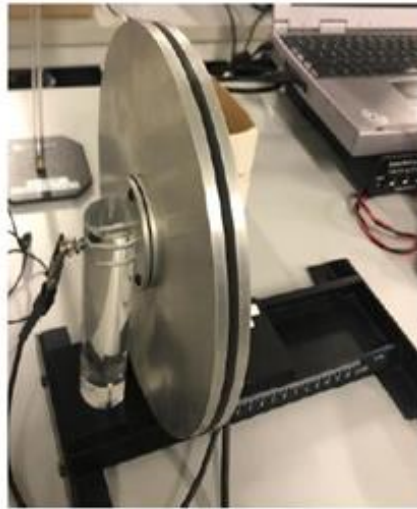


Figura 2



Figura 3

L'apparato sperimentale utilizzato per questo esperimento di elettrostatica si può dividere in tre macro componenti: l'apparato principale ovvero un condensatore formato da due dischi d'armatura di raggio 10cm (figura 2) dove uno dei due dischi è mobile tramite una guida con distanza graduata, (la distanza minima fra le armature era di 1mm mentre la massima utilizzata durante le misure è stata 40mm); le altre due componenti (figura 1) usate sono state un generatore con intensità regolabile utilizzato per caricare le armature tramite un cavo con terminazione metallica biforcuta che verrà appoggiata all'armatura mobile, ed infine un elettrometro impostabile su tre differenti fondo scala, all'interno del quale è presente una resistenza che verrà utilizzata per misurare la differenza di potenziale fra le armature. Esso andrà collegato tramite dei cavi con morsetti all'estremità delle armature: il cavo rosso ovvero il polo positivo sull'armatura mobile (quella a destra) mentre il cavo nero è polo negativo sull'armatura fissa. Tutto l'apparato collegato è visibile in figura 3.

Procedimento:

Per iniziare, abbiamo allontanato tutti gli oggetti che non interessavano l'esperimento perché non si disperdesse la carica e per evitare che qualche oggetto facesse scaricare a terra il nostro condensatore una volta caricato.

Abbiamo acceso il voltmetro e collegato i morsetti da questo strumento agli estremi delle due piastre del condensatore. Successivamente, abbiamo regolato il generatore di tensione a 10V (corrente continua) collegando il suo polo positivo alla piastra destra del "condensatore" tramite un cavo in rame con guaina protettiva rossa. Abbiamo poi aspettato che venisse depositata la carica necessaria per riportare sul voltmetro il valore desiderato di 10 V per poi allontanare il collegamento con il generatore.

Curandoci di non toccare le piastre cariche con le nostre mani, abbiamo allontanato la piastra destra (la piastra mobile) inizialmente di 1 mm rispetto alla posizione iniziale (distanza iniziale fra le armature: 1 mm) e riportato il valore segnato sul voltmetro su un foglio di carta.

Infine, riavvicinate le piastre, le abbiamo scaricate a terra (toccando le due piastre con le nostre mani sfruttando la conduttività del nostro corpo). Questo affinché tutte le misurazioni fossero il più possibile precise dato che la carica, col passare del tempo, veniva dispersa.

Abbiamo ripetuto lo stesso procedimento per ogni distanza riportata in tabella (tabella 1 in basso) e segnato i valori che leggevamo, approssimandoli.

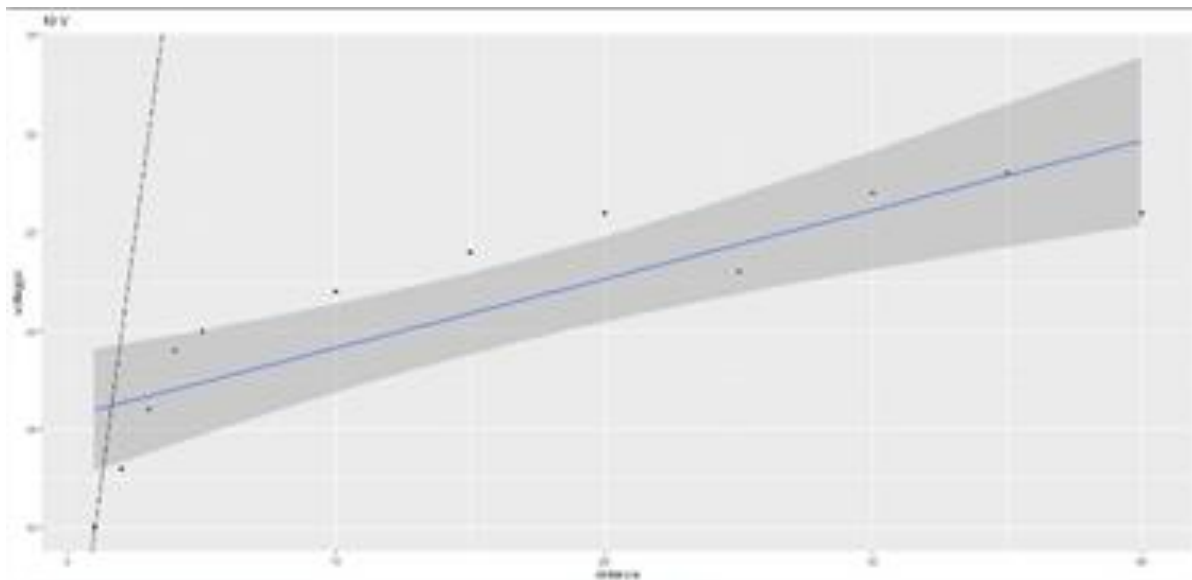
Successivamente abbiamo alzato la tensione del generatore da 10V a 20V, e poi a 30V ripetendo le misurazioni alle stesse distanze della prova precedente.

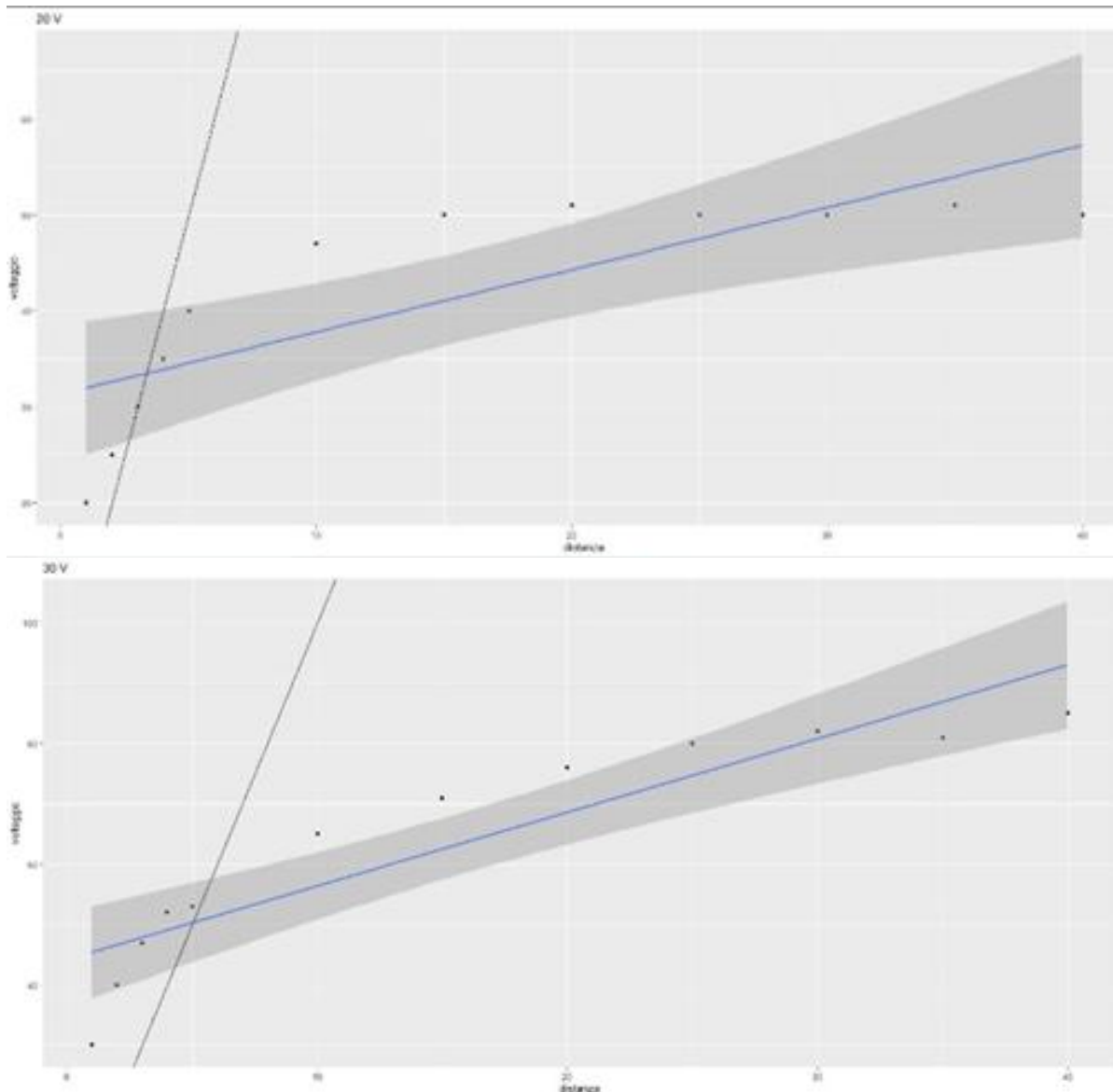
Distanza (mm)	Prova 1 (ΔV):	Prova 2(ΔV):	Prova 3(ΔV):
1, iniziale	10	20	30
2	13	25	40
3	16	30	47
4	19	35	52
5	20	40	53
10	22	47	65
15	24	50	71
20	26	51	76
25	23	50	80
30	27	50	82
35	28	51	81
40	26	50	85

Tabella 1

Una volta completate le misurazioni, le abbiamo inserite in un file Excel e provato ad effettuare un fitting lineare dei punti con riferimento alla loro lunghezza per controllare subito la loro bontà e ripetere, in caso di bisogno, le misurazioni (abbiamo ripetuto le misurazioni della prova 1 che erano inizialmente insoddisfacenti). Riporteremo in seguito un'analisi approfondita dei dati ottenuti.

Analisi dati:





Dalla teoria ci aspetteremmo una chiara relazione lineare tra la distanza e la ddp data dalla formula citata nei cenni teorici. Tuttavia, osservando i dati è chiaro come l'andamento dei dati segue la retta teorica (la retta nera rappresentata nei grafici) soltanto per le prime cinque misure circa.

Questo è spiegabile dal fatto che la relazione sopracitata vale nel caso ideale in cui i piani del condensatore siano infiniti. Tale formula, quindi, è utilizzabile solo nel caso in cui la situazione reale possa essere approssimata ad una situazione ideale, ovvero quando la distanza fra le armature è molto più piccola dell'area del condensatore. Nel nostro esperimento possiamo quindi utilizzarla solo per le prime misure, in cui la distanza è molto piccola.

Queste considerazioni sono rafforzate dall'analisi dei dati attraverso una regressione lineare su R: i valori dei parametri statistici ci confermano che non vi è una correlazione lineare.

```
Call:
lm(formula = voltaggio ~ distanza, data = esperimentol.30V)
```

```
Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-15.399  -6.071   1.966   5.840   8.618
```

```
Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  44.179      3.556   12.422 2.11e-07 ***
distanza      1.220      0.172    7.094 3.32e-05 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
Residual standard error: 7.923 on 10 degrees of freedom
(7 osservazioni eliminate a causa di valori mancanti)
Multiple R-squared:  0.8342,    Adjusted R-squared:  0.8177
F-statistic: 50.33 on 1 and 10 DF,  p-value: 3.318e-05
```

```
Call:
lm(formula = voltaggio ~ distanza, data = esperimentol.10V)
```

```
Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-5.9698 -1.8637  0.4941  2.6909  3.3735
```

```
Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  15.61940      1.44227   10.830 7.62e-07 ***
distanza      0.35035      0.06976    5.023 0.00052 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
Residual standard error: 3.213 on 10 degrees of freedom
(7 osservazioni eliminate a causa di valori mancanti)
Multiple R-squared:  0.7161,    Adjusted R-squared:  0.6877
F-statistic: 25.23 on 1 and 10 DF,  p-value: 0.0005198
```

```
Call:
lm(formula = voltaggio ~ distanza, data = esperimentol.20V)
```

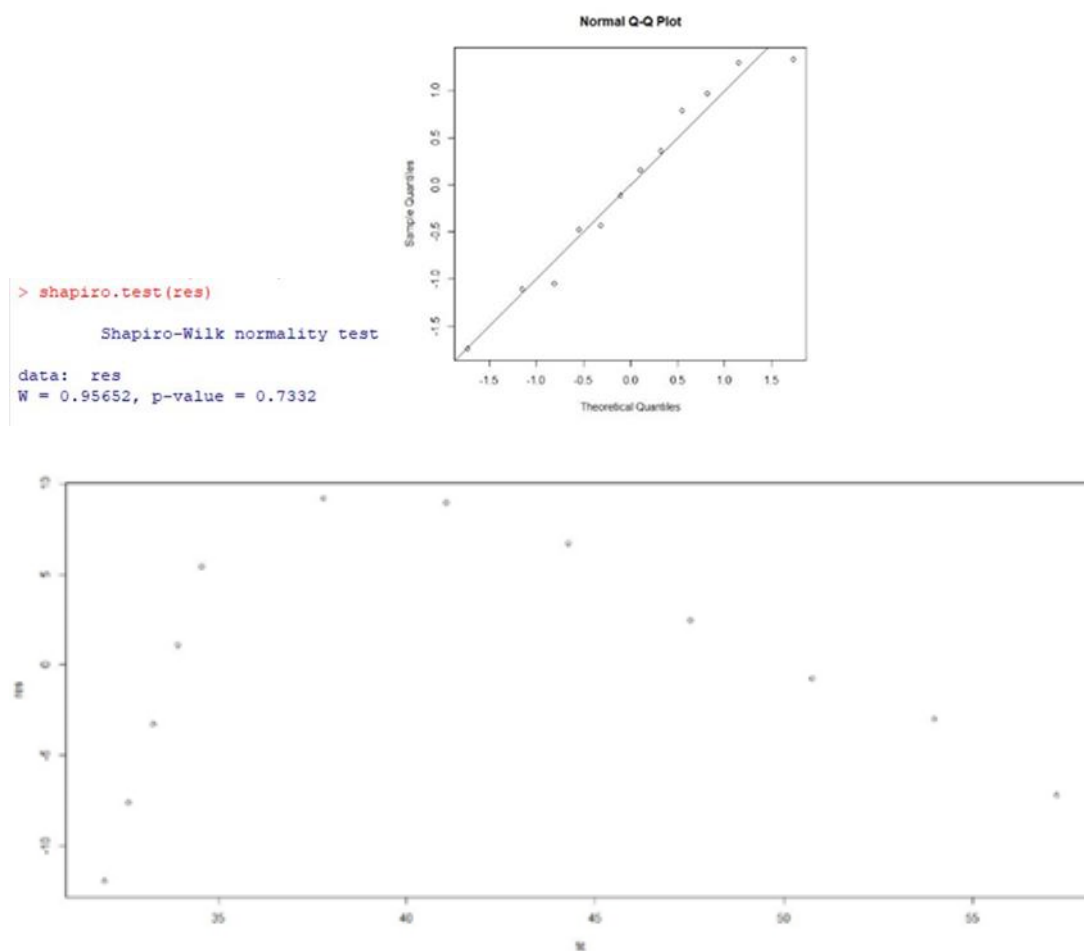
```
Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-11.976  -4.263   0.161   5.754   9.195
```

```
Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  31.3284      3.2397   9.670 2.16e-06 ***
distanza      0.6477      0.1567    4.134 0.00203 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
Residual standard error: 7.217 on 10 degrees of freedom
(7 osservazioni eliminate a causa di valori mancanti)
Multiple R-squared:  0.6308,    Adjusted R-squared:  0.5939
F-statistic: 17.09 on 1 and 10 DF,  p-value: 0.002033
```

Abbiamo quindi iniziato a togliere di volta in volta i valori delle ultime misure andando poi a fare nuovamente la regressione lineare. Come prevedibile, i parametri statistici hanno assunto valori ragionevoli nel momento in cui abbiamo considerato solo le prime cinque misure circa.

Infatti, per il set di misure fatte con 10V, R^2 ha assunto un valore ragionevole nel momento in cui si sono considerati i soli primi 5 dati; mentre con il set di misure fatte con 20 V, solo le prime 7 misure. Per il set di misure fatte invece con 30 V, inaspettatamente il valore di R^2 è da considerarsi accettabile. Abbiamo quindi fatto un'analisi statistica più accurata, in particolare andando a verificare le ipotesi sui residui. L'ipotesi di gaussianità è stata verificata e confermata dal test di Shapiro-Wilks mentre attraverso lo scatterplot dei residui si è constatato che non è verificata l'omoschedasticità. Infatti, come si osserva dalle immagini riportate, il valore del p-value del test di Shapiro-Wilks $> 0,1$, nel normalQQ-plot i residui si dispongono attorno alla diagonale ma i valori nello scatterplot non sono disposti "a nuvola", presentando un andamento che sembrerebbe parabolico.



Quindi per il terzo set di dati abbiamo tolto di volta in volta i dati fino a che l'omoschedasticità dei residui fosse verificata, giungendo anche in questo caso a ritenere valide per il modello lineare le sole prime 7 misure.

Per quel che riguarda questo set di misure quindi, per trovare il numero di dati adeguato a poter considerare accettabile il fit lineare, abbiamo continuato ad eliminare i dati affinché i residui si potessero considerare omoschedastici.

Per il set di misure fatte con 30V, R^2 ha assunto un valore ragionevole nel momento in cui si sono considerati i soli primi 7 dati.

Qui di seguito sono riportati i risultati della regressione lineare effettuata con le sole prime misure dove si può osservare che il valore di R^2 si può ritenere accettabile.

```
Call:
lm(formula = voltaggio ~ distanza, data = esperimento1.lin)

Residuals:
    1      2      3      4      5 
-4.000e-01  1.693e-15  4.000e-01  8.000e-01 -8.000e-01 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  7.8000     0.7659   10.18  0.00202 **
distanza     2.6000     0.2309   11.26  0.00150 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.7303 on 3 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9769,    Adjusted R-squared:  0.9692 
F-statistic: 126.8 on 1 and 3 DF, p-value: 0.001503
```

```
Call:
lm(formula = voltaggio ~ distanza, data = esperimento3.lin)

Residuals:
    1      2      3      4      5      6      7 
-8.899 -1.496  2.907  5.309  3.712  2.726 -4.259 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  36.302     3.360   10.805 0.000118 ***
distanza     2.597     0.456    5.696 0.002327 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 5.611 on 5 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8665,    Adjusted R-squared:  0.8397 
F-statistic: 32.44 on 1 and 5 DF, p-value: 0.002327
```

```
Call:
lm(formula = voltaggio ~ distanza, data = esperimento2.lin)

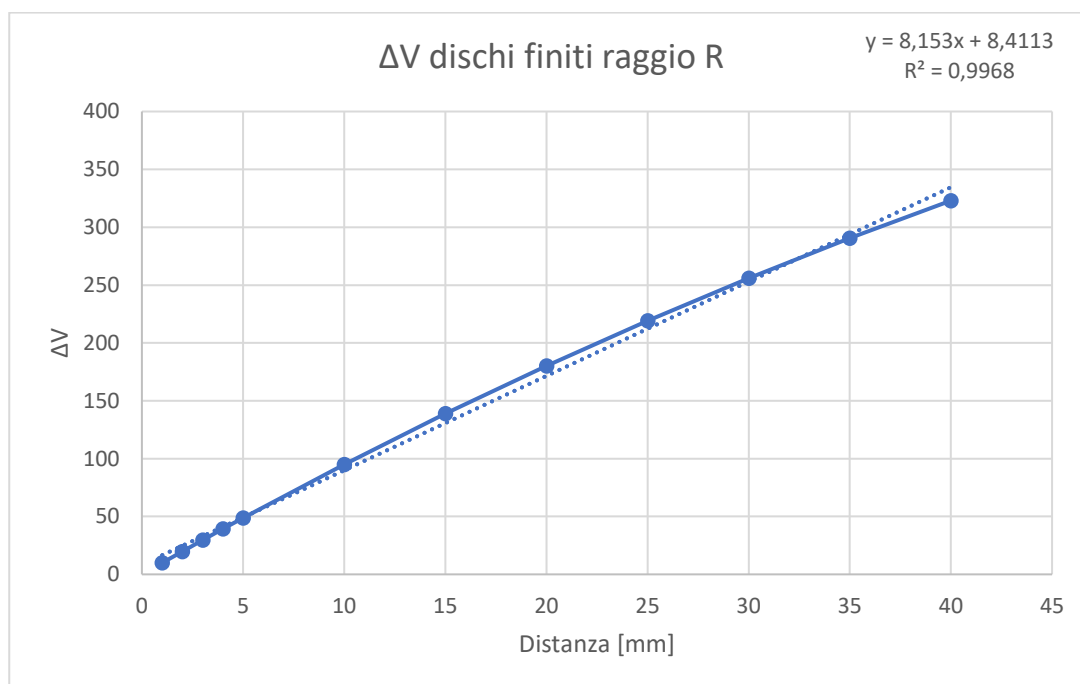
Residuals:
    1      2      3      4      5      6      7 
-5.6792 -2.7170  0.2453  3.2075  6.1698  2.9811 -4.2075 

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  23.6415     2.8670    8.246 0.000428 ***
distanza     2.0377     0.3591    5.237 0.003363 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 4.788 on 5 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8455,    Adjusted R-squared:  0.815 
F-statistic: 27.42 on 1 and 5 DF, p-value: 0.003363
```

Quindi, per poter dare una spiegazione all'andamento reale delle misure, bisogna considerare il fatto che le armature sono finite.

Abbiamo dunque calcolato i valori di ddp utilizzando la capacità reale (la carica è nota). Dopodiché abbiamo effettuato lo scatterplot delle ddp trovate e successivamente abbiamo realizzato un'interpolazione dei punti, ottenendo il grafico sottostante:



Tuttavia, i valori ottenuti sono decisamente diversi da quelli reali. Una possibile spiegazione sta nel fatto che i valori calcolati sono comunque dei calcoli ideali, che non tengono conto dei molteplici fattori che possono influenzare una misurazione.

Uno di questi potrebbe essere il fatto che nel calcolo della ddp non si sia considerata la capacità dell'elettrometro. Infatti, per effettuare le misure si è utilizzato questo strumento che ha una sua capacità interna, che chiamiamo $C_{\text{parassita}}$, che altera il valore atteso della misurazione.

In particolare, la capacità totale è data dalla somma delle due capacità poiché sono da ritenersi collegate in parallelo. La carica è fissa, così come la capacità del disco per ogni distanza calcolata in precedenza nel primo tentativo di affinare il modello.

Il modello lineare classico, infatti, è insoddisfacente. I valori lineari si ipotizzano in modo teorico usando un modello composto da armature piane infinite. Ma considerando i primi dati delle misure, che si possono approssimare al caso ideale, possiamo applicare ad essi l'equazione del caso ideale:

$$\frac{\epsilon_0 S}{d} = \frac{Q}{\Delta V}$$

(con **S** la superficie delle armature e **d** la distanza tra esse)

Avendo **S** (misurato il raggio delle armature $R = 0,1 \text{ m}$, $S = 0,1^2 \cdot \pi$) e **d**, abbiamo ricavato la carica presente sulle armature $Q = 2,7817 \times 10^{-9} \text{ C}$ (sarà considerata valida per il resto della trattazione). Abbiamo così calcolato, per ogni ΔV sperimentale, la C_{tot} usando la formula $C = Q / \Delta V$ (tutti i valori sono riportati in *tabella 2*).

Consideriamo ora non più un modello con armatura indefinita, ma uno formato da dischi finiti di raggio **R**. Dopo aver ricavato **E** di un disco di raggio **R** (ed usando il principio di sovrapposizione degli effetti: i due campi uguali in modulo sui due dischi), abbiamo eseguito l'integrale in **dx** di **E**, tra 0 e **d**, dandoci come risultato $\Delta V_{\text{condensatore}}$:

$$\Delta V_{\text{condensatore}} = 2 \times \left[\frac{Q}{2\pi R^2 \epsilon_0} \times \left(d - \sqrt{d^2 + R^2} + R \right) \right]$$

Abbiamo poi calcolato il valore della ddp per ogni distanza tramite questa formula. Poi, grazie a queste abbiamo ricavato le capacità relative al solo condensatore per ogni distanza (*tabella 2*). Per completare il modello reale studiato bisogna anche integrare la capacità parassita generata dalla presenza dell'elettrometro. Essa è, infatti, la causa della differenza tra la C_{tot} e la C_{cond} .

Conoscendo ora le capacità teoriche del solo condensatore per ogni misura e le capacità totali trovate inizialmente, siamo in grado di ricavare la capacità parassita presente usando la formula:

$$C_{\text{par}} = C_{\text{tot}} - C_{\text{cond reale}}$$

	ΔV reale [V]	C disco reale [F]	C totale [F]	C parassita [F]
1	9,95	2,79568E-10	2,78E-10	0,00E+00
2	19,8	1,4049E-10	2,14E-10	7,35E-11
3	29,55	9,41354E-11	1,74E-10	7,97E-11
4	39,2	7,09617E-11	1,46E-10	7,54E-11
5	48,75	5,70605E-11	1,39E-10	8,20E-11
10	95,02	2,92749E-11	1,26E-10	9,71E-11
15	138,82	2,00382E-11	1,16E-10	9,59E-11
20	180,2	1,54367E-11	1,07E-10	9,16E-11
25	219,23	1,26885E-11	1,39E-10	1,26E-10
30	255,98	1,08669E-11	1,03E-10	9,22E-11
35	290,53	9,57457E-12	9,93E-11	8,98E-11
40	322,98	8,61261E-12	1,07E-10	9,84E-11

Tabella 2

La capacità a $d=1\text{mm}$ è uscita negativa: ciò è fisicamente impossibile! Verrà quindi scartato come dato. Una volta calcolate tutte le capacità, abbiamo proseguito facendo una media di esse (esclusa $d=1\text{mm}$) per trovare una stima della capacità parassita dell'elettrometro ($9,11\text{E-11 F}$).

I calcoli sono stati svolti nel primo caso di misure, per gli altri casi valgono ragionamenti analoghi.

Esperimento 2: MAGNETOSTATICA

Cenni teorici:

Legge di Laplace: Un filo rettilineo percorso da una corrente I ed immerso in un campo magnetico è soggetto alla forza con $\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B}$, con l lunghezza del conduttore e diretto come il filo e con verso uguale al verso in cui fluisce la corrente elettrica. Per sapere la direzione della forza, si applica la regola della mano destra.

$$\vec{F} = i \vec{l} \times \vec{B}$$

Nell'esperimento, si aveva un filo percorso da corrente di diverse lunghezze L ed esso veniva messo tra i poli di un magnete di massa m . A dipendenza del senso della corrente, si aveva una forza magnetica verso l'alto o verso il basso e ciò comportava ad un aumento (o "diminuzione") di massa che misurava la bilancia, inizialmente tarata.

$$|\vec{F}| = i l B \sin(\theta)$$

Campo magnetico: il campo magnetico è un campo vettoriale solenoidale generato nello spazio, dal moto di una carica elettrica o da un campo elettrico variabile nel tempo. Si misura in Tesla [T].

Obiettivo: ricavare il campo magnetico B generato dai magneti, forniti in ciascuna prova.

Apparato sperimentale:

Figura 1:

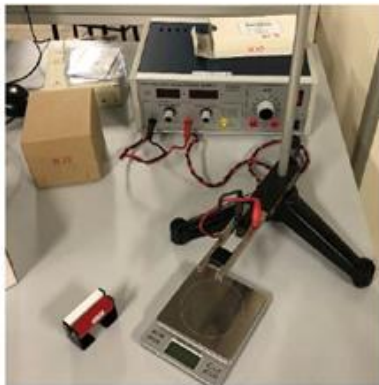


Figura 2:



Figura3:

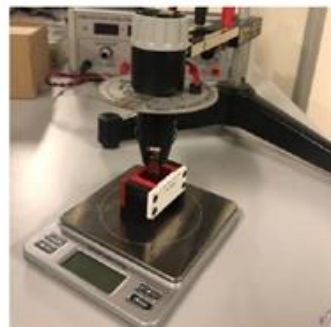


Figura 4



Figura 5

L'apparato sperimentale utilizzato in questa esperienza è più semplice rispetto al precedente, esso è composto da dei magneti dei quali è nota la massa ma non l'intensità del campo che generano (figura 5), diversi circuiti di varie lunghezze (10mm-20mm-30mm-40mm-60mm-80mm) (figura 4) e anche una bobina collegata ad un perno in grado di ruotare su se stesso da 90° a -90° con rotazione graduata, una bilancia digitale con la quale si prenderanno le misure della forza di interazione, un generatore di corrente con corrente graduabile tramite una manopola, un gancio nel quale verranno attaccati e collegati al generatore i vari circuiti e la bobina per poi essere inseriti all'interno del magnete come nelle figure 2 e 3. L'intero apparato collegato è visibile in figura 1.

Procedimento:

Dopo aver liberato il banco da lavoro per evitare interferenze con oggetti non necessari alla prova, un collaboratore ci ha preparato un generatore di corrente, collegandolo ad un circuito a piccola distanza rispetto al tavolo di lavoro. Questo generatore era diverso da quello usato nel precedente esperimento dato che avevamo bisogno di una quantità di corrente erogata notevolmente maggiore.

Prova 1:

Inizialmente abbiamo misurato, con la bilancia in dotazione, la massa del magnete (0,15965 kg). Successivamente abbiamo posto il magnete sulla bilancia sotto il braccio del supporto avente il circuito (di lunghezza 40 mm) nel quale avremmo fatto passare la corrente.

Evitando che il circuito fosse a contatto con il magnete e controllando che non avesse inclinazioni (doveva, infatti, essere posizionato in modo preciso con le linee di campo parallele al circuito), abbiamo effettuato la prima prova variando la corrente (1,2,3,4 A). Per evitare l'eccessivo surriscaldamento e la conseguente imprecisione del generatore (dovuta ad isteresi interna), ad alte correnti cercavamo di effettuare la misurazione nel minor tempo possibile. Per ogni variazione, registravamo la differenza di peso segnata dalla bilancia, dalla quale abbiamo ricavato la forza di Lorentz (dati riportati nella tabella 2) moltiplicando per g. Successivamente abbiamo usato la formula:

$$|\vec{F}| = ilB\text{Sen}(\theta)$$

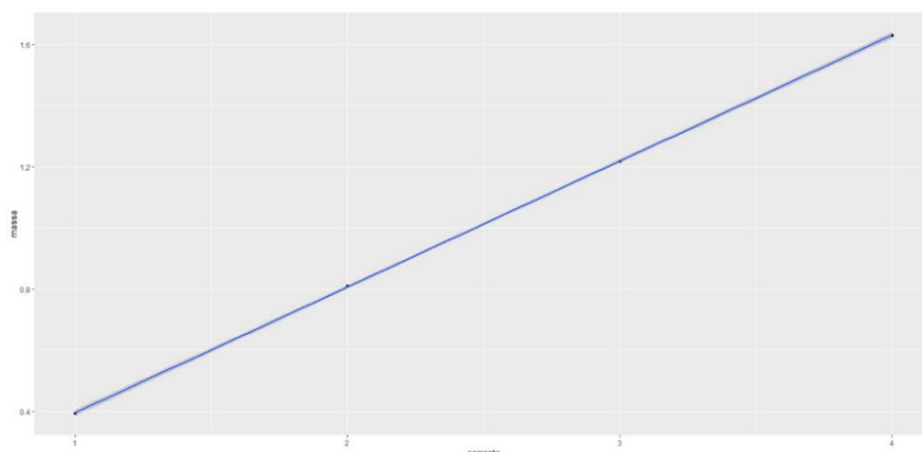
Ricavando poi B (in questo caso il filo e B sono perpendicolari, $\pi/2$, quindi $\text{sen}(\pi/2) = 1$).

Corrente[A]	Massa 1[g]	Massa 2[g]	Massa 3[g]	Media tra le 3 misurazioni [g]:	Calcolo B [T]
1	0,38	0,40	0,40	0,39	0,09638
2	0,82	0,80	0,81	0,81	0,09932
3	1,23	1,20	1,22	1,22	0,09945
4	1,64	1,61	1,64	1,63	0,09994

Tabella 2

In media B = 0,09877 T.

Analisi dati:



Per comprendere i dati ottenuti, abbiamo per prima cosa fatto un grafico in cui sulle ascisse vi è la corrente mentre sulle ordinate il valore delle medie di massa misurate per ogni corrente. Come discusso in precedenza, nella legge di Laplace vi è una relazione lineare tra la massa e la corrente.

Questo si può facilmente evincere anche dal grafico che interpola una retta praticamente perfetta. In seguito, si può constatare che anche R restituisce un valore di R^2 pari a 1, ovvero vi è una dipendenza perfetta tra le due grandezze. Nel caso in cui il numero di misurazioni fosse stato molto più elevato il valore di R^2 non sarebbe stato pari a 1. Un valore del genere indica infatti che vi è una relazione perfetta, il che è impossibile in una situazione reale di misurazione, in cui vi sono molti fattori tra cui l'imprecisione degli strumenti, che alterano le misure. Tuttavia nel nostro caso, avendo solo 4 misure e poiché la strumentazione a disposizione consentiva di effettuare le misure per un fenomeno del genere piuttosto precise, può capitare che la correlazione risulti perfetta. In ogni caso si può concludere che la dipendenza tra massa e lunghezza è pienamente soddisfatta.

```
Call:
lm(formula = massa ~ corrente, data = sperimentol)

Residuals:
    1      2      3      4 
-1.667e-03  3.333e-03 -1.667e-03  3.188e-17 

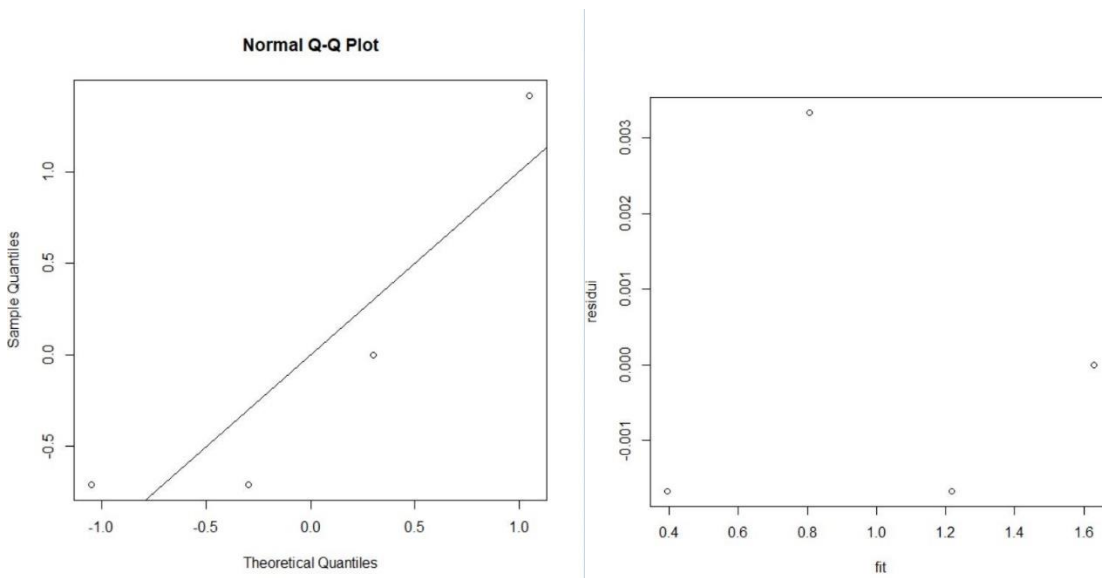
Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.016667   0.003536  -4.714   0.0422 *
corrente      0.411667   0.001291 318.876 9.83e-06 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.002887 on 2 degrees of freedom
(15 osservazioni eliminate a causa di valori mancanti)
Multiple R-squared:  1,    Adjusted R-squared:  1 
F-statistic: 1.017e+05 on 1 and 2 DF,  p-value: 9.834e-06
```

```
> shapiro.test(residui)

Shapiro-Wilk normality test

data:  residui
W = 0.82743, p-value = 0.1612
```



Prova 2:

Usando il magnete, il supporto per il circuito e il generatore usati nella prova 1, abbiamo segnato le variazioni della forza peso variando, al posto dell'intensità di corrente, la lunghezza del circuito nel quale passava corrente. Mantenendo la corrente costante a 3A, abbiamo sostituito ogni volta i circuiti togliendoli dal supporto (vi era un incastro apposito per tutti i circuiti in dotazione) e sostituendoli con altre misure. Avevamo a disposizione 6 lunghezze diverse riportate nella [tabella 3](#) (insieme ai risultati delle misurazioni delle variazioni della forza peso ottenute). Abbiamo ripetuto le misurazioni solo 3 volte per ogni circuito (dato che il fit lineare svolto dopo la prova era quasi perfetto). Le medie sono riportate nella [tabella 3](#).

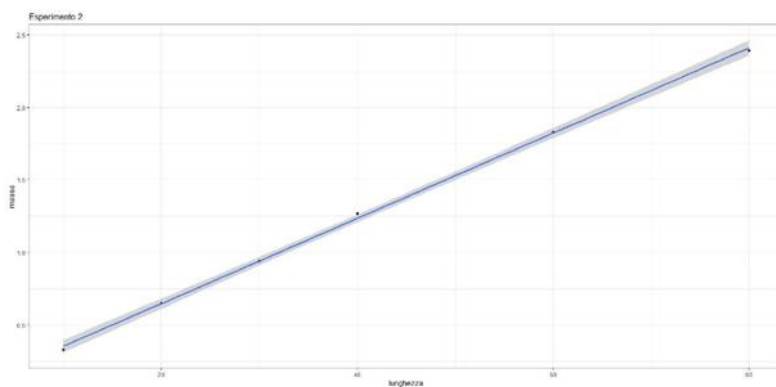
Ovviamente, per la nostra sicurezza, ad ogni variazione di circuito spegnevamo il generatore di corrente e sistemavamo il nuovo circuito impedendo che si collegasse col magnete (ogni circuito era sollevato rispetto al magnete di circa 2/3 mm).

Come nella prova 1, abbiamo calcolato il valore del campo usando la forza di Lorentz e, invece di cambiare la corrente, variava la lunghezza. Media di B: 0,1029.

Lunghezza circuito immerso nel campo magnetico del magnete [mm]	Variazione della massa registrata [g]:	Valore B [T]
10	0.33	0,1079
20	0.65	0,1063
30	0.94	0,1025
40	1.27	0,1038
60	1.83	0,0997
80	2.39	0,0977

Tabella 3

Analisi dati:



Allo stesso modo della prova 2, abbiamo posto in un grafico la lunghezza sulle ascisse e la massa sulle ordinate per osservare la dipendenza lineare tra la lunghezza del tratto percorso da corrente e la forza, identificata dalla massa, data dalla formula di Laplace. Anche per questa prova è immediato rilevare graficamente la dipendenza lineare tra le due grandezze. Per un'analisi più accurata abbiamo comunque verificato tali assunzioni tramite una regressione lineare. Qui di seguito i risultati:

```
Call:
lm(formula = lunghezza ~ massa, data = esperimento2.circ)

Residuals:
    1      2      3      4      5      6 
0.77718 -0.10536  0.03234 -1.19028 -0.23472  0.72084 

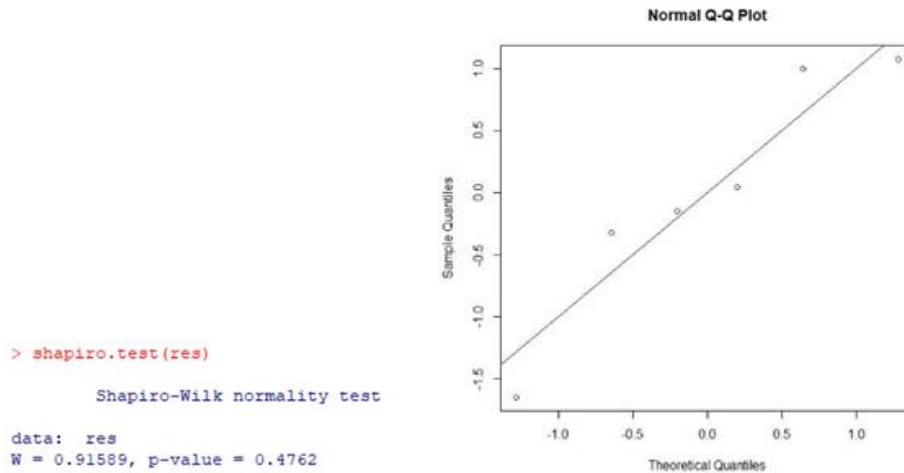
Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  -1.9998      0.6687  -2.991  0.0403 *
massa         34.0079      0.4711  72.191 2.21e-07 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.8074 on 4 degrees of freedom
(13 osservazioni eliminate a causa di valori mancanti)
Multiple R-squared:  0.9992,    Adjusted R-squared:  0.999 
F-statistic: 5211 on 1 and 4 DF,  p-value: 2.206e-07
```

Il valore di R^2 è praticamente 1, come nella prova precedente, a testimonianza del fatto che è stato possibile effettuare delle misurazioni molto precise, dovute evidentemente al fatto che il nostro apparato sperimentale è paragonabile ad una situazione ideale.

Per essere sicuri dei risultati ottenuti abbiamo verificato per completezza le ipotesi sui residui.

Potremmo essere portati a rifiutare l'ipotesi di gaussianità dei residui osservando solo il QQ-plot, poiché i punti non si dispongono molto bene sulla diagonale, anche se si tratta comunque di una verifica che perde un po' di significato per poche misurazioni. Quindi per verificare la gaussianità è preferibile osservare il valore del p-value nel Test di Shapiro-Wilk, che non può portarci a rifiutare tale ipotesi e quindi i risultati ottenuti dalla regressione sono accettabili.



Prova 3:

Dato che sia il magnete sia il circuito di questa prova erano differenti (il magnete aveva forma tale da far entrare al suo interno le 11 spire contenute nel circuito con possibilità di variazione dell'angolo tra le linee del campo B e le spire) abbiamo dovuto rialzare il braccio del supporto e pesare il nuovo magnete a disposizione.

Abbiamo quindi disposto sotto il circuito (11 spire di spessore 1 mm ciascuna con sezione di $0,011^2 \text{ m}^2$) fluttuante rispetto al magnete (non si dovevano toccare neanche in questa prova), il magnete sopra la bilancia per misurare le differenze di forza dovute sempre alla forza di Lorenz.

Acceso il generatore di corrente e regolato a generare 3 A di corrente continua, abbiamo inizialmente posto l'angolo 0 in corrispondenza della perpendicolarità delle linee di campo del magnete rispetto alla normale delle spire per poi effettuare rotazioni prima in senso orario, poi antiorario, di $\pi/18$ Radianti (10 gradi). Iniziare con le spire parallele alle linee di campo ci ha permesso di regolare il tutto affinché non risulti variazione di peso (la forza di Lorenz è uguale a 0 se il vettore B e il vettore velocità delle cariche q sono paralleli). Le misurazioni effettuate per ogni variazione dell'angolo, sia in positivo sia in negativo, sono riportate nella [tabella 4](#).

Angolo in radianti	Variazione di forza peso [g]	Campo magnetico B [T]:
$-\pi/2$	-1.07	0.028917
$-\pi * 4/9$	-1.04	0.028539
$-\pi * 7/18$	-0.99	0.028472
$-\pi/6$	-0.91	0.028397
$-\pi * 5/18$	-0.8	0.028223
$-\pi * 2/9$	-0.66	0.027748
$-\pi/6$	-0.51	0.027565
$-\pi/9$	-0.34	0.026865
$-\pi/18$	-0.18	0.028013
0	0	0
$\pi/18$	0.19	0.029570

PI/9	0.38	0.030026
PI/6	0.54	0.029187
PI * 2/9	0.71	0.029851
PI * 5/18	0.81	0.028575
PI/6	0.92	0.028709
PI * 7/18	0.99	0.028472
PI * 4/9	1.04	0.028539
PI/2	1.05	0.028376

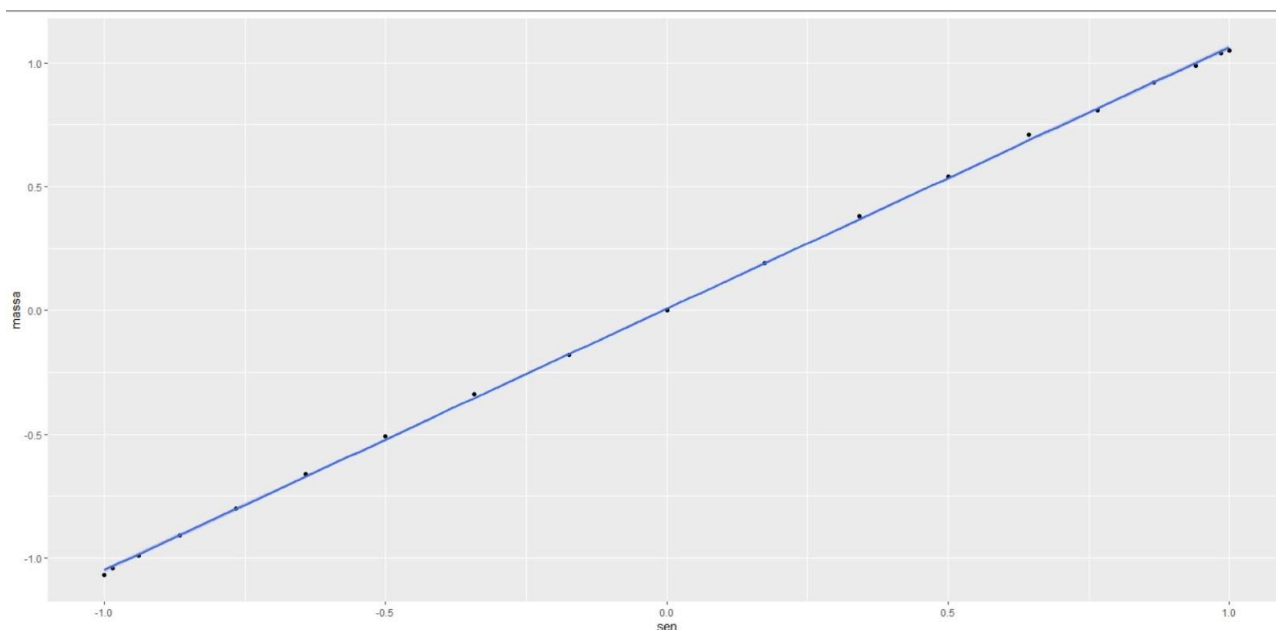
Tabella 4

Per calcolare il campo B, ci siamo serviti della formula con il modulo di F, seno dell'angolo compreso tra la normale del piano delle spire e le linee di B ed N = numero di spire presenti nelle quali passava la stessa corrente di 3 A:

$$B = \frac{|\vec{F}|}{il \text{Sen}(\theta) * N}$$

I risultati per ogni variazione dell'angolo sono riportati in tabella 4. La media è di 0.027055 T.

Analisi dati:



Analogamente alla prova 1 e 2, abbiamo posto in un grafico i valori ottenuti. In questo caso abbiamo inserito il valore del seno dell'angolo tra la bobina e il campo sulle ascisse, mentre la massa sulle ordinate per osservare la dipendenza lineare data dalla formula di Laplace, che descrive l'interazione del campo con la bobina in funzione dell'angolo.

```
Call:
lm(formula = sen ~ massa, data = esperimento3.bobina)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.022748 -0.007721  0.001761  0.006249  0.019226

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.006476   0.002435   -2.66  0.0165 *
massa        0.946495   0.003177  297.93 <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.01061 on 17 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9998,    Adjusted R-squared:  0.9998
F-statistic: 8.876e+04 on 1 and 17 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

Anche per questa prova è immediato rilevare graficamente la dipendenza lineare tra le due grandezze.

Abbiamo successivamente verificato tali considerazioni tramite la regressione lineare di cui sono riportati i risultati qui in seguito:

Il valore di R^2 è 0,998, quindi come detto in precedenza nell'analisi della prova 2, questo valore indica una grande precisione dei dati ottenuti.

Abbiamo verificato rigorosamente le ipotesi sui

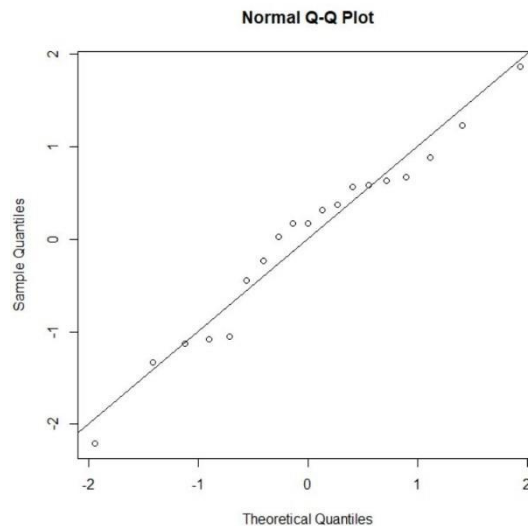
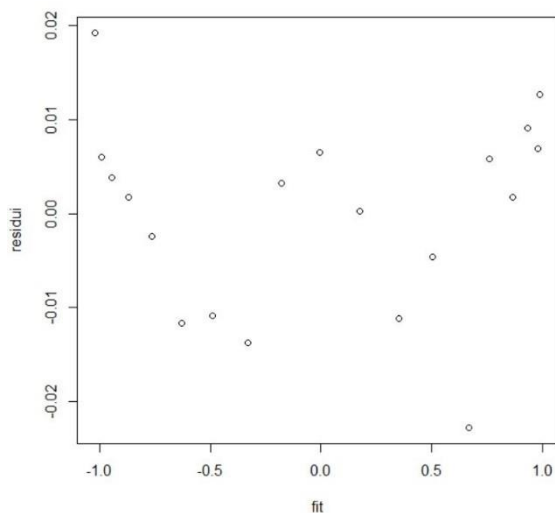
residui.

Le ipotesi sono confermate come si può facilmente osservare dai grafici ottenuti e dal valore del p-value del Test di Shapiro.

```
> shapiro.test(residui)

      Shapiro-Wilk normality test

data:  residui
W = 0.96434, p-value = 0.6603
```



Commento finale:

In generale, questa esperienza è stata molto istruttiva non solo dal punto di vista nozionistico, ma soprattutto perché ci ha fatto vivere in prima persona le differenze fra i modelli teorici e quelli reali, spingendoci a trovare motivazioni a queste differenze. Inoltre, sarà una buona base per le nostre possibili future esperienze nel mondo accademico e del successivo lavorativo.