

Funzionale

Da Wikipedia, l'enciclopedia libera.

In **matematica**, più precisamente in **analisi funzionale**, un **funzionale** è una qualsiasi **funzione** definita su un insieme di funzioni ***X*** (spazio funzionale) con valori in ***R*** o ***C***. Solitamente su ***X*** si considerano strutture aggiuntive come quella di spazio vettoriale o spazio topologico. Particolare importanza rivestono i funzionali che sono trasformazioni lineari: l'insieme dei funzionali lineari su uno spazio vettoriale è detto duale dello spazio vettoriale.

Indice
<div> <div>Esempio</div> <div>Equazioni funzionali</div> <div>Funzionali lineari <div>Distribuzioni</div> <div>Derivata funzionale e integrale funzionale</div> </div> <div>Bibliografia</div> <div>Voci correlate</div> <div>Collegamenti esterni</div> </div>

Esempio

L'associazione:

$$x_0 \mapsto f(x_0)$$

è una funzione con argomento ***x*₀**. Una funzione che associa un'altra funzione al valore di quest'ultima in un dato punto fissato ***x*₀**:

$$f \mapsto f(x_0)$$

è un funzionale (e il punto ***x*₀** può essere considerato come un parametro). Ad esempio, le distribuzioni sono funzionali lineari continui (la linearità non implica la continuità in spazi di dimensione infinita).

Equazioni funzionali

Un'equazione funzionale è un'equazione per un funzionale ***g*** in cui la funzione incognita compare in forma implicita, ovvero ***g*(*h*₁,...,*h*_{*n*}) = 0**, dove ***h*₁,...,*h*_{*n*}** sono funzioni (variabili) note e/o incognite. Ad esempio, si dice che una funzione ***f*** è *additiva* se soddisfa l'equazione funzionale di Cauchy:

$$f(x+y) = f(x) + f(y)$$

Funzionali lineari

L'insieme dei funzionali che sono lineari e sono definiti sui vettori di uno spazio vettoriale ***V*** costituisce lo spazio duale ***V'***. Il prodotto scalare definisce in modo naturale un isomorfismo tra vettori e covettori, cioè tra lo spazio vettoriale e il suo duale. Se il prodotto scalare è euclideo e la base è ortonormale allora le componenti di vettori e covettori coincidono.

Distribuzioni

Sia ***S*(*R*)** lo spazio delle funzioni a supporto compatto in ***R*** ed infinitamente derivabili. Un funzionale ***F* ∈ *S'*(*R*)** si dice *regolare* se ∃***f*(*x*)** tale che:

$$F(x) = \int f(x)\varphi(x)dx \qquad \forall \varphi \in S(\mathbb{R})$$

Le funzioni ***φ* ∈ *S*(*R*)** sono chiamate funzioni test.

In fisica (e spesso anche in matematica) si indica solitamente con:

$$\int f(x)\varphi(x)dx \qquad \forall \varphi \in S(\mathbb{R})$$

qualsiasi distribuzione, anche non regolare, benché in questi casi non si sappia definire che cosa rappresenta l'integrale; si parla allora di notazione simbolica, ed è necessario prestare un minimo di attenzione.

Si può mostrare che tutti gli L^P definiscono distribuzioni regolari, ma non tutti gli elementi di $S'(\mathbb{R})$ sono regolari, ad esempio la $\delta(x)$ (delta di Dirac). In questi casi non è possibile costruire il funzionale a partire da una funzione $f(x)$, ma solo come di una successione di funzioni.

Derivata funzionale e integrale funzionale

Le derivate funzionali sono derivate di funzionali: portano cioè informazione su come un funzionale cambia quando la funzione argomento cambia di una piccola quantità. Richard Feynman ha usato gli integrali funzionali come idea centrale nella sua formulazione della meccanica quantistica come somma sui cammini. Questo uso implica un integrale preso su un certo spazio funzionale.

Bibliografia

- (EN) A.N. Kolmogorov, S.V. Fomin, *Elements of the theory of functions and functional analysis* , 1–2 , Graylock (1957–1961)

Voci correlate

- Applicazione parziale
- Distribuzione (matematica)
- Equazione funzionale
- Funzionale lineare
- Spazio duale

Collegamenti esterni

- (EN) V.I. Sobolev, *Functional*, in *Encyclopaedia of Mathematics*, Springer e European Mathematical Society, 2002.

Controllo di autorità	Thesaurus BNCF 12463 (https://thes.bncf.firenze.sbn.it/termine.php?id=12463) · LCCN (EN) sh85052326 (http://id.loc.gov/authorities/subjects/sh85052326) · GND (DE) 4155667-7 (https://d-nb.info/gnd/4155667-7) · J9U (EN , HE) 987007553161005171 (http://uli.nli.org.il/F/?func=find-b&local_base=NLX10&find_code=UID&request=987007553161005171) (topic) (https://www.nli.org.il/en/a-topic/987007553161005171)
-----------------------	--

Estratto da "https://it.wikipedia.org/w/index.php?title=Funzionale&oldid=126728817"

Questa pagina è stata modificata per l'ultima volta l'11 apr 2022 alle 11:25.

Il testo è disponibile secondo la licenza Creative Commons Attribuzione-Condividi allo stesso modo; possono applicarsi condizioni ulteriori. Vedi le condizioni d'uso per i dettagli.