Teoria. Dare la definizione di serie convergente. Enunciare e dimostrare un criterio di convergenza per le serie.

Teoria. Enunciare il Teorema di Lagrange.

Utilizzando tale risultato dimostrare che, per ogni $x > 1$,

$$\ln x < x - 1.$$

Teoria. Si dia la definizione di indipendenza lineare per n vettori $v_1, \ldots, v_n$ in $\mathbb{R}^m$.

È possibile fornire un esempio di 4 vettori linearmente indipendenti in $\mathbb{R}^3$? Motivare la risposta.

Teoria. Enunciare e dimostrare il Teorema di Weierstrass.

5. Enunciare e dimostrare il Teorema di nullità più rango.

6. Discutere le principali condizioni necessarie o sufficienti per la convergenza di una serie numerica.

5. Dimostrare che la successione $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ converge a un numero, detto e, finito e compreso tra 2 e 3.

6. Discutere la forma cartesiana, trigonometrica ed esponenziale dei numeri complessi.

5. Enunciare e dimostrare il Teorema sulla rappresentazione matriciale delle applicazioni lineari da $\mathbb{R}^m$ a $\mathbb{R}^n$.

6. Discutere il concetto di convergenza di una successione, esponendo i principali risultati al riguardo.

5. Dimostrare che una serie assolutamente convergente è convergente.

6. Discutere il concetto di diagonalizzabilità di una matrice quadrata, esponendo i principali risultati al riguardo.

5. Dare la definizione di integrale inferiore ed enunciarne le principali proprietà.

6. Dare entrambe le definizioni di funzione continua, mostrarne l'equivalenza ed enunciare le principali proprietà delle funzioni continue.

5. Enunciare e dimostrare il Teorema di nullità più rango.

6. Discutere le principali condizioni necessarie o sufficienti per la convergenza di una serie numerica.

5. Dimostrare che una funzione è derivabile in un punto x_0 se e solo se essa è ivi differenziabile.

6. Discutere il concetto di integrale inferiore ed enunciare i risultati più significativi al riguardo.

5. Enunciare e dimostrare la disuguaglianza di Cauchy-Schwarz.

6. Discutere la forma algebrica, trigonometrica ed esponenziale dei numeri complessi.

5. Dimostrare che le successioni monotone ammettono limite.

6. Discutere il concetto di integrale generalizzato per funzioni non limitate o definite su intervalli non limitati.

5. (punti 4) Enunciare a dimostrare il teorema sull'esistenza del limite per successioni monotone

6. (punti 4) Discutere i principali criteri di convergenza per le serie numeriche.

5. Dimostrare che le successioni monotone ammettono limite.

6. Dare la definizione di serie numerica convergente ed enunciare i principali criteri per la convergenza di una serie a termini positivi.

4. Enunciare e dimostrare il teorema di valutazione per l'integrale definito.
5. Discutere il concetto di sviluppo di Taylor, enunciandone le principali applicazioni.

5. Enunciare e dimostrare il teorema di Rouché-Capelli.

6. Dare la definizione di serie convergente ed enunciare i principali risultati al riguardo.

5. Enunciare e dimostrare la proprietà della media per l'integrale inferiore.

6. Dare le definizioni di serie convergente, divergente, indeterminata. Discutere le principali condizioni necessarie e quelle sufficienti per la convergenza di una serie numerica.

5. Enunciare e dimostrare la formula per la matrice inversa di una matrice quadrata invertibile.

6. Discutere il concetto di spazio vettoriale e quello di base e dimensione di uno spazio vettoriale. Dire, sempre nel contesto di uno spazio vettoriale, cos'è un prodotto scalare e cosè una norma, indicandone le principali proprietà.

5. (4 punti) Enunciare e dimostrare il teorema di nullità più rango.

6. (4 punti) Discutere i concetti di spazio vettoriale, base e dimensione, e successivamente indicare le principali proprietà degli spazi vettoriali dotati di prodotto scalare.

5. (punti 4) Enunciare e dimostrare il teorema di derivazione della funzione composta.

6. (punti 4) Discutere il concetto di formula di Taylor con resto di Peano e con resto di Lagrange, enunciando i principali risultati al riguardo e discutendone le applicazioni.

5. Dare la definizione di funzione derivabile in un punto, di retta tangente al grafico di una curva in un punto, di funzione differenziabile in un punto. Dare un esempio esplicito di funzione continua ma non derivabile in un punto. Dimostrare infine che una funzione è differenziabile in un punto se e solo se è ivi derivabile.

5. (punti 4) Mostrare che una serie assolutamente convergente è convergente.

6. (punti 4) Dare le due definizioni equivalenti di funzione continua in un punto, ed enunciare le principali proprietà delle funzioni continue.

4. (punti 7) Dare la definizione di serie convergente, divergente, indeterminata, fornendo inoltre opportuni esempi in ciascun caso. Enunciare i principali risultati sulla convergenza di serie a termini non negativi. Dimostrare che le serie assolutamente convergenti sono convergenti.

4. (punti 7) Discutere il concetto di polinomio di McLaurin-Taylor, la formula di Taylor con resto di Peano, formula di Taylor con resto di Lagrange, dimostrando quest'ultima.

5. (punti 7) Discutere la definizione di funzione continua, enunciando poi le principali proprietà delle funzioni continue. Enunciare e dimostrare infine il Teorema di Weierstrass.

5. Dire cosa significa che $\lim_{x\to x_0} f(x) = l$, distinguendo i casi $l \in \mathbb{R}$ e $l = \pm\infty$ (è richiesta la definizione precisa). Dimostrare poi, in base alla definizione, che

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$