

STABILIRE SE UNA FUNZIONE APPARTIENE A UNO SPAZIO LP

[Home](#) | [Forum](#) | [Risolvi il tuo problema](#) | [Università](#) | [Analisi Complessa](#)

Prima di postare leggi le [regole del Forum](#). Puoi anche leggere le [ultime discussioni](#).

Stabilire se una funzione appartiene a uno spazio Lp

#52636



paperino
Frattale

Salve a tutti, ho svariati problemi su come lavorare con gli esercizi sugli spazi Lp e nello stabilire se una funzione appartiene ad uno spazio Lp, ad esempio:

'dire per quali p risulta che $g \in L^p(R)$, dove la g(x) in questione è

$$g(x) = \frac{|x|^{\frac{1}{4}}}{(x - 4i)(x + 2i)}$$

Noto che in un intorno di 0, la funzione è continua, mentre in un intorno di infinito riscrivo la g(x) portando $|x|^{\frac{1}{4}}$ al denominatore.

Per trovare la p nell'intorno di infinito dunque pongo:

$$-\frac{1}{4}p + p + p > 1$$

da cui: $p > \frac{4}{7}$. Dato che con quella funzione in un secondo esercizio mi chiede di porre p=2 credo che vada bene, solo una domanda: il valore assoluto ha qualche importanza particolare da farci qualche discorso?

Grazie!

MENU

- Home
- eBook e dispense di Matematica
- Ripetizioni di Matematica
- Penne con formule
- Libri ed eserciziari
- Prove Invalsi
- Blog
- Sostieni YouMath!



Ifrit
Amministratore

Ciao paperino! Qual è la definizione di funzione sommabile che conosci? Riporta quella dei tuoi appunti per piacere 😊

Ringraziano: Omega, paperino, CarFaby

Stabilire se una funzione appartiene a uno spazio Lp

#52647



paperino
Frattale

Premetto che ho letto svariate definizioni sul forum, il quale coincidono con quella dell'analisi 1, ma in analisi complessa mi è stata data un'altra definizione (nella teoria della misura..):

In sostanza riconducibile a :

una funzione f è sommabile su un intervallo (a,b) se:

$$\int_a^b |f(x)| dx \text{ esiste finito}$$

Stabilire se una funzione appartiene a uno spazio Lp

#52648



Ifrit
Amministratore

Ok, una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ è p -sommabile su \mathbb{R} se è finito:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^p dx$$

Attenzione che in questo caso $|f(x)|$ indica il modulo della funzione a valori complessi.

Nel nostro caso quindi:

$$|f(x)| = \left| \frac{|x|^{\frac{1}{4}}}{(x-4i)(x+2i)} \right|$$

Per le proprietà del modulo si ha che

$$|f(x)| = \frac{|x|^{\frac{1}{4}}}{|x-4i||x+2i|}$$

Ora

$$|x-4i| = \sqrt{x^2+16}$$

$$|x+2i| = \sqrt{x^2+4}$$

quindi:

$$|f(x)| = \frac{|x|^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{x^2+4} \cdot \sqrt{x^2+4}}$$

elevando membro a membro per p

$$|f(x)|^p = \frac{|x|^{\frac{p}{4}}}{(x^2+4)^{\frac{p}{2}}(x^2+4)^{\frac{p}{2}}}$$

La funzione al secondo membro è a valori reali ed è positiva, quindi valgono i [criteri di convergenza noti](#)

A più infinito

$$|f(x)| \sim_{+\infty} \frac{|x|^{\frac{p}{4}}}{|x|^p |x|^p} = \frac{1}{x^{2p-\frac{p}{4}}}$$

e converge se $2p - \frac{p}{4} > 1 \iff p > \frac{4}{7}$

Procedi allo stesso modo per - infinito stando attento ai segni, otterrai la stessa condizione. In definitiva hai ragione, ma ti ho chiesto la definizione perché avevo l'impressione che tu non avessi considerato a dovere $|f(x)|$

Ringraziano: [Omega](#), [Pi Greco](#), [paperino](#), [CarFaby](#), [tice](#)

Pagina: 1

VUOI OTTENERE IL MASSIMO DAL FORUM?



- priorità assoluta - no orari -
- risposta garantita - no linee guida...



YouMath è una scuola di Matematica e Fisica, ed è gratis!
Corsi online per la didattica dalle scuole elementari alla laurea, per tutte le facoltà universitarie.

[Chi siamo](#) | [Dicono di noi](#) | [Contattaci](#) | [Pubblicità](#) | [Guide e tutorial](#) | [TdS e Privacy](#)

Copyright © 2011-2022 - Math Industries Srl, P.Iva 07608320961.