

Presentazione del corso

Maurizio Citterio

Marco Boella Alan Cigoli

Politecnico di Milano
beep.metid.polimi.it

2019/2020, I semestre

AVVERTENZA:

quanto segue è soltanto l'elenco di definizioni, proposizioni, osservazioni, esempi ed esercizi che sono stati discussi in aula. Questo non sostituisce in alcun modo la lezione, le esercitazioni, gli appunti, le dispense, il testo.

Mercoledì 13:15 – 16:15,
aula B8.2.1

Venerdì 14:15 – 16:15,
aula B8.0.7

Maurizio Citterio
maurizio.citterio@polimi.it

Ricevimento studenti, su appuntamento:
mercoledì 9:15 – 10:15
venerdì 10:15 – 12:15

Squadra: inizio elenco – TOLZ

lunedì 16:15 – 18:15,
aula B8.2.1

Marco Boella

Squadra: TOLZ – fine elenco

lunedì 16:15 – 18:15,
aula B8.2.2

Alan Cigoli

Si richiede che lo studente abbia una buona conoscenza degli argomenti di matematica trattati nella scuola secondaria di secondo grado, incluse le nozioni di base di teoria degli insiemi. In maniera particolare si richiede la capacità di saper lavorare con i polinomi, di applicare le principali formule di trigonometria, di risolvere semplici equazioni, di saper utilizzare i metodi della geometria analitica nel piano.

Coerentemente con gli obiettivi formativi del corso di studio previsti della scheda SUA-CdS, l'insegnamento ha il duplice obiettivo di fornire allo studente sia i principi fondamentali dell'algebra lineare, sia le applicazioni del metodo delle coordinate della geometria analitica. Si propone lo studio dei vettori geometrici, delle matrici e delle operazioni relative. Viene sviluppata la teoria dei sistemi lineari. Si considerano la costruzione e lo studio degli spazi vettoriali e delle applicazioni lineari tra spazi vettoriali. Si forniscono le nozioni e i concetti fondamentali riguardanti autovalori e autovettori. Si tratta il prodotto scalare euclideo. Si approfondisce il metodo delle coordinate cartesiane nel piano e nello spazio, anche attraverso il calcolo vettoriale, e con particolari applicazioni allo studio di problemi riguardanti rette, piani, coniche e quadriche.

1. Coordinate cartesiane e geometria analitica lineare

Riferimento cartesiano ortogonale monometrico, nel piano e nello spazio. Rappresentazioni di punti e rette. Equazioni di rette e piani, parametri direttori di rette e piani. Distanze, angolo tra due rette, parallelismo e perpendicolarità tra rette. Parallelismo e ortogonalità tra piani. Angolo tra rette e piani. Proiezione di una retta su un piano. Parallelismo e ortogonalità tra rette e piani. Rette sghembe e minima distanza. Fasci di rette, fasci di piani. Stella di rette.

2. Matrici e vettori geometrici

Vettori geometrici. Alcune operazioni algebriche sui vettori geometrici. Generalità sulle matrici, operazioni, dipendenza lineare, determinante, rango, inversa di una matrice quadrata, matrici ortogonali.

3. Sistemi lineari

Nozioni fondamentali, teorema di Rouché-Capelli, procedimenti di risoluzione di un sistema lineare, teorema di Cramer, sistemi lineari omogenei e loro autosoluzioni.

4. Spazi vettoriali

Operazioni tra vettori, sottospazi, dimensione, generatori e basi, somma ed intersezione di sottospazi. Coordinate di un vettore rispetto a una base. Cambio di base.

5. Applicazioni lineari

Generalità, nucleo ed immagine, applicazioni lineari e matrici, applicazioni lineari iniettive e suriettive. Endomorfismi.

6. Autovalori e autovettori

Nozione ed esempi di autovalori e di autovettori. Interpretazione geometrica. Matrice caratteristica, polinomio caratteristico, equazione caratteristica. Similitudine di matrici. Diagonalizzazione degli endomorfismi e teoremi relativi.

7. Spazi euclidei

Prodotto scalare euclideo in \mathbb{R}^n . Prodotto vettoriale, prodotto misto, modulo, angolo, ortogonalità tra vettori. Espressione cartesiana del prodotto scalare e del prodotto vettoriale. Basi ortonormali. Ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Diagonalizzazione ortogonale di matrici reali e simmetriche. Teorema spettrale.

8. Coniche

Nozioni sulle coniche sia come curve algebriche di secondo grado, sia come sezioni piane di un cono circolare retto. Proprietà analitiche delle coniche. Invarianti ortogonali e classificazione metrica delle coniche. Equazioni canoniche. Riduzione a forma canonica. Determinazione di centro, assi, asintoti di un'iperbole. Determinazione dell'asse e del vertice di una parabola.

9. Quadriche

Definizione analitica di una quadrica. Matrice associata, autovalori e invarianti ortogonali. Classificazione metrica delle quadriche. Equazioni delle quadriche in forma canonica. Riduzione di una quadrica a forma canonica. di coni e cilindri. Studio dei cilindri. Quadriche di rotazione.

Alcuni suggerimenti bibliografici

1. F. Lastaria, M. Saita
Appunti di algebra lineare. 2011, file PDF disponibile su Beep.
2. Enrico Schlesinger
Algebra lineare e geometria. Zanichelli, 2011
ISBN: 978-88-08-52069-2
3. Paolo Dulio, Walter Pacco
Algebra lineare e geometria analitica. Teoria ed esercizi con svolgimento. Esculapio, 2015 - ISBN: 9788874888382
4. Alessandro Perotti, Raffaele Scapellato
Geometria e Algebra Lineare - Seconda edizione. Esculapio, 2015
ISBN: 978-88-7488-842-9
5. Alessandro Gimigliano, Alessandra Bernardi
Algebra lineare e geometria analitica. Città Studi, 2014

1. Claretta Carrara
Esercizi di Algebra Lineare
file PDF disponibile su Beep.
2. L. Mauri, E. Schlesinger
Esercizi di Algebra Lineare e Geometria
Zanichelli, 2012 - ISBN: 9788808192523
3. Marco Boella
Analisi Matematica 1 e Algebra lineare. Esercizi
Pearson, 2012.
4. Marco Boella
Analisi Matematica 2. Esercizi
Pearson, 2014.

Ci si attende che lo studente conosca gli elementi fondamentali dell'algebra lineare, con particolare riferimento ai seguenti:

- ▶ studio e risoluzione di sistemi lineari;
- ▶ studio di spazi e sottospazi vettoriali (dimensione, generatori, basi, basi ortonormali);
- ▶ studio delle applicazioni lineari tra spazi vettoriali;
- ▶ concetti di autovalore e autovettore, e relativa applicazione a problemi legati alla diagonalizzazione degli endomorfismi.

Ci si attende altresì la conoscenza del metodo delle coordinate cartesiane, con applicazioni particolari a

- ▶ risoluzione di problemi riguardanti piani e rette nello spazio
- ▶ calcolo vettoriale nel piano e nello spazio;
- ▶ classificazione e studio di coniche;
- ▶ classificazione e studio di quadriche.

Il docente si attende una comprensione che non sia limitata al solo enunciato di definizioni e di risultati, e alla risoluzione di esercizi standard, ma sia anche critica, in grado di distinguere differenti tipologie di problemi e di soluzioni, attraverso scelte consapevoli e giustificazione dei procedimenti seguiti. Ci si aspettano inoltre un'esposizione ben argomentata della teoria e un'adeguata correttezza nei calcoli.

L'esame può essere superato presentandosi a due prove in itinere, oppure a uno degli appelli previsti dal calendario accademico. Gli studenti che non superano l'esame con le prove in itinere devono comunque sostenere l'esame completo in un appello successivo. Con la prima modalità, non obbligatoria ma fortemente consigliata, vengono assegnate due prove scritte, dette prove in itinere, riguardanti parti distinte dell'insegnamento, una circa alla metà dell'insegnamento e l'altra al termine dello stesso, e strutturate in esercizi di varia tipologia.

Soltanto una valutazione positiva conseguita nella prima prova in itinere consente di accedere alla seconda. Qualora lo studente non si presenti alla prima prova in itinere, non ha comunque diritto di accedere alla seconda. Nel caso in cui entrambe le prove in itinere vengano svolte in maniera soddisfacente, viene conseguito un voto uguale alla media aritmetica dei risultati parziali e lo studente viene convocato a sostenere una prova orale. Detta prova è obbligatoria e può portare a una modifica del voto o anche a un esito negativo. A questo punto si procederà alla fase di consuntivazione, con registrazione in carriera del voto conseguito in caso di esito positivo, o rinvio dello studente agli appelli d'esame altrimenti.

Gli appelli d'esame comprendono una prova scritta e una prova orale. L'accesso alla prova orale è comunque subordinato a uno svolgimento soddisfacente della prova scritta. Nel caso in cui anche la prova orale, obbligatoria, risulti positiva, si procederà alla fase di consuntivazione con registrazione in carriera del voto conseguito. In caso di prova scritta o di eventuale prova orale non soddisfacente, lo studente è rinviato agli appelli d'esame successivi. Possono sostenere il singolo appello tutti e soli gli studenti che si sono regolarmente prenotati usando le modalità previste. Non è tecnicamente possibile ai docenti registrare voti per studenti che non risultano iscritti all'appello in questione.

Sia per le prove in itinere, sia per gli appelli d'esame, è facoltà dello studente rifiutare il voto proposto, e accedere di conseguenza agli eventuali appelli d'esame successivi. L'insegnamento deve essere ripetuto se non viene raggiunta una valutazione sufficiente in alcuno degli appelli previsti dal calendario accademico. Il giorno dell'esame scritto eventuali studenti stranieri potranno avere il testo della prova tradotto in inglese, dietro richiesta preventiva di almeno 3 giorni lavorativi.

Le date **da confermare** delle prossime prove sono le seguenti:

- ▶ 6 novembre 2019, prima prova in itinere;
- ▶ gennaio 2020, seconda prova in itinere;
- ▶ gennaio/febbraio 2020, primo appello.

Alcune avvertenze per gli appelli e le prove in itinere.

- ▶ Per sostenere una qualunque prova d'esame è obbligatoria l'iscrizione entro i termini stabiliti.
- ▶ Alle prove d'esame bisogna presentarsi muniti di documento d'identità con fotografia in corso di validità.
- ▶ Durante le prove d'esame è vietato comunicare con altri dentro l'aula o fuori dall'aula d'esame.
- ▶ Durante la prova scritta non è consentito l'uso di libri, quaderni, calcolatrici e telefoni. In particolare, lo studente non deve avere cellulari, smartphone, tablet o altri apparecchi elettronici che possano essere connessi alle reti. È concessa la consultazione di un foglio (in formato A4) su cui lo studente abbia scritto le principali formule.