1. • Determinare l'intervallo di convergenza totale della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} 3 \frac{2^n n!}{n^n} x^n.$$

• Calcolare

$$\int_0^1 \cos(\sqrt{x}) \, dx$$

a meno di 10^{-4} .

2. • Per quali α è possibile definire la serie di Fourier di

$$f_{\alpha}(x) = x^{\alpha} \sin x, \quad x \in [0, \pi]$$
?

 $\bullet\,$ Calcolare la serie di Fourier di f_0 e utilizzarla per calcolare le somme delle serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(4n^2 - 1)^2}.$$

3. • Calcolare il flusso del campo

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \left(\arctan(y^2 + z^2), \sqrt{x^2 + y^2}, \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)$$

attraverso il bordo di

$$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 9/4 \le x^2 + y^2 \le 4, -\sqrt{3}x \le y \le \sqrt{3}x, z \in [0, 1]\}.$$

- Calcolare l'area di tale bordo.
- Calcolare il flusso del rotore di

$$\mathbf{G}(x,y) = (xy, xy)$$

attraverso la regione piana $S = S_1 \cup S_2$, con

$$S_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \le x \le 1, \ 0 \le y \le \sin((\pi/2)x)\},\$$

$$S_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \le x \le \sqrt{2}, \ 0 \le y \le \sqrt{2 - x^2}\}.$$

4. Calcolare l'integrale

$$\int_{E} y \cos(x+z) \, dx \, dy \, dz, \quad E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid y \ge 0, \ z \ge 0, \ x+z \le \pi/2, \ y \le \sqrt{x}\}.$$

5. Calcolare il lavoro del campo

$$\mathbf{F}(x,y) = \left(\frac{4y - x}{(x+2y)^3}, \frac{2y - 5x}{(x+2y)^3}\right)$$

lungo la circonferenza di centro (3,0) e raggio 1, parametrizzata in coordinate polari in modo da essere semplice, essere percorsa in senso antiorario e avere punto iniziale (4,0) e punto finale (2,0)

6. Calcolare l'area della regione di piano racchiusa dalla curva di equazione polare $\rho = \theta$, $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$ (si dia a ρ negativo il senso usuale).