Alcuni sviluppi di Taylor

Si ricorda che il simbolo "o piccolo" è così definito: si dice che $f(x)$ è "o piccolo" di $g(x)$ per $x \to x_0$, e si scrive $f(x) = o(g(x))$, se $f(x)/g(x) \to 0$ per $x \to x_0$.

$$
\begin{aligned}
e^x &= \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!} + o(x^n) \ \text{ per } x \to 0,\\
\sin x &= \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + o(x^{2n+2}) \ \text{ per } x \to 0,\\
\cos x &= \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} + o(x^{2n+1}) \ \text{ per } x \to 0,\\
\tan x &= x + \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15}x^5 + \frac{17}{315}x^7 + o(x^7) \ \text{ per } x \to 0\\
\sinh x &= \sum_{k=0}^{n} \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} + o(x^{2n+2}) \ \text{ per } \to 0,\\
\cosh x &= \sum_{k=0}^{n} \frac{x^{2k}}{(2k)!} + o(x^{2n+1}) \ \text{ per } x \to 0,\\
\tanh x &= x - \frac{x^3}{3} + \frac{2}{15}x^5 - \frac{17}{315}x^7 + o(x^7) \ \text{ per } x \to 0,\\
\frac{1}{1-x} &= \sum_{k=0}^{n} x^k + o(x^n) \ \text{ per } x \to 0,\\
\log(1+x) &= \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k+1} \frac{x^k}{k} + o(x^n) \ \text{ per } x \to 0,\\
\arctan x &= \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{2k+1} + o(x^{2n+1}) \ \text{ per } x \to 0,\\
\operatorname{arctanh} x &= \sum_{k=0}^{n} \frac{x^{2k+1}}{2k+1} + o(x^{2n+1}) \ \text{ per } x \to 0,\\
(1+x)^a &= \sum_{k=0}^{n} \binom{a}{k} x^k + o(x^n) \ \text{ per } x \to 0,\\
&\text{dove } \binom{a}{k} := \frac{a(a-1)\dots(a-k+1)}{k!}.
\end{aligned}
$$