

**POLITECNICO MILANO 1863**

schedaincarico

**Risorse bibliografiche**

Risorsa bibliografica obbligatoria



Risorsa bibliografica facoltativa

**Scheda Riassuntiva**

Anno Accademico	2021/2022		
Scuola	Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione		
Insegnamento	099299 - ANALISI MATEMATICA III		
Docente	<a href="#">Fragalà Ilaria Maria Rita</a>		
Cfu	10.00	Tipo insegnamento	Monodisciplinare

Corso di Studi	Codice Piano di Studio preventivamente approvato	Da (compreso)	A (escluso)	Insegnamento
Ing Ind - Inf (1 liv.)(ord. 270) - MI (366) INGEGNERIA FISICA	*	A	ZZZZ	085925 - ANALISI MATEMATICA III
				085909 - METODI ANALITICI E STATISTICI PER L'INGEGNERIA FISICA [C.I.]
				099299 - ANALISI MATEMATICA III
				085909 - METODI ANALITICI E STATISTICI PER L'INGEGNERIA FISICA [C.I.]

**Obiettivi dell'insegnamento**

L'insegnamento di Analisi Matematica III ha lo scopo di fornire allo studente delle solide basi in alcuni argomenti di particolare rilievo nell' Analisi Matematica avanzata (quali elementi di analisi complessa, elementi di analisi funzionale, principali risultati su serie e trasformate di Fourier), e di descrivere alcune loro applicazioni (principalmente alle equazioni differenziali). Oltre al suo intrinseco apporto culturale, l'insegnamento ha una valenza strumentale, in quanto molti dei concetti appresi verranno utilizzati nell'ambito di successivi insegnamenti di natura ingegneristica del corso di studi.

**Risultati di apprendimento attesi****DD1 Conoscenza e comprensione - DD3 Autonomia di giudizio:**

Lo studente dovrà conoscere e comprendere in modo approfondito

- i principali risultati riguardanti la teoria delle funzioni di una variabile complessa;
- i principali elementi di teoria riguardanti gli spazi di Banach e Hilbert e, come principali esempi di spazi funzionali, gli spazi di Lebesgue e di Sobolev; preliminarmente a questi ultimi, lo studente dovrà conoscere la teoria dell'integrazione secondo Lebesgue e gli elementi fondamentali della teoria delle distribuzioni.
- i fondamenti della teoria di Fourier per quanto riguarda serie e trasformata, sviluppati in diversi contesti utilizzando le competenze teoriche che avrà acquisito in analisi funzionale; in particolare, dovrà conoscere le serie di Fourier in spazi di Hilbert

astratti, e la trasformata di Fourier in  $L^1$ , in  $L^2$  e nello spazio delle distribuzioni temperate.

*DD2 Capacita' di applicare conoscenza e comprensione - DD3 Autonomia di giudizio:*

Lo studente dovrà essere in grado di applicare le sue conoscenze a problemi differenziali, quali: risoluzione di equazioni differenziali ordinarie e alle derivate parziali tramite trasformata di Fourier, formulazione variazionale di problemi al contorno e relativa buona positura tramite il teorema di Lax-Milgram, risoluzione di problemi di Cauchy per equazioni di tipo calore o onde.

### Argomenti trattati

*I. Elementi di analisi complessa:* Funzioni di variabile complessa. Funzioni elementari. Limiti in campo complesso. Differenziabilità in senso complesso. Condizioni di Cauchy-Riemann. Invertibilità locale. Primitive e integrazione su cammini per funzioni di variabile complessa. Teoremi di Cauchy e di Morera. Serie di potenze in campo complesso. Formula di Cauchy. Analiticità delle funzioni olomorfe. Singolarità isolate e loro classificazione. Sviluppi in serie di Laurent. Principio di identità. Ordine di zeri e poli. Teorema dei residui e sue applicazioni al calcolo di integrali reali e complessi.

*II. Elementi di analisi funzionale:* Spazi normati, norme equivalenti, spazi di Banach, spazi  $C^k$ . Misura e integrazione secondo Lebesgue. Confronto con l'integrale secondo Riemann. Teoremi di passaggio al limite sotto integrale, e di scambio ordine di integrazione. Spazi  $L^p$ . Funzioni assolutamente continue. Convoluzione in spazi  $L^p$ . Funzioni regolari a supporto compatto, mollificatori e teorema di densità. Distribuzioni, spazi di Sobolev. Operatori lineari tra spazi vettoriali normati. Spazi di Hilbert: disuguaglianza di Cauchy-Schwarz, identità del parallelogramma, teorema di proiezione su un convesso chiuso, teorema delle proiezioni, teorema di Riesz, teorema di Lax Milgram.

*III. Serie e trasformata di Fourier:* Sistemi ortonormali e serie di Fourier in spazi di Hilbert. Disuguaglianza di Bessel. Teorema di convergenza della serie di Fourier, e caratterizzazione dei sistemi ortonormali completi. Serie di Fourier in  $L^2$  (rispetto a polinomi trigonometrici e di Legendre). Trasformata di Fourier in  $L^1$ : teorema di Riemann-Lebesgue, trasformate notevoli, principali regole di trasformazione, formula di inversione in  $L^1$ . Lo spazio  $S$  delle funzioni a decrescenza rapida. Trasformata di Fourier in  $S$  e in  $L^2$ . Lo spazio  $S'$  delle distribuzioni temperate. Trasformata di Fourier in  $S'$ .

*IV. Equazioni differenziali:* Formulazione variazionale di problemi ellittici; confronto tra soluzioni classiche e deboli per l'equazione di Poisson (con dato di Dirichlet o di Neumann). Esistenza di soluzioni deboli per l'equazione della membrana con dato di Dirichlet o di Neumann. Soluzione dei problemi di Dirichlet e di Neumann per l'equazione di Laplace sul cerchio tramite serie di Fourier. Soluzione dell'equazione del calore e delle onde tramite serie di Fourier. Soluzione fondamentale per l'equazione di Laplace. Formule di rappresentazione di Green per i problemi di Dirichlet e di Neumann

### Prerequisiti

Sono richieste le conoscenze di base di Analisi Matematica facenti parte dei programmi degli insegnamenti di Analisi matematica 1 e Geometria e Analisi 2.

### Modalità di valutazione

#### Appelli d'esame

Sono previsti gli appelli d'esame stabiliti dal calendario della Scuola.

Ogni appello d'esame comprenderà una parte pratica e una parte teorica.

La parte pratica sarà costituita da alcune domande brevi, eventualmente a risposta multipla, ed alcuni esercizi più lunghi in cui verrà richiesto anche di fornire lo svolgimento completo giustificando i passaggi effettuati. Questa parte della prova dovrà attestare in modo particolare che lo studente sia in grado di comprendere un problema assegnato, conoscere la teoria necessaria per risolverlo, operare delle scelte logiche e consapevoli, ed effettuare calcoli corretti.

La parte teorica sarà costituita da alcune domande a risposta aperta, che possono

riguardare definizioni, enunciati, dimostrazioni, esempi, controesempi, e piu' in generale qualsiasi aspetto teorico del corso. Questa parte della prova dovrà attestare in modo particolare che lo studente abbia acquisito in modo critico i contenuti del corso, e sia in grado di esporre in modo ben argomentato la teoria, con linguaggio e rigore adeguati, anche elaborando, qualora richiesto, dei collegamenti tra i vari argomenti del corso o con gli insegnamenti precedenti. Sarà possibile prendere visione in appositi momenti del proprio elaborato corretto.

### Bibliografia



**G. GILARDI, Analisi 3**, Editore: McGraw-Hill

Note: Disponibile solo come "acquisto online" sul sito <http://www.mcgraw-hill.it/>



**S. SALSA, Partial Differential Equations in Action**, Editore: Springer  
Universitext



**M. BRAMANTI, Esercitazioni di Analisi 3**, Editore: CUSL



**F. Gazzola, F. Tomarelli, M. Zanotti, Analisi complessa, trasformate, equazioni differenziali, elementi di teoria ed esercitazioni**, Editore: Esculapio

### Software utilizzato

Nessun software richiesto

### Forme didattiche

Tipo Forma Didattica	Ore di attività svolte in aula (hh:mm)	Ore di studio autonome (hh:mm)
Lezione	60:00	90:00
Esercitazione	40:00	60:00
Laboratorio Informatico	0:00	0:00
Laboratorio Sperimentale	0:00	0:00
Laboratorio Di Progetto	0:00	0:00
<b>Totale</b>	<b>100:00</b>	<b>150:00</b>

### Informazioni in lingua inglese a supporto dell'internazionalizzazione

Insegnamento erogato in lingua Italiano

Possibilità di sostenere l'esame in lingua inglese