

ANALISI MATEMATICA I E GEOMETRIA

Prof. G. Grillo - A.A. 2020/2021

PROGRAMMA DELLA PRIMA PROVA IN ITINERE

1. Insiemi numerici. Numeri naturali, interi, razionali. $\sqrt{2}$ non è razionale. Estremo superiore. Allineamenti decimali illimitati e numeri reali. Operazioni sui numeri reali. Insiemi infiniti, numerabilità. L'insieme dei numeri razionali è numerabile, l'insieme dei numeri irrazionali non è numerabile. Il principio di induzione.

2. Numeri complessi. Piano di Argand-Gauss. Operazioni sui numeri complessi, struttura algebrica di \mathbb{C} . Forma algebrica, trigonometrica ed esponenziale dei numeri complessi. Identità di Eulero. Formula di de Moivre per il prodotto(*) e per il rapporto. Coniugato e modulo di un complesso. Estrazione di radici. Teorema fondamentale dell'algebra. Esponenziale nel campo complesso.

3. Geometria elementare nel piano e nello spazio. Operazioni sui vettori: somma, differenza, prodotto scalare, prodotto vettoriale. Combinazioni lineari, vettori linearmente indipendenti. Rette e piani nello spazio. Equazioni cartesiane, equazioni parametriche. Parallelismo, ortogonalità.

4. Spazi vettoriali. Definizione di spazio vettoriale. Basi e dimensione. Spazi vettoriali con prodotto scalare. Modulo, distanza. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz(*) e disuguaglianza triangolare in spazi vettoriali astratti. Basi ortonormali. Applicazioni lineari tra spazi vettoriali.

5. Matrici, determinanti, e sistemi lineari. L'algebra delle matrici: operazioni di somma e prodotto. Matrice trasposta. Rappresentazione matriciale delle applicazioni lineari(*). Determinante e sue proprietà(*). Determinante di un prodotto di matrici. Relazione del concetto di determinante con il calcolo di aree e volumi. Rango di una matrice, Teorema di Kronecker. Matrici invertibili, matrice inversa. Formula esplicita per l'inversa(*). Inversa di un prodotto di matrici. Sistemi lineari: generalità. Il caso di sistemi associati a matrici quadrate e invertibili: Teorema di Cramer. Immagine e nucleo di applicazioni lineari. La dimensione dell'immagine di una mappa lineare coincide con il rango di ogni matrice che la rappresenta. Il Teorema di nullità più rango(*). Mappe lineari iniettive e suriettive. Il Teorema di Rouché-Capelli. Struttura delle soluzioni di un sistema non omogeneo. Cambiamenti di base. Matrici diagonalizzabili. Autovalori e autovettori di una matrice. Condizione di diagonalizzabilità in termine degli autovettori(*). Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore. Matrici ortogonali e loro proprietà. Rotazioni. Il caso di matrici simmetriche: diagonalizzabilità con matrici ortogonali.

NOTA: (*) con dimostrazione, per quanto riguarda la prova di teoria che si svolgerà come noto dopo la seconda prova in itinere.