QUESITO 5

$L_{0\,NAVICELLA} = 720\,m$

$v_{NAVICELLA} = 0{,}87\,c$

$v_{METEORITE} = 0{,}92\,c$

$\Delta t = ?$

PER UN PASSEGGERO SULLA NAVICELLA, SICCOME SOLIDALE AL SISTEMA, LA LUNGHEZZA DI QUESTA RESTERÀ INVARIATA

LA VELOCITÀ DI AVVICINAMENTO TRA I 2 SISTEMI, RISENTE DI EFFETTI RELATIVISTI, PER I QUALI:

$$v = \frac{v_N + v_M}{1 + \frac{v_m \cdot v_N}{c^2}} = 0{,}9942\,c$$

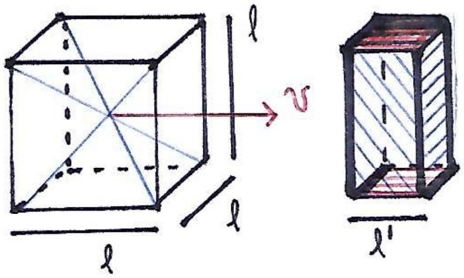
$$v = \frac{L_0}{\Delta t} \longrightarrow \Delta t = \frac{L_0}{v} = 2{,}42 \cdot 10^{-6}\,s$$

SE METEORITE FORMA CUBICA

$V_0 = 20\,L$ (dm^3)

V SECONDO ASTRONAUTA IN NAVICELLA

V ? CAMBIA ?



IL VOLUME DI UN CORPO DI FORMA CUBICA È CALCOLABILE NEL SEGUENTE MODO

$$V_0 = l_0^3 \;;\; l_0 = \sqrt[3]{V_0} = 2{,}71\,dm = 0{,}271\,m$$

IL VOLUME DIPENDE DALLA LUNGHEZZA DEI LATI, SE QUESTI CAMBIANO NE CONSEGUE DIRETTAMENTE ANCHE IL CAMBIAMENTO PROPORZIONALE DI QUEST

IL VOLUME QUINDI CAMBIERÀ

LA VELOCITÀ RELATIVISTICA, RENDERÀ I LATI PIÙ CORTI NEL SISTEMA DI RIFERIMENTO DELLA NAVICELLA

TUTTAVIA NON TUTTI I LATI SI COMPORTANO NELLO STESSO MODO: SI CONTRARRANNO SOLO I LATI PARALLELI ALLA DIREZIONE DEL MOTO

$$V = A_b \cdot h = (l' l) \cdot l = l_0^2 l'$$

DOVE

$$l' = l_0\sqrt{1-(v/c)^2} = 0{,}029193\,m$$

$$V = l_0^3 \cdot \sqrt{1-(v/c)^2} = 2{,}14\,L$$

$\Delta t_0 = 12\,\mu s$

SENZA FARE ALCUN CALCOLO SI PUÒ DIRE CON ASSOLUTA CERTEZZA CHE IL TEMPO MISURATO SULLA TERRA SARÀ MAGGIORE:

IL TEMPO SCORRE PIÙ LENTAMENTE QUANDO SI È IN MOVIMENTO SEMPRE.

TUTTAVIA, AFFIDANDOCI SOLO A QUESTO ENUNCIATO, POTREMMO RISCONTRARE VARIE CONTRADDIZIONI E PARADOSSI IMPOSSIBILI DA SPIEGARE CON LA RELATIVITÀ RISTRETTA: AD ESEMPIO IL PARADOSSO DEI GEMELLI (TWIN'S PARADOX) CHE TROVERÀ SOLUZIONE CON LA TEORIA DI RELATIVITÀ GENERALE PUBBLICATA SEMPRE DA ALBERT EINSTEIN NEL 1916.

PROBLEMA 2

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{K^2} - \frac{1}{m^2}\right) \quad \text{CON} \quad K=1,\ m \in \mathbb{N},\ m \geq 2$$

SERIE DI BALMER GENERALIZZATA
SOSTITUIAMO PER OTTENERE LYMAN

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(1 - \frac{1}{m^2}\right)$$

TROVO GLI ESTREMI DELLA SERIE

MASSIMO PER $m \to +\infty$

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(1 - \frac{1}{\infty}\right) = R$$

$$\lambda = \frac{1}{R} = 9,11 \cdot 10^{-8}\ m \quad (UV)$$

MINIMO PER $m = +2$

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}R$$

$$\lambda = \frac{4}{3R} = 1,21 \cdot 10^{-7}\ m \quad (UV)$$

SI PUÒ RILASCIARE UN FOTOELETTRONE?

$W_0 = 4,7\,eV$ LAVORO DI ESTRAZ. SILICIO

$W_0 = h f_0$ $\quad f_0 =$ FREQUENZA DI SOGLIA: SE f FOTONE È MAGGIORE ALLORA VI È IL RILASCIO DI UN FOTOELETTRONE.

$$f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{4,7 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19}\ J}{6,63 \cdot 10^{-34}\ Js} = 1,13 \cdot 10^{15}\ Hz$$

$f > f_0 \rightarrow$ ELETTRONE ESTRATTO

SE $\lambda = 2,0\ pm$ EMISSIONE FOTONE?

$$\lambda = 2,0\ pm = 2,0 \cdot 10^{-12}\ m$$

NO PERCHÈ NON RIENTRA NELL' INTERVALLO PRECEDENTEMENTE INDIVIDUATO

$$9,11 \cdot 10^{-8}\ m \leq \lambda \leq 1,21 \cdot 10^{-7}\ m$$

λ POI APPARTIENE ALL' INTERVALLO DEI RAGGI γ MENTRE IL NOSTRO INTERVALLO SI TROVA NEGLI UV

E DA LIVELLO ENERGETICO $m=3$ A $m=1$

LA FORMULA GENERALE PER CALCOLARE L'ENERGIA DI UN GENERICO ELETTRONE AD UN CERTO LIVELLO ENERGETICO m IN UN ATOMO CON Z PROTONI È LA SEGUENTE:

$$E_m = (-13,6\,eV) \cdot \frac{Z^2}{m^2} \qquad \text{IDROGENO: } Z=+1$$

$$E_{3\to1} = E_1 - E_3 = (-13,6)\cdot\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{9}\right) =$$
$$= (-13,6 + 1,51)\,eV = -12,1\,eV$$
$$= -1,94 \cdot 10^{-18}\ J$$

$$E = hf = hc/\lambda \qquad \lambda = \frac{hc}{E}$$

$$\lambda = \frac{hc}{E_{3\to1}} = 1,02 \cdot 10^{-7}\ m$$

$$f = \left(\frac{h}{E_{3\to1}}\right)^{-1} = 2,93 \cdot 10^{+15}\ Hz$$

APPROSSIMO SERIE PER $m \gg$ IN Δf

CALCOLO λ CREATA DA 2 LIV. ENERGETICI SUCCESSIVI

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{-1}{(m+1)^2} + \frac{1}{m^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{+2m+1}{m^4 + 2m^3 + m^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{\cancel{m}\left(+2 + \frac{1}{m}\right)}{m^{\cancel{4}3}\left(1 + \frac{2m^2}{m^4} + \frac{m^2}{m^4}\right)}\right)$$

* LIMITE PER $m \to +\infty$

$$\frac{1}{\lambda} = \lim_{m\to\infty} R\left(\frac{+2 + \cancel{\frac{1}{m}}}{m^3\left(1 + \cancel{\frac{2m^2}{m^4}} + \cancel{\frac{m^2}{m^4}}\right)}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R\,\frac{(+2)}{m^3} \qquad \text{CON} \quad f = \frac{c}{\lambda}$$

$$\Delta f = cR\left(\frac{+2}{m^3}\right) = \frac{+2cR}{m^3}$$

$$\Delta f \approx \frac{2cR}{m^3}$$

* NON HO COMPLETATO IL LIMITE IN QUANTO $\lim_{m\to\infty} \Delta f = 0$
MI SONO SOLO SERVITO DELLA DEFINIZIONE DI LIMITE PER RIMUOVERE I TERMINI DI GRADO MAGGIORE

EFFETTO COMPTON MASSIMA DEFLESSIONE

LA SEGUENTE FORMULA SERVE A MODELLIZZARE L'URTO TRA UN FOTONE E UN ELETTRONE

λ' = FOTONE DIFFUSO
λ = FOTONE INCIDENTE

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e \cdot c}(1 - \cos\theta)$$

SE "MASSIMA DEFLESSIONE"
ALLORA $\theta = \pi$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e \cdot c}(1-(-1)) = \frac{2h}{m_e \cdot c}$$

$$\lambda' = \lambda + \frac{2h}{m_e \cdot c} = 6{,}85 \cdot 10^{-12}\,m$$

URTO ELASTICO → TUTTA L'ENERGIA VIENE PASSATA ALL'ELETTRONE

$$\Delta p_{FOTONE} = p_F - p_I = h\left(\frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda}\right)$$
$$= -2{,}35 \cdot 10^{-22}\ kg\,m/s$$

$$\Delta p_{ELETTRONE} = -\Delta p_{FOTONE} = +2{,}35 \cdot 10^{-22}\ \frac{kg\,m}{s}$$
$$v = \frac{p}{m_e} = 2{,}58 \cdot 10^{8}\ m/s$$

VELOCITA' E QUANTITA' DI MOTO CLASSICA

NOTIAMO CHE v E' SULL'ORDINE DI 10^8 E RAPPRESENTA BEN 86% DELLA VELOCITA' DELLA LUCE

↓

DOBBIAMO CONSIDERARE GLI EFFETTI RELATIVISTICI

CONSIDERO EFFETTI RELATIVISTICI + $\varepsilon_{\%}$

APPLICO IL CORRETTIVO γ ALLA QUANTITA' DI MOTO

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad p\sqrt{1 - v^2/c^2} = mv$$

$$p^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = m^2v^2 \qquad p^2 - \frac{p^2v^2}{c^2} = m^2v^2$$

$$p^2 = v^2\left(m^2 + \frac{p^2}{c^2}\right) \qquad v^2 = \frac{p^2}{m^2 + p^2/c^2}$$

$$v = \frac{p}{\sqrt{m^2 + \frac{p^2}{c^2}}} = 1{,}96 \cdot 10^{8}\ m/s$$

PREVEDIBILMENTE $v_{RELATIVISTICA} < v$
SERVONO ENERGIE SEMPRE MAGGIORI PER PORTARE OGGETTI PROVVISTI DI MASSA ALLA VELOCITA' DELLA LUCE.

ERRORE PERCENTUALE

$$\varepsilon_{\%} = \frac{v_C - v_R}{v_R} \times 100 = +32\%$$

LA VELOCITA' INDIVIDUATA SENZA TENERE CONTO DEGLI EFFETTI RELATIVISTICI E' 32% PIU' GRANDE DELLA VELOCITA' CALCOLATA CORRETTAMENTE