

FORMULARIO DI TERMODINAMICA

In questo formulario sono elencate tutte le **formule della Termodinamica** che si possono affrontare sia alle scuole superiori che all'università. Sono tratte direttamente dalla sezione di lezioni di **Termodinamica** presenti su YouMath.it.

Per chi frequenta le superiori e non conosce il calcolo integrale e il calcolo differenziale, nessun problema: quando possibile, al fianco delle formule incriminate, sono presenti le stesse in una forma comprensibile per gli studenti delle superiori.

Formule della Termodinamica

Attenzione: non tutti gli argomenti, le definizioni e le applicazioni della Termodinamica possono essere riassunti in una formula! Vi consigliamo di usare il formulario con cautela, non prima di aver acquisito le necessarie basi teoriche. Cliccando sui vari link potete accedere alle lezioni relative a ciascun argomento.

Definizione di **temperatura**

$$T(X) = 273,16 \cdot \frac{X}{X_{pt}} \text{ K}$$

$$T_{pt} := 273,16 \text{ K punto triplo dell'acqua}$$

Scale termometriche - **Scala Celsius**

$$T(\text{congelamento acqua}, P = 1 \text{ atm}) = 0 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T(\text{ebollizione acqua}, P = 1 \text{ atm}) = 100 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T(\text{punto triplo acqua}, P = 611,7 \text{ Pa}) = 0,01 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T(\text{ambiente}, P = 1 \text{ atm}) = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T(\text{zero assoluto}) = -273,15 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$-273,15 \text{ }^{\circ}\text{C} \leq T(^{\circ}\text{C}) < +\infty$$

$$T(^{\circ}\text{C}) = [T(\text{K}) - 273,15] \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Scale termometriche - **Scala Kelvin**

$$T(\text{zero assoluto}) = 0 \text{ K}$$

$$T(\text{punto triplo acqua}, P = 611,7 \text{ Pa}) = 273,16 \text{ K}$$

$$T(\text{ebollizione acqua}, P = 1 \text{ atm}) = 373,15 \text{ K}$$

$$0 \text{ }^{\circ}\text{C} = 273,15 \text{ K}$$

$$T(\text{K}) = [T(^{\circ}\text{C}) + 273,15] \text{ K}$$

Scale Termometriche - **Scala Fahrenheit**

$$T(^{\circ}\text{F}) = \left[\frac{9}{5}T(\text{K}) - 459,67 \right] \text{ }^{\circ}\text{F} \quad ; \quad T(\text{K}) = \frac{5}{9}[T(^{\circ}\text{F}) + 459,67] \text{ K}$$

$$T(^{\circ}\text{F}) = \left[\frac{9}{5}T(^{\circ}\text{C}) + 32 \right] \text{ }^{\circ}\text{F} \quad ; \quad T(^{\circ}\text{C}) = \frac{5}{9}[T(^{\circ}\text{F}) - 32] \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Dilatazione termica lineare

$$L - L_0 = \alpha L_0 (T - T_0)$$

Dilatazione termica superficiale

$$S - S_0 = \sigma S_0 (T - T_0) \quad \text{con } \sigma = 2\alpha$$

Dilatazione termica volumica

$$V - V_0 = \beta V_0 (T - T_0) \quad \text{con } \beta = 3\alpha$$

Calore

$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$$

$$1 \text{ kcal} = 10^3 \text{ cal} = 4186 \text{ J} = 4,186 \text{ kJ}$$

Calore specifico

$$Q = cm\Delta T \quad ; \quad c \rightarrow \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Capacità termica

$$C = mc \quad ; \quad C \rightarrow \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$Q = C\Delta T$$

Calorimetria

$$Q_{ass} = -Q_{ced}$$

$$\Delta T > 0 \rightarrow Q > 0 \rightarrow \text{calore assorbito}$$

$$\Delta T < 0 \rightarrow Q < 0 \rightarrow \text{calore ceduto}$$

Formula del calorimetro

$$c_o = \frac{c_a m_a (T_e - T_a)}{m_o (T_o - T_e)}$$

Temperatura di equilibrio (tra due corpi - tra tre corpi - tra n corpi)

$$T_e = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

$$T_e = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2 + m_3 c_3 T_3}{m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3}$$

$$T_e = \frac{\sum_{i=1}^n m_i c_i T_i}{\sum_{i=1}^n m_i c_i}$$

Calore latente

$$Q = mL \quad ; \quad L \rightarrow \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Temperatura di equilibrio nei passaggi di stato (due corpi di cui uno di due effettua un passaggio di stato)

$$T_e = \frac{m_a c_a T_a + m_g c_g T_g - m_g L_f}{m_a c_a + m_g c_g}$$

Conducibilità termica

$$k \rightarrow \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

Legge di Fourier - Conduzione del calore

$$Q = -kA \frac{\Delta T}{L} \Delta t \quad \text{con } \Delta T = T_2 - T_1 < 0, \quad T_1 > T_2$$

Legge di Fourier - Calore nell'unità di tempo

$$q = \frac{Q}{\Delta t} \quad ; \quad q \rightarrow \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W}$$

Irraggiamento - Legge di Stefan-Boltzmann (energia irradiata nell'unità di tempo)

$$\varepsilon = \sigma e T^4 \quad \varepsilon \rightarrow \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \text{s}}$$

→ σ costante di Stefan-Boltzmann

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \text{sK}^4}$$

→ e emissività del corpo

Gas ideali

- Sono costituiti da molecole con volume trascurabile (molecole puntiformi).
- Le molecole non interagiscono tra loro a distanza (molecole non interagenti).
- Le molecole interagiscono con le pareti del recipiente tramite **urti perfettamente elastici**.
- Le molecole sono tutte uguali tra loro.
- Le molecole si muovono di moto casuale in ogni direzione.

Legge di Boyle (trasformazione **isoterma**)

$$T \text{ costante} \Rightarrow pV = \text{costante}$$

Prima legge di Gay-Lussac (trasformazione **isobara**)

$$p \text{ costante} \Rightarrow \begin{cases} V = V_0(1 + \alpha t) \\ V = V_0 \alpha T \\ \frac{V}{T} \text{ costante} \end{cases}$$

Seconda legge di Gay-Lussac (trasformazione **isocora**)

$$V \text{ costante} \Rightarrow \begin{cases} p = p_0(1 + \alpha t) \\ p = p_0 \alpha T \\ \frac{p}{T} \text{ costante} \end{cases}$$

Mole

Una mole (1 mol) di una sostanza è la quantità di tale sostanza che contiene tante entità elementari, atomi o molecole, quante sono le entità fondamentali contenute in 12 grammi di isotopo ^{12}C del carbonio.

$$\text{Entità fondamentali: atomi} \rightarrow m_{(1 \text{ mol})}^g = \text{PA} \cdot (1 \text{ g})$$

$$\text{Entità fondamentali: molecole} \rightarrow m_{(1 \text{ mol})}^g = \text{PM} \cdot (1 \text{ g})$$

→ m^g **massa** di 1 mole di sostanza espressa in **grammi**

→ PA **peso atomico**

→ PA **peso molecolare**

$$M_m = \frac{m^g}{n} \quad ; \quad M_m \rightarrow \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$n = \frac{m^g}{M_m}$$

→ M_m **massa molare**

→ $n \rightarrow \text{mol}$ **numero di moli**

$$V_m = \frac{V}{n} \quad ; \quad V_m \rightarrow \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$$

$$n = \frac{V}{V_m}$$

→ V_m volume molare

Numero di Avogadro

Il numero di Avogadro è il numero di atomi di carbonio 12 presenti in 12 grammi di tale sostanza.

$$N_A = 6,02214129 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1} ; \quad N_A \rightarrow \frac{1}{\text{mol}}$$

$$N = N_A \cdot n = 6,02214129 \times 10^{23}$$

→ N numero di atomi/molecole in 1 mole

$$1 \text{ g} = N_A \text{ u}$$

→ u unità di massa atomica

$$M_{tot} = N \cdot MA = n N_A \cdot MA$$

$$M_{tot} = N \cdot MM = n N_A \cdot MM$$

→ M_{tot} massa totale

→ MA massa atomica

→ MM massa molecolare

$$N_A = \frac{R}{k_B}$$

→ $R = 8,314472 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ costante universale dei gas

→ $k_B = 1,3806488 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$ costante di Boltzmann

$$N_A = \frac{F}{q_e}$$

→ $F = 96485,3365 \frac{\text{C}}{\text{mol}}$ costante di Faraday

→ $q_e = -1,602176565 \times 10^{-19} \text{ C}$ carica dell'elettrone cambiata di segno

Legge di Avogadro - Volume e volume molare occupato da 1 mole di gas a 0 °C e 1 atm

$$V_0 = 22,41 \text{ l} = 0,02241 \text{ m}^3 \quad (0^\circ \text{C}, 1 \text{ atm})$$

$$V_{m,0} = 22,41 \frac{\text{l}}{\text{mol}} = 0,02241 \frac{\text{m}^3}{\text{mol}} \quad (0^\circ \text{C}, 1 \text{ atm})$$

Legge dei gas ideali (equazione di stato dei gas perfetti)

$$pV = nRT$$

Legge dei gas ideali (variante con costante di Boltzmann)

$$pV = N k_B T$$

Lavoro di un gas (caso generale)

$$W = \int_{V_A}^{V_B} p(V) dV$$

Lavoro di un gas (trasformazione isobara)

$$W = p \Delta V = p(V_B - V_A)$$

Lavoro di un gas (trasformazione isocora)

$$W = 0$$

Calore specifico molare

$$\text{a pressione costante: } c_p = \frac{1}{n} \left(\frac{dQ}{dT} \right)_p$$

$$\text{a volume costante: } c_V = \frac{1}{n} \left(\frac{dQ}{dT} \right)_V$$

$$c_p > c_V$$

$$Q_V = n c_V \Delta T \quad (c_V \text{ costante})$$

$$Q_p = n c_p \Delta T \quad (c_p \text{ costante})$$

$$\gamma := \frac{c_p}{c_V}$$

Calore specifico molare - Gas monoatomici

$$c_V = \frac{3}{2}R \quad ; \quad c_p = \frac{5}{2}R \quad ; \quad \gamma = \frac{5}{3}$$

Calore specifico molare - Gas monoatomici

$$c_V = \frac{5}{2}R \quad ; \quad c_p = \frac{7}{2}R \quad ; \quad \gamma = \frac{7}{5}$$

Calore specifico molare - Relazione di Mayer

$$c_p - c_V = R$$

Energia interna (funzione di stato) - Variazione tra due stati A e B

$$\Delta U = U(B) - U(A)$$

$$\Delta U = n c_V \Delta T \quad \text{se } c_V \text{ costante}$$

$$\Delta U = n \int_{T_A}^{T_B} c_V(T) dT \quad \text{se } c_V \text{ non costante}$$

$$\Delta T \Rightarrow \Delta U = 0$$

Primo principio della Termodinamica

$$\Delta U = Q - W$$

$$Q \text{ assorbito dal sistema} \rightarrow Q > 0$$

$$Q \text{ ceduto dal sistema} \rightarrow Q < 0$$

$$W \text{ compiuto dal sistema} \rightarrow W > 0$$

$$W \text{ esercitato sul sistema} \rightarrow W < 0$$

Trasformazioni termodinamiche

$$\text{Stato di un sistema} \leftrightarrow (V, p, T)$$

Trasformazioni reversibili

$$W_{A \rightarrow B} + W_{B \rightarrow A} = 0 \rightarrow W_{B \rightarrow A} = -W_{A \rightarrow B}$$

$$Q_{A \rightarrow B} + Q_{B \rightarrow A} = 0 \rightarrow Q_{B \rightarrow A} = -Q_{A \rightarrow B}$$

$$\Delta U_{A \rightarrow B} + \Delta U_{B \rightarrow A} = 0 \rightarrow \Delta U_{B \rightarrow A} = -\Delta U_{A \rightarrow B}$$

Trasformazione isoterma

$$T \text{ costante} \quad \begin{cases} pV \text{ costante} \\ \Delta U = 0 \\ Q = W \\ W = nRT \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right) \end{cases}$$

Trasformazione isocora

$$V \text{ costante} \quad \begin{cases} \frac{p}{T} \text{ costante} \\ \Delta U = nc_V \Delta T \\ W = 0 \\ \Delta U = Q \\ Q = nc_V(T_B - T_A) \end{cases}$$

Trasformazione isobara

$$p \text{ costante} \quad \begin{cases} \frac{V}{T} \text{ costante} \\ \Delta U = nc_V \Delta T \\ W = p \Delta V = p(V_B - V_A) = nR(T_B - T_A) \\ Q = nc_p(T_B - T_A) \end{cases}$$

Trasformazione adiabatica

$$Q = 0 \quad \begin{cases} pV^\gamma = \text{costante} \\ \Delta U = -W \\ W = nc_V(T_A - T_B) \\ T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \quad ; \quad p_A V_A^\gamma = p_B V_B^\gamma \quad ; \quad T_A p_A^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_B p_B^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \\ \gamma = \frac{c_p}{c_V} \end{cases}$$

Trasformazioni cicliche

$$A \equiv B \quad \begin{cases} \Delta U = 0 \\ Q = W \end{cases}$$

Macchina termica - Lavoro e rendimento

$$W = Q_A - |Q_C|$$

$$\eta = \frac{W}{Q_A} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_A}$$

Rendimento di una macchina reversibile e ciclo di Carnot

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} \quad \text{con } T_1 < T_2$$

Rendimento di una macchina irreversibile

$$\eta = \frac{W}{Q_A} = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_A}$$

Teorema di Carnot

$$\eta_{irr} \leq \eta_{rev} \quad \text{fissate } T_1, T_2$$

Ciclo Otto

$$\eta = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B}$$

$$\eta = 1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}$$

$$r = \frac{V_2}{V_1} \quad (\text{rapporto di compressione})$$

→ considerando la benzina come un gas biatomico

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{0,4}}$$

Ciclo Diesel

$$\eta = 1 - \frac{(T_D - T_A)}{\gamma(T_C - T_B)}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}} \cdot \frac{C^\gamma - 1}{\gamma(C - 1)}$$

$$C = \frac{V_2}{V_1} \text{ rapporto di combustione a pressione costante}$$

$$r = \frac{V_3}{V_1} \text{ rapporto di compressione volumetrico}$$

Ciclo frigorifero - Lavoro e coefficiente di prestazione

$$\text{COP} = \frac{Q_A}{|W|}$$

$$\text{COP} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$$

Teoria cinetica dei gas - Pressione ed energia cinetica media

- Numero di collisioni contro la parete del contenitore

$$N = \frac{1}{2} \eta v_x \Delta t A$$

- Forza esercitata dal volume di gas

$$F = \eta m A v_x^2$$

- Pressione esercitata dalle molecole del gas

$$p = \eta m \langle v_x^2 \rangle$$

- Pressione del gas con l'energia cinetica media

$$p = \frac{2}{3} \eta \langle E_c \rangle$$

Teoria cinetica dei gas - Temperatura ed energia cinetica

- Energia cinetica traslazionale media in funzione della temperatura di un gas

$$\langle E_c \rangle = \frac{3}{2} \frac{n}{N} RT$$

- Energia cinetica traslazionale media in funzione della temperatura dei gas

$$\langle E_c \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

- Velocità quadratica media in funzione della temperatura del gas

$$\langle v^2 \rangle = \frac{3k_B T}{m}$$

- Velocità quadratica media in funzione della temperatura del gas

$$\langle v^2 \rangle = \frac{3RT}{M_m}$$

Principio di equipartizione dell'energia

$$\langle E_c \rangle = \frac{L}{2} k_B T$$

gas monoatomico : $L_T = 3$; $L = 3$

gas biatomico : $L_T = 3$; $L_R = 2$ (*) ; $L = 5$

gas poliatomico : $L_T = 3$; $L_R = 3$; $L = 6$

*a patto che la molecola non ruoti attorno al proprio asse (o *manubrio*)

Calore specifico molare a volume costante in funzione dei gradi di libertà

$$\frac{L}{2}R = c_v$$

Distribuzione di Maxwell delle velocità

- Formulazione differenziale

$$dN = 4\pi N_0 \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{m}{2k_B T} v^2} dv$$

- Funzione di distribuzione delle velocità

$$dN = F(v)dv$$

- Velocità più probabile, velocità quadratica media e velocità media

$$v_p = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} \simeq 1,23 v_p$$

$$v_m \simeq 1,13 v_p$$

- Funzione di Maxwell normalizzata rispetto alla velocità più probabile

$$y(x) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} x^2 e^{-x^2} \quad \text{con } x := \frac{v}{v_p}$$

- Distribuzione di Maxwell delle velocità in forma normalizzata

$$\frac{dN}{N_0} = y(x)dx$$

Libero cammino medio

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\eta\pi d^2}$$

→ $\eta = \frac{N}{V}$ densità molecolare

Secondo principio della Termodinamica

- Kelvin-Planck: è impossibile realizzare una [trasformazione termodinamica](#) che abbia come *unico risultato* la completa trasformazione in lavoro del calore assorbito da una sorgente a temperatura costante.

- Clausius: è impossibile realizzare un processo termodinamico che abbia come *unico risultato* il passaggio di calore da un corpo a temperatura minore ad uno a temperatura maggiore.

Disuguaglianza di Clausius

$$\sum_{k=1}^n \frac{Q_k}{T_k} \leq 0$$

[Entropia](#) (funzione di stato) - Variazione di entropia tra due stati A e B

$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T}$$

$$\Delta S = \frac{Q}{T} \quad (T \text{ costante})$$

- variazione di entropia in una trasformazione ciclica

$$\Delta S = 0$$

- variazione di entropia in una trasformazione adiabatica reversibile

$$\Delta S = 0$$

- variazione di entropia in una trasformazione isoterma reversibile

$$\Delta S = S_B - S_A = nR \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right) = -nR \ln \left(\frac{p_B}{p_A} \right)$$

- variazione di entropia in una trasformazione isobara reversibile

$$\Delta S = S_B - S_A = nc_p \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right) = nc_p \ln \left(\frac{T_B}{T_A} \right)$$

- variazione di entropia in una trasformazione isocora reversibile

$$\Delta S = S_B - S_A = nc_v \ln \left(\frac{T_B}{T_A} \right) = nc_v \ln \left(\frac{p_B}{p_A} \right)$$

Principio di aumento dell'entropia

$$\Delta S_{tot} \geq 0 \quad \begin{cases} \text{reversibile} & = 0 \\ \text{irreversibile} & > 0 \end{cases}$$

Variazione di entropia per due corpi a contatto termico

$$\begin{aligned} \Delta S &= \int_{T_0}^{T_e} \frac{dQ}{T} = \int_{T_0}^{T_e} \frac{m_0 c_0 dT}{T} = \\ &= m_0 c_0 \ln \left(\frac{T_e}{T_0} \right) \end{aligned}$$

Variazione di entropia in un passaggio di stato

$$\Delta S = \Delta S_{corpo} + \Delta S_{ext} = \frac{Q_{corpo}}{T_{corpo}} + \frac{Q_{ext}}{T_{ext}}$$

Principio di degradazione dell'energia - Energia inutilizzabile

$$E_{in} = W_{rev} - W_{irr}$$

$$E_{in} = T \Delta S$$

Equazione di Boltzmann - Entropia e numero di microstati N per il macrostato di un sistema

$$S = k_B \ln(N) + c \quad \text{con } c \text{ costante arbitraria}$$

Espansione libera di un gas (trasformazione irreversibile isoterma e adiabatica)

$$T \text{ costante, } Q = 0 \quad \begin{cases} pV \text{ costante} \\ \Delta U = 0 \\ W = 0 \\ \Delta S = nR \ln \left(\frac{V_B}{V_A} \right) \end{cases}$$

Terzo principio della Termodinamica

In una trasformazione reversibile la variazione di entropia tende a zero al tendere a zero della temperatura assoluta.

$$T = 0 \text{ K} \Rightarrow S = 0 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

(Formulazione equivalente) Non è possibile raggiungere lo zero assoluto mediante un numero finito di processi.

Equazione di Van der Waals

$$\left(p + a \frac{n^2}{V^2}\right) (V - nb) = nRT$$

→ pressione interna: $a \frac{n^2}{V^2}$

→ volume escluso: nb

Entalpia (funzione di stato) e variazione di entalpia tra due stati A e B

$$H = U + pV$$

$$\Delta H = nc_p \Delta T$$

Energia libera di Gibbs (funzione di stato) e variazione di energia libera di Gibbs tra due stati A e B

$$G = H - TS$$

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S$$