



Politecnico di Milano

Fisica Sperimentale B+C (prof. Claudia Dallera - Roberta Ramponi)

a.a. 2006-2007 - Facoltà dei Sistemi - Ind. Fisica-Matematica

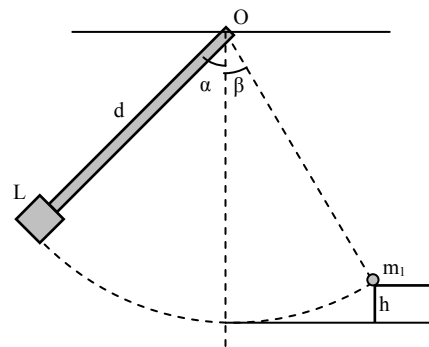
I prova in itinere - 10/05/2007

Giustificare le risposte e scrivere in modo chiaro e leggibile. Sostituire i valori numerici solo alla fine, dopo aver ricavato le espressioni letterali. Scrivere in stampatello nome, cognome, matricola e firmare ogni foglio.

1. Un martello, costituito da un'asta lunga d e di sezione S_1 e da un cubetto di lato L (entrambi di alluminio di densità ρ), può oscillare tenuto per l'estremo del manico (vedi figura). Il martello forma un angolo α con la verticale e , lasciato libero, urta elasticamente (all'estremo inferiore del cubetto) contro una massa puntiforme di massa m_1 posta ad un'altezza h da terra. Determinare:

- la distanza del centro di massa del martello dal punto O;
- il momento d'inerzia del martello rispetto all'asse di rotazione;
- il modulo della velocità angolare con la quale il martello colpisce la massa puntiforme;
- il modulo della velocità con la quale la massa riparte dopo l'urto.

[momento d'inerzia di un'asta lunga x rispetto al suo centro di massa: $I_{\text{asta}} = 1/12 m x^2$]

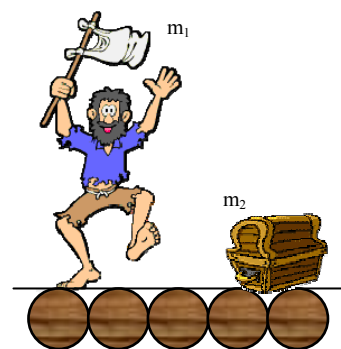


2. Enunciare e dimostrare il principio di Archimede, utilizzandolo poi per risolvere l'esercizio seguente.

Il buon vecchio Robinson Crusoe sta per lasciare l'isola, e vuole costruire una zattera in legno adatta a sorreggere lui, di massa m_1 , ed il suo misero bagaglio, di massa m_2 :

- considerando di utilizzare n tronchi di sezione circolare, lunghi L ed aventi diametro d , qual è la massa m_2 massima del bagaglio che può portare con sé perché la zattera resti a galla?
- quanti tronchi è necessario aggiungere se si vuole quadruplicare la massa del bagaglio?

[$\rho_{\text{legno}} = 700 \text{ kg/m}^3$; $m_1 = 80 \text{ kg}$; $n = 5$; $L = 2 \text{ m}$; $d = 20 \text{ cm}$]



3. In un recipiente, contenente una massa m_1 di acqua alla temperatura T_1 , viene immerso un blocco di alluminio (calore specifico c_{Al}) di massa m_2 alla temperatura T_2 . Dopo che si è stabilito l'equilibrio termico, una misura della temperatura T_f dell'acqua fornisce i risultati di seguito riportati per due diversi valori della massa m_2

- | | |
|---------------------------|-------------------------------------|
| 1) $m_2 = 1 \text{ kg}$ | $T_f = 22.8 \text{ }^\circ\text{C}$ |
| 2) $m_2 = 0.5 \text{ kg}$ | $T_f = 21.4 \text{ }^\circ\text{C}$ |

Calcolare la temperatura finale teorica T_f per i due diversi casi, e motivare le possibili cause fisiche di discrepanza dal dato sperimentale T_f relativo. [$m_1 = 5 \text{ kg}$; $T_1 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$; $c_{Al} = 220 \text{ cal/(kg }^\circ\text{C)}$; $T_2 = 90 \text{ }^\circ\text{C}$]

4. Un gas ideale costituito da n moli di argon alla temperatura T_A compie

- un'espansione isoterma AB che ne raddoppia il volume
- poi un'espansione adiabatica BC che ne triplica il volume rispetto allo stato iniziale
- ed infine una compressione isobara CD che lo riporta al volume originario.

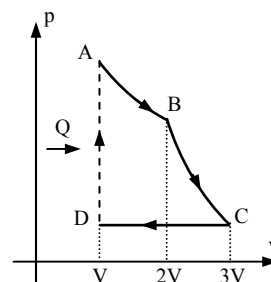
Calcolare

- il calore assorbito dal gas durante le tre trasformazioni;
- il lavoro prodotto durante la trasformazione adiabatica.

considerando che tutte le trasformazioni siano reversibili. Il ciclo viene poi chiuso per mezzo di una trasformazione isocora irreversibile DA, che il gas compie ricevendo un calore Q ; determinare:

- il rendimento del ciclo;
- la variazione d'entropia durante la trasformazione DA.

[$n = 4 \text{ mol}$; $T_A = 380 \text{ K}$; $Q = 16\,747 \text{ J}$; $R = 8.3143 \text{ J/(mol K)}$]



1. Scompongo il sistema in asta + cubo: calcolo del centro di massa

$$y_{asta} = \frac{d}{2} \quad m_{asta} = \rho_{Al} V_{asta} = \rho_{Al} dS$$

$$y_{cubo} = d + \frac{L}{2} \quad m_{cubo} = \rho_{Al} V_{cubo} = \rho_{Al} L^3$$

$$m = m_{asta} + m_{cubo} \quad y_C = \frac{m_{asta} y_{asta} + m_{cubo} y_{cubo}}{m_{asta} + m_{cubo}}$$

Calcolo il momento d'inerzia

$$I_{asta} = \frac{1}{12} m_{asta} d^2 + m_{asta} \left(\frac{d}{2} \right)^2 = \frac{1}{3} m_{asta} d^2 \quad I_{cubo} = \frac{1}{6} m_{cubo} L^2 + m_{cubo} \left(d + \frac{L}{2} \right)^2$$

$$I = I_{asta} + I_{cubo}$$

Determino l'angolo che forma il martello con la verticale al momento dell'urto

$$(d + L)(1 - \cos\beta) = h \quad \cos\beta = 1 - \frac{h}{d + L}$$

Conservazione dell'energia tra la partenza ed un attimo prima dell'urto

$$E_i = E_f \quad mgy_C (1 - \cos\alpha) = mgy_C (1 - \cos\beta) + \frac{1}{2} I\omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2mgy_C (\cos\beta - \cos\alpha)}{I}}$$

Conservazione dell'energia cinetica e del momento angolare durante l'urto

$$K_i = K_f \quad \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} I\omega'^2 + \frac{1}{2} m_1 v^2$$

$$L_i = L_f \quad I\omega = I\omega' + m_1 v(d + L) \quad \omega' = \omega - \frac{m_1 v(d + L)}{I}$$

risolvendo il sistema

$$I\omega^2 = I\omega'^2 + m_1 v^2 = I \left[\omega - \frac{m_1 v(d + L)}{I} \right]^2 + m_1 v^2 = I \left[\omega^2 + \left[\frac{m_1 v(d + L)}{I} \right]^2 - \frac{2m_1 v\omega(d + L)}{I} \right] + m_1 v^2$$

$$v^2 \left[m_1 + \frac{[m_1(d + L)]^2}{I} \right] - v \cdot 2m_1 \omega(d + L) = 0 \quad v = \frac{2\omega I(d + L)}{I + m_1(d + L)^2}$$

2. Uguagliando il peso di tutti i componenti del sistema con la spinta d'Archimede, otteniamo

$$m_1 g + m_2 g + n \rho_{\text{legno}} V g = n \rho_{\text{acqua}} V g \quad V = SL = \left(\pi \frac{d^2}{4} \right) L$$

$$m_2 = n \left(\rho_{\text{acqua}} - \rho_{\text{legno}} \right) \pi \frac{d^2}{4} L - m_1 = 14.2 \text{ kg}$$

Ora invertiamo la medesima equazione per ricavare il numero di tronchi necessari

$$n' = \frac{m_1 + m'_2}{\left(\rho_{\text{acqua}} - \rho_{\text{legno}} \right) \pi \frac{d^2}{4} L} = \frac{m_1 + 4m_2}{\left(\rho_{\text{acqua}} - \rho_{\text{legno}} \right) \pi \frac{d^2}{4} L} = 7.26 \rightarrow 8 \quad \Delta n = n' - n = 3$$

3. Le temperature attese si calcolano imponendo che il calore complessivo scambiato dal sistema sia nullo, ovvero

$$m_1 c_1 (T''_f - T_1) + m_2 c_{Al} (T''_f - T_2) = 0 \quad T''_f = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_{Al} T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_{Al}}$$

e per i due diversi casi si ottiene

$$\begin{array}{ll} 1) & m_2 = 1 \text{ kg} \quad T''_f = 22.95 \text{ }^\circ\text{C} \\ 2) & m_2 = 0.5 \text{ kg} \quad T''_f = 21.51 \text{ }^\circ\text{C} \end{array}$$

La temperatura misurata è in entrambi i casi più bassa di quella teorica a causa del calore scambiato dal recipiente, con capacità termica non nulla, e ad altri scambi di calore con l'esterno.

Il gas è monoatomico, quindi

$$c_V = \frac{3}{2}R \quad c_p = \frac{5}{2}R \quad \gamma = \frac{c_p}{c_V} = \frac{5}{3}$$

Durante la trasformazione isoterma l'energia interna non varia

$$\Delta U = Q_{\text{isot}} - W_{\text{isot}} = 0 \quad Q_{\text{isot}} = W_{\text{isot}} = \int p \, dV = nRT_A \int \frac{dV}{V} = nRT_A \ln \frac{V_B}{V_A} = nRT_A \ln 2 = 8760 \, \text{J}$$

Determino la temperatura nello stato C

$$T_B = T_A \quad T_B V_B^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1} \quad T_C = T_B \left(\frac{V_B}{V_C} \right)^{\gamma-1} = T_B \left(\frac{2}{3} \right)^{\gamma-1} = T_A \left(\frac{2}{3} \right)^{\gamma-1}$$

Durante la trasformazione adiabatica il calore scambiato è nullo

$$Q_{\text{adiab}} = \Delta U + W_{\text{adiab}} = 0$$

$$W_{\text{adiab}} = -\Delta U_{\text{adiab}} = -nc_V (T_C - T_B) = -nc_V T_B \left[\left(\frac{V_B}{V_C} \right)^{\gamma-1} - 1 \right] = -nc_V T_A \left[\left(\frac{2}{3} \right)^{\gamma-1} - 1 \right] = 4490 \, \text{J}$$

Determino la temperatura nello stato D

$$p_C = p_D \quad \frac{T_C}{V_C} = \frac{T_D}{V_D} \quad T_D = T_C \frac{V_D}{V_C} = T_B \left(\frac{2}{3} \right)^{\gamma-1} \frac{1}{3} = T_A \left(\frac{2}{3} \right)^{\gamma-1} \frac{1}{3}$$

Durante la trasformazione isobara

$$Q_{\text{isob}} = nc_p (T_D - T_C) = nc_p T_A \left(\frac{2}{3} \right)^{\gamma-1} \left(\frac{1}{3} - 1 \right) = -16 \, 074 \, \text{J}$$

Per la variazione d'entropia

$$\Delta S_{\text{isot}} = \frac{Q_{\text{isot}}}{T_A} = 23.1 \, \text{J/K} \quad \Delta S_{\text{adiab}} = 0$$

$$\Delta S_{\text{isob}} = nc_p \ln \frac{T_D}{T_C} = nc_p \ln \frac{V_D}{V_C} = nc_p \ln \frac{1}{3} = -91.3 \, \text{J/K}$$

$$\Delta S = \Delta S_{\text{isot}} + \Delta S_{\text{adiab}} + \Delta S_{\text{isob}} + \Delta S_{\text{isoc}} = 0$$

$$\Delta S_{\text{isoc}} = -(\Delta S_{\text{isot}} + \Delta S_{\text{adiab}} + \Delta S_{\text{isob}}) = 68.2 \, \text{J/K}$$

Per il rendimento

$$\eta = 1 + \frac{Q_{\text{ced}}}{Q_{\text{ass}}} = 1 + \frac{Q_{\text{isob}}}{Q_{\text{isot}} + Q} = 37 \, \%$$