1 Grandezze fisiche ed indici di stato

Lo studio di un qualunque fenomeno fisico si traduce nella determinazione delle modificazioni a cui è andato incontro lo stato fisico del sistema in osservazione. Queste modificazioni possono essere espresse mediante relazioni quantitative tra le grandezze fisiche che concorrono a determinare lo stato del sistema.

Esempio:

Consideriamo un punto materiale dotato di velocità v che in un intervallo di tempo Δt si sposta dalla posizione A alla posizione B, percorrendo un tratto di lunghezza l. Lo studio del moto del punto comporta la determinazione degli stati iniziale (posizione A) e finale (posizione B) e delle grandezze fisiche che descrivono il movimento: distanza l, intervallo di tempo Δt e velocità v.

Si noti la differenza tra grandezza fisica e stato fisico. Il concetto di **grandezza fisica** è associato al concetto di estensione: come vedremo meglio in seguito, tra due grandezze della stessa classe è sempre possibile eseguire operazioni di confronto che conducono a relazioni di $< = >$. Il concetto di **stato fisico** corrisponde alla localizzazione entro un determinato ordinamento. Gli stati fisici vengono individuati mediante un insieme di parametri, detti **indici di stato fisico**. Due stati fisici possono essere confrontati solo in relazione alla loro identità o non identità. Ad esempio, non si può dire che una posizione è maggiore o minore di un'altra.

Esempi di grandezze fisiche:

Lunghezza
Massa
Forza
Lavoro

Esempi di indici di stato fisici:

Posizione
Istante di tempo
Energia
Temperatura

1.1 Definizione di grandezze fisiche

Ha senso parlare di grandezze fisiche quando è possibile stabilire canoni di confronto tra enti omogenei.

Definizione*: Un insieme di enti costituisce una* ***classe di grandezze fisiche*** *quando tra gli enti è possibile stabilire relazioni di confronto (uguale, maggiore e minore) ed effettuare le operazioni di somma e differenza (e quindi di prodotto per un numero e di rapporto).*

La definizione di una grandezza fisica è intrinsecamente legata al concetto di misura. Si consideri una classe di grandezze, per esempio quella delle lunghezze. Si fissi una grandezza arbitraria e la si definisca **unità di misura** U. Data una generica grandezza G della stessa classe, si può dimostrare che il rapporto $x = \frac{G}{U}$, che si dice misura della grandezza G rispetto all'unità U, è un numero reale positivo.

Il numero x rappresenta ‘quante volte U è contenuta in G’ e viene talvolta fatto seguire dall’indicazione simbolica dell’unità scelta. Ad esempio, dire che un’asta è lunga 1.2 m, significa che l’asta in questione contiene l’unità campione (il metro) una volta più due decimi.

Il rapporto tra due grandezze della stessa classe è sempre un numero reale positivo. Per l’arbitrarietà dell’unità di misura, è possibile stabilire in una semplice infinità di maniere diverse una corrispondenza biunivoca tra le grandezze di una classe e l’insieme dei numeri reali positivi. In una tale corrispondenza a numeri uguali (minori, maggiori) devono corrispondere grandezze uguali (minori, maggiori) ed alla somma (differenza, quoziente) di numeri deve corrispondere la somma (differenza, rapporto) delle grandezze. Le corrispondenze che godono di queste proprietà si dicono **metriche** e si ottengono facendo corrispondere ad ogni grandezza il numero che ne esprime il rapporto (detto misura) rispetto ad una grandezza di riferimento, appartenente alla medesima classe (detta unità di misura), e viceversa. Le corrispondenze considerate costituisco un **isomorfismo**. Le corrispondenze metriche rendono le grandezze isomorfe ai numeri reali positivi (le loro misure) e viceversa.

Si scelga arbitrariamente una seconda unità di misura U’. La misura x’ della grandezza G rispetto a questa nuova unità sarà diversa dalla misura x, tuttavia esiste una legame tra esse:

1. $$x' = \frac{G}{U'} = \frac{G}{U'} \cdot \frac{U}{U} = \frac{G}{U} \cdot \frac{U}{U'} = x \cdot \frac{U}{U'} \qquad (1.1)$$

La relazione precedente consente di passare dalla misura di una grandezza secondo una unità (U) alla misura della stessa grandezza rispetto ad un’altra unità (U’). Dette x ed x’ tali misure si ha dunque:

$$x' = x \cdot \frac{U}{U'} \qquad (1.2)$$

ed analogamente:

$$x = x' \cdot \frac{U'}{U} \qquad (1.3)$$

I rapporti U/U’ e U’/U si dicono **fattori di ragguaglio**.

Ad esempio, se come unità di misura delle lunghezze si scelgono il centimetro (U) ed il pollice (U’), i fattori di ragguaglio sono rispettivamente:

U/U’=(cm/in)=0.3937 U’/U=(in/cm)=2.54 (1.4)

1.1.1 Limiti della definizione di grandezza fisica

La definizione di grandezza fisica espressa nel paragrafo precedente trae la sua giustificazione dal concetto di estensione che trova nella geometria la sua naturale collocazione. Così, quando si parla di confrontare o misurare la lunghezza di un’asta con quella di un’altra asta, si presuppone che, almeno idealmente, le due lunghezze siano definibili come veri enti geometrici. Tra le ipotesi imposte da questa visione *geometrica* delle grandezze fisiche si ha che:

- ogni classe di grandezze deve formare un insieme continuo ed illimitato di enti
- lo spazio fisico ed i corpi materiali devono immaginarsi come continui costituiti di punti euclidei.
- la medesima ipotesi di continuità deve essere attribuita a tutte le proprietà dei corpi materiali: massa, carica elettrica etc.

Queste ipotesi contrastano con l'esperienza in due importanti aspetti. i) Alcune grandezze fisiche sono quantizzate, cioè si presentano solo come multipli di quantità piccole, ma finite. Questo vale ad esempio per la carica elettrica. ii) Anche rimuovendo la quantizzazione esistono ragioni pratiche (errori) che impediscono la conduzione di una misura con un grado illimitato di precisione. Pertanto la misura di una grandezza fisica risulta sempre espressa da un numero razionale con un numero finito di cifre significative.

Nella traduzione del concetto di grandezza dalla geometria alla fisica è talvolta necessario aggiungere degli attributi estranei a quello di estensione che è l'unico rilevante per le **grandezze scalari**. Ad esempio, i concetti di direzione e verso danno luogo alle **grandezze vettoriali** ed il concetto di ordinamento porta ad assegnare alle misure un segno positivo o negativo. In altri casi il segno "meno" che accompagna la misura di una grandezza fisica scalare è frutto di convenzioni. Ad esempio, le cariche elettriche sono indicate con i simboli (+) e (-) per rappresentare la loro diversa natura, ma l'uso dei segni matematici +/- è frutto solo di una convenzione giustificata dalla comodità di applicare le regole del calcolo algebrico per determinare la carica totale e gli effetti che si esprimono tra cariche di segno uguale ed opposto.

1.1.2 Errori di misura

La misura di una grandezza fisica risulta sempre affetta da errori che possono essere classificati come **errori sistematici** ed **errori accidentali**.

Gli errori sistematici modificano il risultato di una misura in modo deterministico e possono essere dovuti ad alterazioni permanenti dell'apparato sperimentale o ad una conduzione errata del processo di misura. Ad esempio l'uso di un "metro" troppo lungo o troppo corto porta ad un errore sistematico nella misurazione delle lunghezze. Analogamente, la misurazione di una massa con una bilancia (a bracci uguali) in presenza di aria causa un errore sistematico, seppur piccolo, per la presenza della spinta di Archimede sulla massa da misurare. Se una misura affetta da errori sistematici viene ripetuta più volte si ottengono valori sbagliati, ma coerenti, L'eliminazione degli errori sistematici può essere ottenuta con una attenta taratura degli strumenti e con un'analisi del processo di misura al fine di individuare ed eliminare gli effetti perturbativi. Una misura nella quale gli errori sistematici siano stati ridotti al minimo si dice **accurata**.

Gli errori accidentali sono dovuti a fluttuazioni statistiche insite negli strumenti di misura e nelle procedure adottate dall'operatore e portano alla dispersione dei valori ottenuti in misure ripetute nell'intorno di un valore centrale che assume il significato di valore più probabile della grandezza da misurare. Tale valore può essere calcolato come media aritmetica dei valori ottenuti da misurazioni condotte con la medesima cura. Nel caso in cui venga eseguito un numero elevato di misurazioni, i valori ottenuti si disperdono secondo una distribuzione statistica detta **distribuzione normale**. Se si disegna un istogramma delle frequenze con cui ciascun valore viene rilevato si ottiene una tipica figura a campana centrata intorno al valor medio. Il profilo della distribuzione e ben rappresentato da una funzione matematica detta **funzione di Gauss**. Una misura poco affetta da errori accidentali si dice **precisa**.

1.2 Definizione di indice di stato fisico

Definizione*: per individuare univocamente uno stato fisico possiamo avvalerci della misura di opportune grandezze che ne definiscono la "distanza" da uno stato di riferimento. Le misure di tali grandezze costituiscono gli* ***indici di stato fisici****.*

Ad esempio, per individuare la posizione di un punto materiale possiamo fare uso delle sue coordinate (indici di stato) che ne costituiscono le distanze geometriche da un opportuno sistema di riferimento, alla cui origine attribuiamo per definizione coordinate nulle.

Da quanto detto si capisce immediatamente che, contrariamente a quanto avviene per una grandezza fisica, un indice di stato fisico dipende dallo stato di riferimento. Dalla definizione di indice di stato discende che il valore assoluto della differenza di due indici di stato omogenei costituisce sempre la misura di una grandezza fisica. Ad esempio, il valore assoluto della differenza tra le coordinate posizionali lungo un asse costituisce la misura di una lunghezza.

1.3 Procedimenti diretti e indiretti di misura

Le classi di grandezze fisiche sono dettate dall'esperienza. Oltre alle grandezze geometriche come lunghezze, aree, volumi, angoli (piani, diedri e solidi), si hanno grandezze meccaniche (velocità, masse, forze, etc.), termodinamiche, elettriche, etc. Le misure di queste grandezze vengono effettuate usando metodi diversi che appartengono a due categorie: i procedimenti **diretti** ed **indiretti** di misura.

La misura descritta nel paragrafo 1.1 viene effettuata per confronto diretto delle grandezze della classe considerata con la grandezza unitaria. Un procedimento diretto di misura richiede la scelta di una unità di misura indipendente ed arbitraria: ad esempio il metro per la misura delle lunghezze. Una classe di grandezze definita mediante un procedimento diretto di misura e l'unità corrispondente si dicono **fondamentali**. In fisica la maggior parte delle misure si effettuano mediante procedimenti più complessi che vengono detti indiretti. In questo caso la misura della grandezza dipende dalla misura di altre grandezze ausiliarie di classi diverse, legate alla grandezza da misurare di una ben determinata legge fisica[1], che spesso costituisce la definizione stessa della grandezza.

Ad esempio, nella pratica comune, la misura di una velocità (media) non si effettua per confronto con una velocità campione (benché questo sia teoricamente possibile), ma si basa sulla ben nota relazione che lega la velocità media allo spazio percorso in un certo tempo.

$$v_{\text{media}} = \frac{\text{distanza percorsa}}{\text{tempo}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad (1.5)$$

Supponendo $\Delta s = 1000$ m e $\Delta t = 25$ s la velocità vale:

$$v_{\text{media}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1000}{25} \cdot \frac{m}{s} = 40\,m/s \qquad (1.6)$$

In questo modo la misura della velocità media è stata ricondotta alla misura di uno spazio percorso e di un intervallo di tempo. Il procedimento descritto (indiretto) definisce una classe di grandezze **derivate**: la classe delle velocità scalari[2]. L'unità di misura corrispondente dipende da

---

[1] Si ricorda che una legge fisica è una relazione quantitativa tra grandezze, tradotta in una equazione tra le misure delle grandezze considerate.

[2] Più rigorosamente, si consideri la classe delle lunghezze L e quella degli intervalli di tempo T per definire la classe delle velocità medie scalari V.
Poiché, assegnato un cammino percorso da un punto materiale ed il tempo impiegato a percorrerlo, la velocità media è univocamente determinata, si può istituire la seguente corrispondenza F: presi comunque un intervallo di tempo ed una lunghezza, si assuma come velocità media corrispondente quella posseduta da un corpo puntiforme che percorra un cammino avente la lunghezza considerata nel tempo considerato. Dall'esperienza si deduce che la corrispondenza F è una proporzionalità di ragione semplice e diretta rispetto alle lunghezze e di ragione semplice ed inversa rispetto agli intervalli di tempo.
Siano L_1, L_2 e T_1, T_2 una coppia di lunghezze ed una coppia di intervalli di tempo scelti arbitrariamente, e V_1, V_2 le velocità determinate secondo F, rispettivamente da L_1, T_1 e da L_2, T_2. Si ha:

due unità di misura fondamentali, quella usata per la misura delle lunghezze (metro) e quella usata per la misura degli intervalli di tempo (secondo). La velocità unitaria è pertanto il "metro al secondo" che si scrive m/s o ms^{-1}.

Come si è già accennato in precedenza, un procedimento diretto di misura presuppone l'esistenza di una unità fondamentale. Le unità di misura per avere validità pratica devono possedere alcune caratteristiche essenziali:

1) Universalità
2) Inalterabilità
3) Facilità ad essere riprodotte

Poiché non è facile costruire unità che soddisfino le condizioni precedenti, è conveniente definire un numero minimo di grandezze fondamentali e ricorrere a definizioni di grandezze derivate[3] per tutte le altre. In questo modo ogni misura di una grandezza è espressa mediante relazioni tra le misure di poche grandezze fondamentali ed è indicata con riferimento alle rispettive unità campione. Ad esempio, la misura di un'accelerazione è espressa in "metri al secondo quadrato", che si scrive m/s^2 o ms^{-2}, la misura di una forza è espressa in "metri per kilogrammo al secondo quadrato", che si indica comunemente con il simbolo N (newton).

$$\frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^1 \cdot \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{-1} . \tag{i}$$

Se scegliamo $L_2 = U_L$ (unità di misura delle lunghezze) e $T_2 = U_T$ (unità di misura degli intervalli di tempo), si ha allora:

$$\frac{V_1}{V_U} = \frac{L_1}{U_L} \cdot \left(\frac{T_1}{U_T}\right)^{-1} , \tag{ii}$$

dove V_U è la velocità posseduta da un punto mobile che percorra l'unità di spazio nell'unità di tempo. Se si assume V_U come unità di misura delle velocità, questa risulta univocamente determinata. e la relazione precedente costituisce la definizione operativa di misura delle velocità. In generale è possibile definire arbitrariamente l'unità di misura della grandezza derivata pur ricorrendo ad un procedimento indiretto di misura. Ad esempio, definendo l'unità di misura delle velocità come U_V, dalla (ii) si ottiene:

$$\frac{V_1}{V_U} \cdot \frac{U_V}{U_V} = \frac{L_1}{U_L} \cdot \left(\frac{T_1}{U_T}\right)^{-1} \tag{iii}$$

$$\frac{V_1}{U_V} \cdot \frac{U_V}{V_U} = \frac{L_1}{U_L} \cdot \left(\frac{T_1}{U_T}\right)^{-1} . \tag{iv}$$

Passando alla relazione tra le misure delle grandezze si ottiene:

$$v = \ell \cdot t^{-1} \cdot \frac{V_U}{U_V} . \tag{v}$$

Il fattore V_U/U_V si dice **equivalente di conversione** e scompare se si sceglie l'unità di misura della grandezza derivata pari a $U_V = U_L/U_T = V_U$.

3 La definizione di una classe di grandezze mediante un procedimento indiretto non impedisce che per essa si definisca una unità di misura arbitraria, e pertanto fondamentale. Vd. nota 5 e "Polvani, Elementi di Metrologia Teoretica, pag. 131 punto 2".

Un **Sistema di Unità di Misura**[4] consiste in una particolare scelta di un insieme di grandezze fondamentali e delle loro unità campione. Tale scelta è largamente arbitraria[5], tuttavia hanno importanza pratica solo pochi sistemi di unità, considerati brevemente nel seguito:

1.3.1.1 Sistema Internazionale o MKS

Grandezze fondamentali:	**Unità di misura**	**Simbolo**
Lunghezza	Metro	m
Massa	Chilogrammo	kg
Tempo	Secondo	s

1.3.1.2 Sistema CGS

Grandezze fondamentali:	**Unità di misura**	**Simbolo**
Lunghezza	Centimetro	cm
Massa	Grammo	g
Tempo	Secondo	s

1.3.1.3 Sistema Pratico (o Tecnico)

Grandezze fondamentali:	**Unità di misura**	**Simbolo**
Lunghezza	Metro	m
Forza	Chilogrammo peso	kg_p
Tempo	Secondo	s

Le unità campione necessarie in un sistema metrico possono essere costruite artificialmente, oppure ricercate in natura. La seconda alternativa è da preferirsi in quanto le unità così definite non sono soggette a deperimento e possono essere riprodotte in ogni parte del mondo.

1.3.2 Definizioni delle unità fondamentali del Sistema Internazionale

Metro Fino al 1960 il metro era definito come la distanza alla temperatura di 0 °C tra due sottili incisioni praticate su una barra di platino-iridio conservata nel Museo di Pesi e Misure di Sèvres. Tale distanza è approssimativamente uguale alla 40,000,000$_{ma}$ parte del meridiano terrestre, secondo quanto concordato in un trattato internazionale del 1875. Dall'ottobre 1983 il metro è definito come la distanza percorsa dalla luce nel vuoto in un tempo pari a 1/299,792,458 secondi. Si è pertanto stabilito che la velocità della luce nel vuoto è 299,792,458 m/s.

Chilogrammo Massa di un cilindro di platino-iridio conservato a Sèvres. Essa corrisponde approssimativamente alla massa di un dm^3 di acqua alla massima densità (3.98 °C). A tutt'oggi non esiste un campione naturale di massa definito come multiplo di qualche massa atomica, in quanto la precisione che si può ottenere nella realizzazione delle copie della massa campione è superiore a quella della misura delle masse atomiche.

---

[4] A rigore la scelta delle grandezze fondamentali corrisponde alla definizione di un'**Organizzazione Metrica**, nella quale possono coesistere diversi **Sistemi di Unità di Misura**, che corrispondono a scelte differenti delle unità fondamentali.

[5] Ad esempio, è possibile definire un'Organizzazione Metrica nella quale l'unica classe di grandezze fondamentali è costituita dagli angoli piani. Vd. "Polvani, Elementi di Metrologia Teoretica, pag. 136".

Secondo Storicamente il secondo è stato definito come la $86{,}400_{ma}$ parte del giorno solare medio dell'anno 1900. Il giorno solare medio è 1/365.242 dell'anno solare medio. L'anno solare è il tempo che intercorre tra due passaggi successivi della terra attraverso l'equinozio di primavera. A causa del moto delle maree il periodo di rotazione della terra decresce progressivamente, pertanto è stato necessario precisare un particolare anno (1900) per la definizione di secondo. Attualmente il secondo è definito come il multiplo di ordine 9,192,671,770 del periodo della radiazione emessa nella transizione tra due particolari livelli iperfini di un isotopo del cesio ${}^{133}_{55}Cs$.

1.4 Principio di omogeneità

Le leggi fisiche, per comodità, vengono espresse da relazioni matematiche che riguardano le misure delle grandezze che sono legate dalle leggi stesse, tuttavia l'uso delle misure al posto delle corrispondenti grandezze è puramente strumentale. È ovvio che la legge in sé riguarda le grandezze e non dipende da come sono scelte le unità per misurarle. Per conciliare l'assolutezza delle leggi naturali con l'arbitrarietà della definizione delle unità di misura, la formulazione di una legge fisica deve rispettare il **principio di omogeneità**:

Le equazioni che traducono leggi fisiche quantitative devono essere scritte in modo da risultare indipendenti dalle unità di misura.

La verifica della rispondenza di una equazione che esprime una legge fisica al principio di omogeneità può essere effettuata ricorrendo ad una regola pratica che prende il nome di **regola di omogeneità**.

1.4.1 Regola di omogeneità

Prima di enunciare la regola di omogeneità è necessario premettere alcune definizioni.

Definizione*: Il simbolo dimensionale di una grandezza è il simbolo della grandezza tra parentesi [ ].*

Definizione*: Per una classe di grandezze derivate G, gli esponenti a cui risultano elevate le misure delle grandezze fondamentali nella legge fisica che determina il procedimento indiretto di misura si dicono* ***dimensioni*** *della classe di grandezze G rispetto alle classi delle grandezze fondamentali*[6]*. Ad esempio, la classe delle velocità ha dimensioni 1 nella classe delle lunghezze e -1 nella classe degli intervalli di tempo.*

Definizione*: Un'equazione dimensionale è una relazione tra simboli dimensionali. Si scrive pertanto:*

$$[\mathrm{V}] = [\mathrm{L}]^1 [\mathrm{T}]^{-1} \tag{1.7}$$

Possiamo ora esprimere la regola di omogeneità:

Condizione necessaria e sufficiente perché, stabilita l'organizzazione metrica alla quale si riferiscono le misure delle grandezze, l'equazione:

[6] Le dimensioni sono, evidentemente, gli esponenti che compaiono nel secondo membro dell'equazione (i) nella nota 2.

$$\mathbf{f(g, g1, g2 \ldots) = 0} \tag{1.8}$$

che esprime una legge fisica[7], soddisfi al principio di omogeneità, è che, moltiplicate formalmente tutte le g per le espressioni dimensionali in fattori primi delle rispettive grandezze di cui sono misure, e trattati i simboli dimensionali come fossero quantità algebriche, la (1.8) sia identicamente soddisfatta.

In altre parole, la regola di omogeneità si esprime dicendo che le equazioni che rappresentano le leggi fisiche devono essere dimensionalmente omogenee. Come esempio di applicazione della regola di omogeneità verifichiamo la correttezza dimensionale dell'equazione:

$$s = \frac{1}{2}\frac{v^2}{\mu g}, \tag{1.9}$$

che esprime il minimo spazio di arresto di un'auto in funzione del coefficiente di attrito statico delle gomme μ (grandezza adimensionale), della velocità dell'auto v e dell'accelerazione di gravità g. In termini dimesionali l'equazione (1.9) diviene:

$$[L] = [V]^2 \cdot [A]^{-1} \tag{1.10}$$

e quindi[8]:

$$[L] = [L]^2[T]^{-2} \cdot [L]^{-1}[T]^2 \qquad \Rightarrow \qquad [L] = [L]. \tag{1.11}$$

L'espressione (1.9) è dimensionalmente corretta poiché l'equazione (1.11) è identicamente soddisfatta.

La regola di omogeneità, oltre a consentire la verifica della validità formale di una relazione tra grandezze, permette talvolta di ricavare la forma di una legge fisica quando si conoscano tutte le grandezze che influenzano un certo fenomeno.

Ad esempio, con il metodo dimensionale è possibile determinare come il tempo t di caduta di un grave dipende dalla sua massa m, dalla accelerazione di gravità g e dall'altezza di caduta d. Scriviamo l'equazione che esprime tale dipendenza attribuendo esponenti incogniti α, β e γ alle misure delle grandezze m, g e d rispettivamente.

$$t = k \cdot m^{\alpha} g^{\beta} d^{\gamma}, \tag{1.12}$$

dove k è una costante arbitraria. Le dimensioni delle grandezze coinvolte nella formula precedente sono:

$$[t] = [L]^0[M]^0[T]^1$$

$$[m] = [L]^0[M]^1[T]^0$$

---

[7] L'espressione (1.8) costituisce la forma più generale con cui si possa esprimere un legame matematico the le misure delle grandezze g.

[8] Si noti l'assenza del coefficiente adimensionale μ nell'equazione precedente.

$$[g]=[L]^1[M]^0[T]^{-2}$$

$$[d]=[L]^1[M]^0[T]^0.$$

L'equazione dimensionale corrispondente è:

$$[T]^1=[M]^{\alpha}[L]^{\beta+\gamma}[T]^{-2\beta}, \qquad (1.13)$$

che per la regola di omogeneità si traduce nel sistema di equazioni:

$$\begin{cases}1=-2\beta\\0=\alpha\\0=\beta+\gamma\end{cases} \qquad \Rightarrow \qquad \begin{cases}\beta=-1/2\\\alpha=0\\\gamma=1/2\end{cases}. \qquad (1.14)$$

Assegnando ad α, β e γ I valori calcolati si ottiene che il tempo di caduta di un grave è espresso dalla relazione

$$t=k\sqrt{\frac{d}{g}}. \qquad (1.15)$$

Il fattore k si ricava sperimentalmente ed è

$$k=\sqrt{2}. \qquad (1.16)$$

Si osserva che, contrariamente a quanto ipotizzato inizialmente, il tempo di caduta di un grave **non** dipende dalla sua massa. Tale dipendenza, spesso radicata nel senso comune, può manifestarsi solo a causa di effetti perturbativi, quali quelli prodotti dalla resistenza dell'aria.