FORZE CENTRALI

Una **forza centrale** in Fisica è un tipo di forza con direzione rivolta sempre verso un medesimo punto fisso, detto centro, e tale da avere un modulo che dipende unicamente dalla distanza del punto di applicazione dal centro. In presenza di sole forze centrali il momento angolare e la velocità areaolare sono costanti.

In questa lezione introduciamo una particolare categoria di forze, dette **forze centrali**, che presentano un'interessante caratterizzazione rispetto alle grandezze della Dinamica rotazionale a noi note.

Tale tipologia di forze ci indurrà inoltre a considerare una nuova grandezza, detta *velocità areolare*, che più avanti ci tornerà utile nello studio dei fenomeni gravitazionali e delle forze elettriche.

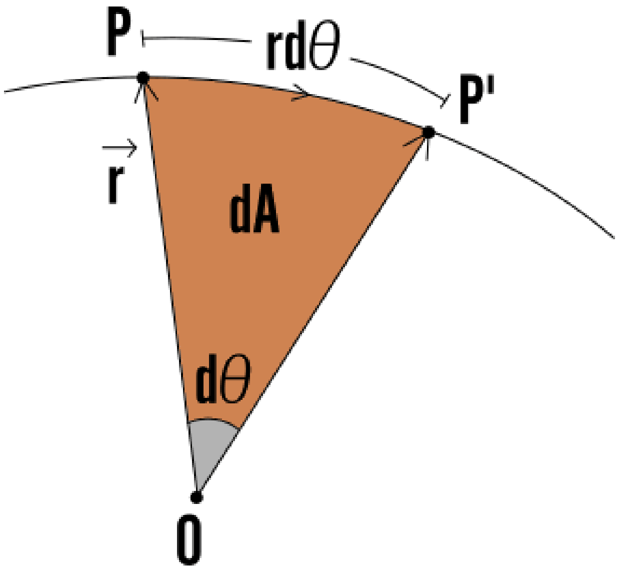
Definizione di forza centrale

Per definizione una **forza centrale** è una qualsiasi forza che presenta le seguenti caratteristiche:

(1) la direzione della forza deve sempre passare per un punto fisso detto *centro* (da cui il nome di *forze centrali*);

Forze centrali e momento angolare

Un punto materiale soggetto a una forza centrale può compiere una traiettoria qualsiasi. Prendiamo in considerazione un punto P che si muove come in figura.



In accordo con la definizione il vettore forza nei punti P e P' avrà direzioni *radiali*, cioè direzioni passanti per il centro O.

I moduli delle forze agenti in P ed in P' dovranno essere diversi, perché diversa è la distanza dei punti P e P' dal centro O.

Chiamiamo *vettore radiale* il vettore $\vec{r}$ che congiunge, istante per istante, i punti della traiettoria e il centro O. Indipendentemente dalla posizione che il punto assume lungo la propria traiettoria, **una forza centrale è sempre parallela al vettore radiale**. Dalla definizione segue quindi che il prodotto vettoriale tra il vettore forza ed il vettore radiale deve essere nullo, perché tale è il prodotto vettoriale tra due vettori paralleli.

$$\vec{r} \times \vec{F} = 0$$

D'altra parte tale prodotto vettoriale corrisponde al momento della forza $\vec{F}$:

$$\vec{M} = 0$$

Dal teorema del momento angolare sappiamo che il momento della forza è uguale alla variazione nel tempo del momento angolare, secondo la relazione:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

$$\frac{}{dt} = 0$$

Dalla definizione di derivata è immediato capire che **in un campo di forze centrali il momento angolare resta costante**

$$\vec{L} = \text{ costante}$$

Ricordate che, dal punto di vista vettoriale, il momento angolare è sempre perpendicolare al piano individuato dai vettori posizione $\vec{r}$ e velocità $\vec{v}$. Se però $\vec{L}$ rimane costante, allora non cambia nemmeno la sua direzione e questo implica che **un punto soggetto a forze centrali si muove lungo un traiettoria che giace su un piano fisso contenente il centro O**.

Per fare un esempio, la forza di attrazione gravitazionale che si esercita tra la Terra e il Sole è un esempio di forza centrale con centro il Sole. La Terra infatti si muove sempre sullo stesso piano contenente il centro del Sole.

Forze centrali e velocità areolare

In riferimento alla precedente figura consideriamo l'area che il raggio vettore $\vec{r}$ spazza quando il punto di sposta da P a P'. Per variazioni infinitesime dell'angolo θ l'area è approssimabile a quella di un triangolo con base pari al prodotto $rd\theta$ (per la definizione di radiante) e l'altezza è r.

Di conseguenza l'area infinitesima che si ottiene è:

$$dA = \frac{1}{2} r\, d\theta r = \frac{1}{2} r^2 d\theta$$

La variazione dell'area nel tempo viene detta **velocità areolare** ed è data da:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt}$$

Sappiamo inoltre che è possibile esprimere il momento angolare nella forma

$$L = mr^2\omega$$

e ricordando la definizione di velocità angolare come derivata dello spostamento angolare rispetto al tempo, possiamo scrivere

$$L = mr^2 \frac{d\theta}{dt}$$

Se infine richiamiamo la definizione di velocità areolare, risulta che la variazione dell'area nel tempo è

$$\frac{dA}{dt}=\frac{L}{2m}=\text{costante}$$

Poiché il momento angolare è costante, allora lo è anche la velocità areolare. **In un campo di forze centrali il punto descrive un traiettoria mantenendo la propria velocità areolare costante**. È ciò che si osserva nei moti dei pianeti e ciò di cui si era accorto sperimentalmente Keplero quando formulò la sua seconda legge (che vedremo in una lezione dedicata).

Nella prossima puntata ci occuperemo del principio di conservazione del momento angolare. Prima di procedere potete consultare diversi esercizi svolti presenti qui su YM, non dovete fare altro che servirvi della barra di ricerca interna. ;)

Buon proseguimento su YouMath,
Alessandro Catania (Alex)

Lezione precedente.....Lezione successiva

Tags: cosa sono le forze centrali e quali sono le proprietà delle forze centrali.

MENU

- Home
- eBook e dispense di Matematica
- Ripetizioni di Matematica
- Penne con formule
- Libri ed eserciziari
- Prove Invalsi