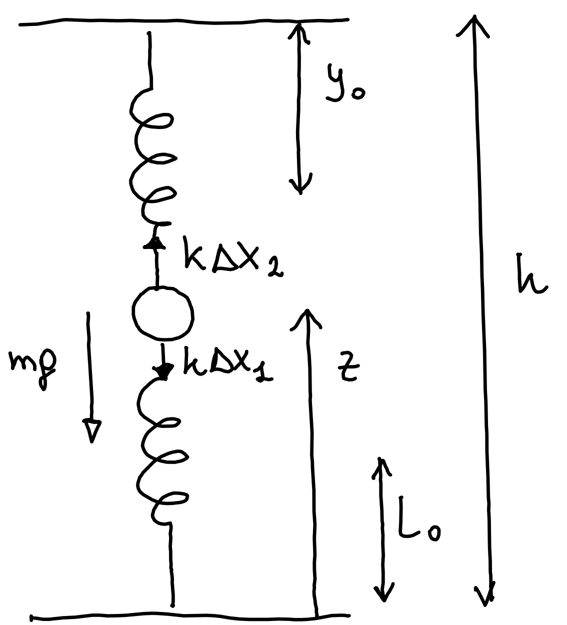
TDE 29/02/2021

ESERCIZIO 1

a)



EQUILIBRIO STATICO

$$k\Delta x_2 - k\Delta x_1 - mg = 0$$

$$\Delta x_2 = h - z_{eq} - L_0$$

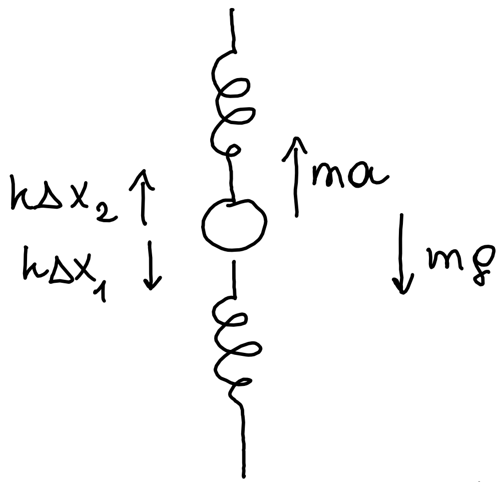
$$\Delta x_1 = z_{eq} - L_0$$

$$k(h - z_{eq} - L_0) - k(z_{eq} - L_0) = mg$$

$$-2kz_{eq} + kh = mg \Rightarrow z_{eq} = \frac{h}{2} - \frac{mg}{2k}$$

$$z_{eq} = 1.5\,m - \frac{1kg \cdot 9.81\frac{m}{s^2}}{20\,N/m} \cong 1m$$

b) Nel SdR solidale con l'ascensore compare una forza apparente diretta verso l'alto $F_a = ma$



l'equilibrio statico è dato da:

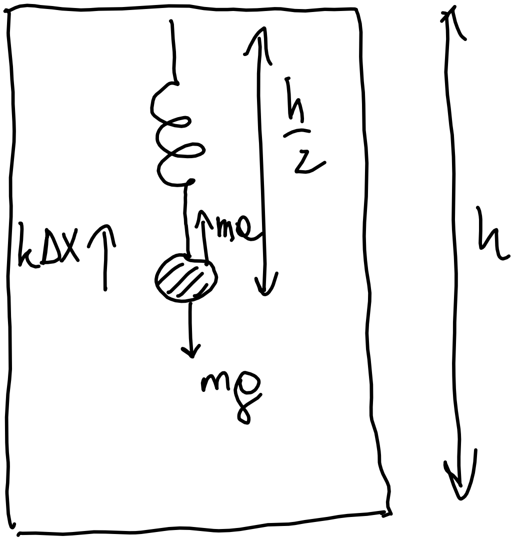
$$k\Delta x_2 - k\Delta x_1 + ma - mg = 0$$

$$z_{eq} = \frac{h}{2} - \frac{m(g-a)}{2k}$$

Perché la massa si trovi alla stessa distanza dal pavimento e dal soffitto deve essere $z'_{eq} = \frac{h}{2}$

$$\hookrightarrow \cancel{\frac{h}{2}} = \cancel{\frac{h}{2}} - \frac{(g-a)m}{2k} \Rightarrow a = g$$

c)



all'inizio $\Delta X = \frac{h}{2} - y_0$

Forza apparente e forza di gravità sono uguali in modulo e hanno verso opposto per $a = g$. Si ottiene dunque un moto armonico in cui la massa oscilla attorno alla posizione a riposo, con ampiezza pari all'allungamento iniziale della molla: $\Delta X = \frac{h}{2} - L_0$

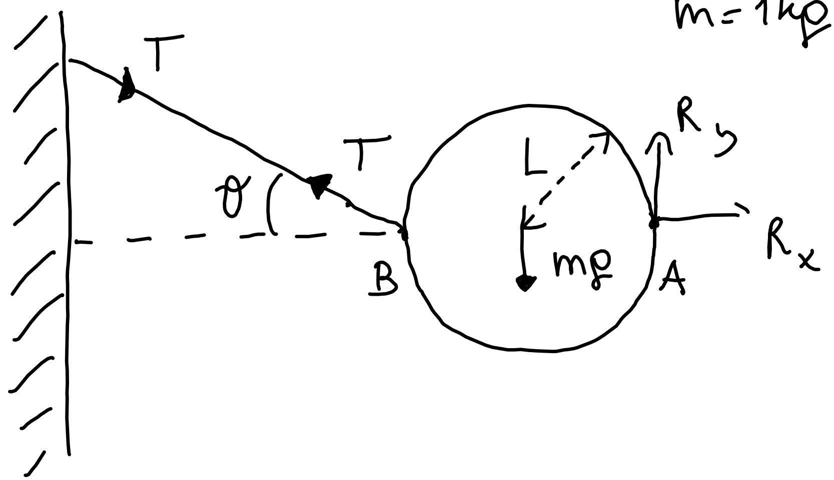
ampiezza $A = \Delta X = \frac{h}{2} - L_0 = 0.5\ m$

pulsazione $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

periodo $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \cdot 3.14\sqrt{\frac{1kg}{20\ N/m}} = 1.4\ s$

ESERCIZIO 2

$L = 1m$
$m = 1kg$



a) T è sempre parallela alla fune, mentre R può avere qualunque direzione. Scompongo nelle componenti R_x e R_y

mg è applicato al C.d.M dell'anello.

<u>1ª EQ CARDINALE</u> (STATICA)

$x: \quad T\sin\theta - mg + R_y = 0$

$y: \quad R_x - T\cos\theta = 0$

<u>2ª EQ CARDINALE</u> (STATICA), rispetto al polo nel CdM dell'anello

$-T\sin\theta L + R_y L = 0 \quad \Rightarrow R_y = T\sin\theta$

Ottengo dunque 3 equazioni in 3 incognite:

$$\begin{cases} T\sin\theta - mg + R_y = 0 \\ R_x - T\cos\theta = 0 \quad \Rightarrow R_x = T\cos\theta \\ R_y = T\sin\theta \end{cases}$$

$$T\sin\theta - mg + T\sin\theta = 0$$

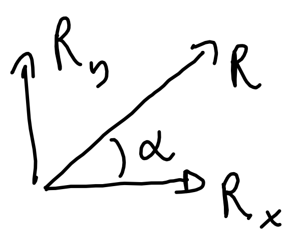
$$T \cdot 2\sin\theta = mg$$

$$T = \frac{mg}{2\sin\theta} \quad R_y = \frac{mg}{2} \quad R_x = \frac{mg}{2\tan\theta}$$

$$\sin\theta = \frac{1}{2} \qquad \tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$T = mg = 9.81\,N, \quad R_y = \frac{mg}{2} \quad R_x = \frac{mg\,3}{2\sqrt{3}}$$

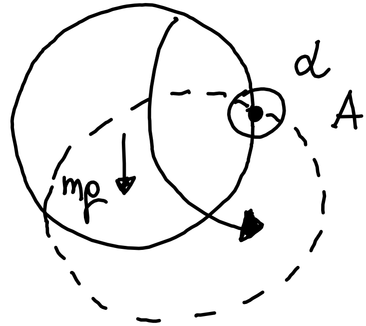
$$\alpha = \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 30^\circ = \theta$$



$$T = 9.81\,N \quad R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} =$$

$$\sqrt{T^2\cos^2\theta + T^2\sin^2\theta} = T = 9.81\,N$$

b)



Uso teorema Huygens-Steiner per calcolare il momento di inerzia rispetto al polo in A

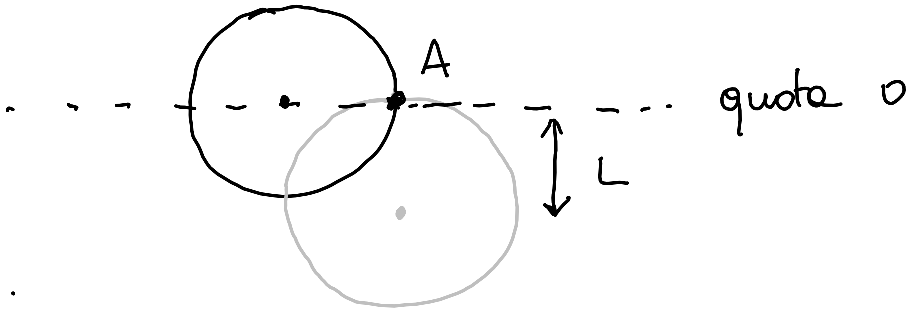
$$I_A = I_{c.m} + mL^2 \qquad I_{c.m} = mL^2$$
$$\overset{!}{=} 2mL^2$$

2ª eq. cardinale per il corpo rigido rispetto al polo A:

$$mgL = I_A \cdot \alpha = 2mL^2\alpha$$

$$\alpha = \frac{\cancel{m}g\cancel{L}}{2\cancel{m}L^{\cancel{2}}} = \frac{g}{2L} = 4.905\ \frac{rad}{s^2}$$

c) Conservazione dell'energia



E_p^i = energia pot. iniziale $= mg \cdot h^i = 0$ $\qquad \underbrace{h_i = 0}_{\text{quota iniziale}}$

$$E_p^f = +mgh^f = -mgL \qquad h_f = -L$$

K^i = en. cin. iniziale $= 0$

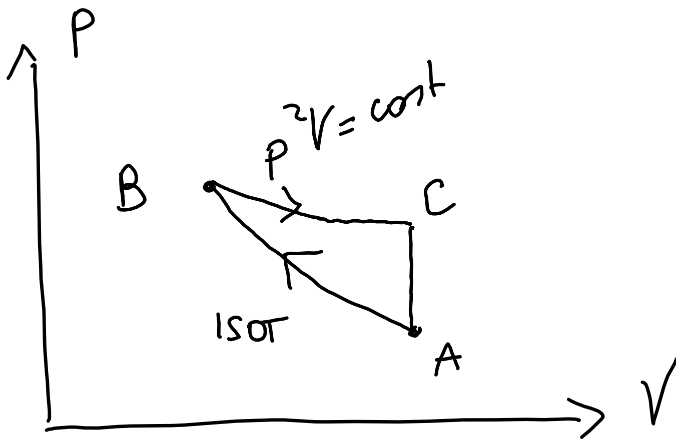
$K^f = \frac{1}{2} I_A \omega^2$ $\qquad \omega$ = velocità angolare finale

$$E_p^i + K^i = E_p^f + K^f$$

$$0 = -mgL + \frac{1}{2} I_A \omega^2 \qquad \omega = \sqrt{\frac{g}{L}} = 3.13 \frac{\text{rad}}{s}$$

$$\omega^2 = \frac{2mgL}{I_A} = \frac{\cancel{2m}gL}{\cancel{2m}L^2} = \frac{g}{L}$$

ESERCIZIO 3



$n = 1$

(A)

$p_A = 2\ atm \quad V_A = 15\ \ell \quad T_A = \frac{p_A V_A}{nR} = \frac{p_A V_A}{R}$

$$T_A = \frac{2 \cdot 101325\ \cancel{Pa} \cdot 15 \cdot 0.001\ \cancel{m^3}}{8.314\ \frac{\cancel{J}}{K}} = 365.6\ K$$

$\underline{A \to B}$ (B)

$p_B = 6\,atm = 3\,p_A = 6\,atm$

$T_B = T_A = 365.6\,k$

$V_B = \frac{nRT_B}{p_B} = \frac{nRT_A}{3p_a} = \frac{V_A}{3} = 5\,l$

$\underline{B \to C}$

$p_B^2 V_B = p_C^2 V_C \quad p_c = p_B\sqrt{\frac{V_B}{V_c}} = 3p_A\sqrt{\frac{V_A}{3V_c}}$

$\underline{C \to A}$. $V_A = V_c$

$p_c = \sqrt{3}\,p_A = 3.46\,atm \qquad V_c = V_A = 15\,l$ (c)

$T_c = \frac{p_c V_c}{nR} = \frac{\sqrt{3}\,p_A V_A}{nR} = \sqrt{3}\,T_A = 633.24\,K$

$$\eta = \frac{W}{Q_{ASS}} = \frac{Q_{ASS} + Q_{CED}}{Q_{ASS}}$$

$$Q_{AB} = W_{AB} = nRT_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = nRT_A \ln\left(\frac{1}{3}\right) < 0$$

$$Q_{CA} = n c_v \Delta T_{CA} = n \cdot \frac{3}{2} R \cdot T_A (1 - \sqrt{3}) = \Delta U_{CA}$$

$$Q_{BC} = W_{BC} + \Delta U_{BC}$$

$$\Delta U_{BC} = n c_v \Delta T_{BC} = n c_v T_A (\sqrt{3} - 1) = -\Delta U_{CA}$$

$$W_{BC} = \int_{V_B}^{V_C} p\, dV$$

$$W_{BC} = \int_{V_B}^{V_C} p\, dV$$

$$p^2 V = p_B^2 V_B \qquad p = \frac{1}{\sqrt{V}} p_B \sqrt{V_B}$$

$$W_{BC} = p_B \sqrt{V_B} \int_{V_B}^{V_C} V^{-\frac{1}{2}} dV =$$

$$= p_B \sqrt{V_B} \left[V^{\frac{1}{2}} \; 2 \right]_{V_B}^{V_C} =$$

$$= 2 p_B \sqrt{V_B} \left(\sqrt{V_C} - \sqrt{V_B} \right) =$$

$$= 2 p_B \sqrt{V_B V_C} - 2 p_B V_B$$

$$= 6 p_A \sqrt{\frac{V_A}{3} V_A} - 6 p_A \frac{V_A}{3} =$$

$$= 6 p_A V_A \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{3} \right) =$$

$$= 2 p_A V_A \left(\sqrt{3} - 1 \right)$$

$$Q_{BC} = 2 p_A V_A (\sqrt{3} - 1) + \frac{3}{2} p_A V_A (\sqrt{3} - 1) =$$

$$= \frac{7}{2} p_A V_A (\sqrt{3} - 1) > 0$$

$$\eta = \frac{\frac{7}{2} \cancel{p_A V_A} (\sqrt{3} - 1) - \frac{3}{2} \cancel{p_A V_A} (\sqrt{3} - 1) - \cancel{nRT_A} \ln(3)}{\frac{7}{2} \cancel{p_A V_A} (\sqrt{3} - 1)}$$

$$= \frac{2(\sqrt{3} - 1) - \ln(3)}{\frac{7}{2}(\sqrt{3} - 1)} = 14.2\%$$

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_L}{T_H} = 1 - \frac{T_A}{\sqrt{3}\, T_A} =$$

$$= 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} = 42.3\,\%$$