



Politecnico di Milano

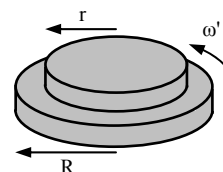
Fisica Sperimentale B+C (prof. Claudia Dallera - Roberta Ramponi)

a.a. 2006-2007 - Facoltà Ingegneria dei Sistemi - Ind. Fisica-Matematica

I appello (recupero I parte) - 16/07/2007

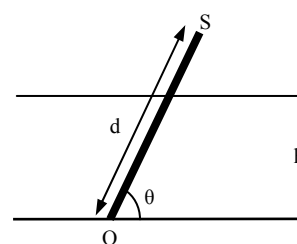
Giustificare le risposte e scrivere in modo chiaro e leggibile. Sostituire i valori numerici solo alla fine, dopo aver ricavato le espressioni letterali. Scrivere in stampatello nome, cognome, matricola e firmare ogni foglio.

1. In base all'esperienza del laboratorio di Corpo rigido, un disco omogeneo di raggio R sta ruotando con velocità angolare costante ω . Dall'alto viene fatto cadere un secondo disco di raggio r , composto dello stesso materiale, che va ad urtare il primo disco rallentandone il moto sino a diminuire di $1/3$ la velocità angolare. Determinare il raggio r del secondo disco. ($I_{\text{disco}} = \frac{1}{2} mR^2$)



2. Un'asta di plastica, lunga d , sezione S e densità ρ , è incernierata sul fondo di un contenitore (nel punto O di figura) e posta orizzontalmente; il contenitore viene riempito con acqua sino ad un livello h , e l'asta comincia a sollevarsi parzialmente. Trovare l'angolo di equilibrio che si instaura tra l'asta ed il fondo del contenitore.

$$[d = 1.5 \text{ m}; S = 1 \text{ cm}^2; \rho = 1600 \text{ kg/m}^3; h = 60 \text{ cm}]$$

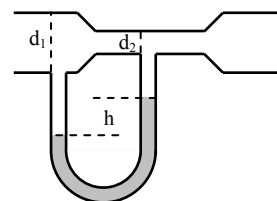


3.

- Enunciare (e, facoltativo, dimostrare) il principio di Bernoulli, utilizzandolo per risolvere l'esercizio seguente.

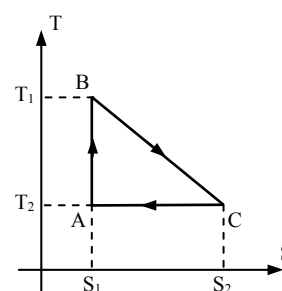
In un condotto orizzontale di diametro d_1 in cui scorre acqua viene inserito un tubo di Venturi, avente diametro della strozzatura d_2 ; due colonnine di mercurio vengono poste verticalmente sotto il condotto e sopra la strozzatura per misurare la pressione statica, e la differenza in altezza delle due colonnine è h . Determinare:

- la velocità dell'acqua nel condotto e nella strozzatura;
- la portata del condotto.



4. Una mole di gas ideale monoatomico compie il ciclo descritto in figura nel piano T-S:

- trovare il calore assorbito o ceduto durante ognuna delle tre trasformazioni;
- disegnare nel piano T-S un ciclo di Carnot con sorgenti a temperature T_1 e T_2 ;
- confrontare i rendimenti dei due cicli, espressi in funzione delle sole due temperature.



1. Conservazione del momento angolare

$$I\omega = I'\omega' \quad \text{con} \quad \omega' = \frac{2}{3}\omega$$

Anche il momento d'inerzia cambia durante la rotazione

$$I = \frac{1}{2}mR^2 \quad I' = \frac{1}{2}mR^2 + \frac{1}{2}mr^2$$

Se i due dischi sono dello stesso materiale e di spessore d si ha

$$m' = \rho V = \frac{m}{\pi R^2 d} \pi r^2 d = m \frac{r^2}{R^2} \quad I' = \frac{1}{2}mR^2 + \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}mR^2 + \frac{1}{2}m \frac{r^2}{R^2} r^2 = \frac{1}{2}m \left(R^2 + \frac{r^4}{R^2} \right)$$

da cui

$$I\omega = I'\omega' \quad \frac{1}{2}mR^2\omega = \frac{1}{2}m \left(R^2 + \frac{r^4}{R^2} \right) \frac{2}{3}\omega$$

$$R^2 = \left(R^2 + \frac{r^4}{R^2} \right) \frac{2}{3} \quad \frac{3}{2}R^2 - R^2 = \frac{r^4}{R^2} \quad \frac{1}{2}R^4 = r^4 \quad r = \frac{R}{\sqrt[4]{2}}$$

2. All'equilibrio, il momento della forza peso dev'essere equilibrato dal momento della spinta d'Archimede (il momento della reazione del vincolo della cerniera è nullo se valutiamo i momenti in O); la forza peso (verticale verso l'alto) si può pensare applicata nel centro di massa dell'asta, mentre la spinta d'Archimede (verticale verso il basso) nel centro di massa della parte immersa dell'asta

$$P \frac{d}{2} \cos\theta = F_A \frac{x}{2} \cos\theta \quad \text{con} \quad x = \frac{h}{\sin\theta}$$

$$Pd = F_A \frac{h}{\sin\theta} \quad \text{con} \quad P = mg = \rho S d g \quad F_A = \rho_{H_2O} S x g$$

$$\rho d^2 = \rho_{H_2O} \left(\frac{h}{\sin\theta} \right)^2 \quad \sin\theta = \frac{h}{d} \sqrt{\frac{\rho_{H_2O}}{\rho}} \quad \theta = 18.4^\circ$$

3. Applicando la costanza della portata relativa alle due sezioni S_1 del condotto ed S_2 della strozzatura ed il principio di Bernoulli (a pari quota) si ha

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad v_2 = v_1 \frac{S_1}{S_2} = v_1 \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2$$

La differenza di pressione si ottiene dalla differenza di quota h del mercurio nelle due colonnine (come da figura), in base alla statica dei fluidi; poiché alla quota del tratteggio più basso la pressione dev'essere la medesima, si ha

$$p_1 + \rho g h_1 = p_2 + \rho g h_2 + \rho_{Hg} g h \quad p_1 - p_2 = \rho g (h_2 - h_1) + \rho_{Hg} g h = -\rho g h + \rho_{Hg} g h = (\rho_{Hg} - \rho) g h$$

dove h_1 ed h_2 sono le distanze tra il livello d'acqua nel condotto ed il pelo libero di mercurio nelle due colonnine. Sostituendo nell'equazione di Bernoulli otteniamo la velocità del fluido nel condotto e nella strozzatura

$$v_1^2 = \frac{2}{\rho} \frac{p_1 - p_2}{\left(\frac{d_1}{d_2} \right)^4 - 1} \quad v_1 = \sqrt{\frac{\rho_{Hg} - \rho}{\rho} \frac{2 g h}{\left(\frac{d_1}{d_2} \right)^4 - 1}} \quad v_2 = v_1 \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2$$

La portata, costante, è presto ottenuta

$$Q = v_1 S_1 = v_1 \pi \left(\frac{d_1}{2} \right)^2$$

4. I calori scambiati risultano (da una semplice analisi delle aree)

$$Q_{AB} = 0$$

$$Q_{BC} = \frac{(T_1 + T_2)(S_2 - S_1)}{2} \quad \text{ricevuto}$$

$$Q_{CA} = T_2 (S_1 - S_2) \quad \text{ceduto}$$

Il rendimento vale dunque

$$\eta = \frac{W}{Q_{ric}} = \frac{Q_{ric} + Q_{ced}}{Q_{ric}} = \frac{Q_{BC} + Q_{CA}}{Q_{BC}} = \frac{\frac{(T_1 + T_2)(S_2 - S_1)}{2} + T_2 (S_1 - S_2)}{\frac{(T_1 + T_2)(S_2 - S_1)}{2}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2}$$

da confrontarsi con quello del ciclo di Carnot

$$\eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} > \eta$$