Politecnico di Milano
Fisica Sperimentale 1 (prof. Claudia Dallera)
a.a. 2008-2009 - Facoltà dei Sistemi – Corso di Laurea in Ingegneria Fisica

I prova in itinere - 27/04/2009

Giustificare le risposte e scrivere in modo chiaro e leggibile. Sostituire i valori numerici solo alla fine, dopo aver ricavato le espressioni letterali. Scrivere in stampatello nome, cognome, matricola e firmare ogni foglio.

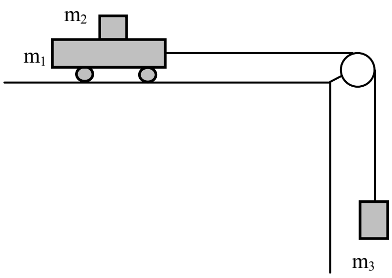
1. Una palla di massa m = 1 kg viene lasciata cadere da una quota h_0 con velocità iniziale nulla. Calcolare:

a. il valore della quota h_0 affinché, dopo aver rimbalzato al suolo, raggiunga un'altezza massima h_1 = 1 m, sapendo che nell'urto anelastico con il suolo la palla perde metà della sua energia ad ogni rimbalzo;

b. l'impulso di ciascuna delle forze agenti sulla palla durante l'urto;

c. la quota h_2 che viene raggiunta dopo il secondo rimbalzo.

2. Un carrello di massa m_1 libero di muoversi su un piano scabro (coefficiente d'attrito dinamico μ_d) viene tenuto fermo mentre su di esso si trova un secondo corpo di massa m_2 che presenta un coefficiente d'attrito statico μ_s con il carrello. Al carrello è collegato, tramite una carrucola ed una fune inestendibile entrambe prive di massa, un oggetto di massa m_3, che ad un certo istante viene lasciato libero di cadere.



a. Quale è il massimo valore della massa m_3 perché la massa m_2 non si muova rispetto al carrello?

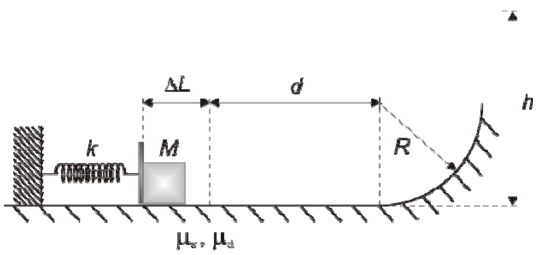
b. Quanto vale in tale condizione limite il valore della tensione della fune e dell'accelerazione della massa m_3?

Supponendo di utilizzare una massa m_3 inferiore a quella limite calcolata in precedenza, si trovi:

c. in quanto tempo il carrello raggiunge una velocità $\boldsymbol{v}$

d. di quanto si sarà spostato il carrello quando sarà stata raggiunta tale velocità.

3. Un corpo puntiforme di massa M, posto su un piano orizzontale scabro con coefficiente di attrito statico μ_s e dinamico μ_d, è a contatto con un respingente di massa trascurabile costituito da una molla di costante elastica k. La molla vine compressa di un tratto ΔL e successivamente viene lasciata libera. A distanza d dal respingente è situata una guida circolare, costituita da un quarto di circonferenza di raggio R, avente coefficienti di attrito statico e dinamico uguali a quelli del piano di appoggio. Si determini:



a. la forza agente sul corpo di massa M quando la molla é compressa;

b. la velocità del corpo di massa M nel punto corrispondente alla condizione di riposo della molla;

c. velocità del corpo di massa M nell'istante di distacco dalla guida circolare;

d. la massima quota h raggiunta dal corpo durante il suo moto.

(Dati: M=10 g, μ_s=0.7, μ_d=0.3, k=20 N/m, ΔL=10 cm, d=1 m, R=10 cm).

4. Si discuta quali sono le quantità fisiche che si conservano durante il moto di un corpo soggetto alla sola forza di attrazione gravitazionale.

Si risolva quindi il seguente problema: un missile viene lanciato dalla superficie terrestre con velocità $\boldsymbol{v_0}$.

a. Si supponga che il lancio venga effettuato in direzione radiale. Determinare il valore di $\boldsymbol{v_0}$ per cui il missile giunge a una distanza massima dal centro della terra pari a $2R$. Si approssimi la Terra a una sfera di raggio R e massa M e si esprima il risultato in termini della massa e del raggio della Terra e della costante di gravitazione universale γ. Quanto vale il momento della quantità di moto del missile?

b. Si supponga che il lancio venga effettuato in una direzione inclinata di un angolo $\alpha \neq 0$ rispetto a quella radiale. Stabilire se in tal caso la distanza massima dal centro della Terra risulta uguale o minore di $2R$.

1.

conservazione dell'energia nel primo tratto

$$U_0 = K_0 \qquad mgh_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 \qquad v_0^2 = 2gh_0$$

conservazione dell'energia nel secondo tratto

$$U_1 = K_1 \qquad U_1 = mgh_1 \qquad K_1 = \frac{K_0}{2} = \frac{U_0}{2} = \frac{1}{2}mgh_0 \qquad mgh_1 = \frac{1}{2}mgh_0 \qquad h_0 = 2h_1 = 2\ \text{m}$$

teorema dell'impulso

$$K_1 = \frac{K_0}{2} \qquad \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{4}mv_0^2 \qquad v_1 = \frac{v_0}{\sqrt{2}}$$

$$I = \Delta p = m\left(v_1 + v_0\right) = mv_0\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right) = m\sqrt{2gh_0}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right) = 10.7\ \text{Ns}$$

terzo tratto

$$U_2 = K_2 \qquad U_2 = mgh_2 \qquad K_2 = \frac{K_1}{2} = \frac{K_0}{4} = \frac{U_0}{4} = \frac{1}{4}mgh_0 \quad mgh_2 = \frac{1}{4}mgh_0 \quad h_2 = \frac{h_0}{4} = 50\ \text{cm}$$

2.

Sulla massa m_2 agisce la forza d'attrito col carrello, oltre che il suo peso e la reazione d'appoggio del carrello; perché m_2 non si sposti rispetto al carrello si deve muovere con la stessa accelerazione del carrello. Le equazioni (orizzontali) del moto delle 3 masse sono

$$m_3 g - T = m_3 a \qquad T - F_s - F_d = m_1 a \qquad F_s = m_2 a \qquad F_d = \mu_d \left(m_1 + m_2\right) g$$

da cui ricavare

$$T = m_3 \left(g - a\right) \qquad T = m_1 a + F_s + F_d = m_3 \left(g - a\right) \qquad a = \frac{m_3 g - F_s - F_d}{m_1 + m_3} = \frac{m_3 g - F_s - \mu_d \left(m_1 + m_2\right) g}{m_1 + m_3}$$

$$F_s = m_2 a = m_2 \frac{m_3 g - F_s - \mu_d \left(m_1 + m_2\right) g}{m_1 + m_3} \qquad F_s = m_2 \frac{m_3 - \mu_d \left(m_1 + m_2\right)}{m_1 + m_2 + m_3} g$$

La condizione limite è quindi

$$F_{att} \le \mu_s m_2 g \qquad m_2 \frac{m_3 - \mu_d \left(m_1 + m_2\right)}{m_1 + m_2 + m_3} g \le \mu_s m_2 g \qquad m_3 \le \left(m_1 + m_2\right) \frac{\mu_s + \mu_d}{1 - \mu_s}$$

In condizioni limite, il valore dell'accelerazione risulta

$$a = \frac{F_s}{m_2} = \frac{\mu_s m_2 g}{m_2} = \mu_s g$$

mentre la tensione è

$$T = m_1 a + F_s + F_d = \left[m_1 \mu_s + \mu_s m_2 + \mu_d \left(m_1 + m_2\right)\right] g = \left(m_1 + m_2\right)\left(\mu_s + \mu_d\right) g$$

Se la massa m_3 è inferiore a quella limite, il corpo m_2 non scivolerà sul carrello, che sarà soggetto all'attrito dinamico con il piano (tutto va come se m_1 ed m_2 fossero una massa sola). Dalle equazioni del moto ricaviamo l'accelerazione

$$m_3 g - T = m_3 a \qquad T - F_d = \left(m_1 + m_2\right) a \qquad F_d = \mu_d \left(m_1 + m_2\right) g$$

da cui

$$T = \left(m_1 + m_2\right) a + F_d = \left(m_1 + m_2\right) a + \mu_d \left(m_1 + m_2\right) g = \left(m_1 + m_2\right)\left(a + \mu_d g\right)$$

$$m_3 g - \left(m_1 + m_2\right)\left(a + \mu_d g\right) = m_3 a \qquad a = \frac{m_3 - \mu_d \left(m_1 + m_2\right)}{m_1 + m_2 + m_3} g$$

Il moto è quindi uniformemente accelerato:

$$v = at \qquad t = \frac{v}{a} = \frac{v}{g} \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_3 - \mu_d \left(m_1 + m_2\right)}$$

$$x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \frac{v^2}{a} = \frac{1}{2} \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_3 - \mu_d \left(m_1 + m_2\right)} \frac{v^2}{g}$$

3.

Verifico se la mossa, quando lasciata libera, si muove

$F_{el} = k\,\Delta L = 2\text{ N}$ $\qquad F_s = \mu_s Mg = 0.07\text{ N}$ $\qquad F_{el} > F_s$

Energia meccanica e lavoro dell'attrito tra il rilascio ed il raggiungimento della posizione di riposo della molla

$$\Delta E = W_{nc} \qquad \frac{1}{2}Mv_1^2 - \frac{1}{2}k\,\Delta L^2 = -F_d\Delta L = -\mu_d Mg\Delta L$$

$$v_1 = \sqrt{\Delta L\left(\frac{k}{M}\Delta L - 2\mu_d g\right)} = 4.41\text{ m/s}$$

Energia meccanica e lavoro dell'attrito per il tratto d

$$\Delta E = W_{nc} \qquad \frac{1}{2}Mv_2^2 - \frac{1}{2}Mv_2^2 = -F_d d = -\mu_d Mgd$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 - 2\mu_d gd} = 3.68\text{ m/s}$$

Arco con attrito

$v_3 = ...$

Conservazione dell'energia meccanica nel tratto verticale

$$\Delta E = 0 \qquad \frac{1}{2}Mv_3^2 + MgR = Mgh \qquad h = \frac{v_3^2}{2g} + R$$

4.

Conservazione dell'energia meccanica tra il lancio ed il punto finale

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \gamma\frac{mM}{R} = -\gamma\frac{mM}{2R} \qquad v_0 = \sqrt{\gamma\frac{M}{R}}$$

Momento angolare, la velocità è parallela alla posizione, quindi

$$\vec{L} = 0$$

Quando $\alpha > 0$ allora $L > 0$, e quindi la velocità del missile nel punto di arrivo non può essere nulla (lo sarà la sola componente radiale, non quella tangenziale), pertanto la sua energia potenziale nel punto di arrivo dovrà essere più piccola (dovendosi conservare l'energia meccanica totale, uguale nei due casi). Quindi il punto di arrivo sarà a distanza minore di 2R.