Esercitazione 10: Statica e dinamica dei fluidi

1. Si consideri un blocco di ghiaccio che galleggia sull'acqua contenuta in un bicchiere. Si calcoli quale è la frazione di volume del blocco che si trova sotto la superficie dell'acqua. Come cambia il livello dell'acqua quando tutto il ghiaccio si è sciolto? [densità del ghiaccio: $\varrho_{\text{gh}} = 917\,\text{kg/m}^3$; densità dell'acqua: $\varrho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000\,\text{kg/m}^3$]

$$V_{\text{sommerso}} = \frac{\varrho_{\text{gh}}}{\varrho_{\text{H}_2\text{O}}} V_{\text{tot}} = 0.917 V_{\text{tot}}; \qquad \text{Il livello non cambia}$$

2. Un'asta di plastica, lunga $d = 1.5\,\text{m}$, sezione S e densità $\varrho = 300\,\text{kg/m}^3$, è incernierata sul fondo di un contenitore e posta orizzontalmente; il contenitore viene riempito con acqua sino ad un livello $h = 60\,\text{cm}$, e l'asta comincia a sollevarsi parzialmente. Trovare l'angolo di equilibrio che si instaura tra l'asta ed il fondo del contenitore.

$$\sin\theta = \frac{h}{d}\sqrt{\frac{\varrho_{\text{H}_2\text{O}}}{\varrho}}, \qquad \theta = 46.91^o$$

3. Un'asta di legno di lunghezza d e sezione S è incernierata sul fondo di un contenitore, riempito con acqua fino a un livello $1/2d$. L'asta ha una densità che vale $\rho(x) = 1/2(1 + x/d)\rho_{\text{acqua}}$, dove x è la distanza rispetto alla cerniera.

   (a) Calcolare la distanza D del centro di massa dell'asta rispetto alla cerniera;

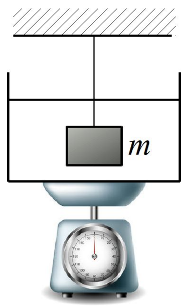
   (b) Trovare l'angolo θ di equilibrio che si instaura fra l'asta e il fondo del contenitore.

(a) $D = 5/9d$, (b) $\sin\theta = \sqrt{3/10}$

4. Su una bilancia è posto un recipiente che contiene dell'acqua. A un certo punto, un corpo di massa $m = 1\,\text{kg}$ è immerso nel recipiente ed è mantenuto attaccato al soffitto tramite una fune ideale. La bilancia misura un aumento di peso pari a $5N$. Determinare:

   (a) il volume e la densità del corpo immerso nel fluido;

   (b) la tensione della fune.



(a) $V = 0.509\,\text{dm}^3$ $\quad \varrho = 1962\,\text{kg/m}^3$; $\quad$ (b) $T = 4.81\,\text{N}$

5. Una boa cilindrica di massa $M = 50\,\text{kg}$, altezza $h = 0.5\,\text{m}$ e volume $V = 0.5\,\text{m}^3$, galleggia in acqua mantenendosi in posizione verticale.

   (a) Si determini la lunghezza del tratto di boa immersa nell'acqua.

   Si supponga ora di sollevare la boa di 1 cm dalla posizione di equilibrio trovata al punto precedente e poi di lasciarla libera di muoversi. Si determinino:

(b) l'equazione che descrive il moto

(c) la legge oraria del moto

(d) Il punto nel quale la velocità della boa è massima e il valore di tale velocità.

(a)$H = 5$ cm; (c) moto armonico, con $\omega = 14\,\mathrm{rad/s}$; (d) $v_{\mathrm{max}} = 0.14\,\mathrm{m/s}$

6. Nel tubo ad U di un manometro si trova del mercurio ($\varrho_{\mathrm{Hg}} = 13600\,\mathrm{kg/m^3}$). In un ramo dello stesso vengono inseriti $h = 10\,\mathrm{cm}$ d'acqua ($\varrho_{\mathrm{H_2Og}} = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$): trovare la variazione Δh di livello del mercurio nell'altro ramo del manometro.

$\Delta h = 3.68\,\mathrm{mm}$

7. Un serbatoio d'acqua è costituito da una vasca in cui una delle pareti è larga $x = 2\,\mathrm{m}$ e inclinata rispetto a terra di un angolo $\theta = 60^o$. Il livello dell'acqua nel serbatoio si trova ad un'altezza $d = 3\,\mathrm{m}$ rispetto a terra. Determinare la forza complessiva che agisce sulla parete inclinata.

$$F = \frac{\varrho g x d^2}{2\sin\theta} = 102\,\mathrm{kN}$$

8. Un "sottomarino giallo" si trova immerso ad una profondità $h = 140\,\mathrm{m}$ sotto il livello del mare. Quale forza deve essere applicata dall'interno del sommergibile al portellone d'uscita (circolare, con raggio $R = 40\,\mathrm{cm}$) per poterlo aprire?

$F = 690\,\mathrm{kN}$

9. Un serbatoio cilindrico di sezione $S_1 = 1.2\,\mathrm{m^2}$ contenente $V = 1500$ litri d'acqua presenta un foro circolare di diametro $d_2 = 1\,\mathrm{cm}$ ad un'altezza $h = 30\,\mathrm{cm}$ dal fondo del serbatoio. Determinare:

   (a) la velocità v_2 del getto in uscita dal foro in funzione dell'altezza d'acqua y nel serbatoio;

   (b) la gittata x_G del getto che esce dal serbatoio in funzione dell'altezza d'acqua nel serbatoio;

   (c) il livello d'acqua $y(t)$ presente nel serbatoio in funzione del tempo;

   (d) l'intervallo di tempo Δt dopo il quale non esce più acqua dal foro.

$$\text{(a)}\, v_2 = \sqrt{\frac{2g(y-h)}{1 - S_2^2/S_1^2}}; \quad \text{(b)}\, x_G = 2\sqrt{\frac{h(y-h)}{1 - S_2^2/S_1^2}};$$

$$\text{(c)}\ y = h + \left[\sqrt{y_0 - h} - \sqrt{\frac{S_2^2}{S_1^2 - S_2^2}}\sqrt{\frac{g}{2}}\,t\right]^2; \quad \text{(d)}\, \Delta t = \sqrt{\frac{S_1^2 - S_2^2}{S_2^2}}\sqrt{\frac{2(y_0 - h)}{g}} = 6725\,\mathrm{s}$$

10. Un tubo di Venturi è costituito da un condotto, all'interno del quale scorre un fluido di densità ρ. Il condotto presenta una strozzatura che ne riduce la sezione da S_1 a S_2. Un manometro a U contenente mercurio connette le due estremità del condotto. La differenza di altezza rilevata dal manometro è pari a Δh. Si determini la velocità del fluido v_1 in corrispondenza della parte di tubo a sezione maggiore (S_1).

$$v_1 = \sqrt{\frac{S_2^2}{S_1^2 - S_2^2}}\sqrt{\frac{2g\Delta h(\rho_{\mathrm{Hg}} - \rho)}{\rho}}$$