da cui

$$\sigma = -\frac{\rho\, a}{2} = -\frac{\epsilon_0\, m_e\, \omega^2 a}{2|q_e|}. \tag{7}$$

Un'interpretazione più intuitiva di questo risultato si ottiene risolvendo il problema in un sistema di riferimento rotante, solidale con il conduttore. In esso gli elettroni di conduzione, a transitorio esaurito, sono fermi. D'altra parte un osservatore non inerziale in rotazione vede una forza apparente centrifuga che agisce sugli elettroni di conduzione

$$\mathbf{F}_{cf} = m_e\, \omega^2 r\, \mathbf{u}_r. \tag{8}$$

Affinché gli elettroni rimangano fermi è quindi indispensabile che sia presente una forza elettrostatica a bilanciare quella centrifuga e quindi

$$\mathbf{F} + \mathbf{F}_{cf} = -|q_e|\mathbf{E} + m_e\, \omega^2 r\, \mathbf{u}_r = 0, \tag{9}$$

da cui si ricava l'espressione del campo elettrostatico, che coincide con quella dell'equazione (3). Ricapitolando, in un sistema di riferimento non inerziale solidale con il conduttore rotante gli elettroni di conduzione sono soggetti alla forza centrifuga e a quella elettrostatica. Poiché nel sistema rotante gli elettroni sono fermi, queste due forze sono uguali in modulo e direzione, ma opposte in verso. Questo modo di vedere le cose ha il pregio di far comprendere meglio che, durante la fase transitoria, gli elettroni sono spinti dalla forza centrifuga verso la superficie laterale del cilindro, finché l'accumulo di cariche, negative sulla superficie e positive all'interno, genera una forza elettrostatica che controbilancia quella centrifuga. Per questo motivo, a transitorio esaurito, avremo sulla superficie laterale una densità superficiale di carica negativa, secondo l'equazione (7).

S.4.22.
Un semplice modello microscopico della conduzione nei metalli si basa sull'assunto che gli elettroni di conduzione abbiano un moto uniformemente accelerato sotto l'azione del campo elettrico, finché non urtano contro gli ioni del reticolo metallico. La durata dell'urto, cioè il tempo di interazione con gli ioni, è trascurabile rispetto all'intervallo di tempo fra un urto e il successivo. Oltre al moto uniformemente accelerato dovuto alla presenza di campo elettrico, gli elettroni di conduzione compiono un moto caotico a grande velocità per effetto dell'agitazione termica. In particolare, possiamo ottenere una stima della velocità quadratica media degli elettroni, dovuta al solo moto di agitazione termica, applicando il teorema di equipartizione dell'energia: ad ogni grado di libertà dell'elettrone corrisponde un'energia cinetica media pari a $k_B T/2$, dove $k_B \simeq 1.38 \times 10^{-23}$ J/K rappresenta la costante di Boltzmann. Per un elettrone, quindi:

$$< E_k >= \frac{1}{2} m_e < v^2 >= \frac{3}{2} k_B T. \tag{1}$$

La radice quadrata della velocità quadratica media viene solitamente detta *velocità termica* v_T e dà un'indicazione del modulo della velocità con cui si muovono gli elettroni in assenza di campo elettrico:

$$v_T =< v^2 >^{1/2}= \sqrt{\frac{3k_B T}{m_e}} \simeq 1.17 \times 10^5 \text{ m/s}. \tag{2}$$

Come già discusso precedentemente, tra un urto ed il successivo, l'elettrone è accelerato dal campo esterno $\mathbf{E}$ e subisce una accelerazione pari a $\mathbf{a} = q_e\mathbf{E}/m_e$. La velocità termica v_T alla temperatura $T = 300$K è però molto maggiore della variazione di velocità indotta dal campo elettrico; il tempo medio τ fra una collisione e la successiva è quindi determinato principalmente dalla velocità termica secondo la relazione:

$$\tau = \frac{l_m}{v_T} \simeq 1.28 \times 10^{-13}\ \mathrm{s}, \tag{3}$$

dove l_m è il libero cammino medio. Assumendo che dopo ogni urto la direzione della velocità sia diretta casualmente nello spazio, possiamo calcolare il valor medio temporale, su tempi lunghi rispetto al tempo medio collisionale τ, della velocità dell'elettrone (velocità di deriva) come la metà della massima velocità raggiunta a causa del campo elettrico appena prima dell'urto successivo:

$$< \mathbf{v}_d >= \frac{\mathbf{a}\tau}{2} = \frac{q_e\tau}{2m_e}\mathbf{E}. \tag{4}$$

Ricordando che la densità di corrente vale $\mathbf{J} = q_e n < \mathbf{v}_d >$, dove n è la densità elettronica (numero di elettroni per unità di volume), si ha:

$$\mathbf{J} = \frac{q_e^2 n\tau}{2m_e}\mathbf{E}, \tag{5}$$

e quindi per la resistività si ottiene la seguente espressione:

$$\mathfrak{r} = \frac{2m_e}{q_e^2 n\tau} = \frac{2m_e v_T}{q_e^2 n l_m} \simeq 10^{-8}\ \Omega\ \mathrm{m}. \tag{6}$$