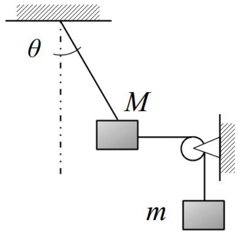
Esercitazione 3: Dinamica

1. Un corpo di massa M è appeso al soffitto tramite un filo e tirato orizzontalmente da un corpo di massa m mediante una fune, come in figura. Il rapporto fra le masse è $M/m = \sqrt{3}$. Sapendo che il sistema è in equilibrio e in quiete, determinare l'angolo θ che il filo forma con la verticale, e le tensioni delle funi.



$\theta = \pi/6$, $T_1 = 2mg$, $T_2 = mg$

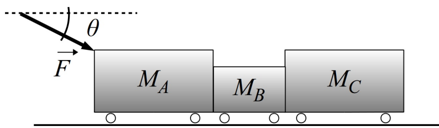
2. Un razzo di massa $m = 10000\,\text{kg}$ sta viaggiando verso l'alto in direzione perpendicolare alla superficie terrestre con velocità di modulo v. Ad un certo istante, la forza fornita dal motore è pari a $50000\,\text{N}$. Trovare l'accelerazione del razzo esplicitandone modulo e verso.

$a = 4.81\text{m/s}^2$, con verso opposto alla velocità.

3. Un paracadutista si è lanciato verticalmente da un velivolo. Considerando l'aria come sede di attrito viscoso, trovare:
   (a) l'equazione del moto;
   (b) l'andamento nel tempo della velocità $v(t)$ del paracadutista;
   (c) la velocità limite v_{lim} che raggiunge.

$mg - kv = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$; $v = \frac{mg}{k}(1 - e^{-kt/m})$; $v_{\text{lim}} = mg/k$.

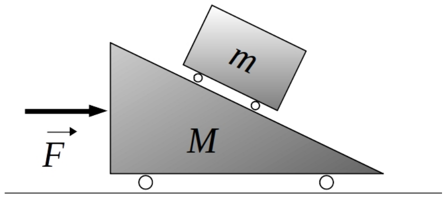
4. I tre corpi in figura sono liberi di muoversi su un piano orizzontale senza attrito. Sul corpo M_A agisce la forza $\vec{F}$ di modulo 30N e con inclinazione rispetto all'orizzontale pari a $\theta = \pi/3$.
   Calcolare l'accelerazione dell'intero sistema e le forze che si scambiano i vari corpi. Le masse dei tre corpi sono: $M_A = 1\text{kg}$; $M_B = 0.5\text{kg}$; $M_C = 1.5\text{kg}$.



$a = 5m/s^2$; $F_{AB} = 10N$; $F_{BC} = 7.5N$

5. Si consideri un massa m libera di scivolare lungo un piano inclinato liscio avente inclinazione α di un cuneo di massa M. Il cuneo è posto su un piano orizzontale su cui può scorrere senza attrito, ed è soggetto ad una forza F orizzontale. Si calcoli F affiché:

   - il piano inclinato stia fermo, e in tal caso si calcoli l'accelerazione di m in caduta;
   - m non scivoli lungo il piano, e in questo caso si calcoli l'accelerazione comune ai due corpi.



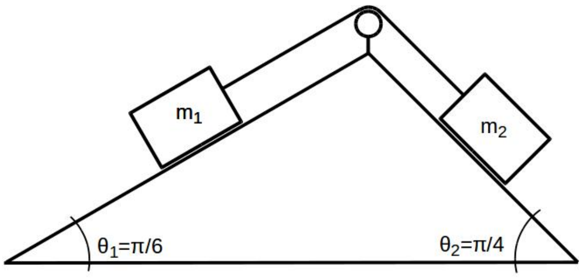
$a = g \sin\alpha$, $F = mg\cos\alpha\sin\alpha$; $a = g\tan\alpha$, $F = (m+M)g\tan\alpha$

6. Due masse $m_1 = 2.5\,\mathrm{kg}$ e $m_2 = 1.5\,\mathrm{kg}$, legate da una fune inestensibile e di massa trascurabile, sono poste su due piani inclinati lisci attaccati l'uno all'altro come in figura. Il piano su cui poggia m_1 è inclinato di $\theta_1 = \pi/6$ rispetto all'orizzontale mentre il piano su cui poggia m_2 è inclinato di $\theta_2 = \pi/4$ rispetto all'orizzontale. La fune che collega le due masse scorre attorno ad una puleggia posta sulla sommità del doppio piano inclinato. Calcolare:

   (a) l'accelerazione $\vec{a}$ del sistema (modulo, direzione e verso);

   (b) la tensione T della fune;

   (c) La forza $\vec{F}$ trasmessa alla carrucola (modulo, direzione e verso).



$|\vec{a}| = 0.464\,\mathrm{m/s^2}$, l'accelerazione di m_1 è verso la discesa, l'accelerazione di m_2 è verso la salita; $T = 11.1\,\mathrm{N}$; $|\vec{F}| = 13.51\,\mathrm{N}$.

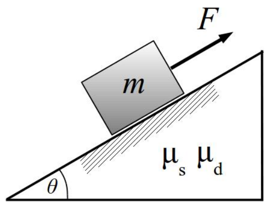
7. Un corpo di massa $m = 10$ kg è in quiete su un piano orizzontale con coefficiente di attrito statico $\mu_s = 0.5$ e dinamico $\mu_d = 0.4$. Al corpo viene applicata una forza parallela al piano, di valore $F = C \cdot t$, con $C = 49$ N/s. Calcolare:

   (a) l'istante di tempo t_1 in cui il corpo comincia a muoversi;

   (b) la velocità del corpo all'istante $t_2 = 3\,\mathrm{s}$.

$t_1 = 1\,\mathrm{s}$, $v = 11.76$ m/s

8. Un corpo di massa m si trova su un piano inclinato di un angolo $\theta = \pi/6$ e con coefficienti di attrito pari a $\mu_s = 0.7$ e $\mu_d = 0.5$. Calcolare l'accelerazione del corpo se



   (a) il corpo è in moto in salita;

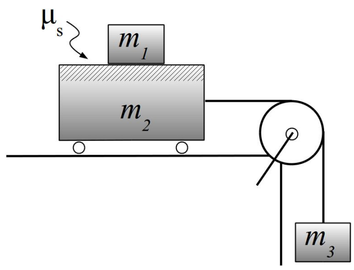
   (b) il corpo è in moto in discesa;

   (c) il corpo è inizialmente fermo.

   Al corpo inizialmente fermo, viene applicata una forza parallela al piano inclinato di valore $F = C \cdot m \cdot t$, con $C = 5.4\,\mathrm{N/(kg\,s)}$. Calcolare l'istante di tempo t_1 in cui il corpo comincia a muoversi.

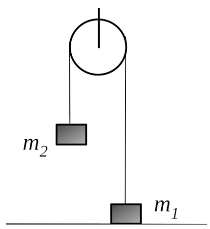
   $a_a = 9.15\mathrm{m/s^2}$ diretta verso la discesa (il corpo decelera); $a_b = 0.657\mathrm{m/s^2}$ diretta verso la discesa (il corpo accelera); $a_c = 0\mathrm{m/s^2}$; $t_1 = 2\,\mathrm{s}$

9. Dato il sistema in figura, calcolare il valore massimo di m_3 affinchè m_1 *non scivoli* su m_2 durante il moto. Fra m_1 e m_2 l'attrito statico ha coefficiente μ_s.



   $$m_3 \leq \frac{\mu_s}{1-\mu_s}(m_1 + m_2)$$

10. Con riferimento alla figura, si calcoli il massimo valore di F affinché m_1 resti a terra mentre la puleggia è sollevata. In particolare, sia $m_1 > m_2$ e si trascuri la massa del filo e della puleggia.



   $F \leq 2m_1 g$

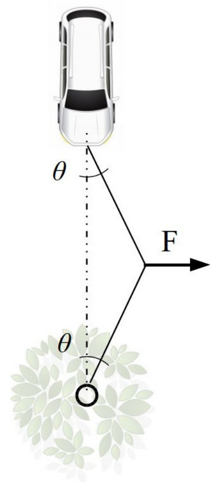
11. Due lavatrici con stessa massa $m = 25\,\mathrm{kg}$, appoggiate l'una all'altra su un piano scabro inclinato $\alpha = 30°$, hanno un coefficiente di attrito dinamico con il piano pari a $\mu_A = 0.5$ e $\mu_B = 0.3$. La lavatrice A si trova a valle della lavatrice V. Calcolare in questo caso la forza che la lavatrice B esercita sulla lavatrice A. Cosa succede nel caso in cui la lavatrice A si trovi a monte della lavatrice B?

   $F = \frac{1}{2}(\mu_A - \mu_B)mg\cos(\alpha) = 21\,\mathrm{N}$

12. Un'automobile rimane impantanata in una strada sterrata; per estrarla, invece che tirarla direttamente il guidatore decide di muoverla con una fune ancorata ad un albero, come in figura. Sapendo che il guidatore può esercitare una forza che vale F, si determini:

    (a) la tensione dei due tratti obliqui della fune al variare dell'angolo θ, e la corrispondente forza *longitudinale* sentita dall'automobile;

    (b) i valori dell'angolo θ per i quali questo metodo è davvero efficace, per cui la forza longitudinale applicata all'automobile è maggiore di F.



$$T = \frac{F}{2\sin\theta},\ T_{\mathrm{L}} = \frac{F}{2\tan\theta},\ \tan\theta < 1/2$$

13. Un frigorifero rotto viene fatto scivolare lungo una pedana, lunga $d = 7\,\mathrm{m}$ ed inclinata di $\alpha = 23°$, che porta al deposito dei rottami. Sapendo che la sua massa è $m = 84\,\mathrm{kg}$, determinare la velocità con la quale giunge sul fondo partendo da fermo, e la reazione vincolare della pedana sul frigorifero.

$$v = 7,3\,\mathrm{m/s},\ R = 758\,\mathrm{N}$$

14. Una scatola di mele scivola su una pedana scabra inclinata di $\alpha = 45^o$ rispetto all'orizzontale da un'altezza $h = 2\,\mathrm{m}$. Il coefficiente d'attrito dinamico fra la pedana e la scatola è $\mu_d = 0.3$. Si calcoli la velocità della scatola, supposta inizialmente ferma, quando raggiunge la base della pedana.

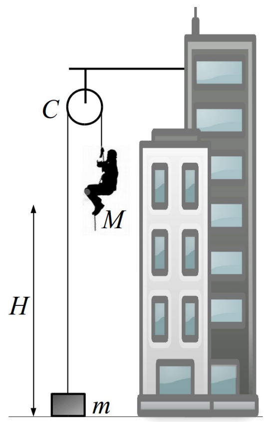
$$v = \sqrt{2gh(1-\mu_d/\tan\alpha)} = 5.24\ \ \mathrm{m/s}$$

15. Una persona di massa M si trova al terzo piano di un palazzo, a quota H. Per poter arrivare al piano terra più rapidamente, decide di usare il sistema indicato in figura, costituito da una carrucola ideale C (senza massa né attrito), una fune ideale e un contrappeso di massa m: si appende alla fune e, partendo da ferma, si lascia cadere.

    (a) Determinare l'accelerazione di caduta della persona, la tensione della fune e la forza necessaria per sostenere la carrucola.

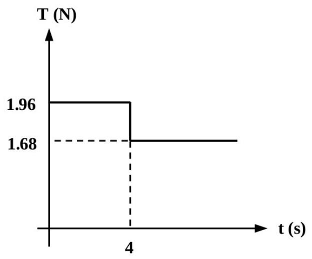
    (b) Calcolare il tempo necessario alla caduta.

    (c) Si assuma ora che la persona abbia massa $M = 80\,\mathrm{kg}$ e che la sua quota iniziale sia $H = 10\,\mathrm{m}$. Quale è l'intervallo di valori che deve avere la massa m affinché la persona arrivi a terra con velocità inferiore a 4 m/s?



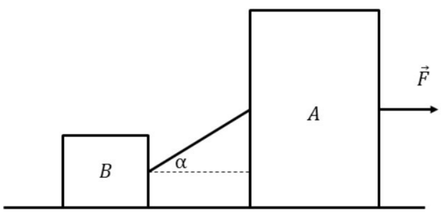
(a) $a = g(M-m)/(M+m)$, $T = 2gMm/(M+m)$. $F = 2T = 4gMm/(M+m)$
(b) $t = \sqrt{2H/a}$
(c) 67.93 kg$< m < 80\,\mathrm{kg}$

16. Un carrello di massa m_1 libero di muoversi su un piano liscio viene tenuto fermo; ad esso è collegato, tramite una carrucula ed una fune inestensibile, entrambe prive di massa, un oggetto di massa m_2. In figura è mostrato l'andamento della tensione del filo misurata da un dinamometro di massa m_d fissato sul carrello. All'istante $t_0 = 4\,\mathrm{s}$ il carrello viene lasciato libero di muoversi. Determinare:
    (a) la massa m_2 sospesa al filo;
    (b) la massa complessiva $(m_1 + m_d)$;
    (c) l'accelerazione a del carrello.



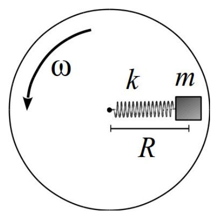
$m_2 = 200\,\mathrm{g}$, $m_1 + m_d = 1.19\,\mathrm{kg}$, $a = 1.41\,\mathrm{m/s^2}$

17. Due corpi A e B, uniti da una fune ideale, sono posti su un piano orizzontale. Fra il corpo A e il piano non c'è attrito, mentre fra il corpo B e il piano c'è attrito. Il blocco A ha massa M, il blocco B ha massa m e la fune che collega A e B forma un angolo α con l'orizzontale. Al corpo A è applicata una forza orizzontale costante di modulo F. Sapendo che i due corpi si muovono con accelerazione costante a, si determinino:
    (a) il coefficiente di attrito μ_d dinamico tra il corpo B e il piano;
    (b) la tensione T della fune.



$$\mu_d = \frac{-F + (m+M)a}{(F - Ma)\tan\alpha - mg}; T = \frac{F - Ma}{\cos\alpha}$$

18. Un corpo di massa $m = 200\,\mathrm{g}$, unito a un punto mediante una molla di costante elastica $k = 10\,\mathrm{N/m}$, sta ruotando su un piano orizzontale con velocità angolare $\omega = 30\,\mathrm{giri/min}$, e descrive una traiettoria perfettamente circolare di raggio R. Sapendo che la lunghezza a riposo della molla è $R_0 = 15\,\mathrm{cm}$, determinare la lunghezza della molla all'equilibrio durante la rotazione.



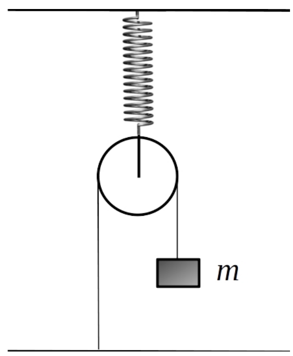
$R = 18.7$ cm

19. Uno stunt-man vuole percorrere con la sua motocicletta un circuito a forma di paraboloide di rotazione, la cui sezione nel piano (x, z) è espressa dalla relazione $z = kx^2$ ($k = 0.2\,\mathrm{m}^{-1}$), mantenendo un'altezza di $h = 2\,\mathrm{m}$ dal suolo. Sapendo che la massa della moto è pari a $m_m = 95\,\mathrm{kg}$ e quella dell'uomo è $m_u = 82\,\mathrm{kg}$, determinare:
    (a) la velocità angolare costante di rotazione ω che deve tenere il pilota;
    (b) la reazione vincolare N della pista.

$\omega = 1.98\,\mathrm{rad/s}$, $N = 2800\,\mathrm{N}$.

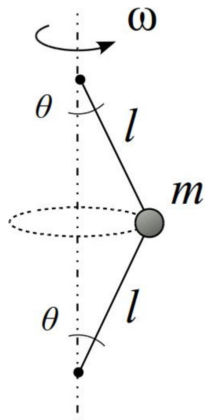
20. Si consideri la configurazione descritta in figura, in cui una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo nulla sostiene una carrucola di massa trascurabile, che a sua volta tiene sollevato un corpo di massa m.
    (a) Si determini la lunghezza L della molla all'equilibrio statico.

    Il corpo m viene ora tirato verso il basso e poi lasciato libero di muoversi.
    (b) Si calcoli la frequenza f di oscillazione del sistema.



$L == 2mg/k$, $f = (4\pi)^{-1}\sqrt{k/m}$

21. Un corpo di massa $m = 2\,\mathrm{kg}$ è attaccato a due funi inestensibili di massa trascurabile di lunghezza $l = 1\,\mathrm{m}$. L'intero sistema si muove con velocità angolare $\omega = 4\,\mathrm{rad/s}$ costante attorno all'asse verticale; in tale situazione, le funi sono tese e l'angolo fra ogni fune e l'asse verticale è $\theta = 30^o$. Si calcolino le tensioni delle due funi.



$T_1 = \dfrac{m}{2}\left[\omega^2 l + \dfrac{g}{\cos\theta}\right] = 27.32$ N; $T_2 = \dfrac{m}{2}\left[\omega^2 l - \dfrac{g}{\cos\theta}\right] = 4.67$ N

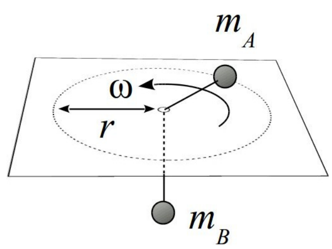
22. Un'automobile sta percorrendo una curva di raggio R. Il piano della strada non è orizzontale, ma inclinato verso l'interno di un angolo α. Inoltre, non c'è attrito fra la strada e gli pneumatici dell'automobile.
    Determinare la velocità con cui l'automobile può affrontare la curva senza scivolare.

$$v = \sqrt{Rg \tan \alpha}.$$

23. Un'automobile sta percorrendo una curva di raggio R. Il piano della strada è orizzontale, e fra la strada e gli pneumatici i coefficienti di attrito statico e dinamico sono μ_s e μ_d. Determinare la velocità *massima* con cui l'automobile può affrontare la curva senza scivolare.

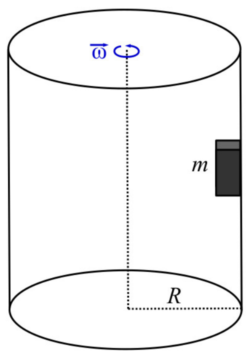
$$v = \sqrt{Rg\mu_s}.$$

24. Due sferette A e B, di massa m_A e m_B, sono vincolate agli estremi di un filo inestensibile e di massa trascurabile. La sfera A è appoggiata su un piano orizzontale liscio, mentre il filo passa attraverso un foro nel piano e termina con la sfera B appesa. Determinare la velocità angolare ω che deve avere la sfera A per mantenersi a distanza costante r dal foro.



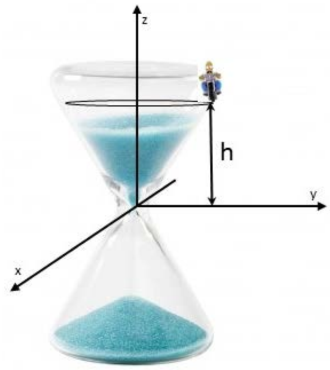
$$\omega = \sqrt{\frac{m_B g}{m_A r}}$$

25. Un corpo di massa m è a contatto con la superficie interna scabra di un cilindro cavo di raggio R. Il coefficiente d'attrito statico tra la massa e il cilindro è μ_S. Il cilindro ruota attorno al proprio asse con velocità angolare ω costante. Calcolare il valore ω_0 tale che, per $\omega > \omega_0$, la massa m resti in equilibrio con il cilindro.



$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\mu_s R}}$$

26. Homer Simpson ($m_H = 123\,\text{kg}$) vuole compiere con la sua motocicletta di massa $m_m = 158\,\text{kg}$ il giro completo di una clessidra circolare gigante, la cui sezione nel piano zy è data da $z = k|y|$ con $k = 0.53$, ad un'altezza $h = 3.5\,\text{m}$ dal centro della stessa. Sapendo che tra la mescola delle gomme della moto e la superficie della clessidra c'è un coefficiente di attrito statico pari a $\mu_s = 0.6$ si determinino:



   (a) la minima velocità di rotazione ω_{min};

   (b) la velocità massima v_{max};

   (c) la reazione vincolare all'appoggio N_{max} nel caso in cui la velocità sia massima.

$\omega_{\text{min}} = 0$, $v_{\text{max}} = 37\,\text{km/h}$, $N_{\text{max}} = 4584\,\text{N}$