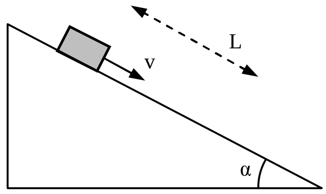
Politecnico di Milano
Fisica Sperimentale I
a.a. 2012-2013 - Facoltà di Ingegneria dei Sistemi

I prova in itinere - 10/05/2013

Giustificare le risposte e scrivere in modo chiaro e leggibile. Sostituire i valori numerici solo alla fine, dopo aver ricavato le espressioni letterali. Scrivere in stampatello nome, cognome, matricola e firmare ogni foglio.

1. Un corpo scivola su un piano scabro inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale. Il corpo, che inizialmente ha una velocità v_0 con direzione e verso indicati in figura, si arresta dopo aver percorso un tratto di lunghezza L. Si determini:



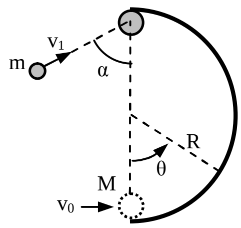
a) il coefficiente di attrito dinamico μ_d tra il corpo ed il piano;
b) l'intervallo di tempo Δt necessario al corpo per fermarsi;
c) l'impulso ricevuto dal corpo tra l'istante iniziale e l'istante in cui si ferma.

$$[\ \mu_d = \frac{v_0^2}{2Lg\cos\alpha} + tg\alpha\ ;\ \Delta t = \frac{2L}{v_0}\ ;\ I = -mv_0\ ]$$

2. Un corpo di massa M imbocca una guida semicircolare di raggio R con una velocità iniziale v_0. Si calcoli:

a) la velocità iniziale v_0 affinché il corpo si distacchi dalla guida nel punto più alto.

Si supponga che nell'istante del distacco il corpo venga urtato in modo totalmente anelastico da un proiettile di massa m, diretto come in figura con una velocità v_1. Sapendo che il sistema formato dalle due masse ripercorre la guida al contrario ritornando sul fondo con una velocità in modulo pari a quella calcolata al punto a), si calcoli:

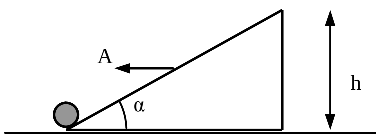


b) la velocità v_2 di ripartenza dopo l'urto del sistema M+m;
c) il modulo della velocità v_1 del proiettile;
d) l'impulso della reazione vincolare della guida durante l'urto, ed il valore della reazione vincolare subito dopo l'urto.

[M = 2 kg; m = 0.7 kg; R = 5 m; $\alpha = 60°$]

$$[\ v_0 = \sqrt{5gR} = 15.7\ m/s\ ;\ v_2 = \sqrt{gR} = 7\ m/s\ ;\ v_1 = \frac{2M+m}{m}\frac{v_2}{\sin\alpha} = 54.3\ m/s\ ;\ I = mv_1\cos\alpha = 19.0\ kg\ m/s\ ;\ N = 0\ ]$$

3. Una pallina si trova ferma alla base di un piano liscio, inclinato α ed alto h: il piano viene messo in moto con una accelerazione costante A. Determinare



a) l'accelerazione assoluta e relativa (in modulo, direzione e verso) della pallina durante la sua risalita del piano;
b) il tempo necessario alla pallina per arrivare in cima al piano inclinato;
c) la distanza orizzontale d tra la posizione iniziale della pallina (nell'istante in cui il carrello viene messo in moto) e la posizione di ricaduta a terra.

[$\alpha = \pi/4$ rad; h = 1 m; A = 15 m/s^2]

$$[\ \vec{a}_r = (A\cos\alpha - g\sin\alpha)(\cos\alpha\,\vec{u}_x + \sin\alpha\,\vec{u}_y)\ ;\ \vec{a}_a = \vec{A} + \vec{a}_r\ ;\ t_1 = \sqrt{\frac{2h}{a_r\sin\alpha}} = 0.878\ s\ ;$$

$$d = \frac{h}{tg\alpha} - \frac{1}{2}At_1^2 + v_{ax}t_2 = -12.9\ m\ ;\ t_2 = \text{tempo di volo della pallina una volta staccatasi dal piano}]$$

4. Due satelliti di eguale massa m ruotano attorno ad un pianeta di massa M_p. Il primo satellite compie un'orbita circolare di periodo T_1 con raggio R_1, mentre il secondo satellite percorre un'orbita ellittica di periodo T_2 e semiasse maggiore b. Si calcolino:

a) il raggio R_1 ed il semiasse maggiore b dell'orbita rispettivamente del primo e del secondo satellite;
b) il raggio del pianeta R_p, supponendo che l'accelerazione di gravità sulla sua superficie valga g;
c) il lavoro che bisogna compiere per portare il primo satellite sull'orbita di raggio R_1 partendo da uno dei due poli del pianeta;
d) il lavoro che si risparmia facendo partire il satellite dall'equatore anziché dal polo, sapendo che la velocità di rotazione all'equatore sulla superficie del pianeta è pari a v_p.

[m = 900 kg; $M_p = 1.9\cdot10^{27}$ kg; T_1 = 42 h; T_2 = 120 h; g = 23.1 m/s^2; v_p = 12 580 m/s; $\gamma = 6.67\cdot10^{-11}$ Nm^2/kg^2]

$$[\ R_1 = \sqrt[3]{\gamma M_p \left(\frac{T_1}{2\pi}\right)^2} = 4.19\cdot10^8\ \text{m}\ ;\ b = R_1 \sqrt[3/2]{\frac{T_2}{T_1}} = 8.44\cdot10^8\ \text{m}\ ;\ R_p = \sqrt{\gamma\frac{M_p}{g}} = 7.41\cdot10^7\ \text{m}\ ;$$

$$W = \Delta E = \left(\frac{1}{2}m\left(\frac{2\pi}{T_1}R_1\right)^2 - \gamma\frac{mM_p}{R_1}\right) - \left(-\gamma\frac{mM_p}{R_p}\right) = 1.40\cdot10^{12}\ \text{J}\ ;\ W_{risp} = \frac{1}{2}mv_p^2 = 7.12\cdot10^{10}\ \text{J}\ ]$$