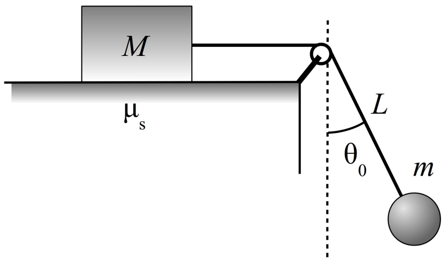
Esercitazione 4: Energia e lavoro

1. Un blocco di massa $M = 1\,\mathrm{kg}$ è appoggiato su un piano orizzontale scabro con coefficiente di attrito $\mu_s = 0.1$. Una sferetta di massa m è collegata al blocco con un filo inestensibile e privo di massa, che scorre su un piolo liscio, come mostrato in figura. Sia $L = 30\,\mathrm{cm}$ la lunghezza del filo misurata dal piolo alla massa m. La sferetta è inizialmente ferma nella posizione indicata in figura, con $\theta_0 = 30^o$.

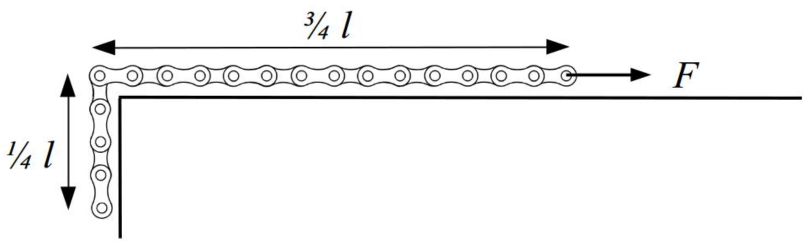


   (a) Assumendo che il corpo di massa M resti fermo grazie all'attrito, si calcoli la velocità della sferetta nell'istante in cui passa per la verticale.;

   (b) Si determini il valore minimo che deve avere la massa m per riuscire a muovere la massa M.

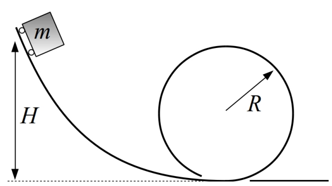
(a) $v = \sqrt{2gL(1-\cos\theta_0)} = 0.888\,\mathrm{m/s}$; (b) $m > M\dfrac{\mu_s}{3-\sqrt{3}}$

2. Una catena di massa M e lunghezza l si trova inizialmente ferma e appoggiata per tre quarti della sua lunghezza sul bordo di un piano liscio, mentre il restante quarto di catena rimane appeso e disposto in verticale come rappresentato in figura. Applicando una forza orrizzontale sull'estremo di catena appoggiato sul piano, si vuole tirare la catena in modo che alla fine del moto sia ferma e interamente appoggiata sul piano liscio. Calcolare il lavoro compiuto dalla forza.



$L = Mgl/32$

3. Un corpo di massa m, partendo da fermo, scivola lungo un piano inclinato di altezza H. Si calcoli da quale altezza deve partire il corpo per poter fare, senza staccarsi, il giro della morte di raggio R nei due casi in cui il vincolo è:

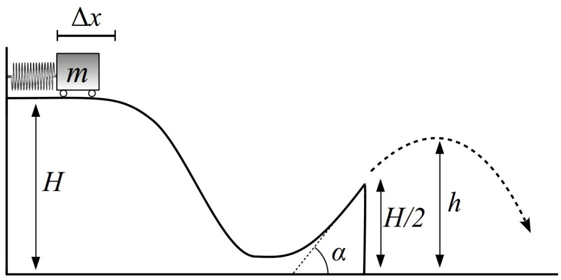


   (a) unilatero;

   (b) bilatero

(a) $E = 5/2 \cdot R$; (b) $E = 2R$

4. Un corpo di massa m è inizialmente appoggiato a una molla di costante elastica k e compressa di Δx rispetto alla sua posizione indeformata. Quando la molla viene lasciata libera di espandersi, spinge il corpo che scivola senza attrito lungo la discesa e poi salta dal trampolino, di altezza $H/2$ e inclinato di un angolo α. Calcolare la quota massima h raggiunta dal corpo.

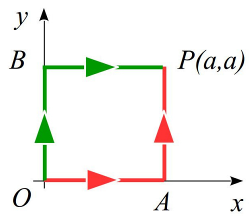


$$h = \frac{1}{2mg}\left[k\Delta x^2 \sin^2\alpha + mgH(1+\sin^2\alpha)\right].$$

5. Si consideri un punto materiale che si sposta in un piano (x, y) e soggetto alla forza:

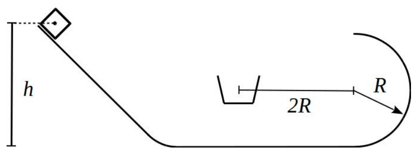
$$\vec{F}(x,y) = ky\,\hat{u}_x - kx\,\hat{u}_y \quad \text{con} \quad k = \text{costante}$$

Si calcoli il lavoro compito dalla forza se il punto materiale si sposta dall'origine $(0, 0)$ al punto $P(a, a)$ lungo i due percorsi OAP e OBP indicati in figura. Si dica se in base ai risultati è possibile stabilire se la forza è *conservativa*.



$$L_{\text{OAP}} = -ka^2,\ L_{\text{OBP}} = +ka^2.$$

6. Un carrello di massa m si muove lungo una pista senza attrito. La pista è composta da un primo tratto in discesa, un tratto orizzontale e un tratto semicircolare di raggio R. Il corpo viene lasciato cadere da un'altezza h a velocità iniziale nulla. Calcolare:



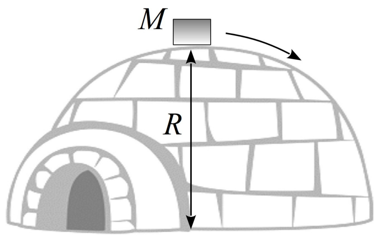
   (a) l'altezza minima h_{min} affinchè il corpo raggiunga l'apice della pista;

   (b) l'altezza h_0 affinchè il corpo centri un canestro posto a distanza $2R$ dal centro della pista circolare, come rappresentato in figura;

   (c) discutere se sia possibile o meno centrare un canestro posto alla stessa altezza ma a distanza R dal centro della pista semicircolare; nel caso sia possibile, illustrare la procedura per il calcolo dell'altezza h_1 iniziale tale che il carrello centri il canestro; cosa cambierebbe se le ruote del carrello fossero vincolate ad una guida a doppia rotaia?

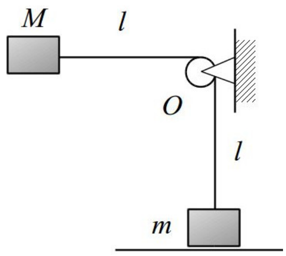
$$h_{\text{min}} = \tfrac{5}{2}R;\ h_0 = 3R.$$

7. Un eschimese di massa M si trova seduto fermo in cima ad un igloo liscio e di forma circolare di raggio R. A un certo istante si lascia scivolare giù.
Si determini a quale altezza (misurata dal suolo) l'eschimese si stacca dalla superficie dell'igloo.



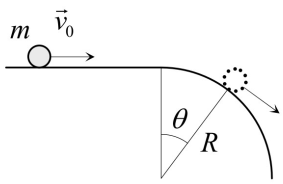
h=2/3 R

8. Un corpo di massa $M = 2\,\text{kg}$ è collegato tramite una fune inestensibile lunga $2l = 4\,\text{m}$ ad un corpo di massa $m = 3\,\text{kg}$ tramite una carrucola (O). Inizilmente m è appoggiato su un piano orizzontale, e il filo è verticale, mentre M è in quiete tenuto dal filo teso in orizzontale. Se si lascia andare il corpo M, di quanto si abbassa in verticale prima che m si stacchi dal piano di appoggio?



$\Delta y = l/2$

9. Una pallina da golf (massa $m = 45,93\,\text{g}$) viene lanciata con velocità v_0 lungo un piano orizzontale. Dopo un certo tratto incontra una superficie in discesa a forma di arco di circonferenza avente raggio $R = 70\,\text{cm}$ come in figura. Il valore dell'angolo θ in corrispondenza del quale la pallina si stacca dalla superficie è pari a $\theta_{\max} = 30°$. Calcolare, tracurando ogni attrito:



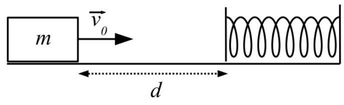
(a) il valore della velocità iniziale v_0;
(b) l'andamento del modulo della reazione N del pavimento al variare di θ nel tratto in discesa.

$v_0 = \sqrt{(3\cos\theta_{\max} - 2)gR} = 2.03\,\text{m/s}$; $N(\theta) = m(3g\cos\theta - v_0^2/R - 2g)$ per $0 \leq \theta \leq \theta_{\max}$.

10. Si consideri una sistema di due masse (M e m) collegate da un filo inestensibile libero di scorrere su un piolo liscio e disposte come nell'esercizio 2. In questo caso, $M = 1\,\text{kg}$, $m = 0.2\,\text{kg}$ e l'attrito tra il piano e la massa M è $\mu_s = 0.4$. Calcolare la massima ampiezza d'oscillazione $\theta_{\max}$ che non determina lo spostamento del blocco.

$\theta_{\max} = 60°$

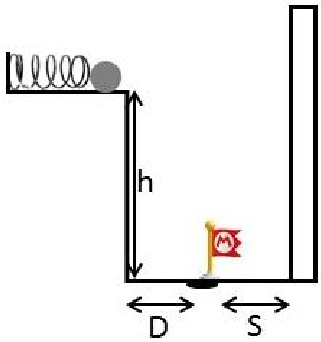
11. Un corpo di massa m si muove su un piano orizzontale scabro (coefficiente di attrito dinamico μ_d) come indicato in figura. Il corpo ha una velocità iniziale v_0 e dopo un percorso di lunghezza d incontra una molla di costante elastica k. Si calcoli:



   (a) il valore minimo $v_{\min}$ di v_0 affinchè il corpo urti la molla;

   (b) la massima compressione della molla Δx nel caso in cui $v_0 > v_{\min}$.

12. Una molla di costante elastica k_1 è posizionata su un sostegno liscio di altezza h, come mostrato in figura. La molla è inizialmente compressa di L rispetto alla posizione di equilibrio.



   (a) Quale dovrà essere la compressione L della molla per inviare una pallina di massa m in una buca a distanza D dall'estremo del sostegno?

   Si vuole ora, con la compressione L appena trovata, inviare la pallina in buca solo dopo che questa abbia colpito una parete a distanza S dalla buca stessa.

   (b) Considerando l'urto contro la parete completamente elastico, quale dovrà essere la costante elastica k_2 della molla?

   (c) Determinare l'angolo θ formato dalla traiettoria della pallina rispetto alla parete nel momento dell'urto.

$$L = D\sqrt{\frac{mg}{2k_1 h}},\ k_2 = k_1\left(\frac{2S}{D}+1\right)^2,\ \tan\theta = \frac{k_2 L^2}{mg(S+D)}.$$

13. Una scatola di mele scivola su una pedana scabra inclinata di $\alpha = 45^o$ rispetto all'orizzontale da un'altezza $h = 2\,\text{m}$. Il coefficiente d'attrito dinamico fra la pedana e la scatola è $\mu_d = 0.3$. Si calcoli la velocità della scatola, supposta inizialmente ferma, quando raggiunge la base della pedana.

$$v = \sqrt{2gh(1-\mu_d/\tan\alpha)} = 5.24\ \text{m/s}$$

14. Il motore di un'automobile eroga una potenza costante $P = 30\,\text{kW}$. Se l'automobile impiega $\Delta t = 10\,\text{s}$ per passare dalla velocità $v = 0$ alla velocità $v = 90\,\text{km/h}$:

   (a) determinare la massa M dell'automobile;

   (b) calcolare l'andamento di $v(t)$ e determinare quanto tempo T serve all'automobile per percorrere un tratto $\Delta s = 220\,\text{m}$.

$M = 960\,\mathrm{kg}$; $T = 12\,\mathrm{s}$.

15. Un libro di massa $m = 800\,\mathrm{g}$ viene inizialmente premuto contro una parete verticale con forza $F_1 = 3\,\mathrm{N}$ oppure $F_2 = 20\,\mathrm{N}$. Il coefficiente di attrito fra parete e libro è $\mu_s = 0.4$.

    (a) Calcolare la massima forza di attrito che libro e parete possono scambiarsi nei due casi.

    (b) Dire se, nei due casi, il libro è fermo o si muove.

    (c) Se si muove, calcolare con che accelerazione assumendo un coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.35$.

    Si consideri il caso in cui il libro si muove: dopo essere caduto, strisciando lungo la parete, per un metro, esso incontra una molla con costante elastica $k = 20\,\mathrm{N/m}$ disposta in verticale.

    (a) Si calcoli quanto tempo t_f impiega il libro a raggiungere la molla.

    (b) Si calcoli inoltre quale è la compressione massima Δl della molla.

    $F_{s,1} = 1.2\,\mathrm{N}$, $F_{s,1} = 8\,\mathrm{N}$; $a = -8,48\,\mathrm{m/s^2}$; $t_f = 0.48\,\mathrm{s}$; $\Delta l = 1.23\,\mathrm{m}$

16. Babbo Natale è partito con le renne e la slitta di massa $m = 200\,\mathrm{kg}$ per consegnare i doni di Natale e sta percorrendo un pendio innevato inclinato di $\alpha = 5°$. Ogni renna sviluppa una potenza di $P_1 = 150\,\mathrm{W}$. Sapendo che il coefficiente di attrito tra slitta e neve è $\mu_d = 0.05$, stabilire il numero minimo di renne necessario per salire il pendio con velocità costante $v = 10\,\mathrm{km/h}$.

    $n = 5$

17. Un'automobile di massa $m = 400\,\mathrm{kg}$, partendo da ferma, accelera sino a raggiungere una velocità $v = 100\,\mathrm{km/h}$ in un tempo $\tau = 10\,\mathrm{s}$. Ipotizzando costante la potenza erogata dal motore, calcolare:

    (a) la potenza P erogata;

    (b) lo spazio d percorso dall'automobile nel tempo τ.

    $P = 15.4\,\mathrm{kW}$; $d = 185\,\mathrm{m}$.

18. Un corpo di massa m si trova su un tavolo orizzontale liscio di altezza H, ed è tenuto appoggiato ad una molla di costante elastica k compressa, rispetto alla sua lunghezza a riposo, di una quantità Δx. A un certo punto, il corpo viene lasciato libero di muoversi e la molla è libera di espandersi.

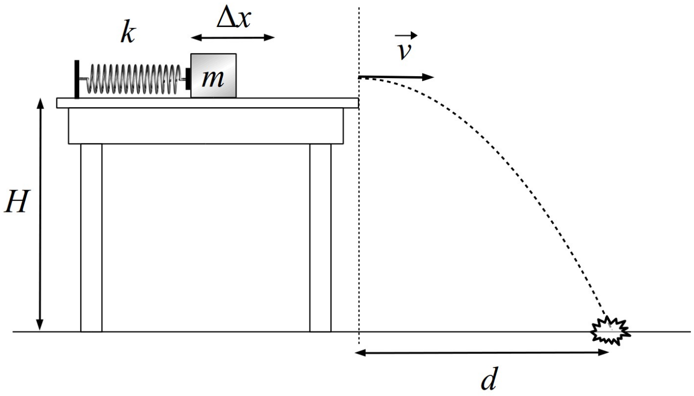
    (a) Si determini la velocità (modulo, direzione e verso) con cui il corpo di massa m si stacca dal tavolo.

    (b) Si calcoli l'impulso esercitato dalla molla sul corpo (modulo, direzione, verso).

    (c) Si deterimini la distanza d (vd. figura) del punto in cui il corpo tocca terra.

A terra, a distanza $D = 1\,\mathrm{m}$ dal tavolo, viene posta una scatola. Due amici, Alice e Bob, comprimendo e rilasciando la molla come descritto in precedenza, vogliono lanciare il corpo di massa m dentro la scatola. Alice comprime la molla di $\Delta x = 10\,\mathrm{cm}$, ma il corpo tocca terra alla distanza $d = 80\,\mathrm{cm}$ e dunque non entra nella scatola.

(d) Tocca ora a Bob: conoscendo il risultato di Alice, quanto deve comprimere la molla per centrare la scatola?



(a) $v = \sqrt{k/m}\Delta x$, direzione orizzontale, verso destra

(b) $I = mv = \sqrt{km}\Delta x$, direzione orizzontale, verso destra

(c) $v = \sqrt{\frac{k}{m}\frac{2H}{g}}\Delta x$

(d) $\Delta x_{\mathrm{Bob}} \frac{\Delta x_{\mathrm{Alice}}}{d_{\mathrm{Alice}}} D$