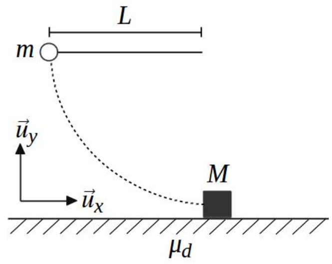
Esercitazione 5: Urti e sistemi di corpi

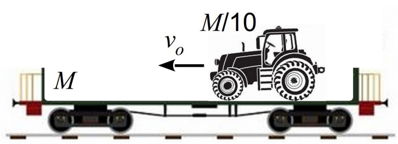
1. Una palla rigida di massa $m = 0.5\,\mathrm{kg}$ è agganciata ad una fune lunga $L = 0.8\,\mathrm{m}$ fissata all'altra estremità. La palla viene abbandonata quando la fune è tesa e orizzonatale. Giunta nel punto più basso della traiettoria, la palla colpisce elasticamente e istantaneamente un blocco rigido di massa $M = 3\,\mathrm{kg}$, inizialmente fermo su una superficie scabra. Si calcolino:



   (a) la velocità v_f della palla immediatamente dopo l'urto (modulo, direzione e verso);
   (b) la velocità V_f del blocco immediatamente dopo l'urto (modulo, direzione e verso);
   (c) quanto deve valere il coefficiente di attrito dinamico μ_d tra il piano e il corpo affinchè il corpo si arresti dopo aver percorso una distanza $d = 74\,\mathrm{cm}$.

   (a) $v_f = -2.83\vec{u}_x\,\mathrm{m/s}$; (b) $V_f = 1.13\vec{u}_x\,\mathrm{m/s}$; (c) $\mu_d = 0.088$.

2. Un vagone-merci di massa M si trova fermo in stazione. Sul vagone c'è un trattore fermo di massa $M/10$. A un certo punto, il motore del trattore si mette accidentalmente in moto e il trattore si muove verso sinistra con velocità v_0 rispetto alla stazione. Purtroppo il vagone non è frenato, e può scivolare senza attrito lungo il binario.



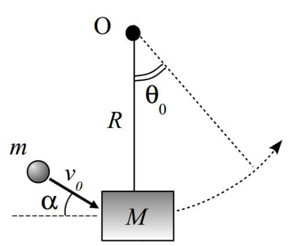
   (a) Calcolare la velocità del vagone rispetto alla stazione, indicandone modulo direzione e verso

   Arrivato in fondo al vagone, il trattore inevitabilmente si schianta contro la parete sinistra, e vi si incastra contro.

   (b) Determinare la velocità del vagone dopo che il trattore ha arrestato il suo moto contro la parete.
   (c) Calcolare l'energia cinetica persa dall'intero sistema a causa dello schianto.

   (a) $V = v_0/10$ verso destra (b) $V = 0$ (c) $E(\text{persa}) = \frac{11}{100}\frac{1}{2}Mv_0^2$

3. Per misurare la velocità dei proiettili, a volte è utilizzato il *pendolo balistico*. Esso è formato da un semplice bersaglio di massa M, appeso ad una fune di lunghezza R, vincolata ad un perno O attorno al quale il sistema può ruotare senza attrito. Il metodo consiste nel misurare l'angolo massimo di oscillazione θ_0 raggiunto dal bersaglio dopo che questo, posto in quiete in posizione verticale, venga colpito in modo totalmente anelastico da un proiettile di massa m nota.

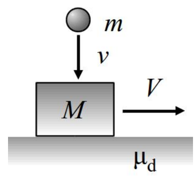


(a) Calcolare la velocità del proiettile, sapendo che $m = 100\,\mathrm{g}$, $M = 5\,\mathrm{Kg}$, $R = 1\,\mathrm{m}$, $\theta_0 = 60^o$, $\alpha = 0^o$.

(b) Quale sarebbe l'angolo θ_1 raggiunto dal pendolo se il proiettile colpisse il bersaglio da un'angolazione di $\alpha = 30^o$, come in figura? Calcolare, in questo caso, l'impulso fornito dalla tensione della fune nell'urto e stimare il valor medio T_{medio} della tensione nel caso in cui l'urto duri $1\,\mathrm{ms}$.

(a) $v_0 = 160\,\mathrm{m/s}$; (b) $\theta_1 = 51.4^o$; $I = 8\,\mathrm{Ns}$; $T_{\text{medio}} = 8\,\mathrm{kN}$

4. Un blocco di massa M viaggia su un piano orizzontale con velocità V, quando viene colpito da un corpo di massa $m = M/2$ in caduta con velocità v. Il corpo si conficca *anelasticamente* nel blocco di massa M



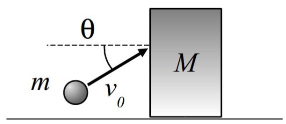
(a) Se il piano orizzontale è *liscio*, si calcoli la velocità del blocco di massa M dopo l'urto.

(b) Si calcoli la velocità del blocco se invece il piano è *scabro* con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.5$.

(c) In questo caso, quanto deve valere v per fermare completamente il blocco di massa M?

(a) $V_f = \dfrac{2}{3}V$ (b) $V_f = \dfrac{2}{3}V - \dfrac{1}{6}v$ (c) $v = 4V$

5. Un corpo di massa m si muove von velocità $\vec{v_0}$ come in figura, urtando un corpo di massa M, inizialmente fermo. L'urto è elastico; inoltre non vi è attrito fra i due corpi, nè fra il corpo di massa M e il piano orizzontale.

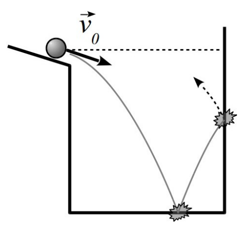


(a) Si determini la velocità dei due corpi dopo l'urto.

(b) Assumendo ora che M sia un muro (equivalente a una massa infinita), si calcoli la velocità di m dopo l'urto.

Con versore $\vec{u_x}$ verso destra e $\vec{u_y}$ verso l'alto si ottiene: (a) $\vec{V}_f = 2v_0\cos\theta\frac{m}{m+M}\vec{u_x}$; $\vec{v}_f = -v_{fx}\vec{u_x} + v_{fy}\vec{u_y}$, dove $v_{fx} = v_0\cos\theta\frac{M-m}{M+m}$ e $v_{fy} = v_0\sin\theta$ (b) $v_{fx} = v_0\cos\theta$, $v_{fy} = v_0\sin\theta$, ovvero $|\vec{v_f}| = |\vec{v_0}|$ e la riflessione è speculare.

6. Un corpo di massa m si stacca da un piano inclinato con velocità $\vec{v_0}$. Il corpo cade verso la buca, rimbalzando prima sul fondo e poi sulla parete verticale, come in figura. Assumendo che tutti gli urti siano elastici e che non vi sia attrito fra il corpo e le pareti della buca, si calcoli la velocità del corpo quando passa per la quota di partenza dopo i due urti.



$\vec{v} = -\vec{v}_0$

7. Un proiettile di massa $m = 0.1\,\text{kg}$ colpisce con velocità $v_0 = 137\,\text{m/s}$ un blocco di legno di massa $M = 2.5\,\text{kg}$ che è vincolato ad una mola di costante elastica $k = 100\,\text{N/m}$. Dopo l'urto, il proiettile fuoriesce dal blocco con velocità $v_1 = 10\,\text{m/s}$. Calcolare:

   (a) la velocità V del blocco M subito dopo l'urto (dopo che il proiettile è uscito);

   (b) la massima compressione Δx della molla;

   (c) il periodo T di oscillazione del blocco e il tempo τ necessario per comprimere la molla.

   (a) $V = 5.08\,\text{m/s}$; (b) $\Delta x = 80\,\text{cm}$; (c) $T = 1s$, $\tau = T/4$.

8. Un cannone a molla di massa $M = 200\,\text{g}$ spara orizzontalmente un proiettile di massa $m = 20\,\text{g}$. Se il cannone viene tenuto fermo durante lo sparo, il proiettile esce con velocità v_0 di modulo pari a $20\,\text{m/s}$.

   (a) Calcolare l'energia sviluppata dallo scoppio del cannone.

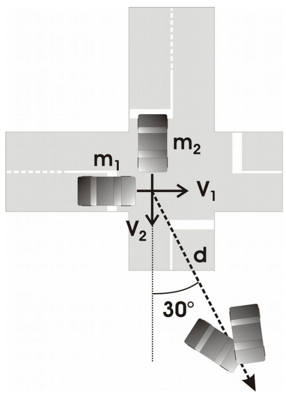
   (b) Se ora il cannone è lasciato libero di rinculare, determinare il valore v_1 della velocità con cui esce il proiettile.

   (a) $E_0 = 4\,\text{J}$ (b) $v_1 = 19.06\,\text{m/s}$

9. Un corpo di massa $3M$ si trova su un pilastro alto $5\,\text{m}$. Ad un certo punto esso deflagra, spezzandosi in due parti di massa rispettivamente M e $2M$, che partono in direzione opposta con velocità inizialmente orizzontale. Sapendo che il frammento di massa M cade ad una distanza di $8\,\text{m}$ dal pilastro, calcolare a quale distanza dal pilastro tocca il suolo il frammento di massa $2M$.

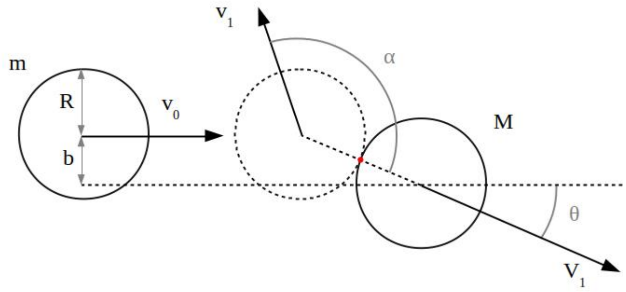
   $d = 4\,\text{m}$

10. Due automobili di massa $m_1 = 950\,\text{kg}$ e $m_2 = 1100\,\text{kg}$ si scontrano a un incrocio. Dopo l'urto rimangono incastrate e procedono per $12\,\text{m}$ in una direzione che forma un angolo di 30^o con la direzione di provenienza dell'auto 2. Supponendo un coefficiente di attrito $\mu_d = 0.4$ fra le due auto e l'asfalto durante la fase di slittamento dopo l'urto, ricavare i moduli delle velocità di entrambe le automobili prima dell'urto. Qual è l'energia persa nell'urto?



$v_1 = 10.5\,\text{m/s}$; $v_2 = 15.6\,\text{m/s}$; $E(\text{persa}) = 90\,\text{kJ}$

11. Due sfere rispettivamente di massa m e massa $M \geq m$, e raggio pari a R, collidono elasticamente come mostrato in figura. Le sfere sono liscie, e tra di esse non c'è attrito. La massa M è inizialmente ferma, mentre la massa m ha velocità iniziale pari a v_0. La distanza iniziale tra il centro delle due sfere nella direzione perpendicolare alla direzione della velocità v_0 è detta parametro d'urto ed è pari a b. L'urto avviene nel punto di contatto tra le due sfere, che è indicato in figura dal punto rosso.



Trovare:

(a) il valore dell'angolo θ a cui viene deviata la palla di massa M in funzione del parametro d'urto b e del raggio R;

(b) l'angolo α a cui viene deviata la palla di massa m rispetto alla direzione della velocità della massa M (vedi figura), in funzione di θ e delle masse m e M;

(c) il valore di α nel caso particolare in cui le masse M ed m siano uguali (come nel biliardo!), e nel caso in cui M tenda a infinito (come nell'urto con la parete, vedi esercizio 5).

(a) $\sin\theta = b/(2R)$; (b) $\alpha = \pi - \arctan\left(\tan\theta \frac{M+m}{M-m}\right)$; (c) Per $M = m$, $\alpha = \pi/2$, per $M = \rightarrow \infty$, $\alpha = \pi - \theta$.