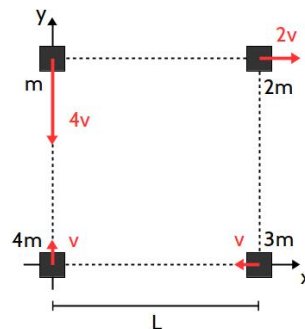


## Esercitazione 08: Statica del Corpo Rigido

1. Quattro punti materiali di masse  $m$ ,  $2m$ ,  $3m$  e  $4m$  sono disposti come in figura e sono caratterizzati dall'aver le velocità rappresentate in figura.

- (a) Calcolare la posizione iniziale del centro di massa, la sua quantità di moto e la sua velocità
- (b) Se il sistema non è soggetto a forze esterne lungo le direzioni  $x$  e  $y$ , come si muove il centro di massa? Cosa succederebbe se i quattro punti materiali fossero dei magneti (che dunque si attraggono e respingono)?
- (c) Dopo quanto tempo il centro di massa esce dal quadrato di lato  $L$ ?



$$(x_c, y_c) = (1/2, 3/10)L, (p_x, p_y) = (mv, 0), (v_x, v_y) = (v/10, 0); \text{ moto rettilineo uniforme a velocità } v_x; t = (5L)/v.$$

2. Si consideri un'asta non uniforme con densità lineare  $\lambda(x) = H \cdot x$  con  $H = 2g/cm^2$  e  $L = 1m$ . Calcolare la posizione del centro di massa CM.



$$x_{CM} = 2/3L = 66.6 \text{ cm};$$

3. Calcolare:

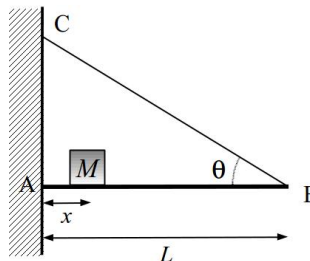
- (a) il centro di massa  $(x_a, y_a)$  di un arco di circonferenza di raggio  $R$  e angolo sotteso pari a  $\theta_a$ , con centro della circonferenza nell'origine e simmetria di riflessione rispetto all'asse  $x$ ;
- (b) il centro di massa  $(x_s, y_s)$  di un settore di cerchio di raggio  $R$  e angolo pari a  $\theta_a$ , con centro della circonferenza nell'origine e simmetria di riflessione rispetto all'asse  $x$ ;
- (c) il centro di massa  $(x_P, y_P)$  di un Pac-Man bidimensionale inscritto in una circonferenza di raggio  $R$  con centro nell'origine;
- (d) il centro di massa  $(x_t, y_t)$  di un triangolo isoscele con base giacente sulle ascisse e centro della base coincidente con l'origine;
- (e) il centro di massa  $(x_c, y_c, z_c)$  di un cono di altezza  $h$  con base giacente sul piano  $(x, y)$  e centro della base coincidente con l'origine.

$$(x_a, y_a) = \left( \frac{2R \sin(\theta_a/2)}{\theta_a}, 0 \right); (x_s, y_s) = \left( \frac{4R \sin(\theta_a/2)}{3\theta_a}, 0 \right); (x_P, y_P) = - \left( \frac{2R \sin(\theta_a/2)}{3(\pi - \theta_a/2)}, 0 \right);$$

$$(x_t, y_t) = (0, h/3); (x_c, y_c, z_c) = (0, 0, h/4);$$

4. Si consideri il sistema in figura, costituito da una sbarra orizzontale sottile, di massa trascurabile e lunghezza  $L$ , fissata ad una parete per mezzo di un perno A. L'altra estremità B è legata al punto C tramite un filo ideale che forma un angolo  $\theta$  con l'orizzontale. Un oggetto di massa  $M$  è appoggiato alla sbarra a distanza  $x$  dalla parete.

- (a) Si determini la tensione del filo in funzione di  $x$ ;  
 (b) si determinino le componenti orizzontale e verticale della forza esercitata dal perno sulla sbarra A;  
 (c) assumendo che  $M = 30 \text{ kg}$ ,  $L = 1.76 \text{ m}$ ,  $\theta = 32^\circ$  e che la massima tensione supportata dal filo è  $T_{MAX} = 520 \text{ N}$ , si determini il massimo valore ammesso di  $x$  per evitare la rottura del filo.



$$T = Mgx/(L \sin \theta), N_x = Mg/(L \sin \theta), N_y = Mg(1 - x/L); x < 1.64 \text{ m}$$

5. Una scala a pioli di massa  $m_1 = 7 \text{ kg}$  e lunga  $L = 2 \text{ m}$  è appoggiata ad un muro liscio, mentre col pavimento presenta un attrito con coefficiente d'attrito statico  $\mu_s = 0.35$ .

- (a) Trovare l'angolo minimo  $\theta_{\min}$  che la scala deve formare con il pavimento perchè essa non scivoli.  
 (b) Un uomo di massa  $m_2 = 80 \text{ kg}$  sale sulla scala in modo da mantenere tra la scala ed il pavimento un angolo  $\theta = 60^\circ$ . A che distanza massima  $x$  si può trovare l'uomo dalla base della scala perchè questa non scivoli?

$$\theta_{\min} = 55^\circ; x = 0.6 \text{ m}$$

6. Nella molecola dell'ammoniaca (formula chimica  $NH_3$ ) i 3 atomi di idrogeno sono disposti in un piano a formare un triangolo equilatero; l'atomo di azoto si trova invece su un asse perpendicolare al piano precedente, in modo che la molecola formi un tetraedro. Sapendo che la distanza  $H - H$  è pari a  $d_1 = 1.628 \text{ \AA}$ , mentre la distanza N-H è  $d_2 = 1.014 \text{ \AA}$ , trovare la distanza del centro di massa  $d_{CM}$  della molecola dall'atomo di azoto.

$$d_{CM} = \frac{3}{17} \sqrt{d_2^2 - \frac{d_1^2}{3}} = 0.067 \text{ \AA}$$

7. All'Ikea è in vendita un nuovo appendiabiti, costituito da un'asta rettilinea di massa  $m = 2 \text{ kg}$  e lunghezza  $L$  incernierata in un estremo nel muro e sorretta all'altro estremo da una fune, così che l'asta sia in posizione orizzontale. Se, dopo l'installazione, l'angolo della fune con l'orizzontale è pari a  $\alpha = 30^\circ$ , trovare le reazioni vincolari della cerniera e della fune.

$$N = T \cos \alpha = \frac{P}{2 \tan \alpha} = 17 \text{ N}; R = \frac{P}{2} = 9.81 \text{ N}; T = \frac{P-R}{\sin \alpha} = \frac{P}{2 \sin \alpha} = 19.6 \text{ N}$$