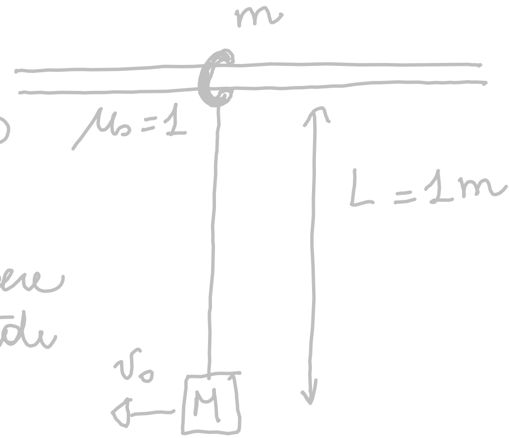
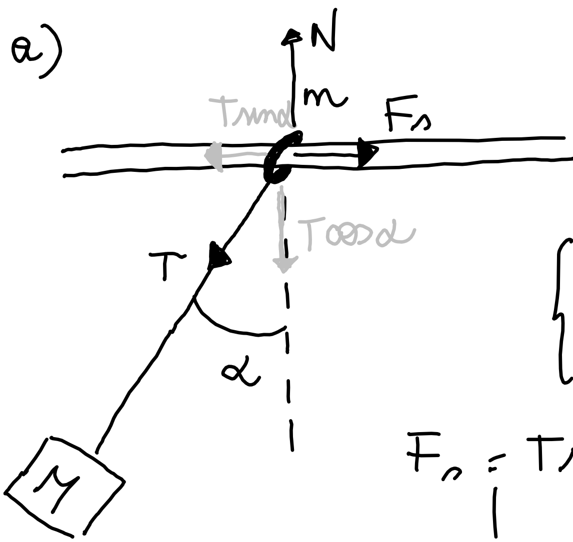
ESERCIZIO 1

a) α_{MAX} } NO SLITTAMENTO
b) $v_{0,MAX}$

c) ANELLO INCOLLATO, $v_{0,MIN}$ per raggiungere posizione orizzontale



a)



$m \simeq 0$ (massa trascurabile)

$$\begin{cases} N - T\cos\alpha = 0 \\ F_s - T\sin\alpha = 0 \end{cases}$$

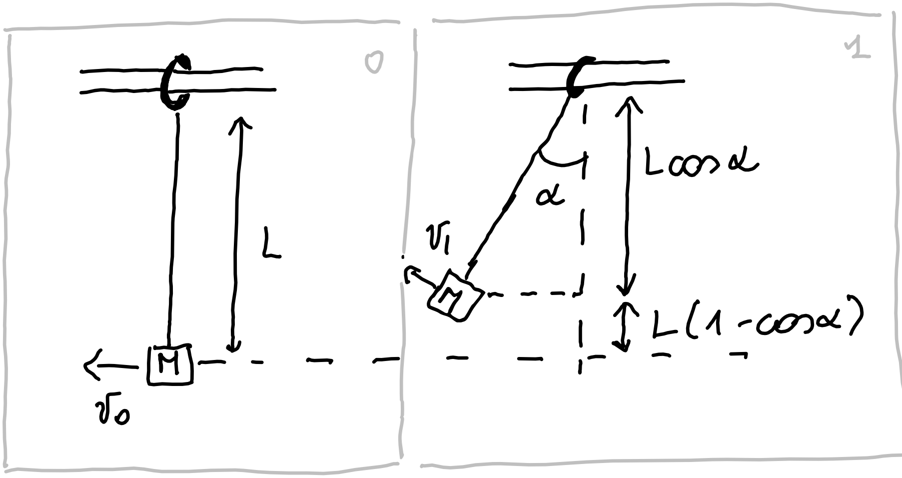
$$F_s = T\sin\alpha = \frac{N}{\cos\alpha}\sin\alpha = N\tan\alpha$$

CONDIZIONE NON SLITTAMENTO $\quad F_s \leq \mu_s N$

$$\cancel{N}\tan\alpha \leq \mu_s \cancel{N} \qquad \mu_s = 1$$

$$\tan\alpha \leq 1 \qquad \alpha \leq 45^\circ \qquad \alpha_{MAX} = 45^\circ$$

b) CONS. DELL'ENERGIA MECCANICA.



$$E_{mecc}^{(0)} = \frac{1}{2} M v_0^2$$

$$E_{mecc}^{(1)}(\alpha) = \frac{1}{2} M v_1^2 + M g L (1-\cos\alpha)$$

PER NON AVER SLITTAMENTO, devo raggiungere $\alpha_{MAX} = 45°$ con velocità $v_1 = 0$

$$E_{mecc}^{(1)}(\alpha_{MAX}) = M g L (1 - \cos\alpha_{MAX}) = \ldots$$

$$E_{mecc}^{(0)} = \frac{1}{2} M {v_0^{MAX}}^2$$

$$v_0^{MAX} = \sqrt{2 g L (1 - \cos\alpha_{MAX})} = 2.39 \frac{m}{s}$$

c) ANELLO INCOLLATO, $v_{0,MIN}$ per raggiungere la posizione orizzontale.

Uso ancora la cons. dell'energia. Questa volta la condizione limite è quella t.c. raggiungo $\alpha = \frac{\pi}{2}$ con velocità nulla

$$E_{mecc}^{(0)} = \frac{1}{2} M v_{0,MIN}^2$$

$$E_{mecc}^{(1)}\left(\frac{\pi}{2}\right) = MgL$$

$$\frac{1}{2} \cancel{M} v_{0,MIN}^2 = \cancel{M} g L \Rightarrow v_{0,MIN} = \sqrt{2gL}$$

$$v_{0,MIN} = 4.43 \ \frac{m}{s}$$

ESERCIZIO 2

- GAS 1

$T_1 = 400\,K$

MONOATOMICO: $c_{v_1} = \frac{3}{2}R$

$c_{p_1} = \frac{5}{2}R$

- GAS 2

$T_2 = 320\,K$

BIATOMICO: $c_{v_2} = \frac{5}{2}R$

$c_{p_2} = \frac{7}{2}R$

(a) Durante la trasformazione:

$$\begin{cases} Q_1 = \Delta U_1 + L_1 \\ Q_2 = \Delta U_2 + L_2 \\ Q_2 = -Q_1 \\ L_2 = -L_1 \end{cases} \rightarrow \oplus \quad 0 = \Delta U_1 + \Delta U_2 + 0$$

$$\boxed{\Delta U_1 + \Delta U_2 = 0} \quad (1)$$

(b) All'equilibrio, i gas hanno:
- stessa temperatura T_f
- stessa pressione P_f

Dalla (1):

$$\cancel{n_1}\, c_{v_1}(T_f - T_1) + \cancel{n_2} \cdot c_{v_2}(T_f - T_2) = 0$$

$$\frac{3}{\cancel{2}}\cancel{R}(T_f - T_1) + \frac{5}{\cancel{2}}\cancel{R}(T_f - T_2) = 0 \qquad 3T_f - 3T_1 + 5T_f - 5T_2 = 0$$

$$8T_f = 3T_1 + 5T_2 \qquad T_f = \frac{3T_1 + 5T_2}{8} = 350\,K \qquad \boxed{T_f = 350\,K}$$

$$\begin{cases} P_f \cdot V_{1f} = n_1 \cdot R \cdot T_f \\ P_f \cdot V_{2f} = n_2\, R \cdot T_f \end{cases} \quad \div \quad \frac{\cancel{P_f} \cdot V_{1f}}{\cancel{P_f}\, V_{2f}} = \frac{n_1 \cancel{R T_f}}{n_2 \cdot \cancel{R \cdot T_f}} \qquad \boxed{V_{1f} = V_{2f} = 10\,l}$$

$$P_f = \frac{n_1 \cdot R T_f}{V_{1f}} = \frac{1\,\cancel{mol} \cdot 8{,}314\,J \cdot 350\,\cancel{K}}{\cancel{mol} \cdot \cancel{K} \cdot 10 \cdot 10^{-3}\,m^3} = \boxed{290990\,Pa = P_f}$$

(c) $$\Delta S_1 = n_1\, c_{v_1} \ln\frac{T_f}{T_1} + n_1 R \cdot \cancel{\ln\frac{V_f}{V_1}}_{0}$$

$$\Delta S_2 = n_2 \cdot c_{v_2} \cdot \ln\frac{T_f}{T_2} + n_2 \cdot R \cdot \cancel{\ln\frac{V_f}{V_2}}_{0}$$

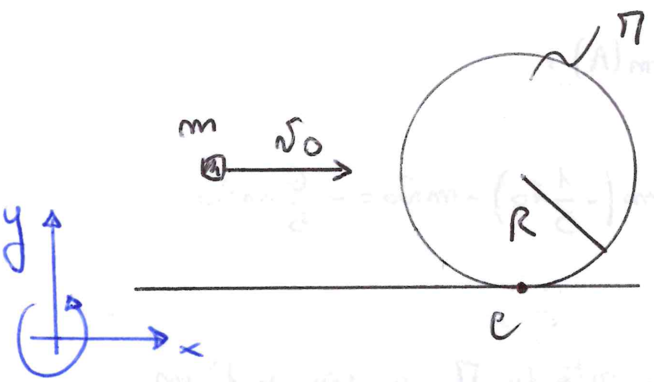
$$\Delta S_{AMBIENTE} = 0$$

$$\Delta S_{UNI} = n_1 c_{v_1} \ln\frac{T_f}{T_1} + n_2\, c_{v_2} \cdot \ln\frac{T_f}{T_2} =$$

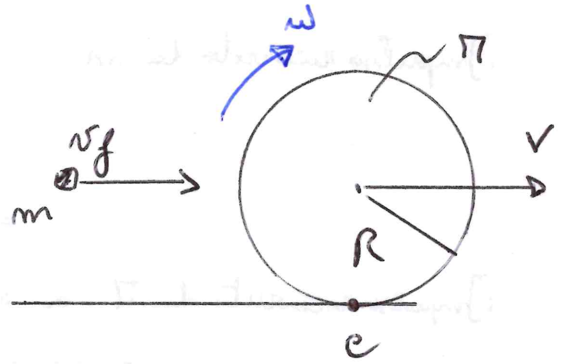
$$= -1{,}66\,\frac{J}{K} + 1{,}86\,\frac{J}{K} = \boxed{+0{,}2\,\frac{J}{K} > 0}$$

IRREVERSIBILE

ESERCIZIO 3



$\boxed{A}$ prima dell'urto



$\boxed{B}$ dopo l'urto

(a) . CONSERVAZIONE MOMENTO ANGOLARE rispetto al punto C

. CONSERVAZIONE ENERGIA CINETICA

$$\begin{cases} -m v_0 \cdot R = -m v_f \cdot R - J_{(C)} \cdot \omega \\ \cancel{\tfrac{1}{2}} m v_0^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}} m v_f^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}} J_{(C)} \cdot \omega^2 \end{cases}$$

con $J_{(C)} = \frac{1}{2} M R^2 + M R^2 = \frac{3}{2} M R^2$

$V = \omega \cdot R$

$m = M$

$$\begin{cases} \cancel{-} \cancel{m} v_0 \cdot R = \cancel{-} \cancel{m} v_f \cdot R \cancel{-} \frac{3}{2} \cancel{M} R^{\cancel{2}} \cdot \frac{V}{\cancel{R}} \\ \cancel{m} v_0^2 = \cancel{m} v_f^2 + \frac{3}{2} \cancel{M} \cancel{R^2} \cdot \frac{V^2}{\cancel{R^2}} \end{cases} \qquad \begin{cases} v_0 \cancel{R} = v_f \cdot \cancel{R} + \frac{3}{2} V \cdot \cancel{R} \\ v_0^2 = v_f^2 + \frac{3}{2} V^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_0 - v_f = \frac{3}{2} V \\ (v_0 - v_f)(v_0 + v_f) = \frac{3}{2} V^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} v_0 - v_f = \frac{3}{2} V \\ \cancel{\tfrac{3}{2} V} (v_0 + v_f) = \cancel{\tfrac{3}{2}} V^{\cancel{2}} \end{cases} \qquad \begin{cases} v_0 - v_f = \frac{3}{2} V \\ v_0 + v_f = V \end{cases}$$

$(+)$ $\quad 2 v_0 = \frac{5}{2} V \quad \rightarrow \quad \boxed{V = \frac{4}{5} v_0}$

$(-)$ $\quad 2 v_f = -\frac{1}{2} V \quad \rightarrow \quad v_f = -\frac{1}{4} V = -\frac{1}{\cancel{4}} \cdot \frac{\cancel{4}}{5} v_0 = -\frac{1}{5} v_0 \quad \boxed{v_f = -\frac{1}{5} v_0}$

Il corpo m
rimbalza verso
SINISTRA

(b) Calcolo l'impulso tramite il TEOREMA dell'IMPULSO

Impulso ricevuto da m: $I_m = P_m(B) - P_m(A) =$

$$= m v_f - m v_0 = m\left(-\frac{1}{5}v_0\right) - m v_0 = -\frac{6}{5} m v_0$$

Impulso ricevuto da M a causa di m:

$$I_{M_1} = -I_m = \boxed{+\frac{6}{5} m v_0 = I_{M_1}}$$ ricevuto da M a causa di m

Impulso TOTALE ricevuto da M: teorema dell'IMPULSO

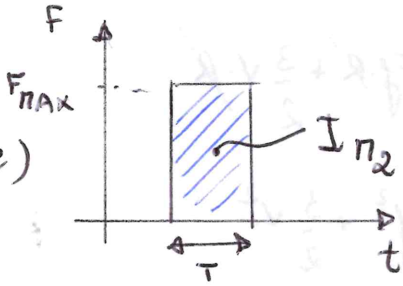
$$I_M = P_M(B) - P_M(A) \qquad \text{ma } I_M = \underbrace{I_{M_1}}_{\text{a causa di } m} + \underbrace{I_{M_2}}_{\text{a causa del PIANO}}$$

$$I_{M_1} + I_{M_2} = M \cdot V - 0$$

$$\frac{6}{5} m v_0 + I_{M_2} = M \cdot V \;\to\; I_{M_2} = M \cdot V - \frac{6}{5} m v_0 = m \cdot \frac{4}{5} v_0 - \frac{6}{5} v_0 = \boxed{-\frac{2}{5} m v_0}$$

Impulso ricevuto dal PIANO (= ATTRITO)

(c)



$$T \cdot F_{MAX} = I_{M_2}$$

$$F_{MAX} = I_{M_2}/T = -\frac{2}{5} \cdot m v_0 / T \qquad \boxed{|F_{MAX}| = \frac{2}{5} \frac{m v_0}{T}}$$

PURO ROTOLAMENTO: $|F| \le \mu_s \cdot N$

• $N = Mg = mg \;\to\; \frac{2}{5} \frac{\cancel{m} v_0}{T} \le \mu_s \cdot \cancel{m} g$

$$\mu_s \ge \frac{2 v_0}{5 g \cdot T} = \frac{2}{5} \cdot \frac{10^3 \cancel{m}}{3600 \cancel{s}} \cdot \frac{\cancel{s^2}}{9,81 \cancel{m}} \cdot \frac{1}{10^{-3} \cancel{s} \cdot 10} = 1,13$$

$$\boxed{\mu_s \ge 1,13}$$