Politecnico di Milano
a.a. 2018-2019 - Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione
Corso di Laurea in Ingegneria Fisica

Fisica Sperimentale I

I Appello – 24/06/2019

Giustificare le risposte e scrivere in modo chiaro e leggibile. Sostituire i valori numerici solo alla fine, dopo aver ricavato le espressioni letterali. Scrivere in stampatello nome, cognome, matricola e firmare ogni foglio.

ESERCIZIO 1

Un fuoco d'artificio di massa m = 500 g viene lanciato verticalmente da terra. La sua velocità iniziale è pari a $\vec{v}_0 = 10$ m/s $\vec{u}_z$. Quando raggiunge una velocità pari a $\vec{v}_s = 4$ m/s $\vec{u}_z$, esplode dividendosi in tre parti di massa $m_1 = M/2$, $m_2 = M/3$ e $m_3 = M/6$. Appena dopo lo scoppio, si osserva che il frammento di massa m_1 ha velocità pari a $\vec{v}_1 = (6\vec{u}_x - 2\vec{u}_y)$ m/s mentre il frammento di massa m_2 ha velocità pari a $\vec{v}_2 = (-12\vec{u}_x + 6\vec{u}_y)$ m/s.

(a) Calcolare l'altezza da terra a cui il fuoco d'artificio esplode e la velocità del frammento di massa m_3 dopo lo scoppio;
(b) Calcolare la variazione di energia cinetica del sistema prima e dopo lo scoppio;
(c) Determinare in che ordine cadono al suolo i tre frammenti e calcolarne i tempi di caduta a partire dallo scoppio.

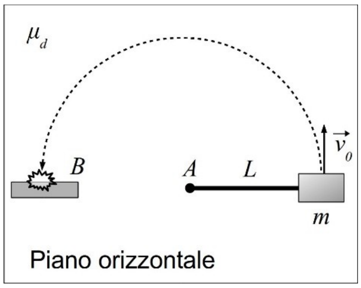
ESERCIZIO 2

Un corpo di massa *m,* legato al perno *A* attraverso una fune ideale di lunghezza *L*, si muove con velocità iniziale $\boldsymbol{v_0}$ su un piano *orizzontale* scabro. Dopo avere percorso una semicirconferenza attorno al perno, il suo moto si arresta contro la parete *B*.

(a) Si determini il massimo valore del coefficiente di attrito dinamico μ_d^{MAX} affinché il corpo raggiunga la parete.

Se ora $\mu_d < \mu_d^{MAX}$:

(b) Si calcolino la tensione della fune subito prima dell'impatto e l'impulso esercitato dalla parete. Di entrambi si dica modulo, direzione e verso.
(c) Esistono istanti in cui l'accelerazione del corpo è ortogonale alla traiettoria? Si giustifichi la risposta.



ESERCIZIO 3

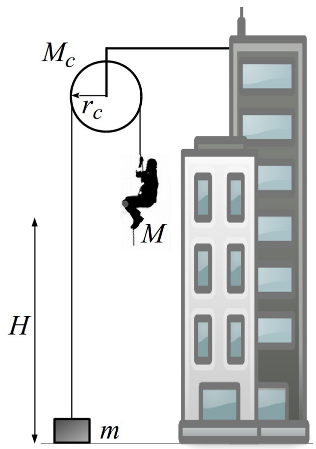
Una persona di massa *M* si trova al terzo piano di un palazzo, a quota *H*. Per poter arrivare al piano terra più rapidamente, decide di usare il sistema indicato in figura, costituito da una carrucola cilindrica con raggio r_C e massa M_C, una fune ideale e un contrappeso di massa *m*: la persona si appende alla fune e, partendo da ferma, si lascia cadere.

(a) Determinare l'accelerazione di caduta della persona, e le tensioni delle funi;
(b) Calcolare il tempo necessario alla caduta.

Si assuma ora che la persona abbia massa $M = 80\ kg$, e che la sua quota iniziale sia $H = 10\ m$. Inoltre La carrucola abbia massa $M_C = 40 kg$ e raggio $r_C = 25 cm$.

(c) Quale è *l'intervallo di valori* che può avere la massa *m* affinché la persona arrivi a terra con velocità *inferiore* a *4 m/s*?

[momento d'inerzia di un cilindro di massa m e raggio r: $I = mr^2/2$]



ESERCIZIO 4

Cinque moli di gas perfetto si trovano in un cilindro di diametro $d = 30$ cm, chiuso da un pistone scorrevole. Le pareti laterali del cilindro e il pistone sono *adiabatici*, mentre il fondo del cilindro è in contatto termico con un serbatoio molto grande contenente una miscela di acqua e ghiaccio all'equilibrio termico. Inizialmente sul gas agisce una pressione $p = 10^5$ Pa, dovuta alla pressione esterna e al peso del pistone. Successivamente il gas viene compresso aggiungendo sul pistone una massa M = 70 kg di sabbia. Si calcolino:

(i) la massa *m* di ghiaccio che si fonde durante la compressione del gas;
(ii) la variazione di entropia ΔS_u dell'universo:

nei due seguenti casi:
(a) La sabbia è aggiunta *molto lentamente*, in modo tale che in ogni istante il gas e il termostato siano all'equilibrio termodinamico
(b) Tutta la sabbia sia bruscamente appoggiata sul pistone

[Calore latente di fusione del ghiaccio $\lambda_g = 3.335 \times 10^5$ J/kg. Costante universale dei gas R = 8.314 J/(mol K)]

Politecnico di Milano
a.a. 2018-2019 - Scuola di Ingegneria Industriale e dell'Informazione
Corso di Laurea in Ingegneria Fisica

Fisica Sperimentale I
I Appello – 24/06/2019

SOLUZIONI

ESERCIZIO 1

(a) Per il calcolo dell'altezza dell'esplosione, utilizziamo la cinematica.

$$z = v_{0z} t - \frac{1}{2} g t^2$$
$$v_z = v_{0z} - g t$$

Imponendo v_z=4m/s, si ottiene l'istante dell'esplosione, e quindi la corrispondente quota massima:

$$\boxed{h_{esp} = 4.28 \text{ m}}$$

(b) La velocità del corpo prima dell'esplosione corrisponde alla velocità del centro di massa, che si preserva anche a dopo l'esplosione. Dunque la velocità v3 si può trovare imponendo:

$$M \vec{v}_z = \frac{M}{2} \vec{v}_1 + \frac{M}{3} \vec{v}_2 + \frac{M}{6} \vec{v}_3$$ sa cui si ottiene $$\boxed{\vec{v}_3 = (6 \vec{u}_x - 6 \vec{u}_y + 24 \vec{u}_z) m/s}$$

(c) Il tempo di caduta di ciascun frammento dipende dalla velocità in direzione *z*. I frammenti 1 e 2 non hanno velocità in *z*, e arrivano al suolo insieme. Il calcolo del tempo di caduta avviene secondo le equazioni utilizzate al punto (a). Risulta:

$$\boxed{t_1 = t_2 = 0.934 \text{ s}, \ t_3 = 5.06 \text{ s}}$$

Esercizio 2

(a) La condizione limite descritta in questo punto è che l'attrito è così alto che la particella arriva contro l'ostacolo con velocità praticamente nulla. Imponiamo allora il teorema dell'energia meccanica totale fra i due istanti notevoli del moto: istante iniziale (particella in moto con velocità $\boldsymbol{v_0}$, come rappresentata nella figura dell'esercizio) e istante finale (particella presso l'ostacolo, praticamente ferma):

E(*finale*) – *E*(*iniziale*) = L_{NC} (dove L_{NC} è il lavoro delle forze non conservative)

$$0 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -\mu_{d\,max}\, m g \pi L$$

da cui si ricava μ_d^{MAX}:

$$\mu_{d\,max} = \frac{v_0^2}{2 g \pi L}$$

(b) Se $\mu_d < \mu_d^{MAX}$, il corpo impatta la parete nel punto B con velocità v_B non nulla; il teorema dell'energia meccanica totale diviene allora:

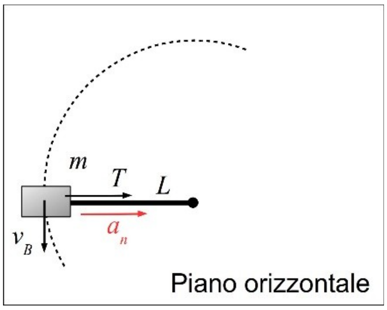
$$\frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -\mu_d\, m g \pi L$$

da cui si può ricavare l'espressione di v_B o v_B^2.

Il moto appena prima dell'urto è un moto circolare, descritto dalla legge di Newton:

$$F = m a_n$$

dove F è la forza lungo il raggio, che in questo caso è la sola tensione T della fune, mentre a_n è l'accelerazione normale. Quindi l'equazione diviene:



$$T = m\frac{v_B^2}{L}$$

In base al *teorema dell'impulso*, l'impulso esercitato dalla parete sul corpo è la variazione della quantità di moto del corpo stesso tra l'istante immediatamente precedente e successivo all'urto. Se il verso positivo è quello verso l'alto, il teorema dell'impulso è:

$$I = Q_{dopo} - Q_{prima} = 0 - m v_B$$

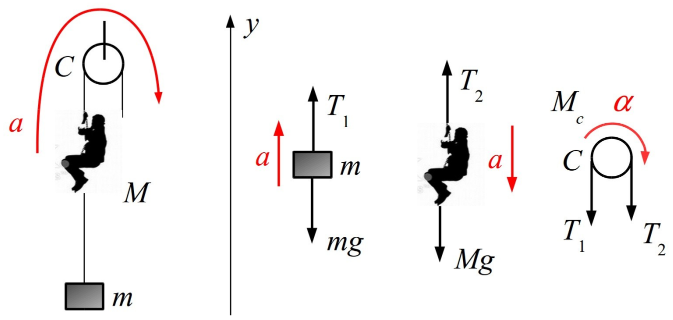
L'impulso ha dunque direzione verticale e sarà rivolto verso l'alto.

(c) Si chiede in sostanza se ci sono degli istanti in cui la accelerazione tangenziale è nulla. La risposta è <u>no</u>: poiché agisce sempre la forza d'attrito (che è tangente alla traiettoria), c'è sempre una componente della accelerazione tangente alla traiettoria.

Esercizio 3

(a) E' necessario scrivere le leggi di Newton per la traslazione, e la seconda equazione cardinale della dinamica per la rotazione, per tutti i corpi del sistema, dopo aver scelto una direzione convenzionale per l'accelerazione.

Il sistema da risolvere è dunque:



$$\begin{cases} T_1 - mg = ma \\ T_2 - Mg = -Ma \\ T_2 - T_1 = \frac{1}{2} M_c r_c^2 \alpha \end{cases}$$

Da cui si ricava:

$$\begin{cases} T_1 = \dfrac{2M + \frac{1}{2}M_c}{M + m + \frac{1}{2}M_c} mg \\ T_2 = \dfrac{2m + \frac{1}{2}M_c}{M + m + \frac{1}{2}M_c} Mg \\ a = \dfrac{M - m}{M + m + \frac{1}{2}M_c} g \end{cases}$$

(b) Per il calcolo del tempo di caduta, basta scrivere l'equazione del moto uniformemente accelerato:

$y = H - 1/2\ at^2$

e risolvere imponendo $y = 0$. Dunque:

$$\boxed{t=\sqrt{\frac{2H}{a}}}$$

(c) La velocità della persona quando arriva a terra è:

$$v=at=a\sqrt{\frac{2H}{a}}=\sqrt{2Ha}$$

Dunque basta imporre $\sqrt{2Ha}<4\,m/s$, cioè $a<\frac{4}{5}m/s^2$. Sostituendo l'espressione di *a* data dalla (1), si ottiene una disequazione in cui l'unica incognita è *m*. Si ottiene:

$$m > 66.43\ kg$$

e ricordando che deve anche essere $m < M$, altrimenti la persona non cade, si ha:

$$\boxed{66.43\ kg < m < 80\ kg}$$

ESERCIZIO 4

Si tratta di trasformazioni isoterme, ma fra la situazione (i) e la (ii) cambia la reversibilità.
(a) In questo caso la transizione è reversibile, e dunque si può calcolare il lavoro e il calore scambiato tramite queste espressioni:

$$Q=\Delta U+L=0+L=nRT\ln\left(\frac{P_0}{P_1}\right)=-1052.8\,J$$ ceduto dal gas, e dunque assorbito dal ghiaccio

Dal calore assorbito calcoliamo poi la quantità di ghiaccio sciolto:

$$\boxed{m=\frac{Q}{\lambda}=3.15\,g}$$

La variazione di entropia dell'universo è la somma della variazione di entropia del ghiaccio e del gas. In tal caso risulta:

$$\boxed{\Delta S=\Delta S_{gas}+\Delta S_{miscela}=\frac{Q}{T}+nR\ln\left(\frac{P_1}{P_o}\right)=0}$$

(b) La sabbia è aggiunta tutta insieme bruscamente, e dunque la trasformazione è irreversibile. Si segue il medesimo procedimento del punto (a), ma questa volta cambia il modo di calcolare il lavoro compiuto dal gas:

$$Q=\Delta U+L=0+L=P_{est}\left(V_1-V_0\right)=1103\,J$$

da cui si ricava

$$\boxed{m=\frac{Q}{\lambda}=3.3\,g}$$

La variazione dell'entropia invece vale:

$$\boxed{\Delta S = \Delta S_{gas} + \Delta S_{miscela} = \frac{Q}{T} + nR \ln\left(\frac{P_1}{P_o}\right) = 0.1843\ J/K}$$