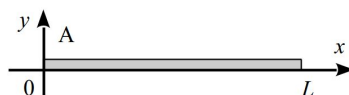


## Esercitazione 09: Dinamica del Corpo Rigido

- Due pompelmi aventi stessa massa  $m = 200$  g sono collegati da un'asta, di massa trascurabile, di lunghezza  $d = 30$  cm ed inclinata di  $\theta = 30^\circ$  rispetto all'orizzontale, che può ruotare nel piano orizzontale attorno ad un perno posto nel centro dell'asta. Il sistema viene fatto ruotare a velocità costante  $\omega = 60$  rad/s. Trovare:
  - il momento angolare  $L_{\text{tot}}$  e le sue componenti parallela  $L_{\parallel}$  e perpendicolare  $L_{\perp}$  all'asse di rotazione;
  - il momento  $M$  delle forze esterne;
  - la relazione tra le due grandezze.

$$L_{\text{tot}} = 0.468 \text{ kgm}^2/\text{s}; L_{\parallel} = 0.405 \text{ kgm}^2/\text{s}; L_{\perp} = 0.234 \text{ kgm}^2/\text{s}; M = 14 \text{ Nm}.$$

- Si consideri un'asta uniforme di massa  $m$  e lunghezza  $L$ . Calcolare il momento d'inerzia relativo a un asse di rotazione parallelo all'asse  $y$ :
  - passante per l'estremità A;
  - passante per il centro di massa CM.



$$(a) I_A = 1/3 mL^2 \quad (b) I_{\text{CM}} = 1/12 mL^2 ;$$

- Si consideri un'asta non uniforme con densità lineare  $\lambda(x) = H \cdot x$  con  $H = 2 \text{ g/cm}^2$  e  $L = 1 \text{ m}$ . Calcolare il momento d'inerzia relativo a un asse di rotazione parallelo all'asse  $y$ :
  - passante per l'estremità A;
  - passante per il centro di massa CM.



$$I_A = 1/4 \cdot HL^4 = 5 \text{ kgm}^2 \quad I_{\text{CM}} = 1/36 \cdot HL^4 = 5/9 \text{ kgm}^2;$$

- Calcolare il momento d'inerzia di una lastra rettangolare di lati  $a$  e  $b$  rispetto ad un asse:
  - posto nel piano della lastra e passante per il suo centro di massa;
  - ortogonale al piano della lastra e passante per il centro di massa.

$$(a) I = 1/12 \cdot ma^2 \quad (b) I = 1/12 \cdot m(a^2 + b^2)$$

5. Calcolare il momento d'inerzia di una trave lunga  $L$  e sezione rettangolare di lati  $a$  e  $b$  rispetto ad un asse ortogonale alla lunghezza della trave, parallelo ad un asse di simmetria della sezione e passante per il piano della base.

$$I = 1/3 \cdot m(1/4a^2 + L^2);$$

6. Calcolare il momento d'inerzia di un anello di raggio  $R$  e massa  $m$  rispetto ad un asse:

- (a) ortogonale al piano dell'anello e passante per il suo centro (asse  $z$ );
- (b) posto nel piano dell'anello e passante per il suo centro (assi  $x$  ed  $y$ )

$$(a) I_z = mR^2 \quad (b) I_x = I_y = 1/2 mR^2$$

7. Calcolare il momento d'inerzia di un disco circolare di raggio  $R$  e massa  $m$  rispetto ad un asse ortogonale al piano del disco e passante per il centro (asse  $z$ ).

$$I_z = 1/2 \cdot mR^2$$

8. Calcolare il momento d'inerzia di:

- (a) una sfera di massa  $m$  e raggio  $R$ , cava, attorno ad un qualunque asse passante per l'origine;
- (b) una palla di massa  $m$  e raggio  $R$ , piena, attorno ad un qualunque asse passante per l'origine;
- (c) un cono, attorno all'asse perpendicolare alla base del cono e passante per il vertice del cono.

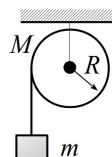
$$(a) I_{\text{sfera}} = \frac{2}{3}MR^2, (b) I_{\text{palla}} = \frac{2}{5}MR^2, (c) I_{\text{cono}} = \frac{3}{10}MR^2$$

9. Due mele Melinda di massa  $m_1 = 100$  g e  $m_2 = 200$  g sono collegate da un'asta, di massa trascurabile e lunga  $d = 50$  cm, che può ruotare nel piano orizzontale attorno ad un perno posto nel centro dell'asta. Il sistema ruota inizialmente con velocità angolare  $\omega = 80$  rad/s. A causa dell'attrito costante del perno, il sistema in rotazione si ferma dopo  $n = 20$  giri. Determinare:

- (a) l'accelerazione angolare  $\alpha$ ;
- (b) il tempo  $t_s$  impiegato dal sistema a fermarsi;
- (c) il modulo del momento d'attrito  $M_d$ .

$$\alpha = -25.47 \text{ rad/s}; t_s = \pi \text{ s}; M = 0.48 \text{ N m}.$$

10. Calcolare l'accelerazione del corpo di massa  $m$  e la tensione della fune del sistema indicato in figura. La fune, inestensibile e di massa trascurabile, sia arrotolata al tamburo di massa  $M = 10m$  e raggio  $R$ .



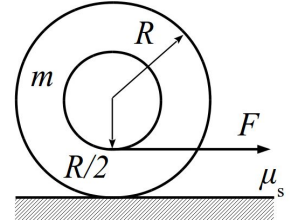
$$a = g/6 \quad T = 5/6 \cdot mg;$$

11. Attorno ad una confezione cilindrica di Pringles alla paprika è stato avvolto uno spago di massa trascurabile; determinare la legge del moto della confezione quando lasciata libera di srotolarsi dallo spago.

$$a = 2/3g$$

12. Lo yo-yo rappresentato in figura ha massa  $m$  e raggio  $R$ , e viene tirato da una forza  $F$  tramite una fune avvolta attorno al tamburo centrale di raggio  $R/2$ . Fra lo yo-yo e il piano l'attrito statico vale  $\mu_s$ .

- (a) Calcolare l'accelerazione del sistema, assumendo che ci sia perfetto rotolamento.  
(b) Quale è il valore di  $F$  necessario affinché lo yo-yo non scivoli?

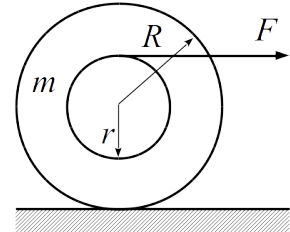


$$(a) \quad a = \frac{F}{3m} \quad F < \frac{3}{2}\mu_s mg;$$

13. Un pendolo conico, fissato all'estremità superiore al soffitto, è costituito da un'asta omogenea di massa  $m$  e lunga  $l$  che ruota intorno a un asse verticale a velocità angolare  $\omega$ . Trovare l'angolo  $\theta$  che l'asta forma costantemente con la verticale.

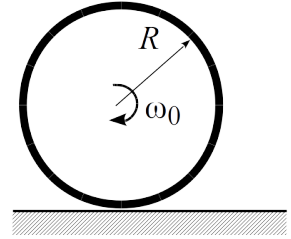
$$\cos \theta = \frac{3}{2} \frac{g}{\omega^2 l}$$

14. Una ruota con momento d'inerzia  $I$  e raggio  $R$  è appoggiata ferma su un piano scabro con coefficiente di attrito statico  $\mu_s$ . Ad un certo istante  $t > 0$ , la ruota viene messa in rotazione per mezzo di una forza  $F$  applicata ad una fune avvolta attorno ad un supporto circolare di massa trascurabile e di raggio  $r < R$ , come rappresentato in figura.



- Nell'istante  $t = 0$ , è verificata la condizione di moto di puro rotolamento? Cosa succede negli istanti successivi?
  - Ipotizzando che il moto sia di puro rotolamento, come è diretta la forza d'attrito statico  $F_s$ ?
- a. La ruota è ferma, perciò  $\omega R = v = 0$ . Il moto è di puro rotolamento. Dopo aver applicato la forza  $F$ , il moto si mantiene di puro rotolamento se  $F_s < \mu_s mg$ . b. Verso destra se  $r > I/(mR)$ , verso sinistra se  $r < I/(mR)$ .

15. Un anello di raggio  $R$  e massa  $m$  sta ruotando attorno al suo centro di massa con velocità angolare  $\omega_0$ , mentre la velocità del centro di massa è nulla. Ad un certo istante  $t = 0$ , l'anello viene appoggiato su una superficie scabra con coefficiente di attrito dinamico  $\mu_d$  e coefficiente di attrito statico  $\mu_s$ .



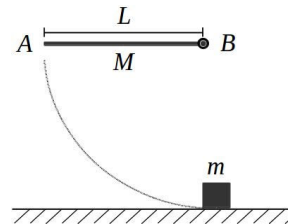
- Nell'istante  $t = 0$ , è verificata la condizione di moto di puro rotolamento? Perché?
- Calcolare il tempo  $t_s$  a cui il moto diventa di puro rotolamento. Quanto vale la forza d'attrito per  $t > t_s$ ?

a. No.  $v = 0, \omega = \omega_0$ . b.  $t_s = \omega_0 R / (2\mu_d g)$ .

16. Una sfera di raggio  $R$  e massa  $m$  si trova ferma in cima ad un piano inclinato di altezza  $h$  e inclinato rispetto alla base di un angolo  $\alpha$ . Viene poi lasciata libera di rotolare fino in fondo. Determinare la velocità della sfera alla fine del piano inclinato.

$$v = \sqrt{10/7gh}$$

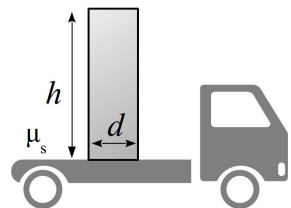
17. Un'asta AB, di lunghezza  $L = 1.2$  m e massa  $M = 0.5$  kg è incernierata nel suo estremo B ad un perno fisso, e può oscillare senza attrito in un piano verticale. Nell'istante  $t = 0$  l'asta, inizialmente in quiete in posizione orizzontale, viene lasciata libera di ruotare. Raggiunta la posizione verticale, l'asta urta un piccolo oggetto, inizialmente fermo, di massa  $m = 0.25$  kg. L'urto è completamente anelastico, e il corpo di massa  $m$  resta attaccato all'asta. Determinare:



- la velocità angolare dell'asta un istante prima di colpire il corpo;
- la velocità  $v_0$  con cui il corpo di massa  $m$  si muove subito dopo l'urto;
- l'angolo massimo formato dai due corpi rispetto alla verticale.

$$\omega = 4.95 \text{ rad/s}, v_0 = 2.377 \text{ m/s}, \cos(\theta_{\max}) = 4/5$$

18. Un furgone sta trasportando un grosso carico omogeneo di altezza  $h = 2$  m e larghezza alla base  $d = 50$  cm. Il coefficiente di attrito statico fra il piano e il carico vale  $\mu_s = 0.5$ . A un certo punto, il furgone deve frenare per potersi fermare a un semaforo. Quanto è la massima decelerazione affinché il carico non scivoli e non si ribalti?



$$a_{\max} = 2.45 \text{ m/s}^2$$