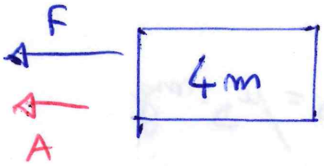
ESERCIZIO 1

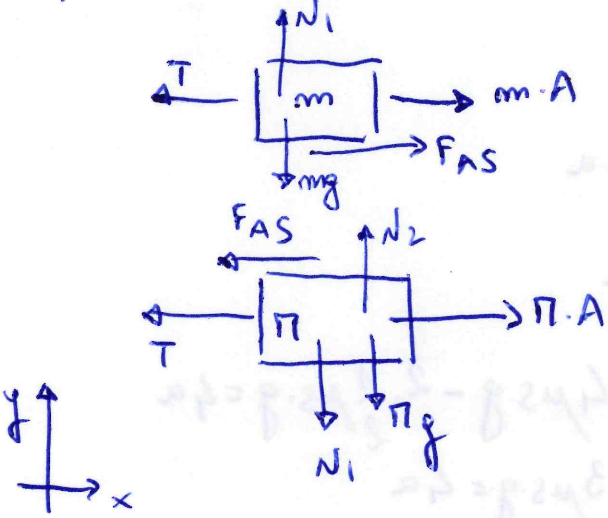
(a) Il sistema masse + vagone ha massa $m + M = m + 3m = 4m$.



$\boxed{F = 4m \cdot A}$ forza applicata al vagone.

(b): forze apparenti:
$m \cdot A$
$M \cdot A$

(b) nel sistema NON INERZIALE del vagone:



$$\begin{cases} mA + F_{AS} - T = 0 \\ M \cdot A - F_{AS} - T = 0 \\ N_1 - mg = 0 \end{cases}$$

$N_1 = mg$

⊖ sottrazione fra le prime due:

$mA - MA + 2F_{AS} = 0$

$2F_{AS} = (M - m) \cdot A$

$2F_{AS} = 2m \cdot A$ $\quad F_{AS} = m \cdot A$

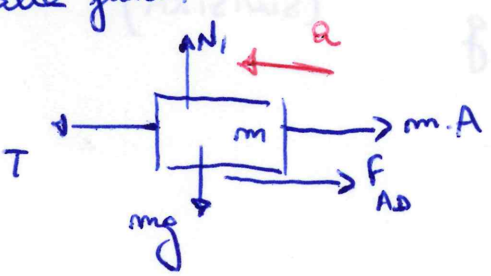
I corpi NON scivolano se:

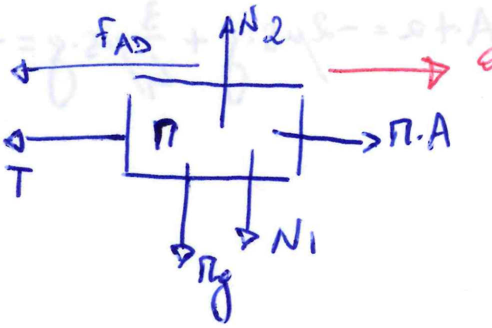
$F_{AS} \leq \mu_S \cdot N_1 \qquad \cancel{m} \cdot A \leq \mu_S \cdot \cancel{m} g \qquad A \leq \mu_S \cdot g$

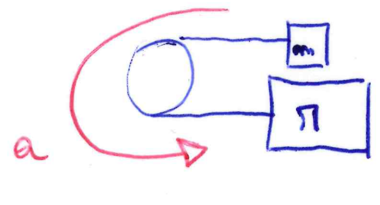
$\boxed{A_{MAX} = \mu_S \cdot g}$

(d) $A = 2A_{MAX} = 2 \cdot \mu_S \cdot g$

- M (più pesante) è trascinato verso destra dalla forza apparente
- I due corpi accelerano con la stessa accelerazione, poiché sono legati dalla fune:







Equazioni della dinamica:

$$\begin{cases} m\cdot A - T + f_{AD} = -m\cdot a \\ M\cdot A - T - f_{AD} = +M\cdot a \\ N_1 - mg = 0 \end{cases} \quad \rightarrow N_1 = mg \rightarrow f_{AD} = \mu_D \cdot mg$$

⊖ sottrazione fra le prime due:

$$(M-m)A - 2f_{AD} = (M+m)a$$

$$(M-m)\cdot 2\mu_S \cdot g - 2\mu_D \cdot mg = (M+m)a$$

$$2\cancel{m}\cdot 2\mu_S g - 2\mu_D \cdot \cancel{m}g = 4\cancel{m}\cdot a$$

$$4\mu_S \cdot g - 2\mu_D \cdot g = 4\cdot a \qquad 4\mu_S \cdot g - 2\cdot \frac{1}{2}\mu_S \cdot g = 4a$$

$$3\mu_S \cdot g = 4a$$

$$\boxed{a = \frac{3}{4}\mu_S \cdot g}$$

- m accelera verso SINISTRA con accelerazione $\frac{3}{4}\mu_S \cdot g = a$
- M accelera verso DESTRA con accelerazione $\frac{3}{4}\mu_S \cdot g = a$

} nel SISTEMA NON INERZIALE

nel sistema di riferimento INERZIALE: $O \rightarrow x$

$$a_m = -A - a = -2\mu_S \cdot g - \frac{3}{4}\mu_S \cdot g = -\frac{11}{4}\mu_S \cdot g \quad \text{(SINISTRA)}$$

$$a_M = -A + a = -2\mu_S \cdot g + \frac{3}{4}\mu_S \cdot g = -\frac{5}{4}\mu_S \cdot g \quad \text{(SINISTRA)}$$

ESERCIZIO 2

Una macchina di Carnot ideale costituita da 10 moli di gas perfetto opera tra due termostati a temperature $T_1 = 26.85°C$ e $T_2 = 126.85°C$. Ad ogni ciclo, la macchina cede termostato freddo una quantità di calore pari a 30000 J. Calcolare:

a) il rendimento del ciclo, il lavoro compiuto dal gas e il calore che il gas assorbe dal termostato caldo

b) il rapporto tra il volume finale e il volume iniziale per le due isoterme

$T_1 = 300\,K$
$T_2 = 400\,K$

a) $\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{300}{400} = \frac{1}{4}$

b) $\eta = \frac{L}{Q_{ass}} = \frac{L}{L - Q_{ced}}$ $\quad (L - Q_{ced})\eta = L$

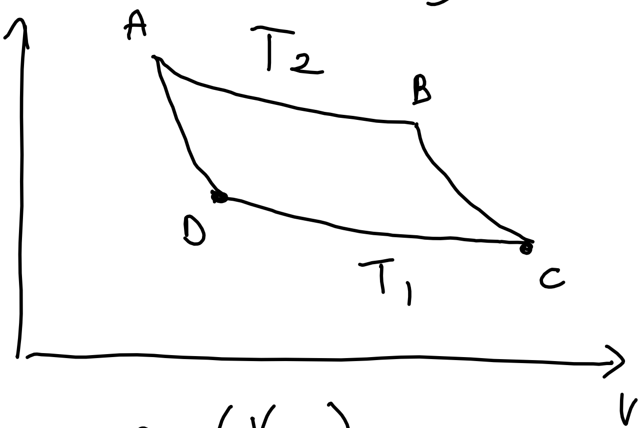
$L(\eta - 1) = Q_{ced}\,\eta$ $\quad L = \frac{\eta}{\eta - 1} Q_{ced} = \frac{\eta}{1-\eta}|Q_{ced}|$

$L = \frac{-}{1-\eta}|Q_{ced}| = \frac{4}{\frac{3}{4}}|Q_{ced}| = 10000\,J$

$Q_{ass} = L - Q_{ced} = 10000\,J + 30000\,J = 40000\,J$

b) $V_D/V_C = ?$ $\quad V_B/V_A = ?$

lungo l'isoterma a temp. minore (T_1) cedo calore



$Q_{ced} - L_{CD} = 0$

$L_{CD} = +Q_{ced} = -30000\,J = nRT_1 \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right)$

$\frac{V_D}{V_C} = \exp\left(\frac{L_{CD}}{nRT_1}\right) = \exp\left(\frac{-\cancel{30000}^{\,1}\,\cancel{J}}{\cancel{10\,mol}\ 8.314\,\frac{\cancel{J}}{\cancel{mol\,K}}\ \cancel{300}\,\cancel{K}}\right) = \exp\left(-\frac{10}{8.314}\right)$

$\simeq 0.3$

Analogamente, lungo T_2 assorbo calore $Q_{ass} = L_{AB}$

$$\frac{V_B}{V_A} = \exp\left(\frac{L_{AB}}{nRT_2}\right) = \exp\left(\frac{Q_{ass}}{nRT_2}\right) = \exp\left(\frac{40000}{10 \cdot 8.314 \cdot 400}\right) =$$

$$= \exp\left(\frac{10}{8.314}\right) = 1/\left(\frac{V_D}{V_C}\right) \simeq \frac{1}{0.3} \simeq \frac{10}{3}$$

La trasformazione isoterma a temp. T_1 viene sostituita da una trasf. irreversibile che connette gli stessi stati iniziale e finale. A causa di questa modifica si osserva ad ogni ciclo un aumento dell'entropia dell'universo pari a $\Delta S_{univ} = 10\ J/K$

c) Calcolare in questo caso il calore ceduto alla sorgente fredda e il rendimento η_{irr} della macchina

Prima di sostituire isoterma rev. con irrev

$$\Delta S_{TOT} = \Delta S_{AB} + \Delta S_{CD} = 0 \qquad \Delta S_{AB} = \frac{Q_{ass}}{T_2} = \frac{40000\,J}{400\,K} = \frac{100\,J}{K}$$

$$\Delta S_{CD} = \frac{Q_{ced}}{T_1} = \frac{-30000\,J}{300\,K} = \frac{-100\,J}{K}$$

Dunque, per le sorgenti

$$\Delta S_{sorg} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 0 \qquad \Delta S_1 = -\Delta S_{CD} = -\frac{Q_{ced}}{T_1}$$

$$\Delta S_2 = -\Delta S_{AB} = -\frac{Q_{ass}}{T_2}$$

Sostituendo con l'irreversibile, cambia ΔS_1, che diventa $\Delta S_1'$, il calore ceduto è Q_{ced}', e $\Delta S_{univ} = \Delta S_{sorg} = 10\ J/K$

$$\Delta S_{univ} = \frac{10\,J}{K} = \Delta S_1' + \Delta S_2 = -\frac{Q_{ced}'}{T_1} - \frac{Q_{ass}}{T_2}$$

$$\frac{Q_{ced}'}{T_1} = -\Delta S_{univ} - \frac{Q_{ass}}{T_2}$$

$$Q_{ced}' = -\Delta S_{univ} \cdot T_1 - \frac{Q_{ass} T_1}{T_2} = -\frac{10\,J}{K} \cdot 300\,K - 40000\,J \cdot \frac{300\,K}{400\,K}$$

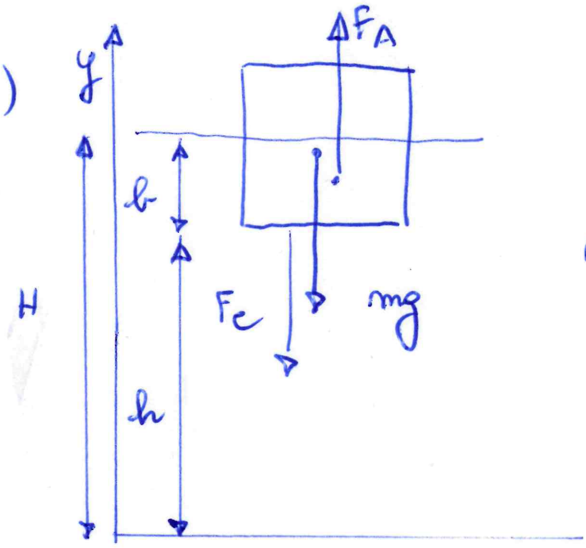
$$= -33000\,J$$

Allora il rendimento diventa:

$$\eta_{IRR} = 1 + \frac{Q_{ced}'}{Q_{ass}} = 1 - \frac{33000}{40000} = 17.5\%$$

ESERCIZIO 3

(a)



F_A: spinta archimede $\quad F_A = S \cdot b \cdot \rho \cdot g$

F_e: forza elastica $\quad F_e = k \cdot h$

all'equilibrio:

$$\begin{cases} H = h + b \\ F_A - F_e - mg = 0 \end{cases} \quad \rightarrow b = H - h$$

$$S \cdot b \cdot \rho \cdot g - k \cdot h - mg = 0$$

$$S(H-h) \cdot \rho \cdot g - k \cdot h - mg = 0$$

$$\rho g \, S \cdot H - S \cdot h \rho g - k \cdot h - mg = 0$$

$$\rho g \cdot S \cdot H - mg = S \cdot h \rho g + k \cdot h$$

$$(\rho \cdot S \cdot H - m) g = h (S \cdot \rho \cdot g + k)$$

$$\boxed{h = \frac{\rho \cdot S \cdot H - m}{S \cdot \rho \cdot g + k} g}$$

allungamento molla

(b) $b = H - h$

$$= H - \frac{\rho S H - m}{S \cdot \rho \cdot g + k} g = \frac{\cancel{S \rho g H} - \cancel{S \rho g H} + mg}{S \cdot \rho \cdot g + k} = \boxed{\frac{mg}{S \cdot \rho \cdot g + k} = b}$$

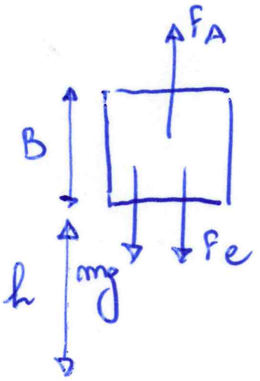
parte sommersa

(c) $h = 0$ se

$$\rho \cdot S H - m = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{H = \frac{m}{\rho \cdot S}}$$

livello minimo

(d)



$$F_A - mg - F_e = 0 \qquad S \cdot B \cdot \rho \cdot g - mg - k \cdot h = 0$$

$$S \cdot B \rho \cdot g - mg = k \cdot h$$

$$h = \frac{S \cdot B \cdot \rho \cdot g - mg}{k} = \boxed{\frac{S \cdot B \cdot \rho - m}{k} \cdot g = h}$$