



**Politecnico di Milano**

**Fisica Sperimentale 1 (prof. Claudia Dallera)**

**a.a. 2008-2009 - Facoltà dei Sistemi – Corso di Laurea in Ingegneria Fisica**

II prova in itinere - 01/07/2009

*Giustificare le risposte e scrivere in modo chiaro e leggibile. Sostituire i valori numerici solo alla fine, dopo aver ricavato le espressioni letterali. Scrivere in stampatello nome, cognome, matricola e firmare ogni foglio.*

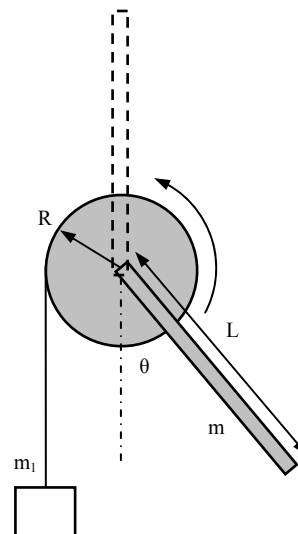
1. Una sbarra omogenea lunga  $L$  e di massa  $m$  (momento d'inerzia dell'asta rispetto al centro di massa  $I_C = 1/12 mL^2$ ) è saldata per un'estremità all'asse di un disco di raggio  $R$ , di massa trascurabile rispetto a quella della sbarra. Il sistema può ruotare senza attrito attorno all'asse del disco, disposto orizzontalmente, ed è tenuto in equilibrio da un corpo di massa  $m_1$  agganciato ad un estremo di un filo ideale avvolto intorno al disco:

- a. determinare l'angolo di equilibrio  $\theta$  che l'asta forma con la verticale.

Ora al filo viene agganciato un altro corpo di massa  $m_2 = 2m_1$ :

- b. determinare la velocità angolare del sistema quando la sbarra si trova verticalmente come in figura.

$$[R = 10 \text{ cm}; m = 1 \text{ kg}; m_1 = 800 \text{ g}; L = 32 \text{ cm}]$$



2. Si enunci e si dimostri il principio di Archimede.

Un pallone aerostatico è perfettamente deformabile, ed inizialmente occupa un volume  $V_0$ . Il pallone contiene elio (gas monoatomico, massa molare  $m_{\text{mol}}$ ) con densità iniziale  $\rho_{\text{elio}}$ , e sta volando ad altezza costante; supponendo che la pressione all'interno del pallone sia quella atmosferica  $p_0$ , determinare

- a. la massa ed il numero di moli di elio contenute nel pallone;  
b. la massa  $m_0$  (considerata di volume trascurabile rispetto a quello del pallone) sorretta dal pallone durante il volo.

Si vuole aggiungere a bordo uno strumento di massa  $m_1$ :

- c. quale deve essere il nuovo volume del pallone per fare in modo che il sistema possa nuovamente volare ad altezza costante?  
d. quale sarà la temperatura del gas in tali condizioni?  
e. quanto calore è necessario fornire al gas contenuto nel pallone perché questo aumenti il suo volume sino al nuovo valore?

$$[m_{\text{mol}} = 4 \text{ g/mol}; \rho_{\text{aria}} = 1.2 \text{ kg/m}^3; \rho_{\text{elio}} = 0.162 \text{ kg/m}^3; p_0 = 101325 \text{ Pa}; V_0 = 900 \text{ m}^3; m_1 = 150 \text{ kg}]$$



3. Un recipiente isolato a pareti rigide contiene una miscela di acqua  $m_a$  e ghiaccio  $m_g$  alla temperatura  $T_0$ . Nel recipiente viene versata altra acqua  $m_1$  alla temperatura  $T_1$ . Determinare

- a. il valore della temperatura  $T_f$  di equilibrio;  
b. la variazione di entropia dell'intero processo.

$$[\lambda_f = 80 \text{ cal/g}; m_a = 300 \text{ g}; m_g = 600 \text{ g}; T_0 = 0^\circ\text{C}; m_1 = 1100 \text{ g}; T_1 = 80^\circ\text{C}]$$

4. Una mole di gas ideale monoatomico a pressione  $p_A$  e volume  $V_A$  svolge un ciclo frigorifero costituito da

- una trasformazione isobara reversibile che porta il gas a volume  $2V_A$ ;
- una trasformazione isoterma reversibile che riporta il gas a volume  $V_A$ ;
- infine una trasformazione irreversibile che chiude il ciclo, durante la quale il gas scambia calore con la sorgente  $T_A$  che in tale trasformazione varia la sua entropia di  $\Delta S$ .

Calcolare

- a. le temperature negli stati A, B e C, la pressione nello stato C;  
b. il calore scambiato ed il lavoro svolto durante ogni trasformazione del ciclo;  
c. l'efficienza del ciclo frigorifero.

$$[p_A = 10^3 \text{ Pa}; V_A = 1 \text{ m}^3; \Delta S = 16.6 \text{ J/K}]$$

1. Equilibrio dei momenti, calcolo rispetto all'asse di rotazione

$$m_1 g R = m g \frac{L}{2} \sin \theta \quad \sin \theta = \frac{m_1}{m} \frac{2R}{L} = 0.5 \quad \theta = \frac{\pi}{6}$$

Aggiungendo la massa  $m_2$ , il corpo comincia a ruotare; quando l'asta sarà verticale, il disco avrà ruotato di

$$h = R \left( \pi - \frac{\pi}{6} \right)$$

ed idem sarà disceso il filo; calcolo la variazione di energia potenziale e cinetica

$$\Delta U = -(m_1 + m_2) g h + m g \frac{L}{2} (1 + \cos \theta) = -3m_1 g R \left( \pi - \frac{\pi}{6} \right) + m g \frac{L}{2} (1 + \cos \theta)$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 \quad v = \omega R \quad I = \frac{1}{3} m L^2$$

$$\Delta K = \frac{3}{2} m_1 \omega^2 R^2 + \frac{1}{6} m R^2 \omega^2$$

Dalla conservazione dell'energia meccanica

$$\Delta U + \Delta K = 0 \quad -3m_1 g R \left( \pi - \frac{\pi}{6} \right) + m g \frac{L}{2} (1 + \cos \theta) + \frac{3}{2} m_1 \omega^2 R^2 + \frac{1}{6} m R^2 \omega^2 = 0$$

$$\omega = \frac{1}{R} \sqrt{g \frac{3m_1 R \frac{5}{6} \pi - m \frac{L}{2} (1 + \cos \theta)}{\frac{3}{2} m_1 + \frac{1}{6} m}} = \frac{1}{R} \sqrt{g \frac{15m_1 R \pi - 3Lm (1 + \cos \theta)}{9m_1 + m}} = 15.4 \text{ rad/s}$$

## 2. Condizioni iniziali

$$m_{\text{elio}} = \rho_{\text{elio}} V_0 = 145.8 \text{ kg}$$

$$n = \frac{m_{\text{elio}}}{m_{\text{mol}}} = 36\,450 \text{ mol}$$

$$T_0 = \frac{p_0 V_0}{nR} = 301 \text{ K}$$

$$c_V = \frac{3}{2} R$$

Equilibrio tra peso e forza d'Archimede

$$m_0 g + m_{\text{elio}} g = \rho_{\text{aria}} V_0 g$$

$$m_0 = \rho_{\text{aria}} V_0 - m_{\text{elio}} = 934.2 \text{ kg}$$

Con la massa aggiunta serve un volume del pallone pari a

$$(m_0 + m_1) g + m_{\text{elio}} g = \rho_{\text{aria}} V_1 g$$

$$V_1 = \frac{m_0 + m_1 + m_{\text{elio}}}{\rho_{\text{aria}}} = 1025 \text{ m}^3$$

Trasformazione a pressione esterna costante

$$W = p_0 (V_1 - V_0)$$

$$\Delta U = n c_V (T_1 - T_0)$$

$$T_1 = T_0 \frac{V_1}{V_0} = 341.7 \text{ K}$$

$$Q = W + \Delta U = p_0 (V_1 - V_0) + n c_V (T_1 - T_0) = 31.17 \text{ MJ}$$

oppure

$$Q = n c_p (T_1 - T_0) = 31.17 \text{ MJ}$$

### 3. Sistema isolato

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$Q_1 = m_g \lambda_f + m_g c (T_f - T_0) \quad Q_2 = m_a c (T_f - T_0) \quad Q_3 = m_l c (T_f - T_1)$$

$$T_f = \frac{(m_a + m_g) c T_0 + m_l c T_1 - m_g \lambda_f}{(m_a + m_g + m_l) c} = 293.15 \text{ K} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

Variazione di entropia

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3$$

$$\Delta S_1 = \frac{m_g \lambda_f}{T_0} + m_g c \ln \frac{T_f}{T_0} = 913 \text{ J/K} \quad \Delta S_2 = m_a c \ln \frac{T_f}{T_0} = 88.8 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_3 = m_l c \ln \frac{T_f}{T_1} = -858 \text{ J/K}$$

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 = 143.8 \text{ J/K}$$

#### 4. Ciclo frigorifero

$$T_A = \frac{p_A V_A}{nR} = 120 \text{ K}$$

$$T_B = T_A \frac{V_B}{V_A} = 2T_A = 240 \text{ K}$$

$$T_C = T_B = 2T_A = 240 \text{ K}$$

$$p_C = \frac{nRT_C}{V_C} = \frac{nRT_C}{V_A} = 2000 \text{ Pa}$$

Calore scambiato

$$Q_{AB} = n c_p (T_B - T_A) = n \frac{5}{2} R T_A = 2494 \text{ J}$$

$$Q_{BC} = W_{BC} = n R T_B \ln \frac{V_C}{V_B} = -1383 \text{ J}$$

$$\Delta S = \frac{-Q_{CA}}{T_A} \quad Q_{CA} = -T_A \Delta S = -1992 \text{ J}$$

Lavoro svolto

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA}$$

$$W_{AB} = p_A (V_B - V_A) = p_A V_A = 1000 \text{ J}$$

$$W_{CA} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} - W_{AB} - W_{BC} = -498 \text{ J}$$

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = -881 \text{ J}$$

oppure

$$W_{CA} = Q_{CA} - \Delta U_{CA} = Q_{CA} - n c_V (T_A - T_C) = -498 \text{ J}$$

Efficienza

$$\varepsilon = \frac{Q_{ass}}{-W} = \frac{Q_{AB}}{-W} = 2.83$$