Dielettrici

Esercizio 1

Una sottile sbarra di dielettrico con sezione A si estende lungo l'asse x da 0 a L. La sbarra è polarizzata longitudinalmente con polarizzazione $P_x = ax^2 + b$. Determinare (i) σ_P e ρ_P. (ii) Determinare la carica totale nel dielettrico e giustificare la risposta.

$\left[\rho_p = -2ax, \sigma_{p1} = -b, \sigma_{p2} = aL^2 + b, Q_p = 0\right]$

Esercizio 2

Su una sfera di materiale dielettrico (permittività ϵ e raggio R) è uniformemente distribuita una carica Q. La superficie esterna della sfera è ricoperta da un sottile strato di materiale metallico e collegata a terra. (i) Calcolare l'andamento del campo elettrico e del potenziale dentro e fuori la sfera. (ii) Determinare σ_P e ρ_P.

$$\left[\mathbf{E} = \begin{cases} \frac{\rho_L}{3\epsilon} r \mathbf{u}_r, 0 < r < R \\ 0, r > R \end{cases}, V = \begin{cases} \frac{\rho_L}{6\epsilon}\left(R^2 - r^2\right), 0 < r < R \\ 0, r > R \end{cases}, \rho_L = \frac{Q}{4/3\pi R^3}, \rho_p = -\frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon}\rho_L, \sigma_p = \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon}\frac{Q}{4\pi R^2}\right]$$

Esercizio 3

Una sfera conduttrice di raggio R_1 con carica Q è circondata da un guscio sferico di raggi R_1 e R_2 di dielettrico omogeneo isotropo con permittività ϵ. Determinare (i) campo elettrico e potenziale in tutto lo spazio e (ii) le densità di cariche di polarizzazione σ_P e ρ_P.

$$\left[\mathbf{E} = \begin{cases} 0, 0 < r < R_1 \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}\mathbf{u}_r, R_1 < r < R_2 \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\mathbf{u}_r, r > R_2 \end{cases}, V = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{Q}{4\pi\epsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right), \quad 0 < r < R_1 \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2} + \frac{Q}{4\pi\epsilon}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2}\right), \quad R_1 < r < R_2 \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}, r > R_2 \end{cases}, \begin{cases} \rho_p = 0 \\ \sigma_{p1} = -\frac{\epsilon-\epsilon_0}{\epsilon}\frac{Q}{4\pi R_1^2} \\ \sigma_{p2} = \frac{\epsilon-\epsilon_0}{\epsilon}\frac{Q}{4\pi R_2^2}, \end{cases}\right]$$

Esercizio 4

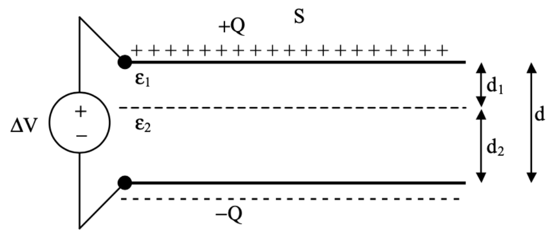
Sia data una sfera di materiale dielettrico polarizzata uniformemente con vettore polarizzazione $\mathbf{P} = P\mathbf{u}_x$. Determinare il campo elettrico all'interno della sfera.

$\left[\mathbf{E} = -\frac{\mathbf{P}}{3\epsilon_0}\right]$

Esercizio 5

Sia dato il condensatore rappresentato in figura. (i) Calcolare la capacità. (ii) Nota la differenza di potenziale ΔV tra le sue armature, determinare le cariche libere e di polarizzazione su tutte le interfacce.

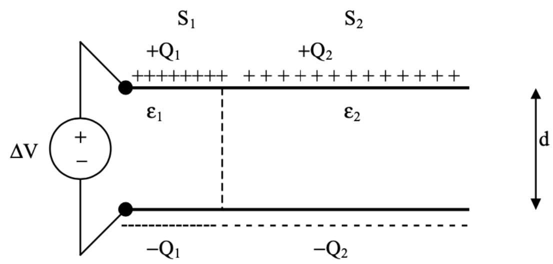
$$\left[\frac{1}{C} = \frac{d_1}{\epsilon_1 S} + \frac{d_2}{\epsilon_2 S}, \sigma_L^{(+)} = -\sigma_L^{-} = \frac{Q}{S}, Q = C\Delta V, \sigma_{p11} = -\sigma_{p12} = -\frac{\epsilon_{r1} - 1}{\epsilon_{r1}}\frac{Q}{S}, \sigma_{p21} = -\sigma_{p22} = -\frac{\epsilon_{r2} - 1}{\epsilon_{r2}}\frac{Q}{S}, \right]$$



Esercizio 6

Sia dato il condensatore rappresentato in figura. (i) Calcolare la capacità. (ii) Nota la differenza di potenziale ΔV tra le sue armature, determinare le cariche libere e di polarizzazione su tutte le interfacce.

$$\left[\begin{cases} C_1 = \frac{\epsilon_1 S_1}{d} \\ C_2 = \frac{\epsilon_2 S_2}{d} \\ C = C_1 + C_2 \end{cases}, \begin{cases} Q_1 = C_1 \Delta V, \\ Q_2 = C_2 \Delta V, \end{cases}, \begin{cases} \sigma_{p11} = -\sigma_{p12} = -\frac{\epsilon_{r1}-1}{\epsilon_{r1}}\frac{Q_1}{S_1} \\ \sigma_{p21} = -\sigma_{p22} = -\frac{\epsilon_{r2}-1}{\epsilon_{r2}}\frac{Q_2}{S_2} \end{cases}\right]$$



Esercizio 7

Un condensatore piano con armature quadrate di lato L e distanti d tra loro, viene caricato connettendolo ad un generatore che fornisce una differenza di potenziale V_0. Il condensatore viene quindi staccato dal generatore. Successivamente, tra le armature, viene inserito un dielettrico di costante dielettrica relativa ϵ_r. (i) Determinare la forza agente sul dielettrico e il lavoro effettuato da una forza esterna durante l'inserimento. (ii) Ripetere l'esercizio nel caso in cui il condensatore rimanga collegato al generatore.

$$\left[\left\{\begin{array}{l} L_{\text{est}}^{(i)} = \frac{Q^2}{2}\frac{d}{\epsilon_0 L^2}\left(\frac{1}{\epsilon_r} - 1\right) \\ F_x = \frac{Q^2 d}{2\epsilon_0 L}\frac{\epsilon_r - 1}{[x(\epsilon_r - 1) + L]^2} \\ Q = \frac{\epsilon_0 S}{d} V_0 \end{array}\right., \left\{\begin{array}{l} L_{\text{est}}^{(ii)} = \frac{V_0^2}{2}\frac{\epsilon_0 L^2}{d}(1 - \epsilon_r) \\ F_x = \frac{V_0^2}{2}\frac{\epsilon_0 L}{d}(\epsilon_r - 1) \end{array}\right.\right]$$

Esercizio 8

Un condensatore cilindrico di lunghezza L, raggio interno R_1 e raggio esterno R_2 è riempito con due dielettrici di costanti dielettriche relative ϵ_{r1} e ϵ_{r2} disposti come due "C" affacciate. (i) Calcolare la capacità del condensatore e (ii) la distribuzione delle cariche di polarizzazione nel caso vanga caricato con una carica Q.

$$\left[C = \frac{\pi L \epsilon_0 (\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})}{\log(R_2/R_1)}, \left\{\begin{array}{l} \sigma_{p11} = -\frac{Q}{\pi R_1 L}\frac{\epsilon_{r1} - 1}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}} \\ \sigma_{p12} = \frac{Q}{\pi R_2 L}\frac{\epsilon_{r1} - 1}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}} \end{array}\right., \left\{\begin{array}{l} \sigma_{p21} = -\frac{Q}{\pi R_1 L}\frac{\epsilon_{r2} - 1}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}} \\ \sigma_{p12} = \frac{Q}{\pi R_2 L}\frac{\epsilon_{r2} - 1}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}} \end{array}\right.\right]$$