3 - Energia

Wednesday, 22 December 2021 00:58

EQUILIBRIO DINAMICO

$$\begin{cases} \sum_{1,s}^{N} \vec{F}_{1,s} + \vec{F}_{IN,1} = 0 \\ \sum_{1,s}^{N} (P_{1,s} - O) \times \vec{F}_{1,s} + \sum_{r}^{N_M} \vec{C}_{1,r} + (G_i - O) \times \vec{F}_{IN,1} + \vec{C}_{IN,1} = 0 \end{cases}$$

METODI ENERGETICI

PRINCIPIO DEI LAVORI VIRTUALI (PLV)

$$\delta L = \sum_{1}^{N_C} {}_i \sum_{1}^{N} {}_s \underbrace{\left[\vec{F}_{1,s} \cdot \delta\vec{P}_{1,s} \right]}_{\text{FORZE ESTERNE}} + \sum_{1}^{N_C} {}_i \sum_{1}^{N_M} {}_r \underbrace{\left[\vec{C}_{i,r} \cdot \delta\vec{\theta}_i \right]}_{\text{COPPIE ESTERNE}} + \sum_{1}^{N_C} {}_i \left[\underbrace{-m_i \vec{a}_{G_i} \cdot \delta_{G_i}}_{\text{FORZE DI INERZIA}} - \underbrace{J_{G_i} \dot{\vec{\omega}}_i \cdot \delta\vec{\theta}_i}_{\text{COPPIE DI INERZIA}} \right] = 0$$

IN FORMA SINTETICA

$$\delta x_{G_i} = \sum_{s=1}^{GDL} \frac{\partial x_{G_i}}{\partial q_s} \delta q_s$$

$$\delta y_{G_i} = \sum_{s=1}^{GDL} \frac{\partial y_{G_i}}{\partial q_s} \delta q_s$$

$$\delta \theta_{G_i} = \sum_{s=1}^{GDL} \frac{\partial \theta_{G_i}}{\partial q_s} \delta q_s$$

q COORDINATE CHE DESCRIVONO I GRADI DI LIBERTA' DEL SISTEMA

$$\begin{cases} x_{G_i} = x_{G_i}(q_1, q_2, \dots q_{N_{GDL}}) \\ y_{G_i} = y_{G_i}(q_1, q_2, \dots q_{N_{GDL}}) \\ \theta_{G_i} = \theta_{G_i}(q_1, q_2, \dots q_{N_{GDL}}) \end{cases}$$

COORDINATE GENERALIZZATE

$$\delta L = \sum_{s=1}^{N_{GDL}} (Q_s + Q_{IN,S}) \delta q_s = 0$$

SODDISFATTA SE:

$$\begin{cases} Q_1 + Q_{IN,1} = 0 \\ Q_2 + Q_{IN,2} = 0 \\ \dots\dots \\ Q_{N_{GDL}} + Q_{IN,N_{GDL}} = 0 \end{cases}$$

SISTEMA DI N_{GDL} EQUAZIONI

Q_s "COMPONENTI LAGRANGIANE"

COMPONENTI LAGRANGIANE Q_s

COMPONENTI LAGRANGIANE DELLE FORZE D' INERZIA $Q_{S,IN}$

$$Q_{IN,S} = \sum_{1}^{N_C} {}_i \left(-m_i a_{G_{x_i}} \frac{\partial x_{G_i}}{\partial q_s} - m_i a_{G_{y_i}} \frac{\partial y_{G_i}}{\partial q_s} - J_{G_i} \ddot{\theta}_i \frac{\partial \theta_i}{\partial q_s} \right)$$

BILANCIO DELLE POTENZE $\sum W + \sum W_{IN} = 0$

LAVORO NULLO SUI VINCOLI

IL PUNTO DI APPLICAZIONE DELLE REAZIONI VINCOLARI 'NON SI MUOVE' ERGO NON COMPIE LAVORO

BILANCIO DI POTENZE PER CALCOLARE F

$$\vec{F} \vec{v}_P + \vec{C} \vec{\omega} - m \vec{a}_G \vec{v}_G - J_G \dot{\vec{\omega}} \vec{\omega} = 0$$

TEOREMA DELL' ENERGIA CINETICA

$$K = E_c = \frac{1}{2} \int_V v_P \times v_P \, \rho \, dV \qquad \rho = \frac{dm}{dV}$$

APPLICO RIVALS DAL BARICENTRO G A P

$$v_P = v_G + \omega \underline{k} \wedge (G - B)$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} J_G \omega^2$$

TEOREMA DI KÖNIG

LAGRANGIANA

'THE ULTIMATE PER LA DINAMICA'

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_k}\right) - \frac{\partial E_c}{\partial q_k} + \frac{\partial V}{\partial q_k} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_k} = Q_k = \frac{\delta L}{\delta q_k}$$

E_c ENERGIA CINETICA

V ENERGIA POTENZIALE

L LAVORO DELLE FORZE ESTERNE E NON CONSERVATIVE

D FUNZIONE DISSIPATIVA

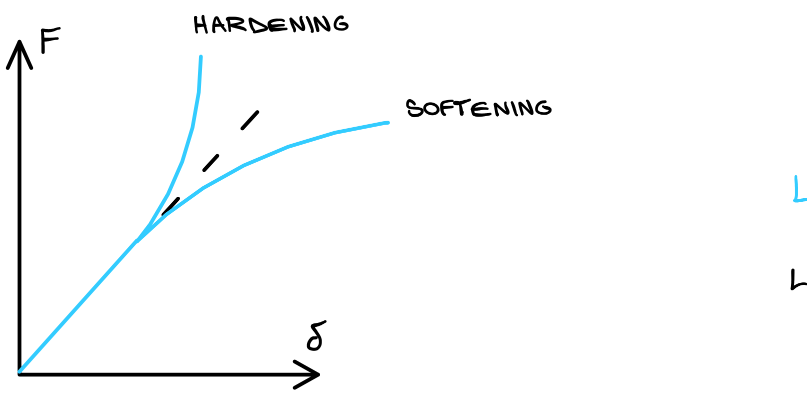
Q_k COMPONENTI LAGRANGIANE

q_k COORDINATE INDIPENDENTI

FORZA ELASTICA

MOLLE IDEALI (LINEARI) SOLO IN UN CERTO INTERVALLO δ_{LIM}

$\boxed{\vec{F}_{el} = -K \vec{\Delta x}}$ CON $\Delta < \delta_{LIM}$



K RIGIDEZZA DELLA MOLLA

δ_{LIM} DEFORMAZIONE LIMITE

Δx DEFORMAZIONE

$$L_{DEF} = \int_0^{\delta} \vec{F}_{el} \, dx = \frac{1}{2} K \Delta x^2$$

LAVORO DI DEFORMAZIONE

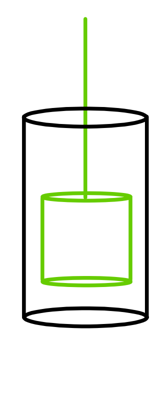
FORZA GRAVITAZIONALE

$\boxed{\vec{F}_g = m\vec{g}}$ $\qquad L_g = \int_0^h mg \, dy = -mgh \qquad V_g = -L_g = mgh$

FORZE DISSIPATIVE (VISCOSE)

IN GENERALE GLI EFFETTI DISSIPATIVI NON SONO LINEARI

CASO IDEALE: AMMORTIZZATORE VISCOSO



UN FLUIDO PUO' MUOVERSI NELLE DUE CAMERE DELLO STANTUFFO, DISSIPANDO ENERGIA

$\boxed{F_d = -r\dot{\delta}}$

$F_d = -\mu v$

r SMORZAMENTO VISCOSO

$\dot{\delta}$ VELOCITA' DELLO SPOSTAMENTO

$$Q_{dk} = -r\dot{\delta} \frac{\partial \delta}{\partial q_k}$$ COMPONENTE LAGRANGIANA

$$L_{DISS} = D = \int_0^v -\mu v \, dv = -\frac{1}{2} \mu v^2$$ DISSIPAZIONE VISCOSA