Lezione martedì 22 settembre 2020

martedì 22 settembre 2020 15:17

CINEMATICA DEL CORPO RIGIDO

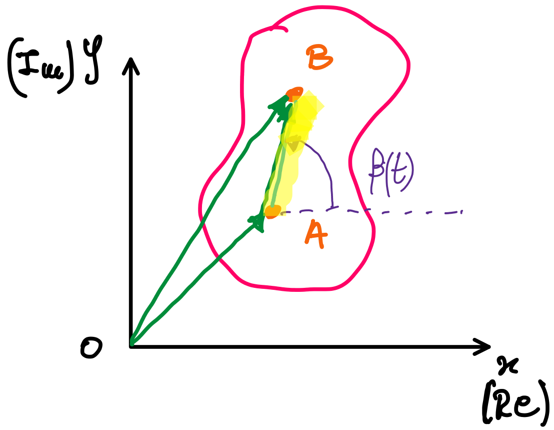
↳ TEOREMA DI RIVALS PER VELOCITÀ ED ACCELERAZIONE

– RIFERIMENTO DI 2 PUNTI DEL C.R. MEDIANTE LORO VETTORE POSIZIONE

DATI: $x_A(t), y_A(t)$ POSIZIONE DI A

$\beta(t)$ ANGOLO DEL SEGMENTO $\overline{AB}$ RISPETTO AL RIFERIMENTO ANGOLARE: AD ES. ASSE ORIZZONTALE

3 PARAMETRI CHE "FISSANO" I 3 G.D.L. DEL C.R.



VETTORE POSIZIONE DI B

$$(B-O) = (A-O) + (B-A)$$

RELAZIONE TRA I VETTORI POSIZIONE

$$(B-O) = x_B + i y_B =$$

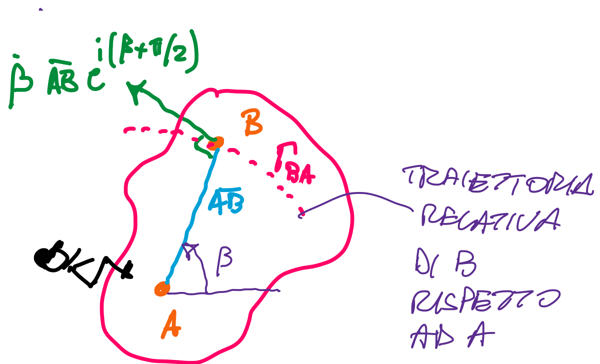
$$= x_A + i y_A + \overline{AB}\, e^{i\beta}$$

→ LUNGHEZZA È NOTA PERCHÉ IL CORPO È RIGIDO (N.B. $\overline{AB}$ è costante)

VELOCITÀ DI B

APPLICO LA DEFINIZIONE DI VELOCITÀ

$$\frac{d}{dt}(B-O) = \frac{d}{dt}\left(x_A + i y_A + \overline{AB}\, e^{i\beta}\right)$$



$$\vec{v}_B = \underbrace{\dot{x}_A + i\,\dot{y}_A}_{\vec{v}_A} + i\,\dot{\beta}\,AB\,e^{i\beta} = \vec{v}_A + \dot{\beta}\,AB\,e^{i(\beta+\frac{\pi}{2})} =$$

$$= \underset{\substack{\uparrow \\ \text{VELOCITÀ DI A}}}{\vec{v}_A} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{VELOCITÀ RELATIVA DI B RISPETTO AD A}}}{\vec{v}_{BA}}$$

$\boxed{\dot{\beta}} = \dfrac{d\beta}{dt}$ → velocità angolare (MODULO)

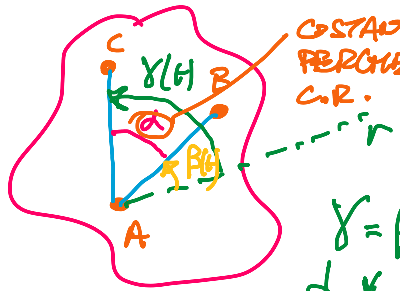
$$\boxed{\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}}$$

TH. DI RIVALS PER LE VELOCITÀ

⇒ SE CONOSCO LA VELOCITÀ DI UN PTO DI UN C.R. E LA VELOCITÀ ANGOLARE ALLORA POSSO CONOSCERE LA VELOCITÀ DI TUTTI I PTI DEL C.R. (*)

LA VELOCITÀ ANGOLARE È UNICA!
PROPRIETÀ DEL C.R.

(GUAI A CHI DICE VELOCITÀ ANGOLARE DI UN PUNTO!)



COSTANTE PERCHÉ C.R.

$$\gamma = \beta + \alpha$$

$$\frac{d}{dt}\gamma = \frac{d}{dt}(\beta+\alpha) = \dot{\beta}$$

∃ LETTERA SPECIALE PER INDICARE IL MODULO: $\boxed{\omega} = \dot{\beta}$

IL VETTORE VELOCITÀ ANGOLARE È:

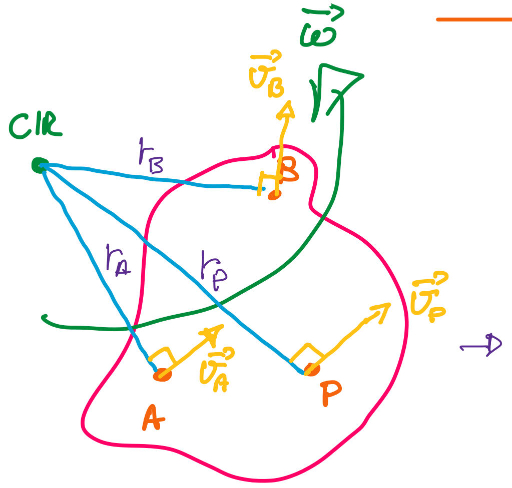
$$\vec{\omega} = \vec{k}\,\omega = \vec{k}\,\dot{\beta}$$

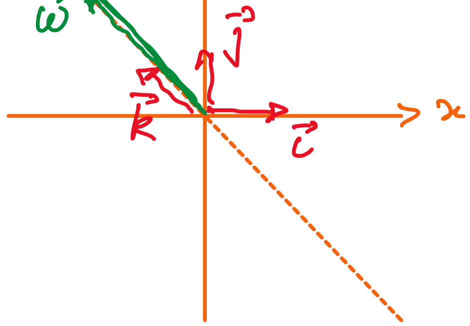
$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \wedge (B-A)$$

SAPPIAMO CHE NEL MOTO DI UN C.R. PUÒ ESISTERE UN C.I.R.

PROPRIETA' $\vec{v}_{CIR} = 0$

$$\vec{v}_P = \vec{v}_{CIR} + \vec{\omega} \wedge (P - CIR)$$





$\rightarrow$ $\vec{v}_P = \vec{\omega} \wedge (P - CIR)$

$v_P = \omega r \Rightarrow \omega = \frac{v_P}{r_P}$

VALE PER $\forall$ PTO

$$\omega = \frac{v_A}{r_A} = \frac{v_B}{r_B}$$

ACCELERAZIONE DEL PUNTO B

$$\vec{a}_B = \frac{d}{dt}\vec{v}_B = \frac{d}{dt}\left(\vec{v}_A + \vec{\omega} \wedge (B - A)\right) = \frac{d}{dt}\left(\dot{x}_A + i\dot{y}_A + i\overline{AB}\,\omega\, e^{i\beta}\right)$$

$\Downarrow$

$$\vec{a}_B = \underbrace{\ddot{x}_A + i\ddot{y}_A}\, + i\overline{AB}\,\omega\left(i\omega e^{i\beta}\right) + i\overline{AB}\,\dot{\omega}\, e^{i\beta} =$$

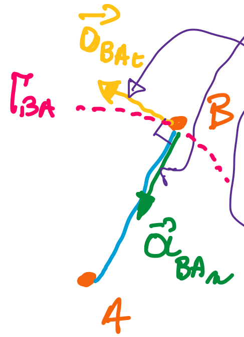
$$= \underbrace{\vec{a}_A}_{\text{ACCELERAZIONE DI A}} \underbrace{- \omega^2 \overline{AB}\, e^{i\beta} + i\overline{AB}\,\dot{\omega}\, e^{i\beta}}_{\text{ACCELERAZIONE DI B RISPETTO AD A}}$$

VALE ~~NO~~ PER LE ACCELERAZIONI

(ACCELERAZIONE ANGOLARE $\Rightarrow \frac{d}{dt}\omega = \dot{\omega}$)

$-\omega^2 \overline{AB}\, e^{i\beta} = \omega^2 \overline{AB}\, e^{i(\beta + \pi)}$

$i\overline{AB}\,\dot{\omega}\, e^{i\beta} = \overline{AB}\,\dot{\omega}\, e^{i(\beta + \frac{\pi}{2})}$



ACCEL
B R
IN
NO

ACC
B R
IN
TAN

$$\boxed{\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}}$$

TH DI RIVALS PER LE ACCELERAZIONI

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \underbrace{\dot{\vec{\omega}} \wedge (B-A)}_{\vec{a}_{BA_t}} + \underbrace{\vec{\omega} \wedge \vec{\omega} \wedge (B-A)}_{\vec{a}_{BA_n}}$$

VETTORE ACCELERAZIONE ANGOLARE:

$$\dot{\vec{\omega}} = \dot{\omega} \vec{k}$$