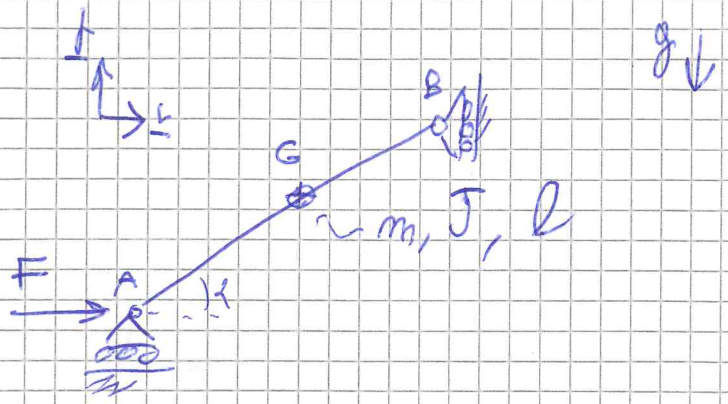
PROB 1



DATI

$m = 3\ Kg$

$J = \frac{1}{12} m l^2 = 4\ Kg\,m^2$

$l = 4\ m$

$AG = l/2$

① NELL'ATTO DI MOTO RAFFIGURATO SONO NOTI

$\alpha = 30°, \quad \underline{V}_B = 5\,\underline{j}\ m/s, \quad \underline{a}_B = 0\,\underline{j}\ m/s^2$

CALCOLARE IL VALORE DELLA FORZA $\underline{F} = F\,\underline{i}$ APPLICATA IN A. USARE IL BILANCIO DI POTENZE

SOLUZIONE

$$\frac{dE_c}{dt} = W_{PESO} + W_F$$

$$W_{PESO} = m\underline{g} \cdot \underline{V}_G$$

$$W_F = \underline{F} \cdot \underline{V}_A$$

$$\frac{dE_c}{dt} = m\,\underline{a}_G \cdot \underline{V}_G + J\,\underline{\dot{\omega}} \cdot \underline{\omega}$$

POICHÉ IL SISTEMA HA 1 GDL, NELL'ATTO DI MOTO IN ESAME, È POSSIBILE ESPRIMERE TUTTE LE QUANTITÀ CINEMATICHE IN FUNZIONE DI $\underline{V}_B$ e $\underline{a}_B$

PER RICAVARE I LEGAMI CINEMATICI USO LE INFORMAZIONI DISPONIBILI : VINCOLI e PROPRIETÀ DEL CORPO RIGIDO (RIVALS)

→ VELOCITÀ :

$\underline{V}_A = V_A \, \underline{i} \quad \rightarrow \quad V_A$: INCOGNITA

$\underline{V}_B = V_B \, \underline{j} = 5 \, m/s \, \underline{j}$

$\underline{V}_A = \underline{V}_B + \underline{\omega} \wedge (A - B)$ CON $(A-B) = -l\cos\alpha \, \underline{i} - l\sin\alpha \, \underline{j} = -3.46 \, \underline{i} - 2 \, \underline{j}$

↳ $\underline{\omega} = \omega \, \underline{K}$ $\quad \omega$: INCOGNITA

$V_A \, \underline{i} = 5 \, \underline{j} + \omega \underline{K} \wedge (-3.46 \, \underline{i} - 2 \, \underline{j})$

$V_A \, \underline{i} = (5 - 3.46\,\omega) \, \underline{j} + 2\omega \, \underline{i}$

$$\begin{cases} V_A = 2\omega \\ 0 = 5 - 3.46\,\omega \end{cases} \qquad \begin{cases} V_A = 2.9 \ m/s \\ \omega = 1.45 \ \frac{rad}{s} \end{cases}$$

NOTA $\underline{\omega}$, È FACILE CALCOLARE $\underline{V}_G$ CON RIVALS

$\underline{V}_G = \underline{V}_A + \underline{\omega} \wedge (G - A)$ oppure $\underline{V}_G = \underline{V}_B + \underline{\omega} \wedge (G - B)$

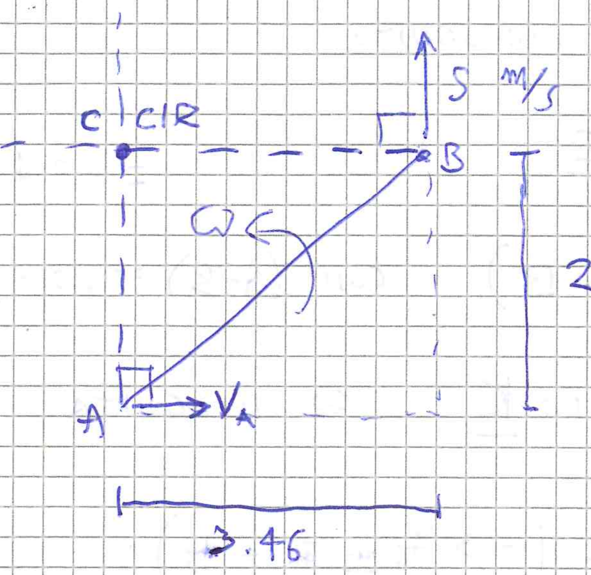
$\underline{V}_G = 2.9 \, \underline{i} + 1.45 \, \underline{K} \wedge (1.73 \, \underline{i} + 1 \, \underline{j}) =$

$= (2.9 - 1.45) \, \underline{i} + (1.45 \cdot 1.73) \, \underline{j}$

$= 1.45 \, \underline{i} + 2.5 \, \underline{j}$

NOTA

SI POTEVA ANCHE USARE IL TEOREMA DI CHASLES



$$\underline{V}_B = 5\,\underline{j} = \omega\,\underline{k} \wedge (B - C) = 3.46\,\omega\,\underline{j}$$

$$\omega = 1.45\ \frac{rad}{s}$$

E POI APPLICARE RIVALS RISPETTO A B

→ ACCELERAZIONI

$\underline{a}_B = \underline{0}$

$\underline{a}_A = a_A \, \underline{i}$ (TRAIETTORIA RETTILINEA)

$\underline{a}_A = \cancel{\underline{a}_B} + \underline{\dot{\omega}} \wedge (A - B) - \omega^2 (A - B)$

$a_A \underline{i} = \dot{\omega} \underline{k} \wedge (-3.46 \underline{i} - 2 \underline{j}) - 1.45^2 (-3.46 \underline{i} - 2 \underline{j})$

$a_A \underline{i} = (2 \dot{\omega} + 7.27) \underline{i} + (-3.46 \dot{\omega} + 4.2) \underline{j}$

$$\begin{cases} a_A = 2\dot{\omega} + 7.27 \\ 0 = -3.46 \dot{\omega} + 4.2 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} a_A = 9.7 \\ \dot{\omega} = 1.2 \ \frac{rad}{s^2} \end{cases}$$

$\underline{a}_G = \underline{\dot{\omega}} \wedge (G - B) - \omega^2 (G - B)$ | con $(G - B) = -1.73 \underline{i} - \underline{j}$

$= 1.2 \underline{k} \wedge (-1.73 \underline{i} - \underline{j}) - 1.45^2 (-1.73 \underline{i} - \underline{j})$

$= (1.2 + 3.63) \underline{i} + (-2.08 + 1.45) \underline{j}$

$= \underbrace{4.83}_{a_{Gx}} \underline{i} - \underbrace{0.63}_{a_{Gy}} \underline{j}$

CALCOLO LE POTENZE

$$W_{peso} = -mg\,\underline{j} \cdot (1.45\,\underline{i} + 2.5\,\underline{j}) =$$

$$= -mg\,2.5 = -3\;9.81\;2.5 = -73.5 \text{ W}$$

$$W_F = F\,\underline{i} \cdot 2.9\,\underline{i} = 2.9\,F$$

$$\frac{dE_c}{dt} = m\,\underline{a}_G \cdot \underline{v}_G + J\,\underline{\dot{\omega}} \cdot \underline{\omega} =$$

$$= 3\,(4.83\,\underline{i} - 0.63\,\underline{j})(1.45\,\underline{i} + 2.5\,\underline{j})$$

$$+\,4\,(1.2\,\underline{k})(1.45\,\underline{k})$$

$$= 3\,(7 - 1.57) + 6.96$$

$$= 23.3 \text{ W}$$

$$23.3 = -73.5 + 2.9\,F$$

$$\Rightarrow F = +33.38 \text{ N}$$

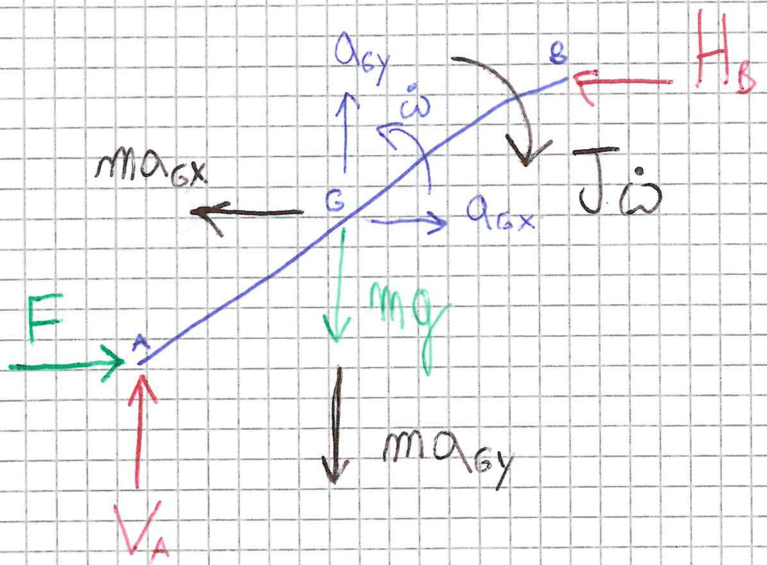
② CALCOLARE LE REAZIONI VINCOLARI, NELL'ATTO DI MOTO ASSEGNATO

BLU: ACCELERAZIONI

NERO: FORZE DI INERZIA

VERDE: FORZE ATTIVE

ROSSO: REAZIONI VINCOLARI



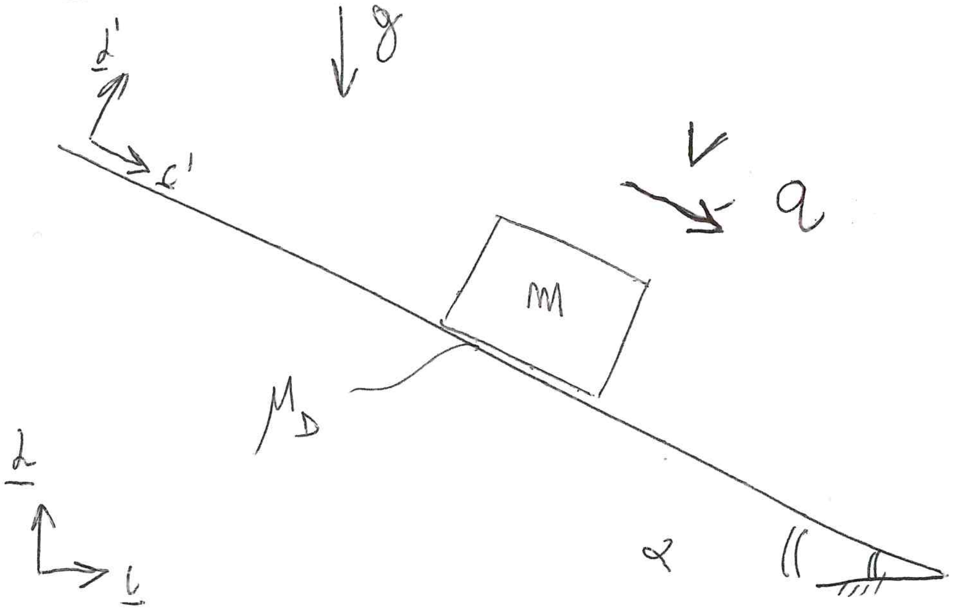
AVENDO GIÀ RISOLTO LA DINAMICA DEL SISTEMA, CI SONO SOLO 2 INCOGNITE, V_A E V_B

$$V_A = mg + ma_{Gy} = 3\,(9.81 - 0.63) \simeq 27.5\ N$$

$$H_B = F - ma_{Gx} = +33.38 - 3 \cdot 4.83 = 18.9\ N$$

33.38 - 3 * 4.83 = 18.9

PROB 2



UNA MASSA SCENDE LUNGO UN PIANO INCLINATO TRASLANDO. TRA MASSA E PIANO C'È UN COEFFICIENTE DI ATTRITO DINAMICO (RADENTE) μ_D

CALCOLARE L'ACCELERAZIONE

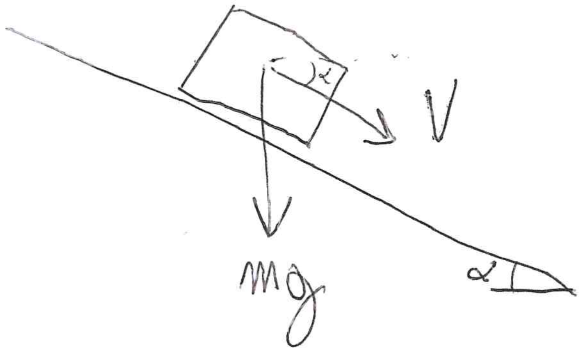
BILANCIO DI POTENZE

$$\frac{dE_c}{dt} = W_{ATTIVE} + W_{REATTIVE}$$

$$\frac{dE_c}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2} m \underline{V} \cdot \underline{V}\right) = m \underline{V} \underline{a} = m a V$$

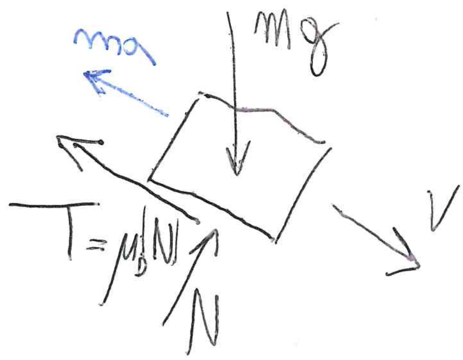
INFATTI $\underline{V} = V \underline{i}'$, $\underline{a} = a \underline{i}'$

$$W_{ATTIVE} = m\underline{g} \cdot \underline{V}$$



$$= + mgV \sin\alpha$$

$$W_{REATTIVE} = - \mu_D |N| V$$



$$= - \mu_D \, mg \cos\alpha \; V$$

NOTA BENE: LA POTENZA SARÀ SEMPRE NEGATIVA IN QUANTO T È SEMPRE OPPOSTA ALLA VELOCITÀ

QUINDI:

$$maV = (mg \sin\alpha - \mu_D mg \cos\alpha) V$$

DA CUI

$$a = g(\sin\alpha - \mu_D \cos\alpha)$$