MECCANICA APPLICATA

Ing. Fisica AA.2017-2018 prova del 29-01-2018 n. compito 001

NOME:..

COGNOME:..

MATRICOLA:.......................................

Ai fini della valutazione, consegnare: il presente foglio compilato con nome, cognome, matricola e risultati numerici negli appositi spazi **e** i fogli protocollo con lo svolgimento dei calcoli.

Problema 1

Il manovellismo deviato ABC, rappresentato in figura in un atto di moto, è composto dall'asta pesante AB (massa m, momento di inerzia baricentrale J, $|AG| = a/2$), dall'asta di inerzia trascurabile BC, e da un corsoio con baricentro in C di massa M (incognita). Nell'atto di moto è nota la configurazione del sistema $(a, b, c, d, \alpha, \beta)$, $\dot{\alpha}$, $\ddot{\alpha}$ e la coppia C_M.

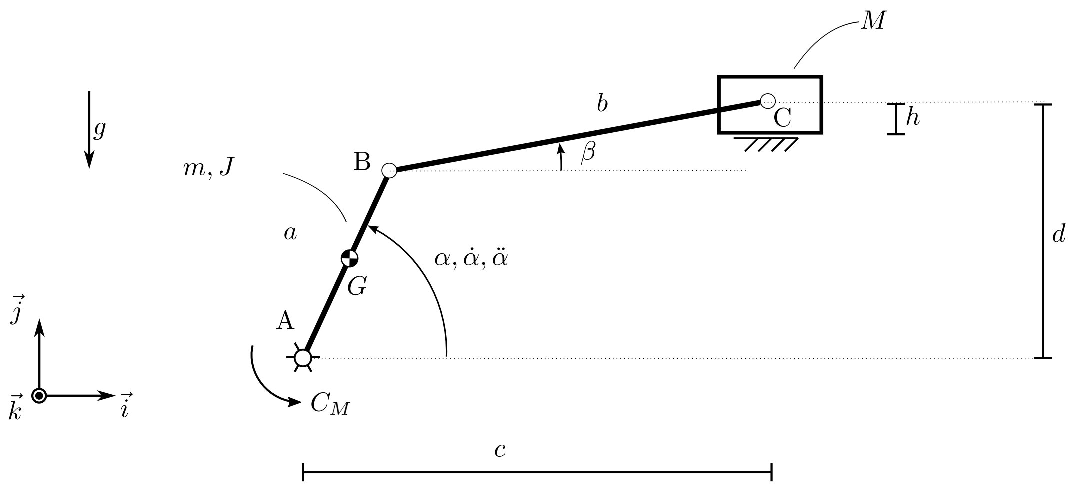


Figura 1:

Si chiede di:

1. calcolare la velocità e l'accelerazione di G;
2. calcolare la velocità e l'accelerazione di C;
3. calcolare il valore di M, applicando il teorema dell'energia cinetica
4. le reazioni vincolari tra terra e corsoio (reazione verticale $\vec{N}$ e momento $\vec{L}$).

Dati

$a = 0.021\ m$, $b = 0.053\ m$, $c = 0.063\ m$, $d = 0.024\ m$, $\alpha = 62$ deg, $\beta = 6$ deg, $C_M = 1.5\,Nm$, $J = 0.10\,kgm^2$, $m = 1.9$ kg, $h = 0.002\ m$, $\dot{\alpha} = 12\ rad/s$, $\ddot{\alpha} = -2\ rad/s^2$,

Risposte

1. $\vec{v}_G = \ldots\ldots\vec{i} + \ldots\ldots\vec{j}$ m/s; $\vec{a}_G = \ldots\ldots\vec{i} + \ldots\ldots\vec{j}\ m/s^2$
2. $\vec{v}_C = \ldots\ldots\vec{i} + \ldots\ldots\vec{j}$ m/s; $\vec{a}_C = \ldots\ldots\vec{i} + \ldots\ldots\vec{j}\ m/s^2$
3. $M = \ldots\ldots kg$
4. $\vec{N} = \ldots\ldots\vec{j}$ N; $\vec{L} = \ldots\ldots\vec{k}$ Nm;

Problema 2

Il sistema posto nel piano orizzontale è composto da un disco uniforme, di massa M_d, momento di inerzia baricentrale J_d e raggio R, incernierato a terra in O e da due slitte che traslano senza strisciare sul suddetto disco. Le slitte, di massa m e momento d'inerzia J, sono collegate tra loro da una molla di rigidezza k e da uno smorzatore di caratteristica r. Quando $x = 0$ la molla è scarica. Inoltre una delle due slitte è collegata a terra anche con un altro smorzatore sempre di di caratteristica r. Una coppia $C(t) = C_0 \cos(\Omega t)$ è applicata al disco.

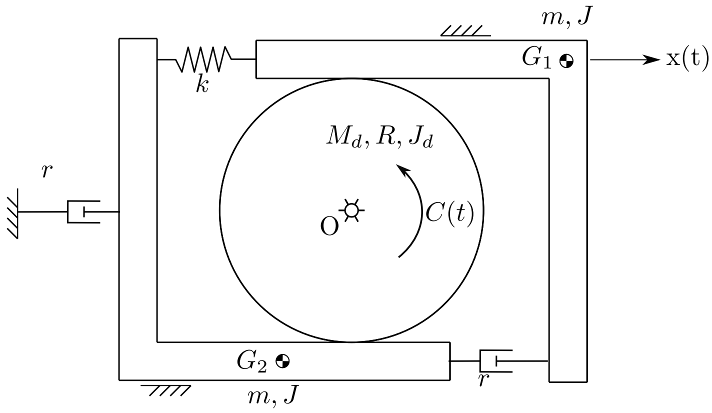


Figura 2:

Si chiede di calcolare:

1. l'equazione di moto del sistema, usando come coordinata libera $x(t)$.
2. la pulsazione propria del sistema ω_0 ed il coefficiente di smorzamento h
3. l'ampiezza di vibrazione a regime $|x_P|$, quando $\Omega = 2\omega_0$

Dati

$m = 6.6$ kg, $J = 9.4 kgm^2$, $M_d = 1.2$ kg, $R = 1.1$ m, $J_d = 0.7\, kgm^2$, $r = 35\, Ns/m$, $k = 2914\, N/m$, $C_0 = 171.2\, Nm$,

Risposte

1. eq. di moto: $\ldots\ldots\ldots \ddot{x} + \ldots\ldots\ldots \dot{x} + \ldots\ldots\ldots x = \ldots\ldots\ldots$
2. $\omega_0 = \ldots\ldots\ldots\ rad/s$; $h = \ldots\ldots\ldots$
3. $|x_P| = \ldots\ldots\ldots\ m$

ES 1

(1) $$\vec{V}_G = \vec{\omega}_{AB} \wedge (G-A)$$
$$= \dot{\alpha}\vec{k} \wedge \frac{a}{2}(\cos\alpha\,\vec{i} + \sin\alpha\,\vec{j})$$
$$= \frac{\dot{\alpha}a}{2}(-\sin\alpha\,\vec{i} + \cos\alpha\,\vec{j})$$

$$\vec{a}_G = \vec{\dot{\omega}}_{AB} \wedge (G-A) - \omega_{AB}^2 (G-A)$$
$$= \frac{\ddot{\alpha}a}{2}(-\sin\alpha\,\vec{i} + \cos\alpha\,\vec{j}) - \frac{\dot{\alpha}^2 a}{2}(\cos\alpha\,\vec{i} + \sin\alpha\,\vec{j})$$

(2)

CHIUSURA IN C

$$(C-B) + (B-A) = (C-A)$$
$$b(\cos\beta\,\vec{i} + \sin\beta\,\vec{j}) + a(\cos\alpha\,\vec{i} + \sin\alpha\,\vec{j}) = c\,\vec{i} + d\,\vec{j}$$

$$\begin{cases} b\cos\beta + a\cos\alpha = c \\ b\sin\beta + a\sin\alpha = d \end{cases}$$

derivo d/dt

$$\begin{cases} -b\dot{\beta}\sin\beta - a\dot{\alpha}\sin\alpha = \dot{c} \\ b\dot{\beta}\cos\beta + a\dot{\alpha}\cos\alpha = \phi \end{cases}$$

$\rightarrow \dot{c} = \ldots$

$\rightarrow \dot{\beta} = \ldots$

derivo

$$\begin{cases} -b\ddot{\beta}\sin\beta - b\dot{\beta}^2\cos\beta - a\ddot{\alpha}\sin\alpha - a\dot{\alpha}^2\cos\alpha = \ddot{c} \\ b\ddot{\beta}\cos\beta - b\dot{\beta}^2\sin\beta + a\ddot{\alpha}\cos\alpha - a\dot{\alpha}^2\sin\alpha = 0 \rightarrow \ddot{\beta} = \dots \end{cases}$$

$\rightarrow \ddot{c} = \dots$

$\vec{V}_c = \dot{c}\,\vec{i}$

$\vec{a}_c = \ddot{c}\,\vec{i}$

③ $E_c = \frac{1}{2} m V_G^2 + \frac{1}{2} J \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} M V_c^2$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{\dot{\alpha} a}{2}\right)^2 m + \frac{1}{2} J \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} M \dot{c}^2$

$\frac{dE_c}{dt} = \frac{m a^2}{4}\ddot{\alpha}\dot{\alpha} + J\ddot{\alpha}\dot{\alpha} + M\ddot{c}\dot{c}$

INCOGNITA

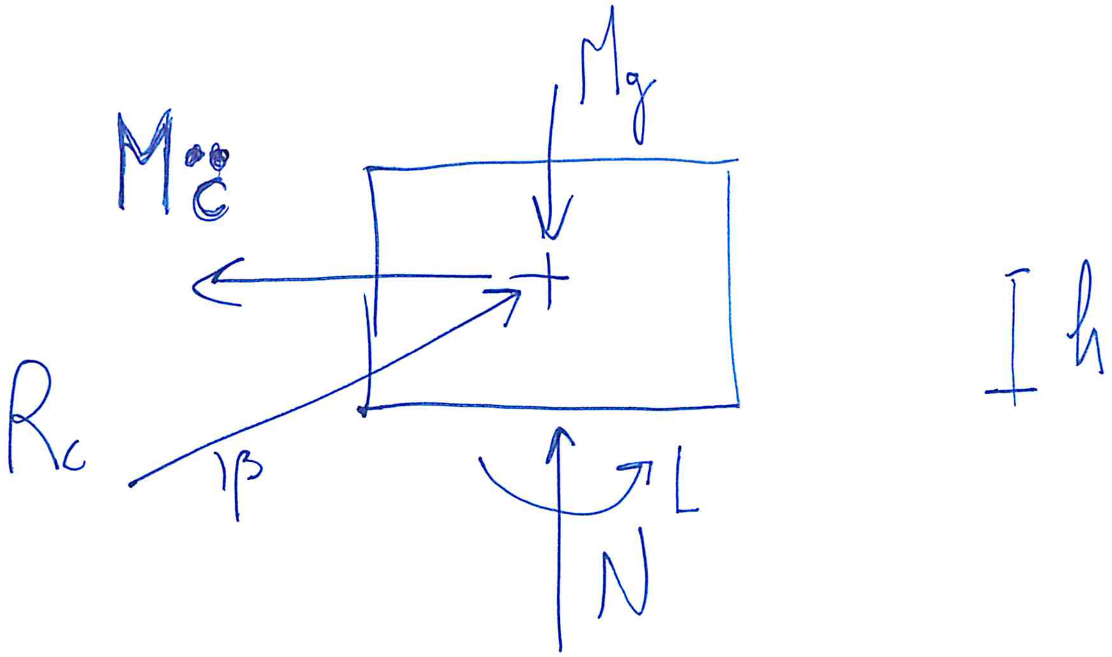
$W_g = -mg\,\vec{j}\cdot\vec{V}_G = -mg\frac{\dot{\alpha} a}{2}\cos\alpha$

$W_{C_M} = C_M\vec{k}\cdot\dot{\alpha}\vec{k} = C_M\dot{\alpha}$

$\frac{dE_c}{dt} = W_g + W_{CM} \rightarrow M =$

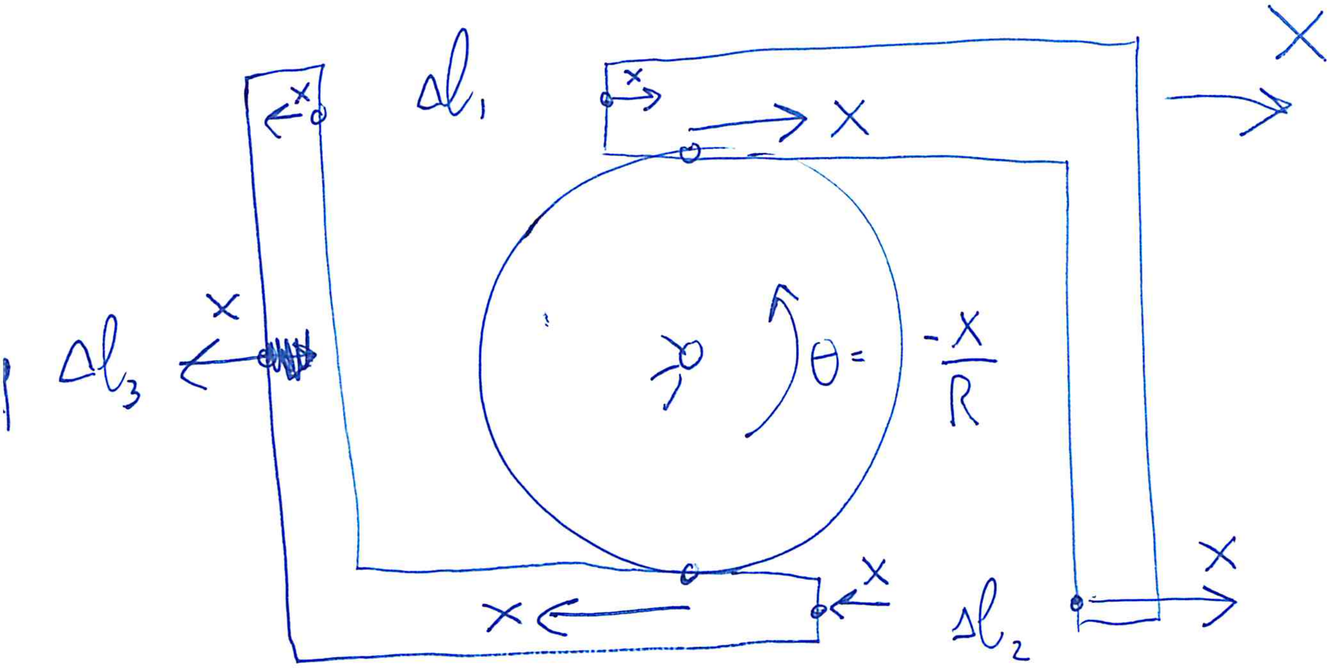
4

$\longmapsto \ddot{c}$



$$\begin{cases} R_c \cos\beta - M\ddot{c} = 0 \rightarrow R_c \\ N - Mg + R_c \sin\beta = 0 \rightarrow N \\ L = 0 \end{cases}$$

ES 2



$$\Delta l_1 = 2x$$

$$\Delta l_2 = 2x \qquad \dot{\Delta l}_2 = 2\dot{x}$$

$$\Delta l_3 = -x \qquad \dot{\Delta l}_3 = -\dot{x}$$

$$V = \frac{1}{2} k \Delta l_1^2 = \frac{1}{2} k (2x)^2 = \frac{1}{2}(4k)\, x^2 = \frac{1}{2} k^* x^2$$

$$D = \frac{1}{2} r \dot{\Delta l}_2^2 + \frac{1}{2} r \dot{\Delta l}_3^2 = \frac{1}{2}(4r + r)\dot{x}^2 = \frac{1}{2} r^* \dot{x}^2$$

$$E_c = 2\left(\frac{1}{2} m \dot{x}^2\right) + \frac{1}{2} J_O \dot{\theta}^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\left(2m + \frac{J_O}{R^2}\right)\dot{x}^2 = \frac{1}{2} m^* \dot{x}^2$$

$$\delta L = C\,\delta\theta = -\frac{C}{R}\,\delta x$$

EQ DI MOTO

1) $m^* \ddot{x} + r^* \dot{x} + k^* x = -\frac{C}{R}$

2) $\omega_0 = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}}$ $\quad h = \frac{r^*}{2 m^* \omega_0}$

3) $\left(-\Omega^2 m^* + i\Omega r^* + k^*\right) X_p = -\frac{C_0}{R}$

$$|X_p| = \frac{\left|-C_0/R\right|}{\sqrt{(k^* - \Omega^2 m^*)^2 + (\Omega r^*)^2}}$$

con $\Omega = 2\omega_0$