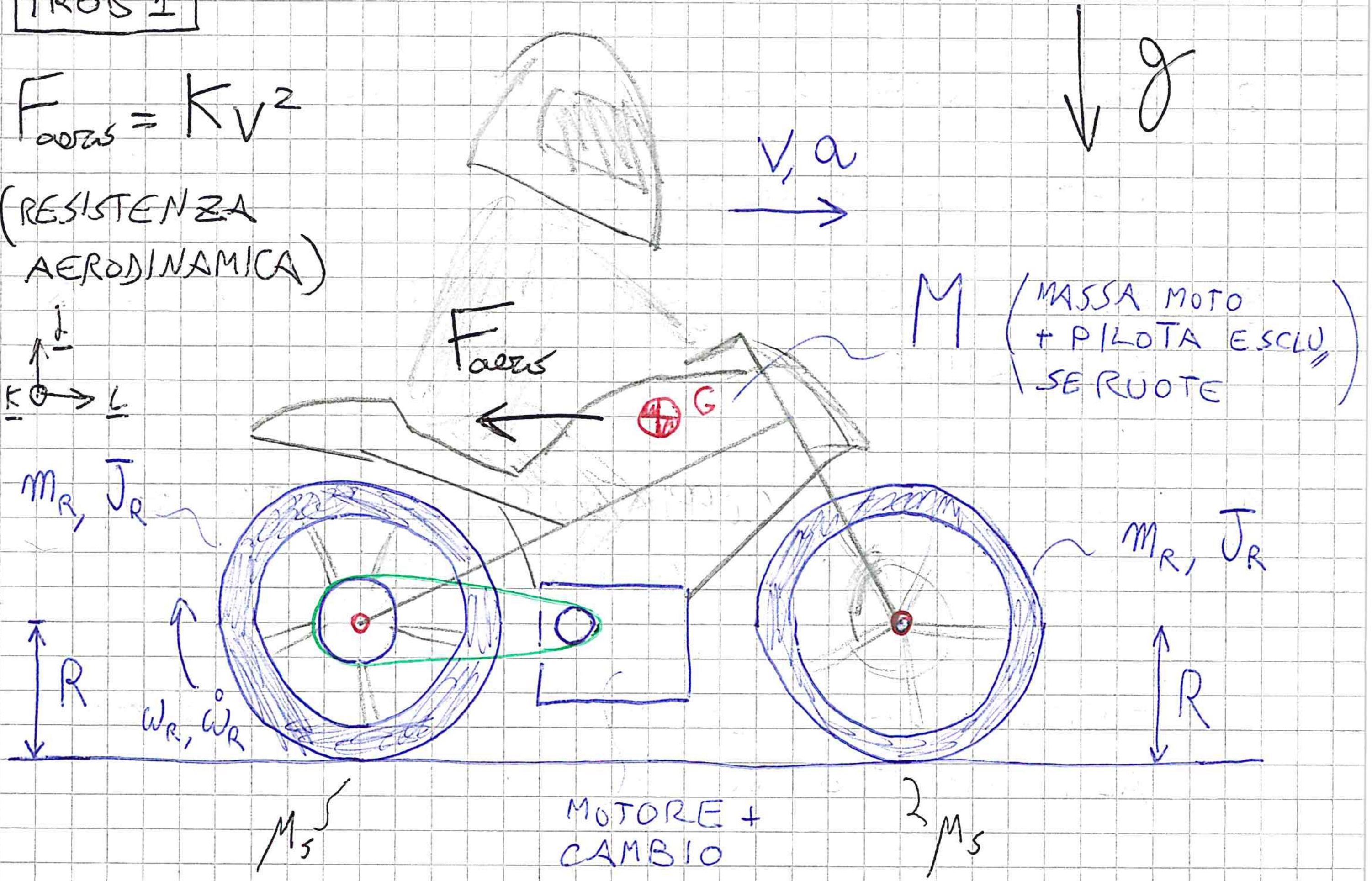
ESERCITAZIONE 5 : DINAMICA - APPROCCIO ENERGETICO

PROB 1

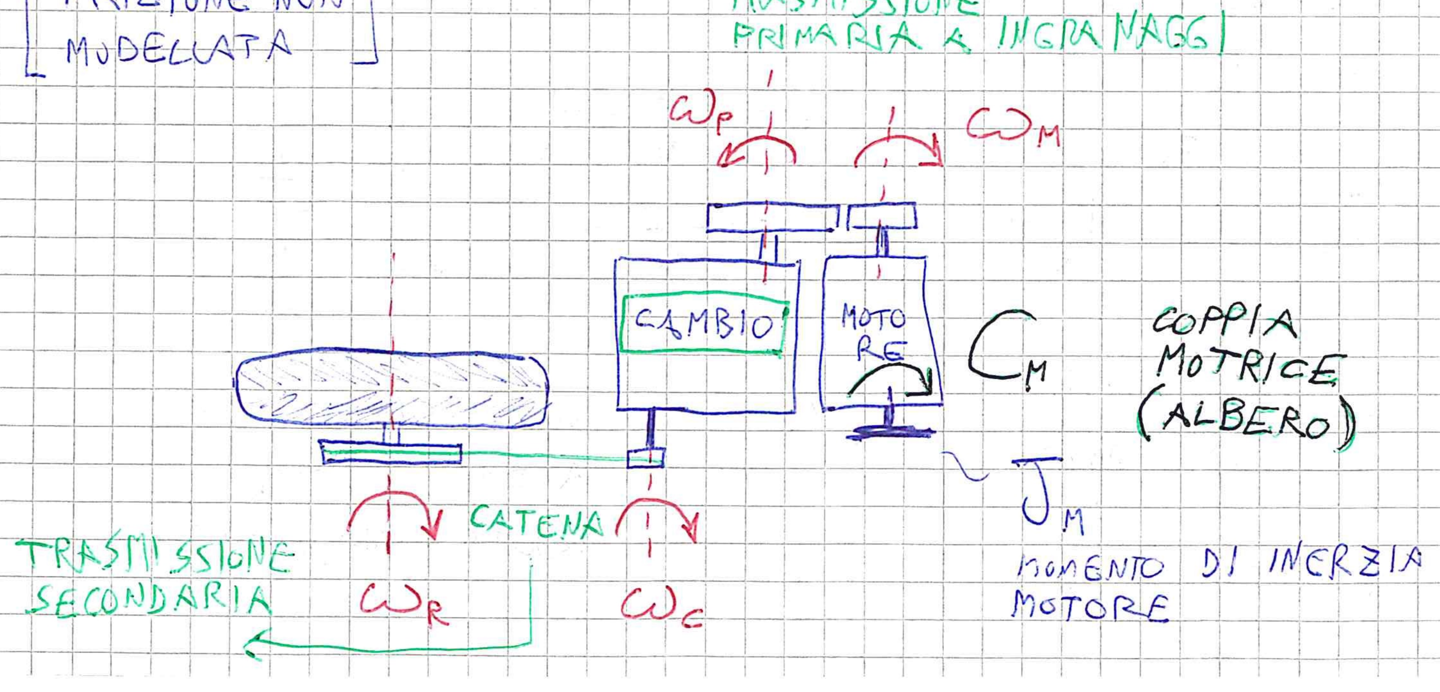
$F_{aero} = K v^2$

(RESISTENZA AERODINAMICA)



SCHEMA TRASMISSIONE

[FRIZIONE NON MODELLATA]



DOMANDE

1) CALCOLARE IL LEGAME CINEMATICO TRA ω_M e V

2) CALCOLARE L'EQ. DI MOTO CON METODO ENERGETICO

3) ACCELERAZIONE ALLO SPUNTO e VELOCITÀ A REGIME

4)
- CALCOLARE LA COPPIA MOTRICE LIMITE $C_{M,LIM}$ PER NON IMPENNARE ALLO SPUNTO
- EFFETTUARE LA VERIFICA DI ADERENZA ALLO SPUNTO CON $C_M = 0.9\, C_{M,lim}$

DATI (BMW S 1000RR)

$M = 280\ Kg$

$m_R = 10\ Kg$

$R = 0.32\ m$

$J_R = 0.65\ Kg\,m^2$

$C_M = 113\ Nm$

$J_M = 0.1\ Kg\,m^2$

$K = 0.28\ \left(\frac{N}{(m/s)^2}\right)$

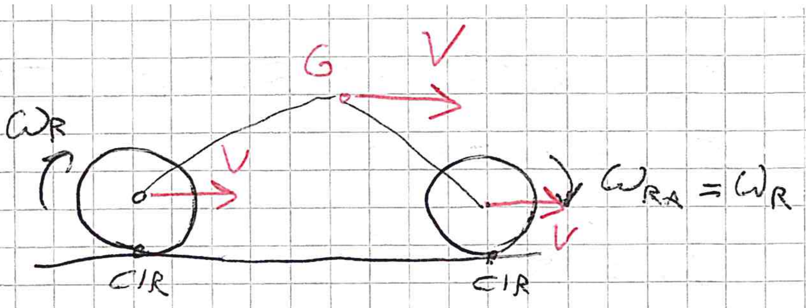
$\tau_P = \frac{\omega_P}{\omega_M} = \frac{1}{1.65}$

$\tau_S = \frac{\omega_R}{\omega_C} = \frac{1}{2.5}$

$\tau_M = \frac{\omega_C}{\omega_P} = \begin{cases} \text{IN } 1^a: \frac{1}{2.65} \\ \text{IN } 6^a: \frac{1}{1.26} \end{cases}$

$\mu_S = 1.1$ COEFFICIENTE DI ATTRITO STATICO RUOTA - PNEUMATICO

① CINEMATICA



$$V = \omega_R R$$

$$\omega_R = \tau_s \, \omega_c$$

$$\omega_c = \tau_M \, \omega_P$$

CON $\tau_M = \tau_{1,2,3,4,5,6}$

A SECONDA DELLA MARCIA INSERITA

$$\omega_P = \tau_P \, \omega_M$$

$$\omega_R = \tau_P \tau_s \tau_M \, \omega_M$$

$$V = R(\tau_P \tau_s \tau_M)\, \omega_M = R \, \hat{\tau} \, \omega_M$$

$$\hat{\tau}_1 = \tau_P \tau_s \tau_1 = \frac{1}{11.6} = 0.086$$

$$\hat{\tau}_6 = \tau_P \tau_s \tau_1 = \frac{1}{5.5} = 0.18$$

CONSIDERANDO CHE $\omega_M = [1000, 14\,000] \; \frac{rev}{min}$

→ IN PRIMA MARCIA:

$$V = [1000, 14000] \frac{2\pi}{60} R \, \hat{\tau}_1 \, 3.6 = [10, 145] \; \frac{Km}{h}$$

→ IN SESTA MARCIA

$$V = [22, 306] \; Km/h$$

PER ACCELERAZIONE STESSO LEGAME CINEMATICO:

$$a = R\hat{\tau}\dot{\omega}_M \quad , \quad a = R\dot{\omega}_R$$

② EQ. DI MOTO

BILANCIO DI POTENZE (TEOREMA EN. CINETICA)

$$\frac{dE_c}{dt} = \underset{\left(\substack{\text{INTERNE e} \\ \text{ESTERNE}}\right)}{W_{ATTIVE}} + \cancel{\underset{\left(\substack{\text{ATTRITO} \\ \text{RADENTE}},\ \text{VINCOLI}\right)}{W_{REATTIVE}}}$$

$= 0$ IN QUESTO CASO

ENERGIA CINETICA E_c

$$E_c = \sum_i^{N_{CORPI}} \left(\frac{1}{2} m_i \underline{V}_{G_i} \cdot \underline{V}_{G_i} + \frac{1}{2} J_{G_i} \underline{\omega}_i \cdot \underline{\omega}_i \right)$$

$$\frac{dE_c}{dt} = \sum_i \left(m_i \underline{V}_{G_i} \cdot \underline{a}_{G_i} + J_{G_i} \underline{\omega}_i \cdot \underline{\dot{\omega}}_i \right)$$

NEL PROBLEMA IN ESAME CI SONO 4 CORPI RIGIDI DOTATI DI MASSA e/o MOMENTO DI INERZIA

- RUOTA ANTERIORE m_R, J_R
- RUOTA POSTERIORE m_R, J_R

- MOTO + PILOTA : M

- MOTORE : J_M

$$\frac{dE_c}{dT} = 2\left(m_R\, \underline{V}_R \cdot \underline{a}_R + J_R\, \underline{\omega}_R \cdot \underline{\dot{\omega}}_R\right) +$$

2 RUOTE

$$M\, \underline{a}_G \cdot \underline{V}_G + J_M\, \underline{\dot{\omega}}_M \cdot \underline{\omega}_M$$

CON

$$\underline{V}_R = V\, \underline{i} \quad , \quad \underline{a}_R = a\, \underline{i}$$

$$\underline{V}_G = \underline{V}_R \quad , \quad \underline{a}_G = \underline{a}_R$$

$$\underline{\omega}_R = -\omega_R\, \underline{K} \quad , \quad \underline{\dot{\omega}}_R = -\dot{\omega}_R\, \underline{K}$$

$$\underline{\omega}_M = -\omega_M\, \underline{K} \qquad \underline{\dot{\omega}}_M = -\dot{\omega}_M\, \underline{K}$$

QUINDI

$$\frac{dE_c}{dT} = \left(M + 2m_R\right) a V + J_R\, \omega_R \dot{\omega}_R + J_M\, \dot{\omega}_M \omega_M$$

SOSTITUISCO I LEGAMI CINEMATICI

$$\frac{dE_c}{dt} = \left[M + 2m_R + 2\frac{J_R}{R^2} + \frac{J_M}{(R\hat{\tau})^2} \right] a V$$

$$= M^* a V$$

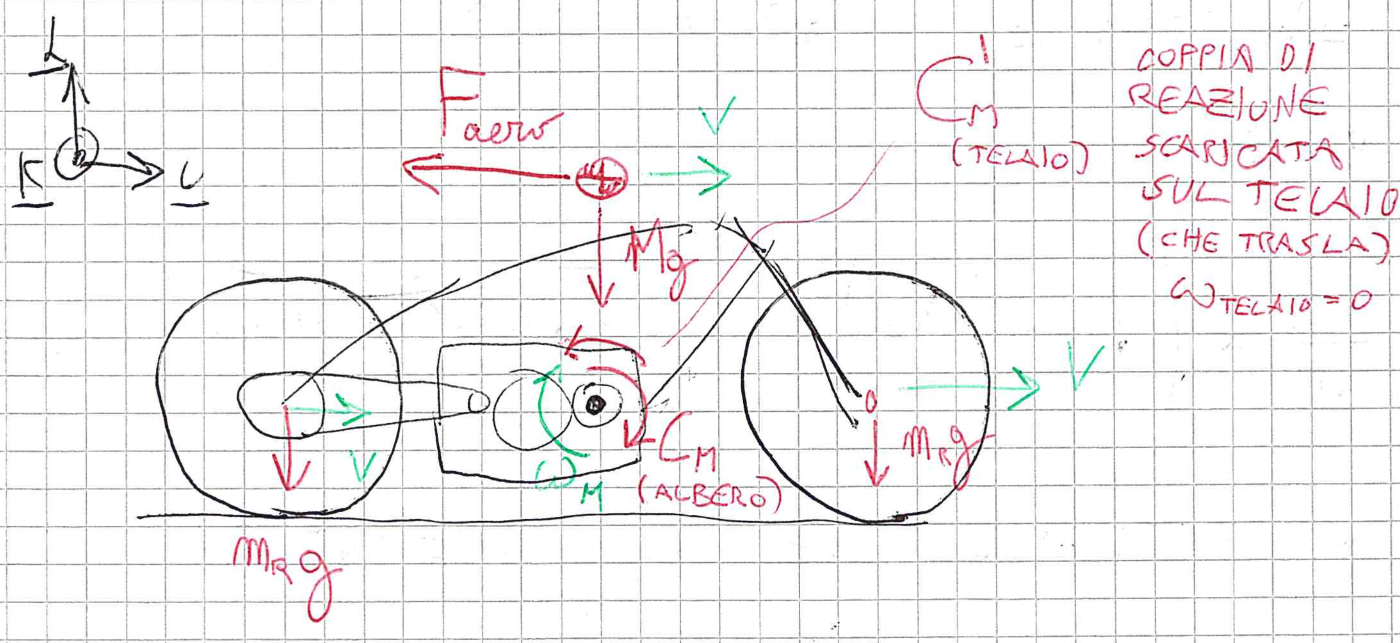
MASSA RIDOTTA DEL SISTEMA

NOTA: IL VALORE DI M^* DIPENDE DA $\hat{\tau}$, QUINDI DALLA MARCIA INSERITA

$$M_1^* = 424 \text{ Kg}$$

$$M_6^* = 323 \text{ Kg}$$

$$W_{ATTIVE} = ?$$



$$W_{ATTIVE} = W_{PESO} + W_{AERO} + W_{MOTORE}$$

$$W_{PESO} = M\underline{g} \cdot \underline{V} + 2M_R\underline{g} \cdot \underline{V} = 0$$

INFATTI SONO $\perp$

$$W_{AERO} = \underline{F}_{AERO} \cdot \underline{V} = -KV^2 \underline{i} \cdot V \underline{i}$$

$$= -KV^2 V$$

$$W_{MOTORE} = \underline{C}_M \cdot \underline{\omega}_M + \underline{C}'_{M(TELAIO)} \cdot \underline{\omega}_{TELAIO}$$

$$= -C_M \underline{k} \cdot -\omega_M \underline{k} + \cancel{C_M \underline{k} \cdot \emptyset \underline{k}}$$

$$= C_M \omega_M = \frac{C_M}{R\hat{\tau}} V$$

BILANCIO POTENZE:

$$M^* a V = \left(\frac{C_M}{R\hat{\tau}} - KV^2\right) V$$

$$\left(M^* a + KV^2 - \frac{C_M}{R\hat{\tau}}\right) V = 0$$

$$\rightarrow M^* a + KV^2 = \frac{C_M}{R\hat{\tau}}$$

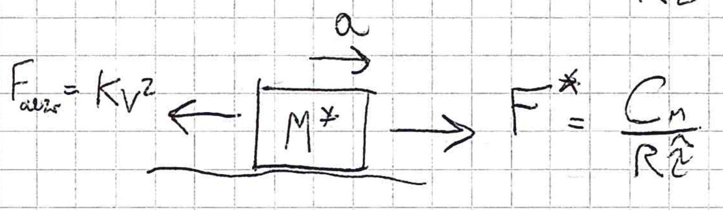
$\boxed{\text{EQ. DI MOTO}}$

$$M^* \frac{dV}{dt} + K V^2 = \frac{C_M}{R\hat{\tau}}$$

EQ. DIFFERENZIALE NON LINEARE

$\Downarrow$

INTEGRAZIONE NUMERICA



(3)

- SPUNTO $(V = 0)$

$$KV^2 = 0$$

$$M^* a = \frac{C_M}{R\hat{\tau}}$$

IN 1ª MARCIA $\rightarrow$ $a_1 = \frac{C_M}{R\hat{\tau}_1 M_1^*} = 9.6 \ m/s^2$

IN 6ª $\rightarrow$ $a_6 = \frac{C_M}{R\hat{\tau}_6 M_6^*} = 6 \ m/s^2$

- REGIME $(V = \text{COST}, \ a = 0)$

$$KV^2 = \frac{C_M}{R\hat{\tau}}$$

$$V = \sqrt{\frac{C_M}{R\hat{\tau} K}} = \sqrt{\frac{F^*}{K}}$$

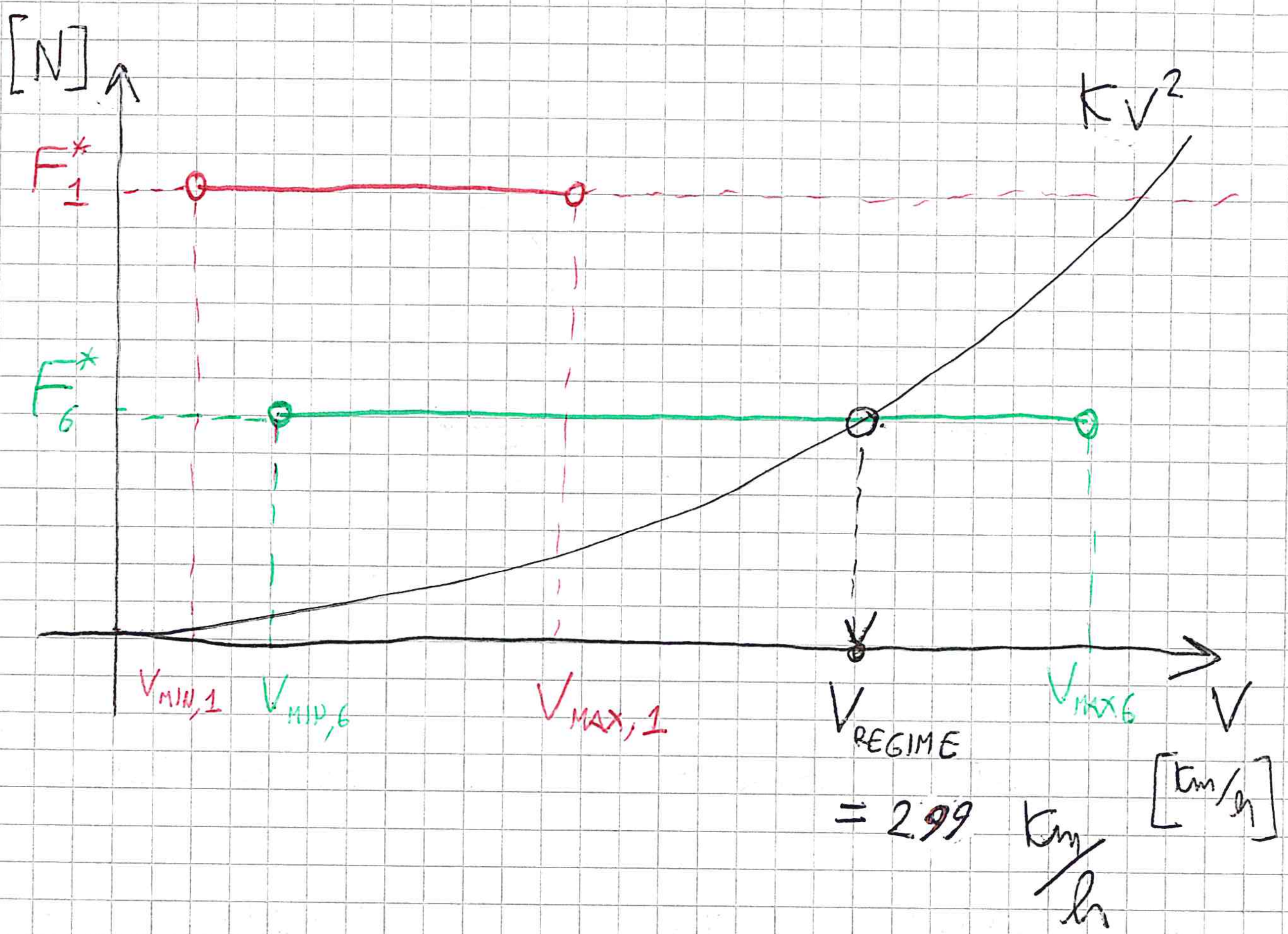
IN 1ª $\rightarrow$ 434 Km/h

IN 6ª $\rightarrow$ 299 Km/h

$$\frac{C_M}{R\hat{\tau}_1} = F_1^* = 4092 \ N$$

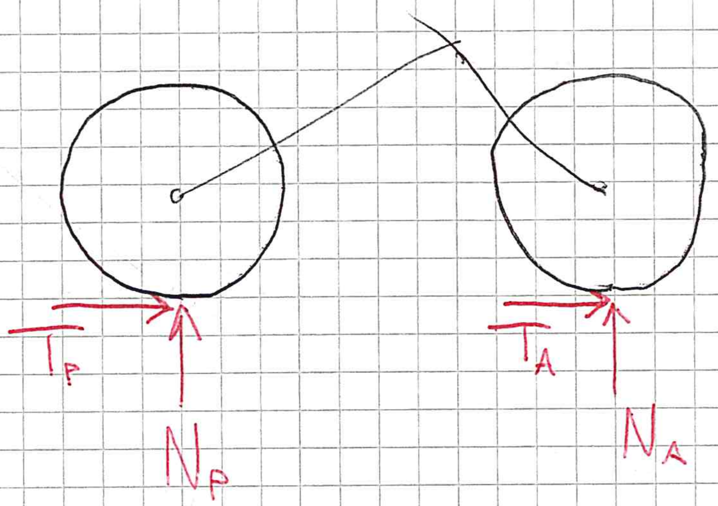
$$\frac{C_M}{R\hat{\tau}_6} = F_6^* = 1945 \ N$$

ATTENZIONE AL CAMPO DI VELOCITÀ RAGGIUNGIBILE IN CIASCUNA MARCIA!



④

ISOLO LA MOTO DA TERRA EVIDENZIANDO LE REAZIONI VINCOLARI



- LA MOTO INIZIA A IMPENNARE QUANDO $N_A = 0$

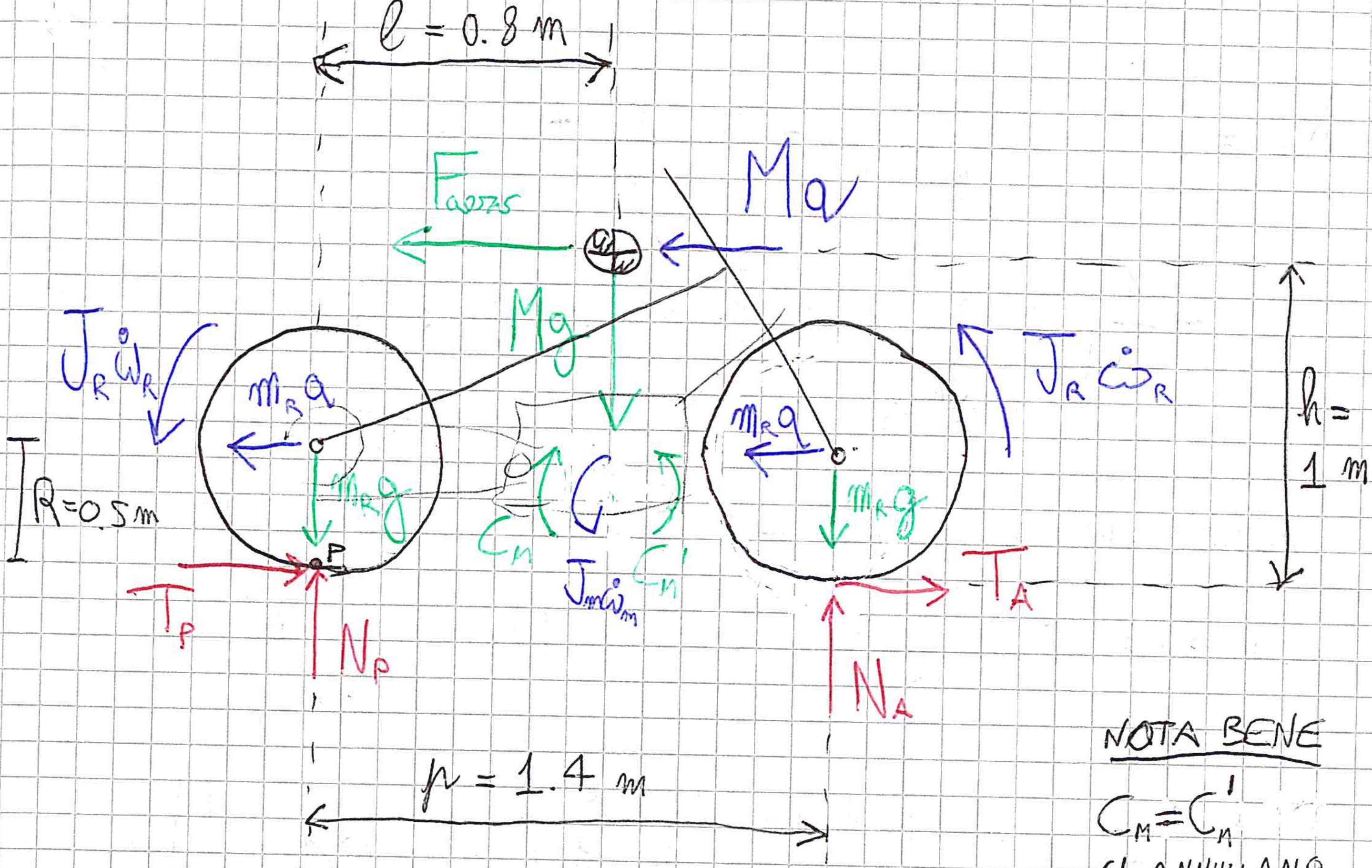
- LA VERIFICA DI ADERENZA CONSISTE NEL VERIFICARE LE DISEQUAZIONI

$$\frac{|T_P|}{|N_P|} < \mu_s \quad E \quad \frac{|T_A|}{|N_A|} < \mu_s$$

BISOGNA CALCOLARE LE REAZIONI VINCOLARI

$\longrightarrow$ EQUILIBRI DINAMICI

ISOLO LA MOTO DA TERRA



NOTA BENE

$C_M = C_M'$

SI ANNULLANO NELL'EQ. GLOBALE

PER QUESTO SISTEMA DI CORPI RIGIDI È POSSIBILE SCRIVERE 3 EQ DI EQUILIBRIO DINAMICO

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_P = 0 \end{cases}$$

PER CALCOLARE N_A BASTA USARE $\sum M_P = 0$

$$N_A p - m_R g p + m_R a R + J_R \dot{\omega}_R + M a h + F_{aers} h + J_m \dot{\omega}_m - M g l + m_R a R + J_R \dot{\omega}_R = 0$$

LE ACCELERAZIONI SONO NOTE DALL'EQ. DI MOTO

$$a = \frac{C_M}{R \tau M^*} \qquad a = \dot{\omega}_R R \rightarrow \dot{\omega}_R = \frac{a}{R} = \frac{C_M}{R^2 \tau M^*}$$

ALLO SPUNTO (V=0)

$$\dot{\omega}_M = \frac{a}{R\tau} = \frac{C_M}{R^2 \tau^2 M^*}$$

QUINDI POSSO ESPRIMERE N_A IN FUNZIONE DI C_M

$$N_A = \left(m_R + M\frac{l}{p}\right) g - F_{aer} \frac{h}{p} + \dots$$

$$- \frac{1}{p}\left(2m_R + M\frac{h}{R} + 2\frac{J_R}{R^2} + \frac{J_M}{R^2 \hat{\tau}^2}\right) \frac{C_M}{\hat{\tau} M^*} \quad \text{(A)}$$

→ IN I MARCIA

ALLO SPUNTO $(V = 0 \rightarrow F_{aer} = 0)$, LA COPPIA LIMITE PER IMPENNARE $(N_A = 0)$ È

$$C_{M_{LIM}} = \frac{\left(m_R + M\, l/p\right) g\, \hat{\tau}_1 M_1^* \, p}{2m_R + M\frac{h}{R} + 2\frac{J_R}{R^2} + \frac{J_M}{R^2 \hat{\tau}}} = 92 \text{ Nm}$$

CHE È MINORE DELLA COPPIA MAX EROGABILE DAL MOTORE (113 Nm)

- PER EFFETTUARE LE VERIFICHE DI ADERENZA DEVO CALCOLARE LE RESTANTI REAZIONI VINCOLARI N_P, T_P, T_A. (N_A LA SO DA EQ. A

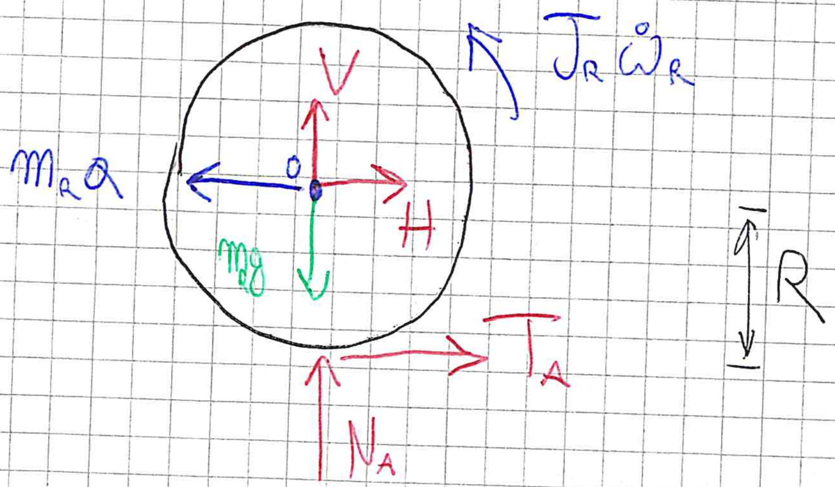
HO SOLO 2 EQ DI EQUILIBRIO DA USARE SE CONSIDERO TUTTO IL SISTEMA.

$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_A + T_P - 2m_R a - Ma - F_{aero} = 0 & \text{(B)} \\ N_A + N_P - 2m_R g - Mg = 0 & \text{(C)} \end{cases}$$

MANCA 1 EQUAZIONE.

ISOLO LA RUOTA ANTERIORE DA TERRA E DAL RESTO DELLA MOTO



DELLE 3 EQUAZIONI A DISPOSIZIONE, SCELGO $\Sigma M_O = 0$

QUESTA SCELTA MI PERMETTE DI AGGIUNGERE 1 EQUAZIONE DI EQUILIBRIO SENZA INTRODURRE NUOVE INCOGNITE (LE REAZIONI H e V)

$$\sum M_G = 0$$

$$J_R \dot{\omega}_R + T_A R = 0 \qquad \text{D}$$

POSSO ALLORA CALCOLARE N_P, T_A, T_P ED EFFETTUARE LA VERIFICA DI ADERENZA QUANDO $C_M = 0.9\ C_{M,LIM} = 82\ Nm$

ALLO SPUNTO, IN 1° MARCIA

$N_A = 223\ N$
$T_A = -44\ N$
$\rightarrow \left|\frac{T_A}{N_A}\right| = 0.2 < \mu_s = 1.1$

$N_P = 2720\ N$
$T_P = 2143\ N$
$\rightarrow \left|\frac{T_P}{N_P}\right| = 0.79 < \mu_s = 1.1$

$\rightarrow$ ADERENZA VERIFICATA