MECCANICA APPLICATA

Ing. Fisica AA.2018-2019 prova del 29-01-2018 n. compito 001

NOME:..

COGNOME:..

MATRICOLA:.......................................

Ai fini della valutazione, consegnare: il presente foglio compilato con nome, cognome, matricola e risultati numerici negli appositi spazi **e** i fogli protocollo con lo svolgimento dei calcoli.

Problema 1

Il manovellismo deviato ABC, rappresentato in figura in un atto di moto, è composto dall'asta AB (di massa trascurabile e lunghezza a), dal corpo rigido rettangolare con un lato che fa da biella BC (baricentro G, massa m, momento di inerzia baricentrale J), e da un corsoio con in C di massa trascurabile. Nell'atto di moto è nota la configurazione del sistema $(a, b, c, d, \alpha, \beta)$, $\dot{\alpha}$, $\ddot{\alpha}$ e la coppia $\vec{C}_M = C_M\vec{k}$ applicata all'asta AB; è incognita la forza orizzontale $\vec{F} = F_x\vec{i}$ applicata in C.

$\vec{M}_B = (P-B) \wedge \vec{f}_P$

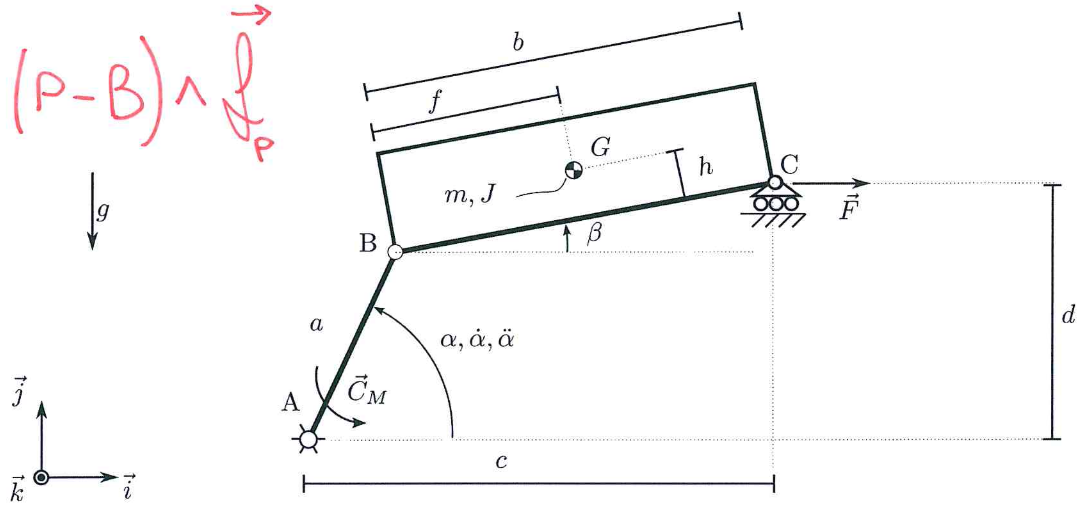


Figura 1:

Si chiede di:

1. calcolare la velocità di C;
2. calcolare la velocità e l'accelerazione di G;
3. calcolare il valore di F_x, applicando il teorema dell'energia cinetica
4. la reazione vincolare in C, $\vec{R}_c$.

Dati

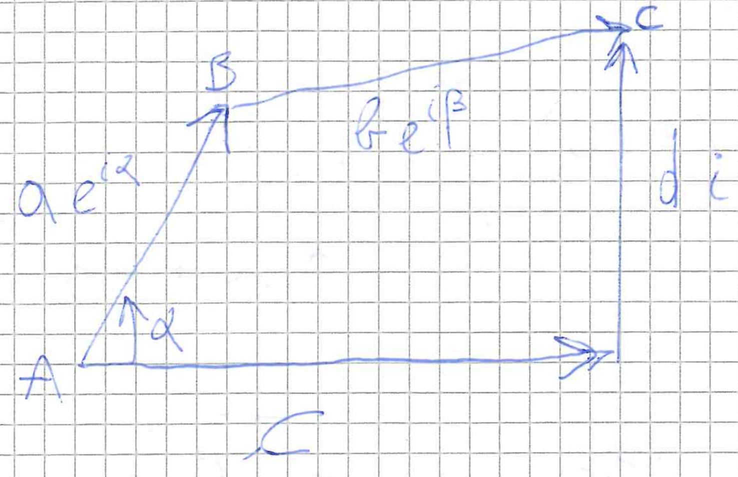
$a = 0.023\ m$, $b = 0.052\ m$, $c = 0.060\ m$, $d = 0.028\ m$, $h = 0.003\ m$, $f = 0.025\ m$, $\alpha = 69$ deg, $\beta = 7$ deg, $C_M = 1.7\,Nm$, $J = 0.10\,kgm^2$, $m = 1.2$ kg, $\dot{\alpha} = 16\ rad/s$, $\ddot{\alpha} = 0\ rad/s^2$.

Risposte

1. $\vec{v}_C = \ldots\ldots\vec{i} + \ldots\ldots\vec{j}$ m/s;
2. $\vec{v}_G = \ldots\ldots\vec{i} + \ldots\ldots\vec{j}$ m/s; $\vec{a}_G = \ldots\ldots\vec{i} + \ldots\ldots\vec{j}\ m/s^2$
3. $F_x = \ldots\ldots N$
4. $\vec{R}_c = \ldots\ldots\vec{j}$ N;

ES 1 TRACCIA

1) EQ DI CHIUSURA DEL MANOVELLISMO DEVIATO



$$ae^{i\alpha} + be^{i\beta} = c + di \qquad c \text{ e } \beta \text{ VARIABILI}$$

$\longrightarrow$ TROVO $\dot{c}, \dot{\beta}$ e $\ddot{c}, \ddot{\beta}$

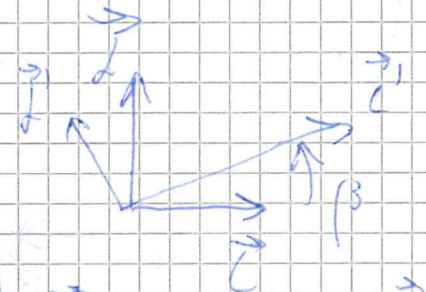
$$\vec{V}_C = \dot{c}\,\vec{i}$$

2) $\vec{V}_G = \vec{V}_B + \vec{\omega}_{BC} \wedge (G-B)$

$$(G-B) = f\,\vec{i}' + h\,\vec{j}'$$

$$\vec{\omega}_{BC} = \dot{\beta}\,\vec{k}$$

$$\vec{V}_B = \dot{\alpha}\,\vec{k} \wedge (B-A)$$



$$\vec{i}' = \cos\beta\,\vec{i} + \sin\beta\,\vec{j}$$

$$\vec{j}' = -\sin\beta\,\vec{i} + \cos\beta\,\vec{j}$$

$$(B-A) = a(\cos\alpha\,\vec{i} + \sin\alpha\,\vec{j})$$

$$\vec{V}_G = V_{Gx}\,\vec{i} + V_{Gy}\,\vec{j}$$

ANALOGAMENTE PER ACCELERAZIONI

$$\vec{a}_B = \vec{\dot{\omega}}_{AB} \wedge (B-A) - \omega_{AB}^2 (B-A)$$

$$= \ddot{\alpha}\, \vec{K} \wedge (B-A) - \dot{\alpha}^2 (B-A)$$

$$\vec{a}_G = \vec{a}_B + \ddot{\beta}\, \vec{K} \wedge (G-B) - \dot{\beta}^2 (G-B) =$$

$$a_{Gx}\, \vec{i} + a_{Gy}\, \vec{j}$$

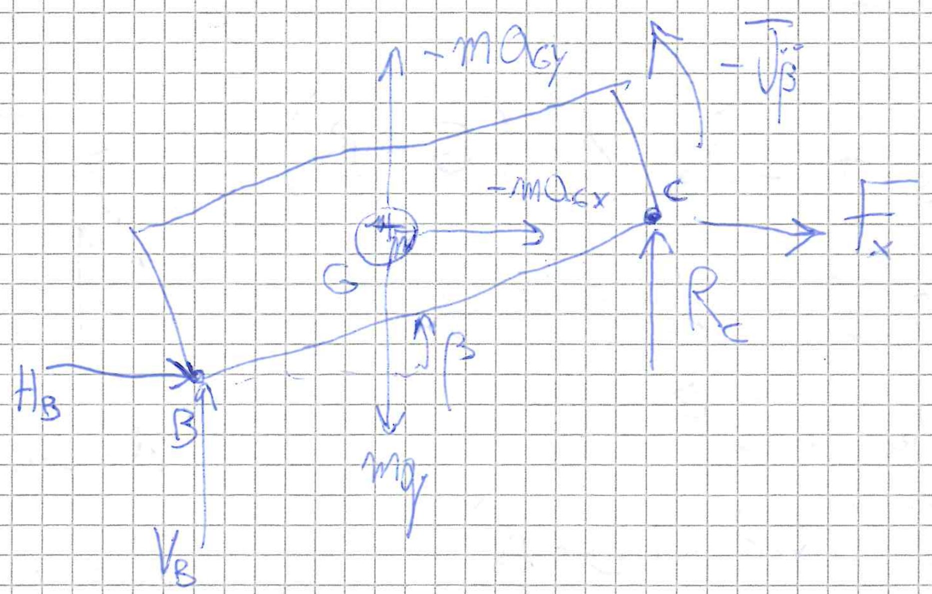
3)

$$\frac{dE_c}{dT} = m\left(a_{Gx} V_{Gx} + a_{Gy} V_{Gy}\right) + J\ddot{\beta}\dot{\beta}$$

$$W = C_m \dot{\alpha} + F_x \dot{x} - mg V_{Gy}$$

$$\frac{dE_c}{dT} = W \Longrightarrow F_x$$

4



$$\sum M_B = 0 \rightarrow \text{TROVO } R_c$$

$$(G-B) \wedge \left(-m\vec{a}_G - mg\vec{j}\right) + (C-B) \wedge \left(F_x \vec{i} + R_c \vec{j}\right)$$
$$- J\ddot{\beta} = 0$$

Problema 2

Il sistema posto nel piano orizzontale è composto da 2 dischi uniformi, di massa M_d, momento di inerzia baricentrale J_d e raggio R e da un corpo rettangolare con baricentro G_1, massa m e momento d'inerzia J.

Un disco è incernierato a terra nel suo baricentro O; il rettangolo è vincolato a terra con un pattino; l'altro disco di baricentro G_2 è vincolato al rettangolo con un vincolo di puro rotolamento in B e a terra con un vincolo di puro rotolamento in A (N.B. : G_2 non è incernierato a terra).

Una fune inestensibile si avvolge senza slittamenti sul disco, collegando il rettangolo all'estremità di destra della molla k. L'altro estremo della molla è collegato direttamente al rettangolo. Uno smorzatore r è incernierato al centro del disco di centro G_2. Una coppia $C(t) = C_0 \cos(\Omega t)$ è applicata al disco di centro O.

Si consideri la coordinata libera $x(t)$, traslazione della massa G_1 (quando $x = 0$ la molla è scarica).

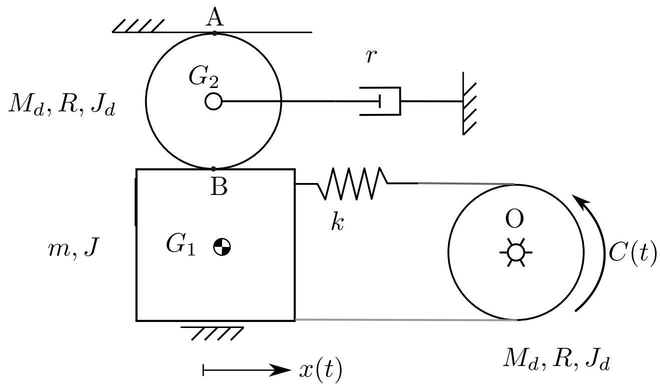


Figura 2:

Si chiede di calcolare:
1. l'equazione di moto del sistema, usando come coordinata libera $x(t)$.
2. la pulsazione propria del sistema ω_0 ed il coefficiente di smorzamento h
3. l'ampiezza di vibrazione a regime $|x_P|$, quando $\Omega = \omega_0$, riportando i passaggi a partire dall'equazione di moto.

Dati

$m = 8.4$ kg, $J = 0.8 kgm^2$, $M_d = 8.2$ kg, $J_d = 8.0 kgm^2$, $R = 1.7$ m, $r = 11\, Ns/m$, $k = 2856\, N/m$, $C_0 = 1014\, Nm$,

Risposte

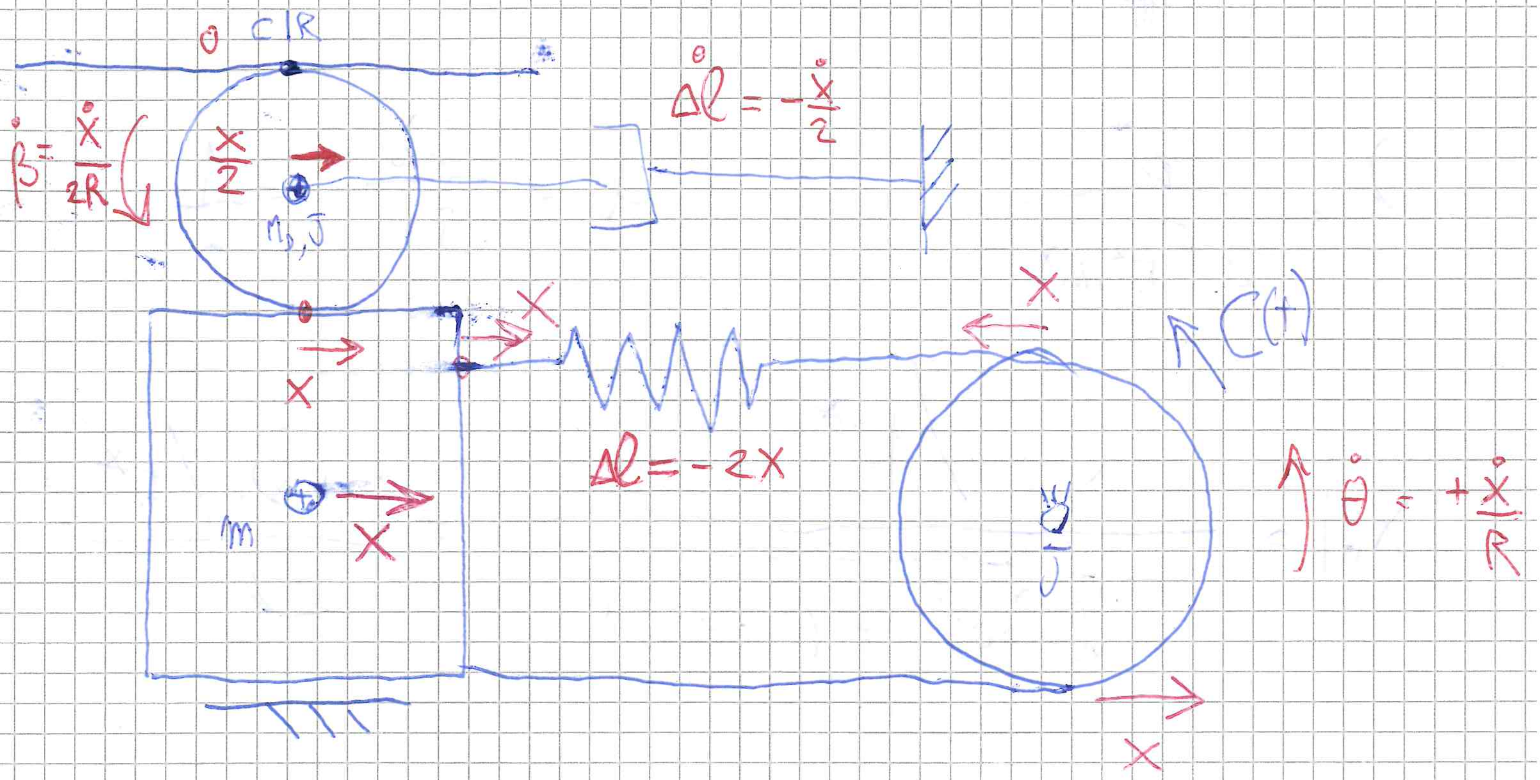
1. eq. di moto: $\ldots\ldots\ldots \ddot{x} + \ldots\ldots\ldots \dot{x} + \ldots\ldots\ldots x = \ldots\ldots\ldots$
2. $\omega_0 = \ldots\ldots\ldots\ rad/s$; $h = \ldots\ldots\ldots$
3. $|x_P| = \ldots\ldots\ldots\ m$

Domande di teoria

Discutere dei seguenti argomenti in maniera discorsiva, facendo eventualmente anche uso di equazioni, di dimostrazioni, di esempi.

1. Teorema dei moti relativi nel piano.
2. Vibrazioni di un sistema ad 1 g.d.l. libero, senza smorzamento viscoso, in presenza di forza di attrito tra massa e piano.

$\boxed{\text{ES 2}}$



$$E_c = \frac{1}{2}\left(m\dot x^2 + J\dot\theta^2 + J\dot\beta^2 + M_D\left(\frac{\dot x}{2}\right)^2 \right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(m + \frac{J}{R_D^2} + \frac{J}{4R^2} + \frac{M_D}{4} \right)\dot x^2 = \frac{1}{2} m^* \dot x^2$$

$$D = \frac{1}{2} r \dot{\Delta l}^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{r}{4}\right)\dot x^2$$

$$V = \frac{1}{2} k \Delta l^2 = \frac{1}{2}(4k)\, x^2$$

$$\delta L = C(t)\,\delta\theta = \frac{C}{R}\,\delta x = Q_x\,\delta x$$

$$m^* \ddot x + r^* \dot x + k^* x = Q_x$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k^*}{m^*}}$$

$$h = \frac{r^*}{2\sqrt{k^* m^*}} \qquad a = \frac{\omega_0}{\Omega} = 1$$

$$|X_p| = \frac{Q_0/k^*}{\sqrt{(2ha)^2 + (1-a^2)^2}} = \frac{Q_0/k^*}{2h}$$

INFATTI

$$Q_0 = \frac{C_0}{R}$$

$$\frac{\left(-m^*\Omega^2 + i\Omega r^* + k^*\right)}{k^*} X_p = \frac{Q_0}{k^*}$$

$$\left[(1-a^2) + i(2ha)\right] X_p = Q_0/k^*$$

$$a = 1$$

$$i\,2h\, X_p = Q_0/k^*$$

$$|X_p| = \frac{Q_0/k^*}{2h}$$