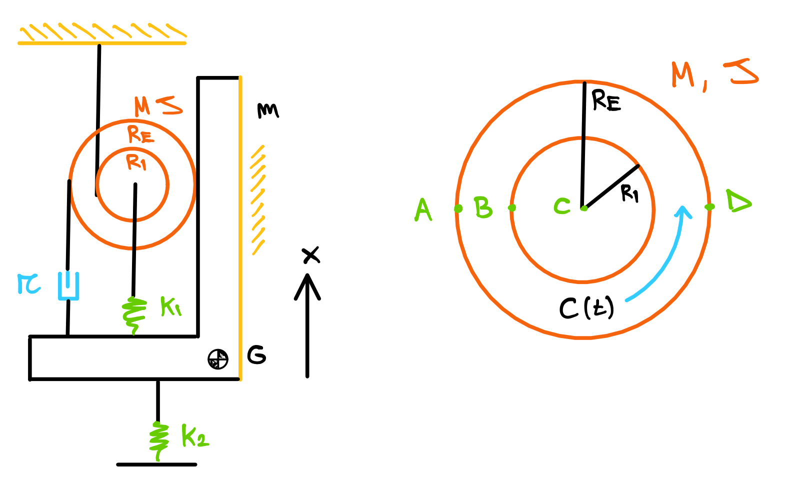
Es7

Sunday, 2 January 2022 12:09

VIBRAZIONI



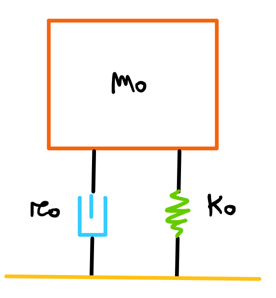
2 CORPI VINCOLATI CHE SI SROTOLANO ASSIEME
CORPO A FORMA DI L PURO ROTOLAMENTO

GRADI DI LIBERTÀ

2 × 3 GDL	CORPI RIGIDI	+ 6
1 × (−1) GDL	FUNE	− 1
1 × (−2) GDL	ROTOLAMENTO	− 2
1 × (−2) GDL	MANICOTTO	− 2
		+ 1

+1 GDL → COORDINATA LIBERA x

SEMPLIFICHIAMO IL SISTEMA



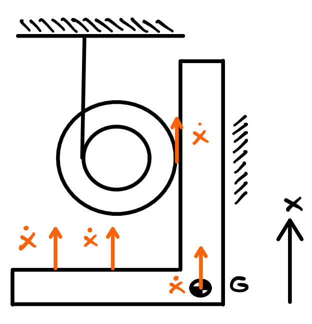
MASSA
RIGIDEZZE
SMORZAMENTI
FORZANTI

$$\boxed{m_0 \ddot{x} + r_0 \dot{x} + K_0 x = F_0}$$

TROVIAMO LE GRANDEZZE χ_0

LEGAMI CINEMATICI

1) IL CORPO L TRASLA
TUTTI I PUNTI HANNO LA STESSA v



2) FUNE IDEALE O INESTENSIBILE

OGNI PUNTO DELLA FUNE HA LA STESSA VELOCITÀ
LA FUNE È AGGANCIATA, QUINDI $v_{FUNE} = 0$

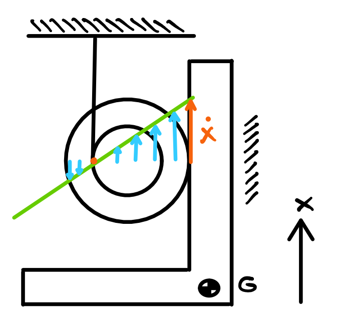
DA QUI RICAVIAMO $v_B = 0$

3) B CENTRO DI ISTANTANEA ROTAZIONE

SAPENDO CHE $v_B = 0$ USO IL TEOREMA DI RIVALS

$v_D = \cancel{v_B} + \omega\,(R_1 + R_E) = \dot{x}$ (+)

$\omega = \dfrac{\dot{x}}{R_1 + R_E}$

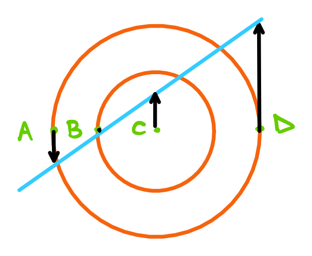


4) VELOCITÀ DEL PUNTO C

$v_C = \omega R_1 = \dfrac{R_1}{R_1 + R_E}\,\dot{x}$ (+)

5) VELOCITÀ DI A

$v_A = \omega\,(R_E - R_1) = \dfrac{R_E - R_1}{R_E + R_1}\,\dot{x}$ (−)



SPOSTAMENTI

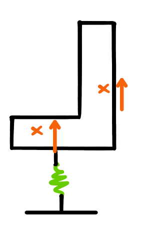
$x_C = \int v_C = \dfrac{R_1}{R_E + R_1}\,x \cancel{+C}$ $C = 0$ PER CONVENZIONE

ALLUNGAMENTI DI MOLLA E SMORZATORE

$\Delta l > 0 \longrightarrow$ ALLUNGAMENTO

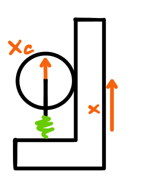
METODO:
TENGO FERMO ESTREMO OPPOSTO
E VEDO SE SPOSTAMENTO DEL CORPO
ALLUNGA O ACCORCIA LA MOLLA/SMORZATORE

MOLLA 1



$\Delta l_1 = x$ SI ALLUNGA

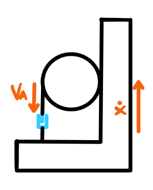
MOLLA 2



$\Delta l_2 = +x_C - x = x\left(\dfrac{R_1}{R_E + R_1} - 1\right) = -\dfrac{R_E}{R_E + R_1}\,x$

SI ACCORCIA

SMORZATORE 3



$\dot{\Delta l}_3 = -\dot{x} - V_A = -\dfrac{2R_E}{R_E - R_1}\,\dot{x}$

SI ACCORCIA

EQUAZIONE DI MOTO (LAGRANGE)

$m_0 \ddot{x} + r_0 \dot{x} + K_0 x = F_0$

$$\underbrace{\left[\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \boxed{E_c}}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial E_c}{\partial x}\right]}_{m_0 \ddot{x}} + \frac{\partial \boxed{D}}{\partial \dot{x}} + \frac{\partial \boxed{V}}{\partial x} = \boxed{\frac{\delta L}{\delta x}}$$

ENERGIA CINETICA

$$E_c = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} M V_C^2 + \frac{1}{2} J \omega^2$$

V IN BARICENTRO

$$= \frac{m\,\dot{x}^2}{2} + \frac{M}{2}\left(\frac{R_1 \dot{x}}{R_1 + R_E}\right)^2 + \frac{J}{2}\left(\frac{\dot{x}}{R_1 + R_E}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2}\underbrace{\left[m + M\left(\frac{R_1}{R_1 + R_E}\right)^2 + J\left(\frac{1}{R_1 + R_E}\right)^2\right]}_{m^*} \dot{x}^2 = \frac{1}{2} m_0 \dot{x}^2$$

LA MASSA RIDOTTA m_0 DIPENDE DA COME È FATTO IL SISTEMA
TIENE CONTO DEI LEGAMI CINEMATICI
PROVA AD APPLICARE LA FUNE IN ALTRI PUNTI

$\dfrac{\partial E_c}{\partial x} = 0$ $\dfrac{\partial E_c}{\partial \dot{x}} = m^* \dot{x}$ $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial E_c}{\partial \dot{x}}\right) = m^* \ddot{x}$

FUNZIONE DISSIPATIVA

$$D = \frac{1}{2} r\,\dot{\Delta l}_3^{\,2} = \frac{1}{2}\underbrace{r\left(-\frac{2R_3}{R_E - R_1}\right)^2}_{r^*} \dot{x}^2 = \frac{1}{2} r^* \dot{x}^2$$

$\dfrac{\partial D}{\partial \dot{x}} = r^* \dot{x}$

ENERGIA POTENZIALE

$$V = \frac{1}{2} K_1 \Delta l_1^2 + \frac{1}{2} K_2 \Delta l_2^2$$

(EVITIAMO LA F_{GRAV})

$$= \frac{K_1 x^2}{2} + \frac{K_2 x^2}{2}\left(-\frac{R_E}{R_1 + R_E}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2}\underbrace{\left[K_1 + K_2\left(-\frac{R_E}{R_1 + R_E}\right)^2\right]}_{K^*} x^2 = \frac{1}{2} K^* x^2$$

$\dfrac{\partial V}{\partial x} = K^* x$

LAVORO VIRTUALE

FORZA × SPOSTAMENTO DOVE F È APPLICATA
COPPIA × ROTAZIONE DOVE C È APPLICATA

SPOSTAMENTI VIRTUALI VANNO COME LE VELOCITÀ

$\dot{\theta} = \dfrac{x}{R_E + R_1} \longrightarrow \delta\theta = \dfrac{\delta x}{R_E + R_1}$

$\delta L = C(t) \cdot \delta\theta = C(t) \cdot \dfrac{\delta x}{R_E + R_1}$

$\dfrac{\delta L}{\delta x} = \dfrac{C(t)}{R_E + R_1} = F^*$

SOSTITUISCO IN EQUAZIONE DI MOTO

$$\left[m + M\left(\frac{R_1}{R_E + R_1}\right)^2 + \frac{J}{(R_E + R_1)^2}\right]\ddot{x} + \left[r\left(\frac{-2R_E}{R_E - R_1}\right)^2\right]\dot{x} + \left[K_1 + K_2\left(-\frac{R_E}{R_E + R_1}\right)^2\right] = \frac{C(t)}{R_E + R_1}$$