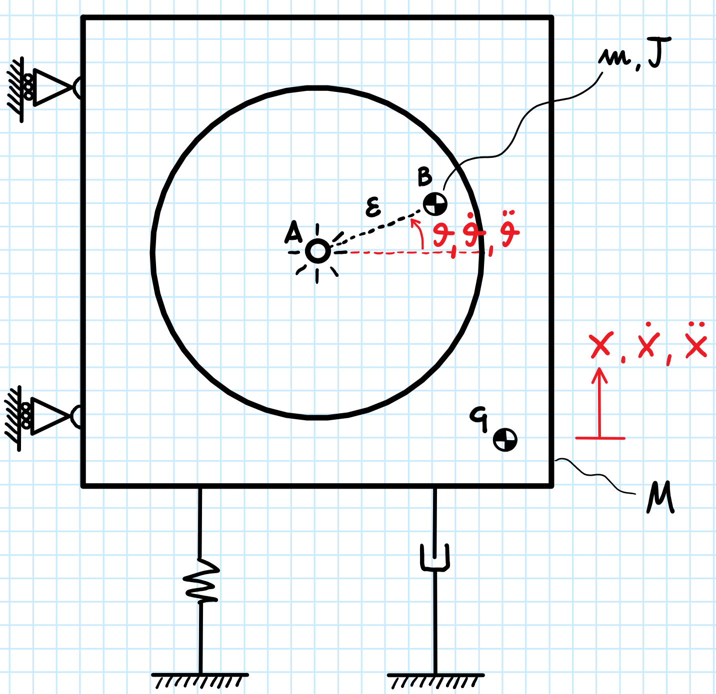


ε = ECCENTRICITÁ

G.D.L. TOTALI

$2 \times 3 = 6$

CARREL. = -1 G d vincolo

CARREL. = -1 G d vincolo

CERNIERA = -2 G d vincolo

2 GDL x e ϑ

VINCOLO SU ϑ PER RIPORTARE IL SYS AD ESSERE 1 G.D.L.

$\dot{\vartheta}$ = COSTANTE = Ω

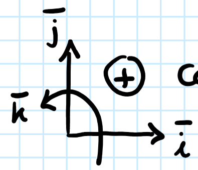
$\ddot{\vartheta} = 0$

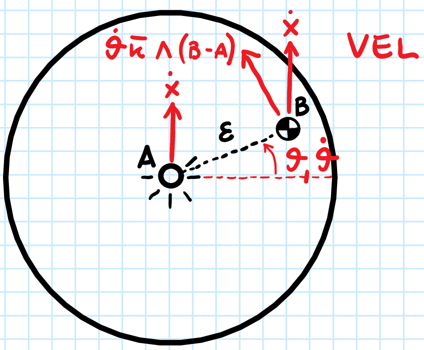
$\vartheta = \Omega t$

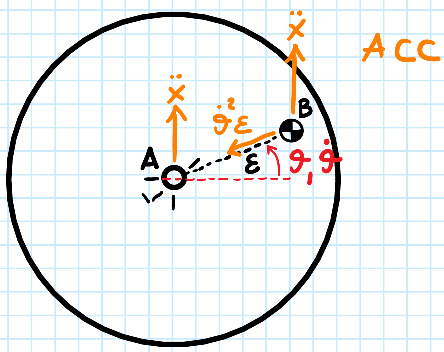
NON CI SONO FORZE ESTERNE

DOMANDA: TROVARE "L'EQ. DI MOTO" PER LA COORDINATA x

CINEMATICA







VELOCITÀ → del punto B

$$\bar{V}_B = \bar{V}_A + \dot{\vartheta}\bar{k} \wedge (B-A)$$

$$= \dot{x}\bar{j} + \dot{\vartheta}\bar{k} \wedge \varepsilon(\cos\vartheta\,\bar{i} + \sin\vartheta\,\bar{j})$$

$$= \dot{x}\bar{j} + \dot{\vartheta}\varepsilon\cos\vartheta\,\bar{j} - \dot{\vartheta}\varepsilon\sin\vartheta\,\bar{i}$$

$$= \underbrace{(-\dot{\vartheta}\varepsilon\sin\vartheta)}_{\bar{V}}\bar{i} + \underbrace{(\dot{x} + \dot{\vartheta}\varepsilon\cos\vartheta)}_{\bar{V}}\bar{j}$$

$$= \underbrace{(-\dot\vartheta \varepsilon \sin\vartheta)}_{\bar V_{Bx}} \bar i + \underbrace{(\dot x + \dot\vartheta\varepsilon\cos\vartheta)}_{\bar V_{By}} \bar j$$

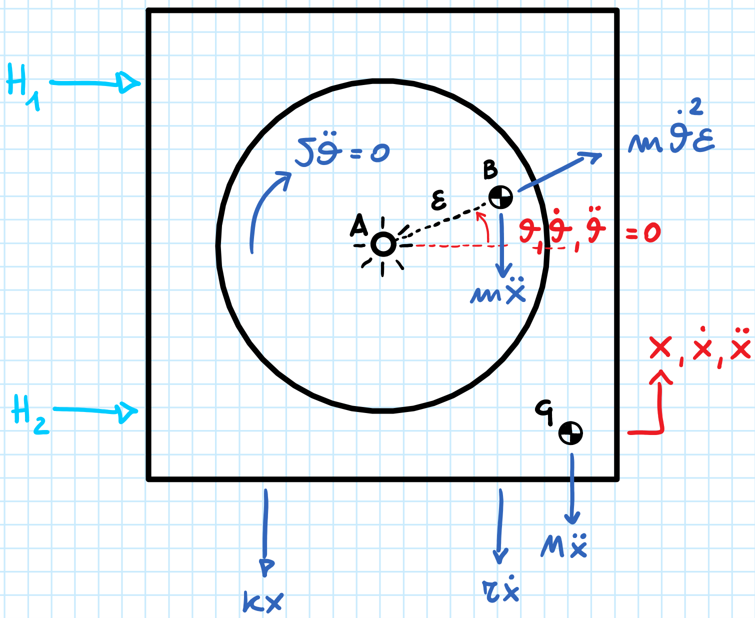
ACCELERAZIONE → del punto B

$$\bar a_B = \bar a_A + \cancel{\underbrace{\ddot\vartheta}_{\ddot\vartheta = 0}\, \bar k \wedge (B-A)} - \dot\vartheta^2 (B-A)$$

$$= \ddot x \bar j + 0 - \dot\vartheta^2 \varepsilon (\cos\vartheta \bar i - \sin\vartheta \bar j)$$

$$= \underbrace{(-\dot\vartheta^2 \varepsilon \cos\vartheta)}_{\bar a_{Bx}} \bar i + \underbrace{(\ddot x + \dot\vartheta^2 \varepsilon \sin\vartheta)}_{\bar a_{By}} \bar j$$

DINAMICA (No forza di gravità)



EQ. DI MOTO MEDIANTE EQUILIBRIO DINAMICO

Equilibrio VERTICALE

$$kx + r\dot x + M\ddot x + m\ddot x - m\dot\vartheta^2\varepsilon\sin\vartheta = 0$$

$$kx + r\dot x + M\ddot x + m\ddot x = m\dot\vartheta^2\varepsilon\sin\vartheta$$

$$\boxed{(M+m)\ddot x + r\dot x + kx = \underbrace{(m\Omega^2\varepsilon)}\sin\Omega t}$$

RICORDANDO CHE

$$\begin{bmatrix} \dot\vartheta = \Omega \\ \vartheta = \Omega t \end{bmatrix}$$

PER FACILITÀ DI RISOLUZIONE, Ω È RITENUTA COSTANTE, MA NEI GRAFICI IN FONDO ALLA PAGINA PRENDIAMO IN ESAME UNA SERIE DI VALORI DI Ω GRAZIE AI QUALI VALUTIAMO UNO SPETTRO DI VALORI DI $|X_0|$ E $\angle(X_0)$ AL VARIARE DEL PARAMETRO $a = \frac{\Omega}{\omega}$

EQ. DI MOTO MEDIANTE EQ. DI LAGRANGE

$$\left[\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot x}\right) - \frac{\partial E_c}{\partial x}\right] + \frac{\partial D}{\partial \dot x} + \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\delta L}{\delta x}$$

$$E_c = \frac{1}{2} M \dot x^2 + \frac{1}{2} m V_B^2 + \frac{1}{2} J \dot\vartheta^2$$

$$V_B^2 = V_{Bx}^2 + V_{By}^2$$

$$= (-\dot\vartheta\varepsilon\sin\vartheta)^2 + (\dot x + \dot\vartheta\varepsilon\cos\vartheta)^2$$

$$= \dot\vartheta^2\varepsilon^2\sin^2\vartheta + \dot x^2 + \dot\vartheta^2\varepsilon^2\cos^2\vartheta + 2\dot x\dot\vartheta\varepsilon\cos\vartheta$$

$$= \dot\vartheta^2\varepsilon^2 + \dot x^2 + 2\dot x\dot\vartheta\varepsilon\cos\vartheta \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot\vartheta = \Omega \\ \vartheta = \Omega t \end{bmatrix}$$

$= \vartheta^2\varepsilon^2 + x^2 + 2x\vartheta\varepsilon\cos\vartheta \quad \Rightarrow \quad \left[\vartheta = \Omega t\right]$

$= \Omega^2\varepsilon^2 + \dot{x}^2 + 2\dot{x}\Omega\varepsilon\cos\Omega t$

$$E_c = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\left(\Omega^2\varepsilon^2 + \dot{x}^2 + 2\dot{x}\Omega\varepsilon\cos\Omega t\right) + \frac{1}{2}J\Omega^2$$

$$\frac{\partial E_c}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial E_c}{\partial \dot{x}} = M\dot{x} + m\dot{x} + m\Omega\varepsilon\cos\Omega t$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{x}}\right) = M\ddot{x} + m\ddot{x} + m\Omega\varepsilon\left(-\Omega\sin\Omega t\right)$$

$$D = \frac{1}{2}r\Delta\dot{l}^2 = \frac{1}{2}r\dot{x}^2 \longrightarrow \frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = r\dot{x}$$

$$V = \frac{1}{2}k\Delta l^2 = \frac{1}{2}kx^2 \longrightarrow \frac{\partial V}{\partial x} = kx$$

$\delta L = 0$ perchè NON HO FORZANTI ESTERNE

SOSTITUENDO I TERMINI TROVATI HO:

$$M\ddot{x} + m\ddot{x} - m\Omega^2\varepsilon\sin\Omega t + r\dot{x} + kx = 0$$

$$\boxed{(M+m)\ddot{x} + r\dot{x} + kx = (m\Omega^2\varepsilon)\sin\Omega t}$$

INTEGRALE PARTICOLARE

$$(M+m)\ddot{x} + r\dot{x} + kx = (m\Omega^2\varepsilon)e^{i\Omega t} \quad \text{con} \left[\sin\Omega t = \mathrm{Im}\left(e^{i\Omega t}\right)\right]$$

RISOLVO IL CASO GENERALE CON FORZANTE COMPLESSA E POI PRENDO SOLO CIÓ CHE MI SERVE, OVVERO LA PARTE IMMAGINARIA

LA "SOLUZIONE" AVRÀ LA "STESSA FORMA" DELLA FORZANTE

$$\left.\begin{aligned} x &= X_0 e^{i\Omega t} \\ \dot{x} &= (i\Omega)X_0 e^{i\Omega t} \\ \ddot{x} &= -\Omega^2 X_0 e^{i\Omega t} \quad \text{con } i^2 = -1 \end{aligned}\right\} \text{METODO DELLA "SOMIGLIANZA"}$$

SOSTITUENDO HO:

$$\left[-(M+m)\Omega^2 + (i\Omega)r + k\right]X_0 \cancel{e^{i\Omega t}} = (m\Omega^2\varepsilon)\cancel{e^{i\Omega t}}$$

INTRODUCO $\boxed{\omega^2 = \frac{k}{(M+m)}}$ $\boxed{h = \frac{r}{2(M+m)\omega}}$ $\Rightarrow \frac{r}{(M+m)} = 2h\omega$

PULSAZIONE "PROPRIA" — COEFFICIENTE DI "SMORZAMENTO"

DIVIDENDO TUTTO PER LA MASSA $(M+m)$ OTTENGO

$$\left[-\Omega^2 + i 2h\omega\Omega + \omega^2\right] X_0 = \left(\frac{m}{M+m}\right)\Omega^2 \varepsilon$$

INTRODUCO $\boxed{a = \frac{\Omega}{\omega}}$ RAPPORTO TRA LE PULSAZIONI DELLA FORZANTE E DEL SISTEMA

DIVIDO TUTTO PER ω^2 E OTTENGO

$$\left[-a^2 + 2hai + 1\right] X_0 = \left(\frac{m\varepsilon}{M+m}\right) a^2$$

DA CUI

$$X_0 = \frac{\left(\frac{m\varepsilon}{M+m}\right) a^2}{(1-a^2) + i(2ha)}$$

SE VOGLIO POI CALCOLARE $|X_0|$ A MENO DI UNA COSTANTE HO:

$$\frac{|X_0|}{\left(\frac{m\varepsilon}{M+m}\right)} = \frac{a^2}{\sqrt{(1-a^2)^2 + (2ha)^2}}$$

PER OTTENERE L'ANOMALIA $\angle(X_0)$ MOLTIPLICO E DIVIDO LA (*) PER $(1-a^2) - i(2ha)$, E OTTENGO UN NUMERO COMPLESSO

UNA VOLTA CALCOLATI $\underbrace{|X_0|}_{\text{MODULO}}$ e $\underbrace{\angle(X_0)}_{\text{ANOMALIA}} = \varphi$, HO:

$$x(t) = X_0 e^{i\Omega t} = |X_0| e^{i\varphi} e^{i\Omega t} = |X_0| e^{i(\varphi + \Omega t)}$$

E PER LA SOLUZIONE DEVO PRENDERE LA PARTE IMMAGINARIA

$$x_p(t) = |X_0| \sin(\Omega t + \varphi)$$