MECCANICA APPLICATA

Ing. Fisica AA.2019-2020 prova del 18-02-2020 n. compito 001

NOME:..

COGNOME:..

MATRICOLA:.......................................

Ai fini della valutazione, consegnare: il presente foglio compilato con nome, cognome, matricola e risultati numerici negli appositi spazi **e** i fogli protocollo con lo svolgimento dei calcoli.

Problema 1

Il sistema articolato rappresentato in figura è costituito da tre corpi rigidi: l'asta AB (di inerzia trascurabile), il corpo rettangolare (baricentro G, massa m, momento di inerzia baricentrale J), e l'asta CD (di inerzia trascurabile). Da un punto di vista cinematico, ABCD costituisce un quadrilatero articolato. Una forza esterna orizzontale F (incognita) è applicata a G. Il sistema si muove nel piano verticale ed è soggetto alla forza di gravità. Nell'atto di moto raffigurato è nota la configurazione del sistema (α, β, γ) e i valori di $\dot{\alpha}$, $\ddot{\alpha}$.

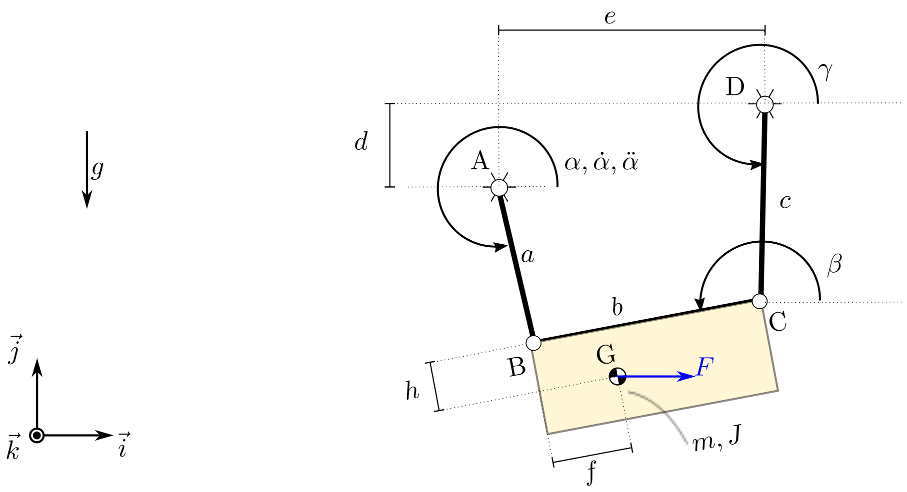


Figura 1:

Per l'atto di moto raffigurato, si chiede di:

1. calcolare la velocità e l'accelerazione angolare delle aste BC e CD;
2. calcolare la velocità e l'accelerazione di G;
3. calcolare il valore di F, applicando il teorema dell'energia cinetica;
4. calcolare la reazione vincolare in A.

Dati

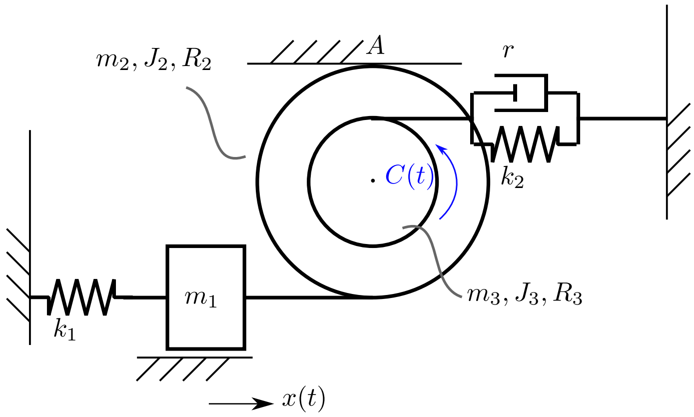
$a = 0.475\ m$, $b = 0.346\ m$, $c = 0.443\ m$, $d = 0.198\ m$, $e = 0.469\ m$, $h = 0.115\ m$, $f = 0.299\ m$, $\alpha = 293$ deg, $\beta = 214$ deg, $J = 0.20\,kgm^2$, $m = 1.5$ kg, $\dot{\alpha} = 2\ rad/s$, $\ddot{\alpha} = 0.3\ rad/s^2$.

Risposte

1. $\vec{\omega}_{BC} = \ldots\ldots\vec{k}$ rad/s; $\vec{\omega}_{CD} = \ldots\ldots\vec{k}$ rad/s;
2. $\dot{\vec{\omega}}_{BC} = \ldots\ldots\vec{k}\,rad/s^2$; $\dot{\vec{\omega}}_{CD} = \ldots\ldots\vec{k}\,rad/s^2$;
3. $\vec{v}_G = \ldots\ldots\vec{i} + \ldots\ldots\vec{j}$ m/s; $\vec{a}_G = \ldots\ldots\vec{i} + \ldots\ldots\vec{j}\ m/s^2$
4. $F = \ldots\ldots N$
5. $\vec{R}_A = \ldots\ldots\vec{i} + \ldots\ldots\vec{j}$ N ;

Problema 2

Il sistema in figura, posto nel piano orizzontale, è costituito da due dischi uniformi e concentrici saldati tra loro (costituiscono un unico corpo rigido) ed una massa traslante m_1. Il disco di diametro maggiore è vincolato a terra in A, mediante un vincolo di puro rotolamento. Il disco più grande ha raggio R_2, massa m_2, momento di inerzia baricentrale J_2; l'altro disco ha raggio R_3, massa m_3, momento di inerzia baricentrale J_3. La massa m_1 è vincolata tramite una fune inestensibile che si avvolge senza strisciare sul disco di raggio R_2 da un lato e con una molla k_1 a terra dall'altro lato. Un gruppo molla-smorzatore di rigidezza k_2 e smorzamento r è vincolato tramite una fune inestensibile che si avvolge senza strisciare sulla periferia del disco di raggio R_2 da un lato e a terra dall'altro. Una coppia $C(t) = C_0 \cos(\Omega t)$ è applicata al disco. Si utilizza la coordinata $x(t)$, traslazione della massa m_1, per descrivere il grado di libertà del sistema. Quando $x(t) = 0$ il sistema si trova in equilibrio statico con le molle indeformate.



Si chiede di calcolare:
1. l'equazione di moto del sistema, usando come coordinata libera $x(t)$.
2. la pulsazione propria del sistema non smorzato ω_0 ed il coefficiente di smorzamento h
3. l'integrale particolare $x_P(t)$

Dati

$m_1 = 8.0$ kg, $m_2 = 7.7$ kg, $m_3 = 5.8$ kg, $J_2 = 9.6 kgm^2$, $J_3 = 6.7 kgm^2$, $R_2 = 3.8$ m, $R_3 = 1.6$ m, $r = 36\, Ns/m$, $k_1 = 8846\, N/m$, $k_2 = 3438\, N/m$, $C_0 = 240.6\, Nm$, $\Omega = 10.5\, rad/s$,

Risposte

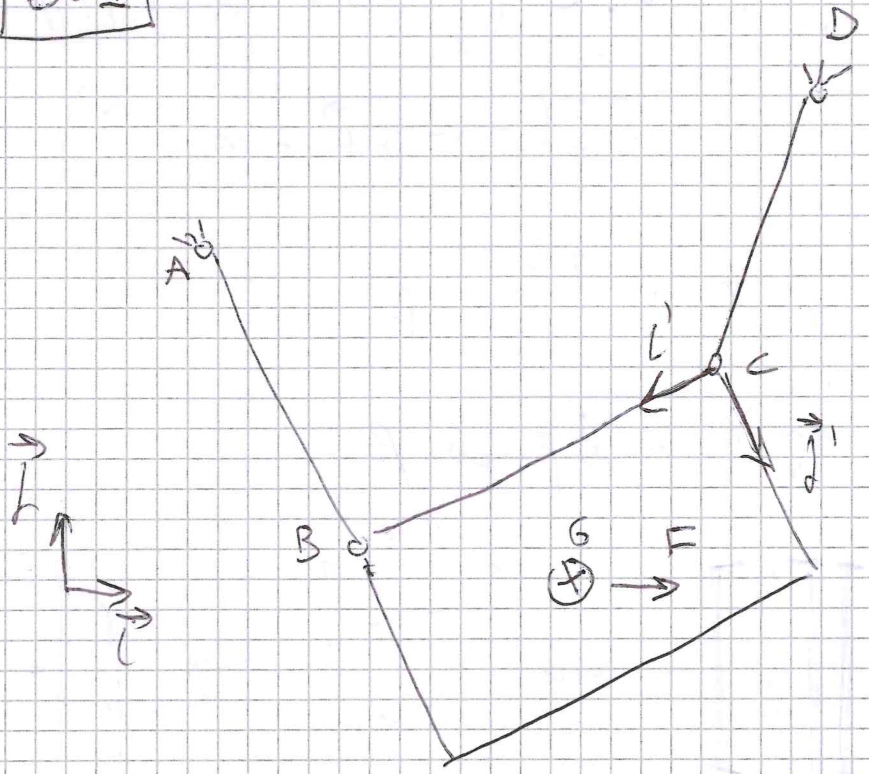
1. eq. di moto: $\ldots\ldots\ldots \ddot{x} + \ldots\ldots\ldots \dot{x} + \ldots\ldots\ldots x = \ldots\ldots\ldots\ldots \cos(\Omega t)$
2. $\omega_0 = \ldots\ldots\ldots\ rad/s$; $\quad h = \ldots\ldots\ldots$
3. $x_P(t) = \ldots\ldots\ldots \cos(\Omega t + \ldots\ldots\ldots)$

Domande di teoria

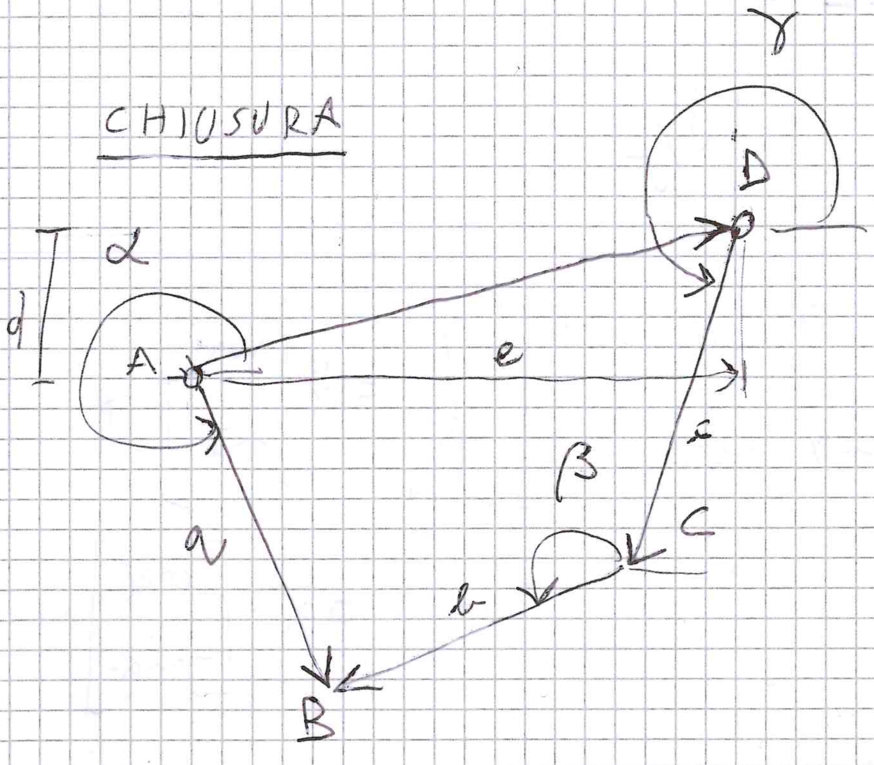
Discutere dei seguenti argomenti in maniera discorsiva, facendo eventualmente anche uso di equazioni, di dimostrazioni, di esempi.

1. Risposta nel tempo in risonanza di un sistema a 1 grado di libertà non smorzato e forzato da una forzante armonica.
2. Descrivere i metodi per la soluzione delle equazioni di moto di sistemi vibranti a 2 gradi di libertà forzati da forzanti armoniche.

Eso 1



CHIUSURA



$$(B-A) = (B-C) + (C-D) + (D-A)$$

IN VELOCITÀ

$$\vec{V}_B = \vec{V}_C + \dot{\beta}\vec{K} \wedge (B-C)$$

$$\dot{\alpha}\vec{K} \wedge (B-A) = \dot{\gamma}\vec{K} \wedge (C-D) + \dot{\beta}\vec{K} \wedge (B-C)$$

$$a\dot{\alpha}\left(-\sin\alpha\,\vec{i}+\cos\alpha\,\vec{j}\right)=\dot{\gamma}c\left(-\sin\gamma\,\vec{i}+\cos\gamma\,\vec{j}\right)+$$
$$b\dot{\beta}\left(-\sin\beta\,\vec{i}+\cos\beta\,\vec{j}\right)$$

$$\begin{cases} a\dot{\alpha}\sin\alpha=\dot{\gamma}c\sin\gamma+b\dot{\beta}\sin\beta \\ a\dot{\alpha}\cos\alpha=c\dot{\gamma}\cos\gamma+b\dot{\beta}\cos\beta \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} c\sin\gamma & b\sin\beta \\ c\cos\gamma & b\cos\beta \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\gamma}\\ \dot{\beta}\end{bmatrix}=a\dot{\alpha}\begin{bmatrix}\sin\alpha\\ \cos\alpha\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}\dot{\gamma}\\ \dot{\beta}\end{bmatrix}=$$

$$\Big\downarrow d/dt$$

$$\begin{bmatrix} & = & \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\gamma}\\ \ddot{\beta}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix} c\dot{\gamma}\cos\gamma & b\dot{\beta}\cos\beta \\ -c\dot{\gamma}\sin\gamma & -b\dot{\beta}\sin\beta \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\gamma}\\ \dot{\beta}\end{bmatrix}=a\ddot{\alpha}\begin{bmatrix}\sin\alpha\\ \cos\alpha\end{bmatrix}+a\dot{\alpha}^2\begin{bmatrix}\cos\alpha\\ -\sin\alpha\end{bmatrix}$$

$$\rightarrow\begin{bmatrix}\ddot{\gamma}\\ \ddot{\beta}\end{bmatrix}=\ldots$$

$$\vec{\omega}_{BC}=\dot{\beta}\,\vec{k}\qquad\qquad\dot{\vec{\omega}}_{BC}=\ddot{\beta}\,\vec{k}$$

$$\vec{\omega}_{CD}=\dot{\gamma}\,\vec{k}\qquad\qquad\dot{\vec{\omega}}_{CD}=\ddot{\gamma}\,\vec{k}$$

$$\vec{V}_G = \vec{V}_B + \vec{\omega}_{BC} \wedge (G-B) = V_{Gx}\,\vec{i} + V_{Gy}\,\vec{j}$$

CON $(G-B) = -\ell\,\vec{i}' + h\,\vec{j}'$

$$\vec{i}' = \cos\beta\,\vec{i} + \sin\beta\,\vec{j}$$
$$\vec{j}' = -\sin\beta\,\vec{i} + \cos\beta\,\vec{j}$$

$$\frac{dE_c}{dt} = m\vec{g}\cdot\vec{V}_G + \vec{F}\cdot\vec{V}_G$$

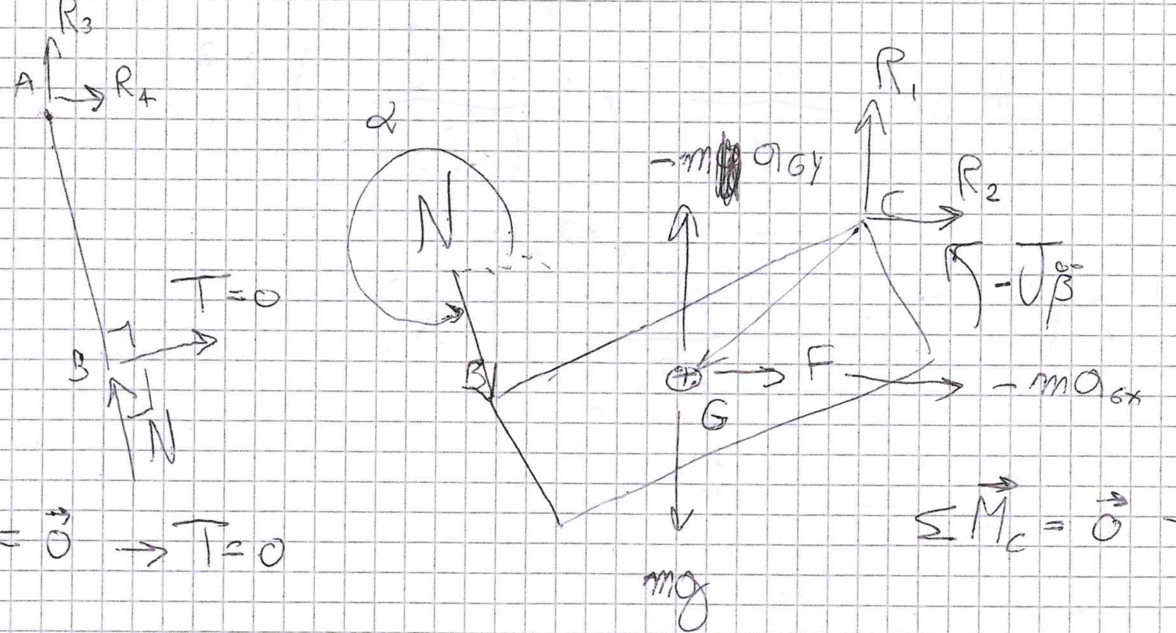
$$m\,\vec{V}_G\cdot\vec{a}_G + J\,\dot{\vec{\omega}}_{BC}\cdot\vec{\omega}_{BC} = -mg\,V_{Gy} + F\,V_{Gx}$$

$\downarrow$

$$\vec{a}_B + \dot{\vec{\omega}}_{BC}\wedge(G-B) - \omega_{BC}^2\,(G-B)$$

TROVO F

REAZIONI ISOLO AB e BC



$\Sigma\vec{M}_A = \vec{0} \rightarrow T=0$

$\Sigma\vec{M}_C = \vec{0} \rightarrow N$

$$\vec{M}_C = (G-C) \wedge \left((F - m a_{Gx}) \vec{i} + (-mg - m a_{Gy}) \vec{j} \right) +$$

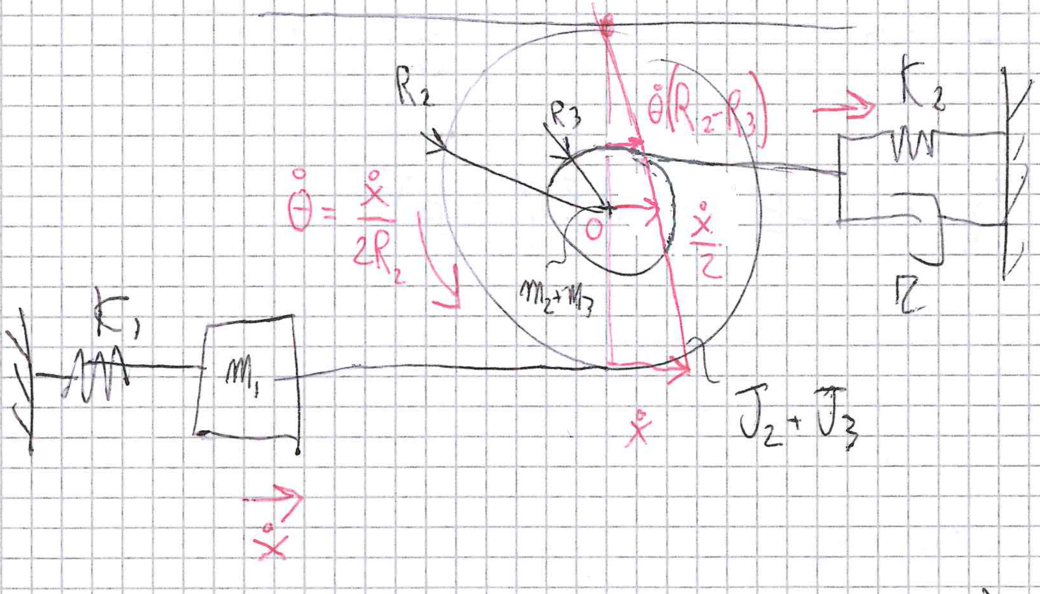
$$- J \ddot{\beta} \vec{k} + (B-C) \wedge \left(N \cos\alpha \, \vec{i} + N \sin\alpha \, \vec{j} \right)$$

$$= 0 \vec{k}$$

CON

$$(G-C) = (b - l) \vec{i}\,' + h \vec{j}\,'$$

$\boxed{\text{es } 2}$



$$E_C = \frac{1}{2} \left(m_1 + \frac{m_2 + m_3}{4} + \frac{J_2 + J_3}{(2R_2)^2} \right) \dot{x}^2$$

$$V = \frac{1}{2} \left(K_1 + K_2 \left[\frac{(R_2 - R_3)}{2R_2} \right]^2 \right) x^2$$

$$D = \frac{1}{2} r \left(\frac{R_2 - R_3}{2R_2} \right)^2 \dot{x}^2$$

$$\delta L = C \, \delta\theta = \frac{C}{2R_2}$$