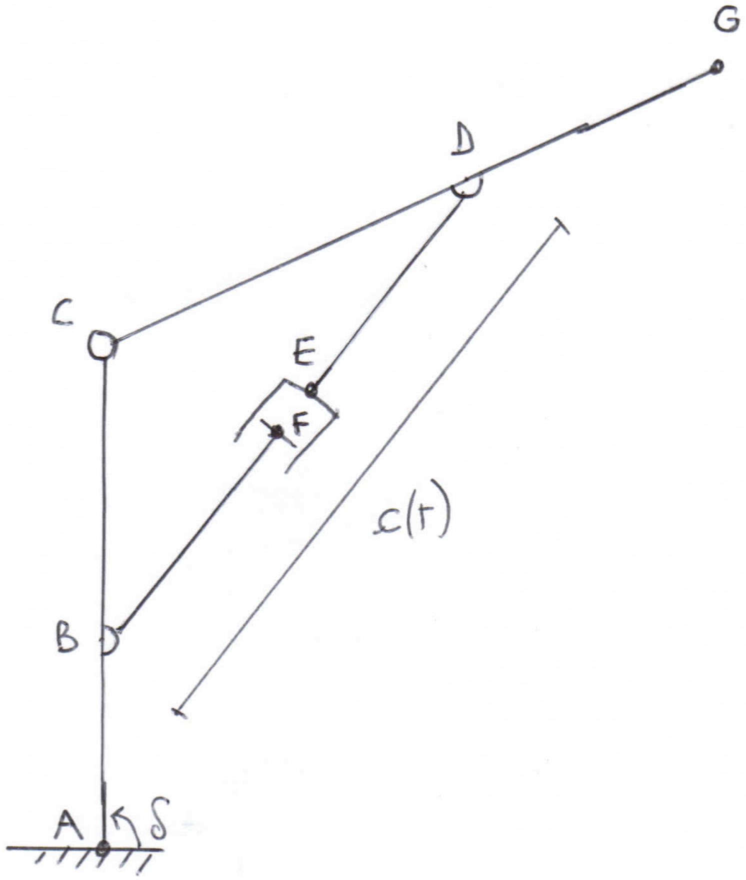
ESERCITAZIONE 4

ES. 1 ATTUATORE IDRAULICO (GLIFO)



DATI

- c(t) : LUNGHEZZA DELL'ATTUATORE (COORDINATA LIBERA)
- LUNGHEZZE ASTE
- $\delta = \frac{\pi}{2}$

CALCOLARE

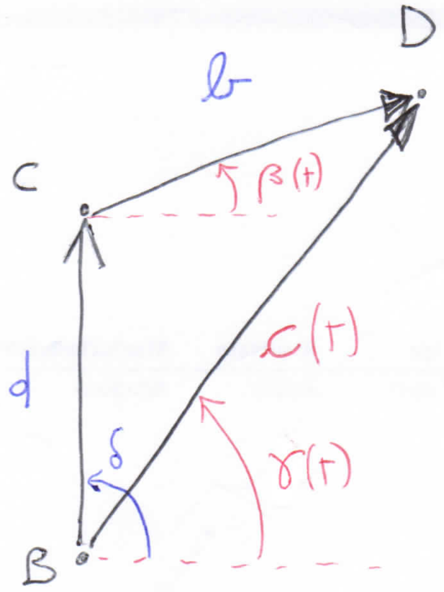
$\underline{v}_G$ e $\underline{a}_G$

VERIFICA GDL

4 ASTE	:	12 GDL
1 INCASTRO	:	− 3
3 CERNIERE	:	− 6
1 MANICOTTO	:	− 2
GDL RESIDUI	:	1

→ 1 COORDINATA LIBERA

EQ. DI CHIUSURA (POSIZIONE)



VETTORE	MODULO	DIREZIONE
(D-C)	b = COST	$\beta(t)$, INCOGNITA
(C-B)	d = COST	δ = COST = $\frac{\pi}{2}$
(D-B)	$c(t)$, COORDINATA LIBERA	$\gamma(t)$, INCOGNITA

$$(D-C) + (C-B) = (D-B) \quad (1)$$

CHE CON IL FORMALISMO DEI NUMERI COMPLESSI DIVENTA

$$b\,e^{i\beta} + d\,e^{i\delta} = c\,e^{i\gamma} \quad (2)$$

$$b\,e^{i\beta} + d\,i = c\,e^{i\gamma} \quad (3)$$

2 eq. SCALARI, 2 INCOGNITE $\gamma(t)$, $\beta(t)$

$$\begin{cases} b\cos\beta = c\cos\gamma & (3.1) \quad \text{Re} \\ b\sin\beta + d = c\sin\gamma & (3.2) \quad \text{Im} \end{cases}$$

$(3.1)^2 + (3.2)^2$

$$\Downarrow$$

$$b^2 + d^2 + 2bd \sin\beta = c^2$$

$$\sin\beta = \frac{c^2 - b^2 - d^2}{2db} \Longrightarrow \beta = \beta(c)$$

SOSTITUISCO NELLA (3.2) $\sin\beta$

$$\sin\gamma = \frac{b\sin\beta + d}{c} \Longrightarrow \gamma = \gamma(c)$$

VELOCITÀ

DERIVO LA (3) RISPETTO AL TEMPO

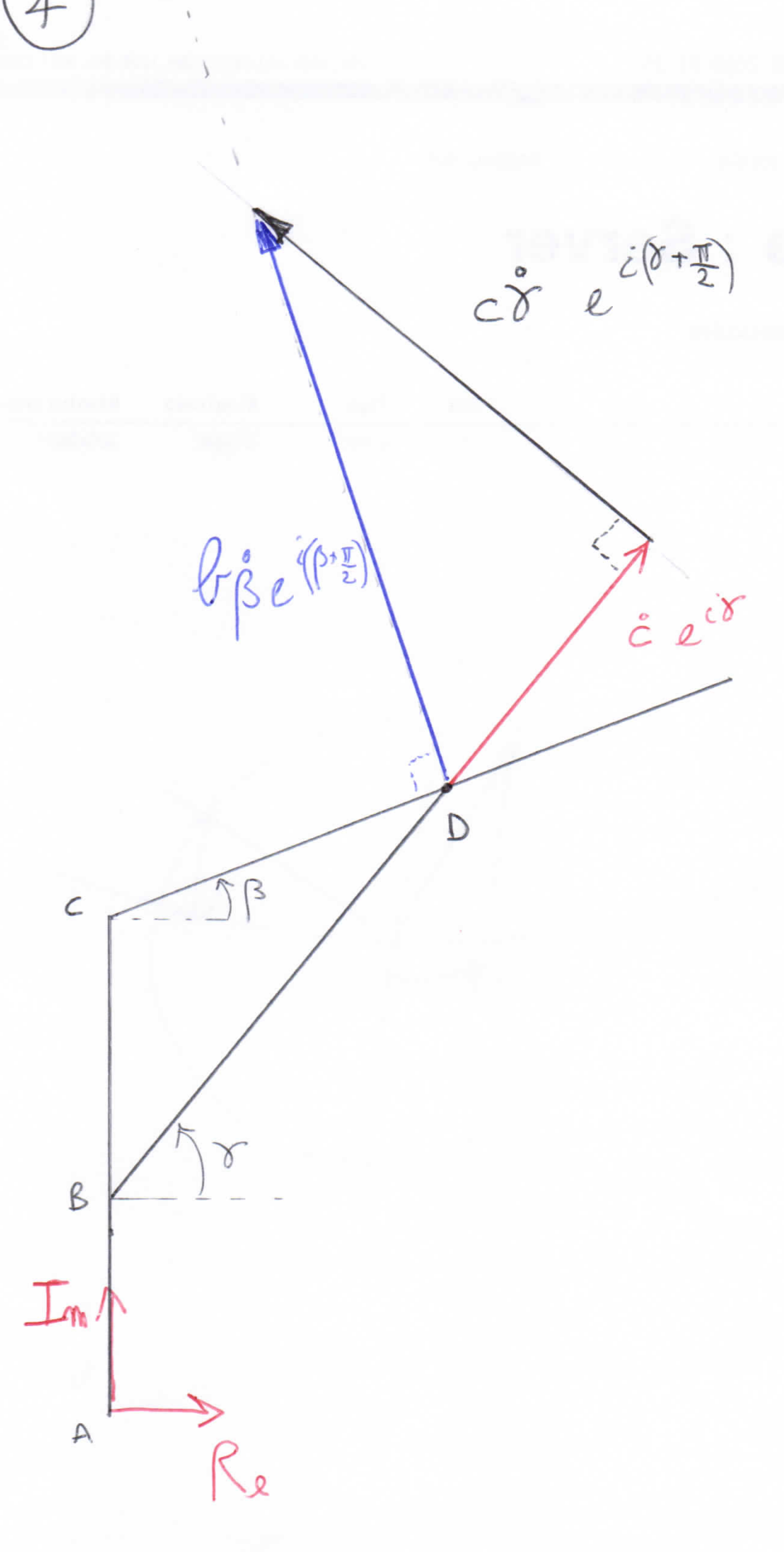
$$b\, e^{i\beta} + di = c\, e^{i\gamma}$$

$$\Downarrow \; d/dt$$

FUNZIONI DEL TEMPO

$$b\dot\beta\, e^{i(\beta+\frac{\pi}{2})} = \dot c\, e^{i\gamma} + c\dot\gamma\, e^{i(\gamma+\frac{\pi}{2})} \qquad (4)$$

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DELLA EQ 4



N.B.

$\dot{\beta}$ e $\dot{\gamma}$ SONO LE UNICHE INCOGNITE

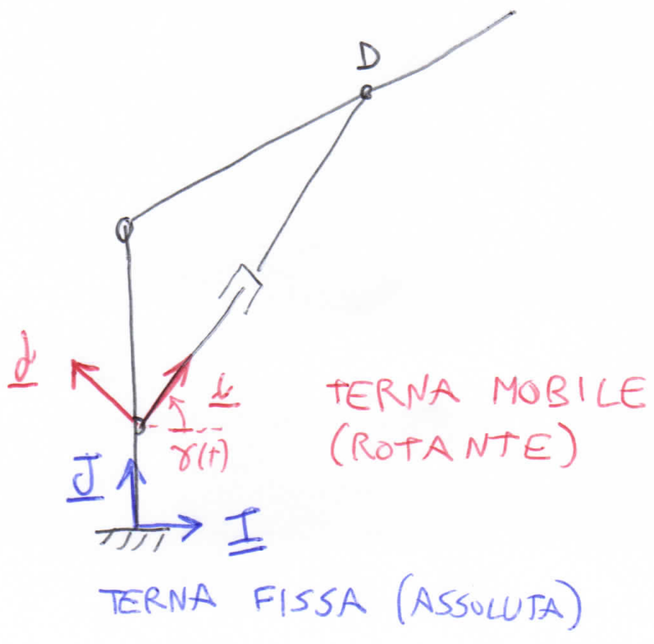
PROIETTANDO LA 3 SU Re e Im OTTENGO NUOVAMENTE 2 EQ SCALARI CON 2 INCOGNITE $\dot{\gamma}$ e $\dot{\beta}$

$$\begin{cases} b\dot{\beta}\cos\left(\beta+\frac{\pi}{2}\right) = \dot{c}\cos\gamma + c\dot{\gamma}\cos\left(\gamma+\frac{\pi}{2}\right) & (4.1) \\ b\dot{\beta}\sin\left(\beta+\frac{\pi}{2}\right) = \dot{c}\sin\gamma + c\dot{\gamma}\sin\left(\gamma+\frac{\pi}{2}\right) & (4.2) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ RISOLVO PER $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}(c, \dot{c})$

$\dot{\beta} = \dot{\beta}(c, \dot{c})$

INTERPRETAZIONE DELLA CHIUSURA IN VELOCITÀ (EQ 4) CON IL TEOREMA DEI MOTI RELATIVI



TH. MOTI RELATIVI:

$$\underline{V}_{ASSOLUTA} = \underline{V}_{TRASCINAMENTO} + \underline{V}_{RELATIVA}$$

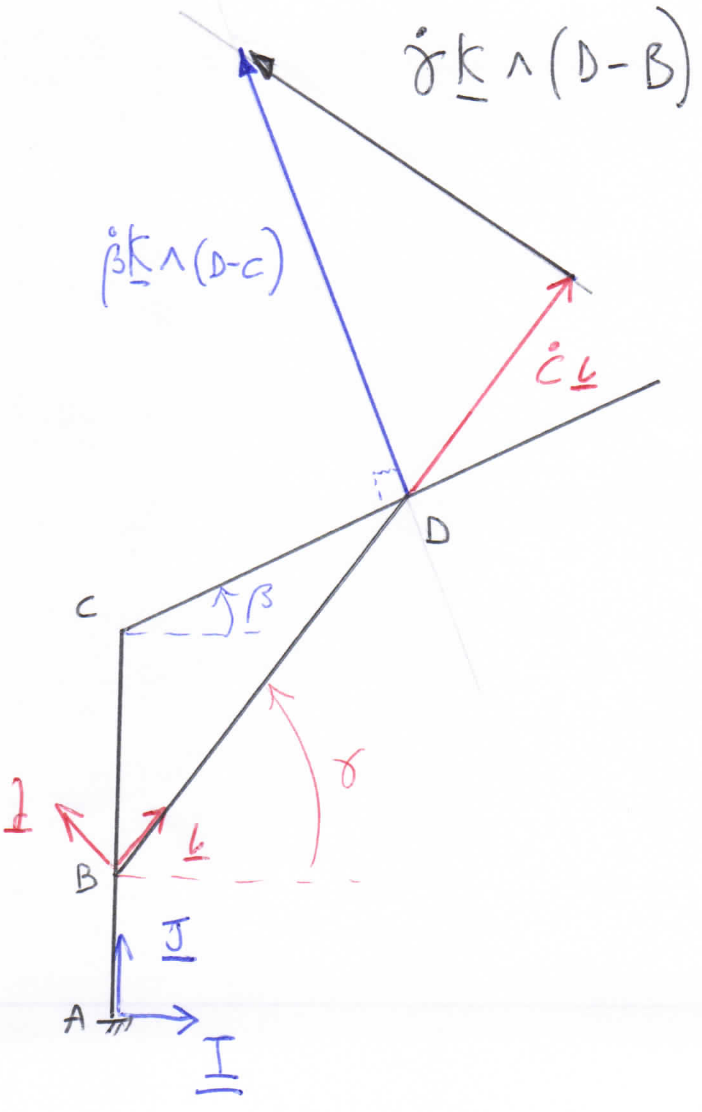
APPLICO IL T. DEI MOTI RELATIVI AL PUNTO D

$$\underline{V}_{ASS} = \underline{\omega}_{CD} \wedge (D-C) = \dot{\beta}\,\underline{k} \wedge (D-C)$$

$$\underline{V}_{REL} = \dot{c}\,\underline{i}$$

$$\underline{V}_{TR} = \underline{\omega}_{TERNA} \wedge (D-B) = \dot{\gamma}\,\underline{k} \wedge (D-B)$$

$$\dot{\beta}\,\underline{k} \wedge (D-C) = \dot{c}\,\underline{i} + \dot{\gamma}\,\underline{k} \wedge (D-B) \qquad (5)$$



DA CUI LA SEGUENTE CORRISPONDENZA

EQ	$\underline{V}_{ASS}$ =	$\underline{V}_{TR}$ +	$\underline{V}_{REL}$
4	$b\dot{\beta}\, e^{i(\beta+\frac{\pi}{2})}$	$\dot{c}\, e^{i\gamma}$	$\dot{\gamma} c\, e^{i(\gamma+\frac{\pi}{2})}$
5	$\dot{\beta}\underline{K}\wedge(D-C)$	$\dot{c}\,\underline{i}$	$\dot{\gamma}\underline{K}\wedge(D-B)$

SE FOSSERO NOTE TUTTE LE POSIZIONI, POTREI SCRIVERE DIRETTAMENTE L'EQ. DI CHIUSURA IN VELOCITÀ USANDO IL TH. DEI MOTI RELATIVI, OTTENENDO LA 5

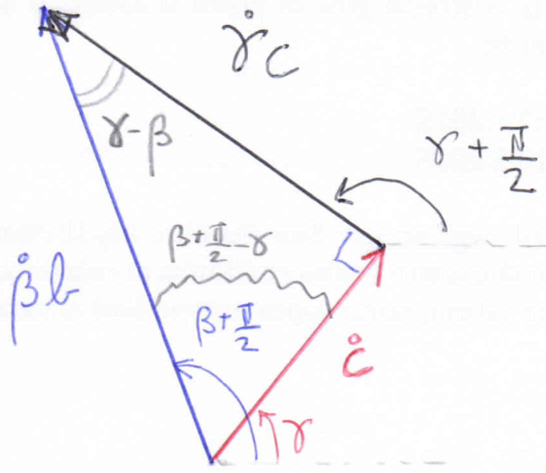
$$\dot{\beta}\,\underline{K}\wedge(D-C) = \dot{\gamma}\,\underline{K}\wedge(D-B) + \dot{c}\,\underline{i}$$

COME SI FA A CALCOLARE LE 2 INCOGNITE $\dot{\gamma}$ e $\dot{\beta}$? DUE POSSIBILITÀ

1) GRAFICAMENTE

2) ANALITICAMENTE

① METODO GRAFICO



$$\dot{c} = \operatorname{tg}(\gamma - \beta)\, \dot{\gamma} c \quad \Rightarrow \quad \dot{\gamma} = \frac{\dot{c}}{c \operatorname{tg}(\gamma - \beta)}$$

$$\dot{c} = \dot{\beta} b \sin(\gamma - \beta) \quad \Rightarrow \quad \dot{\beta} = \frac{\dot{c}}{b \sin(\gamma - \beta)}$$

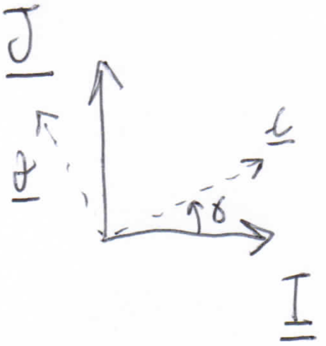
IN QUESTO ESEMPIO É SEMPLICE POICHÉ LA CHIUSURA IN VELOCITÀ È UN TRIANGOLO RETTANGOLO

2 METODO ANALITICO

$$(D-B) = c\cos\gamma\,\underline{I} + c\sin\gamma\,\underline{J}$$

$$(D-C) = b\cos\beta\,\underline{I} + b\sin\beta\,\underline{J}$$

$$\underline{i} = \cos\gamma\,\underline{I} + \sin\gamma\,\underline{J}$$



$$\begin{cases} \underline{i} = \cos\gamma\,\underline{I} + \sin\gamma\,\underline{J} \\ \underline{j} = -\sin\gamma\,\underline{I} + \cos\gamma\,\underline{I} \end{cases}$$

LA 5 DIVENTA

$$\dot\beta\,\underline{K} \wedge \left(b\cos\beta\,\underline{I} + b\sin\beta\,\underline{J}\right) = \dot c\left(\cos\gamma\,\underline{I} + \sin\gamma\,\underline{J}\right)$$

$$+ \dot\gamma\,\underline{K} \wedge \left(c\cos\gamma\,\underline{I} + c\sin\gamma\,\underline{J}\right)$$

$$(b\dot\beta\cos\beta)\,\underline{J} + (-b\dot\beta\sin\beta)\,\underline{I} = (\dot c\sin\gamma + \dot\gamma c\cos\gamma)\,\underline{J} +$$

$$(\dot c\cos\gamma - \dot\gamma c\sin\gamma)\,\underline{I}$$

CHE CONSIDERANDO LE SUE COMPONENTI LUNGO $\underline{I}$ e $\underline{J}$ DIVENTA

$$\begin{cases} -b\dot{\beta}\sin\beta = \dot{c}\cos\gamma - \dot{\gamma}c\sin\gamma & (5.1) \\ b\dot{\beta}\cos\beta = \dot{c}\sin\gamma + \dot{\gamma}c\cos\gamma & (5.2) \end{cases}$$

CHE SONO ESATTAMENTE LE (4.1) e LE (4.2)

ACCELERAZIONI

DERIVO LA (4) OPPURE LE (4.1) e (4.2)

$$b\dot{\beta}\, e^{i\left(\beta+\frac{\pi}{2}\right)} = \dot{c}\, e^{i\gamma} + c\dot{\gamma}\, e^{i\left(\gamma+\frac{\pi}{2}\right)}$$

$$\Downarrow \; d/dt$$

FUNZIONI DEL TEMPO

$$b\ddot{\beta}\, e^{i\left(\beta+\frac{\pi}{2}\right)} - b\dot{\beta}^2 e^{i\beta} = \ddot{c}\, e^{i\gamma} + \dot{c}\dot{\gamma}\, e^{i\left(\gamma+\frac{\pi}{2}\right)} + \dot{c}\dot{\gamma}\, e^{i\left(\gamma+\frac{\pi}{2}\right)} + c\ddot{\gamma}\, e^{i\left(\gamma+\frac{\pi}{2}\right)} - \dot{c}\dot{\gamma}^2 e^{i\gamma} \quad (6)$$

2 eq. SCALARI, 2 INCOGNITE $\Rightarrow \ddot{\beta} = \ddot{\beta}(c, \dot{c}, \ddot{c})$

$$\ddot{\gamma} = \ddot{\gamma}(c, \dot{c}, \ddot{c})$$

ANALOGAMENTE A QUANTO FATTO PER LE VELOCITÀ POSSIAMO INTERPRETARE I VARI TERMINI CHE APPAIONO NELLA (6) APPLICANDO IL TEOREMA DEI MOTI RELATIVI PER LE ACCELERAZIONI:

$$\underline{a}_{ASSOLUTA} = \underline{a}_{TRASCINAMENTO} + \underline{a}_{RELATIVA} + \underline{a}_{COMPLEMENTARE \atop (CORIOLIS)}$$

USIAMO LA TERNA MOBILE (ROTANTE) DI PRIMA E SCRIVIAMO L'ACCELERAZIONE DEL PUNTO D

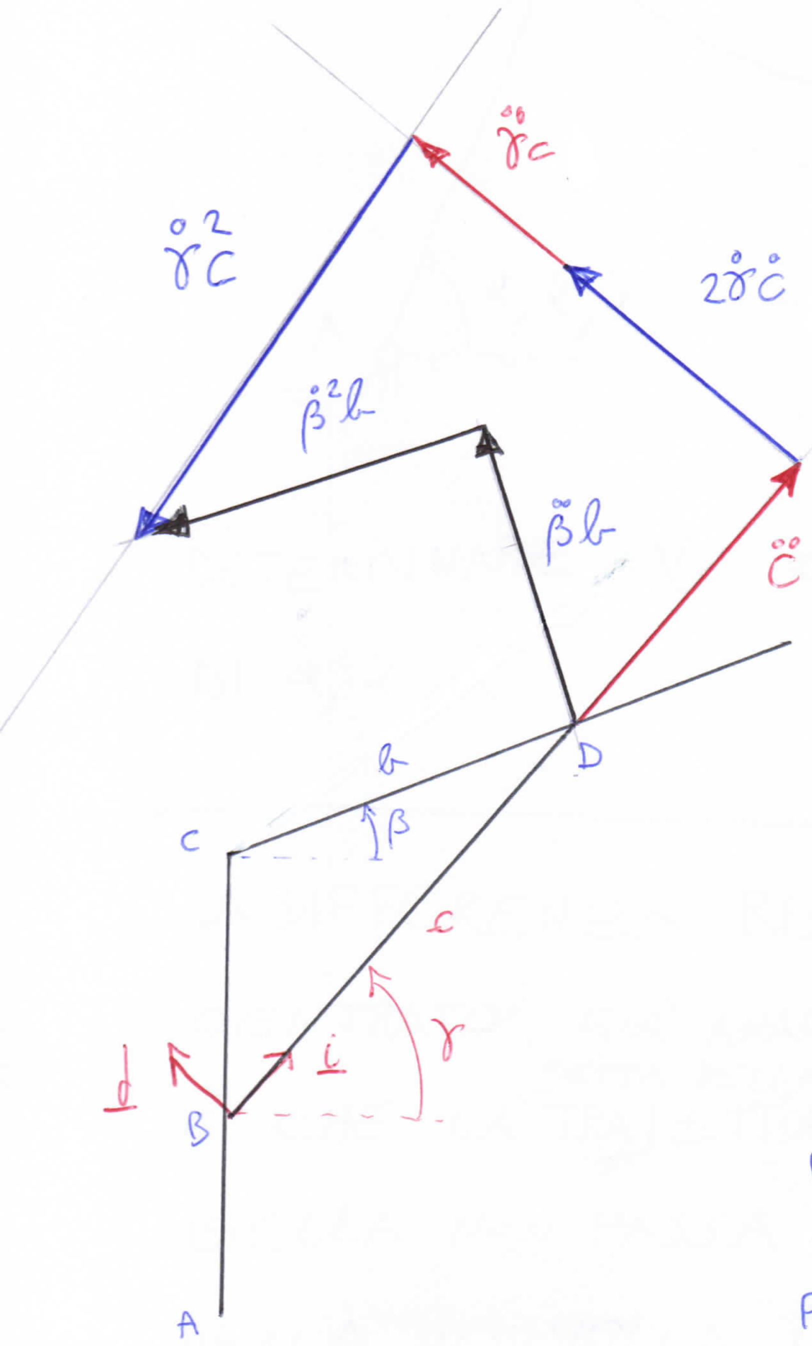
$$\underline{a}_{ASS} = \ddot{\beta}\, \underline{k} \wedge (D-C) - \dot{\beta}^2 (D-C) \qquad \text{(RIVALS)}$$

$$\underline{a}_{REL} = \ddot{C}\, \underline{i}$$

$$\underline{a}_{TR} = \ddot{\gamma}\,\underline{k} \wedge \overbrace{(D-B)}^{c\,\underline{i}} - \dot{\gamma}^2 (D-B) = \ddot{\gamma} c\,\underline{j} - \dot{\gamma}^2 c\,\underline{i}$$

$$\underline{a}_C = 2\,\underline{\omega}_{TERNA} \wedge \underline{V}_{REL} = 2\dot{\gamma}\,\underline{k} \wedge \dot{c}\,\underline{i}$$

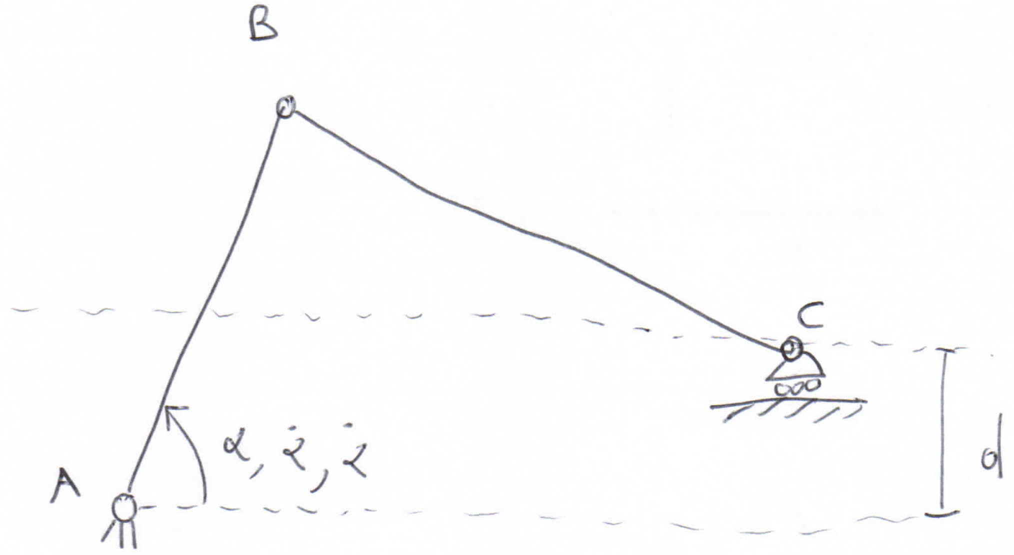
$$= 2\dot{\gamma}\dot{c}\,\underline{j}$$



CONFRONTANDO LA (6) CON I VARI TERMINI DI ACCELERAZIONE È POSSIBILE FARE CONSIDERAZIONI ANALOGHE A QUANTO VISTO PER LE VELOCITÀ.

ES. 2 LEG PRESS LINEARE

(MANOVELLISMO ORDINARIO DEVIATO)



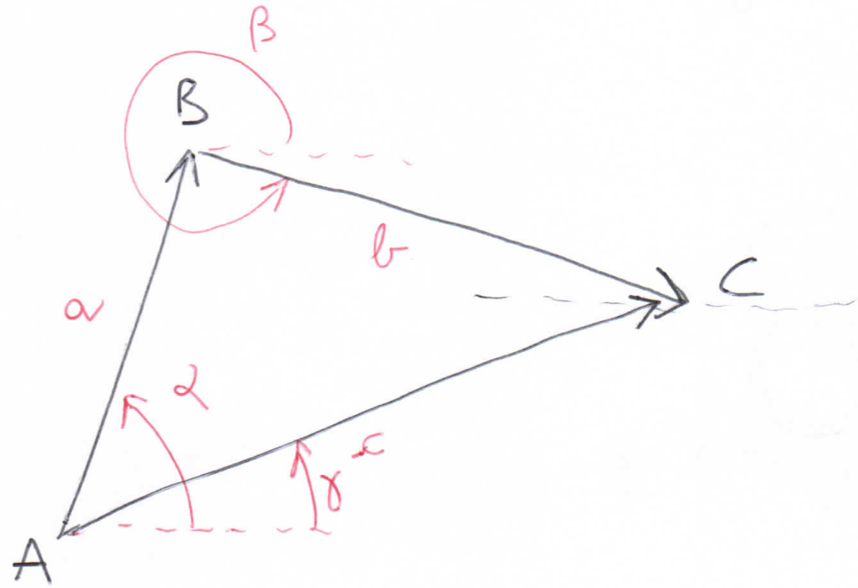
DETERMINARE $\underline{V}_c$ e $\underline{a}_c$ IN FUNZIONE DI $\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}$

LA DIFFERENZA RISPETTO AL MANOVELLISMO CENTRATO, GIÀ ANALIZZATO A LEZIONE, È CHE LA RETTA DELLA TRAIETTORIA DEL PIEDE DI BIELLA NON PASSA PER LA CERNIERA DELLA MANOVELLA (CIOÉ $d \neq 0$)

CHIUSURA IN POSIZIONE

SI POTREBBE PENSARE DI SCRIVERE LA SEGUENTE CHIUSURA

$$(C-A) = (C-B) + (B-A) \qquad (1)$$



VETTORE	MODULO	DIREZIONE
$(C-A)$	$c(t)$ INCOGNITO	$\gamma(t)$ INCOGNITO
$(C-B)$	$b = \text{COST}$	$\beta(t)$ INCOGNITO
$(B-A)$	$a = \text{COST}$	$\alpha(t)$ COORD. LIBERA

N.B.

c, γ, β

CI SONO 3 INCOGNITE, MA L'EQ (1) CORRISPONDE SOLO A 2 EQ SCALARI!

QUINDI CON LA (1) NON RIESCO A RISOLVERE LA POSIZIONE DEL SISTEMA.

DEVO AGGIUNGERE 1 EQUAZIONE. UNA INFO CHE FINORA NON HO CONSIDERATO È CHE LA TRAIETTORIA DI C È ORIZZONTALE, QUINDI LA COMPONENTE VERTICALE DI (C-A) È COSTANTE e PARI A d (VEDI FIGURA QUI SOTTO)

$$\boxed{c \sin\gamma = d}$$

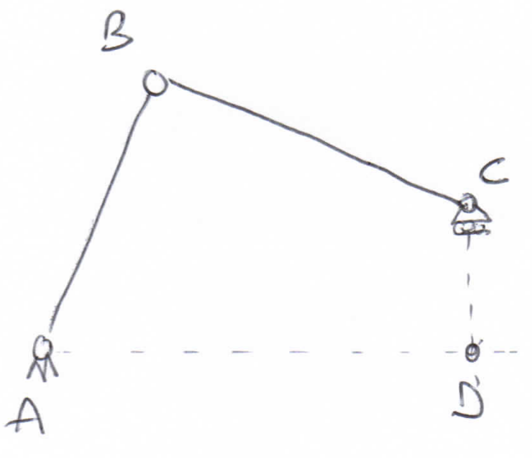
EQUAZIONE AGGIUNTIVA (2)

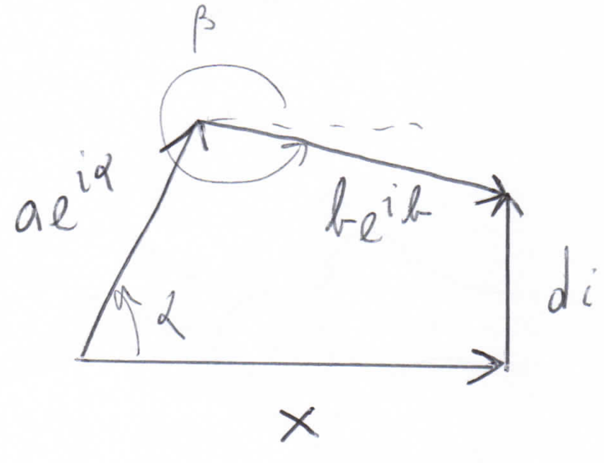
$$a e^{i\alpha} + b e^{i\beta} = c e^{i\gamma}$$

$$\begin{cases} a\cos\alpha + b\cos\beta = c\cos\gamma = x & (1.2) \\ a\sin\alpha + b\sin\beta = \underbrace{c\sin\gamma = d}_{\text{eq. } 2} & (1.1) \end{cases}$$

2 EQ, 2 INC. (x, β), ESSENDO $x = c\cos\gamma$

UN'EQ. DI CHIUSURA MIGLIORE SAREBBE STATA DIRETTAMENTE





$$(C-D) + (D-A) = (C-B) + (B-A)$$

$$x + di = a e^{i\alpha} + b e^{i\beta} \qquad (3)$$

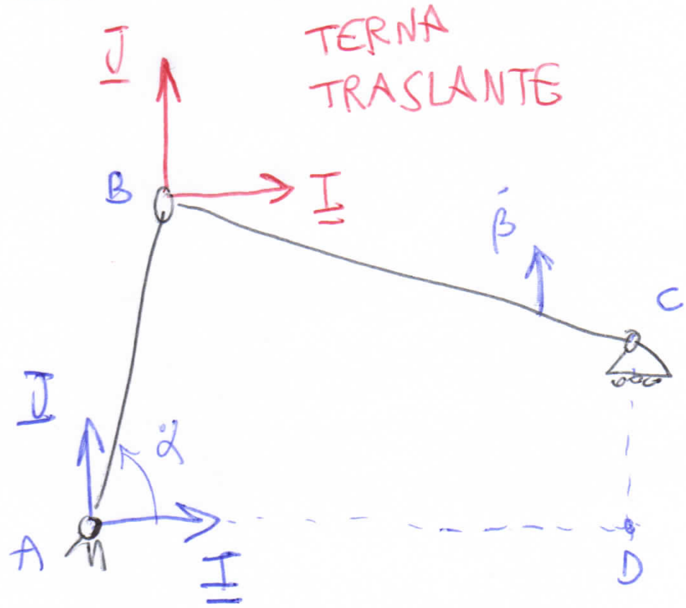
IN CUI HO GIÀ INCLUSO L'INFORMAZIONE CHE $(C-D)$ È COSTANTE

VELOCITÀ

$$\dot{x} = a\dot{\alpha}\, e^{i\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)} + b\dot{\beta}\, e^{i\left(\beta+\frac{\pi}{2}\right)} \qquad (4)$$

incognite $\dot{x}, \dot{\beta}$

MOTI RELATIVI



$$\underline{V}_C = \dot{x}\,\underline{I}$$

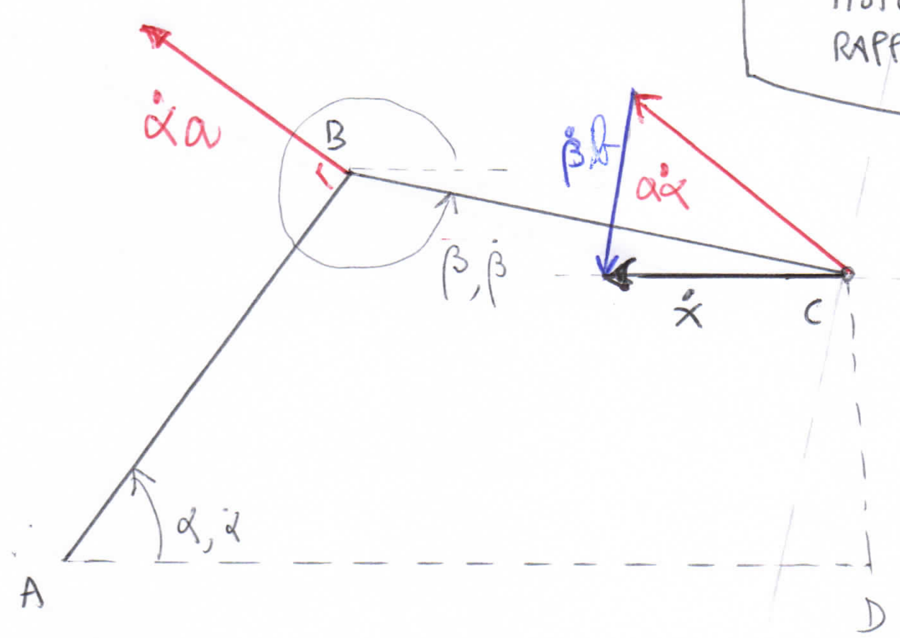
$$\underline{V}_{TR} = \dot{\alpha}\,\underline{K} \wedge (B-A)$$

MODULO $a\dot{\alpha}$
DIR $\perp (B-A)$

$$\underline{V}_{REL} = \dot{\beta}\,\underline{K} \wedge (C-B)$$

MODULO $b\dot{\beta}$
DIR $\perp (C-B)$

(*) NELL'ATTO DI MOTO RAPPRESENTATO



AFFINCHÉ IL TRIANGOLO DI VELOCITÀ SI CHIUDA(*), DEVE ESSERE $\dot{x}$ NEGATIVO E $\dot{\beta}$ NEGATIVO SE $\dot{\alpha}$ POSITIVO (VEDI FIGURA)

DEL RESTO $\dot{\beta} = \dot{\beta}(\alpha, \dot{\alpha})$ e $\dot{x} = \dot{x}(\alpha, \dot{\alpha})$

INFATTI RISOLVENDO LA (4) OTTENIAMO

$$\begin{cases} \dot{x} = -a\dot{\alpha}\sin\alpha - b\dot{\beta}\sin\beta \\ 0 = a\dot{\alpha}\cos\alpha + b\dot{\beta}\cos\beta \end{cases}$$

$$\dot{\beta} = -\left(\frac{a\cos\alpha}{b\cos\beta}\right)\dot{\alpha}$$

$$\dot{x} = -\left(\sin\alpha - \cos\alpha \operatorname{tg}\beta\right) a\dot{\alpha}$$

AD ESEMPIO

$a = 0.5 \ m$

$b = 0.5 \ m$

$d = 0.35 \ m$

$\alpha = 50 \ deg \ , \quad \dot{\alpha} = 1 \ rad/s$

$$\begin{cases} \beta = -3.8 \ deg & \text{DALLA (1.1)} \\ x = 0.82 \ m & \text{DALLA (1.2)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\beta} = -0.64 \ \dot{\alpha} \\ \dot{x} = -0.4 \ \dot{\alpha} \end{cases}$$