

NOME:.....

COGNOME:.....

MATRICOLA:.....

Ai fini della valutazione, consegnare: il presente foglio compilato con nome, cognome, matricola e risultati numerici negli appositi spazi e i fogli protocollo con lo svolgimento dei calcoli.

Problema 1

L'asta pesante AB , di massa m , momento di inerzia baricentrale J e lunghezza L , è vincolata a terra mediante due carrelli: il carrello in A può muoversi in orizzontale, mentre il carrello in B può muoversi in verticale. Una forza verticale F è applicata in B .

Nell'atto di moto rappresentato in figura sono note tutte le posizioni e la geometria del sistema. Il punto A ha velocità e accelerazione note: $\vec{v}_A = \dot{x}_A \vec{i}$, $\vec{a}_A = \ddot{x}_A \vec{i}$. Calcolare:

1. La velocità del punto B , \vec{v}_B , e la velocità angolare dell'asta AB , $\vec{\omega}$
2. L'accelerazione del punto B , \vec{a}_B , e l'accelerazione angolare dell'asta AB , $\vec{\omega}$
3. La velocità del punto G , \vec{v}_G , e la accelerazione del punto G , \vec{a}_G
4. l'energia cinetica del sistema, E_c
5. la potenza delle forze di inerzia $W_{in} = -\frac{dE_c}{dt}$
6. la potenza della forza peso W_g
7. il valore di \vec{F}
8. la reazione vincolare in A , \vec{R}_A e in B , \vec{R}_B

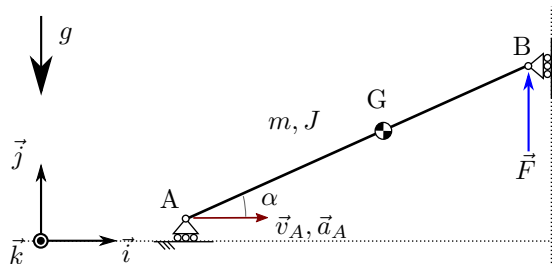


Figura 1:

Dati

$\dot{x}_A = 1.7 \text{ m/s}$, $\ddot{x}_A = 0.2 \text{ m/s}^2$, $m = 2.2 \text{ kg}$, $J = 2.9 \text{ kgm}^2$, $AB = 4.0 \text{ m}$, $AG = 2.0 \text{ m}$, $\alpha = 18 \text{ deg}$,

Risposte

1. $\vec{v}_B = \dots \vec{j} \text{ m/s}$; $\vec{\omega} = \dots \vec{k} \text{ rad/s}$
2. $\vec{a}_B = \dots \vec{j} \text{ m/s}^2$; $\vec{\omega} = \dots \vec{k} \text{ rad/s}^2$
3. $\vec{v}_G = \dots \vec{i} + \dots \vec{j} \text{ m/s}$; $\vec{a}_G = \dots \vec{i} + \dots \vec{j} \text{ m/s}^2$
4. $E_c = \dots \text{ Joule}$
5. $W_{in} = -\frac{dE_c}{dt} = \dots \text{ Watt}$
6. $W_g = \dots \text{ Watt}$
7. $\vec{F} = \dots \vec{j} \text{ N}$;
8. $\vec{R}_A = \dots \vec{j} \text{ N}$; $\vec{R}_B = \dots \vec{i} \text{ N}$;

Problema 2

Il sistema di corpi rigidi rappresentato in figura 2 si muove nel piano orizzontale ed è composto da 3 corpi rigidi: 2 dischi omogenei di massa m_1 , momento di inerzia baricentrale J e raggio R ; un corpo rigido rettangolare di massa m_2 .

I corpi sono soggetti ai seguenti vincoli cinematici: contatto di puro rotolamento in B, C, E e D. Si utilizza la coordinata $x(t)$ (traslazione del punto G) per descrivere il grado di libertà del sistema. Quando $x = 0$ e $y_A = 0$ il sistema si trova in equilibrio statico.

Il rettangolo, che trasla in orizzontale, è connesso a terra anche tramite una molla di rigidezza k . Uno smorzatore lineare di caratteristica r ha un estremo collegato al rettangolo, mentre l'altro estremo (punto A) subisce un moto imposto orizzontale $y_A(t) = Y_A \cos(\Omega t)$.

Si chiede di calcolare:

1. l'equazione di moto del sistema, usando come coordinata libera $x(t)$. (N.B. y_A è uno spostamento imposto del vincolo, non una forza!)
2. la pulsazione propria del sistema non smorzato ω_0 ed il coefficiente di smorzamento h
3. l'ampiezza di vibrazione a regime $|X_0|$, quando $\Omega = 3\omega_0$
4. la legge di moto $x(t)$ a partire da condizioni iniziali nulle ($x(0) = 0$ e $\dot{x}(0) = 0$).

Dati

$m_1 = 6.7 \text{ kg}$, $m_2 = 1.7 \text{ kg}$, $R = 1.7 \text{ m}$, $J = 9.7 \text{ kgm}^2$, $r = 50 \text{ Ns/m}$, $k = 3930 \text{ N/m}$, $Y_A = 0.1 \text{ m}$,

Risposte

1. eq. di moto: $\dots\dots\dots \ddot{x} + \dots\dots\dots \dot{x} + \dots\dots\dots x = \dots\dots\dots$
2. $\omega_0 = \dots\dots\dots \text{rad/s}$; $h = \dots\dots\dots$
3. $|X_0| = \dots\dots\dots \text{m}$;
4. $x(t) = \dots\dots\dots$

Domanda di teoria

Rispondere ad **UNA** delle tre domande di teoria a scelta:

1. Ricavare il teorema di Rivals per le velocità e le accelerazioni di un corpo rigido e discutere il concetto di centro di istantanea rotazione;
2. Ricavare l'equazione di moto di un pendolo e discutere la risposta nel tempo di un sistema vibrante non smorzato eccitato in risonanza da una forzante armonica;
3. Spiegare come si calcolano le frequenze proprie in un sistema vibrante a 2 g.d.l. in cui siano note le masse e le rigidezze del sistema.

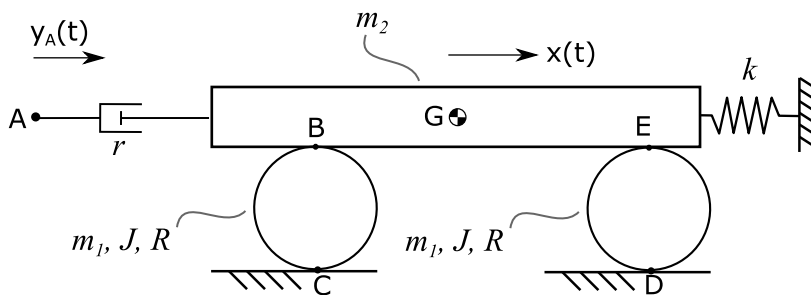


Figura 2: