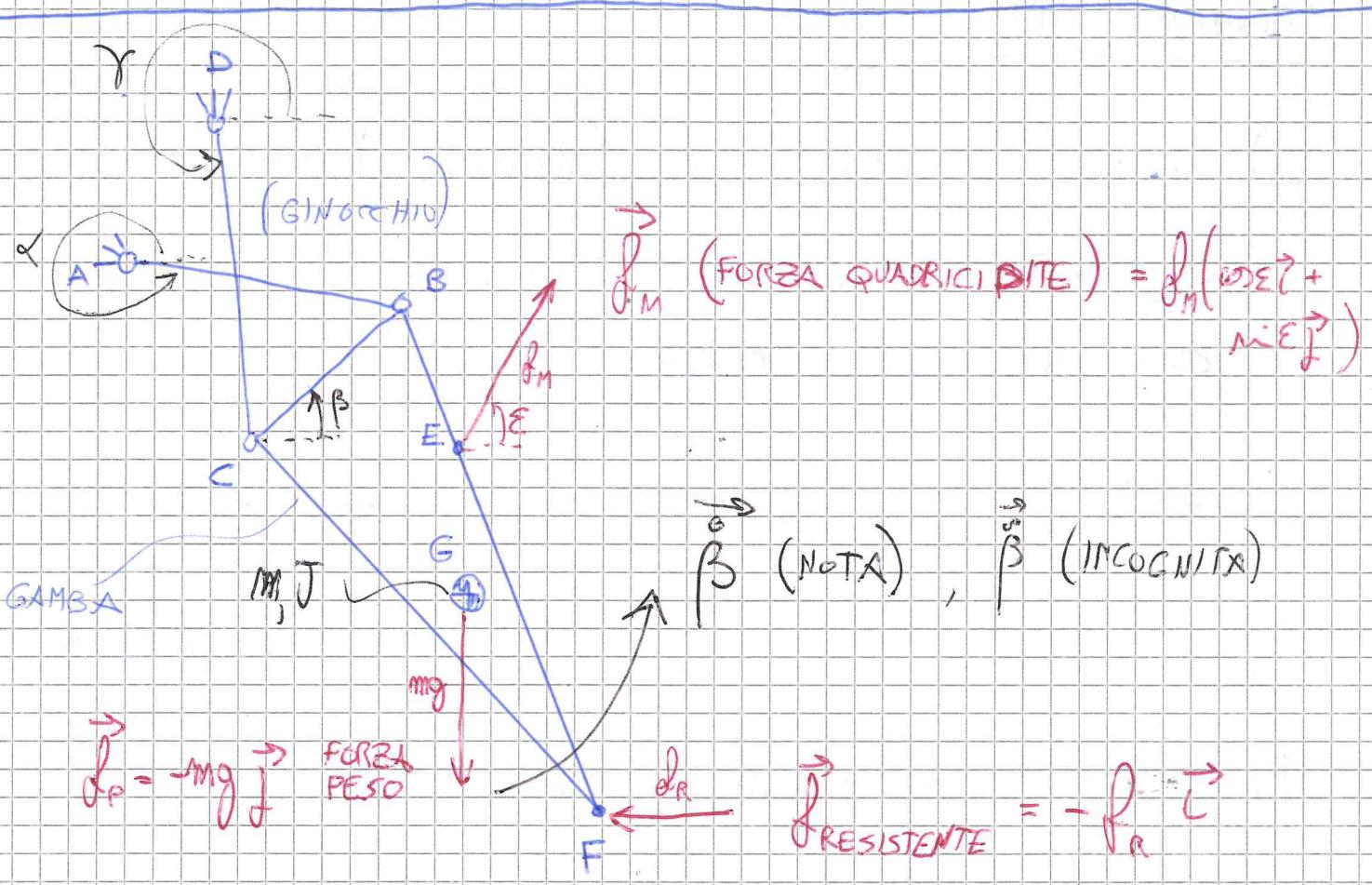


ES 4

DINAMICA SISTEMI ARTICOLATI

STUDIO DELL'ATTO DI MOTO CON EQUILIBRI

DINAMICI E BILANCIO DI POTENZE



SONO NOTE TUTTE LE DISTANZE TRA PUNTI

DOMANDA

CALCOLARE

og
→
B

(ACCELERAZIONE ANGOLARE)

NELL'ATTO DI MOTO' CONSIDERATO

PROBLEMA DINAMICO

→ METODO 1: EQUILIBRI DINAMICI

→ METODO 2: BILANCIO DI POTENZE

EQUILIBRI DINAMICI

1) ISOLE I CORPI RIGIDI (RIMUOVO I VINCOLI

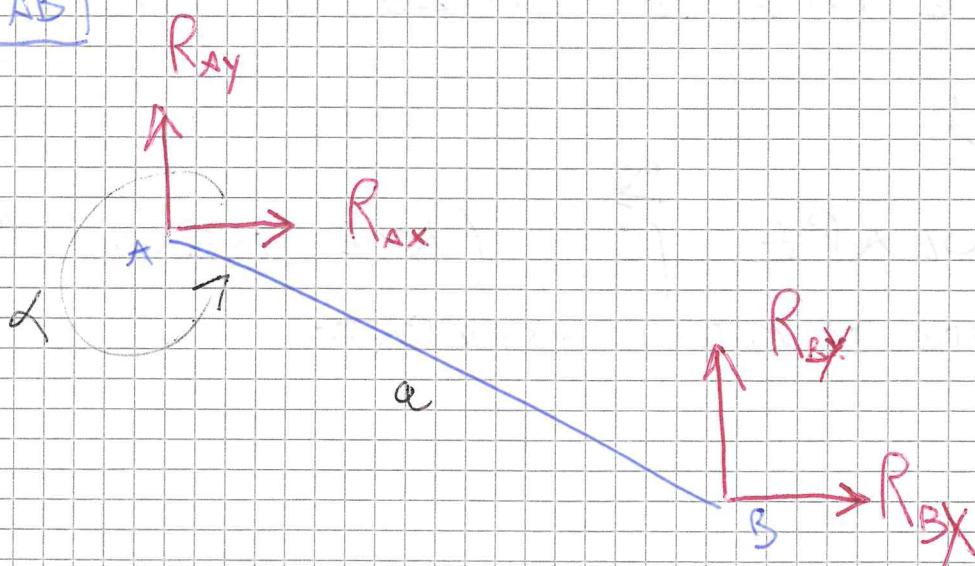
CINEMATICI E LI SOSTITUISCO CON LE
CORRESPONDENTI REAZIONI VINCOLARI)

2) APPLICO (DISEGNO) LE FORZE ESTERNE

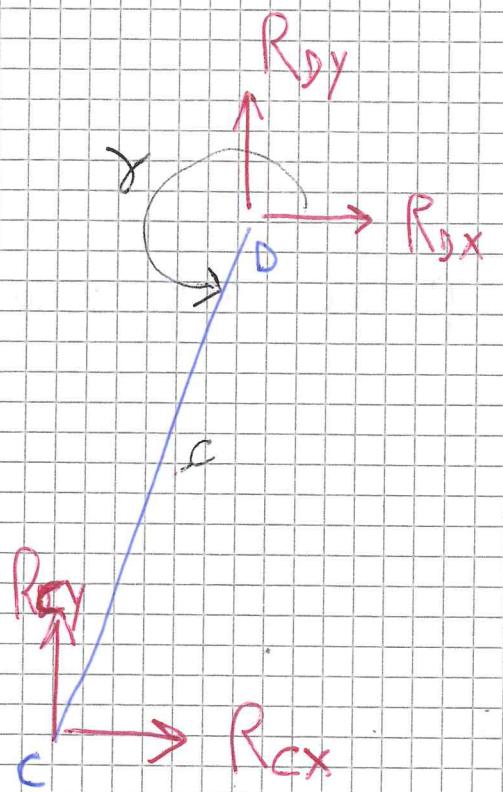
3) " " " " DI INERZIA

4) FACCIO GLI EQUILIBRI DI FORZA

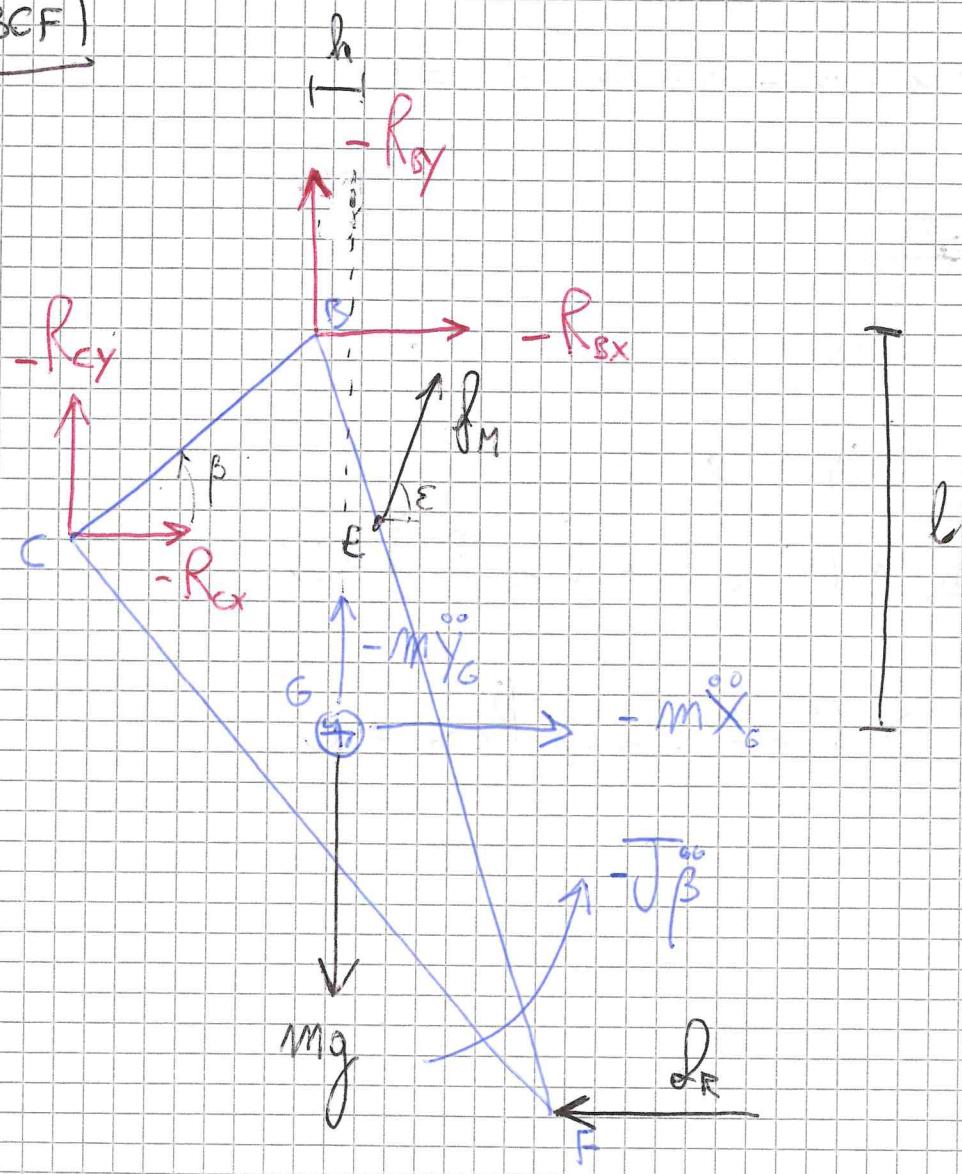
ASTA AB



ASTA CD



CORPO BCF



PER OGNI CORPO :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_p = 0 \end{array} \right. \quad \text{con } p \text{ POLO ARBITRARIO}$$

ASTA AB

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{Ax} + R_{Bx} = 0 \\ R_{Ay} + R_{By} = 0 \\ \text{POLO A} \quad (B-A) \wedge (R_{Bx} \vec{i} + R_{By} \vec{j}) = \vec{0} \quad \cos(B-A) = a / (\sin(\gamma + \alpha)) \\ \Downarrow \\ a \cos \alpha R_{By} - a \sin \alpha R_{Bx} = 0 \end{array} \right.$$

ASTA CD

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{Cx} + R_{Dx} = 0 \\ R_{Cy} + R_{Dy} = 0 \\ \text{POLO D} \quad (C-D) \wedge (R_{Cx} \vec{i} + R_{Cy} \vec{j}) = \vec{0} \\ \Downarrow \\ c \cos \gamma R_{Cy} - c \sin \gamma R_{Cx} = 0 \end{array} \right.$$

~~B~~

CORPO RIGIDO ABC

$$\left\{ \begin{array}{l} (-R_{Cx}) + (-R_{\cancel{B}x}) + f_m \cos \varepsilon + (-f_R) + (-m \ddot{x}_G) = 0 \\ (-R_{Cy}) + (-R_{\cancel{B}y}) + f_m \sin \varepsilon - mg - m \ddot{y}_G = 0 \end{array} \right.$$

POLO

B

$$(E - B) \wedge f_m (\cos \varepsilon \vec{i} + \sin \varepsilon \vec{j}) +$$

$$(C - B) \wedge (-R_{Cx} \vec{i} - R_{Cy} \vec{j}) +$$

$$(G - B) \wedge ((-m \ddot{y}_G - mg) \vec{f} - m \ddot{x}_G \vec{i}) +$$

$$(F - B) \wedge (-R_R \vec{i}) +$$

$$- \bar{J} \ddot{\beta} \vec{r} = \vec{0}$$



$$\text{in } (E - B) = EB_x \vec{i} + EB_y \vec{j}$$

etc. -

$$f_m \sin \varepsilon EB_x - f_m \cos \varepsilon EB_y - R_{Cy} CB_x + R_{Cx} CB_y +$$

$$- m(\ddot{y}_G + g) GB_x + m \ddot{x}_G GB_y + FB_y \cancel{f_R} - \bar{J} \ddot{\beta} = 0$$

QUINDI IN TOTALE HO SCRITTO 9 EQUAZIONI

e HO 11 INCognite

8 REAZIONI VINCOLARI $R_{Cx}, R_{Cy}, R_{Bx}, R_{By}, R_A, R_B$

+

3 ACCELERAZIONI $\dot{x}, \dot{y}, \ddot{\beta}$

=

11 INCognite

IN REALTÀ POSSO SCRIVERE ANCORA 2 EQUAZIONI
 INFATTI $\ddot{x}, \dot{y}, \ddot{\beta}$ SONO LEGATE TRA DI LORO IN QUANTO
 IL SISTEMA È AD 1 GDL

DEVO ALLORA TROVARE I LEGAMI CINEMATICI:

$$\ddot{x} = \ddot{x}(\ddot{\beta}, \dot{\beta}, \beta)$$

→ QUINDI ALLA FINE L'UNICA ACC.

$$\dot{y} = \dot{y}(\dot{\beta}, \ddot{\beta}, \beta)$$

INCognita È $\ddot{\beta}$

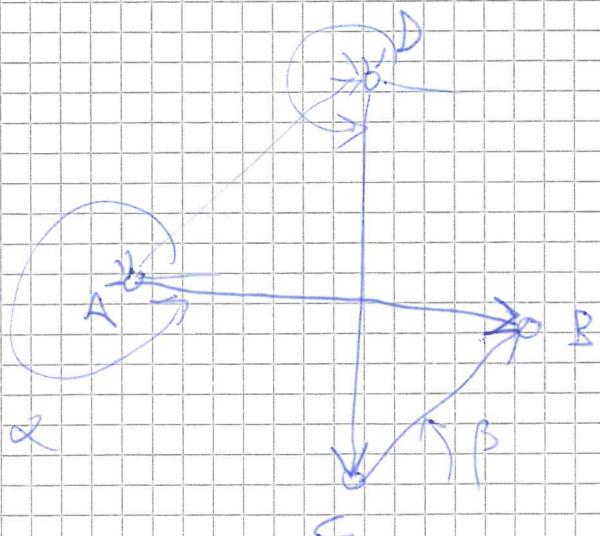
$$\vec{\alpha}_G = \vec{x}_G \vec{i} + \vec{y}_G \vec{j} = \vec{\alpha}_B + \vec{\beta} \wedge (\vec{G}-\vec{B}) - \vec{\beta}^2 (\vec{G}-\vec{B})$$

(RIVALS)

$$\vec{\alpha}_B = \vec{\alpha} \wedge (\vec{B}-\vec{A}) - \vec{\alpha}^2 (\vec{B}-\vec{A})$$

INCognite

CHIUSURA DEL
 QUADRILATERO
 ARTICOLATO ABCD



$$(B-A) = (B-C) + (C-D) + (D-A)$$

MOMO

4

$$a e^{i\dot{x}} = b e^{i\dot{\beta}} + c e^{i\dot{\gamma}} + \text{cost}$$

$\Downarrow d/dt$

$$a \ddot{e}^{i\dot{x}} = b \ddot{e}^{i\dot{\beta}} + c \ddot{e}^{i\dot{\gamma}}$$

$$\begin{cases} a \cos \dot{x} - c \cos \dot{\gamma} = b \cos \dot{\beta} \\ a \sin \dot{x} - c \sin \dot{\gamma} = b \sin \dot{\beta} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} \\ \dot{\gamma} \end{cases} = \dot{x}(\beta, \dot{\beta})$$

$$\Downarrow d/dt$$

$$\dots \rightarrow \ddot{x} = \ddot{x}(\beta, \dot{\beta}, \ddot{\beta})$$

QUINDI NOTA \ddot{x} e $\ddot{\gamma}$ $\Rightarrow \vec{a}_B \Rightarrow \vec{a}_G \Rightarrow \ddot{x}_G$ e \ddot{y}_G

CHE SONO LE 2 EQUAZIONI MANCATI

\Rightarrow POSSO RISOCVERE IL SISTEMA DI 11 EQUAZIONI E 11 INCognITE

Tra cui $\ddot{\beta}$ che era l'obiettivo

QUESTO METODO È ABBASTANZA ~~COMPLICATO~~ COMPLESSO, SE SONO INTERESSATO SOLO

A $\ddot{\beta}$ e NON ALLE RELAZIONI VINCOLARI
È PIÙ RAPIDO USARE IL BILANCIO DI POTENZE.

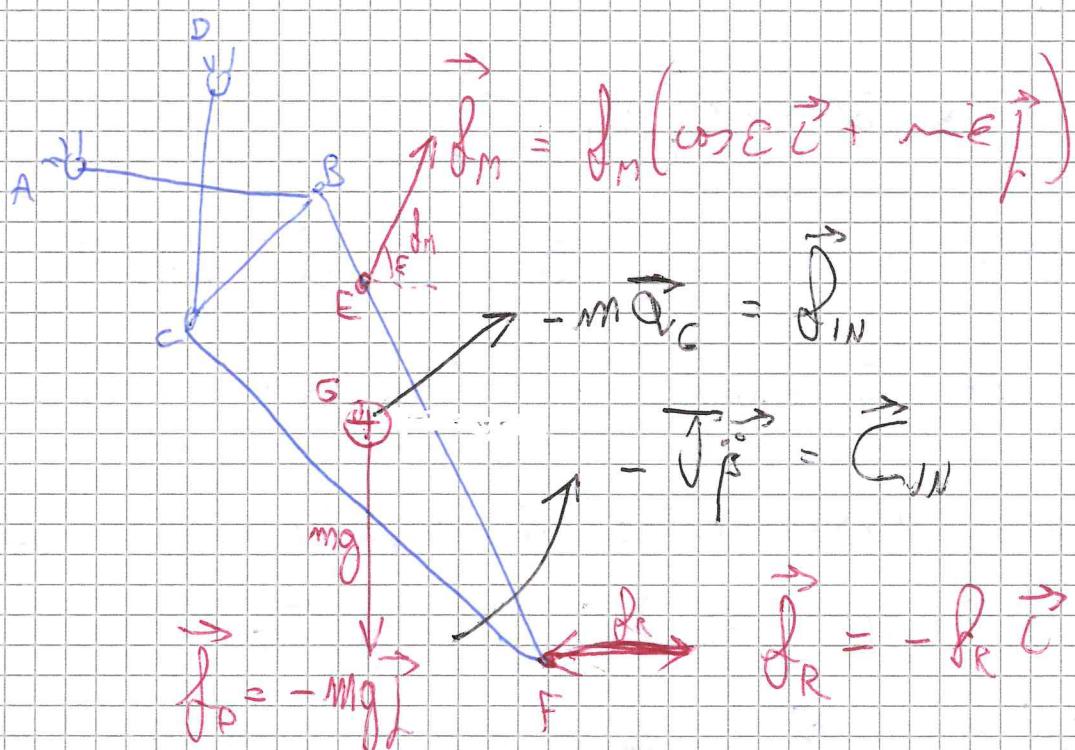
BILANCIO DI POTENZE

1) CONSIDERO IL SISTEMA INTERO (CON I VINCOLI)

2) APPLICO FORZE ESTERNE

3) //

4) BILANCIO DI POTENZE $W_{\text{EXT}} + W_{\text{INERZIA}} = 0$



$$W_{\text{EXT}} = \vec{f}_m \cdot \vec{v}_E + \vec{f}_p \cdot \vec{v}_G + \vec{f}_R \cdot \vec{v}_F$$

$$W_{\text{IN}} = -m \vec{a}_G \cdot \vec{v}_G - J \vec{\beta} \cdot \vec{\beta}$$

$$W_{\text{EXT}} + W_{\text{IN}} = 0$$

$\vec{v}_E, \vec{v}_G, \vec{v}_F$ SI CALCOLANO CON RIVALS RISPETTO A \vec{V}_B

\vec{V}_B DA CHIUSURA QUADRILATERO ABCD come

$$\vec{V}_B = \vec{\alpha} \wedge (B - A) \quad \text{e da chiusura}$$

\vec{q}_c come prima, sempre dalla chiusura

$W_{ext} + W_{in} = 0$ ha come unica incognita $\vec{\alpha}$