

5

Manovellismo deviato

Il manovellismo rappresentato in Figura 5.1 è costituito da una manovella OA , da una biella AB e da un disco di raggio R che rotola senza strisciare su una guida rettilinea. Siano noti i dati relativi all'atto di moto da considerare (riportati in Tabella 5.1), ovvero posizione, velocità e accelerazione angolare della manovella e posizione della biella nell'istante di tempo \bar{t} considerato.

Si chiede di determinare:

- deviazione del manovellismo.
- velocità ed accelerazione del centro del disco B .
- velocità ed accelerazione del punto P , posto sulla circonferenza del disco.
- velocità angolare $\dot{\omega}$ e accelerazione angolare $\ddot{\omega}$ del disco.

$\alpha = \frac{\pi}{3}$	$\dot{\alpha} = 1 \text{ rad/s}$	$\ddot{\alpha} = 0 \text{ rad/s}^2$
$\beta = 0$	$c = \frac{1}{2\sqrt{3}} + 1 \text{ m}$	$OA = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ m}$
$AB = 1 \text{ m}$	$R = 0.2 \text{ m}$	

Tabella 5.1: Dati dell'atto di moto considerato

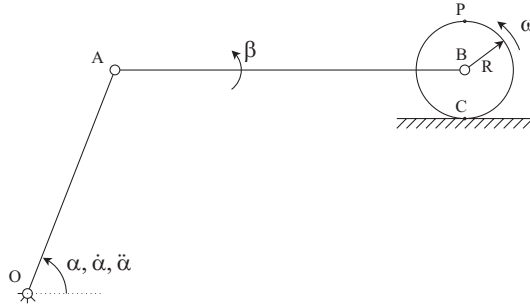


Figura 5.1: Manovellismo ordinario deviato

3 g.d.l. x 3 corpi rigidi	= 9 g.d.l.	-
3 cerniere	= 6 g.d.v.	-
1 contatto rotolamento senza strisciamento	= 2 g.d.v.	-
<hr/>		
Totale	= 1 g.d.l.	residuo

Tabella 5.2: Computo dei g.d.l. residui del sistema

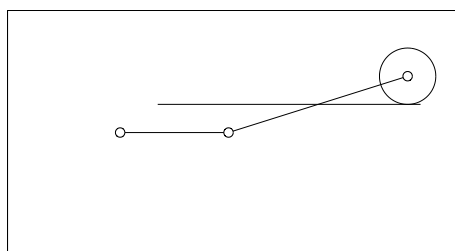
5.1 Analisi del moto

Per prima cosa si propone in Figura 5.2 un'analisi del sistema articolato proposto, dando una rappresentazione della configurazione assunta dal sistema per differenti angoli di manovella α . Si osserva inoltre che per risolvere il problema nei termini di posizione, è necessario assegnare un valore all'anomalia d del manovellismo, che, nel caso in esame è stata assunta pari a $0,3m$.

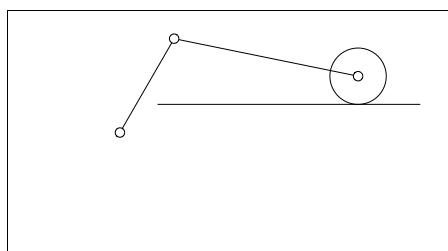
È inoltre possibile rappresentare l'andamento delle grandezze cinematiche di interesse (angolo β e posizione del corsoio c) e delle loro derivate in funzione dell'angolo di manovella α . In Figura 5.3 è inoltre stato evidenziato con un circolo il punto di interesse corrispondente all'angolo α pari a $\frac{\pi}{3}$.

Il computo dei gradi di libertà del sistema può quindi essere sintetizzato come in Tabella 10.2:

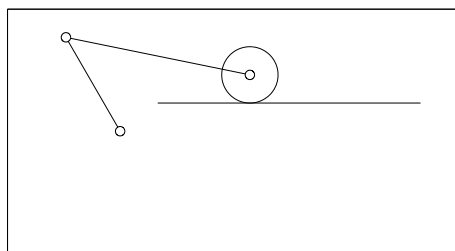
L'asta AO compie un moto rotatorio attorno al punto fisso O mentre l'asta AB compie un moto rototraslatorio.



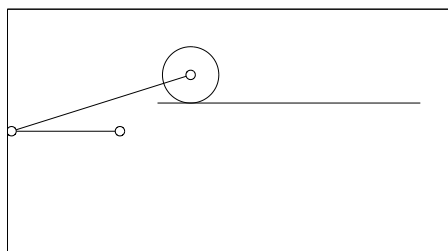
(a) Angolo di manovella $\alpha = 0^\circ$



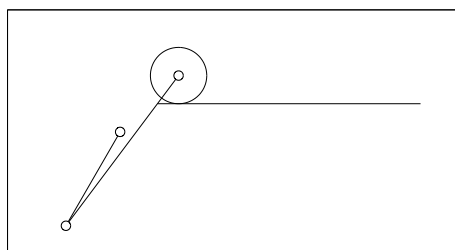
(b) Angolo di manovella $\alpha = 60^\circ$



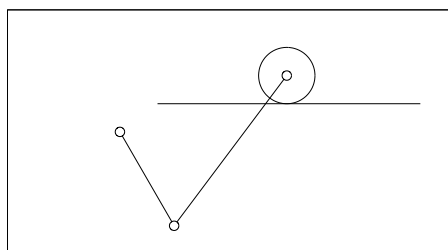
(c) Angolo di manovella $\alpha = 120^\circ$



(d) Angolo di manovella $\alpha = 180^\circ$

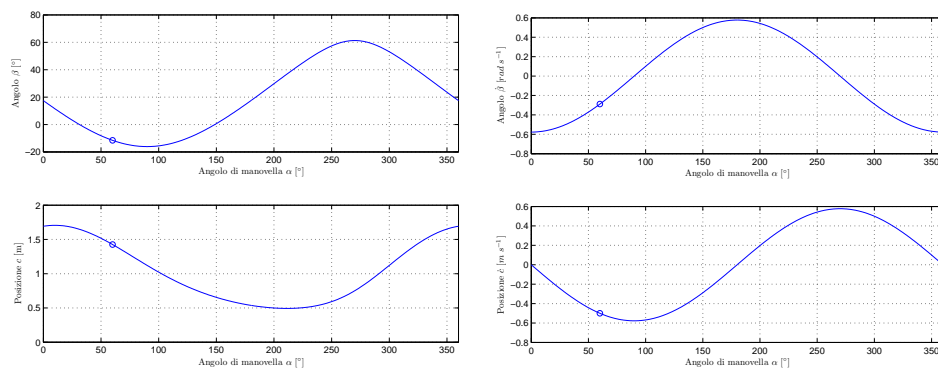


(e) Angolo di manovella $\alpha = 240^\circ$



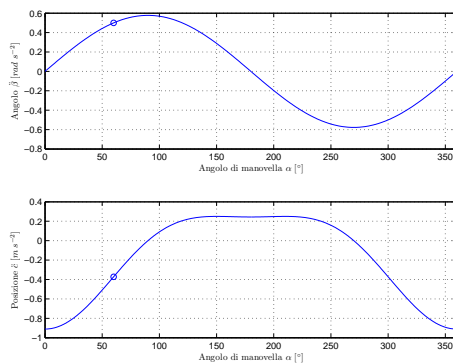
(f) Angolo di manovella $\alpha = 300^\circ$

Figura 5.2: Cinematica del sistema per vari angoli di manovella



(a) Posizioni

(b) Velocità



(c) Accelerazioni

Figura 5.3: Grandezze cinematiche di interesse

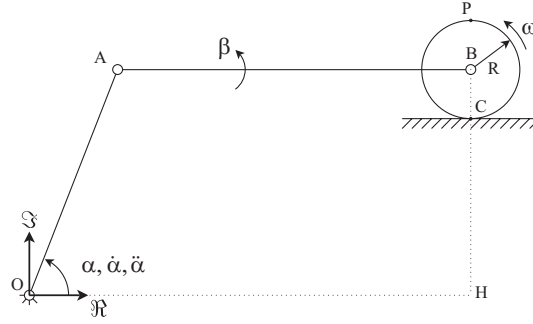


Figura 5.4: Posizionamento del sistema di riferimento

5.2 Soluzione del quesito 1

5.2.1 Con i numeri complessi

Per la risoluzione del problema proposto è necessario innanzi tutto scegliere un sistema di riferimento assoluto rispetto al quale definire le grandezze necessarie per la risoluzione. Si posiziona quindi la terna di riferimento assoluta nell'unico punto che rimane sempre fermo durante il moto del sistema, ossia la cerniera O della manovella. È inoltre conveniente posizionare il sistema di riferimento appena descritto e mostrato in Figura 5.4, in un piano complesso facendo coincidere l'asse delle ascisse con l'asse reale e quello delle ordinate con l'asse immaginario.

Si adotti quindi la convenzione per cui i vettori siano definiti mediante il loro modulo e la loro anomalia valutata rispetto ad una retta parallela alla direzione orizzontale passante per il piede del vettore stesso e con direzione di rotazione positiva antioraria.

Per ottenere l'equazione di chiusura si definisca la posizione del punto B rispetto alla terna assoluta adottata. Il punto B può essere visto come punto appartenente all'asta AB collegata tramite la cerniera in A alla manovella OA . Associando un vettore a ciascun corpo rigido, così come riportato in Figura 5.5, il vettore posizione $(B - O)$ risulta come segue:

$$(B - O) = (A - O) + (B - A) \quad (5.1)$$

Il vettore $(B - O)$ risulta avere sia il modulo che l'anomalia variabili nel tempo; risulta quindi più conveniente scomporlo secondo le due direzioni orizzontale e verticale. Operando in questo modo si sfrutta a pieno il fatto che una sola delle due componenti del vettore $(B - O)$ varierà effettivamente nel tempo, mentre l'altra, quella verticale, rimarrà costante in quanto il punto

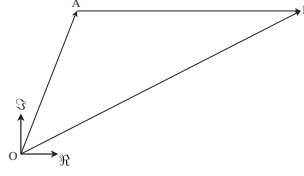


Figura 5.5: Chiusura dei vettori posizione

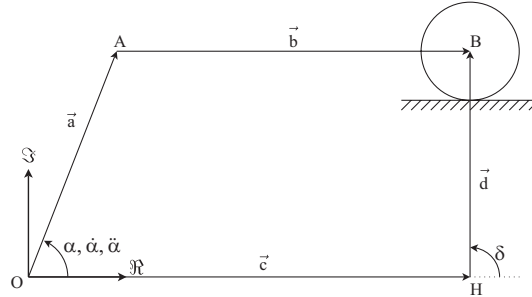


Figura 5.6: Poligono di chiusura sulle posizioni

B si muoverà sempre alla stessa quota rispetto al piano di rotolamento del disco.

$$(B - O) = (H - O) + (B - H) \quad (5.2)$$

A questo punto è sufficiente rappresentare in forma grafica in Figura 5.6 i vettori riportati nelle equazioni 5.1 e 5.2.

Tali vettori sono anche riportati in Tabella 18.2, in cui sono evidenziate le grandezze che rimangono costanti e quelle che invece variano nel tempo.

Per rendere più chiaro quanto riportato nella precedente Tabella 18.2 è conveniente fare riferimento alla Figura 5.7, in cui è messa in evidenza una configurazione deformata del sistema, ovvero la configurazione assunta dal sistema in un istante temporale precedente o successivo a quello analizzato.

Vettore	Modulo	Fase
$\vec{a} = (A - O)$	a costante	α variabile
$\vec{b} = (B - A)$	b costante	β = variabile
$\vec{c} = (H - O)$	c variabile	γ costante
$\vec{d} = (B - H)$	d costante	δ costante

Tabella 5.3: Caratteristiche dei vettori

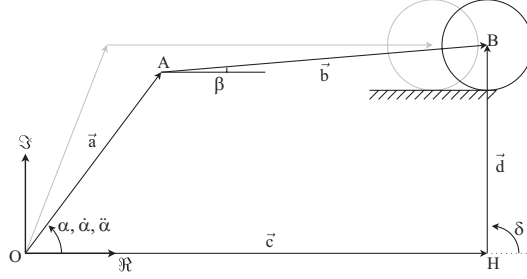


Figura 5.7: Configurazione deformata del sistema

Dei vettori sopra riportati sono noti e costanti i moduli dei vettori associati a corpi rigidi (\vec{a} e \vec{b}) e quello del vettore \vec{d} per via dei vincoli del sistema (non compenetrazione tra disco e guida rettilinea). Sono inoltre note e costanti per definizione le direzioni dei vettori \vec{c} e \vec{d} .

Si decide quindi di studiare la cinematica del centro del disco (punto B), rimandando alla seconda parte dello svolgimento il calcolo della velocità e accelerazione del punto P . L'equazione di chiusura sui vettori posizione ha dunque la seguente espressione.

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d} \quad (5.3)$$

Convienne a questo punto introdurre la notazione esponenziale, in cui si fa corrispondere all'asse orizzontale e a quello verticale rispettivamente l'asse reale e quello immaginario del piano complesso.

$$\begin{aligned} \vec{a} &= ae^{i\alpha} \\ \vec{b} &= be^{i\beta} \\ \vec{c} &= ce^{i\gamma} \\ \vec{d} &= de^{i\delta} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Tale equazione può essere espressa in modo analogo così come sottoripor-
tato.

$$ae^{i\alpha} + be^{i\beta} = ce^{i\gamma} + de^{i\delta} \quad (5.5)$$

L'equazione di chiusura dei vettori posizione appena scritta può essere proiettata sui due assi reale ed immaginario ottenendo la seguente espressione.

$$\begin{cases} a \cos \alpha + b \cos \beta = c \cos \gamma + d \cos \delta \\ a \sin \alpha + b \sin \beta = c \sin \gamma + d \sin \delta \end{cases} \quad (5.6)$$

5.3 Soluzione del quesito 2

5.3.1 Con i numeri complessi

Per ricavare la velocità e l'accelerazione del punto B , si deve derivare rispetto al tempo l'equazione di chiusura (5.5), tenendo presente che i moduli a e b sono costanti in quanto rappresentano rispettivamente le lunghezze delle aste OA e AB che sono corpi rigidi. Il vettore \vec{d} è costante in modulo e direzione in quanto rappresenta la distanza dall'asse reale del centro del disco che rotola su una guida rettilinea. Infine l'angolo γ è costante in quanto il vettore \vec{c} rimane sempre parallelo all'asse reale. I termini funzione del tempo nell'equazione di chiusura sono dunque gli angoli α e β e il modulo c . Derivando dunque l'espressione (5.5) rispetto al tempo si ottiene la seguente espressione.

$$a\dot{\alpha}e^{i(\alpha+\frac{\pi}{2})} + b\dot{\beta}e^{i(\beta+\frac{\pi}{2})} = \dot{c}e^{i\gamma} \quad (5.7)$$

Proiettando l'equazione (5.7) sull'asse reale ed immaginario, ricordando che $\sin(\vartheta + \frac{\pi}{2}) = \cos \vartheta$ e che $\cos(\vartheta + \frac{\pi}{2}) = -\sin \vartheta$, è possibile ottenere il seguente sistema di equazioni nelle due incognite $\dot{\beta}$ e \dot{c} .

$$\begin{cases} -a\dot{\alpha} \sin \alpha - b\dot{\beta} \sin \beta = \dot{c} \cos \gamma \\ a\dot{\alpha} \cos \alpha + b\dot{\beta} \cos \beta = \dot{c} \sin \gamma \end{cases} \quad (5.8)$$

Alla medesima espressione si poteva arrivare derivando direttamente le proiezioni sugli assi reale ed immaginario dell'equazione di chiusura dei vettori posizione. Il sistema di equazioni sopra riportato può essere riscritto in forma matriciale così come riportato nell'equazione seguente.

$$\begin{bmatrix} -\cos \gamma & -b \sin \beta \\ -\sin \gamma & +b \cos \beta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{c} \\ \dot{\beta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a\dot{\alpha} \sin \alpha \\ -a\dot{\alpha} \cos \alpha \end{Bmatrix} \quad (5.9)$$

In tale sistema sono state messe in evidenza le due incognite \dot{c} e $\dot{\beta}$, mentre la variabile $\dot{\alpha}$ risulta nota e quindi è stata inserita nel termine noto. Alla soluzione dell'equazione (5.9) si può giungere sfruttando un qualsiasi metodo di risoluzione di sistemi lineari, come, ad esempio, il metodo di Cramer¹.

¹Il metodo di Cramer è un teorema di algebra lineare utile per risolvere un sistema di equazioni lineari usando il determinante, nel caso in cui il sistema abbia esattamente una soluzione. Dato quindi il sistema lineare $Ax = b$ l' i -esimo elemento x_i del vettore delle incognite x può essere calcolato come segue.

$$x_i = \frac{\det A_i}{\det A}$$

Dove, nella precedente equazione, la matrice A_i è costruita sostituendo l' i -esima colonna della matrice A con il vettore dei termini noti b .

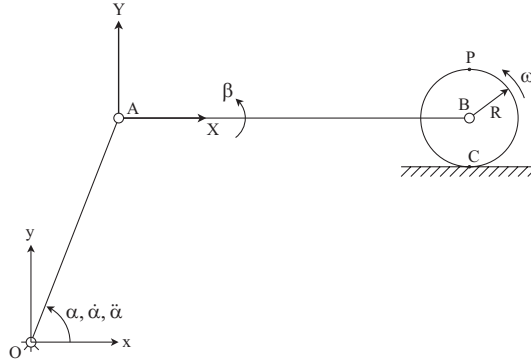


Figura 5.8: Posizionamento della terna relativa

Ricordando quindi che $\beta = 0$ e che $\gamma = 0$ si ottengono i seguenti risultati numerici.

$$\begin{Bmatrix} \dot{c} \\ \dot{\beta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -a\dot{\alpha} \sin \alpha \\ (-a\dot{\alpha} \cos \alpha) / b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0,5 \text{ m/s} \\ -0,29 \text{ rad/s} \end{Bmatrix} \quad (5.10)$$

Prima di procedere è possibile osservare che l'aver ottenuto due velocità \dot{c} e $\dot{\beta}$ negative significa che il disco si sta muovendo avvicinandosi ad O , mentre la manovella (asta AB) sta ruotando in senso orario.

5.3.2 Con i moti relativi

È possibile pervenire alla medesima soluzione mediante lo studio del sistema con i moti relativi. Come rappresentato in Figura 5.8, si sceglie di posizionare una terna traslante con origine in A e assi X, Y e di studiare velocità e accelerazione del punto B . I moti assoluto, di trascinamento e relativo del punto B sono rispettivamente:

- moto assoluto: traslatorio orizzontale con direzione parallela alla guida orizzontale;
- moto di trascinamento: corrisponde al moto del punto A che ruota attorno all'origine O ;
- moto relativo: corrisponde al moto del punto B rispetto alla terna mobile; si tratta quindi di moto rotatorio attorno ad A .

Per le velocità, dal teorema di Rivals per le velocità, discende che: $\vec{v}_B^{(Ass)} = \vec{v}_B^{(Tr)} + \vec{v}_B^{(Rel)}$, dove:

	$\vec{v}_B^{(a)}$	$\vec{v}_B^{(tr)}$	$\vec{v}_B^{(Rel)}$
Modulo	\dot{c}	$a\dot{\alpha}$	$b\dot{\beta}$
Direzione	$\parallel X$	$\perp AO$	$\perp AB$

Tabella 5.4: Componenti vettoriali equazione di chiusura delle velocità

- $\vec{v}_{B(Ass)}$ è la velocità assoluta del punto B;
- $\vec{v}_{B(Tr)}$ è la velocità di trascinamento del punto B;
- $\vec{v}_{B(Rel)}$ la velocità relativa del punto B.

È possibile separare il modulo e la direzione di ciascun vettore, ottenendo quanto riportato in Tabella 5.4; oppure è possibile fornire una rappresentazione grafica del polinomio di chiusura delle velocità, così come riportato in Figura 5.7.

Sono note le direzioni di ciascun vettore e il modulo della velocità $\vec{v}_B^{(tr)}$, mentre l'incognita è la il modulo del vettore $\vec{v}_B^{(Rel)}$. Lo schema vettoriale delle tre componenti di velocità del punto B è riportato in Figura 5.7. È quindi possibile scrivere ciascun vettore della tabella sopra riportata con notazione complessa.

$$\begin{aligned}
 \vec{v}_{B(Ass)} &= \dot{c}e^{i\gamma} \\
 \vec{v}_{B(Tr)} &= a\dot{\alpha}e^{i(\alpha+\pi/2)} \\
 \vec{v}_{B(Rel)} &= b\dot{\beta}e^{i(\beta+\pi/2)}
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

Sostituendo quindi le relazioni appena scritte nell'equazione del teorema di Galileo sopra riportata, è possibile ottenere l'equazione (5.12), che risulta identica alla (5.7), precedentemente calcolata con il metodo dei numeri complessi.

$$\dot{c}e^{i\gamma} = a\dot{\alpha}e^{i(\alpha+\frac{\pi}{2})} + b\dot{\beta}e^{i(\beta+\frac{\pi}{2})} \tag{5.12}$$

Dalla Figura 5.7 si evince che, affinché il poligono delle velocità risulti chiuso, il disco deve muoversi verso sinistra e la biella deve ruotare in senso orario.

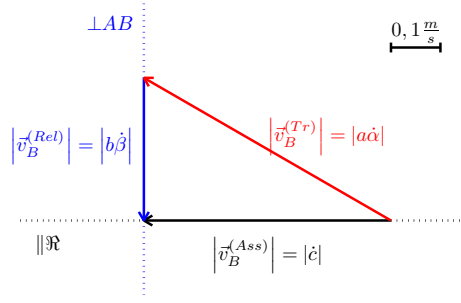


Figura 5.9: Poligono di chiusura sulle velocità

5.4 Soluzione del quesito 3

Per ricavare le accelerazioni si deriva rispetto al tempo l'equazione (5.7), ottenendo la seguente equazione.

$$ia\ddot{\alpha}e^{i\alpha} - a\dot{\alpha}^2e^{i\alpha} + ib\ddot{\beta}e^{i\beta} - b\dot{\beta}^2e^{i\beta} = \ddot{c}e^{i\gamma} \quad (5.13)$$

Ricordando che la moltiplicazione per l'unità immaginaria i comporta uno sfasamento del vettore complesso di $\frac{\pi}{2}$, è possibile riscrivere la precedente equazione così come segue.

$$a\ddot{\alpha}e^{i(\alpha+\frac{\pi}{2})} + a\dot{\alpha}^2e^{i(\alpha+\pi)} + b\ddot{\beta}e^{i(\beta+\frac{\pi}{2})} + b\dot{\beta}^2e^{i(\beta+\pi)} = \ddot{c}e^{i\gamma} \quad (5.14)$$

L'equazione appena scritta può quindi essere scomposta sui due assi reale ed immaginario ottenendo il sistema di equazioni (5.15).

$$\begin{cases} -a\ddot{\alpha}\sin\alpha - a\dot{\alpha}^2\cos\alpha - b\ddot{\beta}\sin\beta - b\dot{\beta}^2\cos\beta = \ddot{c}\cos\gamma \\ a\ddot{\alpha}\cos\alpha - a\dot{\alpha}^2\sin\alpha + b\ddot{\beta}\cos\beta - b\dot{\beta}^2\sin\beta = \ddot{c}\sin\gamma \end{cases} \quad (5.15)$$

L'equazione appena scritta può essere rappresentata sotto forma matriciale così come segue.

$$\begin{bmatrix} -\cos\gamma & -b\sin\beta \\ -\sin\gamma & b\cos\beta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{c} \\ \ddot{\beta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b\dot{\beta}^2\cos\beta + a\ddot{\alpha}\sin\alpha + a\dot{\alpha}^2\cos\alpha \\ b\dot{\beta}^2\sin\beta + a\dot{\alpha}^2\sin\alpha - a\ddot{\alpha}\cos\alpha \end{Bmatrix} \quad (5.16)$$

Tenendo nuovamente conto dei dati relativi all'atto di moto considerato ($\beta = 0$ e che $\gamma = 0$), l'equazione (5.16) ammette come soluzione i seguenti valori di \ddot{c} e $\ddot{\beta}$.

$$\begin{Bmatrix} \ddot{c} \\ \ddot{\beta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -b\dot{\beta}^2 - a\ddot{\alpha} \sin \alpha - a\dot{\alpha}^2 \cos \alpha \\ (a\dot{\alpha}^2 \sin \alpha - a\ddot{\alpha} \cos \alpha) / b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0,37 \text{ m/s}^2 \\ 0,5 \text{ rad/s}^2 \end{Bmatrix} \quad (5.17)$$

L'accelerazione \ddot{c} negativa indica che il punto B sta aumentando la sua velocità di avvicinamento ad O , mentre l'accelerazione $\ddot{\beta}$ positiva indica che la velocità di rotazione della biella da negativa sta tendendo a diventare positiva e quindi antioraria.

5.4.1 Con i moti relativi

Per il calcolo dell'accelerazione del centro del disco è possibile ricorrere all'utilizzo del teorema di Coriolis sotto riportato.

$$\vec{a}_{B(Ass)} = \vec{a}_{B(Tr)} + \vec{a}_{B(Rel)} + \vec{a}_{B(Co)} \quad (5.18)$$

È possibile evidenziare i termini dell'equazione (5.18) così come segue:

- $\vec{a}_{B(Ass)}$ è l'accelerazione assoluta del punto B ;
- $\vec{a}_{B(Tr)}$ è l'accelerazione di trascinamento del punto B , avente una componente normale $\vec{a}_{Bn(Tr)}$ e una tangenziale $\vec{a}_{Bt(Tr)}$;
- $\vec{a}_{B(Rel)}$ è l'accelerazione relativa del punto B rispetto alla terna mobile posizionata in A , avente una componente normale $\vec{a}_{Bn}^{(Rel)}$ e una tangenziale $\vec{a}_{Bt}^{(Rel)}$;
- $\vec{a}_{B(Co)} = 0$ è l'accelerazione di Coriolis che risulta nulla, avendo scelto una terna mobile è traslante, che quindi ha velocità angolare della terna mobile $\vec{\omega} = 0$.

È possibile, anche in questo caso, separare il modulo e la direzione di ciascun vettore, ottenendo quanto riportato in Tabella 5.5; oppure è possibile fornire una rappresentazione grafica del polinomio di chiusura delle accelerazioni, così come riportato in Figura 5.10 (in cui il termine di accelerazione di trascinamento tangenziale $\vec{a}_{Bt}^{(tr)}$ non è rappresentato in quanto l'accelerazione $\ddot{\alpha} = 0$).

Anche per le accelerazioni, le direzioni di ciascun vettore sono note, mentre le incognite risultano il modulo dell'accelerazione $\vec{a}_{Bt}^{(rel)}$.

È quindi possibile scrivere ciascun termine della Tabella 5.5 con notazione complessa, ottenendo i seguenti termini.

	$\vec{a}_B^{(a)}$	$\vec{a}_{Bn}^{(tr)}$	$\vec{a}_{Bt}^{(tr)}$	$\vec{a}_{Bn}^{(rel)}$	$\vec{a}_{Bt}^{(rel)}$	$\vec{a}_B^{(Cor)}$
Modulo	\ddot{c}	$a\dot{\alpha}^2$	$a\ddot{\alpha}$	$b\dot{\beta}^2$	$b\ddot{\beta}$	0
Direzione	$\parallel X$	$\parallel AO$	$\perp AO$	$\parallel AB$	$\perp AB$	—

Tabella 5.5: Componenti vettoriali accelerazioni nell'eq.chiusura

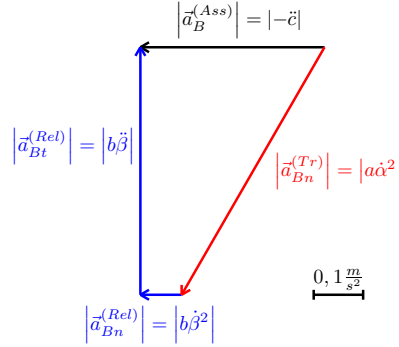


Figura 5.10: Poligono di chiusura sulle accelerazioni

$$\begin{aligned}
 \vec{a}_B^{(Ass)} &= \ddot{c}e^{i\gamma} \\
 \vec{a}_{Bn}^{(Tr)} &= a\dot{\alpha}^2 e^{i(\alpha+\pi)} \\
 \vec{a}_{Bt}^{(Tr)} &= a\ddot{\alpha} e^{i(\alpha+\frac{\pi}{2})} \\
 \vec{a}_{Bn}^{(Rel)} &= b\dot{\beta}^2 e^{i(\beta+\pi)} \\
 \vec{a}_{Bt}^{(Rel)} &= b\ddot{\beta} e^{i(\beta+\frac{\pi}{2})}
 \end{aligned} \tag{5.19}$$

Sostituendo le relazioni appena scritte nell'equazione (5.18) è possibile ottenere la seguente equazione di chiusura sulle accelerazioni, che risulta formalmente identica alla (5.14) precedentemente calcolata con il metodo dei numeri complessi.

$$\ddot{c}e^{i\gamma} = a\ddot{\alpha}e^{i(\alpha+\frac{\pi}{2})} + a\dot{\alpha}^2e^{i(\alpha+\pi)} + b\ddot{\beta}e^{i(\beta+\frac{\pi}{2})} + b\dot{\beta}^2e^{i(\beta+\pi)} \tag{5.20}$$

Anche in questo caso, affinché il poligono si chiuda, il disco (e quindi il punto B) deve accelerare verso sinistra e l'accelerazione angolare della biella deve essere antioraria, ovvero la sua velocità angolare sta diminuendo, avvicinandosi quindi ad al punto morto inferiore.

5.5 Soluzione del quesito 4

La velocità e l'accelerazione del baricentro del disco coincidono ovviamente con \dot{c} e \ddot{c} . Per calcolare la velocità e l'accelerazione del punto P è necessario calcolare dapprima velocità e accelerazione angolare del disco, imponendo la seguente uguaglianza.

$$\vec{v}_B = \vec{\omega} \wedge (B - C) = -|\dot{c}| \vec{i} \quad (5.21)$$

Tenendo conto delle convenzioni riportate in Figura 5.1 sulla velocità angolare del disco ($\vec{\omega} = \dot{\theta} \vec{k}$), è possibile esplicitare la relazione (5.21) così come segue.

$$\vec{v}_B = \dot{\theta} \vec{k} \wedge R \vec{j} = -R \dot{\theta} \vec{i} = -|\dot{c}| \vec{i} \quad (5.22)$$

Essendo il moto del punto B di tipo rettilineo è inoltre possibile scrivere la sua accelerazione come segue.

$$\vec{a}_B = \ddot{\theta} \vec{k} \wedge R \vec{j} = -R \ddot{\theta} \vec{i} = -|\ddot{c}| \vec{i} \quad (5.23)$$

Dalle relazioni appena scritte è immediato calcolare la velocità e l'accelerazione angolare del disco $\dot{\theta}$.

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \frac{\dot{c}}{R} = 2,5 \text{ rad/s} \\ \ddot{\theta} &= \frac{\ddot{c}}{R} = 1,86 \text{ rad/s}^2 \end{aligned} \quad (5.24)$$

5.6 Confronto con Manovellismo Ordinario Centrato (MOC)

Nel presente paragrafo si vuole confrontare il comportamento di un manovellismo ordinario deviato rispetto ad uno centrato mantenendo fissate le dimensioni di manovella $a = 1 \text{ m}$ e biella $b = 2,5 \text{ m}$. Viene inoltre fissata la deviazione del manovellismo² deviato pari a $d = 0,9 \text{ m}$ e la velocità di rotazione della manovella, assunta costante e pari a $\dot{\alpha} = 1 \text{ rad/s}$.

Nella seguente Figura 5.11 sono state rappresentate le differenti configurazioni assunte dal sistema per differenti angoli di manovella α . In tale figura sono inoltre state rappresentate in colore nero le parti comuni ai due sistemi (manovella), mentre i colori blu e rosso sono stati rispettivamente utilizzati per la configurazione centrata e deviated. In tale figura è stata inoltre rappresentata, con linea più marcata rispetto alle altre, la velocità del piede di biella sia per la configurazione centrata che deviated.

²Distanza fra il centro di rotazione della manovella O e il piede di biella C .

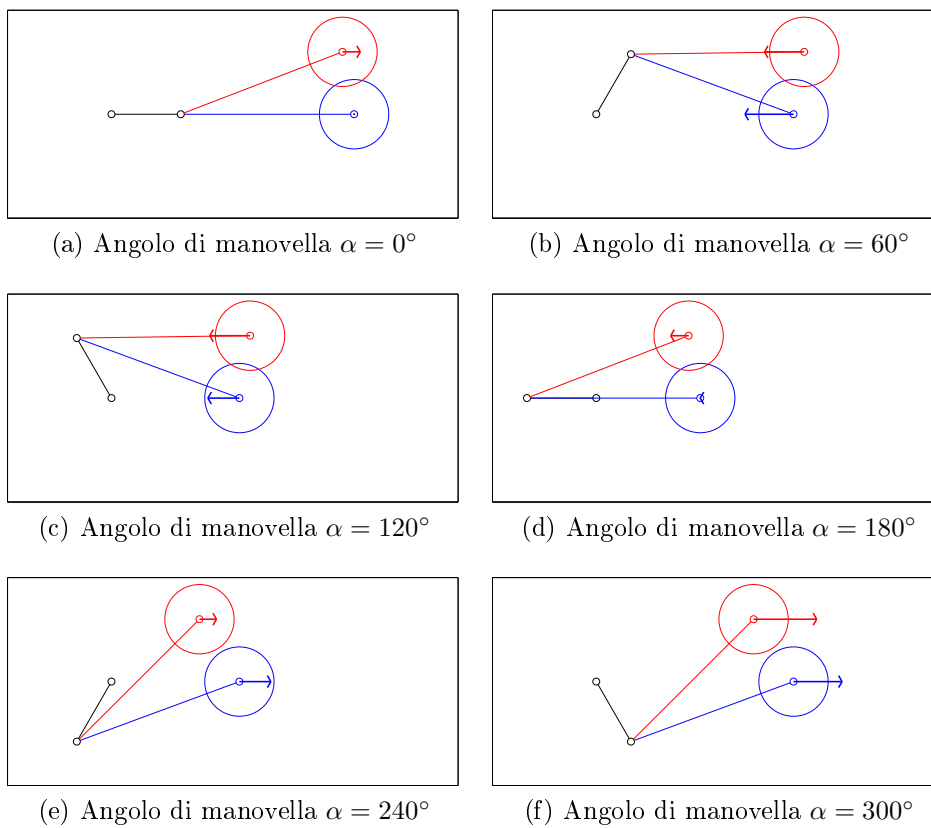


Figura 5.11: Confronto cinematica di un manovellismo ordinario centrato e deviato

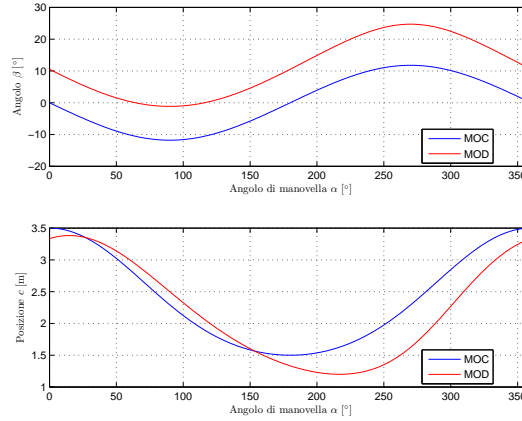


Figura 5.12: Confronto coordinate posizione di un manovellismo ordinario centrato e deviato

In Figura 5.12 è riportato l'andamento della rotazione di biella β e della posizione del piede di biella c , rispetto alla rotazione della manovella α per i due casi presi in esame.

Lasciando al lettore lo studio di velocità ed accelerazione del sistema ci si vuole soffermare sull'analisi di una importante peculiarità del manovellismo deviato. Si osservi infatti la Figura 5.13, in cui è riportata la velocità del piede di biella per i due casi considerati.

In Figura 5.13 sono state inoltre messi in evidenza i punti in cui la velocità del piede di biella si annulla invertendo il moto, ovvero i punti in cui il pistone si trova nel punto morto inferiore e superiore. Per quanto riguarda il manovellismo centrato il punto di inversione α_4 si trova esattamente a 180° , ovvero il tempo di andata dal punto morto inferiore (pmi) al superiore (pms) e quello di ritorno dal pms al pmi sono esattamente uguali. Analiticamente è possibile calcolare come riportato in (5.25).

$$\begin{aligned} T_a &= \frac{\alpha_4 + 2\pi - \alpha_3}{\dot{\alpha}} = \pi \text{ s} \\ T_r &= \frac{\alpha_3 - \alpha_4}{\dot{\alpha}} = \pi \text{ s} \end{aligned} \quad (5.25)$$

Per quanto riguarda il manovellismo deviato il punto in cui quest'ultimo si trova in corrispondenza del pmi è α_2 , mentre quello in cui si trova nel pms è α_1 . Ancora una volta è possibile calcolare i tempi di andata e ritorno, sfruttando le relazioni (5.26).

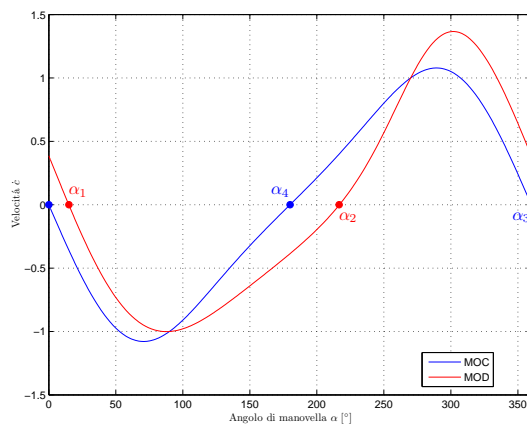


Figura 5.13: Velocità del piede di biella di un manovellismo ordinario centrato e deviato

$$T_a = \frac{\alpha_1 + 2\pi - \alpha_2}{\dot{\alpha}} = 2,74 \text{ s}$$

$$T_r = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\dot{\alpha}} = 3,51 \text{ s} \quad (5.26)$$