MECCANICA APPLICATA

Ing. Fisica AA.2019-2020 prova del 28-01-2020 n. compito 001

NOME:...

COGNOME:..

MATRICOLA:.......................................

Ai fini della valutazione, consegnare: il presente foglio compilato con nome, cognome, matricola e risultati numerici negli appositi spazi **e** i fogli protocollo con lo svolgimento dei calcoli.

Problema 1

Il meccanismo ABC rappresentato in figura è costituito da un attuatore idraulico AC, incernierato a terra in A e incernierato ad un corsoio in C. Il corsoio è vincolato a terra mediante un pattino che consente la traslazione orizzontale. Le forze esterne agenti sono la pressione Δp nel pistone (incognita) e la forza di gravità e la forza F applicata in C. Tutte le posizioni e lunghezze sono note. L'area del pistone è $S = 1\,m^2$.

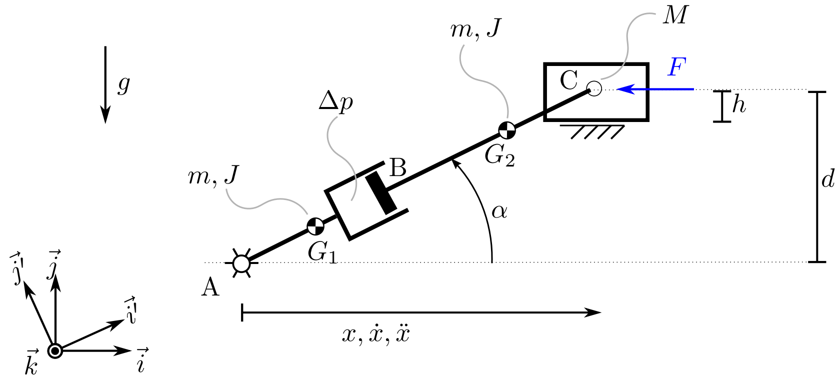


Figura 1:

Si chiede di:

1. calcolare la velocità e l'accelerazione di allungamento del pistone in funzione della posizione x del corsoio C, e delle sue derivate $\dot{x}, \ddot{x}$.
2. calcolare la velocità e l'accelerazione di G_2;
3. la pressione Δp.
4. le reazioni vincolari in B.

Dati

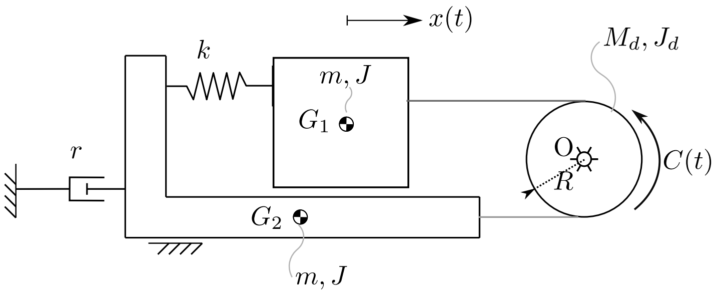
$d = 0.103\ m$, $h = 0.021\ m$, $AG_1 = 0.034\ m$, $CG_2 = BC/2 = 0.051\ m$, $F = 245\ N$, $J = 0.10\,kgm^2$, $m = 1.7$ kg, $M = 3.9$ kg, $x = 0.269$ m, $\dot{x} = 2.2\ m/s$, $\ddot{x} = 2.6\ m/s^2$.

Risposte

1. $\dot{\Delta\ell} = \ldots\ldots$ m/s; $\ddot{\Delta\ell} = \ldots\ldots\ m/s^2$
2. $\vec{v}_{G_2} = \ldots\ldots\vec{i} + \ldots\ldots\vec{j}$ m/s; $\vec{a}_{G_2} = \ldots\ldots\vec{i} + \ldots\ldots\vec{j}\ m/s^2$
3. $\Delta p = \ldots\ldots$ [Pa]
4. $\vec{R}_B = \ldots\ldots\vec{j}'$ N ; $\vec{M}_B = \ldots\ldots\vec{k}$ Nm;

Problema 2

Il sistema in figura, posto nel piano orizzontale, è costituito da due corpi rigidi di baricentro G_1 e G_2 e da un disco uniforme. Il corpo G_2 è vincolato a terra mediante un pattino orizzontale. Il corpo G_1 e vincolato al corpo G_2 mediante un pattino orizzontale. Il disco è incernierato a terra al centro O. Una fune inestensibile si avvolge sul disco e collega il corpo G_1 al corpo G_2 . Il corpo G_1 e il corpo G_2 sono anche collegati mediante una molla di rigidezza k. G_2 è anche collegato a terra attraverso uno smorzatore r. Una coppia $C(t)$ è applicata al disco.



Si chiede di:

1. Scrivere l'equazione di moto del sistema usando come coordinata libera la traslazione orizzontale x del baricentro G_1.
2. Calcolare la pulsazione propria del sistema non smorzato ω_0 ed il coefficiente di smorzamento h
3. Calcolare la risposta a regime nel caso in cui la coppia applicata al disco $C(t) = C_0 \sin(\Omega t)$

Dati

$m = 5.4$ kg, $M_d = 7.4$ kg, $J_d = 9.2 kgm^2$, $J = 8.4 kgm^2$, $R = 3.4$ m, $r = 41\, Ns/m$, $k = 9983\, N/m$, $C_0 = 218.6\, Nm$, $\Omega = 21.6\, rad/s$,

Risposte

1. eq. di moto: $\ldots\ldots\ldots \ddot{x} + \ldots\ldots\ldots \dot{x} + \ldots\ldots\ldots x = \ldots\ldots\ldots\ldots \sin(\Omega t)$
2. $\omega_0 = \ldots\ldots\ldots\ rad/s$; $h = \ldots\ldots\ldots$
3. $x_P(t) = \ldots\ldots\ldots \sin(\Omega t + \ldots\ldots\ldots)$

Domande di teoria

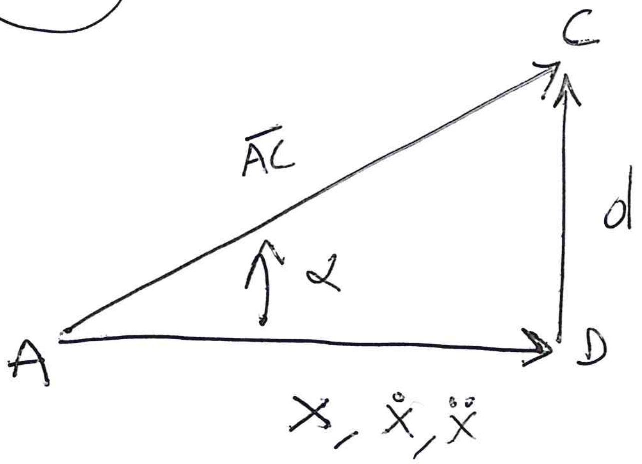
Discutere dei seguenti argomenti in maniera discorsiva, facendo eventualmente anche uso di equazioni, di dimostrazioni, di esempi.

1. Approccio modale per la soluzione del moto libero di sistemi vibranti a 2-n g.d.l.
2. Applicazione del PLV nella dinamica dei sistemi.

TRACCIA SOLUZIONI

PROBLEMA 1

1.1



$$\overline{AC} = \sqrt{x^2 + d^2}$$

$$\tan\alpha = \frac{d}{x}$$

$$\dot{\Delta l} = \dot{\overline{AC}}$$

$$(C-A) = (C-D) + (D-A)$$

$$\begin{cases} \overline{AC}\cos\alpha = x \\ \overline{AC}\sin\alpha = d \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dot{x} = \dot{\Delta l}\cos\alpha + \overline{AC}(-\sin\alpha)\dot{\alpha} \\ 0 = \dot{\Delta l}\sin\alpha + \overline{AC}\cos\alpha\,\dot{\alpha} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha & -\overline{AC}\sin\alpha \\ \sin\alpha & \overline{AC}\cos\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\Delta l} \\ \dot{\alpha} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \dot{\Delta l} \\ \dot{\alpha} \end{Bmatrix} = \dots$$

$\downarrow$ DERIVO

$$\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\Delta l} \\ \ddot{\alpha} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -\sin\alpha\,\dot{\alpha} & -\overline{AC}\cos\alpha\,\dot{\alpha} - \dot{\Delta l}\sin\alpha \\ \cos\alpha\,\dot{\alpha} & \overline{AC}(-\sin\alpha)\dot{\alpha} + \dot{\Delta l}\cos\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\Delta l} \\ \dot{\alpha} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} \ddot{\Delta l} \\ \ddot{\alpha} \end{Bmatrix} = \dots$$

1.2

$$\vec{V}_c = \dot{x}\,\vec{i}$$

$$\vec{V}_{G2} = \vec{V}_c + \dot{\alpha}\vec{K} \wedge (G_2 - C)$$

$$\vec{a}_c = \ddot{x}\,\vec{i}$$

$$\vec{a}_{G2} = \vec{a}_c + \ddot{\alpha}\vec{K} \wedge (G_2 - C) - \dot{\alpha}^2 (G_2 - C)$$

con $(G_2 - C) = \overline{CG_2}\left(\cos(\alpha+\pi)\,\vec{i} + \sin(\alpha+\pi)\,\vec{j}\right)$

1.3

$$\frac{dE_c}{dt} = m\,\vec{V}_{G1} \cdot \vec{a}_{G1} + J\,\ddot{\vec{\alpha}} \cdot \dot{\vec{\alpha}} +$$
$$m\,\vec{V}_{G2} \cdot \vec{a}_{G2} + J\,\ddot{\vec{\alpha}} \cdot \dot{\vec{\alpha}} + M\,\vec{V}_c \cdot \vec{a}_c$$

$$W = -mg\,V_{G1y} - mg\,V_{G2y} + \Delta p\, S\, \dot{l} - F\dot{x}$$

$$\frac{dE_c}{dt} = W \Rightarrow \Delta p$$

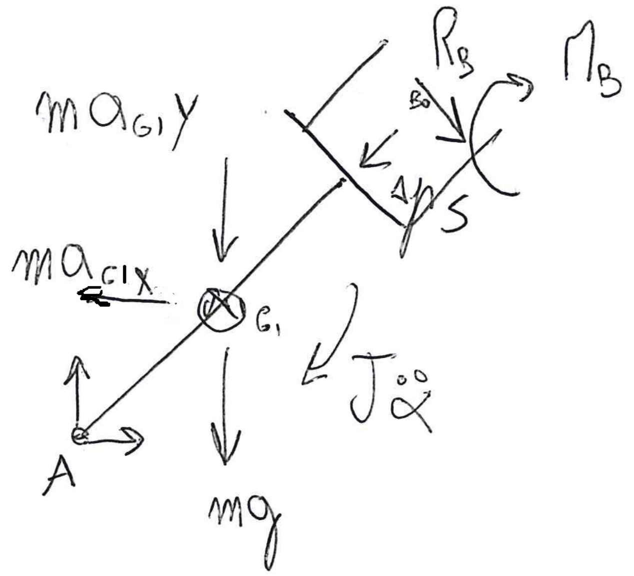
CON

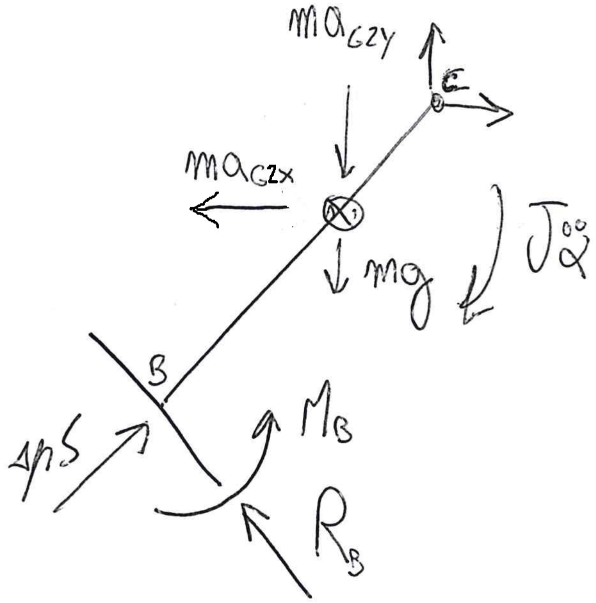
$$\vec{V}_{G1} = \dot{\vec{\alpha}} \wedge (G_1 - A) = V_{G1x}\,\vec{i} + V_{G1y}\,\vec{j}$$

$$\vec{a}_{G1} = \ddot{\vec{\alpha}} \wedge (G_1 - A) - \dot{\alpha}^2 (G_1 - A) = a_{G1x}\,\vec{i} + a_{G1y}\,\vec{j}$$

1.4

$\overline{AB} = \overline{AC} - \overline{BC}$





$\Sigma \vec{M}_A = \vec{0}$

$\Sigma \vec{M}_C = \vec{0}$

2 EQUAZIONI IN 2 INCOGNITE M_B e R_B

$\Sigma \vec{M}_C = 0$

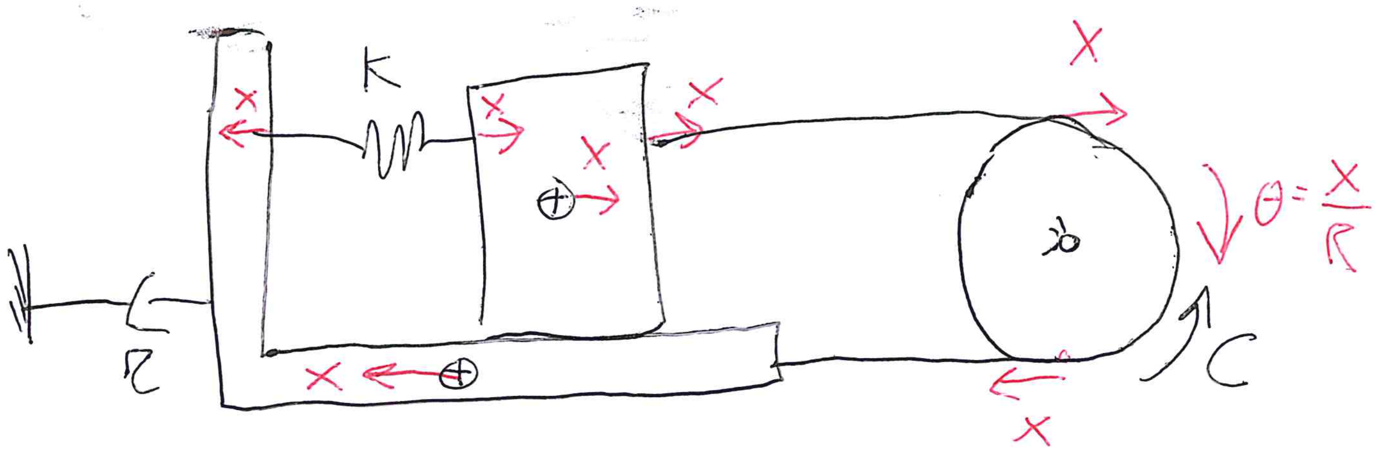
$$M_B - J\ddot{\alpha} - R_B \overline{BC} + (ma_{G2y} + mg)\overline{G_2C}\cos\alpha - ma_{G2x}\overline{G_2C}\sin\alpha = 0$$

$\Sigma \vec{M}_A = \vec{0}$

$$-M_B - J\ddot{\alpha} - R_B \overline{AB} - (ma_{G1y} + mg)\overline{AG_1}\cos\alpha + ma_{G1x}\overline{AG_1}\sin\alpha = 0$$

$\rightarrow M_B, R_B$

PROBLEMA 2



$$\Delta l_k = 2x \quad \rightarrow \quad K^* = 4K$$

$$\Delta l_\tau = -\dot{x} \quad \rightarrow \quad \tau^* = \tau$$

$$m^* = \left(m + m + \frac{J}{R^2} \right)$$

$$Q = -\frac{C_0}{R} \sin \Omega T$$