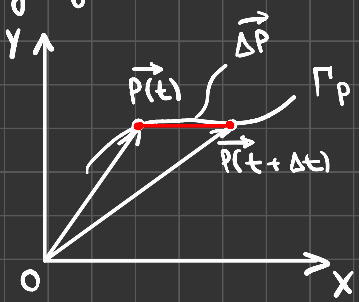
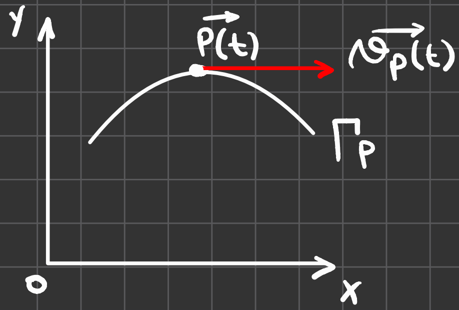
Velocità

definizione → $\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{\vec{P}(t+\Delta t) - \vec{P}(t)}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{P}}{dt}$

graficamente:

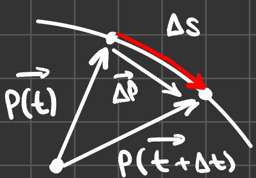




① def. con ascissa curvilinea

$\vec{v}_p = \dfrac{d\vec{P}}{dt}$ $\quad \vec{P} = \vec{P}(s) \quad \begin{cases} s = s(t) \\ \vec{P} = \vec{P}(s(t)) \end{cases}$

quindi $\vec{v}_p = \dfrac{d\vec{P}}{ds}\dfrac{ds}{dt}$ $\quad \vec{v}_p = \vec{t} \cdot \dot{s}$

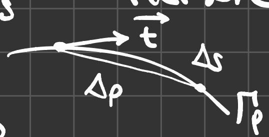


$\lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{|\Delta \vec{P}|}{\Delta s}$

se ΔP e Δs sono molto piccoli (perché $\Delta t \to 0$) si avvicinano sempre più fino a confondersi

$\lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{|\Delta \vec{P}|}{\Delta s} = 1$

$\lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{|\Delta \vec{P}|}{\Delta s} = 1$ (versore tg alla Γ_P)



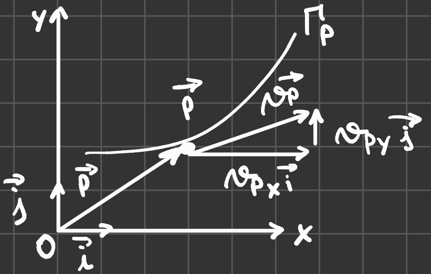
quindi: $\vec{v}_p = \vec{t}\,\dot{s}$

↳ direzione tg con modulo unitario

② def con notazione cartesiana

$$\vec{v}_p = \frac{d\vec{p}}{dt} = v_{px}\vec{i} + v_{py}\vec{j} = \dot{x}_p(t)\vec{i} + \dot{y}_p(t)\vec{j}$$

graficamente:

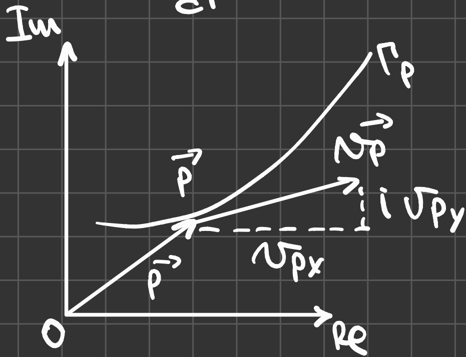


③ def. con notazione complessa (piano di Gauss)

$$\vec{v}_p = \frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{x}_p(t) + i\dot{y}_p(t) = v_{px} + i v_{py}$$

parte reale vettore velocità

parte immaginaria



④ def. con notazione complessa polare

$$\vec{v}_p = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(p(t)\, e^{i\theta(t)}\right) = \dot{p} e^{i\theta} + i\dot{\theta} p e^{i\theta}$$

ha un segno

$$= v_p e^{i\alpha}$$