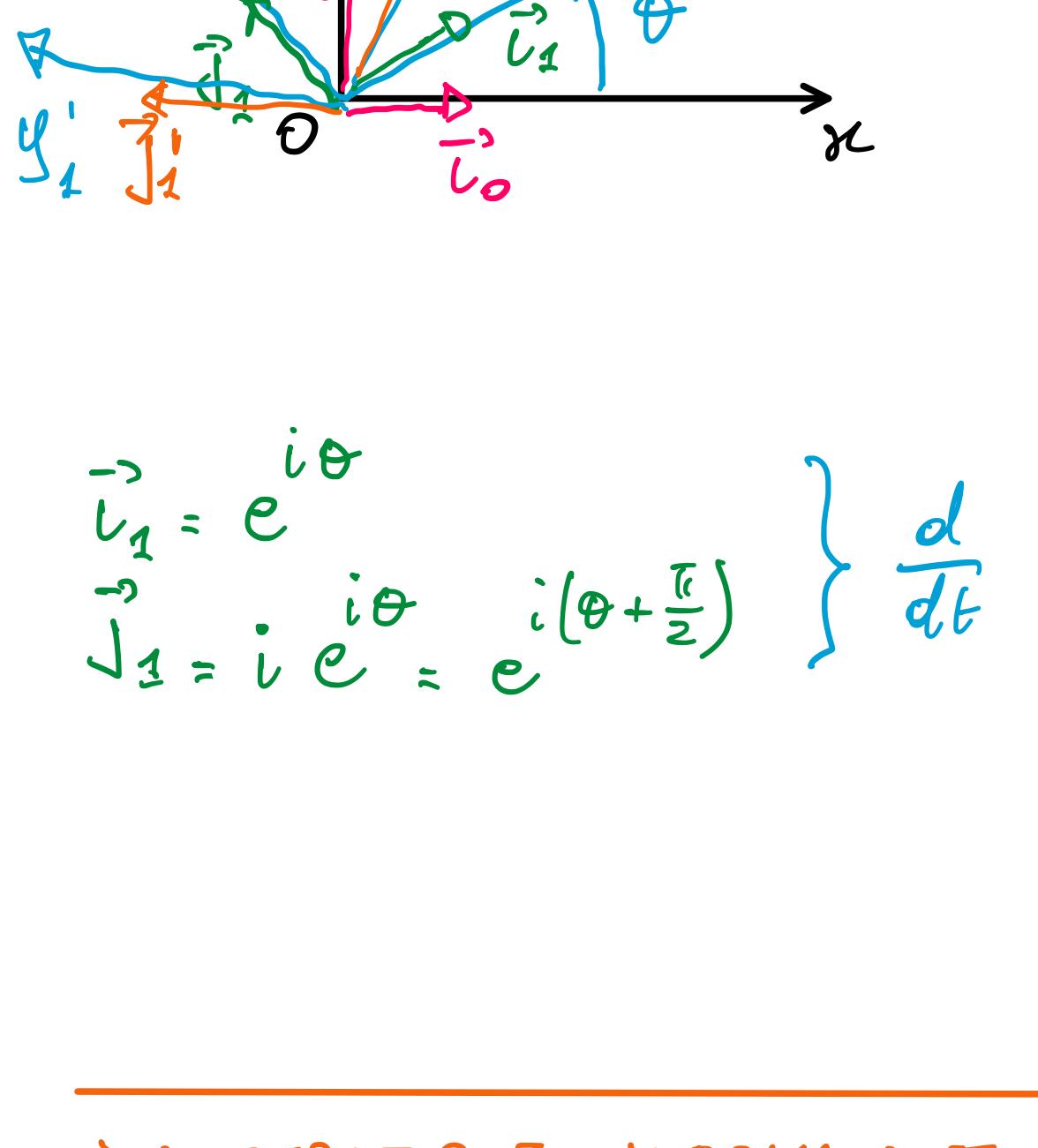


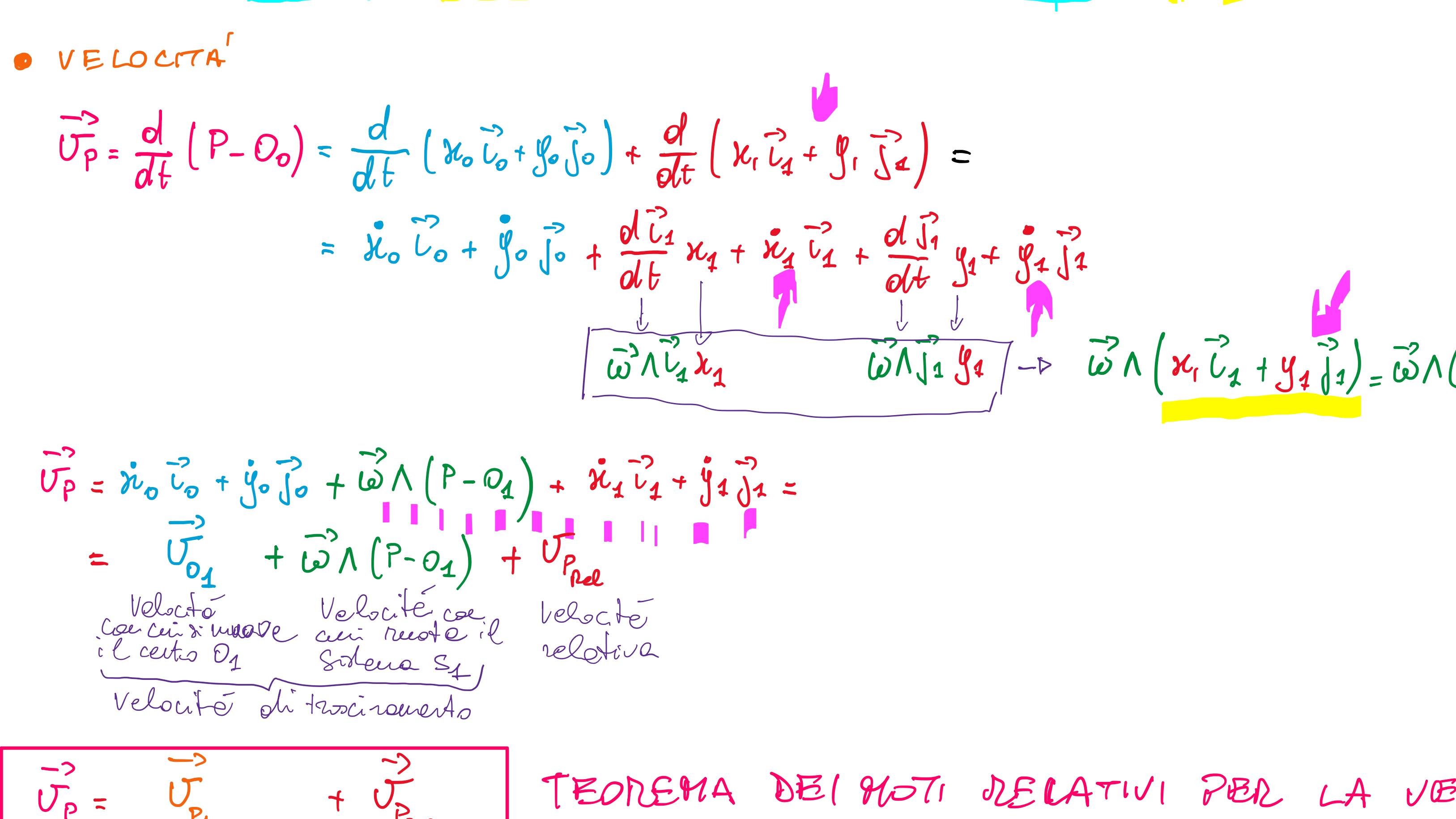
**TEOREMA DEI MOTI RELATIVI**

- ↳ FORMULE DI POISSON
- ↳ DEDUZIONE TRADIZIONALE
- ↳ DEDUZIONE CON USO DI NUMERI COMPLESSI

FORMULE DI POISSON → DERIVATO RISPETTO AL TEMPO DEI VERSORI DELL'ASSE



$$\begin{aligned} & \text{SISTEMA DI RIFERIMENTO FISSO} \\ & \text{S}(x_0, y_0) \text{ SISTEMA DI CENTRO } O \text{ MOLTO (ROTARE)} \\ & \text{S}'(x_1, y_1) \text{ SISTEMA S DOPO } \omega t \\ & \frac{d\vec{v}_1}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} \rightarrow \frac{d\vec{v}_1}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{v}_1 \\ & \frac{d\vec{v}_2}{dt} = \vec{\omega} \wedge \vec{v}_2 \\ & \frac{d\vec{v}_1}{dt} = \frac{d}{dt} \left[ i e^{i\theta} \right] = i \dot{\theta} e^{i\theta} = \vec{\omega} \wedge \vec{v}_1 \\ & \frac{d\vec{v}_2}{dt} = \frac{d}{dt} \left[ i e^{i(\theta+\frac{\pi}{2})} \right] = -\dot{\theta} e^{i(\theta+\frac{\pi}{2})} = \vec{\omega} \wedge \vec{v}_2 \\ & -i \dot{\theta} e^{i(\theta+\frac{\pi}{2})} \rightarrow \vec{j}_2 \end{aligned}$$

**DIMOSTRAZIONE TEOREMA MOTI RELATIVI**

• VETTORE POSIZIONE  $(P - O_0) = (O_1 - O_0) + (P - O_1)$   $(P - O_0) = (x_0 \vec{i}_0 + y_0 \vec{j}_0) + (x_1 \vec{i}_1 + y_1 \vec{j}_1)$

**VELOCITÀ**

$$\begin{aligned} \vec{v}_P = \frac{d}{dt}(P - O_0) &= \frac{d}{dt}(x_0 \vec{i}_0 + y_0 \vec{j}_0) + \frac{d}{dt}(x_1 \vec{i}_1 + y_1 \vec{j}_1) = \\ &= x_0 \vec{i}_0 + y_0 \vec{j}_0 + \frac{d\vec{i}_1}{dt} x_1 + \vec{i}_1 \vec{i}_2 + \frac{d\vec{j}_1}{dt} y_1 + \vec{j}_1 \vec{j}_2 \\ &\quad \vec{\omega} \wedge \vec{i}_1 \vec{i}_2 \quad \vec{\omega} \wedge \vec{j}_1 \vec{j}_2 \rightarrow \vec{\omega} \wedge (x_1 \vec{i}_1 + y_1 \vec{j}_1) = \vec{\omega} \wedge (P - O_1) \end{aligned}$$

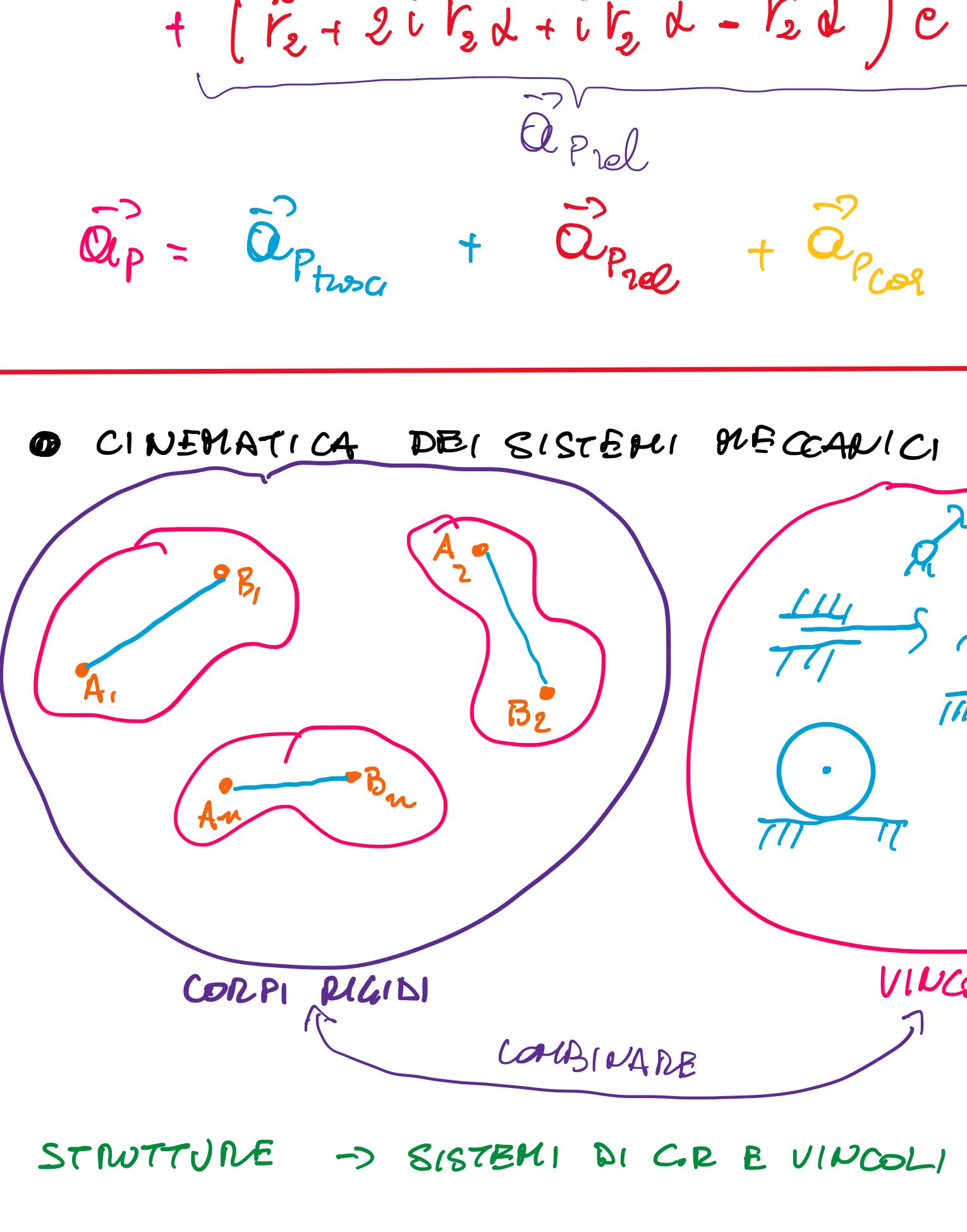
$$\begin{aligned} \vec{v}_P &= \vec{v}_{P_{\text{rel}}} + \vec{v}_{P_{\text{rot}}} \\ &= \vec{v}_{O_1} + \vec{\omega} \wedge (P - O_1) + \vec{v}_{P_{\text{rot}}} \\ &\quad \text{Velocità di rotazione} \quad \text{Velocità con cui ruota il centro } O_1 \quad \text{Velocità relativa} \\ &\quad \text{Velocità di traslazione} \end{aligned}$$

$\vec{v}_P = \vec{v}_{P_{\text{rel}}} + \vec{v}_{P_{\text{rot}}}$  TEOREMA DEI MOTI RELATIVI PER LA VELOCITÀ

**ACCELERAZIONE**

$$\begin{aligned} \vec{a}_P &= \frac{d}{dt} \vec{v}_P = \frac{d^2}{dt^2} (P - O_0) = \\ &= \frac{d}{dt} (\vec{v}_{O_1} + \vec{\omega} \wedge (P - O_1) + \vec{v}_{P_{\text{rot}}}) = \\ &= \frac{d}{dt} (\vec{v}_{O_1} + \vec{g}_0 \vec{j}_0 + \vec{\omega} \wedge (x_1 \vec{i}_1 + y_1 \vec{j}_1) + \vec{x}_1 \vec{i}_1 + \vec{y}_1 \vec{j}_1) \\ &\quad \text{①} \quad \text{②} \quad \text{③} \\ &\frac{d}{dt} (\vec{x}_1 \vec{i}_1 + \vec{y}_1 \vec{j}_1) = \frac{d}{dt} \vec{v}_{P_{\text{rot}}} = \frac{d\vec{i}_1}{dt} \vec{x}_1 + \vec{i}_1 \vec{i}_2 + \frac{d\vec{j}_1}{dt} \vec{y}_1 + \vec{j}_1 \vec{j}_2 \quad \text{④} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{a}_P &= \vec{a}_{P_{\text{rel}}} + \vec{a}_{P_{\text{rot}}} + \vec{a}_{P_{\text{cor}}} \\ &= \vec{a}_{O_1} + \vec{\omega} \wedge (P - O_1) + \vec{\omega} \wedge \vec{v}_{P_{\text{rot}}} + \vec{a}_{P_{\text{rel}}} + 2 \vec{\omega} \wedge \vec{v}_{P_{\text{rot}}} \\ &\quad \text{traslazione} \quad \text{componente tangente} \quad \text{componente normale} \quad \text{accelerazione di P} \\ &\quad \text{di } O_1 \quad \text{di } O_1 \quad \text{di } O_1 \quad \text{relativa} \quad \text{della rotazione} \\ &\quad \text{accelerazione di traslazione} \quad \text{componente tangente} \quad \text{componente normale} \quad \text{di Coriolis} \quad (1835) \end{aligned}$$

**USO NUMERI COMPLESSI PBR DEDURRE IL TRM DEI MOTI RELATIVI****VELOCITÀ**

$$\begin{aligned} \vec{v}_P &= \frac{d}{dt}(P - O_0) = \frac{d}{dt}(r_1 e^{i\theta} + r_2 e^{i(\theta+\phi)}) = \\ &= r_1 e^{i\theta} + i r_1 \dot{\theta} e^{i\theta} + r_2 e^{i(\theta+\phi)} + i r_2 \dot{\phi} e^{i(\theta+\phi)} = \\ &= (r_1 + i r_1 \dot{\theta}) e^{i\theta} + (r_2 + i r_2 \dot{\phi}) e^{i(\theta+\phi)} \\ &\quad \text{traslazione di } O_1 = \vec{v}_{O_1} \quad \text{velocità di rotazione di } S' \\ &\quad \text{Velocità di traslazione} \quad \text{Velocità relativa} \\ &\vec{v}_P = \vec{v}_{P_{\text{rel}}} + \vec{v}_{P_{\text{rot}}} \end{aligned}$$

**ACCELERAZIONE**

$$\begin{aligned} \vec{a}_P &= \frac{d}{dt} \vec{v}_P = \frac{d}{dt} ((r_1 + i r_1 \dot{\theta}) e^{i\theta} + (r_2 + i r_2 \dot{\phi}) e^{i(\theta+\phi)}) = \\ &= (r_1 + i r_1 \dot{\theta} + i r_1 \ddot{\theta} + i r_1 \dot{\theta}^2) e^{i\theta} + i r_1 \ddot{\theta} e^{i\theta} + (r_2 + i r_2 \dot{\phi} + i r_2 \ddot{\phi} - r_2 \dot{\phi}^2) e^{i(\theta+\phi)} + i r_2 \ddot{\phi} e^{i(\theta+\phi)} \\ &= (r_1 + 2 i r_1 \dot{\theta} + i r_1 \ddot{\theta} + i r_1 \dot{\theta}^2) e^{i\theta} - r_2 \dot{\phi}^2 e^{i(\theta+\phi)} + i r_2 \ddot{\phi} e^{i(\theta+\phi)} + \vec{a}_{P_{\text{rel}}} \\ &\quad \text{traslazione di } O_1 = \vec{a}_{O_1} \quad \text{velocità di rotazione di } S' \\ &\quad \vec{a}_{P_{\text{rel}}} \quad \vec{a}_{P_{\text{rot}}} \quad \vec{a}_{P_{\text{cor}}} \end{aligned}$$

**CINEMATICA DEI SISTEMI MECCANICI**

CORPI RIGIDI → SISTEMI DI CR E VINCOLI CON GDL ≤ 0

STRUTTURE → SISTEMI DI CR E VINCOLI CON GDL ≥ 0

MECCANISMO → SISTEMI "MECCANICI" CON GDL &gt; 0

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI

GUARDO DALL'ACTUATORI → GUARDO DALL'EFFETTORE

GUARDO DALL'EFFETTORE → GUARDO DALL'ACTUATORI