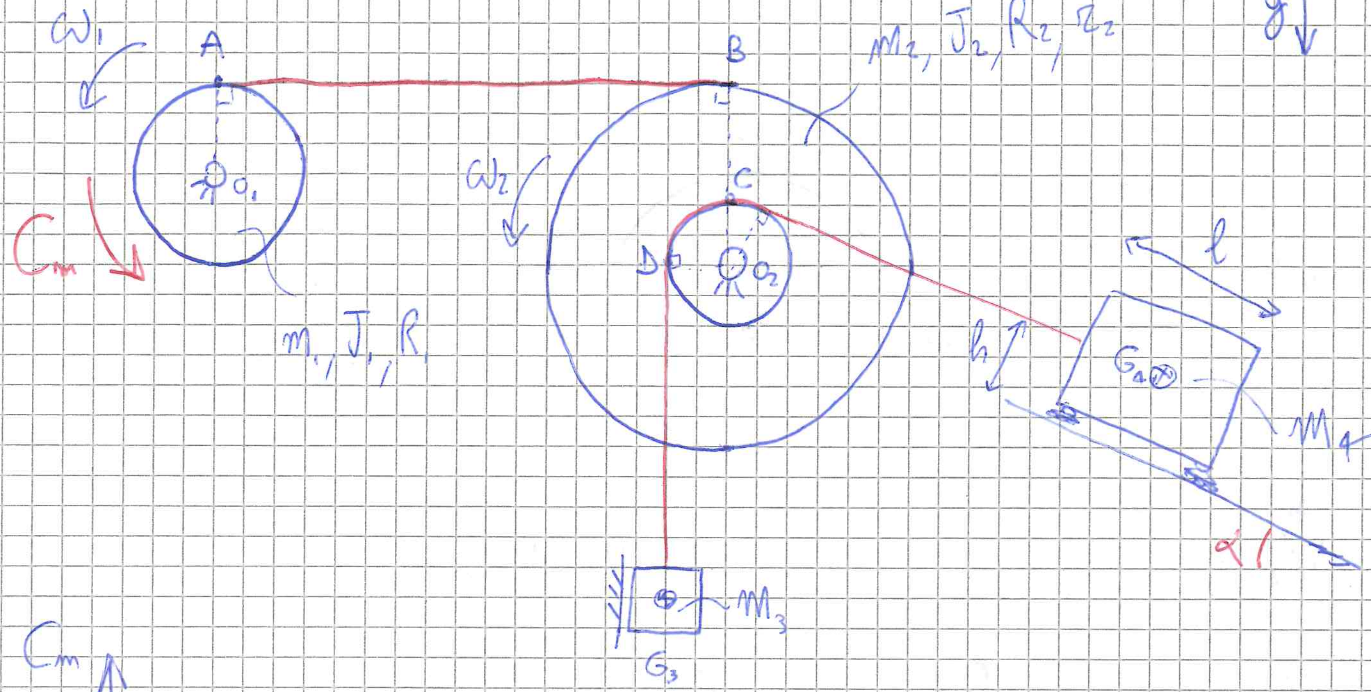
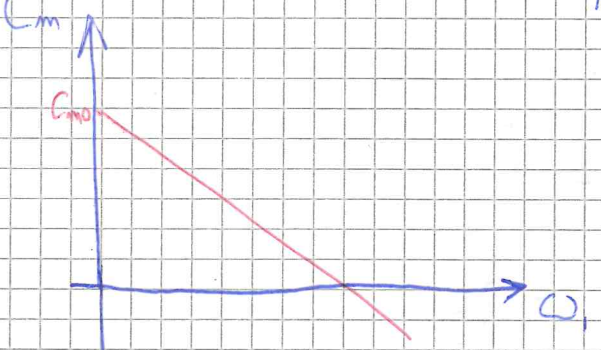




$$C_m = C_m(\omega_1) = C_{m0} - K_M \omega_1$$

DOMANDE

1) CINEMATICA (ω_1 COORDINATA LIBERA)

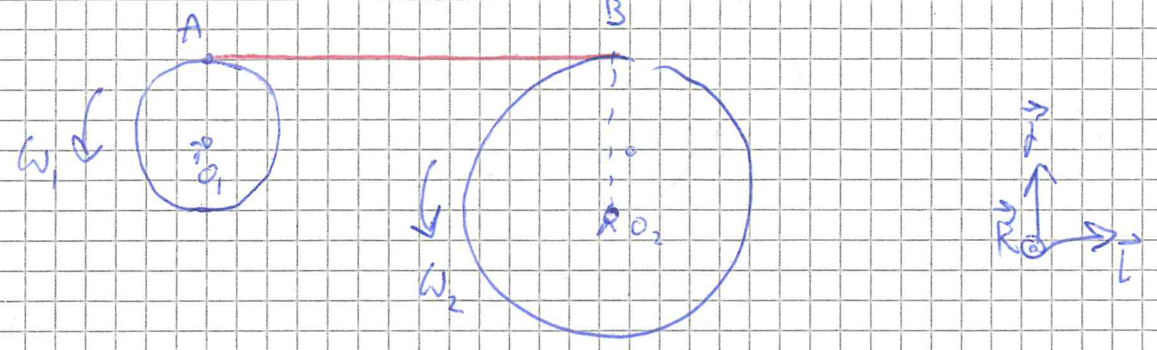
2) EQ. DI MOTO

A) EQUILIBRI DINAMICI

B) TEOREMA EN. CINETICA

3) LEGGE DI MOTO CON C.I. $\omega_1(0) = 0$

1) LEGAMI CINEMATICI (ω_1 COORDINATA LIBERA)

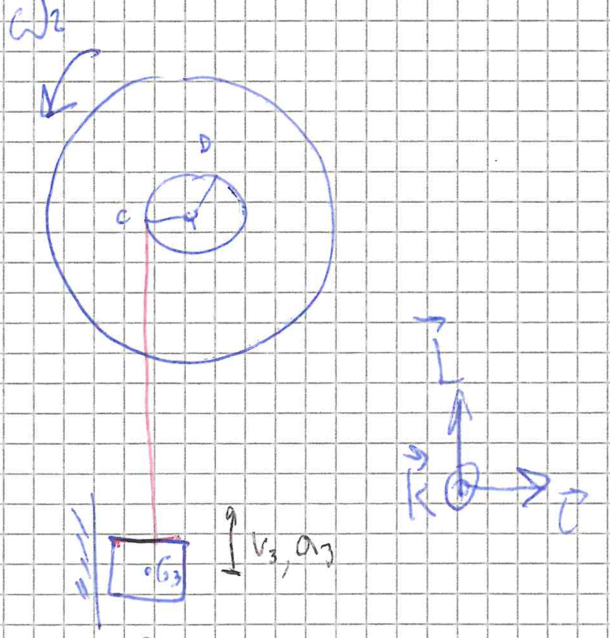


$\vec V_A = \vec V_B$ (FUNE INESTENSIBILE

$\vec V_A = \omega_1 \vec k \wedge R_1 \vec j = -R_1 \omega_1 \vec i$

$\vec V_B = \omega_2 \vec k \wedge R_2 \vec j = -R_2 \omega_2 \vec i$

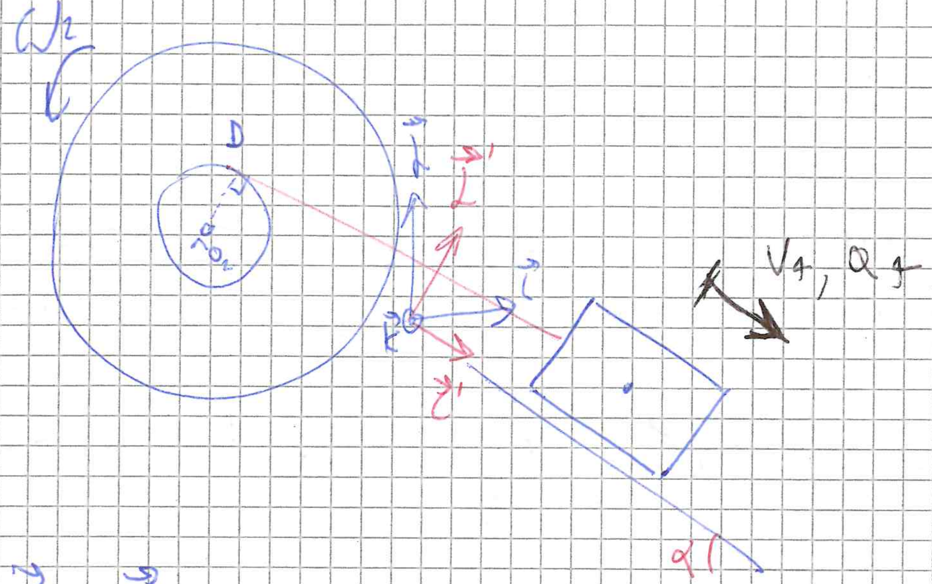
$\omega_2 = \dfrac{R_1}{R_2}\,\omega_1 \longrightarrow \dot\omega_2 = \dfrac{R_1}{R_2}\,\dot\omega_1$



$\vec V_C = \vec V_{G3}$

$\omega_2 \vec k \wedge -r_2 \vec i = \vec V_{G3} = -\omega_2 r_2 \vec j$

$\vec a_{G3} = -\dot\omega_2 r_2 \vec j$ (SOLO COMP TANGENZIALE)



$$\vec{V}_D = \vec{V}_{G4}$$

$$\vec{V}_{G4} = \vec{\omega}_2 \wedge (D - O_2) = \omega_2 \vec{k}' \wedge r_2 \vec{j}' = -\omega_2 r_2 \vec{i}' = V_{G4} \vec{i}'$$

$$\vec{a}_{G4} = -\dot{\omega}_2 r_2 \vec{i}' = a_{G4} \vec{i}'$$

RIASSUMENDO:

$$\vec{\omega}_2 = \frac{R_1}{R_2} \vec{\omega}_1 \vec{k}$$

$$\vec{V}_3 = -\frac{R_1}{R_2} r_2 \omega_1 \vec{j}$$

$$\vec{V}_4 = -\frac{R_1}{R_2} r_2 \omega_1 \vec{i}'$$

E ANALOGAMENTE PER LE ACCELERAZIONI

2) EQ. DI MOTO

(A) EQUILIBRI DINAMICI (EQ. CARDINALI)

PER OGNI CORPO RIGIDO DEVONO ESSERE SODDISFATTE LE SEGUENTI EQUAZIONI CON $i = 1 \dots N_c$ (NUMERO CORPI RIGIDI)

$$\begin{cases} \vec{R}_i + \left(-m_i \vec{a}_{G_i}\right) = \vec{0} \\ \vec{M}_{G_i} + \left(-J_{G_i} \vec{\dot{\omega}}_i\right) = \vec{0} \end{cases} \xrightarrow[\text{PIANO}]{\text{NEL}} \begin{cases} R_{ix} + \left(-m_i a_{x_i}\right) = 0 \\ R_{iy} + \left(-m_i a_{y_i}\right) = 0 \\ M_{G_i} + \left(-J_{G_i} \dot{\omega}_i\right) = 0 \end{cases}$$

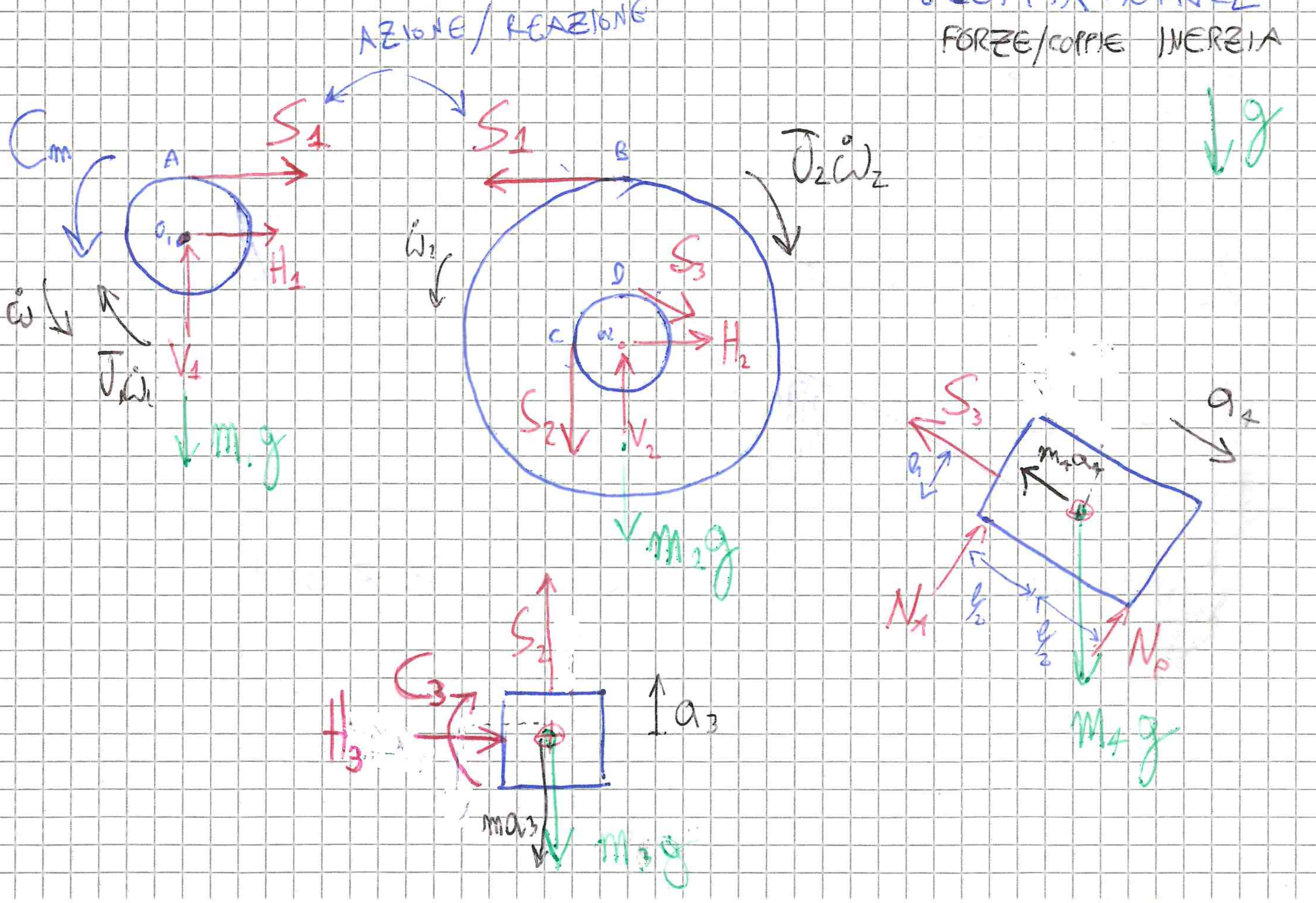
DOVE IN $\vec{R}_i$ E $\vec{M}_G$ CI SONO SIA FORZE E COPPIE ATTIVE E REATTIVE

SCHEMA FORZE
(DISEGNO LE COMPONENTI DEI VETTORI)

REAZIONI VINCOLARI

FORZE ATTIVE: PESO; COPPIA MOTRICE

FORZE/COPPIE INERZIA



CORPO 1

$$\begin{cases} S_1 + H_1 = 0 \\ V_1 - m_1 g = 0 \\ C_m - J_1 \dot{\omega}_1 - S_1 R_1 = 0 \end{cases}$$

IL MOMENTO DI S_1 RISPETTO LA POLO O_1 VALE

$(A - O_1) \wedge S_1 \vec{i} = R_1 \vec{j} \wedge S_1 \vec{i}$
$= - S_1 R_1 \vec{k}$

CORPO 2

$$\begin{cases} -S_1 + H_2 + S_3 \cos\alpha = 0 \\ V_2 - m_2 g - S_2 - S_3 \sin\alpha = 0 \\ S_1 R_2 - J_2 \dot{\omega}_2 - S_3 r_2 + S_2 r_2 = 0 \end{cases}$$

CORPO 3

$$\begin{cases} H_3 = 0 \\ C_3 = 0 \\ S_2 - m_3 a_3 - m_3 g = 0 \end{cases}$$

CORPO 4

$$\begin{cases} -S_3 - m_4 a_4 + m_4 g \sin\alpha = 0 \\ N_A + N_P - m_4 g \cos\alpha = 0 \\ N_P \cancel{\frac{L}{2}} - N_A \cancel{\frac{L}{2}} = 0 \end{cases}$$

IN TOTALE HO 12 EQAZIONI CON 12 INCOGNITE CHE SONO

$V_1, H_1, S_1, S_2, S_3, H_2, V_2, H_3, C_3, N_A, N_P$ 11 REAZIONI VINCOLARI

+ 1 EQUAZIONE DI MOTO

COMBINO TUTTE LE EQ. PER TROVARE LE INCOGNITE, USANDO ANCHE I LEGAMI CINEMATICI

$$\begin{cases} H_1 = -S_1 \\ V_1 = m_1 g \\ C_m - J_1\dot{\omega}_1 - S_1 R_1 = 0 \\ H_2 = S_1 - S_3\cos\alpha \\ V_2 = m_2 g + S_2 + S_3 \sin\alpha \\ S_1 R_2 = J_2\dot{\omega}_2 + S_3 r_2 - S_2 r_2 \\ H_3 = 0 \\ C_3 = 0 \\ S_2 = m_3 a_2 + m_3 g \\ S_3 = -m_4 a_4 + m_4 g \sin\alpha \\ N_A = N_P \\ N_P = m_4 g\cos\alpha \end{cases}$$

COMBINO QUESTE EQUAZIONI E OTTENGO L'EQUAZIONE DI MOTO

$$C_m - J_1\dot{\omega}_1 - \frac{R_1}{R_2}\left[J_2\dot{\omega}_2 + \left(-m_4 a_4 + m_4 g\sin\alpha\right) r_2 - \left(m_3 a_2 + m_3 g\right) r_2\right]$$

$$J_1\dot{\omega}_1 + \frac{R_1}{R_2}J_2\dot{\omega}_2 - \frac{R_1}{R_2}m_4 a_4 r_2 - \frac{R_1}{R_2}m_2 a_2 r_2 = C_m - \frac{R_1}{R_2}m_4 g\sin\alpha\, r_2 + \frac{R_1}{R_2}m_3 g\, r_2$$

$$\left[J_1 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 J_2 + m_4\left(\frac{R_1}{R_2}r_2\right)^2 + m_2\left(\frac{R_1}{R_2}r_2\right)^2\right]\dot{\omega}_1 = C_m + \dots$$

$$+ \frac{R_1 r_2}{R_2} g\left(m_3 - m_4\sin\alpha\right)$$

$$J^* \dot{\omega}_1 = C_m + \left(\frac{R_1}{R_2}\right) r_2 \left(m_3 - m_4 \sin\alpha\right) g$$ EQ DI MOTO

(B) BILANCIO DI POTENZE (TH. ENERGIA CINETICA)

$$E_c = \sum_i^{N_c} E_{c_i} = \sum_i \left(\frac{1}{2} m_i V_{G_i}^2 + \frac{1}{2} J_{G_i} \omega_i^2\right)$$

$$W = \sum \vec{F} \cdot \vec{V} + \sum \vec{C} \cdot \vec{\omega}$$ (POTENZA DELLE FORZE ATTIVE)

$$\frac{dE_c}{dt} = W$$

LE REAZIONI VINCOLARI LAVORANO SOLO SE I VINCOLI NON SONO LISCI (C'È ATTRITO)

$$E_c = \frac{1}{2} J_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} J_2 \omega_2^2 + \frac{1}{2} m_3 V_3^2 + \frac{1}{2} m_4 V_4^2$$

$$E_c = \frac{1}{2}\left[J_1 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 J_2 + m_3 \left(\frac{R_1}{R_2} r_2\right)^2 + m_4 \left(\frac{R_1}{R_2} r_2\right)^2 \right] \omega_1^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} J^* \omega_1^2$$

$$\frac{dE_c}{dt} = J_1 \dot{\omega}_1 \omega_1$$

$$W = C_m \omega_1 + \left(-m_3 g V_3\right) + \left(m_4 g \sin\alpha\, V_4\right)$$

$$= \left(C_m + m_3 g \frac{R_1}{R_2} r_2 - m_4 g \sin\alpha \frac{R_1}{R_2} r_2\right) \omega_1$$

$$\frac{dE_c}{dt} = W \iff J_1 \dot{\omega}_1 \omega_1 = \left(C_m + \frac{R_1}{R_2} r \left(m_3 - m_4 \sin\alpha\right) g\right) \omega_1$$

SEMPLIFICO PER ω_1 E OTTENGO L'EQ DI MOTO.

3) LEGGE DI MOTO CON $\omega_1(0) = 0$

$$J^* \dot{\omega}_1 = C_m + D$$

MA

$$C_m = C_{m0} - K_m \omega_1$$

QUINDI:

$$J^* \dot{\omega}_1 + K_m \omega_1 = C_{m0} + D$$

$$\dot{\omega}_1 + \left(\frac{K_m}{J^*}\right) \omega_1 = \left(\frac{C_{m0} + D}{J^*}\right)$$

$$\begin{cases} \dot{\omega}_1 + A\,\omega_1 = B \\ \omega_1(t=0) = 0 \end{cases}$$

INTEGRALE GENERALE

$$\begin{cases} \omega_1 = \omega_{OMOGENEA} + \omega_{PARTICOLARE} \\ \omega_1(0) = 0 \end{cases}$$

PARTICOLARE

$$\omega_P = C \quad , \quad \dot{\omega}_P = 0$$

$$A C = B$$

$$C = \frac{B}{A} = \omega_P$$

OMOGENEA

$$\dot{\omega} + A\omega = 0$$

$$\omega = E e^{\lambda t} \qquad \dot{\omega} = \lambda E e^{\lambda t}$$

$$(\lambda + A) E e^{\lambda t} = 0$$

$$\lambda = -A$$

$$\omega_{omo} = E e^{-At}$$

GENERALE

$$\begin{cases} \omega = E e^{-At} + \dfrac{B}{A} \\ \omega(0) = 0 \end{cases}$$

$$0 = E + \frac{B}{A} \rightarrow E = -\frac{B}{A}$$

$$\omega = \frac{B}{A}\left(1 - e^{-At}\right)$$