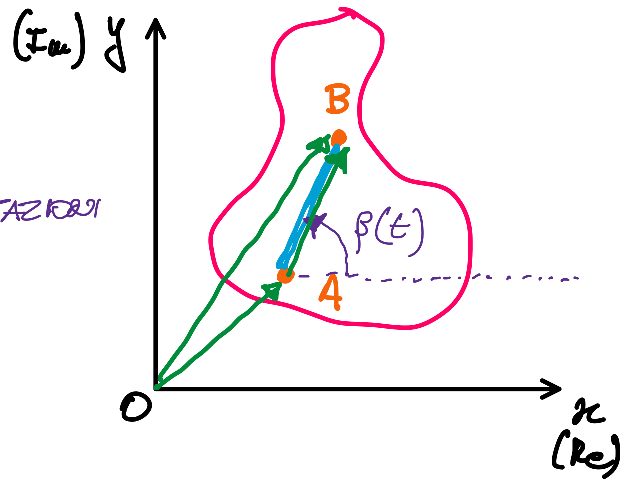
Lezione venerdì 25 settembre 2020

venerdì 25 settembre 2020 11:24

CINEMATICA DEL CORPO RIGIDO

↳ TEOREMA DI RIVALS PER LA VELOCITÀ E L'ACCELERAZIONE

- SISTEMA DI RIFERIMENTO: POSIZIONE DI 2 PTI DEL C.R. MEDIANTE I LORO VETTORI POSIZIONE



DATI: $x_A(t)$ $y_A(t)$ POSIZIONE DI A

$\beta(t)$ ANGOLO DEL SEGMENTO $\overline{AB}$ RISPETTO AL RIFERIMENTO RAZIONAL (AD.ES. ASSE ORIZZONTALE)

3 PARAMETRI CHE "FISSANO" I G.d.L. DEL C.R.

POSIZIONE DI B RISPETTO AD A $(B-A)$
RISPETTO AL SIS.RIF. $(B-O)$

VETTORE POSIZIONE DI B

$$(B-O) = (A-O) + (B-A)$$

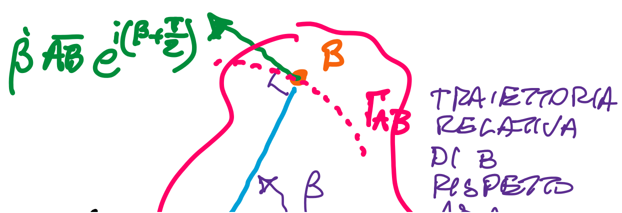
RELAZIONE VETTORIALE TRA I VETTORI POSIZIONE

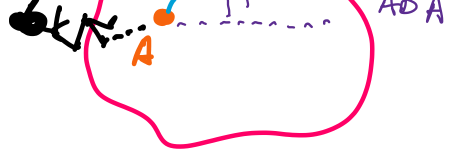
$$(B-O) = x_B + i\, y_B =$$
$$= x_A(t) + i\, y_A(t) + \overline{AB}\, e^{i\beta(t)}$$

VELOCITÀ DI B

APPLICO LA DEFINIZIONE DI VELOCITÀ

$$\frac{d}{dt}(B-O) = \frac{d}{dt}\left(x_A + i\, y_A + \overline{AB}\, e^{i\beta}\right)$$





$$\vec{v}_B = \dot{x}_A + i\,\dot{y}_A + i\dot{\beta}\,\overline{AB}\,e^{i\beta} = \vec{v}_A + \boxed{\dot{\beta}\,\overline{AB}\,e^{i\left(\beta+\frac{\pi}{2}\right)}} =$$

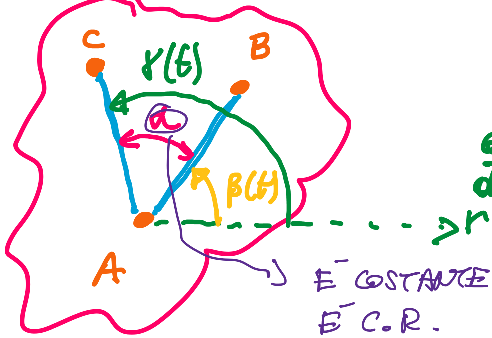
$$= \underbrace{\vec{v}_A}_{\text{VELOCITÀ DI A}} + \underbrace{\vec{v}_{BA}}_{\text{VELOCITÀ DI B RISPETTO AD A}}$$

$\boxed{\dot{\beta}} = \dfrac{d\beta}{dt}$ → VELOCITÀ ANGOLARE (MODULO)

$\boxed{\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}}$ TH. DI RIVALS PER LE VELOCITÀ

⇒ SE CONOSCO LA VELOCITÀ DI 1 PTO DI UN C.R. E LA VELOCITÀ ANGOLARE ALLORA POSSO CONOSCERE LA VELOCITÀ DI TUTTI I PTI DEL C.R.

LA VELOCITÀ ANGOLARE È UNICA!



È COSTANTE PERCHÉ È C.R.

$$\gamma = \beta + \alpha$$

$$\frac{d}{dt}\gamma = \frac{d}{dt}\left(\beta(t) + \alpha\right) = \dot{\beta}$$

$$\dot{\gamma} = \dot{\beta}$$

LA VELOCITÀ ANGOLARE È DI TUTTO IL C.R.
(GUAI A CHI DIRÀ "VELOCITÀ ANGOLARE DI UN PUNTO")

∃ LETTERA SPECIALE PER INDICARE IL MODULO DELLA VELOCITÀ ANGOLARE $\boxed{\omega = \dot{\beta}}$

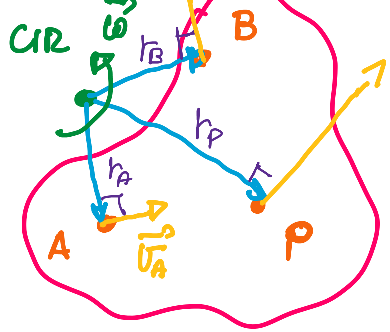
IL VETTORE VELOCITÀ ANGOLARE È

$$\vec{\omega} = \vec{k}\,\omega = \vec{k}\,\dot{\beta}$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \wedge (B - A)$$

SAPPIAMO CHE IN UN C.R.
PUO' ESISTERE UN C.I.R.
$\vec{v}_{CIR} = 0$

$$\vec{v}_P = \vec{v}_{CIR} + \vec{\omega} \wedge (P - CIR) =$$
$$= \vec{\omega} \wedge (P - CIR)$$



$\vec{v}_P = \vec{\omega} \wedge (P - CIR)$

$v_P = \omega r_P$

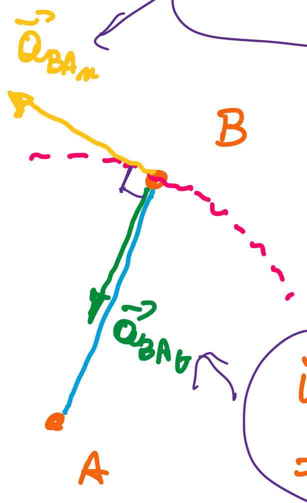
VALE PER $\forall$ PTO

$$\frac{v_A}{r_A} = \frac{v_B}{r_B} = \omega$$

ACCELERAZIONE DEL PUNTO B

$$\vec{a}_B = \frac{d}{dt}\vec{v}_B = \frac{d}{dt}\left(\vec{v}_A + \vec{\omega} \wedge (B-A)\right) = \frac{d}{dt}\left(\dot{x}_A + i\dot{y}_A + i\omega \overline{AB}\, e^{i\beta}\right)$$
$$\Downarrow$$
$$\vec{a}_B = \ddot{x}_A + i\ddot{y}_A + i\overline{AB}\omega\left(i\omega e^{i\beta}\right) + i\overline{AB}\dot{\omega} e^{i\beta} =$$
$$= \underbrace{\vec{a}_A}_{\text{ACCELERAZIONE DI A}} \underbrace{- \omega^2 \overline{AB}\, e^{i\beta} + i\dot{\omega}\overline{AB}\, e^{i\beta}}_{\text{ACCELERAZIONE DI B RISPETTO AD A}}$$

$$-\omega^2 \overline{AB}\, e^{i\beta} = \omega^2 \overline{AB}\, e^{i(\beta+\pi)}$$



$$i\overline{AB}\dot{\omega} e^{i\beta} = \overline{AB}\dot{\omega} e^{i(\beta+\frac{\pi}{2})}$$

VALE ~~$\forall$~~ PER ACCELERAZIONI

$$\boxed{\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}}$$

TH DI RIVALS PER LE ACCELERAZIONI

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \underbrace{\dot{\vec{\omega}} \wedge (B-A)}_{\vec{a}_{BA_t}} + \underbrace{\vec{\omega} \wedge \vec{\omega} \wedge (B-A)}_{\vec{a}}$$

ACCELERAZIONE ANGOLARE $\rightarrow \frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega}$

$\dot{\vec{\omega}} = \dot{\omega}\vec{k}$

CUBAN