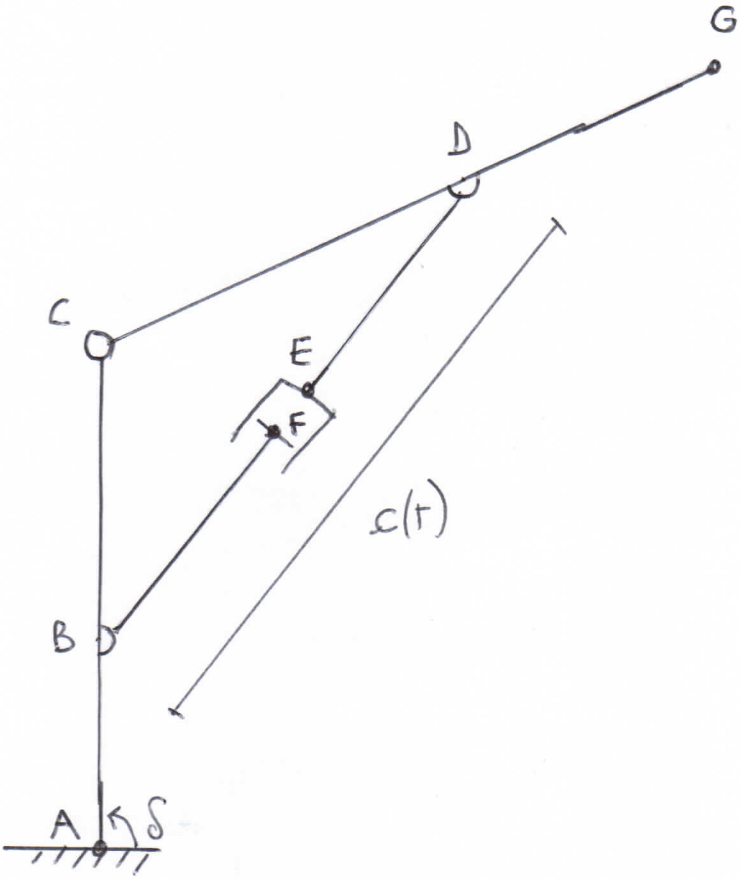
ESERCITAZIONE 4

Es. 1 ATTUATORE IDRAULICO (GLIFO)



DATI

- c(t) : LUNGHEZZA DELL'ATTUATORE (COORDINATA LIBERA)
- LUNGHEZZE ASTE
- $\delta = \frac{\pi}{2}$

CALCOLARE

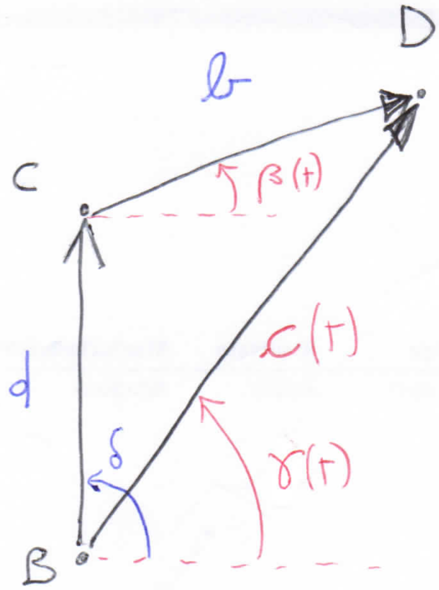
$\underline{v}_G$ e $\underline{a}_G$

VERIFICA GDL

4 ASTE	:	12 GDL
1 INCASTRO	:	− 3
3 CERNIERE	:	− 6
1 MANICOTTO	:	− 2
GDL RESIDUI	:	1

→ 1 COORDINATA LIBERA

EQ. DI CHIUSURA (POSIZIONE)



VETTORE	MODULO	DIREZIONE
$(D-C)$	$b = \text{cost}$	$\beta(t)$, INCOGNITA
$(C-B)$	$d = \text{cost}$	$\delta = \text{cost} = \frac{\pi}{2}$
$(D-B)$	$c(t)$, COORDINATA LIBERA	$\gamma(t)$, INCOGNITA

$$(D-C) + (C-B) = (D-B) \qquad (1)$$

CHE CON IL FORMALISMO DEI NUMERI COMPLESSI DIVENTA

$$b\,e^{i\beta} + d\,e^{i\delta} = c\,e^{i\gamma} \qquad (2)$$

$$b\,e^{i\beta} + d\,i = c\,e^{i\gamma} \qquad (3)$$

2 eq. SCALARI, 2 INCOGNITE $\gamma(t)$, $\beta(t)$

$$\begin{cases} b\cos\beta = c\cos\gamma & (3.1) \quad \text{Re} \\ b\sin\beta + d = c\sin\gamma & (3.2) \quad \text{Im} \end{cases}$$

$$(3.1)^2 + (3.2)^2$$

$$\Downarrow$$

$$b^2 + d^2 + 2bd \sin\beta = c^2$$

$$\sin\beta = \frac{c^2 - b^2 - d^2}{2db} \Longrightarrow \beta = \beta(c)$$

SOSTITUISCO NELLA (3.2) $\sin\beta$

$$\sin\gamma = \frac{b \sin\beta + d}{c} \Longrightarrow \gamma = \gamma(c)$$

VELOCITÀ

DERIVO LA (3) RISPETTO AL TEMPO

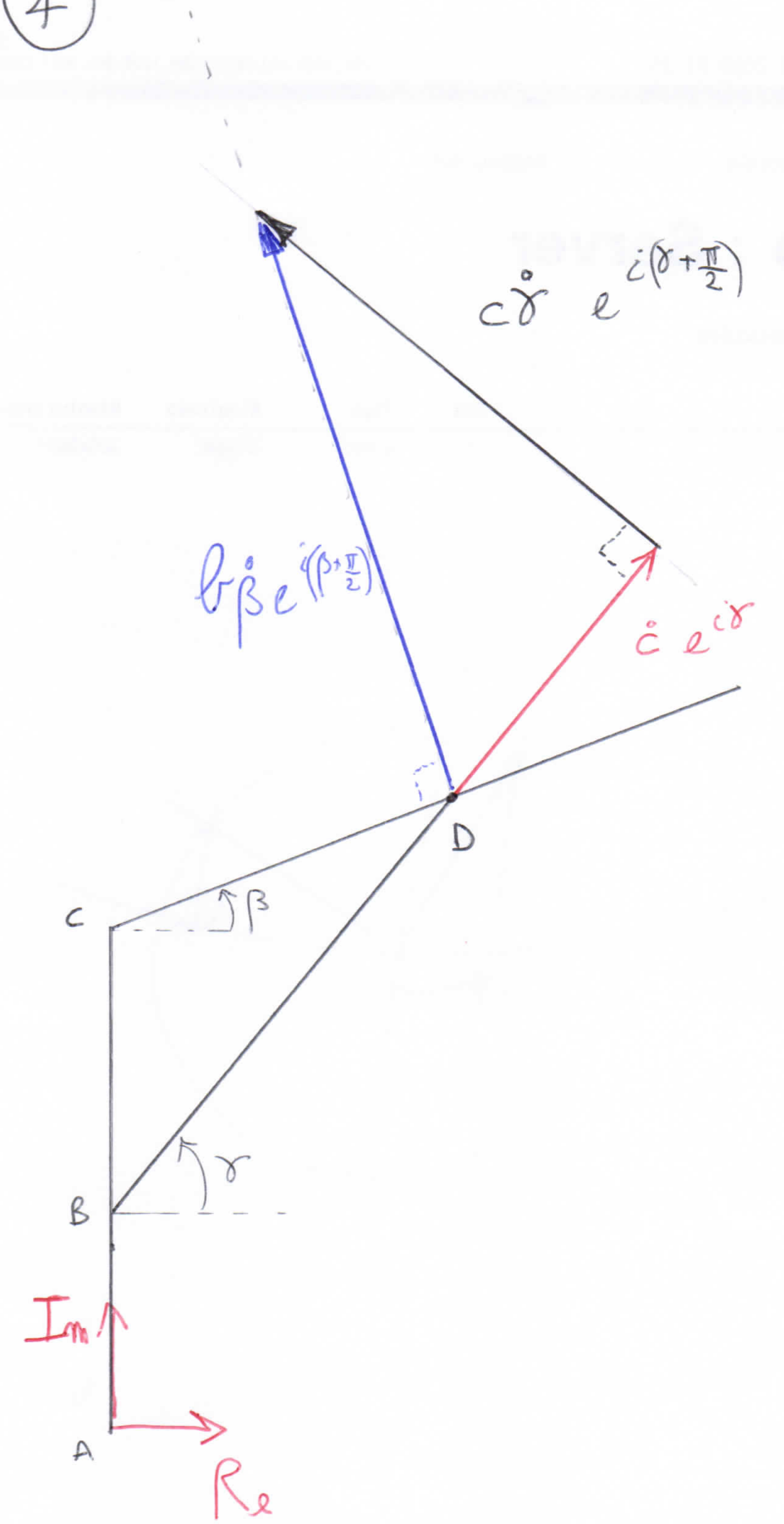
$$b\, e^{i\beta} + di = c\, e^{i\gamma}$$

$$\Downarrow \ d/dt$$

FUNZIONI DEL TEMPO

$$b\dot{\beta}\, e^{i\left(\beta + \frac{\pi}{2}\right)} = \dot{c}\, e^{i\gamma} + c\dot{\gamma}\, e^{i\left(\gamma + \frac{\pi}{2}\right)} \qquad (4)$$

RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DELLA EQ 4



N.B.

$\dot{\beta}$ e $\dot{\gamma}$ SONO LE UNICHE INCOGNITE

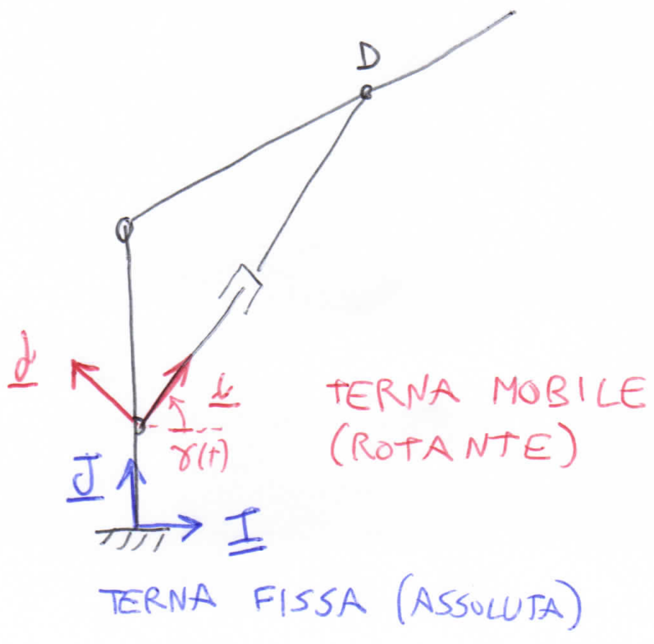
PROIETTANDO LA 3 SU Re e Im OTTENGO NUOVAMENTE 2 EQ SCALARI CON 2 INCOGNITE $\mathring{\gamma}$ e $\mathring{\beta}$

$$\begin{cases} b\mathring{\beta}\cos\left(\beta+\frac{\pi}{2}\right) = \mathring{c}\cos\gamma + c\mathring{\gamma}\cos\left(\gamma+\frac{\pi}{2}\right) & (4.1) \\ b\mathring{\beta}\sin\left(\beta+\frac{\pi}{2}\right) = \mathring{c}\sin\gamma + c\mathring{\gamma}\sin\left(\gamma+\frac{\pi}{2}\right) & (4.2) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ RISOLVO PER $\mathring{\gamma} = \mathring{\gamma}(c, \mathring{c})$

$\mathring{\beta} = \mathring{\beta}(c, \mathring{c})$

INTERPRETAZIONE DELLA CHIUSURA IN VELOCITÀ (EQ 4) CON IL TEOREMA DEI MOTI RELATIVI



TH. MOTI RELATIVI:

$\underline{V}_{ASSOLUTA} = \underline{V}_{TRASCINAMENTO}$

$+ \underline{V}_{RELATIVA}$

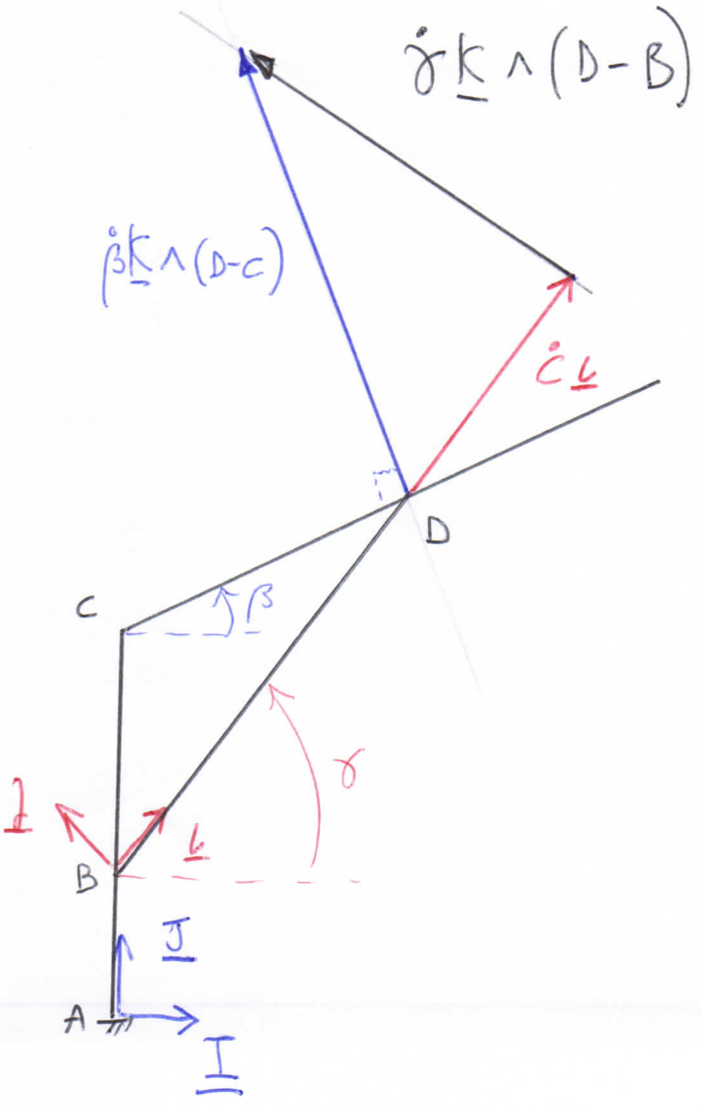
APPLICO IL T. DEI MOTI RELATIVI AL PUNTO D

$$\underline{V}_{ASS} = \underline{\omega}_{CD} \wedge (D-C) = \dot{\beta}\,\underline{k} \wedge (D-C)$$

$$\underline{V}_{REL} = \dot{C}\,\underline{i}$$

$$\underline{V}_{TR} = \underline{\omega}_{TERNA} \wedge (D-B) = \dot{\gamma}\,\underline{k} \wedge (D-B)$$

$$\dot{\beta}\,\underline{k} \wedge (D-C) = \dot{C}\,\underline{i} + \dot{\gamma}\,\underline{k} \wedge (D-B) \qquad (5)$$



DA CUI LA SEGUENTE CORRISPONDENZA

EQ	$\underline{V}_{ASS}$ =	$\underline{V}_{TR}$ +	$\underline{V}_{REL}$
4	$b\dot{\beta}\, e^{i(\beta+\frac{\pi}{2})}$	$\dot{c}\, e^{i\gamma}$	$\dot{\gamma} c \, e^{i(\gamma+\frac{\pi}{2})}$
5	$\dot{\beta}\underline{k} \wedge (D-C)$	$\dot{c}\, \underline{i}$	$\dot{\gamma}\underline{k} \wedge (D-B)$

SE FOSSERO NOTE TUTTE LE POSIZIONI, POTREI SCRIVERE DIRETTAMENTE L'EQ. DI CHIUSURA IN VELOCITÀ USANDO IL TH. DEI MOTI RELATIVI, OTTENENDO LA 5

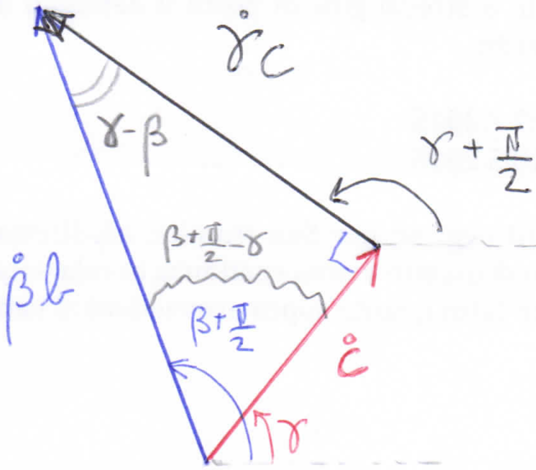
$$\dot{\beta}\,\underline{k} \wedge (D-C) = \dot{\gamma}\,\underline{k} \wedge (D-B) + \dot{c}\,\underline{i}$$

COME SI FA A CALCOLARE LE 2 INCOGNITE $\dot{\gamma}$ e $\dot{\beta}$? DUE POSSIBILITÀ

1) GRAFICAMENTE

2) ANALITICAMENTE

① METODO GRAFICO



$$\dot{c} = \operatorname{tg}(\gamma - \beta)\, \dot{\gamma} c \quad \Rightarrow \quad \dot{\gamma} = \frac{\dot{c}}{c \operatorname{tg}(\gamma - \beta)}$$

$$\dot{c} = \dot{\beta} b \sin(\gamma - \beta) \quad \Rightarrow \quad \dot{\beta} = \frac{\dot{c}}{b \sin(\gamma - \beta)}$$

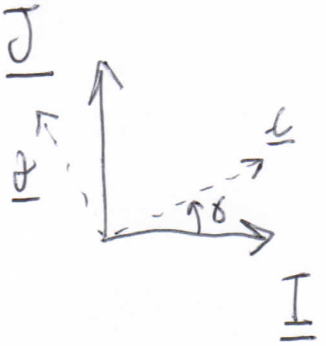
IN QUESTO ESEMPIO É SEMPLICE POICHÉ LA CHIUSURA IN VELOCITÀ È UN TRIANGOLO RETTANGOLO

② METODO ANALITICO

$$(D-B) = c\cos\gamma\,\underline{I} + c\sin\gamma\,\underline{J}$$

$$(D-C) = b\cos\beta\,\underline{I} + b\sin\beta\,\underline{J}$$

$$\underline{i} = \cos\gamma\,\underline{I} + \sin\gamma\,\underline{J}$$



$$\begin{cases} \underline{i} = \cos\gamma\,\underline{I} + \sin\gamma\,\underline{J} \\ \underline{j} = -\sin\gamma\,\underline{I} + \cos\gamma\,\underline{I} \end{cases}$$

LA ⑤ DIVENTA

$$\dot\beta\,\underline{K}\wedge\left(b\cos\beta\,\underline{I} + b\sin\beta\,\underline{J}\right) = \dot c\left(\cos\gamma\,\underline{I} + \sin\gamma\,\underline{J}\right)$$

$$+\,\dot\gamma\,\underline{K}\wedge\left(c\cos\gamma\,\underline{I} + c\sin\gamma\,\underline{J}\right)$$

$$\left(b\dot\beta\cos\beta\right)\underline{J} + \left(-b\dot\beta\sin\beta\right)\underline{I} = \left(\dot c\sin\gamma + \dot\gamma c\cos\gamma\right)\underline{J} +$$

$$\left(\dot c\cos\gamma - \dot\gamma c\sin\gamma\right)\underline{I}$$

CHE CONSIDERANDO LE SUE COMPONENTI LUNGO $\underline{\underline{I}}$ e $\underline{J}$ DIVENTA

$$\begin{cases} -b\dot{\beta}\sin\beta = \dot{c}\cos\gamma - \dot{\gamma}c\sin\gamma & (5.1) \\ b\dot{\beta}\cos\beta = \dot{c}\sin\gamma + \dot{\gamma}c\cos\gamma & (5.2) \end{cases}$$

CHE SONO ESATTAMENTE LE

4.1 e LE 4.2

ACCELERAZIONI

DERIVO LA 4 OPPURE LE 4.1 e 4.2

$$b\dot{\beta}\, e^{i\left(\beta+\frac{\pi}{2}\right)} = \dot{c}\, e^{i\gamma} + c\dot{\gamma}\, e^{i\left(\gamma+\frac{\pi}{2}\right)}$$

$$\Downarrow \ d/dt$$

FUNZIONI DEL TEMPO

$$b\ddot{\beta}\, e^{i\left(\beta+\frac{\pi}{2}\right)} - b\dot{\beta}^2 e^{i\beta} = \ddot{c}\, e^{i\gamma} + \dot{c}\dot{\gamma}\, e^{i\left(\gamma+\frac{\pi}{2}\right)} +$$

$$+ \dot{c}\dot{\gamma}\, e^{i\left(\gamma+\frac{\pi}{2}\right)} + c\ddot{\gamma}\, e^{i\left(\gamma+\frac{\pi}{2}\right)} - c\dot{\gamma}^2 e^{i\gamma} \qquad (6)$$

2 eq. SCALARI, 2 INCOGNITE $\Rightarrow \ddot{\beta} = \ddot{\beta}(c, \dot{c}, \ddot{c})$

$$\ddot{\gamma} = \ddot{\gamma}(c, \dot{c}, \ddot{c})$$

ANALOGAMENTE A QUANTO FATTO PER LE VELOCITÀ POSSIAMO INTERPRETARE I VARI TERMINI CHE APPAIONO NELLA (6) APPLICANDO IL TEOREMA DEI MOTI RELATIVI PER LE ACCELERAZIONI:

$$\underline{a}_{ASSOLUTA} = \underline{a}_{TRASCINAMENTO} + \underline{a}_{RELATIVA} + \underline{a}_{COMPLEMENTARE}$$

(CORIOLIS)

USIAMO LA TERNA MOBILE (ROTANTE) DI PRIMA E SCRIVIAMO L'ACCELERAZIONE DEL PUNTO D

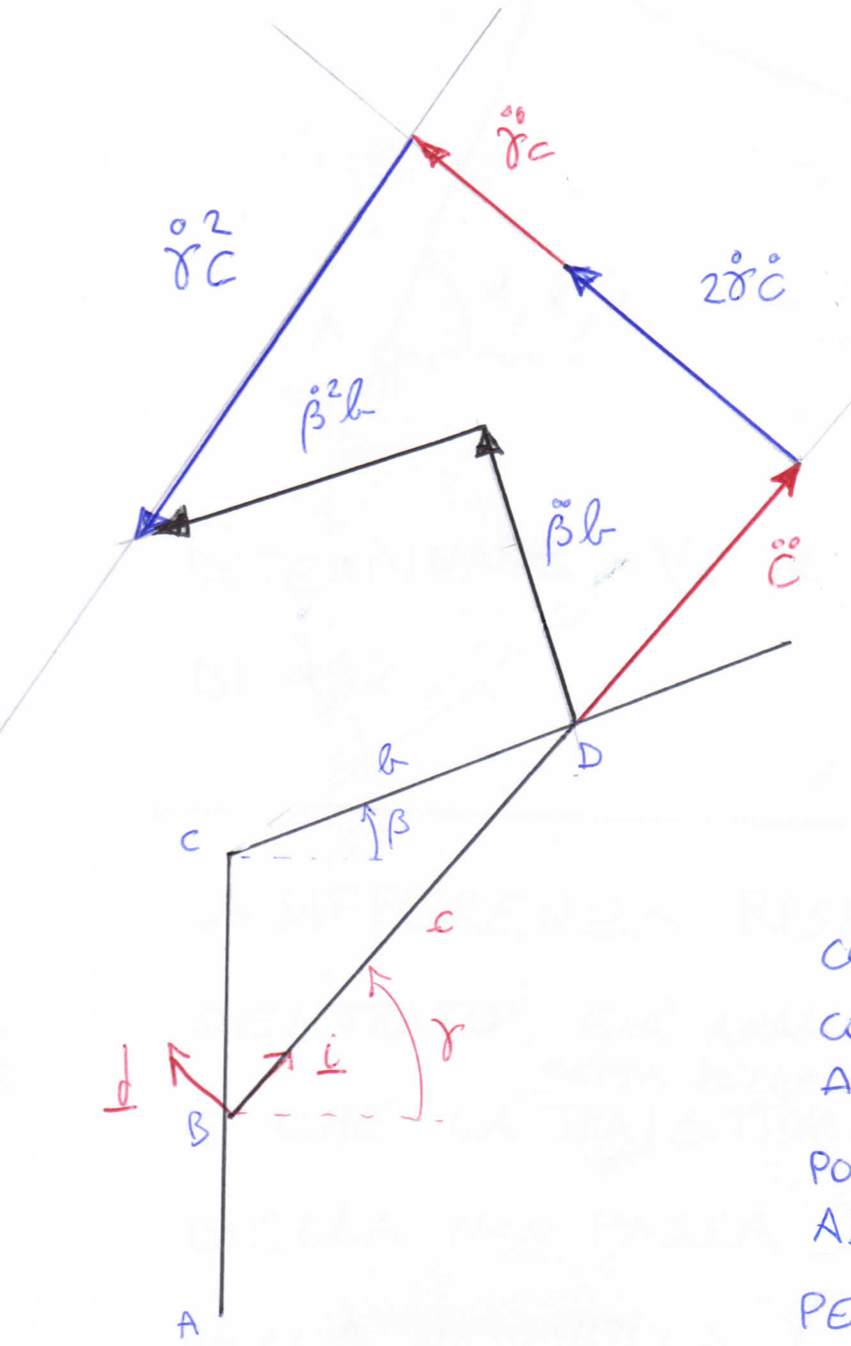
$$\underline{a}_{ASS} = \ddot{\beta}\,\underline{k} \wedge (D-C) - \dot{\beta}^2 (D-C) \qquad \text{(RIVALS)}$$

$$\underline{a}_{REL} = \ddot{c}\,\underline{i}$$

$$\underline{a}_{TR} = \ddot{\gamma}\, \underline{k} \wedge \underbrace{(D-B)}_{c\,\underline{i}} - \dot{\gamma}^2 (D-B) = \ddot{\gamma} c\, \underline{j} - \dot{\gamma}^2 c\, \underline{i}$$

$$\underline{a}_C = 2\, \underline{\omega}_{TERNA} \wedge \underline{V}_{REL} = 2 \dot{\gamma}\, \underline{k} \wedge \dot{c}\, \underline{i}$$

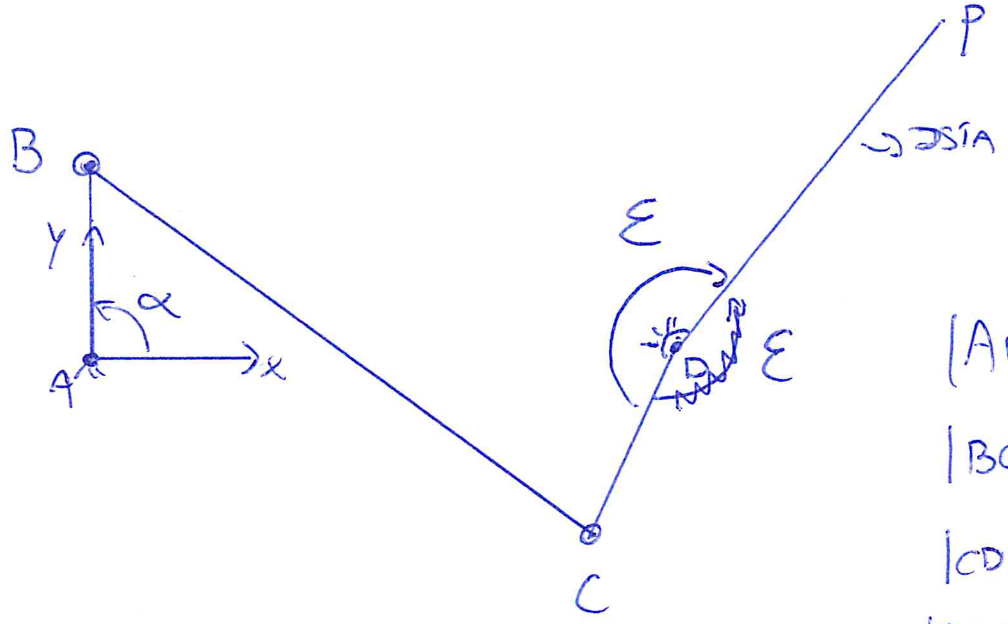
$$= 2 \dot{\gamma} \dot{c}\, \underline{j}$$



CONFRONTANDO LA (6) CON I VARI TERMINI DI ACCELERAZIONE È POSSIBILE FARE CONSIDERAZIONI ANALOGHE A QUANTO VISTO PER LE VELOCITÀ.

ESER SISTEMI CORPI RIGIDI

QUADRILATERO ARTICOLATO (TERGICRISTALLO)



DATI

$|AB| = 0,1$ (m)

$|BC| = 0,5$ (m)

$|CD| = 0,15$ (m)

$|AD| = 0,5$ (m)

$\varepsilon = 25°$

$|DP| = 0,7$ (m)

ATTO DI MOTO

$\alpha = \frac{\pi}{2}$; $\dot{\alpha} = \underset{1\,Hz}{2\pi}$ rad/s ; $\ddot{\alpha} = 0$ rad/s^2

TROVARE

$\bar{v}_P, \bar{a}_P$

GDL

3 C.R	−	CER	A	2 GDV		1 GDL RIMASTO
9 GDL		"	B	2 GDV		
		"	C	2 GDV		
		"	D	2 GDV		

REGOLA GRUBLER

$$GDL = 3(\underset{\substack{\downarrow \\ 4 \text{ CON TELAIO}}}{n} - 1) - 2 \cdot \underset{\#CER}{4} = 9 - 8 = \underline{1\ GDL}$$

RISOLVO LA CINEMATICA DEL MECCANISMO

↳ QUADRILATERO ARTICOLATO

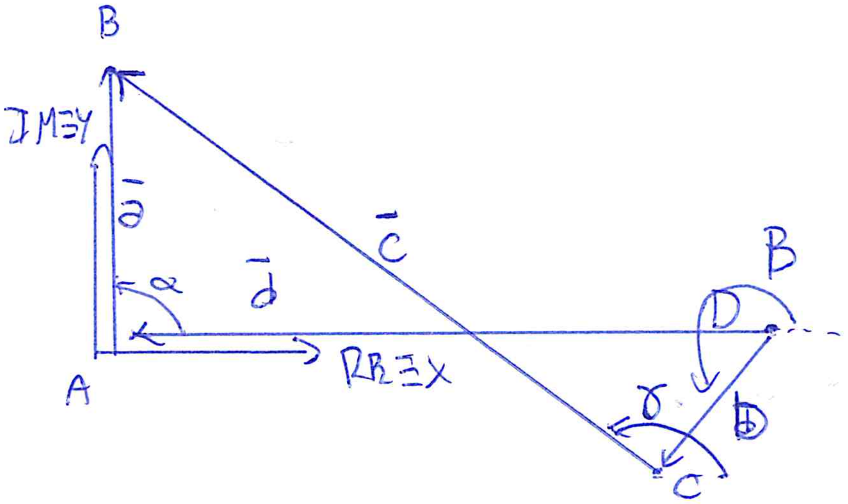
$l_{min} = 0,1$ $\quad l_{max} = 0,5$

$l_{min} + l_{max} = 0,6 < \Sigma$ altri lati $= 0,65$

MANOVELLA - BILANCERE

(AB) (CD)

~~EQ~~ ~~α~~ RAPPRESENTAZIONE COMPLESSA



. CATENA CINEMATICA CHIUSA

. RAPPRESENTABILE TRAMITE L'EQUAZIONE VETT

$\bar{d} + \bar{a} = \bar{b} + \bar{c}$

OVVERO

. $a e^{i\alpha} + d e^{i\alpha} = c e^{i\gamma} + b e^{i\beta}$ | VETTORI NEL PIANO DI GAUSS

. ~~QUI IL VA~~ QUESTA EQ È LA RAPPRESENTAZIONE MATEMATICA DEL RISPETTO DEI VINCOLI DEL SISTEMA

DURANTE IL MOTO DEVE ACCADERE CHE

M		A
$\bar{a}$	a	α VAR
$\bar{b}$	b	β VAR
$\bar{c}$	c	γ VAR
$\bar{d}$	d	$\delta = \pi$

a, b, c, d SONO COSTANTI (ASTE INESTENSIBILI)

$\alpha, \beta, \gamma \rightarrow$ VARIABILI

$\alpha \rightarrow$ NOTA

$\delta \rightarrow$ COSTANTE $= \pi$

EQ POSIZIONE

$$a e^{i\alpha} - d = b e^{i\beta} + c e^{i\gamma}$$

| 2 INC β, γ

PROIETTO SU RE / IM

$$\begin{cases} a\cos\alpha - d = b\cos\beta + c\cos\gamma & \text{RE)} \\ a\,\mathrm{sen}\,\alpha = b\,\mathrm{sen}\,\beta + c\,\mathrm{sen}\,\gamma & \text{IM)} \end{cases}$$

NOTA: . SISTEMA DI EQ NON LIN
. IN GENERALE RISOLUBILE NUMERICAMENTE

↓ ATTO DI MOTO CONSIDERATO

$\alpha = \pi/2$

$$\begin{cases} \underbrace{-d}_{-0,5} = \underbrace{b}_{0,25}\cos\beta + \underbrace{c}_{0,5}\cos\gamma \\ \underbrace{a}_{0,1} = \underbrace{b}_{0,25}\,\mathrm{sen}\,\beta + \underbrace{c}_{0,5}\,\mathrm{sen}\,\gamma \end{cases}$$

$\rightarrow$ NUMERICAMENTE

$\beta \simeq$ 4,3 rad $= 246°$

$\gamma \simeq$ 2,6 rad $= 149°$

NOTA

$\beta, \gamma = f(\alpha)$ DIPENDONO DALL'ATTO DI MOTO CONSIDERATO

~ ~ ~ ~

. ANALISI VELOCITÀ

L'EQ DI CHIUSURA DEVE AVERE VALIDITÀ PER OGNI ISTANTE CONSIDERATO POSSO DERIVARLA

$$\frac{d}{dt}\left(ae^{i\alpha} - d = be^{i\beta} + ce^{i\gamma}\right) =$$

$$= ia\dot{\alpha}e^{i\alpha} = ib\dot{\beta}e^{i\beta} + ic\dot{\gamma}e^{i\gamma}$$

(ESSENDO TUTTE LE ASTE INESTENSIBILI HO SOLO VARIAZIONI PER ROTAZIONE)

2 INC / $\dot{\beta}, \dot{\gamma}$

PROIETTO SU RE / IM

$$\begin{cases} \text{RE)} & -a\dot{\alpha}\,\mathrm{sen}\,\alpha = -b\dot{\beta}\,\mathrm{sen}\,\beta - c\dot{\gamma}\,\mathrm{sen}\,\gamma \\ \text{IM)} & a\dot{\alpha}\cos\alpha = b\dot{\beta}\cos\beta + c\dot{\gamma}\cos\gamma \end{cases}$$

RICORDA

$ia e^{i\alpha} = i(\cos\alpha + i\,\mathrm{sen}\,\alpha) = i\cos\alpha - \mathrm{sen}\,\alpha$

QUESTA VOLTA LE INCOGNITE COMPAIONO COME MOLTIPLICATORI POSSO SCRIVERE IL SISTEMA IN FORMA MATRICIALE

$$\begin{bmatrix} -b\,\text{sen}\beta & -c\,\text{sen}\gamma \\ b\cos\beta & c\cos\gamma \end{bmatrix} \underbrace{\begin{matrix} \dot\beta \\ \dot\gamma \end{matrix}}_{\underline{\dot{X}}} = \begin{bmatrix} -a\dot\alpha\,\text{sen}\alpha \\ a\dot\alpha\cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$[A]\,\underline{X} = \underline{b}$$

- LA MATRICE DEI COEFF DIPENDE DA $\beta, \gamma \rightarrow$ QUINDI DA α

PER $\alpha = \alpha$ $\quad \beta = 4{,}3\ \text{rad}$

$\gamma = 2{,}6\ \text{rad}$

$$\begin{bmatrix} 0{,}14 & -0{,}26 \\ -0{,}06 & -0{,}43 \end{bmatrix} \begin{matrix} \dot\beta \\ \dot\gamma \end{matrix} = \begin{bmatrix} -0{,}63 \\ 0 \end{bmatrix}$$

RISOLVIBILE IN VARI MODI

- SOSTITUZIONE
- CRAMER
- INVERSIONE

$\dot\beta = -3{,}63\ \text{rad/s}$

$\dot\gamma = 0{,}52\ \text{rad/s}$

ANALISI ACCELERAZIONE

$$\frac{d^2}{dt^2}\left(a e^{i\alpha} - d = c e^{i\gamma} + b e^{i\beta}\right)$$

$$i a \ddot{\alpha} e^{i\alpha} - a\dot{\alpha}^2 e^{i\alpha} = i b \ddot{\beta} e^{i\beta} - b\dot{\beta}^2 e^{i\beta} + i c \ddot{\gamma} e^{i\gamma} - c\dot{\gamma}^2 e^{i\gamma}$$

2 INC $(\ddot{\beta}, \ddot{\gamma})$

$$\begin{cases} -a\ddot{\alpha}\operatorname{sen}\alpha - a\dot{\alpha}^2\cos\alpha = -b\ddot{\beta}\operatorname{sen}\beta - b\dot{\beta}^2\cos\beta - c\ddot{\gamma}\operatorname{sen}\gamma - c\dot{\gamma}^2\cos\gamma & \text{RE} \\ a\ddot{\alpha}\cos\alpha - a\dot{\alpha}^2\operatorname{sen}\alpha = b\ddot{\beta}\cos\beta - b\dot{\beta}^2\operatorname{sen}\beta + c\ddot{\gamma}\cos\gamma - c\dot{\gamma}^2\operatorname{sen}\gamma & \text{IM} \end{cases}$$

$\Downarrow$

FORMA MATRICIALE

$$\underbrace{\begin{bmatrix} -b\operatorname{sen}\beta & -c\operatorname{sen}\gamma \\ b\cos\beta & c\cos\gamma \end{bmatrix}}_{\text{MAT. COEFF. INVARIATA}} \underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{\beta} \\ \ddot{\gamma} \end{bmatrix}}_{\ddot{\underline{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -a\ddot{\alpha}\operatorname{sen}\alpha - a\dot{\alpha}^2\cos\alpha + b\dot{\beta}^2\cos\beta + c\dot{\gamma}^2\cos\gamma \\ a\ddot{\alpha}\cos\alpha - a\dot{\alpha}^2\operatorname{sen}\alpha + b\dot{\beta}^2\operatorname{sen}\beta + c\dot{\gamma}^2\operatorname{sen}\gamma \end{bmatrix}}_{\text{DIPENDE DA } \alpha,\ \dot{\alpha},\ \ddot{\alpha}}$$

= VEL

$$\cancel{\frac{d}{dt}\left(A\dot{\underline{x}} = \underline{b}\right) = \frac{d}{dt}\left(A(\alpha)\dot{\underline{x}} = \underline{b}\right) = A(\alpha)\ddot{\underline{x}} = \left(\frac{\partial \underline{b}}{\partial\alpha} - \frac{\partial A}{\partial\alpha}\dot{\underline{x}}\right)\dot{\alpha}}$$

PER L'ATTO DI MOTO CONSIDERATO

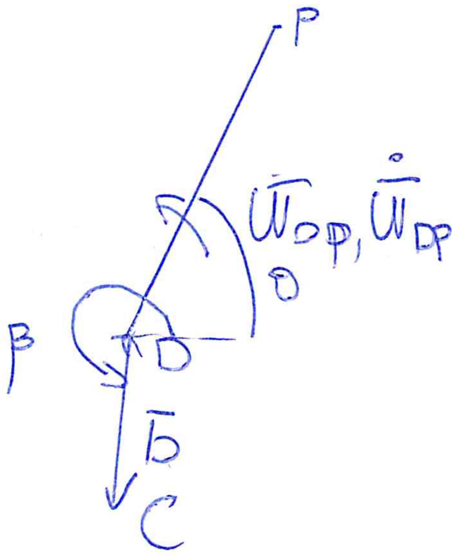
$$\begin{bmatrix} 0,14 & -0,26 \\ -0,06 & -0,43 \end{bmatrix} \begin{matrix} \ddot{\beta} \\ \ddot{\gamma} \end{matrix} = \begin{bmatrix} -9,9 \\ -5,7 \end{bmatrix}$$

$$\ddot{\beta} = 14,5 \quad rad/s^2$$

$$\ddot{\gamma} = 11,3 \quad rad/s^2$$

$\bar{v}_P , \bar{a}_P$

$\downarrow$ LA TROVO STUDIANDO L'ASTA DP



QUANTO VALGONO

$\bar{\omega}_{DP} , \dot{\bar{\omega}}_{DP}$?

$$\bar{\omega}_{DP} = \omega_{DP} \bar{k} = \frac{d\theta}{dt} \bar{k}$$

$$\begin{cases} \theta = \beta - \varepsilon \\ \dfrac{d\theta}{dt} = \dfrac{d\beta}{dt} \end{cases}$$

$$\overline{\omega_{DP}} = \dot{\beta}\,\bar{K}$$

$$\dot{\overline{\omega_{DP}}} = \ddot{\beta}\,\bar{K}$$

→ SEMPRE VALIDO USANDO I NUMERI COMPLESSI

$$\bar{V}_P = \overline{\omega}_{DP} \wedge (P-D) = \dot{\beta}\bar{K} \wedge (|DP|(\cos\theta\,\bar{\imath} + \operatorname{sen}\theta\,\bar{\jmath})$$

$$= \underbrace{\dot{\beta}}_{-3{,}63}\,\underbrace{|DP|}_{0{,}7}\,(-\operatorname{sen}\theta\,\bar{\imath} + \cos\theta\,\bar{\jmath}) =$$

$$\theta = \beta - \varepsilon \cong 36°$$

$$\bar{V}_P = 1{,}28\,\bar{\imath} - 2{,}06\,\bar{\jmath} \qquad |\bar{V}_P| = 2{,}42 \text{ m/s}$$

$$\measuredangle \bar{V}_P \cong -54°$$

$$\bar{a}_P = \dot{\overline{\omega}}_{DP} \wedge (P-D) - \omega_{DP}^2 (P-D) = \ddot{\beta}\bar{K} \wedge (|DP|\cos\theta\,\bar{\imath} + \operatorname{sen}\theta\,\bar{\jmath})$$

$$-\dot{\beta}^2(|DP|\cos\theta\,\bar{\imath} + \operatorname{sen}\theta\,\bar{\jmath})$$

$$\bar{a}_P = \ddot{\beta}|DP|(-\operatorname{sen}\theta\,\bar{\imath} + \cos\theta\,\bar{\jmath}) - \dot{\beta}^2|DP|(\cos\theta\,\bar{\imath} + \operatorname{sen}\theta\,\bar{\jmath})$$

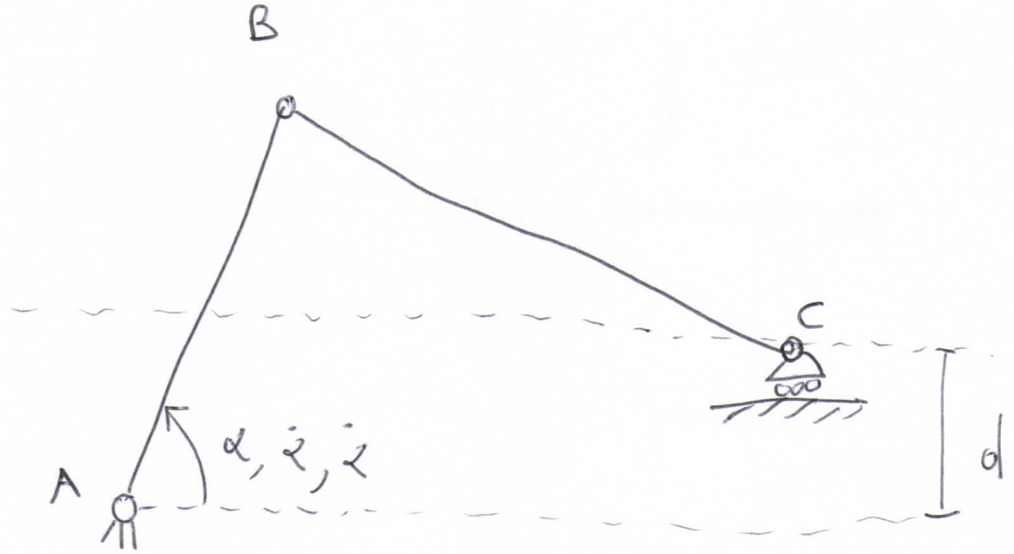
$$= (-5{,}97\,\bar{\imath} + 8{,}21\,\bar{\jmath}) + (-6{,}40\,\bar{\imath} - 4{,}65\,\bar{\jmath}) = -12{,}37\,\bar{\imath} + 3{,}56\,\bar{\jmath}$$

$$|\bar{a}_P| = 12{,}8 \text{ m/s}^2$$

$$\measuredangle \bar{a}_P = 163°$$

ES. 2 LEG PRESS LINEARE

(MANOVELLISMO ORDINARIO DEVIATO)



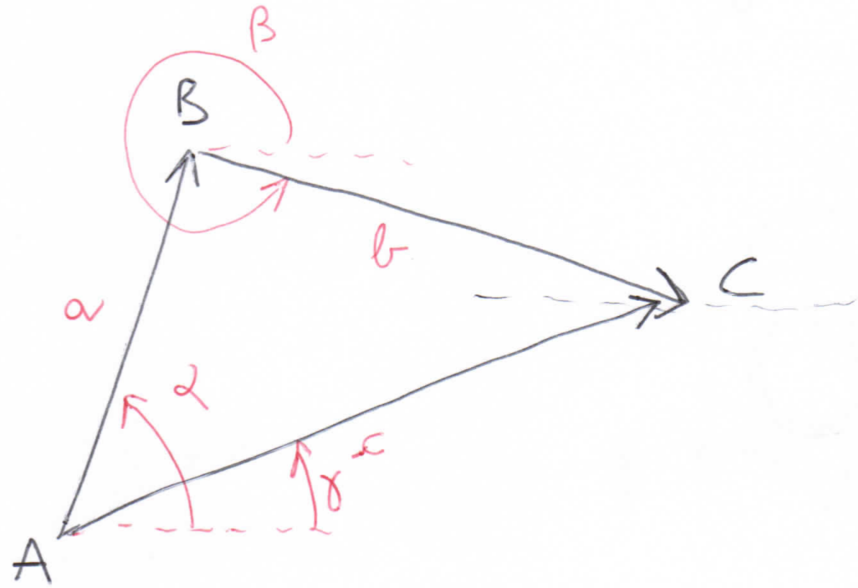
DETERMINARE $\underline{V}_C$ e $\underline{a}_C$ IN FUNZIONE DI $\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}$

LA DIFFERENZA RISPETTO AL MANOVELLISMO CENTRATO, GIÀ ANALIZZATO A LEZIONE, È CHE LA RETTA DELLA TRAIETTORIA DEL PIEDE DI BIELLA NON PASSA PER LA CERNIERA DELLA MANOVELLA (CIOÉ $d \neq 0$)

CHIUSURA IN POSIZIONE

SI POTREBBE PENSARE DI SCRIVERE LA SEGUENTE CHIUSURA

$$(C-A) = (C-B) + (B-A) \qquad (1)$$



VETTORE	MODULO	DIREZIONE
$(C-A)$	$c(t)$ INCOGNITO	$\gamma(t)$ INCOGNITO
$(C-B)$	$b = \text{COST}$	$\beta(t)$ INCOGNITO
$(B-A)$	$a = \text{COST}$	$\alpha(t)$ COORD. LIBERA

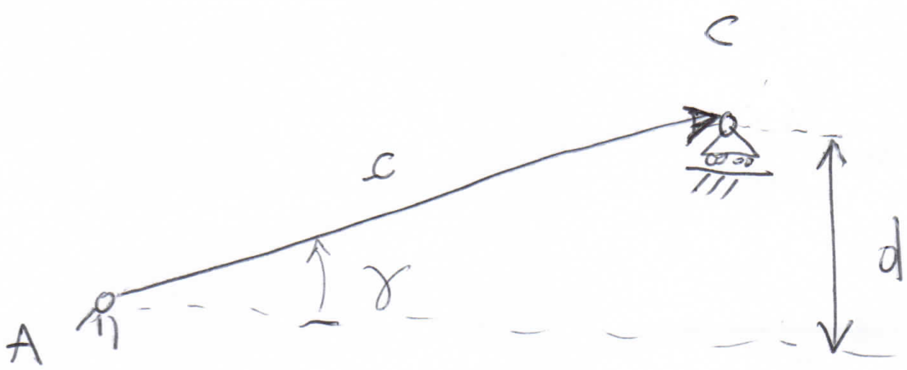
N.B.

c, γ, β

CI SONO 3 INCOGNITE, MA L'EQ (1) CORRISPONDE SOLO A 2 EQ SCALARI!

QUINDI CON LA (1) NON RIESCO A RISOLVERE LA POSIZIONE DEL SISTEMA.

DEVO AGGIUNGERE 1 EQUAZIONE. UNA INFO CHE FINORA NON HO CONSIDERATO È CHE LA TRAIETTORIA DI C È ORIZZONTALE, QUINDI LA COMPONENTE VERTICALE DI (C-A) È COSTANTE e PARI A d (VEDI FIGURA QUI SOTTO)



$$\boxed{c \sin\gamma = d}$$

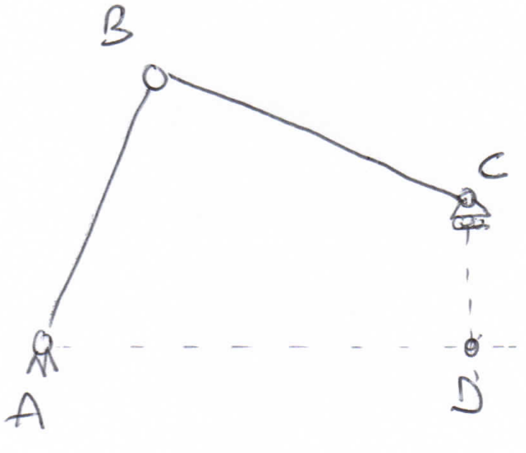
EQUAZIONE AGGIUNTIVA (2)

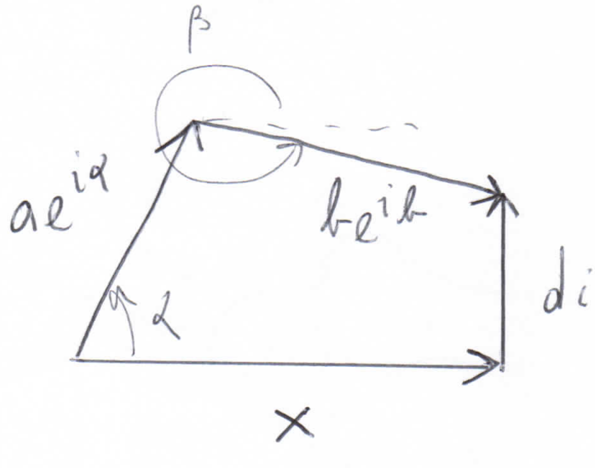
$$a e^{i\alpha} + b e^{i\beta} = c e^{i\gamma}$$

$$\begin{cases} a\cos\alpha + b\cos\beta = c\cos\gamma = x & (1.2) \\ a\sin\alpha + b\sin\beta = \underbrace{c\sin\gamma = d}_{\text{eq. } (2)} & (1.1) \end{cases}$$

2 EQ, 2 INC. (x, β), ESSENDO $x = c\cos\gamma$

UN'EQ. DI CHIUSURA MIGLIORE SAREBBE STATA DIRETTAMENTE





$$(C-D) + (D-A) = (C-B) + (B-A)$$

$$x + di = a e^{i\alpha} + b e^{i\beta} \qquad (3)$$

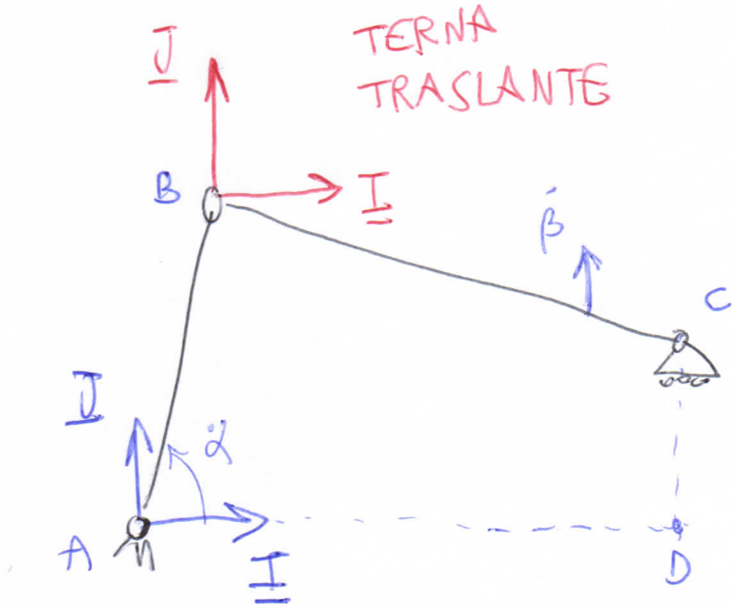
IN CUI HO GIÀ INCLUSO L'INFORMAZIONE CHE $(C-D)$ È COSTANTE

VELOCITÀ

$$\dot{x} = a\dot{\alpha}\, e^{i\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)} + b\dot{\beta}\, e^{i\left(\beta+\frac{\pi}{2}\right)} \qquad (4)$$

incognite $\dot{x}, \dot{\beta}$

MOTI RELATIVI



$$\underline{V}_C = \dot{x}\, \underline{I}$$

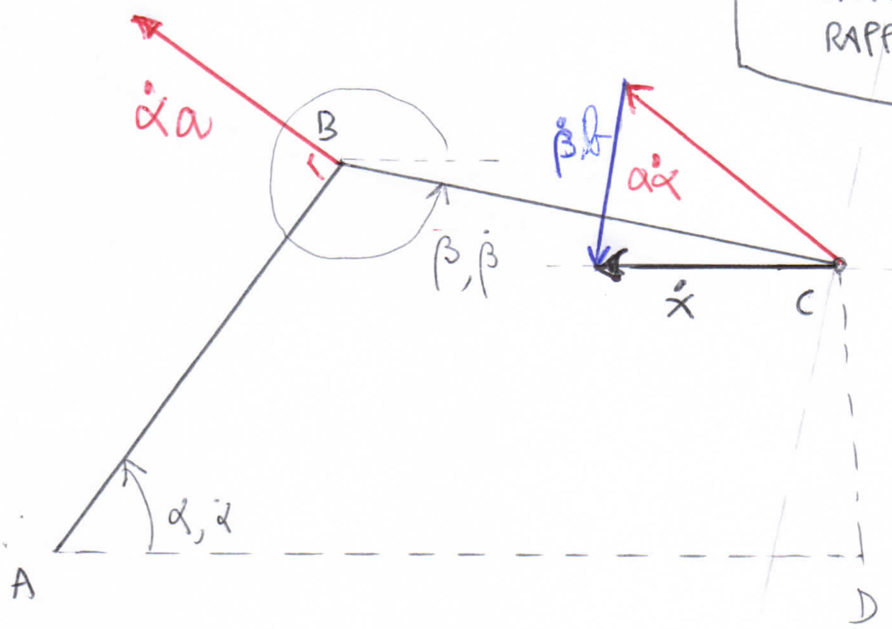
$$\underline{V}_{TR} = \dot{\alpha}\, \underline{K} \wedge (B-A)$$

MODULO $a\dot{\alpha}$
DIR $\perp (B-A)$

$$\underline{V}_{REL} = \dot{\beta}\, \underline{K} \wedge (C-B)$$

MODULO $b\dot{\beta}$
DIR $\perp (C-B)$

(*) NELL'ATTO DI MOTO RAPPRESENTATO



AFFINCHÉ IL TRIANGOLO DI VELOCITÀ SI CHIUDA(*), DEVE ESSERE $\dot{x}$ NEGATIVO E $\dot{\beta}$ NEGATIVO SE $\dot{\alpha}$ POSITIVO (VEDI FIGURA)

DEL RESTO $\dot{\beta} = \dot{\beta}(\alpha, \dot{\alpha})$ e $\dot{x} = \dot{x}(\alpha, \dot{\alpha})$

INFATTI RISOLVENDO LA (4) OTTENIAMO

$$\begin{cases} \dot{x} = -a\dot{\alpha}\sin\alpha - b\dot{\beta}\sin\beta \\ 0 = a\dot{\alpha}\cos\alpha + b\dot{\beta}\cos\beta \end{cases}$$

$$\dot{\beta} = -\left(\frac{a\cos\alpha}{b\cos\beta}\right)\dot{\alpha}$$

$$\dot{x} = -\left(\sin\alpha - \cos\alpha\, tg\beta\right) a\,\dot{\alpha}$$

AD ESEMPIO

$a = 0.5 \ m$

$b = 0.5 \ m$

$d = 0.35 \ m$

$\alpha = 50 \ deg \ , \quad \dot{\alpha} = 1 \ rad/s$

$$\begin{cases} \beta = -3.8 \ deg & \text{DALLA } 1.1 \\ x = 0.82 \ m & \text{DALLA } 1.2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\beta} = -0.64 \ \dot{\alpha} \\ \dot{x} = -0.4 \ \dot{\alpha} \end{cases}$$