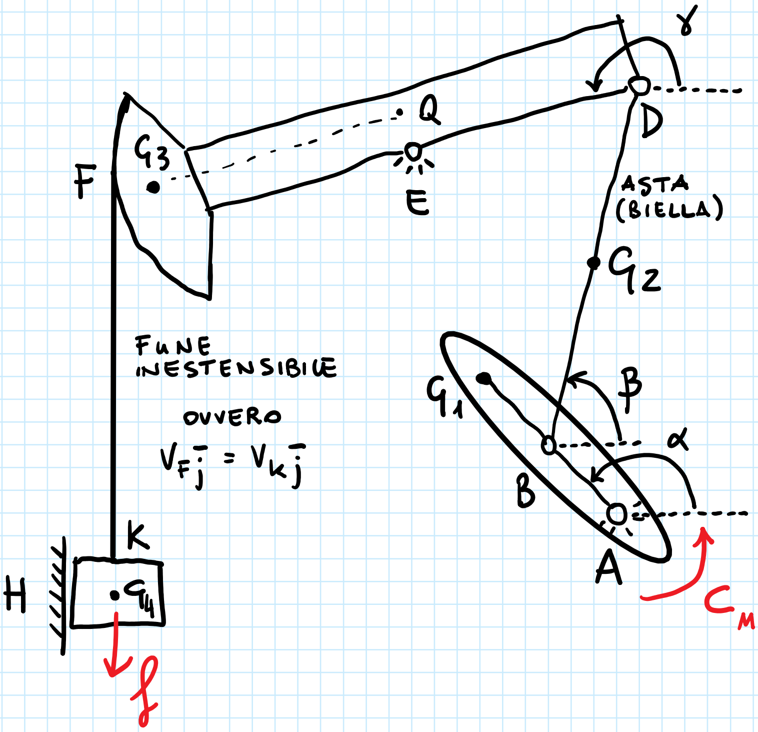


GRADI DI LIBERTÀ DEL SISTEMA

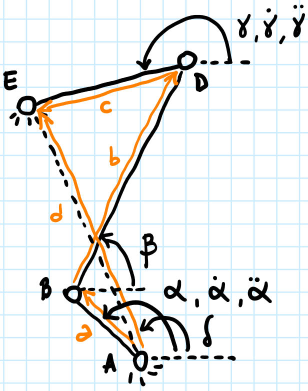
4 C.R × 3 G.D.L.		=	12	GDL
CERNIERA	in A	=	-2	"
"	B	=	-2	"
"	D	=	-2	"
"	E	=	-2	"
PATTINO	in H	=	-2	"
FUNE		=	-1	"
SISTEMA CON VINCOLI			1	GDL

1 GDL SIGNIFICA CHE BASTA CONOSCERE 1 SOLA COORDINATA LIBERA PER DESCRIVERE LA CINEMATICA DEL SISTEMA

p.es $\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}$

SCOMPONGO IL SISTEMA IN DUE SOTTOSISTEMI + SEMPLICI

1) QUADRILATERO ABDE



GDL DEL SISTEMA

3 C.R. × 3 GDL		=	9	GDL
CERNIERA	in A	=	-2	"
"	" B	=	-2	"
"	" D	=	-2	"
"	" E	=	-2	"
			1	GDL

Il telaio non è un C.R. perchè è situato tra due cerniere a terra.
Che ci sia o non ci sia (il telaio) è lo stesso
Lo rappresento con un vettore per via dell'eq. di chiusura.

EQ. CHIUSURA

$$(E-A) = (B-A) + (D-B) + (E-D)$$

L'EQ. DI CHIUSURA la decido in base a ciò che devo calcolare ed in base ai dati che mi vengono forniti.

	$\lvert\cdot\rvert$	$\angle$
(E-A)	d = COST.	δ = COST.
(B-A)	a = COST.	α(t)
(D-B)	b = COST.	β(t)
(E-D)	c = COST.	γ(t)

α(t), β(t), γ(t): VARIABILI

POSIZIONE

$$d(\cos\delta\bar{i} + \sin\delta\bar{j}) = a(\cos\alpha\bar{i} + \sin\alpha\bar{j}) + b(\cos\beta\bar{i} + \sin\beta\bar{j}) + c(\cos\gamma\bar{i} + \sin\gamma\bar{j})$$

VELOCITÀ (Derivo)

INCOGNITA INCOGNITA

$$\bar{0} = a\dot{\alpha}(-\sin\alpha\bar{i} + \cos\alpha\bar{j}) + b\boxed{\dot{\beta}}(-\sin\beta\bar{i} + \cos\beta\bar{j}) + c\boxed{\dot{\gamma}}(-\sin\gamma\bar{i} + \cos\gamma\bar{j})$$

VELOCITÀ (Derivo)

INCOGNITA INCOGNITA

$$\bar{0} = a\dot{\alpha}(-\sin\alpha\,\bar{i} + \cos\alpha\,\bar{j}) + b\boxed{\dot{\beta}}(-\sin\beta\,\bar{i} + \cos\beta\,\bar{j}) + c\boxed{\dot{\gamma}}(-\sin\gamma\,\bar{i} + \cos\gamma\,\bar{j})$$

$$\begin{array}{c} \cdot\bar{i} \\ \cdot\bar{j} \end{array} \begin{bmatrix} -b\sin\beta & -c\sin\gamma \\ b\cos\beta & c\cos\gamma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a\sin\alpha \\ -a\cos\alpha \end{Bmatrix} \dot{\alpha}$$

$$\begin{bmatrix} -4{,}1 & 0{,}74 \\ 0{,}94 & -3{,}22 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0{,}87 \\ 0{,}96 \end{Bmatrix} \dot{\alpha}$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0{,}28 \\ -0{,}38 \end{Bmatrix} \dot{\alpha} \Rightarrow \begin{array}{l} \dot{\beta} = 0{,}25\ \frac{rad}{s} \\ \dot{\gamma} = 0{,}35\ \frac{rad}{s} \end{array}$$

NOTA

$$\gamma = \gamma(\alpha(t)) \Rightarrow \dot{\gamma} = \underbrace{\left(\frac{\partial\gamma}{\partial\alpha}\right)}_{\text{JACOBIANO}}\dot{\alpha} \Rightarrow \dot{\gamma} = (-0{,}38)\dot{\alpha}$$

JACOBIANO

ovvero la relazione che intercorre tra γ e α

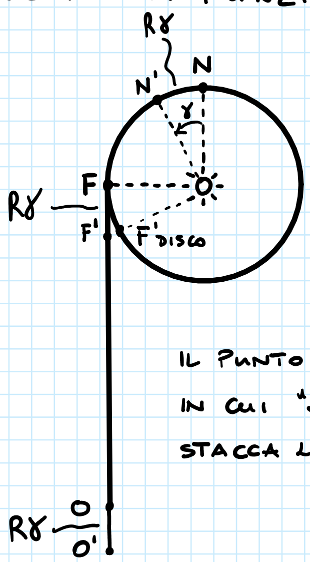
NEL P.L.V. $\delta\gamma = \left(\frac{\partial\gamma}{\partial\alpha}\right)\delta\alpha \Rightarrow \delta\gamma = (-0{,}38)\,\delta\alpha$

ACCELERAZIONE (Derivo)

$\ddot{\beta} = 0{,}23\ \frac{rad}{s^2}$ e $\ddot{\gamma} = -0{,}2\ \frac{rad}{s^2}$

2) DISCO + FUNE

PRINCIPIO DI FUNZIONAMENTO (POSIZIONE)



$|\overset{\frown}{NN'}| = R\gamma$

$|\overline{FF'}| = R\gamma$

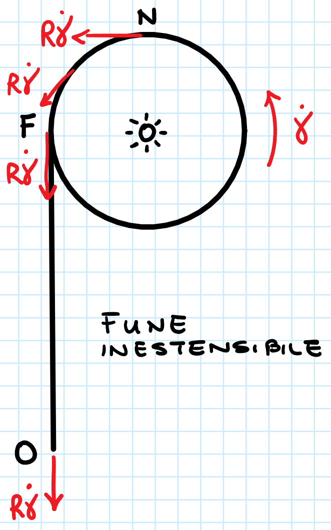
$|\overline{OO'}| = R\gamma$

IL PUNTO (F) È QUELLO IN CUI "SEMPRE" SI STACCA LA FUNE

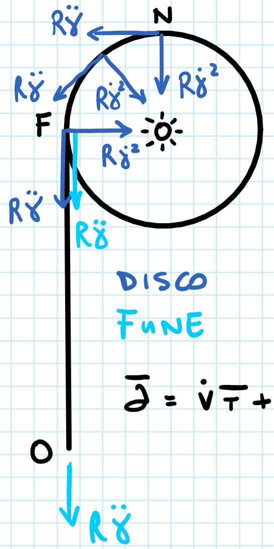
VELOCITÀ ACCELERAZIONE

o'!

VELOCITÁ



ACCELERAZIONE



$$\bar{a} = \dot{v}\,\bar{T} + \frac{v^2}{\rho}\,\bar{N}$$

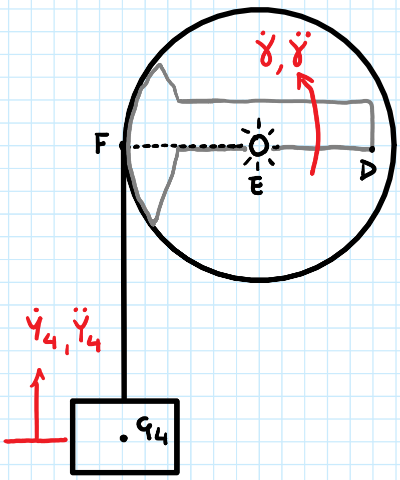
IL RAGGIO DEL DISCO É $R = |\overline{EF}|$

$$\bar{V}_O = \bar{V}_{G_4} = \dot{Y}_4\,\bar{j} = -1{,}73\ \tfrac{m}{s}$$

$$\dot{Y}_4 = -R\dot{\gamma} = \boxed{-R\left(\frac{\partial\gamma}{\partial\alpha}\right)}\,\dot{\alpha}$$

JACOBIANO = 1,92

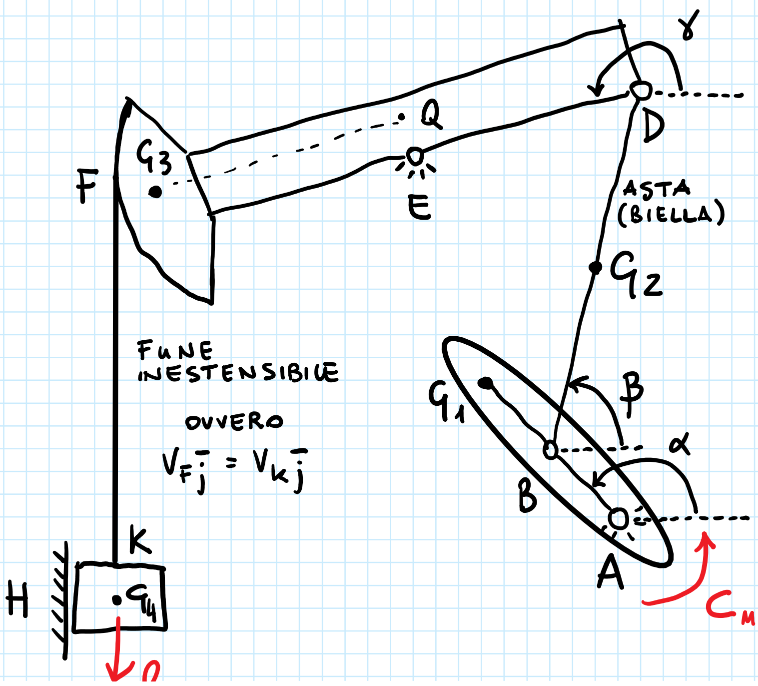
$$\delta_{Y_4} = 1{,}92\ \delta_\alpha$$



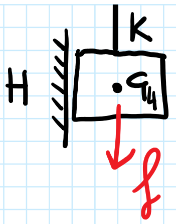
ANALOGAMENTE

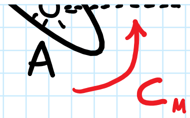
$$\ddot{Y}_4 = -R\ddot{\gamma} \Rightarrow \bar{a}_4 = -R\ddot{\gamma}\,\bar{j}$$

RIASSUMENDO :



I CORPI 2 e 4 HANNO MASSA TRASCURABILE





$\ddot{\bar{\vartheta}}_1 = \ddot{\alpha}\bar{k} = 0 \qquad \dot{\alpha} = \text{cost.}$

$\bar{V}_{G_1} = \dot{\alpha}\bar{k} \wedge (G_1 - A)$
$= (-1{,}54)\dot{\alpha}\bar{i} + (-1{,}71)\dot{\alpha}\bar{j}$
$= 1{,}38\,\bar{i} + 1{,}54\,\bar{j}$

$\bar{a}_1 = \ddot{\alpha}\bar{k} \wedge (G_1 - A) - \dot{\alpha}^2 (G_1 - A)$
$= 1{,}38\,\bar{i} - 1{,}25\,\bar{j}$

$\delta x_1 = -1{,}54\ \delta\alpha$

$\delta y_1 = -1{,}71\ \delta\alpha$

$\ddot{\bar{\vartheta}}_3 = \ddot{\gamma}\bar{k} = -0{,}2\,\bar{k}$

PITAGORA

$\bar{V}_{G_3} = \dot{\gamma}\bar{k} \wedge (G_3 - E)$
$= 0{,}04\,\bar{i} - 1{,}4\,\bar{j}$

$\bar{a}_3 = 0{,}46\,\bar{i} + 0{,}85\,\bar{j}$

$\delta x_3 = -0{,}046\ \delta\alpha$

$\delta y_3 = 1{,}56\ \delta\alpha$

$\dot{y}_4 = -1{,}72$

$\ddot{y}_4 = 1{,}03$

$\delta y_4 = 1{,}92\ \delta\alpha$

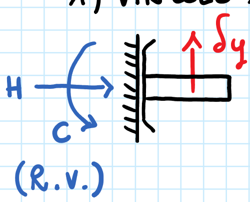
DINAMICA

NEL NOSTRO PROBLEMA DINAMICO CI SONO 12 INCOGNITE:
- ✓ 11 REAZIONI VINCOLARI
- ✓ C_M (Coppia motrice)

A ME INTERESSA SOLO CALCOLARE C_M
quindi USO IL P.L.V. perché?
Il P.L.V. ELIMINA in maniera automatica le REAZIONI VINCOLARI dal PROBLEMA DINAMICO, poiché il LAVORO "VIRTUALE" delle REAZIONI VINCOLARI, NON ESSENDOCI SPOSTAMENTO (VINCOLO IDEALE), è SEMPRE NULLO

ESEMPI

1) VINCOLO A TERRA

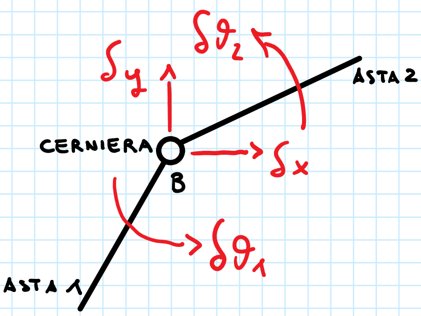


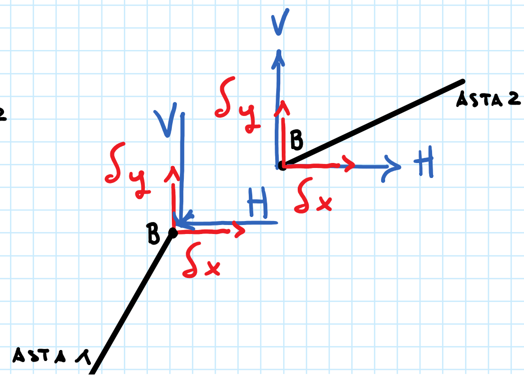
$$\delta L = \overbrace{H\bar{i} \cdot \underbrace{\delta x\,\bar{i}}_{=0}}^{=0} + \overbrace{C\bar{k} \cdot \underbrace{\delta\vartheta\,\bar{k}}_{=0}}^{=0} = 0$$

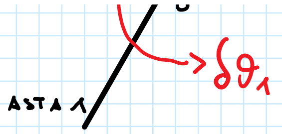
perché vincolo IDEALE — perché vincolo IDEALE

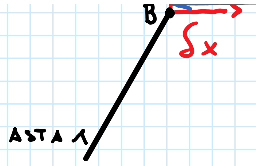
δy NON LAVORA perché NON HA REAZIONE VINCOLARE

2) VINCOLO INTERNO









$$\delta L = -V\underbrace{\delta y}_{=0} - H\underbrace{\delta x}_{=0} + V\underbrace{\delta y}_{=0} + H\underbrace{\delta x}_{=0} = 0$$

perchè VINCOLO IDEALE

NB: IN UN SISTEMA DI CORPI (CON VINCOLI IDEALI)
"SOLO" LE FORZE ATTIVE E DI INERZIA
COMPIONO LAVORO VIRTUALE => P.L.V è $\delta L = 0$

In questo caso ho:

1) Le FORZE PESO DOVUTE ALLE MASSE 1 e 3
2) Le FORZE/COPPIE ESTERNE (ATTIVE)
3) Le FORZE/COPPIE D'INERZIA DEI CORPI 1 e 3

NB: I corpi 2 e 4 hanno massa trascurabile

↳ spostamento "VIRTUALE" del corpo 1

$$\underbrace{(-m_1 g\bar{j})\cdot\delta\bar{s}_1 + (-m_3 g\bar{j})\cdot\delta\bar{s}_3}_{\text{PESO}} + \underbrace{(-f_4\bar{j})\cdot\delta\bar{s}_4 + C_M\bar{k}\cdot\delta\bar{\vartheta}_1}_{\text{ESTERNE ATTIVE}} +$$

$$\underbrace{(-m_1\bar{a}_1\cdot\delta\bar{s}_1 - J_1\ddot{\bar{\vartheta}}_1\cdot\delta\bar{\vartheta}_1) + (-m_3\bar{a}_3\cdot\delta\bar{s}_3 - J_3\ddot{\bar{\vartheta}}_3\cdot\delta\bar{\vartheta}_3)}_{\text{INERZIA}} = 0$$

ESSENDO IN GENERALE $\delta\bar{s} = \delta x\bar{i} + \delta y\bar{j}$, ALLORA

INCOGNITA

$$-m_1 g\,\delta y_1 - m_3 g\,\delta y_3 - f_4\,\delta y_4 + \boxed{C_M}\,\delta\alpha +$$
$$-m_1(\ddot{x}_1\delta x_1 + \ddot{y}_1\delta y_1) - J_1\ddot{\alpha}\,\delta\alpha - m_3(\ddot{x}_3\delta x_3 + \ddot{y}_3\delta y_3) - J_3\ddot{\gamma}\,\delta\gamma = 0$$

SOSTITUISCO GLI SPOSTAMENTI VIRTUALI

$\delta x_1 = -1{,}54\,\delta\alpha$; $\delta x_3 = -0{,}046\,\delta\alpha$; $\delta y_4 = 1{,}92\,\delta\alpha$

$\delta y_1 = -1{,}71\,\delta\alpha$; $\delta y_3 = 1{,}563\,\delta\alpha$

$\delta\vartheta_1 = \delta\alpha$; $\delta\vartheta_3 = \delta\gamma = -0{,}38\,\delta\alpha$

$$(-4937 + C_M)\cdot\delta\alpha = 0$$

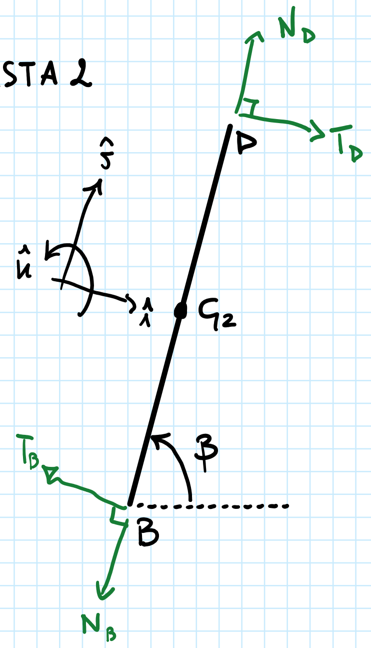
$$-4937 + C_M = 0 \Rightarrow \boxed{C_M = 4937\ Nm}$$

REAZIONE VINCOLARE IN (B)

I corpi rigidi (C.R.) di riferimento sono l'asta 2 (massa trascurabile) e l'asta 1

ASTA 2 $\quad N_D \quad$ EQUILIBRI

ASTA 2



EQUILIBRI

lungo $\hat{i}$: $-T_B + T_D = 0$

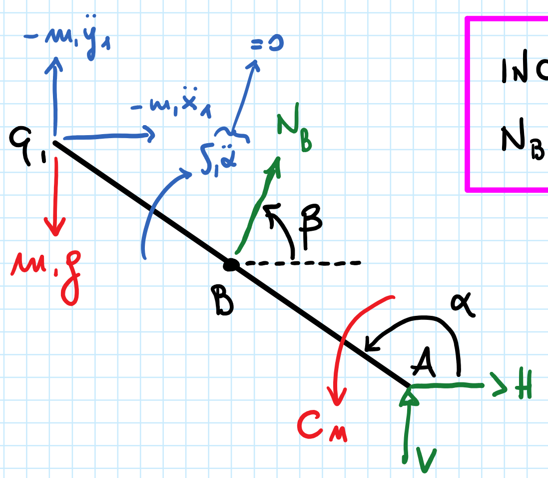
lungo $\hat{j}$: $-N_B + N_D = 0$

Attorno al polo D : $-T_B \cdot \overline{BD} = 0$

RICAVO

$T_B = 0$; $T_D = 0$; $N_B = N_D$

ASTA 1



INCOGNITE

N_B , V , H

SCRIVO UNA SOLA EQ. PER TROVARE N_B :

$$\bar{M}_A + \underbrace{\bar{C}_{IN}}_{=0} + \underbrace{(G_1 - A) \wedge \bar{F}_{IN}}_{=0} = \bar{0}$$

$\ddot{\alpha} = 0$ — $\ddot{\alpha} = 0$ e le componenti normali hanno braccio $= 0$

$\bar{N}_B = N_B \cos\beta \, \bar{i} + N_B \sin\beta \, \bar{j}$

$$C_M \bar{k} + (G_1 - A) \wedge (-m_1 g \bar{j}) + (B - A) \wedge \bar{N}_B = \bar{0}$$

$$C_M \bar{k} + \overline{AG_1} (\cos\alpha \bar{i} + \sin\alpha \bar{j}) \wedge (-m_1 g \bar{j}) + \overline{AB} (\cos\alpha \bar{i} + \sin\alpha \bar{j}) \wedge N_B (\cos\beta \bar{i} + \sin\beta \bar{j})$$

$$C_M \cancel{\bar{k}} - \overline{AG_1} m_1 g \cos\alpha \cancel{\bar{k}} + \overline{AB} \boxed{N_B} (\cos\alpha \sin\beta - \sin\alpha \cos\beta) \cancel{\bar{k}} = \bar{0}$$

INCOGNITA

$N_B = 9503$ [N] $\Rightarrow$ $\bar{N} = 2137 \bar{i} + 9260 \bar{j}$