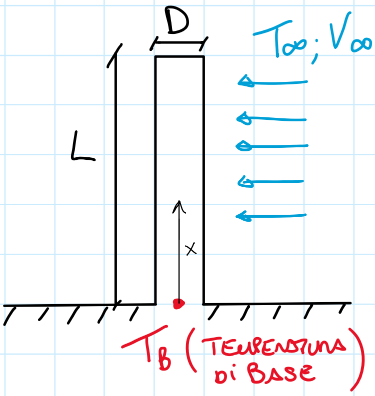
Ese 1

mercoledì 24 novembre 2021 09:38



* DATI *

$L = 1\ m \quad K = 270\ W/mK \quad D = 10\ mm$

$\dot{Q} = 30\ W$

$Re = \dfrac{\rho V_\infty D}{\mu} = 4000$ (n° REYNOLDS → FLUSSO ARIA ORTOGONALE AL CILINDRO)

• Se il Diametro Raddoppia (a Parità di ogni altra Condizione) ⇒ $\dot{Q}$?

IPOTESI PER LA RISOLUZIONE (DA VERIFICARE)

(1) – COMPORTAMENTO DEL CILINDRO ASSIMILABILE AD UN'ALETTA INFINITA

GRADIENTE DI T SOLO LUNGO x → T(x)

– ALETTA INFINITA DI SEZIONE UNIFORME (CIRCOLARE)

$$\theta(x) = \theta_B\, e^{-mx} \qquad \theta(x) = T(x) - T_\infty \qquad \theta_B = T_B - T_\infty$$

$$m = \sqrt{\frac{h P}{K A_T}}$$

P → PERIMETRO SEZ. TRASVERSALE

A_T → AREA SEZ. TRASVERSALE

h → COEFF. SCAMBIO CONVETTIVO

K → CONDUCIBILITÀ MATERIALE

⇓

$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_B - T_\infty} = e^{-mx} \Longrightarrow T(x) = (T_B - T_\infty)\, e^{-mx} + T_\infty$$

↳ PROFILO DI TEMPERATURA LUNGO L'ALETTA

POTENZA TERMICA SCAMBIATA (ALETTA INFINITA CON T_B IMPOSTA)

$$\dot{Q} = -K A_T \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = \sqrt{h P K A_T}\,(T_B - T_\infty)$$

$P = \pi D$, $A_T = \dfrac{\pi D^2}{4}$ → SEZ. CIRCOLARE

⇓

$$\dot{Q} \propto h^{0,5} D^{3/2}$$

- CORRELAZIONE SCAMBIO TERMICO CONVETTIVO (CONVEZIONE ESTERNA CILINDRO)

$$Nu_D = 0{,}26\, Re_D^{0,6}\, Pr^{0,37} \left(\frac{Pr}{Pr_s}\right)^{0,25}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{hD}{K_F} = 0{,}26 \left(\frac{\rho V_\infty D}{\mu}\right)^{0,6} \left(\frac{c_p \mu}{K_F}\right)^{0,37} \left(\frac{Pr}{Pr_s}\right)^{0,25}$$

$\Downarrow$ ESPLICITO LA DIPENDENZA DI h DA D

$$h = \frac{K_F}{D}\, 0{,}26 \left(\frac{\rho V_\infty D}{\mu}\right)^{0,6} Pr^{0,37} \left(\frac{Pr}{Pr_s}\right)^{0,25}$$

$$\Downarrow$$

$$h \propto D^{0,6-1} = D^{-0,4}$$

- DIPENDENZA DELLA POTENZA TERMICA DAL DIAMETRO

$$\dot{Q} \propto h^{0,5} D^{3/2} \propto D^{-0,4 \cdot 0,5}\, D^{3/2} = D^{1/3}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\dot{Q}_2}{\dot{Q}_1} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^{1,3} = 2^{1,3} \Longrightarrow \dot{Q}_2 = 73{,}86\ W$$ (POTENZA TERMICA SCAMBIATA NEL CASO IL D RADDOPPI)

* NECESSARIO VERIFICARE LE IPOTESI INIZIALI *

$h = 107\ W/m^2K$ (COEFF. SCAMBIO TERMICO CONVETTIVO MISURATO $\rightarrow D = 10\,mm$)

① GRADIENTE DI TEMPERATURA SOLO LUNGO X

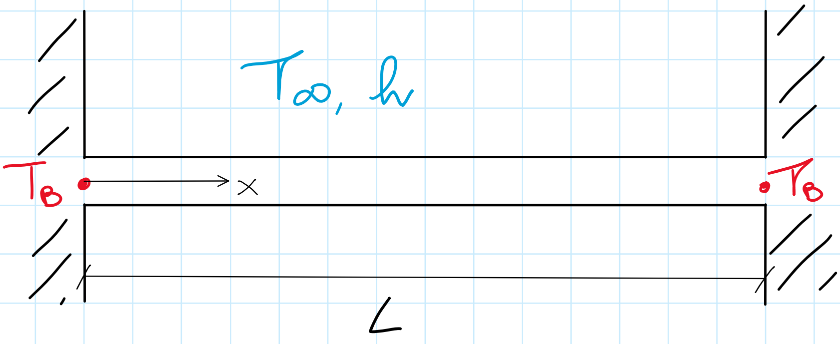
$$Bi = \frac{h\, A/P}{K} = \frac{h\, D/4}{K} << 1$$ (ANCHE NEL CASO DI $D_2 = 2D_1$ L'IPOTESI È VERIFICATA)

② ALETTA DI LUNGHEZZA INFINITA

$\boxed{mL > 5 \quad \text{(CONDIZIONE INDICATIVA PER CONSIDERARE UN'ALETTA COME SE AVESSE LUNGHEZZA INFINITA)}}$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{KA}} = 13{,}36\left[\frac{1}{m}\right] \Longrightarrow mL = 13{,}36 > 5$$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{KA_c}} = 13{,}36 \left[\frac{1}{m}\right] \Longrightarrow mL = \underbrace{13{,}36 > 5}_{\text{IPOTESI DI } L \to \infty \text{ VERIFICATA}}$$



*** DATI ***

$D = 6\,mm$ $\quad K_{Cu} = 395\,\frac{W}{mK}$

$T_B = 100°C$ $\quad T_\infty = 20°C$ $\quad h = 35\,\frac{W}{m^2K}$

$h = 35\,W/m^2K$ $\quad L = 60\,cm$

$T(L/2) = ?$ $\quad \dot{\Phi} = ?$

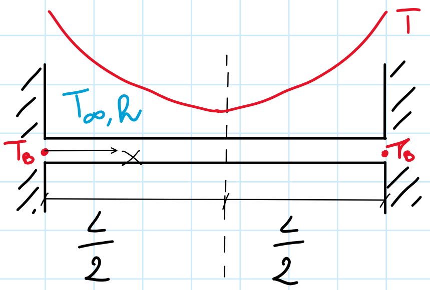
1° Verifica Temperatura Funzione di X (No Variazioni in Dir. Radiale)

$$Bi = \frac{h\,D/4}{K_{Cu}} << 1 \longrightarrow T(x) \quad \text{(Verificata Hp di Monodimensionalità)}$$

- La Simmetria del Problema Identifica la Linea $\left(x = \frac{L}{2}\right)$ come Superficie Adiabatica

$\Downarrow$

Il Sistema Originario può essere Trattato come 2 Alette con Apice Adiabatico



(Profilo di Temperatura Simmetrico)

- il Profilo di Temperatura $T(x)$ è identico per i due Rami della Barra (Simmetria)

$$\text{per } x = \frac{L}{2} \quad \frac{dT}{dx} = 0 \Longrightarrow \Phi = -K A_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=\frac{L}{2}} = 0$$

- Considero una Metà della Barra (Aletta con Apice Adiabatico e T_B imposta)

L aletta con Apice Adiabatico $\frac{L_{barra}}{2}$

$$\frac{\theta(x)}{\theta_B} = \frac{T(x) - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = \frac{\cosh\left[m\left(\boxed{\frac{L}{2}} - \boxed{x}\right)\right]}{\cosh\left(m\,\frac{L}{2}\right)}$$

coordinata X lungo l'Aletta

$\Downarrow$

$$T\left(\frac{L}{2}\right) = T_\infty + \frac{T_B - T_\infty}{\cosh\left(m\frac{L}{2}\right)} = 35,8\,°C \qquad \left(\cosh(0) = 1\right)$$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{KA}} = \sqrt{\frac{4h}{KD}} = 7,7\left[\frac{1}{m}\right]$$

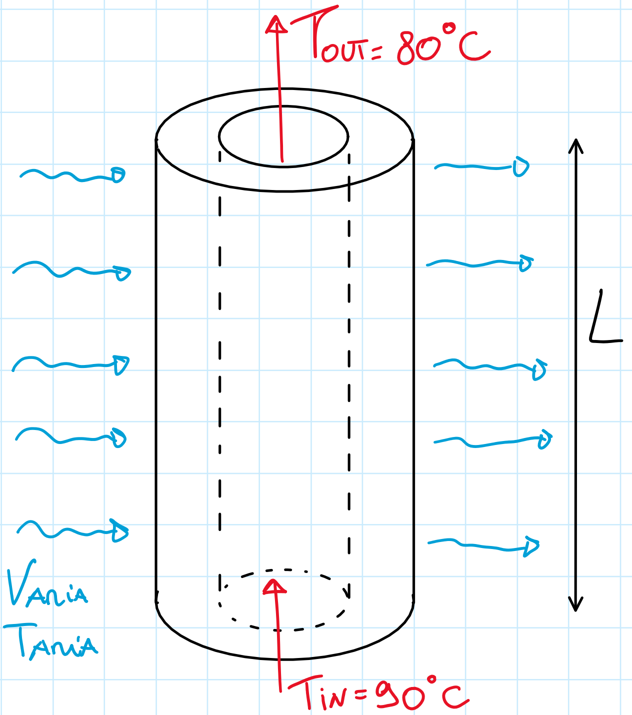
* POTENZA TERMICA SCAMBIATA DALLA BARRA *

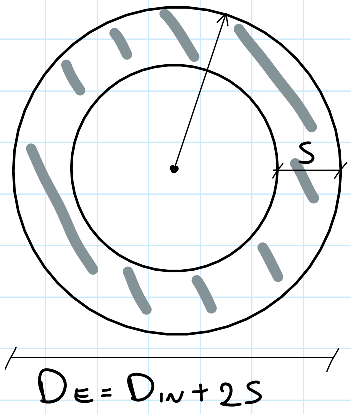
$$\dot{Q} = -K_{Cu} A_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = \sqrt{hPKA_c}\,(T_B - T_\infty)\tanh\left(m\frac{L}{2}\right) = 6,73\ W$$

SINGOLO TRATTO FINO A $x = \frac{L}{2}$

$$\Downarrow$$

$$\dot{Q}_{BARRA} = 2\dot{Q} = 13,76\ W$$





DATI

$s = 2\,mm$ $\quad D_{IN} = 20\,mm$ $\quad K_{TUBO} = 20\ W/mK$ $\quad \dot{V} = 2{,}5\ \frac{m^3}{h}$ (Portata Volumetrica Acqua)

$T_{IN} = 90°C$ $\quad T_{OUT} = 80°C$ $\quad V_{ARIA} = 4\ m/s$ $\quad T_{\infty} = 12°C$ (Propr. Acqua date)

(Propr. Aria $\longrightarrow$ date) $\quad L = ?$

$$\dot{V} = 2{,}5\ \frac{m^3}{h} \cdot \frac{1}{3600}\ \frac{h}{s} = 6{,}944 \cdot 10^{-4}\ \frac{m^3}{s}$$

EQ. CONTINUITÀ

$$\rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2 = \dot{m}\left[\frac{Kg}{s}\right] \Longrightarrow A_1 V_1 = \dot{V}_1$$

$$V_1 = \frac{\dot{V}_1}{A_1} = \frac{\dot{V}_1}{\frac{\pi D_{IN}}{4}} = 2{,}21\ m/s$$ (Velocità Acqua all'ingresso)

- **Problema con Convezione Interna ed Esterna**

① ACQUA NEL TUBO
↓
CONVEZIONE FORZATA INTERNA

② CILINDRO INVESTITO TRASVERSALMENTE DA UNA CORRENTE DI ARIA
↓
CONVEZIONE FORZATA ESTERNA

(SELEZIONE CORRELAZIONI PER CONVEZIONE)

① CONVEZIONE FORZATA INTERNA → Scelgo la correlazione DITTUS-BOELTER

$$Nu_D = 0{,}023\, Re_D^{0{,}8}\, Pr^{0{,}3}$$ → FLUIDO SI RAFFREDDA (ALTRIMENTI 0,4)

② FLUSSO TRASVERSALE AL CILINDRO (CONVEZIONE ESTERNA)

$$Nu_D = 0{,}193\, Re^{0{,}68}\, Pr^{1/3}$$

• CALCOLO COEFF. SCAMBIO CONVETTIVO H_2O (h_{H_2O})

$\boxed{1}$ CALCOLO n° PRANDTL E REYNOLDS

$$Pr_{H_2O} = \left(\frac{c_p \mu}{K}\right)_{H_2O} = 2{,}0881$$ (Pr DIPENDE SOLO DALLE PROPR. DEL FLUIDO)

$$Re_{H_2O} = \left(\frac{\rho V D}{\mu}\right)_{H_2O} = 128563$$ (Re DIPENDE DALLE PROPR. DEL FLUIDO; DALLA VELOCITÀ E DALLA GEOMETRIA)

$\boxed{2}$ DETERMINO IL n° NUSSELT $Nu = f(Re; Pr)$

$$Nu_D = 0{,}023\, Re_{H_2O}^{0{,}8}\, Pr^{0{,}3} = 350{,}71 = \frac{h_{H_2O} D_{IN}}{K_{H_2O}}$$

↓

$$h_{H_2O} = \frac{Nu\, K_{H_2O}}{D_{IN}} = 1174{,}99\ \frac{W}{m^2 K}$$

• CALCOLO COEFF. DI SCAMBIO TERMICO CONVETTIVO PER ARIA (h_{ARIA})

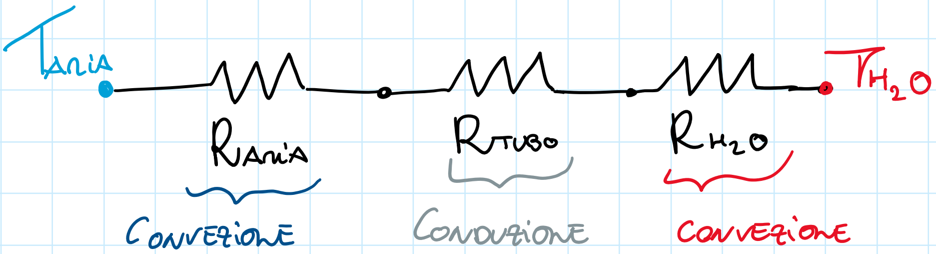
$$Pr_{ARIA} = \frac{c_{p\,ARIA}\, \mu_{ARIA}}{K} = 0{,}7216$$

$$Pr_{Aria} = \frac{Cp_{Aria}\,\mu_{Aria}}{K_{Aria}} = 0{,}7216$$

$$Re_{Aria} = \left(\frac{\rho V D_{EST}}{\mu}\right)_{Aria} = 6657{,}73$$

$$Nu_D = 0{,}193\, Re^{0{,}618}\, Pr^{1/3} = 39{,}316 \Longrightarrow h_{Aria} = 41{,}4\ \frac{W}{m^2K}$$

* Circuito Equivalente * (Geometria Cilindrica)



$$\left.\begin{aligned} R_{Aria} &= \frac{1}{h_{Aria} A_{EXT}} = \frac{1}{h_{Aria}\pi D_{EXT} L} \\ R_{TUBO} &= \frac{\ln\left(\frac{D_{EXT}}{D_{INT}}\right)}{2\pi K_{TUBO} L} \\ R_{H_2O} &= \frac{1}{h_{H_2O} A_{IN}} = \frac{1}{h_{H_2O}\pi D_{IN} L} \end{aligned}\right\} \quad R_{TOT} = R_{Aria} + R_{TUBO} + R_{H_2O}$$

$\Downarrow$

Resistenze in Serie

Coeff. Globale di Scambio Termico (Riferito alla Superficie Interna)

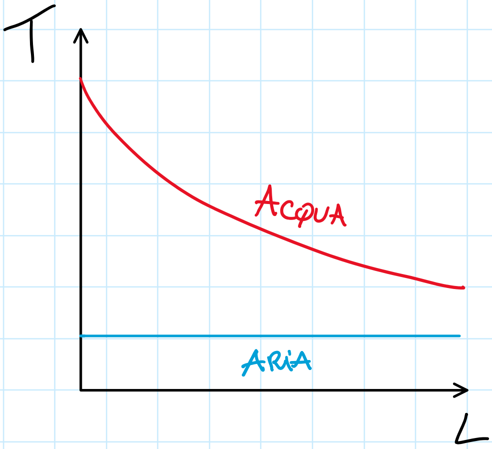
$$U_{INT} = \frac{1}{R_{TOT} A_{INT}} = \frac{1}{\frac{1}{h_{H_2O}} + \frac{R_{INT}}{K_{TUBO}} \ln\frac{R_{EXT}}{R_{INT}} + \frac{1}{h_{Aria}}\frac{R_{INT}}{R_{EXT}}} \left[\frac{W}{m^2K}\right]$$

* Potenza Termica da Scambiare *

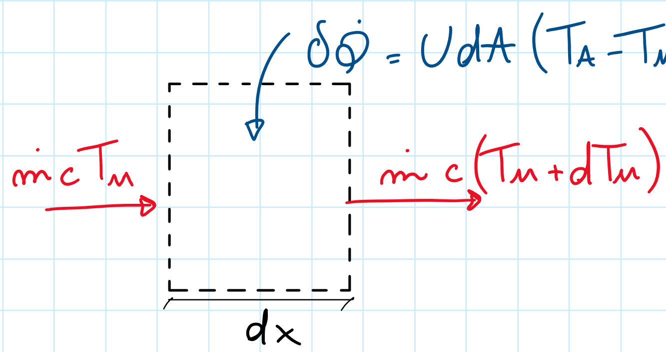
$$\dot{Q} = \dot{m}_{H_2O}\, c_{H_2O}\left(T_{IN} - T_{OUT}\right) = 28255{,}83\ W$$

$$\underbrace{{}_{H_2O}}_{\rho_{H_2O}\,\dot V_{H_2O}} \; {}_{H_2O}|$$

*** LUNGHEZZA TUBO *** → (lungo il tubo la temperatura cambia)



*** ELEMENTO INFINITESIMO DI FLUIDO ***



Bilancio di energia sull'elemento infinitesimo

$$\dot m c \, dT_M = U dA (T_A - T_M)$$

$$dT_M = -d(T_A - T_M) \qquad (T_A \to \text{Temp. Aria Uniforme})$$

$$\frac{d(T_A - T_M)}{T_A - T_M} = \frac{U P dx}{\dot m c} \qquad (P \to \text{Perimetro Sezione})$$

⇓ integro $\quad x = 0 ;\; T_M = T_{in} \quad ; \quad x = L ;\; T_M = T_{out}$ (cond. ingresso/uscita fluido interno)

$$\ln \frac{T_A - T_{out}}{T_A - T_{in}} = \frac{UA}{\dot m c} \qquad A \to \text{P.L} \qquad \longrightarrow \text{Ricavo lunghezza } L$$

⇓

$$T_{out} = T_A - (T_A - T_{in}) \, e^{-UA/\dot m c} \qquad \dot m c = \frac{UA}{\ln\left(\frac{T_A - T_{out}}{T_A - T_{in}}\right)}$$

Sostituisco la relazione

$$\dot Q = \dot m c (T_{out} - T_{in})$$

⇓

$$\dot{\Phi} = \frac{UA(T_{OUT}-T_{IN})}{\ln\left(\frac{T_A - T_{OUT}}{T_A - T_{IN}}\right)} = \frac{UA\,(\Delta T_{OUT} - \Delta T_{IN})}{\ln\left(\frac{\Delta T_{OUT}}{\Delta T_{IN}}\right)} = UA\,\Delta T_{ml}$$

$T_A - T_{OUT} \rightarrow \Delta T_{OUT}$

$T_A - T_{IN} \rightarrow \Delta T_{IN}$

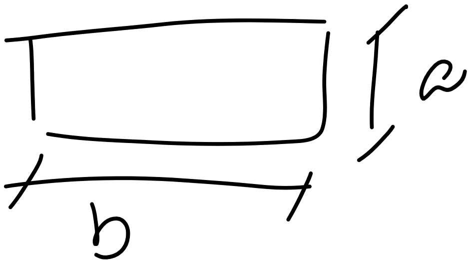
$\rightarrow \Delta T_{ml} = 72{,}89°C$

DIFFERENZA DI TEMPERATURA MEDIA LOGARITMICA

$$L = \frac{\dot{\Phi}}{\Delta T_{ml}\, U \pi D} = 125{,}08\ m$$

Temp

mercoledì 24 novembre 2021 16:28



$$A = ab$$

$$P = 2a + 2b$$

$$\frac{A}{P} = \frac{ab}{2a+2b} = \frac{a}{2\frac{a}{b}+2}$$