*CONDUZIONE IN REGIME NON STAZIONARIO *

LA TEMPERATURA DEL CORPO VARIA NEL TEMPO $T = T(\underline{x}, t)$

ES. BARRA DI ... CALDA IMMERSA IN BAGNO DI ACQUA

LA TEMPERATURA DELLA BARRA VARIA NEL TEMPO FINO A RAGGIUNGERE L'EQUILIBRIO CON IL LIQUIDO

- NEL CASO IN CUI LA TEMPERATURA DEL CORPO POSSA ESSERE CONSIDERATA UNIFORME $\Longrightarrow$ APPROCCIO A PARAMETRI CONCENTRATI (LUMPED CAPACITANCE METHOD)

- CONSIDERIAMO UN SOLIDO OMOGENEO A TEMPERATURA T_i CHE ALL'ISTANTE INIZIALE VENGA IMMERSO IN UN LIQUIDO A TEMPERATURA $T_\infty < T_i$

$T = T_i \quad t = 0 \quad$ C.I

$T(t)$

$T_i > T_\infty$

$\dot{U}_{ACC} \rightarrow \dot{Q}_{OUT}$

$\Downarrow$ APPLICO IL PR. CONS. ENERGIA AL SOLIDO

$$\underbrace{\dot{Q}_{IN}}_{=0} + \underbrace{\dot{U}_{GEN}}_{=0} - \dot{Q}_{OUT} = \dot{U}_{ACC}$$

$\Downarrow$

$$\dot{U}_{ACC} = -\dot{Q}_{OUT} \Longrightarrow \boxed{\rho V c \frac{dT}{dt} = -hA(T - T_\infty)}$$

ρ: DENSITÀ MATERIALE $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$

V: VOLUME CORPO $[m^3]$

c: CALORE SPECIFICO $\left[\frac{J}{kgK}\right]$

h: COEFF. SCAMBIO CONVETTIVO $\frac{W}{m^2K}$

A: SUPERFICIE DI CONTORNO DEL CORPO $[m^2]$

T: TEMPERATURA DEL CORPO

T_∞: TEMPERATURA DEL FLUIDO $[K]$

$\frac{dT}{dt}$: LA TEMPERATURA DIPENDE SOLO DA T POICHÉ NELL'APPROCCIO A PARAMETRI CONCENTRATI LA TEMPERATURA SI CONSIDERA UNIFORME IN OGNI ISTANTE DI TEMPO

- APPLICHIAMO LA SOSTITUZIONE DI VARIABILI

$\theta = T - T_\infty \Longrightarrow d\theta = dT$

$\Downarrow$

$$-hA\theta = \rho V c \frac{d\theta}{dt} \Longrightarrow$$ EQ. DIFFERENZIALE A VARIABILI SEPARABILI (INTEGRAZIONE ANALITICA)

$\Downarrow$ INTEGRO

$$\int_{\theta_i}^{\theta} -\frac{\rho V c}{hA}\frac{d\theta}{\theta} = \int_0^t dt \Longrightarrow -\frac{\rho V c}{hA} \ln\frac{\theta}{\theta_i} = t$$

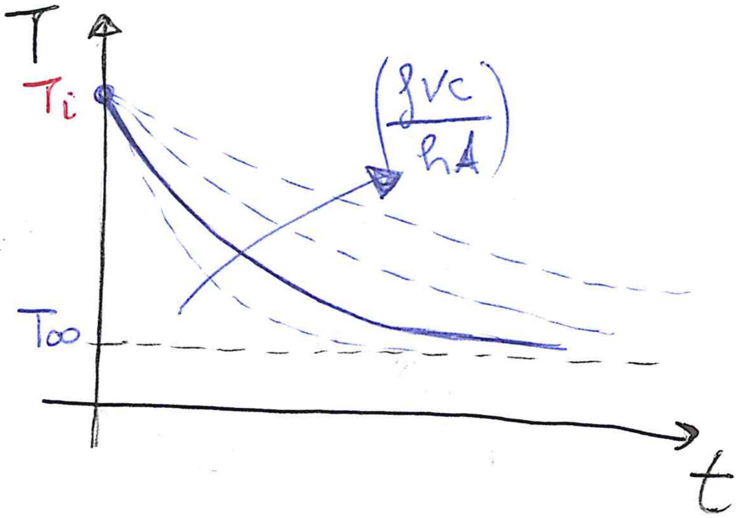
θ_i ↳ CONDIZIONE INIZIALE

CONTINUA ...

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{\left(-\frac{hA}{\rho V c}\cdot t\right)}$$

→ RELAZIONE PER VALUTARE LA TEMPERATURA DEL CORPO NEL TEMPO

per $t \to \infty$ $T \to T_\infty$ con ANDAMENTO ESPONENZIALE



L'ENERGIA TOTALE SCAMBIATA

$$Q = \int_{t=0}^{t} q\, dt = hA \int_0^t \theta\, dt$$

$$\Downarrow$$

$$Q = (\rho V c)\,\theta_i\left[1 - e^{-\frac{t hA}{\rho V c}}\right]$$

*CONSIDERAZIONI SULLA VALIDITÀ DELL'APPROCCIO A PARAMETRI CONCENTRATI

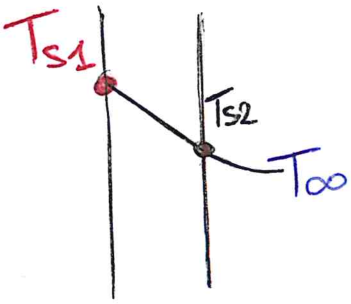
↳ È IMPORTANTE IDENTIFICARE LE CONDIZIONI NELLE QUALI L'APPROCCIO A PARAMETRI CONCENTRATI PUÒ ESSERE USATO CON RAGIONEVOLE ACCURATEZZA

⇓

QUANTO PESA IN TERMINI DI ACCURATEZZA L'IPOTESI DI TEMPERATURA UNIFORME?

→ CONSIDERIAMO UNA LASTRA PIANA CON UNA PARETE A TEMPERATURA T_{s1} CHE SCAMBIA CALORE CON LA PARETE OPPOSTA CON UN FLUIDO A TEMPERATURA T_∞

⇓ IN CASO STAZIONARIO LA POTENZA TERMICA SCAMBIATA PER



$$\dot{Q}_{cond} = \dot{Q}_{conv}$$

$$\frac{K}{L} A (T_{s1} - T_{s2}) = hA (T_{s2} - T_\infty)$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{T_{s1} - T_{s2}}{T_{s2} - T_\infty} = \frac{\frac{L}{KA}}{1/hA} = \frac{R_{cond}}{R_{conv}} = \frac{hL}{K}$$

→ NUMERO DI BIOT (ADIMENSIONALE)

$$Bi = \frac{hL}{K}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\frac{W}{m^2 K}\cdot m}{\frac{W}{m K}} = [-]$$

IL NUMERO DI BIOT (Bi) FORNISCE UN'INDICAZIONE SULL'UNIFORMITÀ DELLA TEMPERATURA DI UN CORPO RELATIVAMENTE ALLA DIFFERENZA DI TEMPERATURA TRA LA SUPERFICIE DEL FLUIDO E LA PARETE SOLIDA

⇓

UTILE X IDENTIFICARE SE L'APPROCCIO A PARAMETRI CONCENTRATI È UTILIZZABILE

In particolare se $Bi \ll 1$ la temperatura della lastra è quasi uniforme → parametri concentrati è un'approssimazione accettabile

$h \downarrow$ basso

$\frac{K}{L}$ alto $\uparrow$

$$\boxed{Bi < 0,1}$$ → soglia generalmente accettata

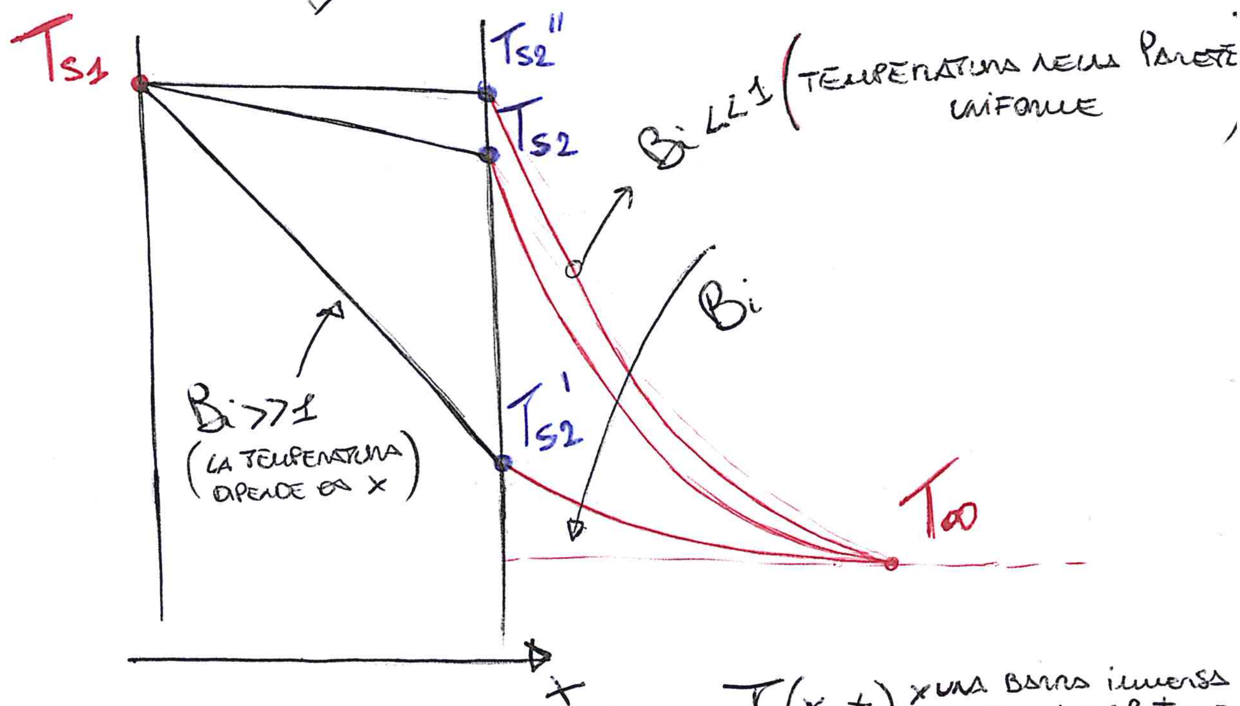
Se $Bi > 0,1$ il corpo presenta una temperatura disuniforme e di conseguenza abbandono l'approccio a parametri concentrati

⇒ devo risolvere l'equazione completa della conduzione

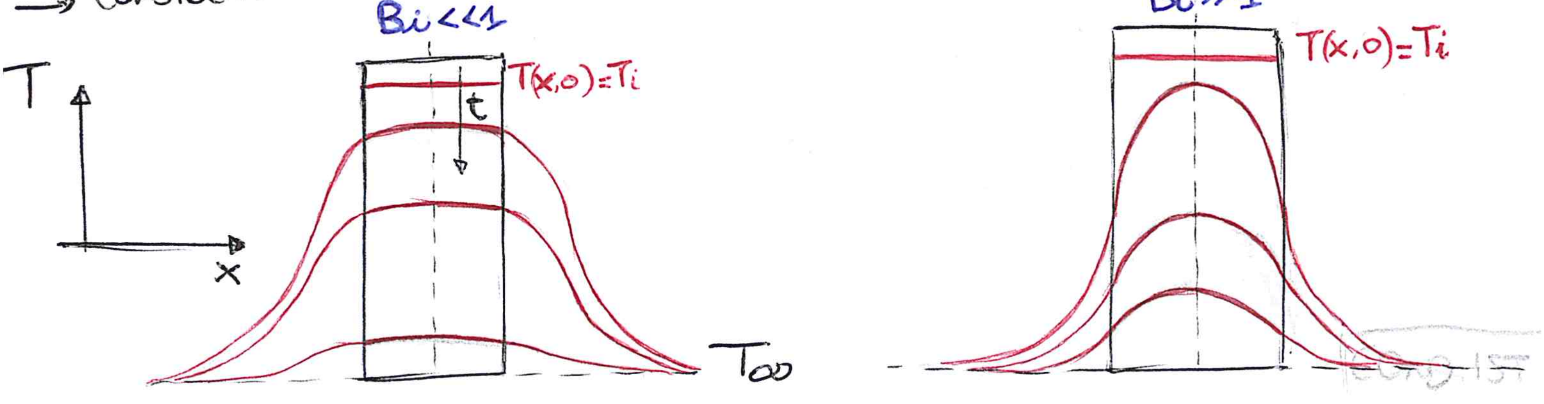
$$T = T(\underline{x}; t)$$

<u>Esempio</u>: lastra piana inizialmente a temperatura uniforme T_i in un fluido a T_∞

⇓



→ Consideriamo i profili di temperatura nel tempo $T(\underline{x}, t)$ x una barra immersa in un fluido x 2 Biot diver



NELLA DEFINIZIONE DEL NUMERO DI BIOT SI FA RIFERIMENTO AD UNA LUNGHEZZA CARATTERISTICA $L_c = \frac{V}{A_s}$

V → VOLUME DEL SOLIDO

A_s → AREA SUPERFICIE

es. Cilindro lungo $L_c = r/2$

x sfera $L_c = r/3$

x lastra piana di spessore $2L$

$L_c = L$

$$\boxed{Bi = \frac{h L_c}{K}}$$

→ RICORDANDO LA RELAZIONE x VALUTARE LA TEMPERATURA DEL CORPO NEL TEMPO:

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{\overbrace{(-hAt/\rho V c)}}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{hAt}{\rho V c} = \frac{ht}{\rho L_c c} = \frac{h L_c}{K} \cdot \frac{K}{\rho c} \frac{t}{L_c^2} =$$

$\frac{A}{V} \to \frac{1}{L_c}$

$$= \underbrace{\frac{h L_c}{K}}_{Bi} \underbrace{\alpha \frac{t}{L_c^2}}_{Fo} = Bi\, Fo$$

(α → DIFFUSIVITÀ TERMICA $\left[\frac{m^2}{s}\right]$ PROPR. MATERIALE)

Fo → NUMERO DI FOURIER (ADIMENSIONALE)

$$\Downarrow$$

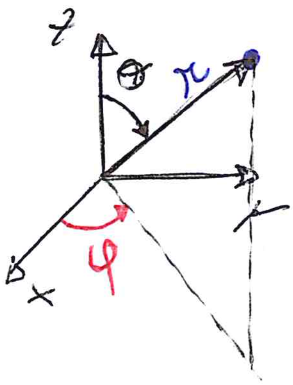
$$\frac{\theta}{\theta_i} = f(Bi*Fou)$$

→ Relazione espressa in termini adimensionali. Tutte le situazioni con stesso prodotto tra numero di Biot e numero di Fourier hanno la stessa soluzione.

EQUAZIONE GENERALE CONDUZIONE IN COORDINATE SFERICHE

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(K r^2 \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(K \frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(K \sin\theta \frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \dot{q}$$

$$= \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$



$\Downarrow$ CASO MONODIMENSIONALE (TEMPERATURA VARIA SOLO LUNGO r)

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(K r^2 \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \dot{q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

ALETTE (ES. DISSIPATORI SU SCHEDE ELETTRONICHE, RADIATORI AUTOMOBILI)

- LA POTENZA TERMICA TRASMESSA DA UNA SUPERFICIE SOLIDA A TEMPERATURA T_s AD UN FLUIDO A T_∞ È ESPRESSA DALLA LEGGE DI NEWTON

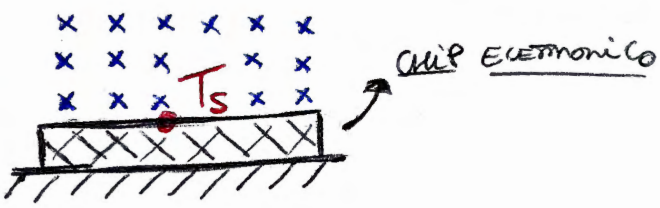
$$\Downarrow$$

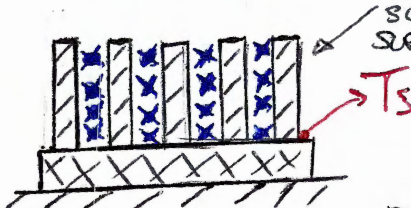
$$\dot{Q}_{conv} = h A (T_s - T_\infty)$$

- SE SI VUOLE AUMENTARE IL CALORE SCAMBIATO (es. RAFFREDDAMENTO CHIP) MANTENENDO GLI STESSI VINCOLI DI T_s E T_∞

$h \uparrow$ (es. AUMENTO LA VELOCITÀ DELLA VENTOLA)

$A \uparrow$ (UTILIZZO SUPERFICI ESTESE, ALETTE)

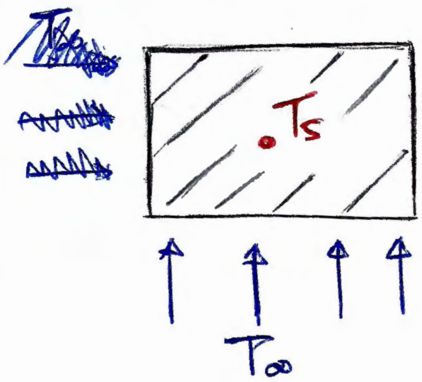


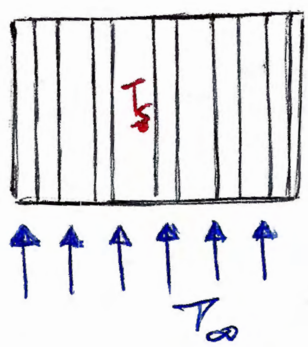


ALETTE POSIZIONATE SULLA SUPERFICIE SUPERIORE DEL CHIP

$\Downarrow$

DIVERSE FORME E CONFIGURAZIONI POSSIBILI





→ EQUAZIONE DELL'ALETTA

IPOTESI SEMPLIFICATIVE:

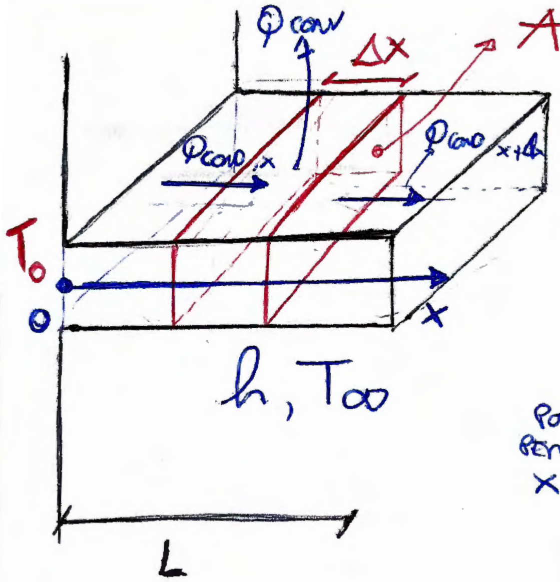
1- REGIME STAZIONARIO
2- COEFF. CONVETTIVO h COSTANTE LUNGO TUTTA L'ALETTA
3- CONDUCIBILITÀ TERMICA UNIFORME LUNGO L'ALETTA
4- CONDUCIBILITÀ TERMICA INDIPENDENTE DA T
5- NO GENERAZIONE DI POTENZA INTERNA ALL'ALETTA

APPLICO IL BILANCIO ENERGETICO MONODIMENSIONALE

- LA DISTRIBUZIONE DI TEMPERATURA È UNIFORME NELLO SPESSORE

$Bi_{spessore} \ll 1$

$\frac{h \cdot t}{k}$ (t → SPESSORE SOLITAMENTE MOLTO PICCOLO)



A_c (AREA SEZIONE TRASVERSALE)

* BILANCIO ENERGETICO x IL VOLUME DI SPESSORE Δx *

$$\Downarrow$$

$$\dot{Q}_{cond,x} = \dot{Q}_{cond,x+\Delta x} + \dot{Q}_{conv}$$

$\dot{Q}_{cond,x}$: POTENZA TRASMESSA PER CONDUZIONE IN X

$\dot{Q}_{cond,x+\Delta x}$: POTENZA TRASMESSA PER CONDUZIONE IN $X+\Delta X$

$\dot{Q}_{conv}$: POTENZA TRASMESSA PER CONVEZIONE

$\Downarrow$ SOSTITUISCO LA RELAZIONE DI NEWTON PER LO SCAMBIO TERMICO CONVETTIVO $\dot{Q}_{conv} = h\underbrace{P\Delta x}_{A_{LAT}}(T-T_\infty)$

$$\frac{\dot{Q}_{cond,x+\Delta x} - \dot{Q}_{cond,x}}{\Delta x} + hP(T-T_\infty) = 0$$

P: PERIMETRO DELLA SEZIONE TRASVERSALE

$\Downarrow$ $\Delta x \to 0$ E AGGIUNGO LA RELAZIONE DI FOURIER $\dot{Q}_{cond} = -KA_c\frac{dT}{dx}$

$$\frac{d\dot{Q}_{cond}}{dx} + hP(T-T_\infty) = 0$$

$\Downarrow$ RELAZIONE DI FOURIER x SCAMBIO TERMICO CONDUTTIVO

$$\frac{d}{dx}\left(-KA_c\frac{dT}{dx}\right) + hP(T-T_\infty) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{d}{dx}\left(KA_c\frac{dT}{dx}\right) - hP(T-T_\infty) = 0$$

→ IN GENERALE L'AREA DELLA SEZIONE A_c E IL PERIMETRO SONO FUNZIONE DI X (ALETTE A PROFILO VARIABILE)

DISPONIBILI IN COMMERCIO DIVERSE FORME:
- TRIANGOLARI
- RETTANGOLARI
- CILINDRICHE

ALETTE A SEZIONE TRASVERSALE COSTANTE A_c COSTANTE

INTRODUCO LA VARIABILE $\theta = T - T_\infty$

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0 \qquad m^2 = \frac{hP}{KA_c}$$

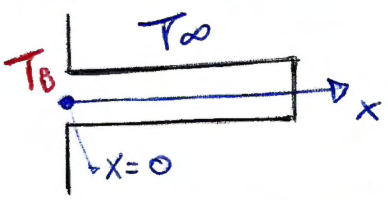
⇓ EQ. DIFFERENZIALE LINEARE, OMOGENEA DEL 2° ORDINE A COEFF. COSTANTI

LA SOLUZIONE GENERALE DELL'EQUAZIONE È:

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$$

COSTANTI DA DETERMINARE IN FUNZIONE DELLE CONDIZIONI AL CONTORNO

- ALLA BASE DELL'ALETTA È NOTA LA TEMPERATURA $\theta(0) = T_B - T_\infty = \theta_B$



- ALL'ESTREMITÀ DELLE ALETTE SONO POSSIBILI DIVERSE CONDIZIONI
  - TEMPERATURA FISSATA
  - FLUSSO TERMICO TRASCURABILE
  - CONVEZIONE

ALETTA DI LUNGHEZZA INFINITA → CONDIZIONE CONTORNO $\theta(L) = T_L - T_\infty = 0 \quad L \to \infty$

(LA TEMPERATURA ALL'ESTREMITÀ → TEMP. FLUIDO)

⇓

$C_1 = 0 \qquad C_2 = \theta_B$

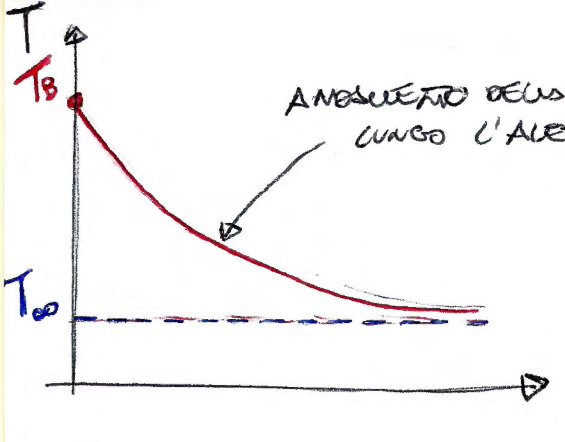
⇓

$$\theta(x) = \theta_B e^{-mx}$$

⇓

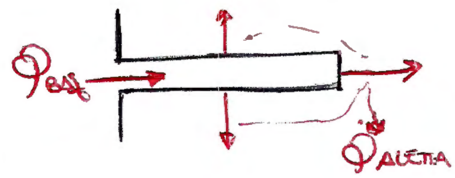
$$\frac{T(x) - T_\infty}{T_B - T_\infty} = e^{-mx} = e^{-x\sqrt{\frac{hP}{KA_c}}}$$

↳ TEMPERATURA LUNGO L'ALETTA DECRESCE ESPONENZIALMENTE DA T_B FINO A T_∞



* **POTENZA TERMICA TRASMESSA DALL'ALETTA** *

$$\dot{Q}_{\substack{\text{ALETTA}\\ \text{INFINITA}}} = -kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{\underset{\text{BASE}}{x=0}} = \sqrt{hPkA_c}\,(T_B - T_\infty)$$



IN REGIME STAZIONARIO LA POTENZA TERMICA CONDUTTIVA ALLA BASE EGUAGLIA LA POTENZA TERMICA CONVETTIVA

— **ALETTA CON APICE ADIABATICO** → LA POTENZA TERMICA DISSIPATA ALL'APICE È PROPORZIONALE ALL'AREA DELL'ESTREMITÀ $\dot{Q} = hA\Delta T$

↳ SEMPLIFICAZIONE

⇓

FRAZIONE TRASCURABILE DELLA SUPERFICIE DELL'ALETTA

CONDIZIONE AL CONTORNO

• $\left.\dfrac{d\theta}{dx}\right|_{x=L} = 0$ APICE ADIABATICO • ALLA BASE DELL'ALETTA LA TEMPERATURA È IMPOSTA (COME IL CASO PRECEDENTE)

↓

$$C_1 = \frac{\theta_B e^{-mL}}{e^{mL}+e^{-mL}} \Rightarrow \frac{\theta_B e^{-mL}}{2\cosh(mL)}$$

$$C_2 = \frac{\theta_B e^{mL}}{e^{mL}+e^{-mL}} \Rightarrow \frac{\theta_B e^{mL}}{2\cosh mL}$$

$$\theta_x = \frac{\theta_B e^{-mL}}{2\cosh(mL)}\, e^{mx} + \frac{\theta_B e^{mL}}{2\cosh(mL)}\, e^{-mx}$$

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \qquad \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \qquad \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

FUNZIONI IPERBOLICHE

$$\boxed{\frac{T(x) - T_\infty}{T_B - T_\infty} = \frac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL}}$$

* **POTENZA TERMICA SCAMBIATA** *

$$\dot{Q}_{\substack{\text{ALETTA}\\ \text{APICE}\\ \text{ADIABATICO}}} = -kA_c \left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = \sqrt{hPkA_c}\,(T_B - T_\infty)\tanh mL$$

↳ <1 (RIDUZIONE DI $\dot{Q}$ DOVUTO ALLA L FINITA DELL'ALETTA)

* **EFFICIENZA DI UN'ALETTA** *

— LA TEMPERATURA DELL'ALETTA VARIA LUNGO X, DI CONSEGUENZA LA DIFFERENZA DI TEMP TRA LA PARETE DELL'ALETTA E IL FLUIDO $(T - T_\infty)$ DIMINUISCE

↓

LA POTENZA TERMICA SCAMBIATA DIMINUISCE LUNGO X $\dot{Q} = hA_L(T - T_\infty)$

• IL CASO IDEALE È QUELLO DI ALETTA ISOTERMA $(k \to \infty)$ CHE SCAMBIA LA MASSIMA POTENZA TERMICA

↓

ELEVATA CONDUTTIVITÀ TERMICA

$$\eta_{ALETTA} = \frac{\dot{Q}_{ALETTA}}{\dot{Q}_{ALETTA\ ISOTERMA}} \Rightarrow \dot{Q}_{ALETTA} = \eta_{ALETTA}\,\dot{Q}_{\substack{ALETTA\\ MAX\\ ISOTERMA}} = \eta_{ALETTA}\, h\, \underbrace{A_{ALETTA}}_{PL}\,(T_B - T_{\infty})$$

PL (x ALETTE A SEZIONE COSTANTE)

x ALETTA INFINITAMENTE LUNGA: $\eta_{\substack{ALETTA\\ L\to\infty}} = \frac{1}{mL} = \frac{\sqrt{hPKA_c}\,(T_B - T_\infty)}{h\,\underbrace{A_{ALETTA}}_{PL}\,(\cancel{T_B - T_\infty})}$

x ALETTA APICE ADIABATICO: $\eta_{\substack{ALETTA\\ APICE\ ADIABATICO}} = \frac{\tanh mL}{mL} = \frac{\sqrt{hPKA_c}\,(\cancel{T_B - T_\infty})\tanh mL}{h\,A_{ALETTA}(\cancel{T_B - T_\infty})}$

- L'EFFICIENZA DELL'ALETTA È GRAFICATA IN FUNZIONE DI PARAMETRI E DELLA GEOMETRIA DEL PROFILO DELL'ALETTA
  - ALETTA TRIANGOLARE
  - PARABOLICA ECC

EFFICACIA DI UN'ALETTA:

CONFRONTA L'INCREMENTO DI POTENZA TERMICA SCAMBIATA DOVUTO ALL'AGGIUNTA DI ALETTE SU UNA SUPERFICIE

$$\boxed{\varepsilon_{ALETTA} = \frac{\dot{Q}_{ALETTA}}{\dot{Q}_{\substack{SENZA\\ ALETTA}}} = \frac{\dot{Q}_{ALETTA}}{h\,\underbrace{A_B}_{AREA\ BASE}\,(T_B - T_\infty)}}$$

- SE > 1 L'ALETTA APPORTA UN INCREMENTO DELLO SCAMBIO
- SE < 1 L'ALETTA FUNZIONA DA ISOLANTE

x ALETTA INFINITAMENTE LUNGA A SEZIONE UNIFORME $\varepsilon_{\substack{ALETTA\\ L\to\infty}} = \sqrt{\frac{KP}{hA_c}}$

È POSSIBILE IDENTIFICARE I FATTORI CHE INCREMENTANO LA POTENZA TERMICA SCAMBIATA:

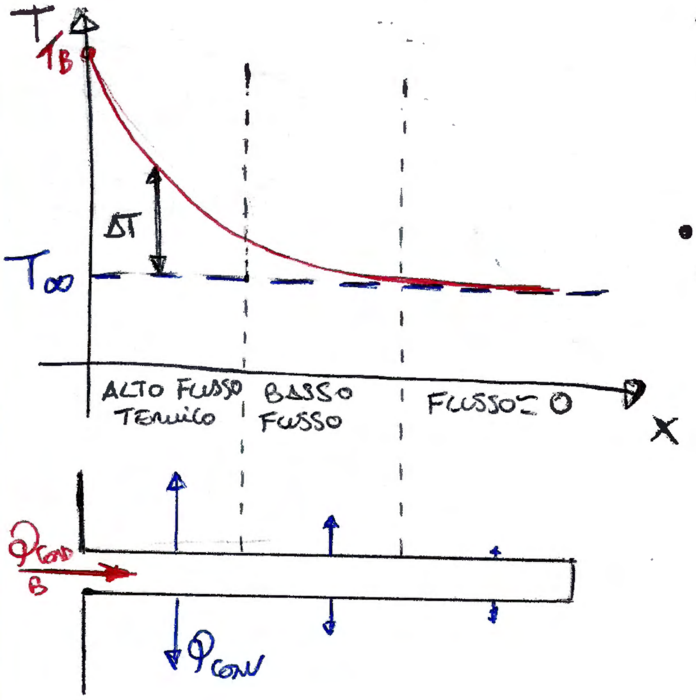
- CONDUCIBILITÀ TERMICA DELL'ALETTA ELEVATA $K\uparrow$
- RAPPORTO $\frac{P}{A_c}$ ELEVATO (ALETTE DI PICCOLO SPESSORE SONO PRIVILEGIATE)
- COEFFICIENTE DI SCAMBIO CONVETTIVO RIDOTTO $h\downarrow$
  ↳ L'AGGIUNTA DI ALETTE È + VANTAGGIOSA QUANDO LA RESISTENZA CONVETTIVA È ELEVATA (FLUIDO CHE SCAMBIA MALE)

CONSIDERAZIONI QUALITATIVE SULLA GIUSTA LUNGHEZZA DI UN'ALETTA

- SE MI LIMITASSI SOLO A CONSIDERAZIONI ENERGETICHE → $L\to\infty$ GARANTISCE LO SCAMBIO TERMICO MASSIMO
- TUTTAVIA LA TEMPERATURA DELL'ALETTA DECRESCE LUNGO X TENDENDO A DIMINUIRE LA DIFFERENZA DI $(T - T_\infty)$ → LE ZONE TERMINALI DELL'ALETTA CONTRIBUISCONO POCO ALLO SCAMBIO TERMICO
- ALL'AUMENTARE DELLA LUNGHEZZA AUMENTA IL COSTO DEL MATERIALE.

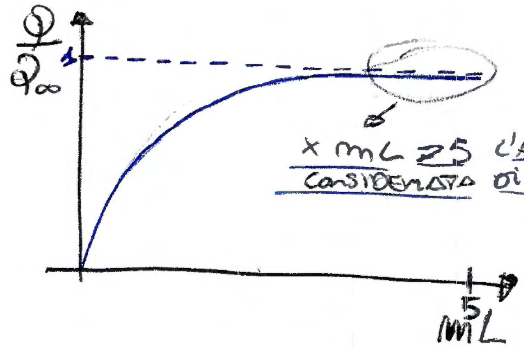
↓

ESISTE UNA LUNGHEZZA OTTIMA $L\uparrow$ → $\dot{Q}_{ALETTA}\uparrow$, COSTO $\uparrow$



- UN'ALETTA TROPPO LUNGA È INUTILE PERCHÉ L'AUMENTO DEL COSTO NON È BILANCIATO DALL'AUMENTO DEL CALORE SCAMBIATO

- $$\frac{\dot{Q}_{ALETTA}}{\dot{Q}_{ALETTA\ L \to \infty}} = \frac{\sqrt{hPKA_c}\,(T_B - T_\infty)\tanh mL}{\sqrt{hPKA_c}\,(T_B - T_\infty)} = \tanh mL$$



x $mL \geq 5$ L'ALETTA PUÒ ESSERE CONSIDERATA DI LUNGHEZZA INFINITA

*CONVEZIONE

* TRASMISSIONE DEL CALORE CHE AVVIENE IN PRESENZA DI UN FLUIDO IN MOTO

LEGGE DI NEWTON: $\dot{Q}_{conv} = h A (T_{sup} - T_{\infty})$

- h: COEFF. SCAMBIO CONVETTIVO (PR. TERMOFISICHE DEL FLUIDO, REGIME MOTO, GEOMETRIA) → DIPENDE DA MOLTE VARIABILI ED È COMPLESSO DETERMINARNE IL VALORE
- A: AREA DELLA SUPERFICIE
- T_{sup}: TEMPERATURA DELLA SUPERFICIE
- T_{∞}: TEMPERATURA DEL FLUIDO INDISTURBATO

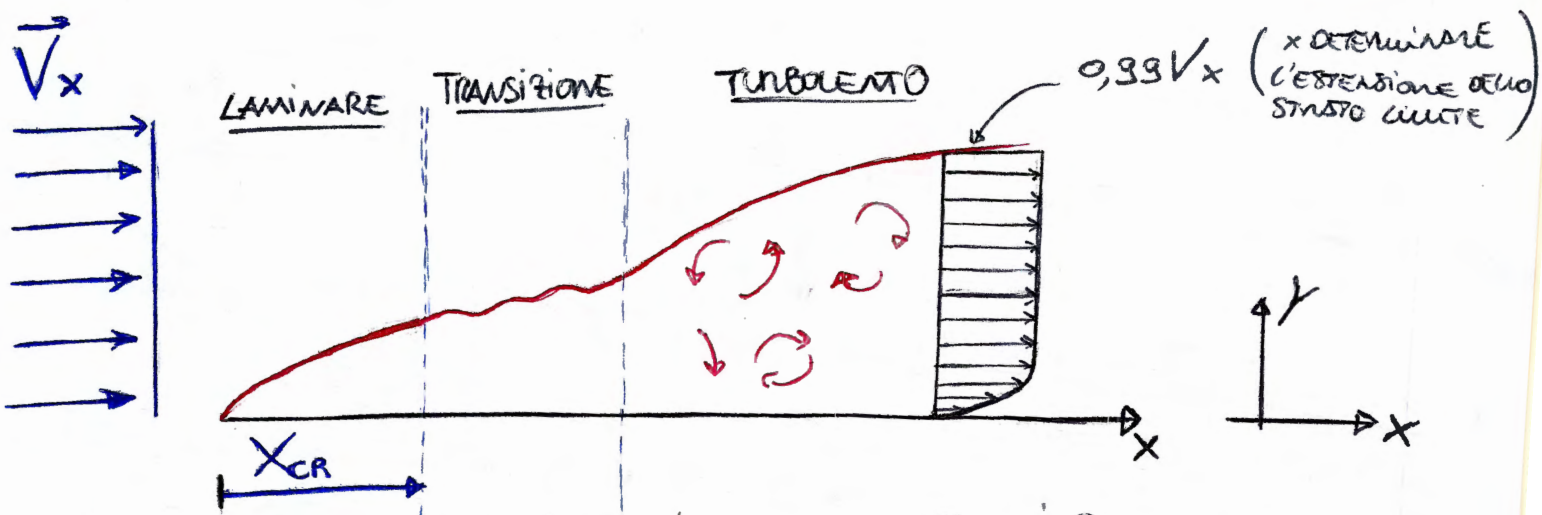
_ LA CONVEZIONE È IL MECCANISMO DI SCAMBIO TERMICO PIÙ COMPLESSO

IL MOTO DEL FLUIDO È CONDIZIONE NECESSARIA x CONVEZIONE

↳ x FLUIDO FERMO IL MECCANISMO DI SCAMBIO È LA CONDUZIONE

1° CONVEZIONE FORZATA (ES. LASTRA PIANA DISPOSTA PARALLELAMENTE ALLA DIREZIONE DEL FLUSSO)

↳ IL MOTO DEL FLUIDO È CAUSATO DA FORZANTI ESTERNE (VENTILATORI, POMPE)



- NELLA ZONA LAMINARE IL FLUIDO SI MUOVE PER FILETTI PARALLELI E LO SCAMBIO TERMICO AVVIENE PER CONDUZIONE TRA I FILETTI
- PER MOTO TURBOLENTO ESISTONO DELLE COMPONENTI DI VELOCITÀ V_Y ALL'INTERNO DELLO STRATO LIMITE ⟹ "MESCOLAMENTO" MAGGIORE

↓

LE COMPONENTI IN DIR. Y TRASPORTANO MASSA (ENERGIA INTERNA ASSOCIATA) INCREMENTANDO LO SCAMBIO TERMICO

- CONTATTO CON LA PARETE LA VELOCITÀ È NULLA $\Rightarrow$ CONDIZIONE DI ADERENZA

$\Downarrow$

ESISTE UNA PORZIONE DI FLUIDO IN CUI LO SCAMBIO TERMICO AVVIENE PER CONDUZIONE (SUBSTRATO LAMINARE)

$$\dot{q}_{conv} = h(T_s - T_\infty) = -K \frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_{y=0} = q_{cond}$$

IL FLUSSO TERMICO CONVETTIVO DA UNA SUPERFICIE AD UN FLUIDO È UGUALE AL FLUSSO TERMICO CONDUTTIVO DALLA SUPERFICIE ALLO STRATO DI FLUIDO ADIACENTE

- AL VARIARE DI X VARIANO LE CONDIZIONI MOTO (LAMINARE, TRANSIZIONE, TURBOLENTO) E DI CONSEGUENZA VARIA IL COEFF. DI SCAMBIO h

$\Downarrow$

GENERALMENTE SI È INTERESSATI AL VALOR MEDIO $\bar{h}$ SULLA SUPERFICIE

- ACCANTO ALLO STRATO LIMITE DI VELOCITÀ (VISCOSO) ESISTE UNO STRATO LIMITE TERMICO IN CUI È CONCENTRATO IL 99% DELLA VARIAZIONE DI TEMPERATURA $T_S - T_\infty$

$\Downarrow$

SI SVILUPPA SIMULTANEAMENTE A QUELLO DI VELOCITÀ

LO STRATO LIMITE DI VELOCITÀ INFLUENZA LO SVILUPPO DELLO STRATO LIMITE TERMICO $\longrightarrow$ L'INFLUENZA DELLO STRATO LIMITE TERMICO SULLO STRATO LIMITE DI VELOCITÀ È RIDOTTO

$\Downarrow$

NULLO SE FLUIDO INCOMPRIMIBILE CON PROPRIETÀ TERMOFISICHE COSTANTI

DA UN PUNTO DI VISTA GENERALE $\Rightarrow$ IL COEFF. CONVETTIVO SU LASTRA PIANA DIPENDE DA UNA SERIE DI VARIABILI FISICHE

$\Downarrow$

- CONDUCIBILITÀ TERMICA DEL FLUIDO K_f (INFLUENZA LA CONDUZIONE) $[W/mK]$
- SPESSORE DELLO STRATO LIMITE
  - $\rightarrow$ VISCOSITÀ DINAMICA $\mu\,[Pa \cdot s]$
  - $\rightarrow$ VELOCITÀ DEL FLUIDO INDISTURBATO $V_\infty\,[m/s]$
  - $\rightarrow$ DIMENSIONE GEOMETRICA CARATTERISTICA (PER LASTRA PIANA LA DISTANZA X)
- NELLA ZONA IN CUI È PRESENTE TRASPORTO DI MASSA (AZIONE TURBOLENTA) IL CALORE TRASMESSO DIPENDERÀ DA

  - CALORE SPECIFICO DEL FLUIDO $c_p\,[J/kgK]$
  - DENSITÀ DEL FLUIDO $[kg/m^3]$

IN LINEA TEORICA È POSSIBILE DETERMINARE UNA FUNZIONE

$$h = f(x, c, \rho, \mu, K, V)$$

CONT.

RELAZIONE con 7 VARIABILI e 4 GRANDEZZE FONDAMENTALI (Kg, s, K, m)

↳ ESISTE UNA CORRELAZIONE SCRITTA IN FORMA ADIMENSIONALE IN FUNZIONE DI 3 ~~VARIABILI~~ GRUPPI ADIMENSIONALI

* TEOREMA DI BUCKINGAM (O π GRECO) *

- Si supponga che in un fenomeno fisico una grandezza Φ_1 dipenda da altre grandezze $\Phi_2, \Phi_3 \dots \Phi_m$ $\Phi_1 = f(\Phi_2, \Phi_3 \dots \Phi_m)$

Se le grandezze fondamentali coinvolte nel processo fisico sono R la relazione funzionale $F(\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3 \dots \Phi_m) = 0$ si può esprimere con una relazione tra $N-R$ gruppi adimensionali $\pi_1, \pi_2 \dots \pi_{N-R}$

$$F'(\pi_1, \pi_2 \dots \pi_{N-R}) = 0$$

- Ritornando alla relazione $h = f(x, c_p, \rho, \mu, K, V)$
possiamo ipotizzare che:

$$h = cost\ x^b \cdot c_p^c \cdot \rho^d \cdot \mu^e \cdot K^f \cdot V^g$$

⇓ imponendo l'omogeneità dimensionale

$$\left[\frac{W}{m^2K}\right] = cost\,[m]^b \left[\frac{J}{KgK}\right]^c \left[\frac{Kg}{m^3}\right]^d [Pa\,s]^e \left[\frac{W}{mK}\right]^f \left[\frac{m}{s}\right]^g$$

$$\downarrow$$

$$\left[\frac{J}{s\,m^2K}\right] = cost\,[m]^b \cdot \left[\frac{\cancel{Kg}\frac{m^2}{s^2}}{\cancel{Kg}K}\right]^c \cdot \left[\frac{Kg}{m^3}\right]^d \cdot \left[\frac{N\,s}{m^2}\right]^e \left[\frac{J}{s\,mK}\right]^f \left[\frac{m}{s}\right]^g$$

$$\downarrow$$

$$\left[\frac{Kg\frac{m^2}{s^2}}{s\,m^2K}\right] = cost\,[m]^b \left[\frac{m^2}{s^2K}\right]^c \left[\frac{Kg}{m^3}\right]^d \left[\frac{Kg\frac{\cancel{m}}{s^{\cancel{2}}}\cancel{s}}{m^{\cancel{2}}}\right]^e \left[\frac{Kg\frac{m^{\cancel{2}}}{s^2}}{s\,\cancel{m}K}\right]^f \left[\frac{m}{s}\right]^g$$

$$\left[\frac{Kg}{s^3K}\right] = cost\,[m]^b \left[\frac{m^2}{s^2K}\right]^c \left[\frac{Kg}{m^3}\right]^d \left[\frac{Kg}{m\,s}\right]^e \left[\frac{Kg\,m}{s^3K}\right]^f \left[\frac{m}{s}\right]^g$$

$[m]$ $0 = b + 2c - 3d - e + f + g$

$[K]$ $-1 = -c - f$

$[s]$ $-3 = -2c - e - 3f - g$

$[Kg]$ $1 = d + e + f$

SISTEMA LINEARE 4 EQUAZIONI 6 INCOGNITE

VANTAGGI ADIMENSIONALE

1° ESPRIMO LA LEGGE COME FUNZIONE DI UN N° VARIABILI MINORE

2° UTILIZZARE I DATI SPERIMENT. OTTENUTI IN UN CASO, PER CASI DIFFERENTI MA SIMILI AL CASO ORIGINARIO

SI OTTENGONO LE SEGUENTI RELAZIONI TRA I COEFFICIENTI

$b = g - 1$
$d = g$
$e = c - g$
$f = 1 - c$

SOSTITUISCO NELLA RELAZIONE h $\Longrightarrow$ $h = \text{cost}\, x^{g-1} c_p^{\,c} \rho^{g} \mu^{c-g} K^{1-c} V^{g}$

$\Downarrow$ RIARRANGIO LA RELAZIONE

$$h = \text{cost}\, \frac{x^g \rho^g V^g}{\mu^g} \cdot \left(\frac{c_p \mu}{K}\right)^c \frac{K}{\cancel{x}}$$

n° REYNOLDS "Re"

n° DI PRANDTL "Pr"

$\Downarrow$

n° NUSSELT "Nu"

$$\frac{h \cancel{x}}{K} = \text{cost}\, Re^g\, Pr^c$$

$\Downarrow$

COEFFICIENTI DA DETERMINARE SPERIMENTALMENTE

$$\boxed{Nu = \text{cost}\, Re^{g}\, Pr^{c}}$$

- IL NUMERO DI NUSSELT "Nu" ESPRIME IL RAPPORTO TRA SCAMBIO TERMICO PER CONVEZIONE E SCAMBIO TERMICO PER CONDUZIONE

$$Nu = \frac{h x}{K}$$

$$\frac{\Phi_{conv}}{\Phi_{cond}} = \frac{h \Delta T}{\frac{K \Delta T}{\delta}} = \frac{h \delta}{K}$$

- $Re = \dfrac{\rho V x}{\mu}$ RAPPORTO TRA LE FORZE DI INERZIA E LE FORZE VISCOSE

- $Pr = \dfrac{c_p \mu}{K} = \dfrac{\mu}{\rho} \cdot \dfrac{\rho c_p}{K} = \nu \cdot \dfrac{1}{\alpha}$ $\qquad \dfrac{\text{DIFFUSIVITÀ QUANTITÀ DI MOTO}}{\text{DIFFUSIVITÀ TERMICA}}$

ν (VISCOSITÀ CINEMATICA)

α (DIFFUSIVITÀ TERMICA)

$Pr \simeq 1$ LO STRATO LIMITE TERMICO HA SPESSORE SIMILE A QUELLO DELLA VELOCITÀ (GAS)

$Pr << 1$ (METALLI LIQUIDI) → IL CALORE DIFFONDE + VELOCEMENTE DELLA Q. MOTO
SPESSORE STRATO LIMITE DI T >> SPESSORE SL VELOCITÀ

$Pr >> 1$ (OLI) SPESSORE STRATO LIMITE DI V >> SPESSORE SL T

es. ~~Acqua~~ Aria $Pr = 0,707$ a 300K $Pr = 0,685$ a 600K

ACQUA $Pr = 5,83$ LIQUIDA 0,857 VAPORE a 300K
1,19 LIQUIDA 2,15 VAPORE a 600K

→ DAL MOMENTO CHE SIAMO INTERESSATI AL VALORE MEDIO SULLA LASTRA SI EFFETTUA LA MEDIA

$$\boxed{\bar{h} = \frac{1}{L}\int_0^L h_x \, dx \Rightarrow Nu_L = f(Re_L, Pr)}$$

PASSI NECESSARI PER IL CALCOLO DI h IN CONVEZIONE FORZATA

① IDENTIFICARE LA GEOMETRIA DEL PROBLEMA

FLUSSO INTERNO — FLUSSO ESTERNO

CILINDRO, SFERA, LASTRA PIANA
CONDOTTO CIRCOLARE O DI ALTRA FORMA

② IDENTIFICARE LA TEMPERATURA DI RIFERIMENTO PER VALUTARE LE PROPRIETÀ TERMOFISICHE (K, c_p, μ, ρ, Pr)
↳ GENERALMENTE SI USA LA TEMPERATURA DI FILM $T_f = \frac{T_\infty + T_s}{2}$

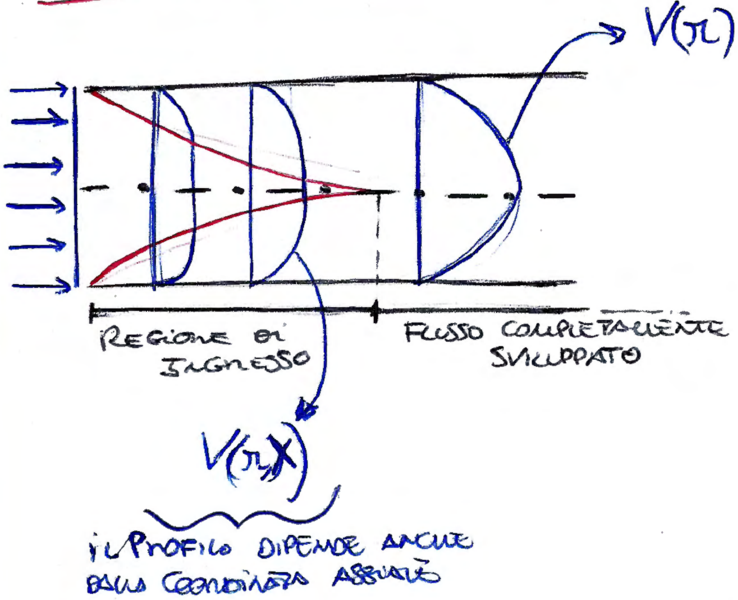
③ CALCOLARE IL N° DI REYNOLDS → MOTO LAMINARE / MOTO TURBOLENTO
↳ LE CORRELAZIONI SONO DIFFERENTI IN BASE AL REGIME DI MOTO

④ DECIDERE SE È RICHIESTO UN VALORE LOCALE O MEDIO DI h

LOCALE → FLUSSO TERMICO IN UN PUNTO

MEDIO ↳ SCAMBIO TERMICO SULL'INTERA SUPERFICIE

* Convezione Forzata in Condotti Circolari *



Generalmente le correlazioni sono fornite per la zona di flusso completamente sviluppato.

Per moto turbolento la lunghezza della regione di ingresso è ~ 10 diametri

Es. Moto laminare in Condotti Circolari

ϕ = costante $Nu_D = \frac{hD}{k} = 4{,}36$

T_s = costante $Nu_D = 3{,}66$

Proprietà calcolate a T_m sulla sezione

Moto Turbolento in Condotti Circolari

es. Equazione di Dittus-Boelter (esempio)

$$Nu_D = 0{,}023\, Re_D^{0{,}8}\, Pr^m$$

$m = 0{,}4$ x riscaldamento $T_s > T_m$

$m = 0{,}3$ x raffreddamento $T_s < T_m$

$0{,}7 \leq Pr \leq 160$
$Re_D \geq 10000$
$\frac{L}{D} \geq 10$

condizioni x applicabilità

- Esistono numerose correlazioni con diversi campi di applicabilità e range di accuratezza sia x convezione esterna che per convezione interna

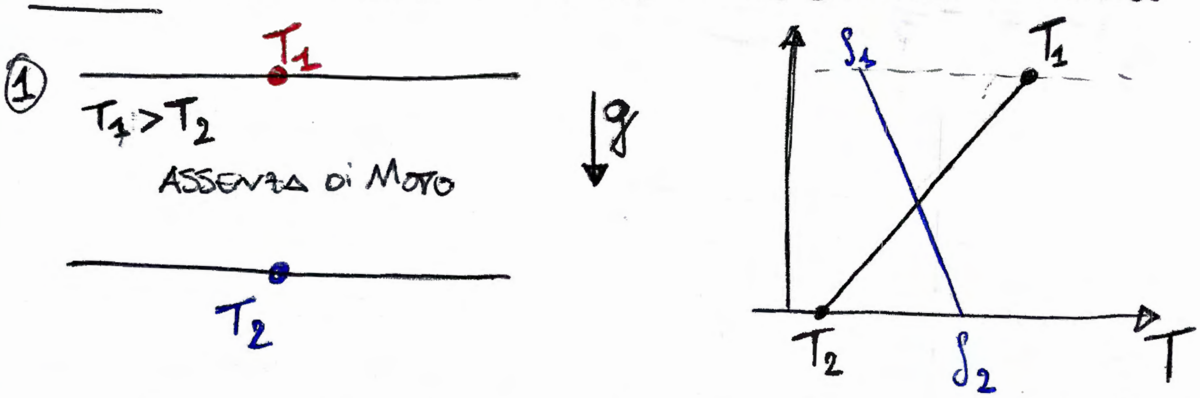
$\Downarrow$

Scelta da libri e manuali specifici

* CONVEZIONE NATURALE *

↳ CAUSATA DA FORZE DI GALLEGGIAMENTO ORIGINATE DA GRADIENTI DI DENSITÀ

ESEMPIO: FLUIDO COMPRESO TRA DUE ESTESE SUPERFICI ORIZZONTALI

①


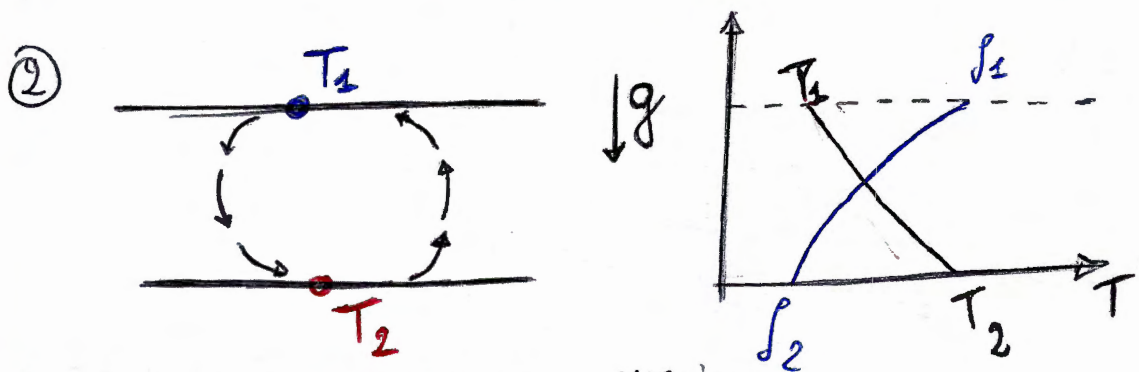
- SE LA SUPERFICIE SUPERIORE HA TEMPERATURA + ELEVATA DI QUELLA INFERIORE LA DENSITÀ (CHE A GRADIENTE OPPOSTO ALLA T) È MAGGIORE A RIDOSSO DELLA SUPERFICIE INFERIORE

⇓

FLUIDO IN EQUILIBRIO MECCANICO STABILE (QUIETE)

⇓

SCAMBIO TERMICO AVVIENE X CONDUZIONE

②


• PARETE INFERIORE A TEMPERATURA MAGGIORE

⇓

EQUILIBRIO MECCANICO INSTABILE

⇓

SE LA DIFFERENZA DI TEMPERATURA $T_2 - T_1$ GENERA FORZE INERZIALI SUPERIORI A QUELLE VISCOSE ⟹ MOTO A CUI È ASSOCIATO SCAMBIO TERMICO

- LA VARIAZIONE DI DENSITÀ CON LA TEMPERATURA È ESPRESSA TRAMITE COEFFICIENTE DI DILATAZIONE TERMICA

$$\left[\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p\right] \Longrightarrow \text{SE GAS PERFETTO } \frac{P}{\rho} = RT$$

$$\left[\frac{1}{K}\right]$$

⇓

$$\beta = \frac{1}{T}\left[\frac{1}{K}\right] = \frac{1}{\rho}\frac{\cancel{P}}{RT^2} = \frac{RT}{\cancel{P}}\frac{\cancel{P}}{RT^2}$$

SE $\beta \simeq$ COST NEL PROBLEMA CONSIDERATO LA VARIAZIONE DI DENSITÀ DEL FLUIDO TRA PARETE (T_s) E FLUIDO INDISTURBATO (T_∞) PUÒ ESSERE ESPRESSA:

$$\beta = -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\rho_s - \rho_\infty}{T_s - T_\infty}$$

$$\Downarrow$$

$$\rho_\infty - \rho_s = \bar{\rho}\,\beta\,(T_s - T_\infty)$$

– SICCOME LA CAUSA DEL MOTO È LA DIFFERENZA DI DENSITÀ, PROPORZIONALE A $\beta(T_s - T_\infty)$ IL PARAMETRO CHE DEFINISCE LA NATURA DEL MOTO (IN ANALOGIA A Re PER CONVEZIONE FORZATA) È IL

NUMERO DI GRASHOF: $Gr = \dfrac{g\beta(T_s - T_\infty)L_c^3}{\nu^2}$

↓

ADIMENSIONALE

ANCHE x CONVEZIONE NATURALE SI HANNO RELAZIONI TRA GRUPPI ADIMENSIONALI DEL TIPO $Nu = f(Gr, Pr)$ {nº DI RAYLEIGH $Ra = Gr\,Pr$}

ESEMPIO: LASTRA VERTICALE DI LUNGHEZZA L

$$Nu_L = \left(0{,}825 + \frac{0{,}387\,Ra_L^{1/6}}{\left[1 + (0{,}492/Pr)^{9/16}\right]^{8/27}}\right)^2$$

– ANCHE IN QUESTO CASO SONO PRESENTI DIVERSE CORRELAZIONI x CONFIGURAZIONI DIFFERENTI $\Longrightarrow$ SCELTA SU LIBRI E MANUALI

ACCENNO A SCAMBIO TERMICO BIFASE

↳ NEL CASO IL FLUIDO SIA IN TRANSIZIONE DI FASE < EBOLLIZIONE / CONDENSAZIONE

$\Downarrow$

NON SONO VALIDE LE CORRELAZIONI PRECEDENTI

– IL MECCANISMO DI SCAMBIO TERMICO DIVENTA + EFFICIENTE GRAZIE AL TRASPORTO DI ENERGIA SOTTOFORMA DI CALORE LATENTE (LEGATO AL CAMBIAMENTO DI FASE)

$\Downarrow$

ELEVATI FLUSSI TERMICI SCAMBIATI CON ΔT PICCOLI

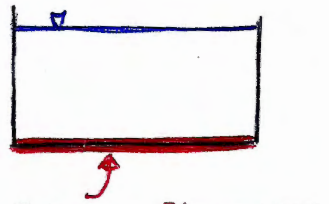
$\Downarrow$

h MOLTO ELEVATI

- X SCAMBIARE ELEVATI FLUSSI TERMICI NON È NECESSARIO AVERE ELEVATI ΔT NELLO STRATO LIMITE TERMICO PERCHÉ L'ENERGIA VIENE TRASPORTATA GRAZIE AL CALORE LATENTE CONNESSO AL CAMBIO DI FASE

* ΔT TRA PARETE E FLUIDO DI POCHI GRADI ($5°C$) PER INNESCARE LA FORMAZIONE DI BOLLE IN EVAPORAZIONE
  ↳ FLUSSI ELEVATI CON ΔT PICCOLI $\Longrightarrow$ h_{MOTO} ELEVATI

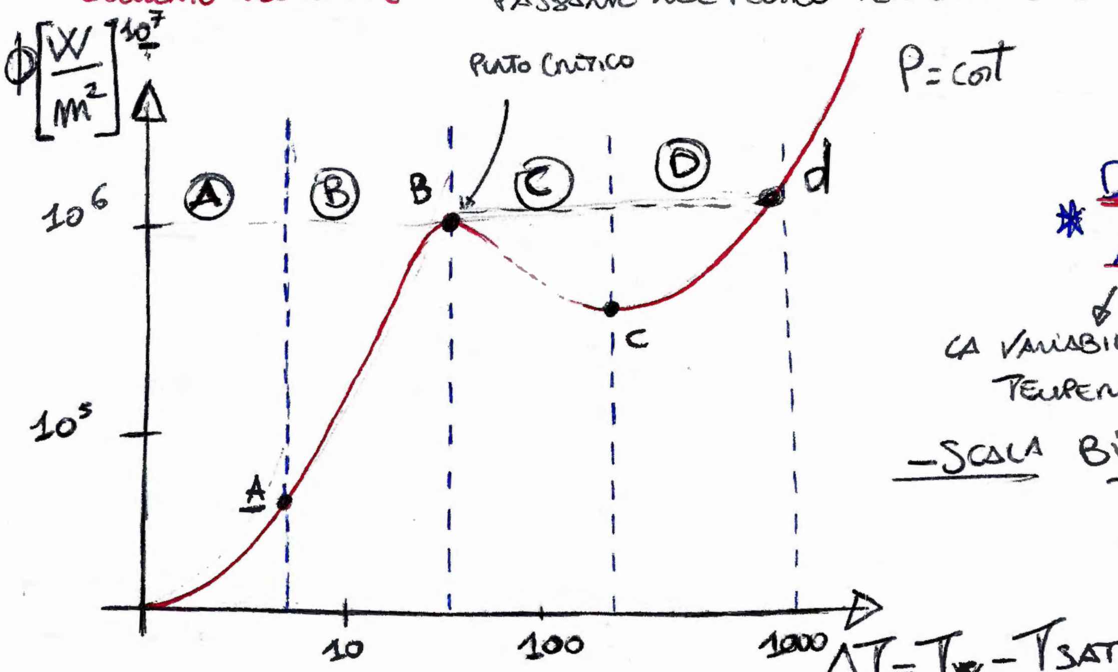
ES. EBOLLIZIONE STATICA ⟶ ACQUA (LIQUIDO) STAGNANTE RISCALDATA DAL FONDO DEL RECIPIENTE



- SI CONTROLLA LA DIFFERENZA DI TEMPERATURA TRA LA SUPERFICIE DEL RISCALDATORE E LA TEMPERATURA DI SATURAZIONE DEL FLUIDO ALLA PRESSIONE DI FUNZIONAMENTO

$$\Delta T = T_S - T_{SAT} \; [°C]$$

- GRAFICO IN ASCISSA ΔT E IN ORDINATA IL FLUSSO TERMICO PASSANTE NEL FLUIDO PER UNITÀ DI SUPERFICIE DEL RISCALDATORE



↳ TEMP. SUPERFICIE DEL RISCALDATORE

DIAGRAMMA DI NUKIYAMA

↓

LA VARIABILE CONTROLLATA È LA TEMPERATURA DEL RISCALDATORE

- SCALA BILOGARITMICA

- NELLA REGIONE (A) LA TEMP. ACQUA IN PROSSIMITÀ DEL RISCALDATORE CRESCE AL DI SOPRA DELLA T_{SAT} E MOTI CONVETTIVI LENTI CONSENTONO LO SMALTIMENTO DEL CALORE SENZA FORMAZIONE DI BOLLE

⇓

NEL PUNTO A INIZIANO A FORMARSI BOLLE CON AGITAZIONE TUMULTUOSA
↳ CON PICCOLI INCREMENTI DI T SI RIESCONO A SMALTIRE GRANDI FLUSSI TERMICI

- NEL PUNTO B SI RAGGIUNGE UN MASSIMO PER Φ $\Longrightarrow$ FLUSSO CRITICO

⇓

AUMENTANDO LA T SI FORMANO "CHIAZZE" DI VAPORE SURRISCALDATO INTORNO AL RISCALDATORE $\Longrightarrow$ PELLICOLA ISOLANTE DI VAPORE

CONT. A

- IL FLUSSO TERMICO DIMINUISCE

→ RAGGIUNTO IL MINIMO C IL FLUSSO TERMICO RICOMINCIA AD AUMENTARE

⇓

ANCHE SE h È MODESTO IL ΔT È ELEVATISSIMO ↗ IMPORTANTE ANCHE IL MECCANISMO DI RADIAZIONE

LE REGIONI RAPPRESENTATE NEL DIAGRAMMA SONO:

(A) CONVETTIVA, NON EBOLLENTE

(B) EBOLLIZIONE A NUCLEI

(C) EBOLLIZIONE A FILM DI VAPORE INSTABILE (TRANSIZIONE)

(D) EBOLLIZIONE A FILM DI VAPORE STABILE

- NEL CASO IN CUI LA GRANDEZZA CONTROLLATA DURANTE L'ESPERIMENTO SIA IL FLUSSO TERMICO ⟹ IL TRATTO b-c-d NON PUÒ ESSERE PERCORSO

⇓

UNA VOLTA RAGGIUNTO IL FLUSSO CRITICO UN PICCOLO AUMENTO DEL FLUSSO TERMICO FA "SALTARE LA TEMPERATURA" DA B A D

⇓

TEMPERATURE MOLTO ELEVATE CHE POSSONO DISTRUGGERE IL RISCALDATORE

EBOLLIZIONE DINAMICA → EBOLLIZIONE IN CONVEZIONE FORZATA

↳ TUBO IN CUI SCORRE ACQUA IN TRANSIZIONE DI FASE

- LO SCAMBIO TERMICO IN TRANSIZIONE DI FASE ESISTONO CORRELAZIONI SPECIFICHE MAGGIORMENTE COMPLESSE ⟹ x APPROFONDIMENTI TESTI SPECIFICI