

# [www.ateneonline.it](http://www.ateneonline.it)

Il website di McGraw-Hill per aiutarti a  
**studiare, esercitarti, approfondire**

Ateneonline è una piattaforma di contenuti digitali offerti ai docenti e agli studenti che acquistano e utilizzano i manuali universitari del catalogo McGraw-Hill.

Ateneonline è pensato per creare una sinergia vincente tra il "libro" di carta e gli strumenti interattivi e multimediali che le nuove tecnologie mettono a disposizione della formazione universitaria.

Test interattivi, materiali di approfondimento, software, video, figure, lucidi: in Ateneonline troverai queste e molte altre opportunità di apprendimento attivo, motivato e guidato, in base alle caratteristiche dei testi e delle discipline.

### **Come faccio a iscrivermi all'area riservata?**

Iscriversi è semplicissimo: acquistando un manuale McGraw-Hill, si ha diritto a un codice (riportato in fondo a questa pagina) che consente di accedere all'area riservata del libro.

### **Come faccio ad accedere al sito del mio libro dopo essermi iscritto?**

Il codice è personale. Dopo aver usato il codice per il tuo primo accesso, creerai un tuo account personale con il quale potrai accedere tutte le volte successive.

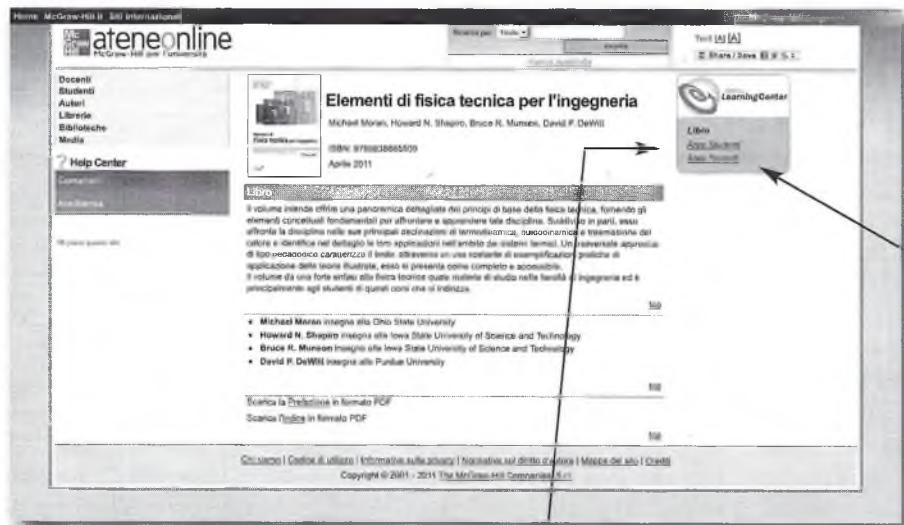
### **Quanto dura il mio accesso personale ai servizi di Ateneonline?**

L'account personale ha una durata annuale. In questo modo il portale ti sarà di aiuto durante tutto il tempo necessario per prepararti con successo all'esame finale del corso.

1532750741131067

# Sul sito [www.ateneonline.it/moran...](http://www.ateneonline.it/moran...)

Sul sito web dedicato al libro sono disponibili materiali didattici di supporto per docenti e studenti. È possibile accedere al sito utilizzando il codice personale riportato sulla seconda di copertina.



The screenshot shows the website interface for the book 'Elementi di fisica tecnica per l'ingegneria'. At the top, there's a navigation bar with links for Home, McGraw-Hill, and the title 'ateneonline'. Below the title, there's a sidebar with links for Docenti, Studenti, Autori, Librerie, Biblioteche, and Molti. A 'Help Center' link is also present. The main content area displays the book cover and its details: Michael Moran, Howard N. Shepro, Bruce R. Munson, David P. DeWitt. ISBN: 97800733886509. April 2011. A descriptive text follows, mentioning the book's focus on engineering applications. Below this, a list of authors' affiliations is provided. At the bottom, there are download links for the book in PDF format. A footer contains links for Contenuto, Guida all'utilizzo, Informazioni sulla privacy, Avvertenza sul diritto d'autore, Misura del libro, and Credits, along with a copyright notice: Copyright © 2011 The McGraw-Hill Companies, Inc.

## Area Docenti

- Tutte le figure del testo

## Area Studenti

- Approfondimenti tematici
- Video sul flusso dei liquidi
- Un software specifico per la soluzione dei problemi di termodinamica e trasferimento del calore
- Soluzioni di alcuni esercizi selezionati di fine capitolo

# Indice breve

## PARTE 1 TERMODINAMICA

|             |  |     |
|-------------|--|-----|
| Capitolo 1  | Cos'è l'ingegneria dei sistemi termici?          | 1   |
| Capitolo 2  | Concetti introduttivi e definizioni              | 15  |
| Capitolo 3  | Energia e primo principio della termodinamica    | 35  |
| Capitolo 4  | Analisi delle proprietà termodinamiche           | 69  |
| Capitolo 5  | Analisi energetica ai volumi di controllo        | 117 |
| Capitolo 6  | Secondo principio della termodinamica            | 153 |
| Capitolo 7  | Entropia   | 173 |
| Capitolo 8  | Impianti di potenza e di refrigerazione a vapore | 233 |
| Capitolo 9  | Sistemi di potenza a gas                         | 277 |
| Capitolo 10 | Applicazioni di psicrometria                     | 311 |

## PARTE 2 FLUIDODINAMICA

|             |   |     |
|-------------|---|-----|
| Capitolo 11 | Meccanica dei fluidi: statica dei fluidi                  | 343 |
| Capitolo 12 | Equazioni della quantità di moto e dell'energia meccanica | 361 |
| Capitolo 13 | Similitudine, analisi dimensionale e modellizzazione      | 407 |
| Capitolo 14 | Flussi interni ed esterni                                 | 427 |

## PARTE 3 TRASFERIMENTO DEL CALORE

|             |   |     |
|-------------|---|-----|
| Capitolo 15 | Trasmissione del calore: modalità, equazioni e bilanci energetici | 465 |
| Capitolo 16 | Scambio di calore per conduzione                                  | 487 |
| Capitolo 17 | Trasmissione del calore per convezione                            | 559 |
| Capitolo 18 | Trasmissione del calore per irraggiamento                         | 635 |

# Indice

## Prefazione

### Prefazione all'edizione italiana

### Autori

### In questo volume...

Sul sito [www.ateneonline.it/moran](http://www.ateneonline.it/moran)

## **PARTE 1 TERMODINAMICA**

---

### **Capitolo 1 Cos'è l'ingegneria dei sistemi termici?**

- 1.1 Premessa
- 1.2 Casi di studio di sistemi termici
  - 1.2.1 Impianto di produzione e distribuzione di acqua calda sanitaria in un'abitazione
  - 1.2.2 Veicolo ibrido elettrico
  - 1.2.3 Fabbricazione di componenti elettronici: saldatura di per circuiti stampati
- 1.3 Analisi dei sistemi termici
  - 1.3.1 Le tre discipline delle Scienze termiche
  - 1.3.2 Pratica dell'ingegneria dei sistemi termici
- 1.4 Come utilizzare il testo in modo efficace
  - 1.4.1 Caratteristiche dei casi di studio
  - 1.4.2 Tecniche avanzate di studio

*Esercizi*

### **Capitolo 2 Concetti introduttivi e definizioni**

- 2.1 Sistema termodinamico
- 2.2 Sistemi e loro comportamento termodinamico
- 2.3 Unità di misura e dimensioni
  - 2.3.1 Unità di misura del SI per massa, lunghezza, tempo e
  - 2.3.2 Altre unità di misura di massa, lunghezza, tempo e for
- 2.4 Due proprietà misurabili: volume specifico e pressione
  - 2.4.1 Volume specifico
  - 2.4.2 Pressione
- 2.5 Misura della temperatura
  - 2.5.1 Equilibrio termico e temperatura
  - 2.5.2 Termometria
  - 2.5.3 Scala Kelvin
  - 2.5.4 Scale Celsius, Rankine e Fahrenheit
- 2.6 Metodologia per la risoluzione dei problemi

*Sommario e guida allo studio*

*Esercizi*

|   |     |
|---|-----|
| <b>Capitolo 3 Energia e primo principio della termodinamica</b>                       | 35  |
| 3.1    Concetto di energia in meccanica   | 35  |
| 3.1.1    Energia cinetica e potenziale  | 35  |
| 3.1.2    Lavoro in meccanica  | 37  |
| 3.1.3    Conclusione  | 37  |
| 3.2    Estensione del concetto di lavoro  | 37  |
| 3.2.1    Convenzione di segno e notazione   | 38  |
| 3.2.2    Potenza  | 39  |
| 3.3    Lavoro di espansione o compressione  | 40  |
| 3.4    Energia interna  | 45  |
| 3.5    Energia scambiata sotto forma di calore  | 46  |
| 3.5.1    Convenzione sul segno e notazioni  | 47  |
| 3.5.2    Considerazioni conclusive  | 47  |
| 3.6    Bilancio energetico per sistemi chiusi   | 48  |
| 3.7    Analisi energetica dei cicli   | 59  |
| 3.7.1    Bilancio energetico per i cicli  | 60  |
| 3.7.2    Cicli motore   | 61  |
| 3.7.3    Cicli frigoriferi e a pompe di calore  | 61  |
| <i>Sommario e guida allo studio</i>   | 63  |
| <i>Esercizi</i>   | 63  |
| <b>Capitolo 4 Analisi delle proprietà termodinamiche</b>                              | 69  |
| 4.1    Identificare lo stato di un sistema chiuso                                     | 69  |
| 4.2    Relazioni p-v-T  | 70  |
| 4.2.1    Diagramma p-v-T  | 70  |
| 4.2.2    Proiezioni del diagramma p-v-T   | 71  |
| 4.2.3    Cambiamenti di fase  | 73  |
| 4.3    Come reperire i valori delle proprietà termodinamiche                          | 74  |
| 4.3.1    Determinare pressione, volume specifico e temperatura                        | 75  |
| 4.3.2    Determinare l'energia interna specifica e l'entalpia specifica               | 82  |
| 4.3.3    Determinare le proprietà utilizzando il software                             | 84  |
| 4.3.4    Esempi   | 85  |
| 4.3.5    Proprietà dei liquidi e dei solidi   | 90  |
| 4.4    Relazioni p-v-T per i gas  | 92  |
| 4.5    Modello di gas ideale  | 98  |
| 4.6    Energia interna, entalpia e calore specifico dei gas ideali                    | 100 |
| 4.7    Variazioni di energia interna specifica ed entalpia specifica per i gas ideali | 102 |
| 4.8    Trasformazioni politropiche di un gas ideale                                   | 109 |
| <i>Sommario e guida allo studio</i>   | 111 |
| <i>Esercizi</i>   | 112 |
| <b>Capitolo 5 Analisi energetica ai volumi di controllo</b>                           | 117 |
| 5.1    Conservazione della massa per un volume di controllo                           | 117 |
| 5.1.1    Bilancio della portata massica   | 117 |
| 5.2    Conservazione dell'energia per un volume di controllo                          | 123 |
| 5.2.1    Bilancio energetico per un volume di controllo                               | 123 |
| 5.2.2    Forme del bilancio energetico per i volumi di controllo                      | 124 |
| 5.3    Analisi dei volumi di controllo in regime stazionario                          | 125 |
| 5.3.1    Formulazione dei bilanci di energia e massa in regime stazionario            | 125 |
| 5.3.2    Modellizzazione dei volumi di controllo in regime stazionario                | 127 |
| 5.3.3    Casi tipici  | 127 |
| <i>Sommario e guida allo studio</i>   | 146 |
| <i>Esercizi</i>   | 146 |

|  |     |
|--|-----|
| <b>Capitolo 6 Secondo principio della termodinamica</b>  | 153 |
| 6.1 Introduzione al secondo principio  | 153 |
| 6.1.1 Osservazioni all'origine del secondo principio   | 153 |
| 6.1.2 Enunciati del secondo principio  | 155 |
| 6.2 Identificazione delle irreversibilità  | 156 |
| 6.3 Applicazione del secondo principio ai cicli termodinamici                                      | 158 |
| 6.3.1 Cicli motore (o cicli diretti) che interagiscono con due sorgenti                            | 158 |
| 6.3.2 Cicli frigoriferi e a pompa di calore (o cicli inversi) che interagiscono con due sorgenti   | 161 |
| 6.4 Misura delle massime prestazioni per i cicli operanti tra due sorgenti                         | 162 |
| 6.4.1 Definizione della Scala Termodinamica (scala Kelvin) delle temperature                       | 162 |
| 6.4.2 Cicli motore   | 163 |
| 6.4.3 Cicli frigoriferi e pompe di calore  | 164 |
| 6.4.4 Applicazioni   | 164 |
| 6.5 Ciclo di Carnot  | 168 |
| <i>Sommario e guida allo studio</i>  | 169 |
| <i>Esercizi</i>  | 169 |
| <br>   |     |
| <b>Capitolo 7 Entropia</b>   | 173 |
| 7.1 Introduzione all'entropia  | 173 |
| 7.1.1 Disuguaglianza di Clausius   | 173 |
| 7.1.2 Variazione di entropia   | 175 |
| 7.2 Metodi per la valutazione dell'entropia  | 176 |
| 7.2.1 Considerazioni generali  | 177 |
| 7.2.2 Variazione di entropia per un gas perfetto   | 182 |
| 7.2.3 Variazione di entropia di una sostanza incomprimibile  | 184 |
| 7.3 Variazione di entropia nei processi internamente reversibili                                   | 185 |
| 7.4 Bilancio entropico per sistemi chiusi  | 187 |
| 7.4.1 Bilancio entropico   | 187 |
| 7.4.2 Altre forme di bilancio entropico  | 189 |
| 7.4.3 Valutazione della produzione e del trasferimento di entropia                                 | 190 |
| 7.4.4 Esemplificazioni   | 190 |
| 7.5 Bilancio di entropia per i volumi di controllo   | 195 |
| 7.5.1 Analisi ai volumi di controllo in regime stazionario   | 196 |
| 7.5.2 Esemplificazioni   | 197 |
| 7.6 Trasformazioni isoentropiche   | 204 |
| 7.6.1 Considerazioni generali  | 204 |
| 7.6.2 Uso del modello di gas perfetto  | 205 |
| 7.7 Rendimento isoentropico di turbine, ugelli, compressori e pompe                                | 209 |
| 7.8 Scambi di calore e lavoro in una trasformazione internamente reversibile in regime stazionario | 217 |
| 7.9 Determinazione dell'energia meccanica  | 221 |
| 7.10 Determinazione dell'energia interna   | 223 |
| <i>Sommario e guida allo studio</i>  | 224 |
| <i>Esercizi</i>  | 225 |
| <br>   |     |
| <b>Capitolo 8 Impianti di potenza e di refrigerazione a vapore</b>                                 | 233 |
| <b>IMPIANTI DI POTENZA A VAPORE</b>  | 233 |
| 8.1 Modellizzazione degli impianti di potenza  | 233 |
| 8.2 Analisi dei sistemi di potenza a vapore – Ciclo Rankine  | 235 |
| 8.2.1 Valutazione delle quantità di lavoro e di calore scambiate                                   | 235 |
| 8.2.2 Ciclo Rankine ideale   | 237 |

|   |   |            |
|---|---|------------|
| 8.2.3   | Effetti della pressioni di caldaia e di condensatore sul ciclo Rankine                        | 242        |
| 8.2.4   | Principali perdite e irreversibilità  | 243        |
| 8.3   | Miglioramento delle prestazioni – Surriscaldamenti e risurriscaldamenti                       | 247        |
| 8.4   | Miglioramento delle prestazioni – Ciclo a vapore con rigenerazione                            | 253        |
| 8.4.1   | Rigeneratori a miscela (o aperti)   | 253        |
| 8.4.2   | Rigeneratori a superficie (o chiusi)  | 258        |
| <b>SISTEMI DI REFRIGERAZIONE E POMPE DI CALORE A COMPRESSIONE DI VAPORE</b> |   | <b>259</b> |
| 8.5   | Macchine frigorifere a compressione di vapore   | 260        |
| 8.6   | Analisi dei sistemi frigoriferi a compressione di vapore                                      | 262        |
| 8.6.1   | Stima dei principali termini di lavoro e calore   | 262        |
| 8.6.2   | Prestazioni dei sistemi a compressione di vapore  | 264        |
| 8.7   | Pompe di calore a compressione di vapore  | 270        |
| 8.8   | Fluidi di lavoro per sistemi di potenza e di refrigerazione a vapore                          | 271        |
| <i>Sommario e guida allo studio</i>   |   | 272        |
| <i>Esercizi</i>   |   | 273        |
| <br><b>Capitolo 9 Sistemi di potenza a gas</b>                              |   | <br>277    |
| <b>MOTORI A COMBUSTIONE INTERNA</b>   |   | <b>277</b> |
| 9.1   | Terminologia dei motori   | 277        |
| 9.2   | Ciclo Otto ad aria standard   | 280        |
| 9.3   | Ciclo Diesel ad aria standard   | 285        |
| <b>IMPIANTI GENERATIVI CON TURBINE A GAS</b>                                |   | <b>289</b> |
| 9.4   | Modellizzazione degli impianti generativi a turbina   | 289        |
| 9.5   | Ciclo Brayton ad aria standard  | 290        |
| 9.5.1   | Valutazione dei principali termini di scambio di calore e lavoro                              | 291        |
| 9.5.2   | Ciclo Brayton ideale ad aria standard   | 292        |
| 9.5.3   | Irreversibilità e perdite nelle turbine a gas   | 295        |
| 9.6   | Turbine a gas con rigenerazione   | 299        |
| 9.7   | Turbine a gas per propulsione aeronautica   | 303        |
| <i>Sommario e guida allo studio</i>   |   | 308        |
| <i>Esercizi</i>   |   | 308        |
| <br><b>Capitolo 10 Applicazioni di psicrometria</b>                         |   | <br>311    |
| 10.1  | Introduzione ai principi della psicrometria   | 311        |
| 10.1.1  | Aria umida  | 311        |
| 10.1.2  | Umidità assoluta, umidità relativa ed entalpia della miscela                                  | 313        |
| 10.1.3  | Modellizzazione dell'aria umida in equilibrio con acqua liquida                               | 314        |
| 10.2  | Determinazione della temperatura al punto di rugiada  | 315        |
| 10.3  | Psicrometria: misurazione della temperatura di bulbo umido e della temperatura di bulbo secco | 317        |
| 10.4  | Diagramma psicrometrico   | 318        |
| 10.5  | Analisi dei processi di condizionamento dell'aria   | 320        |
| 10.5.1  | Applicazione dei bilanci di massa ed energia ai sistemi di condizionamento dell'aria          | 320        |
| 10.5.2  | Trattamento di aria umida a composizione costante   | 321        |
| 10.5.3  | Deumidificazione  | 325        |
| 10.5.4  | Umidificazione  | 329        |
| 10.5.5  | Raffrescamento evaporativo  | 331        |
| 10.5.6  | Miscelazione adiabatica di due correnti di aria umida   | 334        |
| 10.6  | Torri di raffreddamento   | 337        |

|                                     |     |
|-------------------------------------|-----|
| <i>Sommario e guida allo studio</i> | 339 |
| <i>Esercizi</i>                     | 340 |

## **PARTE 2 FLUIDODINAMICA**

---

|  |     |
|--|-----|
| <b>Capitolo 11 Meccanica dei fluidi: statica dei fluidi</b>                    | 343 |
| 11.1 Variazione della pressione in un fluido in quiete                         | 343 |
| 11.2 Misure di pressione   | 347 |
| 11.3 Manometri   | 348 |
| 11.3.1 Piezometro  | 348 |
| 11.3.2 Manometro a U   | 349 |
| 11.4 Strumenti di misura della pressione meccanici ed elettronici              | 351 |
| 11.5 Forza idrostatica su una superficie piana                                 | 352 |
| 11.6 Spinta idrostatica  | 356 |
| <i>Sommario e guida allo studio</i>  | 357 |
| <i>Esercizi</i>  | 358 |
| <b>Capitolo 12 Equazioni della quantità di moto e dell'energia meccanica</b>   | 361 |
| 12.1 Considerazioni preliminari  | 361 |
| 12.1.1 Forze di volume e di superficie   | 361 |
| 12.1.2 Viscosità   | 362 |
| 12.1.3 Flusso incomprimibile   | 364 |
| 12.2 Equazione della quantità di moto  | 364 |
| 12.3 Applicazione dell'equazione della quantità di moto                        | 365 |
| 12.4 Equazione di Bernoulli  | 371 |
| 12.4.1 Derivazione dell'Equazione di Bernoulli dalla seconda legge di Newton   | 372 |
| 12.4.2 Pressione statica, dinamica, di ristagno e totale                       | 373 |
| 12.5 Ulteriore esempio dell'utilizzo dell'Equazione di Bernoulli               | 375 |
| 12.6 Equazione dell'energia meccanica  | 377 |
| 12.7 Applicazione dell'equazione dell'energia meccanica                        | 378 |
| 12.8 Flusso comprimibile   | 382 |
| 12.8.1 Velocità del suono e numero di Mach                                     | 382 |
| 12.8.2 Proprietà di ristagno   | 384 |
| 12.9 Flusso monodimensionale stazionario in ugelli e diffusori                 | 384 |
| 12.9.1 Effetti della variazione di area in flussi subsonici e supersonici      | 385 |
| 12.9.2 Effetti della contropressione sulla portata massica                     | 387 |
| 12.9.3 Flusso attraverso un urto normale                                       | 389 |
| 12.10 Flusso di gas ideali con calore specifico costante in ugelli e diffusori | 391 |
| 12.10.1 Funzioni di flusso isoentropico  | 391 |
| 12.10.2 Funzioni d'urto normale  | 395 |
| <i>Sommario e guida allo studio</i>  | 400 |
| <i>Esercizi</i>  | 400 |
| <b>Capitolo 13 Similitudine, analisi dimensionale e modellizzazione</b>        | 407 |
| 13.1 Analisi dimensionale  | 407 |
| 13.2 Dimensioni, omogeneità dimensionale e analisi dimensionale                | 408 |
| 13.2.1 Dimensioni  | 408 |
| 13.2.2 Omogeneità dimensionale   | 410 |
| 13.2.3 Analisi dimensionale  | 410 |
| 13.3 Il Teorema pi greco di Buckingham e i parametri pi greco                  | 411 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 13.4 | Metodo della ripetizione delle variabili            | 412 |
| 13.5 | Gruppi adimensionali comuni in meccanica dei fluidi | 415 |
| 13.6 | Correlazione tra dati sperimentali                  | 416 |
| 13.7 | Modellizzazione e similitudine                      | 419 |
|      | <i>Sommario e guida allo studio</i>                 | 423 |
|      | <i>Esercizi</i>                                     | 424 |

## **Capitolo 14 Flussi interni ed esterni** 427

### **FLUSSI INTERNI**

|        |  |     |
|--------|--|-----|
| 14.1   | Caratteristiche generali del flusso in un tubo       | 428 |
| 14.1.1 | Flusso laminare o turbolento                         | 428 |
| 14.1.2 | Regione d'ingresso e flusso completamente sviluppato | 428 |
| 14.2   | Flusso laminare completamente sviluppato             | 429 |
| 14.3   | Caratteristiche del flusso laminare nei tubi         | 430 |
| 14.4   | Flusso turbolento completamente sviluppato           | 433 |
| 14.4.1 | Transizione da regime laminare a turbolento          | 433 |
| 14.4.2 | Profilo di velocità nel regime turbolento            | 434 |
| 14.5   | Perdite di carico nei tubi                           | 434 |
| 14.5.1 | Perdite distribuite                                  | 435 |
| 14.5.2 | Perdite concentrate                                  | 438 |
| 14.6   | Esempi di calcolo dei flussi nei tubi                | 438 |
| 14.7   | Misura della portata volumetrica in un tubo          | 445 |

### **FLUSSI ESTERNI** 448

|        |  |     |
|--------|--|-----|
| 14.8   | Strato limite su una piastra piana                                   | 449 |
| 14.8.1 | Caratteristiche dello strato limite laminare                         | 450 |
| 14.8.2 | Transizione del flusso da laminare a turbolento su una piastra piana | 450 |
| 14.8.3 | Flusso nello strato limite turbolento                                | 451 |
| 14.9   | Caratteristiche generali dei flussi esterni                          | 453 |
| 14.10  | Valori del coefficiente d'attrito                                    | 455 |
| 14.11  | Portanza   | 458 |
|        | <i>Sommario e guida allo studio</i>                                  | 461 |
|        | <i>Esercizi</i>  | 461 |

---

## **PARTE 3 TRASFERIMENTO DEL CALORE**

### **Capitolo 15 Trasmissione del calore: modalità, equazioni e bilanci energetici** 465

|        |   |     |
|--------|---|-----|
| 15.1   | Modalità di trasmissione del calore: origini fisiche ed equazioni | 465 |
| 15.1.1 | Conduzione  | 465 |
| 15.1.2 | Convezione  | 467 |
| 15.1.3 | Irraggiamento   | 469 |
| 15.2   | Applicazione del primo principio alla trasmissione del calore     | 472 |
| 15.3   | Bilancio energetico superficiale                                  | 477 |
|        | <i>Sommario e guida allo studio</i>                               | 481 |
|        | <i>Esercizi</i>   | 482 |

### **Capitolo 16 Scambio di calore per conduzione** 487

|        |  |     |
|--------|--|-----|
| 16.1   | Introduzione all'analisi della conduzione    | 487 |
| 16.1.1 | Approfondimento sulla Legge di Fourier       | 487 |
| 16.1.2 | Equazione del calore                         | 489 |
| 16.1.3 | Condizioni al contorno e condizioni iniziali | 491 |
| 16.2   | Conduzione in regime stazionario             | 491 |

|   |  |     |
|---|--|-----|
| 16.2.1  | Parete piana   | 492 |
| 16.2.2  | Sistemi radiali monodimensionali   | 499 |
| 16.2.3  | Sommario dei risultati della conduzione monodimensionale   | 502 |
| 16.3  | Conduzione con generazione di energia  | 504 |
| 16.3.1  | Parete piana   | 504 |
| 16.3.2  | Sistemi radiali con generazione di energia   | 508 |
| 16.4  | Trasmissione del calore da superfici estese: le alette   | 511 |
| 16.4.1  | Analisi dello scambio termico per conduzione e convezione  | 512 |
| 16.4.2  | Distribuzione della temperatura sull'aletta e flusso termico   | 514 |
| 16.4.3  | Parametri delle prestazioni di un'aletta   | 519 |
| 16.5  | Conduzione in regime variabile   | 522 |
| 16.5.1  | Metodo delle capacità concentrate  | 523 |
| 16.5.2  | Parete piana con convezione  | 529 |
| 16.5.3  | Equazione del calore: forma adimensionale  | 530 |
| 16.5.4  | Sistemi radiali con convezione   | 535 |
| 16.5.5  | Solido semi-infinito   | 539 |
| <i>Sommario e guida allo studio</i>                         |  | 542 |
| <i>Esercizi</i>   |  | 543 |
| <b>Capitolo 17 Trasmissione del calore per convezione</b>   |  | 559 |
| 17.1  | Problema della convezione  | 559 |
| 17.1.1  | Strato limite termico  | 560 |
| 17.1.2  | Coefficiente convettivo locale e medio   | 562 |
| 17.1.3  | Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi  | 563 |
| <b>CONVEZIONE FORZATA</b>                                   |  | 566 |
| 17.2  | Flusso esterno   | 566 |
| 17.2.1  | Flusso parallelo su piastra piana  | 566 |
| 17.2.2  | Flusso trasversale su cilindro   | 572 |
| 17.2.3  | Sfera  | 575 |
| 17.2.4  | Guida per scegliere le correlazioni per flusso esterno   | 577 |
| 17.3  | Flusso interno   | 578 |
| 17.3.1  | Considerazioni fluidodinamiche e termiche  | 578 |
| 17.3.2  | Bilancio di energia e metodi di riscaldamento  | 581 |
| 17.3.3  | Correlazioni di convezione per tubi: regione completamente sviluppata  | 590 |
| 17.3.4  | Guida per la scelta delle correlazioni per il flusso interno   | 596 |
| 17.4  | Convezione naturale  | 596 |
| 17.4.1  | Considerazioni termiche e sul flusso   | 597 |
| 17.4.2  | Correlazioni: la piastra verticale   | 599 |
| 17.4.3  | Correlazioni: la piastra orizzontale   | 601 |
| 17.4.4  | Correlazioni: il cilindro orizzontale e la sfera   | 603 |
| 17.4.5  | Guida alla scelta delle correlazioni per la convezione naturale  | 605 |
| <b>APPLICAZIONI DELLA CONVEZIONE: SCAMBIATORI DI CALORE</b> |  | 606 |
| 17.5  | Scambiatori di calore  | 606 |
| 17.5.1  | Tipologie degli scambiatori di calore  | 607 |
| 17.5.2  | Analisi degli scambiatori di calore: bilanci energetici, equazione del flusso termico e coefficiente globale | 608 |
| 17.5.3  | Scambiatori di calore equicorrente   | 609 |
| 17.5.4  | Scambiatore di calore controcorrente   | 612 |
| 17.5.5  | Condizioni particolari di funzionamento degli scambiatori di calore  | 613 |
| 17.5.6  | Scambiatori di calore a tubi e mantello e a correnti incrociate  | 615 |
| <i>Sommario e guida allo studio</i>                         |  | 618 |
| <i>Esercizi</i>   |  | 619 |

|  |     |
|--|-----|
| <b>Capitolo 18 Trasmissione del calore per irraggiamento</b>                     | 635 |
| 18.1 Concetti fondamentali   | 635 |
| 18.2 Quantità e processi legati alla radiazione                                  | 637 |
| 18.2.1 Potere emissivo   | 637 |
| 18.2.2 Irradiazione  | 637 |
| 18.2.3 Radiosità   | 638 |
| 18.2.4 Bilancio energetico superficiale con processi di radiazione               | 638 |
| 18.2.5 Sommario per le grandezze radiative                                       | 639 |
| 18.3 Radiazione di corpo nero  | 640 |
| 18.3.1 Distribuzione di Planck   | 641 |
| 18.3.2 Legge dello spostamento di Wien   | 642 |
| 18.3.3 Legge di Stefan-Boltzmann   | 643 |
| 18.3.4 Banda di emissione di corpo nero  | 643 |
| <b>SUPERFICI CON SELETTIVITÀ SPETTRALE</b>                                       | 647 |
| 18.4 Proprietà radiative delle superfici reali                                   | 647 |
| 18.4.1 Emissione superficiale: emissività  | 647 |
| 18.4.2 Irradiazione: coefficienti di assorbimento, riflessione<br>e trasmissione | 649 |
| 18.4.3 Relazioni tra le proprietà della radiazione                               | 652 |
| 18.4.4 Riassunto: superfici selettive e grigie                                   | 653 |
| <b>SCAMBIO TERMICO RADIATIVO TRA SUPERFICI IN UNA CAVITÀ</b>                     | 658 |
| 18.5 Fattore di vista  | 658 |
| 18.6 Scambio per irraggiamento tra corpi neri                                    | 662 |
| 18.7 Scambio per irraggiamento tra superfici grigie e diffuse in una cavità      | 665 |
| 18.7.1 Relazioni dello scambio radiativo: rappresentazione mediante<br>una rete  | 665 |
| 18.7.2 Cavità di due superfici   | 667 |
| 18.7.3 Cavità di tre superfici con una superficie reirradiante                   | 670 |
| <i>Sommario e guida allo studio</i>  | 673 |
| <i>Esercizi</i>  | 674 |
| <b>Appendice</b>   | A1  |
| <b>Indice analitico</b>  | I1  |

# 1

# Cos'è l'ingegneria dei sistemi termici?

## Obiettivi del capitolo

L'obiettivo di questo capitolo è l'introduzione alla progettazione di sistemi termici attraverso esemplificazioni di moderne applicazioni tecnologiche. La trattazione usa alcuni termini tecnici che si assume siano già noti al lettore da precedenti studi di fisica e chimica. Si descrive inoltre il ruolo della termodinamica, della meccanica dei fluidi e dello scambio del calore nella progettazione dei sistemi termici e se ne evidenziano le loro interrelazioni. La presentazione si conclude con suggerimenti sull'uso efficace del testo.

### 1.1 Premessa

L'ingegneria dei sistemi termici si occupa delle modalità con cui l'energia viene utilmente impiegata, tanto nelle applicazioni industriali, quanto nei trasporti o nelle applicazioni domestiche, così come del ruolo fondamentale che l'energia svolge nello sviluppo della vita, umana, animale e vegetale. In ambito industriale i settori nei quali è più rilevante l'impiego di sistemi termici sono la produzione di energia elettrica, l'industria chimica e il settore manifatturiero. I mezzi di locomozione utilizzano poi una grande varietà di motori, convertitori di potenza e di sistemi di raffreddamento. I più comuni sistemi termici presenti nelle nostre abitazioni sono gli elettrodomestici da cucina, quali i fornì e i frigoriferi. Diversi usi ricreativi, quali le piste da pattinaggio sul ghiaccio o i dispositivi per innevamento artificiale pure richiedono l'uso di sistemi termici. Negli esseri viventi, sono sistemi termici sia l'apparato respiratorio sia il sistema circolatorio. Sistemi termici sono peraltro componenti essenziali delle attrezature chirurgiche e di supporto artificiale alla vita. I sistemi termici eseguono di norma le operazioni di accumulo, trasferimento e conversione dell'energia. L'energia può essere accumulata in un sistema in forme diverse, per esempio energia cinetica o energia potenziale gravitazionale, ma può anche essere immagazzinata all'interno della materia che compone il sistema. L'energia può essere trasferita tra il sistema e l'ambiente circostante sotto forma di lavoro o di calore, oppure attraverso flussi di materiale caldo o freddo. L'energia può inoltre essere convertita da una forma all'altra: l'energia contenuta nei legami chimici delle molecole dei combustibili può essere convertita in energia elettrica o meccanica in appositi dispositivi detti "celle a combustibile" o nei tradizionali motori a combustione interna.

Per esempio, i fiori di girasole possono anch'essi essere pensati come sistemi termici in quanto l'energia solare favorisce la produzione delle sostanze chimiche richieste dalla pianta per sopravvivere (fotosintesi). Le piante si alimentano di acqua e di sostanze nutritive attraverso il loro apparato radicale e interagiscono inoltre con l'ambiente con altre modalità.

La Figura 1.1 riporta i principali settori applicativi che coinvolgono l'ingegneria dei sistemi termici, insieme a sei esempi specifici. I motori a turbogetto, le moto d'acqua e le centrali elettriche rappresentano sistemi termici che comportano la conversione di energia di combustibili fossili per raggiungere il risultato desiderato. Inoltre il funzionamento di questi sistemi implica lo scambio di lavoro e di calore. Per ottenere un ambiente idoneo alla vita sulla Stazione Spaziale Internazionale, l'energia del sole è convertita in energia

- le tubazioni per acqua calda e fredda;
- la rubinetteria e il diffusore della doccia.

Lo scopo del sistema è di fornire acqua calda con la portata e la temperatura desiderate.

Chiaramente la temperatura dell'acqua cambia dal momento in cui entra nell'edificio a quando esce dalla doccia. L'acqua fredda entra con una pressione superiore a quella atmosferica, a bassa velocità e a una quota inferiore a quella del terreno. L'acqua esce poi dal diffusore della doccia a pressione atmosferica e a velocità e quota elevate, ed è calda. L'aumento di temperatura dall'ingresso all'uscita dipende dall'energia fornita all'acqua dagli elementi scaldanti (elettrici o a gas) posti all'interno del riscaldatore. L'energia fornita si può determinare utilizzando i principi della termodinamica e della trasmissione del calore. Le relazioni tra pressione, velocità e quota dipendono dalle dimensioni e dalla lunghezza delle tubature e dalla tipologia degli accessori idraulici. Tali relazioni possono essere ricavate utilizzando i principi della meccanica dei fluidi.

I riscaldatori di acqua sono progettati per avere appropriate prestazioni di scambio termico in modo tale che l'energia prodotta sia fornita all'acqua nel serbatoio e non venga dispersa all'aria ambiente. L'acqua calda deve poi essere mantenuta alla temperatura desiderata, pronta per essere usata su richiesta; di conseguenza è necessario un adeguato isolamento del serbatoio per ridurre le perdite di energia verso l'ambiente circostante. Inoltre è utile un termostato che, quando necessario, intervenga comandando la riaccensione del riscaldatore. Se la distanza tra il riscaldatore e la doccia è elevata, può essere vantaggioso provvedere all'isolamento delle tubazioni.

L'analisi del moto del fluido dal tubo di alimentazione alla doccia richiede l'uso di variati concetti di meccanica dei fluidi che portano a dimostrare che il diametro del tubo deve essere sufficiente a garantire la portata richiesta – un diametro troppo piccolo potrebbe non consentire un flusso d'acqua sufficiente per la doccia; un diametro eccessivo comporterebbe invece costi di materiale troppo elevati. La portata dipende inoltre dalla lunghezza dei tubi e dal numero di valvole, gomiti e altre giunzioni. Come mostrato in Figura 1.2b, infine, il rubinetto e la doccia devono essere progettati per fornire la portata d'acqua desiderata miscelando opportunamente acqua fredda e calda.

Da questo esempio emergono alcune importanti aspetti generali dell'analisi e della progettazione dei sistemi termici. L'impianto che ogni giorno fornisce acqua calda alla nostra doccia è infatti composto da diversi elementi, il cui funzionamento, considerato singolarmente o nel contesto dell'intero sistema, si basa su di un ampio spettro di principi di termodinamica, di meccanica dei fluidi e di trasmissione del calore.

### 1.2.2 Veicolo ibrido elettrico

I produttori di automobili producono oggi veicoli ibridi che possono utilizzare due o più sorgenti di potenza presenti sul veicolo stesso, allo scopo di risparmiare carburante e arrivare a consumi di carburante superiori a 25-30 chilometri per litro. Un veicolo ibrido elettrico (VIE) combina un motore a benzina con un insieme di batterie che alimentano un motore elettrico. Il motore a benzina e il motore elettrico sono connessi alla trasmissione e sono in grado di muovere il veicolo o autonomamente o in combinazione, al fine di assicurare la massima efficienza energetica del sistema nelle diverse condizioni operative.

Le caratteristiche previste in sede di progetto e che rendono particolarmente efficiente questa tipologia di veicolo sono le seguenti:

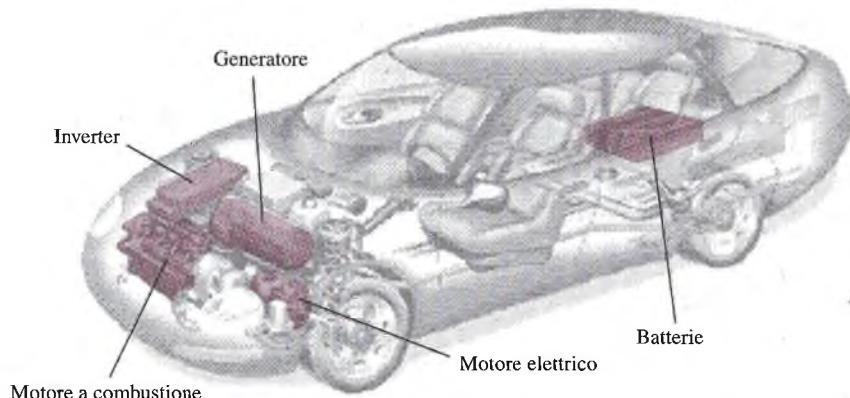
- la capacità di recuperare energia durante le fasi di frenata e di immagazzinarla nelle batterie elettriche;
- la capacità di spegnere il motore a combustione interna quando il veicolo è fermo nel traffico e soddisfare le richieste di potenza con la sola batteria;
- la forma della carrozzeria, studiata per ridurre la *resistenza aerodinamica* e l'uso di pneumatici con attrito volvente particolarmente basso;

- l'uso di materiali compositi leggeri, come le fibre di carbonio, e di metalli leggeri come alluminio e magnesio.

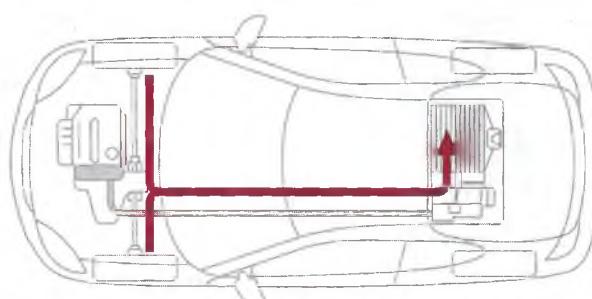
Anche per questi veicoli ibridi la fonte energetica primaria è costituita da benzina che viene bruciata dal motore endotermico; tuttavia, grazie alla possibilità di immagazzinare energia nelle batterie e di usare il motore elettrico, il motore a combustione interna non deve operare continuamente. Alcuni VIE utilizzano esclusivamente il motore elettrico per accelerare il veicolo da fermo fino a 25 chilometri all'ora e poi convertono sul motore a benzina. Una trasmissione di tipo particolare consente poi l'alternanza ottimale tra motore a benzina e motore elettrico, per ridurre al minimo il consumo di combustibile e fornire comunque la potenza necessaria.

La maggior parte dei VIE utilizzano freni rigenerativi, come mostrato in Figura 1.3b. Nelle automobili convenzionali, l'uso dei freni per rallentare l'auto dissipava energia cinetica attraverso l'attrito agente sul freno, quindi la ripartenza richiede il consumo di nuovo carburante per ripristinare il livello di energia cinetica del veicolo. Le automobili ibride consentono invece di convertire una parte dell'energia cinetica in energia elettrica durante la fase di frenata e di accumularla nelle batterie. Tale conversione avviene grazie a un motore elettrico che, durante la frenata, si comporta come un alternatore. Il risultato netto è un significativo risparmio di combustibile e la possibilità di utilizzare un motore a benzina di dimensioni più piccole per ottenere le medesime prestazioni di un veicolo convenzionale.

Le considerazioni generali di energetica sin qui svolte includono importanti concetti di termodinamica, riguardanti la conversione di energia, la sua quantificazione e le limitazioni imposte alla conversione dell'energia da una forma all'altra. Inoltre un veicolo ibrido contiene numerose applicazioni di meccanica dei fluidi e di trasmissione del calore. All'interno del motore aria, carburante, fluido di raffreddamento e olio circolano attraverso passaggi,



(a) Panoramica del veicolo che mostra i principali sistemi termici



(b) Sistema di frenaggio rigenerativo con flusso di energia dalle ruote alla batteria

**Figura 1.3** Veicolo ibrido elettrico che combina un motore a combustione con batterie d'accumulo e motore elettrico. (Disegno di George Retseck)

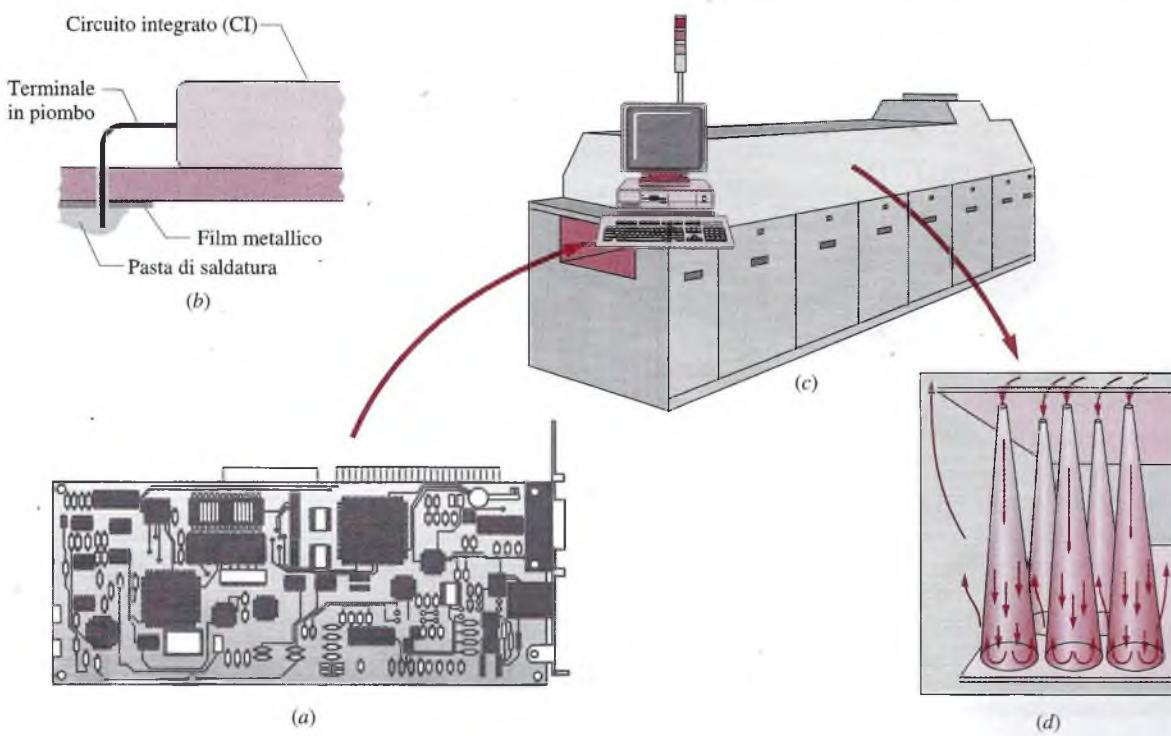
fori, condotti e collettori, che devono essere progettati in modo da garantire adeguati valori di portata. Le pompe del carburante e dell'acqua devono poi essere dimensionate per garantire le portate di fluido richieste. I principi della trasmissione del calore guidano nella progettazione dei sistemi di raffreddamento e di lubrificazione, dell'impianto frenante, e di numerosi altri aspetti del veicolo. Il fluido di raffreddamento, circolando all'interno di passaggi ricavati all'interno del blocco motore, assorbe l'energia trasferita dai gas di combustione alle superfici del cilindro in modo da limitarne la temperatura. Anche l'olio motore e altri fluidi ad alta viscosità presenti nei circuiti di trasmissione e frenaggio possono raggiungere temperature elevate e devono quindi essere considerati con attenzione.

I veicoli elettrici ibridi forniscono esempi di sistemi termici complessi. Come nel caso dell'impianto di produzione di acqua calda sanitaria, i principi della termodinamica, della meccanica dei fluidi e della trasmissione del calore si applicano all'analisi e alla progettazione sia dei singoli componenti sia dell'intero veicolo.

### 1.2.3 Fabbricazione di componenti elettronici: saldatura di schede per circuiti stampati

Le schede elettroniche a circuiti stampati (PCB) si trovano nei computer, nei telefoni cellulari e i molti altri prodotti elettronici; esse sono composte da circuiti intergrati e da componenti elettronici montati su schede in fibra di vetro epossidica. Le schede sono metallizzate per consentire i collegamenti come illustrato in Figura 1.4a e i piedini dei circuiti intergrati e dei dispositivi elettronici sono alloggiati entro fori e una goccia di materiale bassofondente e pasta saldante viene applicata tra piedino e scheda, Figura 1.4b.

Per garantire connessioni meccaniche ed elettriche affidabili, la PCB è riscaldata in forno a temperatura superiore a quella di fusione del materiale saldante. Il processo è detto



**Figura 1.4** Saldatura dei circuiti integrati: (a) con pasta di saldatura pre-formata applicata ai terminali e ai piedini del circuito integrato; (b) all'interno di un forno per la saldatura; (c) in un convogliatore in cui sono riscaldati fino alla temperatura di fusione della pasta di saldatura attraverso dei diffusori di aria calda.

di ricottura. Le PCB e i componenti elettronici devono essere riscaldati lentamente e uniformemente per evitare di introdurre tensioni termiche e surriscaldamenti localizzati. I pezzi vengono poi raffreddati fino a una temperatura prossima a quella ambiente per l'effettuazione delle successive lavorazioni.

La PCB, pronta per la saldatura viene posizionata su di un nastro trasportatore ed entra nella prima zona del forno di ricottura, Figura 1.4c. Nel passaggio attraverso questa zona, la temperatura della PCB aumenta a causa dell'esposizione a getti di aria riscaldata da resistenze elettriche, Figura 1.4d. Nella zona finale del forno la PCB passa attraverso una sezione di raffreddamento ove la sua temperatura viene ridotta mediante esposizione a una corrente d'aria previamente raffreddata con acqua in uno scambiatore di calore.

Dalla discussione precedente emerge che molti aspetti del processo produttivo coinvolgono l'uso di potenza elettrica, il moto di fluidi, la trasmissione del calore e aspetti relativi al comportamento termico dei materiali. L'ingegneria dei sistemi termici si occupa di analisi di sistemi quali il forno di ricottura, per valutare le prestazioni del sistema o per progettarne interventi migliorativi. Si supponga, per esempio, che il direttore operativo di un'azienda che ha necessità di potenza elettrica e di acqua di raffreddamento si confronti con un fornitore che sostiene di essere in grado di soddisfare le sue richieste. Quali sono le informazioni da chiedere al fornitore? Oppure si si voglia progettare il forno in modo da massimizzare la produzione di PCB. Si potrebbe invece essere interessati a determinare quali percorsi dell'aria e quale disposizione degli elementi scaldanti siano più adatti a garantire il più veloce flusso del prodotto attraverso il forno, pur mantenendo la necessaria uniformità di riscaldamento. Il corretto approccio per ottenere queste informazioni passa attraverso lo studio della termodinamica, della meccanica dei fluidi e della trasmissione del calore, che metterà in grado il lettore di trattare questi problemi.

### 1.3 Analisi dei sistemi termici

In questo paragrafo, si introducono le regole fondamentali che presiedono all'analisi dei sistemi termici di ogni tipo, ivi compresi i tre casi esaminati nel Paragrafo 1.2. Inoltre, si considererà ulteriormente il ruolo della termodinamica, della fluidodinamica e della trasmissione del calore nell'ingegneria dei sistemi termici e le mutue relazioni che intercorrono tra queste discipline.

Una delle principali funzioni dell'ingegneria è la capacità di progettare e analizzare oggetti destinati a soddisfare le esigenze umane. La progettazione ingegneristica è un processo decisionale in cui i principi elaborati dall'ingegneria e da altri campi, quali l'economia e la statistica, vengono applicati per creare un sistema, un componente o un processo. Gli elementi fondamentali della progettazione comprendono la definizione degli obiettivi, l'analisi, la sintesi, la costruzione, il collaudo e la valutazione.

L'analisi ingegneristica mira spesso a sviluppare un modello ingegneristico per ottenere una rappresentazione matematica semplificata del comportamento del sistema che sia sufficientemente fedele alla realtà, anche se alcuni aspetti del sistema reale non vengono considerati. Per esempio, in meccanica vengono spesso sfruttate idealizzazioni atte a semplificare l'analisi, quali, per esempio, le ipotesi di massa puntiforme, di assenza di attrito per le carrucole o di rigidezza infinita per le travi. Una modellizzazione soddisfacente richiede esperienza e fa parte dell'arte dell'ingegneria. L'analisi ingegneristica è tratteggiata di questo testo.

Il primo passo dell'analisi è l'identificazione del sistema e delle modalità con cui questo interagisce con l'ambiente circostante. L'attenzione passa poi alle leggi fisiche rilevanti e alle relazioni che permettono di descrivere il comportamento del sistema. L'analisi dei sistemi termici sfrutta, direttamente o indirettamente, una o più di queste quattro leggi fondamentali.

- *Conservazione della massa.*
- *Conservazione dell'energia.*
- *Conservazione della quantità di moto.*
- *Secondo principio della termodinamica.*

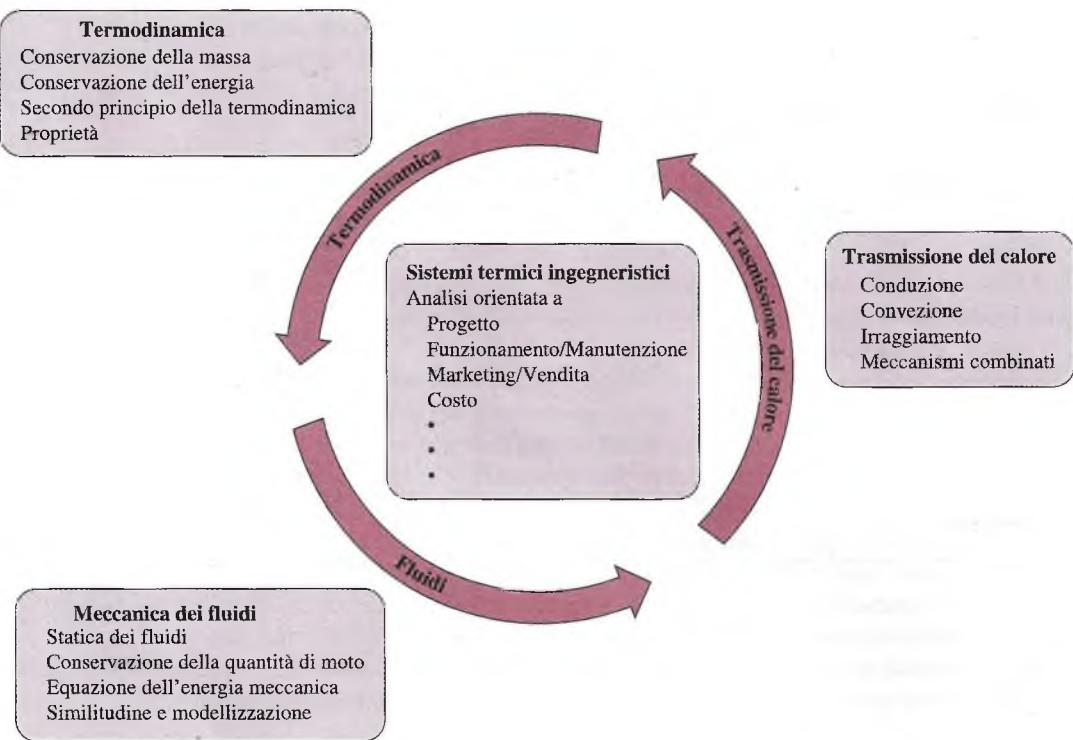
Queste leggi sono sempre introdotte nei corsi propedeutici di fisica e di chimica. In questo testo, tuttavia, le medesime leggi sono riproposte in forme particolarmente adatte allo studio ingegneristico dei sistemi termici, così da facilitarne al lettore l'utilizzo.

### 1.3.1 Le tre discipline delle Scienze termiche

Come si è osservato, l'ingegneria dei sistemi termici richiede in genere l'impiego di tre discipline delle scienze termiche: la termodinamica, la meccanica dei fluidi e la trasmissione del calore. La Figura 1.5 mostra il ruoli che queste discipline giocano nell'ingegneria dei sistemi termici e le interrelazioni che tra esse intercorrono. A ciascuna disciplina è associato l'elenco dei principi che saranno approfonditi nella parte del volume specificatamente dedicata a ciascuna disciplina.

La termodinamica fornisce le basi per l'analisi dei sistemi termici attraverso i principi di conservazione della massa, di conservazione dell'energia, del secondo principio della termodinamica e delle relazioni intercorrenti tra le proprietà. La meccanica dei fluidi e la trasmissione del calore forniscono nozioni aggiuntive, tra cui le leggi empiriche necessarie a specificare, per esempio, le scelte dei materiali, il dimensionamento dei componenti e le caratteristiche dei fluidi. Per esempio, l'analisi termodinamica è in grado di fornire la temperatura finale di un corpo caldo raffreddato in bagno d'olio, ma non la velocità con cui esso si raffredda; quest'ultima è prevedibile solo mediante un'analisi basata sulla trasmissione del calore.

La meccanica dei fluidi riguarda il comportamento dei fluidi a riposo o in movimento. Come mostrato in Figura 1.5, i due principi fondamentali della meccanica dei fluidi sono: il principio di conservazione della quantità di moto, che deriva dalla seconda legge della dinamica o legge di Newton; l'equazione dell'energia meccanica. I principi di meccanica



**Figura 1.5** Le discipline della termodinamica, meccanica dei fluidi e trasmissione del calore implicano principi e concetti fondamentali essenziali per l'applicazione ai sistemi termici in ingegneria.



dei fluidi consentono lo studio del moto dei fluidi all'interno dei condotti (moti interni) o intorno a superfici esterne (moti esterni), tenendo in conto gli effetti d'attrito e le forze risultanti di portanza e resistenza. Il concetto di similitudine è frequentemente usato per trasferire a sistemi di grandi dimensioni i risultati di sperimentazioni svolte su modelli realizzati alla scala di laboratorio.

La trasmissione del calore si occupa dei trasferimenti di energia conseguenti alla presenza di differenze di temperatura. Come mostrato nella Figura 1.5, esistono tre diverse modalità di scambio termico: la conduzione si riferisce alla trasmissione del calore attraverso un mezzo entro il quale sono presenti gradienti di temperatura; la convezione si riferisce allo scambio di calore che ha luogo tra una superficie e un fluido che siano in moto relativo l'una rispetto all'altro e che si trovino a temperature diverse; la terza modalità di trasferimento del calore è detta *irraggiamento* e rappresenta lo scambio netto di energia che si verifica tra superfici a temperature diverse, per emissione di onde elettromagnetiche. Per tutte queste modalità di scambio, la potenza termica trasmessa dipende dalle proprietà emissive e di trasporto delle sostanze, dai parametri geometrici e dalle temperature in gioco. Molte applicazioni coinvolgono contemporaneamente più di una modalità di trasferimento, si parla in questo caso di meccanismi combinati di scambio termico.

Tornando di nuovo alla Figura 1.5, nella finestra “Ingegneria dei Sistemi Termici”, vengono individuate alcune aree applicative che implicano l'analisi termica. Si era già in precedenza accennato al fatto che la progettazione richiede sempre un'analisi. Gli ingegneri possono peraltro effettuare analisi per molte altre ragioni, per esempio nel campo della operatività dei sistemi, per determinare quando questi richiedano manutenzione. A causa della complessità di molti sistemi termici, gli ingegneri addetti ai servizi di marketing e di vendita devono possedere capacità di analisi per stabilire se il loro prodotto corrisponde alle specifiche del cliente. Infine, come ingegneri, siamo continuamente chiamati a ottimizzare l'uso delle risorse finanziarie e questo spesso richiede analisi dei costi atte a giustificare le nostre proposte.

### 1.3.2 Pratica dell'ingegneria dei sistemi termici

Raramente le applicazioni pratiche coinvolgono solo un singolo aspetto delle tre scienze termiche. Nella pratica ingegneristica solitamente si rende necessaria la combinazione di concetti di base, di leggi e di principi, di conseguenza, procedendo nella lettura del testo, apparirà con chiarezza che la termodinamica, la meccanica dei fluidi e la trasmissione del calore forniscono strumenti di analisi potenti e tra di loro complementari. L'ingegneria dei sistemi termici è per sua natura interdisciplinare, non solo per questi motivi, ma anche perché è correlata ad altri importanti aspetti ingegneristici, quali i controlli, le metodologie di produzione, la presenza di vibrazioni, la scelta dei materiali, che sono di norma presenti nella realtà.

L'ingegneria dei sistemi termici, non solo ha svolto un ruolo importante nello sviluppo di una vasta gamma di prodotti e servizi che riguardano la nostra vita quotidiana, ma è anche divenuta una tecnologia abilitante per nuovi settori in corso di sviluppo, quali le nanotecnologie, le biotecnologie, l'industria alimentare, i servizi sanitari, e la bioingegneria. Questo testo mira a preparare il lettore all'attività professionale sia nei settori correlati all'energia sia quelli tradizionali sia quelli emergenti.

Al termine del percorso formativo, il bagaglio culturale acquisito dovrebbe permettere al lettore di:

- contribuire a gruppi di lavoro che operano sulle applicazioni di sistemi termici;
- individuare i sistemi e componenti necessari a soddisfare esigenze specifiche;
- attuare politiche energetiche;
- effettuare valutazioni economiche che coinvolgano l'energia;
- gestire le azioni tecniche richieste.

Questo testo preparerà inoltre il lettore per studi più avanzati di termodinamica, di meccanica dei fluidi e di trasmissione del calore, utili per approfondire la comprensione dei

fondamenti e per acquisire maggiore esperienza nella costruzione dei modelli e nella risoluzione dei problemi che la tecnica propone.

## 1.4 Come utilizzare il testo in modo efficace

Questo libro presenta svariate caratteristiche e dispone di diversi supporti per l'apprendimento che, facilitando lo studio, contribuiscono alla piena comprensione dei concetti.

### 1.4.1 Caratteristiche dei casi di studio

#### Esempi e problemi

- Nel testo sono riportati e commentati numerosi esempi risolti che illustrano la metodologia di risoluzione presentata nel Paragrafo 2.6 e che viene inizialmente introdotta nell'Esempio 2.1. Si esorta il lettore a studiare tali esempi e i commenti che li corredano.
- Esempi meno formali sono riportati lungo il testo: essi sono contrassegnati dai termini **Per esempio...** e si concludono con il simbolo ■. Si raccomanda di studiare anche questi esempi.
- Alla fine di ciascun capitolo sono riportati numerosi problemi, ordinati in modo da seguire la sequenza degli argomenti trattati e in ordine crescente di difficoltà. I problemi sono classificati mediante titoli per velocizzare il processo di scelta dei problemi da risolvere.

#### Altri supporti allo studio

- Ciascun capitolo inizia con un'introduzione che illustra l'obiettivo del capitolo e si conclude con un sommario e una guida allo studio.
- In grassetto, nel testo, sono evidenziate le parole chiave relative all'argomento trattato.
- Le equazioni fondamentali sono evidenziate da un rettangolo rosso.
- L'indicazione *sito web del volume* rinvia al sito web a corredo del testo, ove vengono presentati materiali supplementari e ulteriori supporti didattici.

### 1.4.2 Tecniche avanzate di studio

#### Software per personal computer

Sul sito web del volume sono disponibili i software *Termodinamica interattiva (TI)* e *Trasmissione del calore Interattiva (TCI)* che consentono di ricavare per via elettronica i dati richiesti e di sviluppare modelli per la risoluzione di problemi complessi di ingegneria termica. Il sito web riporta inoltre materiali didattici addizionali, problemi già elaborati al computer e video. Tali programmi utilizzano solutori delle equazioni supportati da tabelle di dati e possiedono altre utili caratteristiche.

Con i software TI e TCI si può ottenere la soluzione numerica di un singolo problema, ma è pure possibile far variare il valore dei parametri per studiarne l'influenza sulla soluzione. Si possono inoltre ottenere uscite grafiche e, dato che il software poggia su tecnologia *Windows*, è possibile generare report utilizzando qualsiasi programma *Windows* di elaborazione di testo o di elaborazione dei dati. Dal menù 'Help' si può infine accedere a tutorial, ed entrambi i programmi sono corredati da numerosi esempi risolti.

## Sito web ([www.ateneonline.it/moran](http://www.ateneonline.it/moran))

Il sito web correlato al testo contiene i seguenti contenuti aggiuntivi utili per l'approfondimento:

- soluzioni di alcuni esercizi selezionati di fine capitolo;
- alcuni approfondimenti tematici;
- i software *Termodinamica interattiva (TI)* e *Trasmissione del calore Interattiva (TCI)*, inclusa una cartella intitolata *Cose da sapere su TI e TCI* che contiene informazioni utili per l'uso dei programmi;
- brevi filmati che illustrano i principi della meccanica dei fluidi.

## Esercizi

- 1.1** Si elenchino i sistemi termici che si incontrano nella vita quotidiana, come per esempio cucinare, riscaldare o raffreddare un edificio e guidare un automobile.
- 1.2** Utilizzando internet, ottenere informazioni su un sistema termico a propria scelta tra quelli elencati in Figura 1.1. Ottenere sufficienti informazioni per fornire una descrizione completa dello scopo del sistema e degli aspetti importanti di termodinamica, meccanica dei fluidi e trasmissione del calore.
- 1.3** Facendo riferimento al sistema termico di Figura 1.1, per alcuni casi proposti dal docente o scelti autonomamente, spiegare come l'energia viene convertita da una forma all'altra e come viene immagazzinata.
- 1.4** Si consideri un razzo che lascia la propria rampa di lancio. Si discuta brevemente la conversione di energia accumulata nel serbatoio di combustibile del razzo in altre forme mentre il razzo decolla.
- 1.5** Facendo riferimento al sito dell'ufficio brevetti europeo cercare un brevetto rilasciato a un sistema termico negli ultimi cinque anni. Descrivere lo scopo di tale sistema termico e spiegare le affermazioni contenute nel brevetto relative a termodinamica, meccanica dei fluidi e trasmissione del calore.
- 1.6** Contattare il proprio fornitore di energia elettrica per sapere il costo in centesimi per chilowattora della fornitura elettrica. Qual è il maggior contributo a questo costo?
- 1.7** Un articolo di un giornale elenca energia solare, eolica, idroelettrica, geotermica e delle biomasse come importanti risorse di energia rinnovabile. Cosa significa rinnovabile? Si elenchino alcune risorse energetiche che non possono essere considerate rinnovabili.
- 1.8** Considerare nuovamente le risorse energetiche del Problema 1.7 e fornire esempi specifici di come vengono utilizzate per le necessità umane.
- 1.9** Le nostre necessità energetiche vengono per lo più soddisfatte dall'uso di combustibili fossili. Quali combustibili fossili si usano normalmente per (a) trasporti, (b) riscaldamento degli edifici e (c) generazione di energia elettrica?
- 1.10** Si elenchino alcuni ruoli esercitati da carbone, gas naturale e petrolio nella vita quotidiana. Si discuta le ripercussioni sociali, politiche e ambientali che riguardano l'uso continuo di combustibili fossili. Si ripeta l'analisi per l'energia nucleare.
- 1.11** È noto che risulta molto più conveniente produrre acqua calda per usi domestici usando gas naturale al posto di energia elettrica. Determinare se l'affermazione è corretta e quali sono gli aspetti determinanti dal punto di vista dei costi.
- 1.12** Ultimamente si parla molto di effetto serra. Cosa significa effetto serra in questo contesto? Quali sono i principali gas a effetto serra e perché sono dannosi se emessi nell'atmosfera?
- 1.13** Considerare i seguenti apparecchi domestici: computer, tostatrice, asciugacapelli. Per ciascuno di essi qual



Figura P1.4

è la funzione e la tipica potenza richiesta, in watt? Si possono considerare dei sistemi termici? Spiegare.



Figura P1.13

- 1.14** Una persona regola il diffusore della doccia come mostrato in Figura P1.14 in modo da avere la temperatura desiderata dell'acqua. Quando viene accesa la lavastoviglie in cucina l'acqua della doccia diventa troppo fredda, come mai?

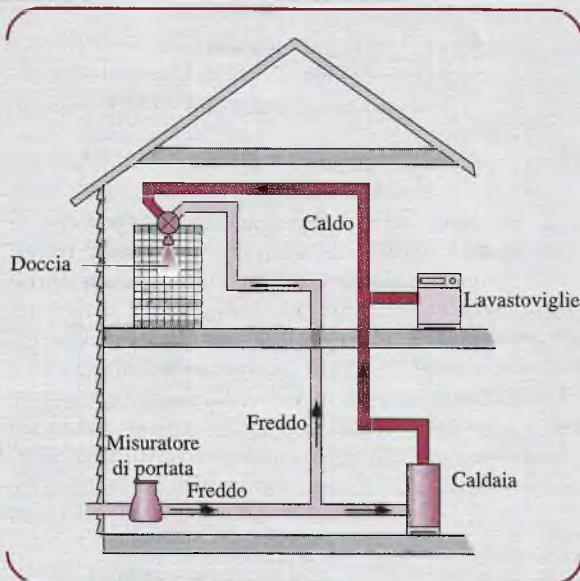


Figura P1.14

- 1.15** Il funzionamento quotidiano della propria autovettura prevede l'uso diversi gas e liquidi. Si prepari un elenco di tali fluidi e del modo in cui vengono utilizzati nell'automobile.
- 1.16** La propria automobile contiene numerosi ventilatori o pompe, tra cui il ventilatore del radiatore, il ventilatore del riscaldamento, la pompa dell'acqua, la pompa del servosterzo e la pompa del tergiliquido del parabrezza. Ricavare valori approssimati per la potenza (cavalli o chilowatt) necessaria per il funzionamento di ciascuno di questi ventilatori o pompe.
- 1.17** Quando un veicolo ibrido come quello descritto nel Paragrafo 1.2.2 viene frenato, solo una frazione dell'ener-

gia cinetica del veicolo viene immagazzinata chimicamente nelle batterie. Perché solo una frazione?

- 1.18** Si spieghi perché il modo con cui una persona è solita guidare il proprio autoveicolo influenza il consumo di carburante in una strada trafficata che richiede numerose fermate e ripartenze e in una strada a scorrimento veloce.
- 1.19** Il forno per la saldatura analizzato nel Paragrafo 1.2.3 opera con la velocità del nastro trasportatore e i parametri di fornitura dell'aria calda settati in modo che il processo di saldatura del PCS avvenga lentamente al di sopra della temperatura di fusione del saldato. Il PCS viene raffreddato a una temperatura di sicurezza fino all'uscita dal forno. Il responsabile della produzione vuole aumentare la quantità di PCS che attraversa il forno nell'unità di tempo. Come si può fare?

- 1.20** Nella trattazione del processo di saldatura del Paragrafo 1.2.3 si è evidenziata la necessità che il PCS e i suoi componenti siano riscaldati gradualmente e uniformemente per evitare stress termici e surriscaldamenti localizzati. Sulla base della propria esperienza personale si forniscano degli esempi in cui il riscaldamento rapido o non uniforme degli oggetti abbia causato danneggiamenti.

- 1.21** I progettisti di automobili hanno lavorato per ridurre la resistenza aerodinamica e quella di rotolamento delle automobili, aumentando contemporaneamente il risparmio di carburante specialmente in autostrada. Si confronti il disegno dell'automobile del 1920, riportato in Figura P1.21, con l'aspetto attuale delle autovetture. Si discutano le differenze che hanno contribuito alla riduzione dei consumi nelle automobili moderne.



Figura P1.21

- 1.22** Si considerino l'impianto di produzione di acqua calda, il veicolo elettrico ibrido e il processo di saldatura del Paragrafo 1.2: fornire degli esempi di modalità di trasmissione del calore per conduzione, convezione e irraggiamento.
- 1.23** Una caldaia centralizzata o un condizionatore di aria di un edificio utilizzano un ventilatore per distribuire aria nei vari ambienti attraverso un sistema di condotte, come mostrato in Figura P1.23. Elenicare le cause per cui la temperatura può variare notevolmente da stanza a stanza, sebbene ciascuna di esse sia provvista di aria condizionata.

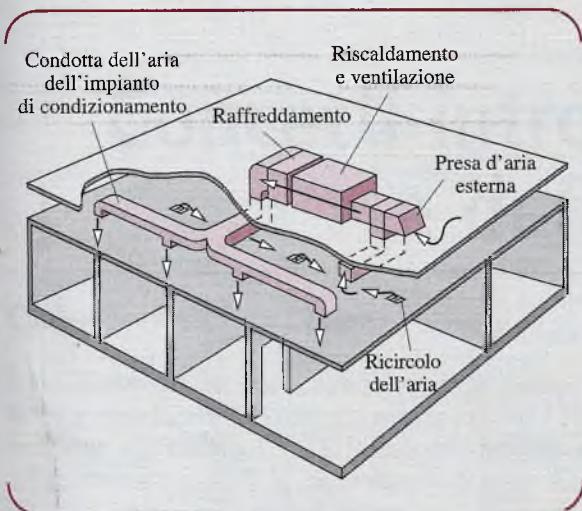


Figura P1.23

- 1.24** La Figura P1.24 mostra un generatore di energia elettrica con turbina eolica montata sulla cima di una torre. Il vento soffia in maniera stazionaria attraverso le pale della turbina e si genera energia elettrica che viene immagazzinata in una batteria di accumulo. Elencare per l'intero sistema, costituito da turbina eolica e generatore, la sequenza di processi di conversione dell'energia eolica nell'energia immagazzinata nella batteria.



Figura P1.24

- 1.25** Un pezzo da lavorare in plastica a forma di piastra piana sottile e quadrata viene estratto da una pressa per formare a 150°C e deve essere raffreddato a una temperatura che lo renda sicuro da manipolare. La Figura P1.25 mostra due possibili configurazioni per il processo di raffreddamento: il pezzo è appeso verticalmente a un supporto sul soffitto oppure è posizionato orizzontalmente su una rastrelliera, in ciascun caso in aria ambiente. Rispondere, sulla base della pro-

pria esperienza e del proprio intuito fisico, alle seguenti domande:

- (a) Sapendo che l'aria è messa in moto esclusivamente dal galleggiamento degli strati vicini alla superficie calda (convezione naturale), il pezzo si raffredderà più rapidamente nella configurazione verticale od orizzontale?
- (b) Se un ventilatore soffia aria sul pezzo (convezione forzata), la velocità di raffreddamento aumenterà o diminuirà? Perché?

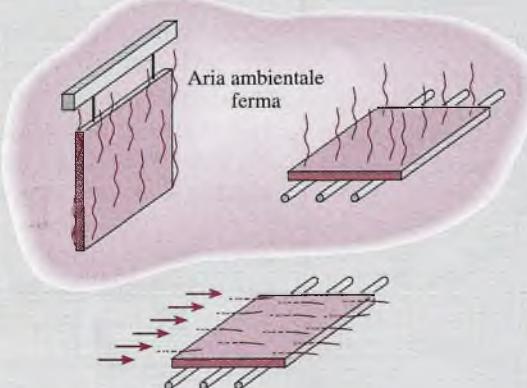


Figura P1.25

- 1.26** Il motore di un automobile solitamente è provvisto di un fluido di raffreddamento che circola attraverso passaggi all'interno del blocco motore e attraverso un radiatore alettato. I motori dei tagliaerba in genere hanno la superficie alettata attaccata direttamente al blocco motore, senza radiatore. Perché le strategie di raffreddamento dei due tipi di motore sono diverse?



Figura P1.26



# 2

# Concetti introduttivi e definizioni

## Obiettivi del capitolo

Il termine termodinamica deriva dalle parole greche *therme/thermos* (calore) e *dynamis* (forza). Sebbene molti aspetti di ciò che attualmente va sotto il nome di termodinamica siano stati indagati fin dall'antichità, lo studio formale della termodinamica è incominciato solo all'inizio del diciannovesimo secolo, in concomitanza con le prime applicazioni della potenza motrice del calore, vale a dire la capacità dei corpi caldi di produrre lavoro. Oggi le finalità della termodinamica sono più ampie e riguardano in generale l'energia e le relazioni tra le proprietà dei materiali.

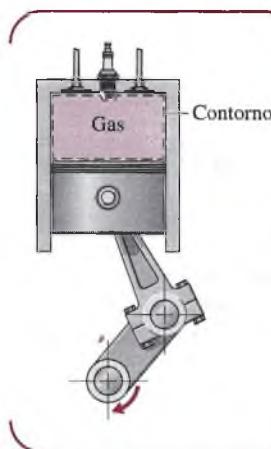
L'obiettivo del presente capitolo è l'introduzione di alcuni concetti e definizioni fondamentali utilizzati nello studio della termodinamica; nella maggior parte dei casi l'introduzione sarà breve, in quanto gli ulteriori approfondimenti saranno forniti nei capitoli successivi.

## 2.1 Sistema termodinamico

Un passo importante nelle analisi in ambito ingegneristico consiste nel descrivere con precisione ciò che si sta studiando. In meccanica, se si deve determinare il moto di un corpo, usualmente il primo passo da compiere è quello di definire un corpo libero e di identificare tutte le forze esercitate su di esso da altri corpi. Si applica quindi a esso la seconda legge di Newton per la dinamica dei corpi. Nei sistemi termici, in ambito ingegneristico, si utilizza il termine *sistema* per identificare l'oggetto dell'analisi. Una volta che si sia definito il sistema e si siano identificate le sue più importanti interazioni con altri sistemi, si possono applicare a esso le leggi e le relazioni della fisica.

In termini generali, il **sistema** è costituito da tutto ciò che si intende studiare. Può essere semplice come un corpo libero o complesso come una intera raffineria chimica. Può darsi che si voglia analizzare una certa quantità di materia contenuta in un serbatoio chiuso con pareti rigide oppure che si intenda prendere in considerazione qualcosa come una tubazione attraversata da gas naturale. La composizione del materiale all'interno al sistema può rimanere invariata nel tempo o può variare, per esempio a causa di reazioni chimiche o nucleari. Inoltre la forma o il volume del sistema analizzato non sono necessariamente costanti: esempi tipici di sistemi a volume variabile si hanno con la compressione di un gas contenuto entro un cilindro mediante lo spostamento di un pistone oppure con il gonfiaggio di un pallone.

Tutto ciò che è esterno al sistema viene considerato facente parte dell'**ambiente circostante** il sistema. Il sistema è separato dall'ambiente circostante da un **contorno** assegnato, che può essere fisso oppure in movimento. Si vedrà che le interazioni tra un sistema e l'ambiente circostante, che hanno luogo in corrispondenza del contorno, giocano un ruolo importante nell'ingegneria dei sistemi termici. È essenziale allora identificare con precisione il confine del sistema prima di procedere all'analisi. Si sottolinea tuttavia che lo stesso fenomeno fisico può spesso essere descritto e analizzato in termini di scelte alternative relative al sistema, al suo contorno e all'ambiente esterno. La scelta di un particolare contorno per definire un sistema è in genere dettata dalle possibili semplificazioni e dagli eventuali vantaggi che essa introduce nella successiva analisi.



**Figura 2.1** Sistema chiuso: un gas in un sistema cilindro-pistone.

### Tipologie di sistemi

In questo testo si distingueranno due tipologie fondamentali di sistema, cui ci si riferirà rispettivamente con le denominazioni di *sistemi chiusi* e di *sistemi aperti o volumi di controllo*. Un sistema chiuso contiene una quantità fissa di materia, mentre un volume di controllo è una regione di spazio attraverso cui si ha flusso di massa.

Un **sistema chiuso** viene utilizzato quando si vuole considerare una ben definita quantità di materia. Il sistema contiene infatti sempre la stessa quantità di materia e non si verifica alcun trasferimento di massa attraverso il suo contorno. Un sistema chiuso che non interagisce in alcun modo con l'ambiente circostante è detto **sistema isolato**.

La Figura 2.1 mostra un gas in un sistema cilindro-pistone. Quando le valvole sono chiuse, si può considerare il gas come un sistema chiuso; il suo contorno si trova in corrispondenza delle pareti interne del cilindro e del pistone, come mostrato dalla linea tratteggiata in figura. La porzione di contorno compresa tra il gas e il pistone si muove con il pistone. Il contorno inoltre non è attraversato in alcun punto da flussi di massa.

Nei successivi paragrafi si analizzeranno dispositivi quali turbine e pompe, attraverso le quali si ha un flusso di massa. Tali analisi possono essere condotte, in linea di principio, prendendo in considerazione una certa quantità di materia, cioè un sistema chiuso, mentre attraversa il dispositivo. Nella maggior parte dei casi sarà però decisamente più semplice pensare in termini di una certa regione di spazio che viene attraversata da un flusso di massa. Con tale approccio si studia una regione con un ben preciso contorno; tale regione è detta **volume di controllo** e la massa ne può attraversare il contorno.

La Figura 2.2a mostra l'immagine di un motore: la linea tratteggiata indica un volume di controllo che circonda il motore. Si osservi che l'aria, il carburante e i fumi di scarico attraversano il contorno. Uno schema come quello riportato in Figura 2.2b è spesso sufficiente per le analisi ingegneristiche.

Il termine *massa di controllo* è talvolta utilizzato in alternativa al termine sistema chiuso. La denominazione *sistema aperto* è del tutto equivalente e intercambiabile con la dizione *volumi di controllo*. Quando si utilizzano i termini *massa di controllo* e *volumi di controllo*, spesso ci si riferisce al contorno del sistema come alla superficie di controllo.

In generale, la scelta del confine del sistema è determinata sulla base di due considerazioni: (1) cosa è noto del sistema, in particolare in corrispondenza del suo contorno, e (2) qual è l'obiettivo dell'analisi.

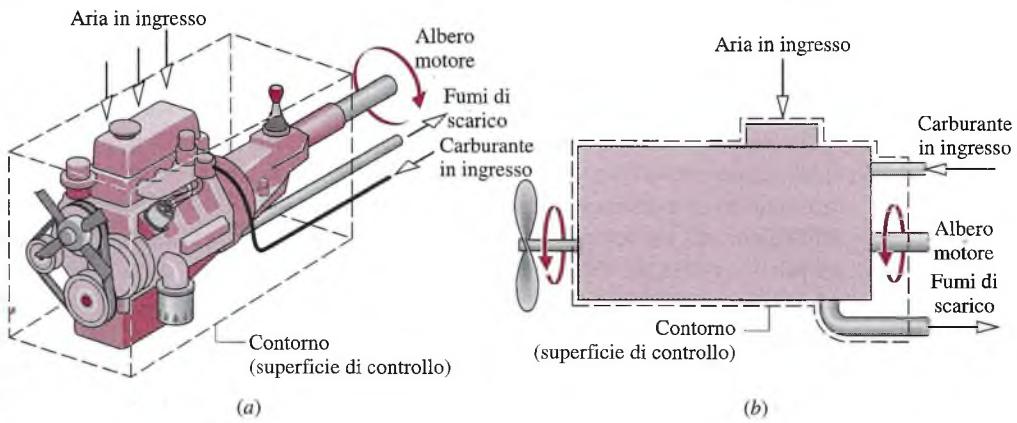
**Per esempio...** La Figura 2.3 mostra lo schema di un compressore ad aria connesso a un serbatoio di stoccaggio. Il contorno del sistema mostrato nella figura comprende il compressore, il serbatoio e tutte le tubature. Tale contorno può essere scelto con vantaggio nel caso in cui sia nota la potenza elettrica in ingresso e l'obiettivo dell'analisi sia, per esempio, quello di determinare per quanto tempo debba operare il compressore affinché la pressione nel serbatoio raggiunga un certo valore. Poiché il contorno è attraversato da un flusso di massa, il sistema è un volume di controllo. Si può invece scegliere un volume di controllo comprendente solo il compressore se sono note le condizioni dell'aria in ingresso e in uscita e se lo scopo dell'analisi è quello di determinare la potenza elettrica necessaria in ingresso. ■

## 2.2 Sistemi e loro comportamento termodinamico

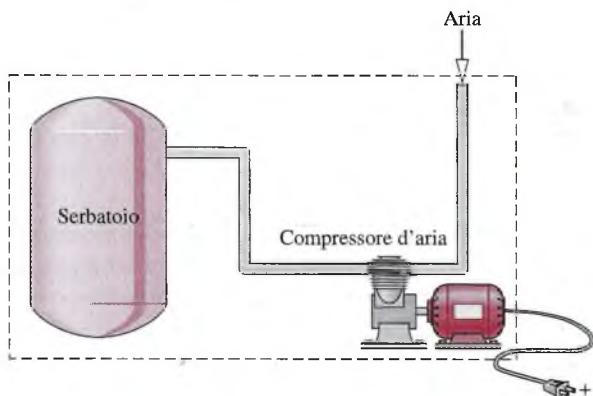
Gli ingegneri solitamente sono interessati a studiare i sistemi e le modalità con cui essi interagiscono con l'ambiente circostante. In questo paragrafo verranno introdotti alcuni termini e concetti comunemente utilizzati per descrivere i sistemi e il loro comportamento termodinamico.

### Approccio macroscopico e approccio microscopico

I sistemi possono essere studiati sia da un punto di vista macroscopico sia da un punto di vista microscopico. Il primo approccio riguarda il comportamento macroscopico o comples-



**Figura 2.2** Esempio di volume di controllo (sistema aperto): il motore di un automobile.



**Figura 2.3** Compressore d'aria e serbatoio di stoccaggio.

sivo della materia. Non viene utilizzato alcun modello della struttura della materia a livello molecolare, atomico o subatomico. Anche se il comportamento dei sistemi è in effetti influenzato dalla loro struttura molecolare, l'approccio macroscopico consente di valutarne aspetti importanti sulla base di osservazioni svolte sul sistema nel suo complesso. L'approccio microscopico riguarda invece direttamente la struttura della materia. L'obiettivo è quello di caratterizzare da un punto di vista statistico il comportamento medio delle particelle ricostruendo il sistema in esame e mettendo in relazione le informazioni così ottenute con il comportamento macroscopico osservato del sistema stesso. Nella maggior parte dei casi di applicazione a sistemi termici, l'approccio macroscopico non solo fornisce uno strumento più diretto per l'analisi e la modellazione del sistema, ma richiede anche una base matematica decisamente meno complessa. Per tali ragioni in questo testo si adotta l'approccio macroscopico.

### Proprietà, stato e processo

Per descrivere un sistema e prevedere il suo comportamento è necessario conoscerne le proprietà e le relazioni che tra esse intercorrono. Una **proprietà** è una caratteristica macroscopica di un sistema, come la massa, il volume, l'energia, la pressione e la temperatura, a cui, a un certo istante, può essere assegnato un valore numerico senza conoscere il precedente comportamento (la storia) del sistema. Durante le successive analisi verranno considerate molte altre proprietà oltre a quelle citate.

Con il termine **stato** si indica la condizione di un sistema così come è descritta dalle sue proprietà. Poiché normalmente esistono delle relazioni tra le proprietà di un sistema, lo stato può spesso essere specificato fornendo un valore a un sottoinsieme di proprietà, a partire dalle quali possono essere determinate tutte le altre.

Quando una qualsiasi delle proprietà del sistema cambia, varia anche lo stato del sistema e si dice che il sistema subisce un **processo**. Un processo è quindi una trasformazione da uno stato a un altro. In ogni caso, se un sistema mostra i medesimi valori delle proprietà in due differenti istanti di tempo, in tali istanti esso si trova nello stesso stato. Si dice poi che un sistema è in **stato stazionario** se non vi è alcuna variazione delle sue proprietà nel tempo.

Un **ciclo termodinamico** è invece una sequenza di processi che comincia e finisce nello stesso stato. Alla fine di un ciclo tutte le proprietà hanno lo stesso valore che avevano all'inizio; pertanto, a conclusione del ciclo, il sistema non subisce alcuna variazione netta dello stato. I cicli a ripetizione continuata giocano un ruolo fondamentale in molti settori applicativi: a titolo di esempio, il vapore che circola in una centrale elettrica compie un ciclo.

In corrispondenza di un certo stato ogni proprietà assume un ben preciso valore, che può essere determinato senza conoscere in che modo il sistema sia giunto in quello stato. Perciò la variazione del valore di una proprietà quando il sistema passa da uno stato all'altro è causata solamente dai due stati iniziale e finale ed è indipendente dal particolare modo con cui la variazione di stato ha avuto luogo. In altre parole, la variazione di stato è indipendente dalle caratteristiche del processo. Ne consegue che se il valore di una particolare quantità dipende dalle caratteristiche del processo e non soltanto dallo stato iniziale e finale, tale quantità non può essere una proprietà.

### Proprietà estensive e intensive

Le proprietà termodinamiche possono essere suddivise in due classi: proprietà estensive e proprietà intensive. Una proprietà è detta **estensiva** se il suo valore riferito al sistema complessivo è la somma dei suoi valori riferiti alle singole parti che compongono il sistema. Massa, volume, energia e molte altre proprietà che verranno introdotte nel seguito sono estensive. Le proprietà estensive dipendono dalle dimensioni e/o dall'estensione di un sistema e possono variare nel tempo.

Le proprietà **intensive** non sono additive nel senso appena considerato. I loro valori sono indipendenti dalle dimensioni e/o dall'estensione del sistema e possono variare con la posizione all'interno del sistema in ogni istante. Le proprietà intensive sono perciò funzione sia della posizione sia del tempo, mentre le proprietà estensive variano tutt'al più con il tempo. Volume specifico (Paragrafo 2.4.1), pressione e temperatura sono alcune importanti proprietà intensive; altre ancora saranno introdotte nei prossimi capitoli.

**Per esempio...** Per illustrare la differenza tra proprietà estensive e intensive, si consideri una certa quantità di materia a temperatura uniforme e si immagini che sia composta da più parti, come mostrato in Figura 2.4. La massa totale è la somma delle masse delle varie

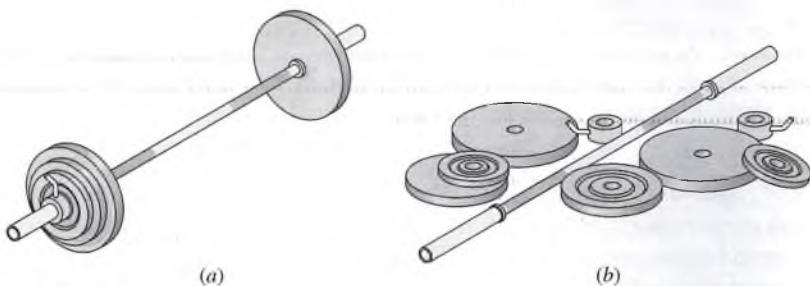


Figura 2.4 Immagine per illustrare il concetto di proprietà estensiva.

parti, e anche il volume totale è la somma dei volumi delle singole parti. La temperatura dell'intero sistema invece non è la somma della temperatura delle sue parti, ma è la stessa per ciascuna parte. La massa e il volume sono proprietà estensive, mentre la temperatura è una proprietà intensiva.

### Fase e sostanza pura

Il termine **fase** indica una quantità di sostanza che è omogenea dal punto di vista della sua composizione chimica e della struttura fisica. L'omogeneità nella struttura fisica significa che la materia è tutta solida, o tutta liquida o tutta vapore (o anche gas). In generale un sistema può contenere una o più fasi: per esempio, un sistema costituito da acqua in forma di liquido e di vapore contemporaneamente contiene due fasi. Quando sono presenti due o più fasi, esse sono separate da superfici di separazione interfase.<sup>1</sup>

Una **sostanza pura** è uniforme e invariabile nella sua composizione chimica. Una sostanza pura può presentarsi in più di una fase, ma la sua composizione chimica deve sempre essere la stessa in ciascuna fase. Per esempio, se acqua allo stato liquido e vapore acqueo costituiscono un sistema bifasico, questo può essere considerato una sostanza pura in quanto ciascuna fase ha la stessa composizione chimica. Una miscela uniforme di gas può essere considerata una sostanza pura finché rimane allo stato gassoso e non avvengono reazioni chimiche.

### Equilibrio

In termodinamica gli stati di equilibrio e le variazioni da uno stato di equilibrio a un altro rivestono grande importanza. Di conseguenza, il concetto di **equilibrio** è fondamentale. In meccanica, l'equilibrio implica una condizione di bilanciamento di forze contrapposte. In termodinamica, il concetto è di portata molto più vasta, poiché non include solo un bilanciamento di forze ma anche il bilanciamento di altri effetti, ciascuno dei quali si riferisce a un particolare aspetto dell'equilibrio termodinamico complessivo. Dunque, per soddisfare la condizione di equilibrio termodinamico devono essere singolarmente rispettate svariate condizioni specifiche di equilibrio, quali l'equilibrio meccanico, l'equilibrio termico, quello delle fasi e quello chimico.

Si può pensare di verificare se un sistema sia in equilibrio termodinamico attraverso la seguente procedura: si isoli il sistema dall'ambiente circostante e si analizzino le variazioni delle proprietà misurabili. Se non ci sono variazioni, si può concludere che il sistema era in equilibrio nell'istante in cui è stato isolato. Si può dire che il sistema è in **stato di equilibrio**.

Quando un sistema è isolato, non può interagire con l'ambiente circostante e quindi il suo stato può variare solo in conseguenza di eventi spontanei che avvengono internamente al tendere delle sue proprietà intensive, come la temperatura e la pressione, a valori uniformi. Quando tali fenomeni cessano, il sistema si trova in equilibrio. Di conseguenza, affinché un sistema sia in equilibrio, deve essere in una fase sola o consistere di fasi che non tendano a cambiare la propria condizione nel momento in cui il sistema è isolato dall'ambiente esterno. All'equilibrio la temperatura è uniforme in tutto il sistema. Anche la pres-

<sup>1</sup> Nota del curatore – La presenza di una superficie di separazione interfase permette di allargare il concetto di fase al di là del mero sinonimo di stato di aggregazione della materia. In presenza di due componenti chimicamente indipendenti, per esempio olio e acqua tra loro immiscibili, si parla più propriamente di sistema bifase bicomponente, in quanto sono presenti due componenti (l'olio e l'acqua) e due fasi (le due regioni omogenee, ma separate dalla superficie interfase, in cui sono presenti il solo olio e la sola acqua), che pure sono entrambe riferite a sostanze nello stato di aggregazione di liquido. Se l'acqua del sistema olio-acqua fosse presente negli stati di aggregazione sia di liquido sia di vapore, si parlerebbe di sistema bicomponente trifase. Per gli scopi del presente testo, che non includono la fluidodinamica multifase e multicomponente, il concetto di fase e di stato di aggregazione verranno a coincidere praticamente ovunque.

sione può essere considerata uniforme se non sono significativi gli effetti della gravità; diversamente, una variazione della pressione può essere presente, per esempio in una colonna verticale di liquido.

### Processi reali e quasi-statici

Non vi è alcun bisogno che un sistema sottoposto a un processo reale sia in equilibrio durante il processo; possono essere di non equilibrio alcuni o anche tutti gli stati attraverso i quali il sistema evolve. Per molti processi di questo tipo ci limitiamo a conoscere lo stato in cui si trova il sistema prima che il processo avvenga e lo stato dopo che il processo è terminato. Tuttavia, anche se non si conoscono gli stati intermedi del processo, risulta possibile determinare alcuni effetti complessivi che hanno luogo durante il processo. Alcuni esempi saranno presentati nel prossimo capitolo introducendo i concetti di *lavoro* e *calore*. Gli stati di equilibrio tipicamente implicano una variazione spaziale delle proprietà intensive a un certo istante di tempo. Inoltre, per una data posizione, le proprietà intensive possono variare nel tempo, talvolta anche in maniera caotica.

I processi sono talora modellizzati utilizzando un processo idealizzato detto **processo quasi-statico** (o di **quasi-equilibrio**). Un processo quasi-statico è un processo durante il quale lo scostamento da uno stato di equilibrio è al più infinitesimo e tutti gli stati attraverso cui evolve il sistema possono essere considerati stati di equilibrio. Poiché effetti di non equilibrio sono inevitabilmente presenti durante i processi reali, i sistemi di interesse ingegneristico possono nella migliore delle ipotesi tendere a processi quasi-statici, ma mai realizzarli effettivamente.

L'interesse per il concetto di trasformazione quasi-statica è legato fondamentalmente a due considerazioni: (1) attraverso il concetto di processo quasi-statico si possono spesso elaborare modelli termodinamici semplici che forniscono almeno informazioni qualitative sul comportamento dei sistemi reali, in maniera simile alle idealizzazioni di massa puntiforme o di carrucola priva d'attrito che si adottano in meccanica per semplificare le analisi; (2) il processo quasi-statico è utile per dedurre le relazioni esistenti tra le proprietà dei sistemi in equilibrio.

## 2.3 Unità di misura e dimensioni

Quando si esegue un calcolo in ambito ingegneristico, è necessario prestare attenzione alle unità di misura delle grandezze fisiche coinvolte. Un'unità di misura di una grandezza fisica è una quantità predefinita di tale grandezza, che consente di misurare, mediante confronto, una qualsiasi quantità dello stesso tipo. Per esempio metri, centimetri, chilometri, piedi, pollici e miglia sono tutte unità di misura della lunghezza. Secondi, minuti e ore sono unità di misura del tempo.

Dal momento che le grandezze fisiche sono in relazione tra loro attraverso definizioni e leggi, ne è sufficiente un numero relativamente esiguo per derivare le rispettive unità di misura e quindi misurare con esse tutte le altre. Tali grandezze sono dette *dimensioni fondamentali*. Le altre possono essere specificate in termini di combinazioni di dimensioni fondamentali e vengono dette *derivate*.

In termodinamica, meccanica dei fluidi e trasmissione del calore sono sufficienti quattro grandezze fondamentali: massa ( $M$ ), lunghezza ( $L$ ), tempo ( $t$ ) e temperatura ( $T$ ). In alternativa si può rimpiazzare la massa ( $M$ ) con la forza ( $F$ ). Tali sistemi dimensionali sono noti anche come sistema **MLT** e sistema **FLT**.

Una volta definito un insieme di grandezze fondamentali, si specifica un'**unità di misura fondamentale** per ciascuna di esse. Le unità di misura per tutte le altre grandezze vengono poi derivate in termini di combinazioni delle unità di misura fondamentali. Tale concetto sarà illustrato considerando innanzitutto le unità di misura del Sistema Internazionale (SI) per la massa, la lunghezza, il tempo e la forza, e poi considerando altre unità di misura per le grandezze in cui spesso ci si imbatte nell'ingegneria dei sistemi termici.

### 2.3.1 Unità di misura del SI per massa, lunghezza, tempo e forza

Nella trattazione corrente si prende in considerazione il sistema SI di unità di misura. SI è l'abbreviazione di Système International d'Unités (Sistema Internazionale delle Unità di Misura), che è recepito per legge nella maggior parte degli Stati. Le convenzioni del SI sono pubblicate e controllate da un apposito Comitato Internazionale. Le **unità di misura fondamentali** per massa, lunghezza e tempo sono elencate in Tabella 2.1 e sono rispettivamente il chilogrammo (kg), il metro (m) e il secondo (s). L'unità di misura della temperatura nel SI è il kelvin (K). (Altre unità di misura della temperatura saranno discusse nel Paragrafo 2.5). L'unità di misura SI della forza, detta newton, è definita in funzione delle unità fondamentali di massa, lunghezza e tempo, come illustrato nel seguito.

La seconda legge di Newton della dinamica stabilisce che la forza netta agente su un corpo è proporzionale al prodotto di massa e accelerazione, in simboli  $F \propto ma$ . Essendo il newton definito in modo tale che la costante di proporzionalità nell'espressione sia pari a 1, la seconda legge di Newton è espressa come

$$F = ma \quad (2.1)$$

Il newton, N, è la forza necessaria per accelerare una massa di 1 chilogrammo di 1 metro al secondo per secondo. Dall'Equazione 2.1

$$1 \text{ N} = (1 \text{ kg})(1 \text{ m/s}^2) = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 \quad (2.2)$$

**Per esempio...** Per illustrare l'uso delle unità del SI finora introdotte, si determini il peso in newton di un oggetto avente massa 1000 kg in un luogo della superficie terrestre in cui l'accelerazione di gravità è pari al valore standard di  $9.80665 \text{ m/s}^2$ . Ricordando che il peso di un oggetto è legato alla forza di gravità e che si calcola utilizzando la massa  $m$  dell'oggetto e l'accelerazione locale di gravità  $g$ , dall'Equazione 2.1 si ottiene

$$\begin{aligned} F &= mg \\ &= (1000 \text{ kg})(9.80665 \text{ m/s}^2) = 9806.65 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 \end{aligned}$$

Tale forza può essere espressa in newton utilizzando l'Equazione 2.2 come fattore di conversione tra unità di misura. Si ha

$$F = \left( 9806.65 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right) \left| \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right| = 9806.65 \text{ N} \blacksquare$$

Si noti che nei calcoli precedenti il fattore di conversione è racchiuso tra due linee verticali: tale notazione sarà usata anche in seguito nel testo per indicare le conversioni tra unità di misura.

A partire dalle unità di misura fondamentali del SI si possono ricavare le unità di misura del SI per altre grandezze fisiche. Alcune delle unità di misura derivate si incontrano talmente spesso nella pratica che hanno un proprio simbolo e un proprio nome, come il newton. Poiché quando si usano le unità di misura del SI spesso accade di dover lavorare con

**Tabella 2.1** Unità di misura del SI per massa, lunghezza, tempo e forza

| Grandezza | Unità di misura                               | Simbolo |
|-----------|---|---------|
| Massa     | chilogrammo                                   | kg      |
| Lunghezza | metro   | m       |
| Tempo     | secondo                                       | s       |
| Forza     | newton ( $= 1\text{kg} \times \text{m/s}^2$ ) | N       |

**Tabella 2.2** Prefissi per le unità di misura del SI

| Fattore    | Prefisso | Simbolo |
|------------|----------|---------|
| $10^{12}$  | tera     | T       |
| $10^9$     | giga     | G       |
| $10^6$     | mega     | M       |
| $10^3$     | chilo    | k       |
| $10^2$     | etto     | h       |
| $10^{-2}$  | centi    | c       |
| $10^{-3}$  | milli    | m       |
| $10^{-6}$  | micro    | $\mu$   |
| $10^{-9}$  | nano     | n       |
| $10^{-12}$ | pico     | p       |

valori molto grandi o molto piccoli, in Tabella 2.2 è riportato un insieme di prefissi standard per semplificare la notazione. Per esempio km denota il chilometro, e cioè  $10^3$  metri.

### 2.3.2 Altre unità di misura di massa, lunghezza, tempo e forza

Sebbene le unità del SI costituiscano lo standard internazionale, al momento molti settori dell'ingegneria utilizzano regolarmente unità di misura differenti. Ciò accade soprattutto negli Stati Uniti, ove in larga parte del settore industriale e della letteratura scientifica si adottano unità di misura diverse da quelle del SI, e per molti altri anni a venire gli ingegneri dovranno affrontare il problema della conversione tra unità di misura. Pertanto, in questo paragrafo si prendono in considerazione le unità di misura alternative per massa, lunghezza, tempo e forza, elencate in Tabella 2.3.

In Tabella 2.3 la prima unità di misura della massa elencata è la libbra, lb, che rispetto al chilogrammo vale

$$1 \text{ lb} = 0.45359237 \text{ kg} \quad (2.3)$$

L'unità di misura della lunghezza è il piede, ft, che rispetto al metro vale

$$1 \text{ ft} = 0.3048 \text{ m} \quad (2.4)$$

Il pollice, in, rispetto al piede vale

$$12 \text{ in.} = 1 \text{ ft}$$

Un pollice equivale a 2.54 cm. Sebbene unità di misura come il minuto e l'ora siano spesso utilizzate in ingegneria, è sempre conveniente adottare il secondo come unità di misura preferenziale per il tempo.

Sulla base della scelta di libbra, piede e secondo come unità di misura di massa, lunghezza e tempo, rispettivamente, si può definire l'unità di misura della forza, la libbra

**Tabella 2.3** Altre unità di misura per massa, lunghezza, tempo e forza

| Grandezza | Unità di misura  | Simbolo    |
|-----------|--|------------|
| Massa     | libbra<br>slug   | lb<br>slug |
| Lunghezza | piede  | ft         |
| Tempo     | secondo  | s          |
| Forza     | libbra forza ( $= 32.1740 \text{ lb} \times \text{ft/s}^2 = 1 \text{ slug} \times \text{ft/s}^2$ ) | lbf        |

forza, come la forza necessaria per accelerare una massa di una libbra a  $32.1740 \text{ ft/s}^2$ , che è l'accelerazione di gravità standard. Sostituendo i valori nell'Equazione 2.1 si ottiene

$$1 \text{ lbf} = (1 \text{ lb})(32.1740 \text{ ft/s}^2) = 32.1740 \text{ lb} \cdot \text{ft/s}^2 \quad (2.5)$$

La libbra forza, lbf, non è uguale alla libbra, lb. Forza e massa sono intrinsecamente differenti, così come lo sono le loro unità di misura. Il duplice uso della parola "libbra" può confondere le idee; bisogna perciò porre molta attenzione per evitare errori. Un problema analogo si verifica peraltro anche con il sistema tecnico di unità di misura europeo, nel quale si fa uso del chilogrammo forza quale unità di misura della forza.

**Per esempio...** Per mostrare l'uso di queste unità di misura in un unico calcolo, si determini il peso di un oggetto avente massa 1000 lb in una posizione in cui l'accelerazione locale di gravità è  $32.0 \text{ ft/s}^2$ . Sostituendo i valori nell'Equazione 2.1 e usando l'Equazione 2.5 come fattore di conversione tra unità di misura si ha

$$F = mg = (1000 \text{ lb}) \left( 32.0 \frac{\text{ft}}{\text{s}^2} \right) \left| \frac{1 \text{ lbf}}{32.1740 \text{ lb} \cdot \text{ft/s}^2} \right| = 994.59 \text{ lbf}$$

Il calcolo illustra che la libbra forza è un'unità di misura di forza diversa dalla libbra, che è un'unità di misura di massa. ■

Un'altra unità di misura della massa, riportata in Tabella 2.3, è lo *slug*, definito come la quantità di massa che sarebbe accelerata a  $1 \text{ ft/s}^2$  se sottoposta alla forza di 1 lbf. Utilizzando la seconda legge di Newton, Equazione 2.1, si ottiene

$$1 \text{ lbf} = (1 \text{ slug})(1 \text{ ft/s}^2) = 1 \text{ slug} \cdot \text{ft/s}^2 \quad (2.6)$$

Confrontando le Equazioni 2.5 e 2.6, la relazione tra slug e libbra è

$$1 \text{ slug} = 32.1740 \text{ lb} \quad (2.7)$$

**Per esempio...** Per mostrare l'uso dello slug, si determini il peso in lbf di un oggetto la cui massa è di 10 slug in un punto in cui l'accelerazione di gravità vale  $32.0 \text{ ft/s}^2$ . Sostituendo i valori nell'Equazione 2.1 e utilizzando l'Equazione 2.6 come fattore di conversione tra unità di misura, si ha

$$F = mg = (10 \text{ slug}) \left( 32.0 \frac{\text{ft}}{\text{s}^2} \right) \left| \frac{1 \text{ lbf}}{1 \text{ slug} \cdot \text{ft/s}^2} \right| = 320 \text{ lbf} ■$$

In virtù della sua universale accettazione e della sua comodità intrinseca, il SI sarà utilizzato in tutto il testo. Riconoscendone tuttavia il frequente utilizzo negli Stati Uniti, talora verranno utilizzate, negli esercizi in appendice ai vari capitoli, anche le unità di misura elencate in Tabella 2.3. In particolare la libbra è utilizzata nella parte del testo dedicata alla termodinamica (Capitolo 2-10); lo slug sarà usato nella parte dedicata alla meccanica dei fluidi (Capitolo 11-14). Quando si adotta come unità di misura della massa la libbra, le unità di misura elencate nella Tabella 2.3 sono dette *unità di misura anglosassoni*, mentre se si preferisce utilizzare lo slug come unità di misura della massa, le unità di misura riportate nella Tabella 2.3 sono dette *sistema tecnico britannico* (o *imperiale*). Tali termini fanno parte del gergo dell'ingegneria dei sistemi termici, con il quale il lettore deve familiarizzare.

## 2.4 Due proprietà misurabili: volume specifico e pressione

Tre proprietà intensive di particolare importanza nell'ingegneria dei sistemi termici sono il volume specifico, la pressione e la temperatura. In questo paragrafo saranno presi in

considerazione il volume specifico e la pressione, mentre la temperatura sarà analizzata nel Paragrafo 2.5.

### 2.4.1 Volume specifico

Dal punto di vista macroscopico, la descrizione della materia si semplifica considerando che essa sia distribuita in maniera continua nella regione di spazio considerata. Tale idealizzazione, nota come ipotesi del continuo, sarà utilizzata in tutto il testo.

Quando le sostanze possono essere considerate mezzi continui, è possibile parlare di proprietà intensive termodinamiche definite “in un punto”. Perciò la densità  $\rho$  è definita in un punto come

$$\rho = \lim_{V' \rightarrow V} \left( \frac{m}{V} \right) \quad (2.8)$$

dove  $V'$  è il più piccolo volume per il quale esiste un valore definito del rapporto tra massa e volume, tale cioè da conterrere un numero di particelle sufficientemente grande perché le medie statistiche abbiano significato.  $V'$  è pertanto il volume più piccolo per cui la materia può essere ancora considerata un continuo e, normalmente,  $V'$  è sufficientemente piccolo da poter essere considerato un “punto”. Attraverso l’Equazione 2.8, la densità può essere descritta matematicamente come una funzione continua della posizione e del tempo.

La densità, o massa locale per unità di volume, è dunque una proprietà intensiva che può variare da un punto all’altro all’interno di un sistema. Ne consegue che la massa associata a un certo volume  $V$  va determinata attraverso l’integrazione della densità sul volume  $V$

$$m = \int_V \rho dV \quad (2.9)$$

e non semplicemente come prodotto tra la densità e il volume.

Il **volumne specifico**  $\nu$  è definito come il reciproco della densità,  $\nu = 1/\rho$ , e rappresenta il volume per unità di massa. Come la densità, il volume specifico è una grandezza intensiva e può variare da un punto all’altro. Le unità di misura del SI per la densità e per il volume specifico sono rispettivamente il  $\text{kg}/\text{m}^3$  e il  $\text{m}^3/\text{kg}$ . In alternativa, sono spesso utilizzati il  $\text{g}/\text{cm}^3$  e il  $\text{cm}^3/\text{g}$ , rispettivamente. Altre unità di misura utilizzate in questo testo rispettivamente per la densità e il volume specifico sono la  $\text{lb}/\text{ft}^3$  e il  $\text{ft}^3/\text{lb}$ . Nella parte del testo dedicata alla meccanica dei fluidi la densità sarà espressa anche in  $\text{slug}/\text{ft}^3$ .

In alcune applicazioni è comodo esprimere proprietà come il volume specifico su base molare invece che con riferimento alla massa. La quantità di una sostanza può essere data su **base molare** in termini di chilomole (kmol) o di libbra mole (lbtmol).

In entrambi i casi si scriverà

$$n = \frac{m}{M} \quad (2.10)$$

Il numero di chilomoli  $n$  di una sostanza si ottiene dividendone la massa  $m$  in chilogrammi per la massa molare  $M$  in  $\text{kg}/\text{kmol}$ . Similmente il numero di libbre mole  $n$  si ottiene dividendo la massa  $m$  in libbre per la massa molare  $M$  in  $\text{lb}/\text{lbtmol}$ . Le Tabelle T-1 e T-1E in appendice forniscono la massa molare per svariate sostanze.

In termodinamica si indica che una proprietà è espressa su base molare disegnando un trattino sopra il suo simbolo. Perciò  $\bar{v}$  significa volume su kmol o lbtmol. In questo testo le unità di misura adottate per  $\bar{v}$  saranno  $\text{m}^3/\text{kmol}$  e  $\text{ft}^3/\text{lbtmol}$ . Dall’Equazione 2.10, la relazione tra  $\bar{v}$  e  $\nu$  è

$$\bar{v} = M\nu \quad (2.11)$$

dove  $M$  è la massa molare in  $\text{kg}/\text{kmol}$  o  $\text{lb}/\text{lbtmol}$ .

## 2.4.2 Pressione

Si introduce ora il concetto di pressione dal punto di vista del continuo. Si inizia considerando una piccola superficie  $A$  in corrispondenza di un punto generico in un fluido in quiete. Il fluido esercita su un lato della superficie una forza di compressione  $F_n$  normale all'area. Una forza uguale ma contraria è esercitata dal fluido sull'altro lato della superficie. Per un fluido in quiete non ci sono altre forze che agiscono sull'area al di fuori di queste. La **pressione**  $p$  nel punto specifico è definita come il limite

$$p = \lim_{A \rightarrow A'} \left( \frac{F_n}{A} \right) \quad (2.12)$$

dove  $A'$  è l'area definita "in un punto", in modo perfettamente analogo a quanto fatto per il volume nella definizione della densità. La pressione è la stessa per qualsiasi orientamento dell'area  $A'$  intorno al punto considerato. Questa isotropia della pressione è una conseguenza dell'equilibrio delle forze che agiscono su un elemento di volume che circonda il punto. In ogni caso, la pressione può variare da punto a punto in un fluido in quiete; ne sono esempi la variazione della pressione atmosferica con l'altitudine e la variazione della pressione con la profondità negli oceani, nei laghi e in generale nei grandi volumi di liquido.

### Unità di misura

L'unità di misura del SI per la pressione è il pascal.

$$1 \text{ pascal} = 1 \text{ N/m}^2$$

Si noterà in seguito come risulti spesso conveniente lavorare con multipli del pascal: il kPa, il bar e il MPa.

$$1 \text{ kPa} = 10^3 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ N/m}^2$$

Altre unità di misura utilizzate comunemente per la pressione sono la libbra forza per piede quadrato,  $\text{lbf}/\text{ft}^2$ , e la libbra forza per pollice quadrato,  $\text{lbf}/\text{in}^2$ . Sebbene la pressione atmosferica vari a seconda della posizione sulla Terra, un valore convenzionale di riferimento che può essere definito a livello del mare e usato per esprimere altre pressioni è

$$1 \text{ atmosfera standard (atm)} = \begin{cases} 1.01325 \times 10^5 \text{ N/m}^2 \\ 14.696 \text{ lbf/in.}^2 \end{cases} \quad (2.13)$$

La pressione appena introdotta è detta **pressione assoluta**. In termodinamica si fa riferimento alla pressione assoluta a meno che non sia esplicitamente indicato diversamente. Per ulteriori approfondimenti sulla pressione, inclusi i dispositivi per la misurazione della pressione, si veda il Capitolo 11.

## 2.5 Misura della temperatura

In questo paragrafo si prende in considerazione la proprietà intensiva temperatura insieme ai metodi per la sua misura. Come per la forza, il concetto di temperatura nasce da una nostra percezione sensoriale, legata in particolare alle sensazioni di caldo o di freddo che un corpo ci trasmette. Noi utilizziamo infatti il senso del tatto non solo per distinguere tra corpi caldi e freddi, ma anche per classificarli secondo scale termiche (a seconda di quanto sono caldi), decidendo, per esempio, che il corpo 1 è più caldo del corpo 2, il corpo 2 è

più caldo del corpo 3 e così via. Tuttavia, per quanto il corpo umano possa essere sensibile, gli è impossibile effettuare misurazioni precise. È proprio a tale scopo che sono stati predisposti termometri e scale di temperatura.

### 2.5.1 Equilibrio termico e temperatura

È assai difficile formulare una definizione di temperatura in termini di concetti indipendenti o accettati a priori. È però possibile arrivare a una cognizione oggettiva dell'uguaglianza di temperatura utilizzando il fatto che se cambia la temperatura di un corpo cambiano anche altre proprietà.

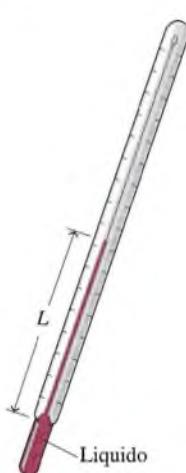
Per illustrare ciò, si considerino due blocchi di rame e si supponga che i nostri sensi ci dicono che uno è più caldo dell'altro. Se i due blocchi vengono messi in contatto e isolati dall'ambiente circostante, interagiranno in un modo che viene definito *interazione di tipo calore*. Durante tale interazione si osserverebbe che il volume del corpo più caldo diminuisce di una certa quantità nel tempo, mentre il volume del blocco più freddo aumenta nel tempo. A un certo punto non si osserverà più alcuna variazione del volume con il tempo e i blocchi verranno percepiti come ugualmente caldi. Similmente saremmo in grado di osservare che la resistenza elettrica del corpo più caldo decresce col tempo, mentre quella del corpo più freddo aumenta col tempo; a un certo istante anche le resistenze elettriche diverranno costanti. Quando le variazioni di tutte le proprietà osservabili cessano, l'interazione ha fine e i due blocchi si trovano in **equilibrio termico**. Considerazioni come queste ci consentono di desumere che i blocchi hanno una proprietà fisica che determina se si trovino o meno in equilibrio termico. Tale proprietà è detta **temperatura**, e si può postulare che quando due corpi si trovano in equilibrio termico le loro temperature sono uguali. Una trasformazione che avviene a temperatura costante è una **trasformazione isotermica**.

### 2.5.2 Termometria

Qualsiasi corpo che presenti almeno una proprietà che varia al variare della temperatura può essere utilizzato come termometro. Tale proprietà è detta **proprietà termometrica**. Una particolare sostanza che mostra variazioni nella proprietà termometrica è nota anche come sostanza termometrica.

Uno strumento comune per la misura della temperatura è il termometro a liquido in vetro mostrato in Figura 2.5, che consiste in un tubo capillare di vetro connesso a un bulbo riempito con un liquido, quale per esempio l'alcol, e chiuso all'estremità opposta. Lo spazio al di sopra del liquido è occupato dal vapore del liquido o da un gas inerte. Quando la temperatura aumenta, il liquido si espande in volume e risale nel tubo capillare. La lunghezza  $L$  del liquido all'interno del tubo capillare dipende dalla temperatura. Di conseguenza il liquido è la sostanza termometrica e  $L$  è la proprietà termometrica. Sebbene questo tipo di termometri a dilatazione di liquido sia comunemente usato per normali misurazioni di temperatura, non è adatto per applicazioni che richiedano particolare precisione di misura. Sono perciò stati sviluppati altri tipi di termometro che consentono misurazioni più accurate della temperatura.

I sensori noti come termocoppie sono basati sul principio che, quando due metalli di tipo diverso sono uniti, si induce in un circuito una forza elettromotrice (f.e.m.) che è funzione principalmente della temperatura. In talune termocoppie un conduttore è costituito da platino di una certa purezza e l'altro da una lega di platino e rodio. Per le termocoppie si utilizzano anche rame e costantana (una lega di rame e nickel), ferro e costantana e molte altre coppie di materiali. I sensori a resistenza elettrica costituiscono un'altra importante classe di apparecchiature per la misurazione della temperatura. Tali sensori sono basati sul fatto che la resistenza elettrica di molti materiali cambia in modo prevedibile con la temperatura. I materiali utilizzati per tale scopo sono solitamente conduttori (come platino, nickel o rame) o semiconduttori. I dispositivi che utilizzano conduttori metallici sono noti come *termoresistenze*, mentre quelli a semiconduttore sono detti *termistori*. Inoltre, una certa varietà di strumenti misura la



**Figura 2.5** Liquido in un termometro a liquido in vetro.

temperatura rilevando la radiazione elettromagnetica che le superfici emettono, prevalentemente nell'infrarosso, in funzione della loro temperatura. Essi sono noti come *termometri senza contatto* (Figura 2.6), *pirometri* e *videotermografi*. I termometri di questo tipo differiscono dai precedenti in quanto essi non vengono in contatto diretto con il corpo di cui si vuole determinare la temperatura, il che può essere vantaggioso in caso di oggetti in movimento o che si trovino a temperature estremamente elevate. Tutti i sensori di temperatura sopra citati possono essere connessi a dispositivi computerizzati per l'acquisizione automatica dei dati.

### 2.5.3 Scala Kelvin

Il concetto di misura della temperatura in termini empirici come discusso nel Paragrafo 2.5.2 presenta alcune intrinseche limitazioni.

**Per esempio...** La tendenza del liquido di un termometro a dilatazione a congelarsi alle basse temperature impone un limite inferiore alle temperature che possono essere misurate. A temperature elevate il liquido evapora e quindi neppure tali temperature possono essere rilevate da un termometro a dilatazione di liquido. Di conseguenza sono necessari molti tipi diversi di termometro per poter coprire un ampio spettro di temperature. ■

Alla luce delle limitazioni dei mezzi empirici di misurazione della temperatura, sarebbe opportuno disporre di una procedura con cui assegnare ai corpi valori di temperatura che non dipendano dalle proprietà di una particolare sostanza o classe di sostanze. Tale scala è detta scala termodinamica di temperatura. La **scala Kelvin** è una scala di temperatura termodinamica assoluta che fornisce una definizione continua di temperatura, valida per qualsiasi intervallo di temperatura. Le misure empiriche di temperatura effettuate con termometri differenti possono essere confrontate con la scala Kelvin.

Per sviluppare la scala Kelvin è necessario usare il principio di conservazione dell'energia e il secondo principio della termodinamica; per tale ragione la discussione è rimandata al Paragrafo 6.4.1, dopo che tali principi saranno stati introdotti. Si anticipa comunque che la termodinamica esclude la possibilità di raggiungere temperature inferiori al valore zero (0 K) della scala Kelvin, detto *zero assoluto*.

### 2.5.4 Scale Celsius, Rankine e Fahrenheit

Le scale di temperatura sono definite attraverso il valore numerico assegnato a un punto di riferimento fisso convenzionale. Per convenzione internazionale, il punto fisso standard è il **punto triplo** dell'acqua, cioè lo stato di equilibrio, facilmente riproducibile, tra vapore, ghiaccio e acqua liquida (Paragrafo 4.2). Per una questione di comodità, la temperatura in corrispondenza di tale punto fisso è definita pari a 273.16 kelvin, abbreviato in 273.16 K. Ciò fa sì che la differenza di temperatura tra il punto di congelamento<sup>2</sup> (273.15 K) e il punto di ebollizione<sup>3</sup> dell'acqua sia uguale a 100 K, in accordo con la scala Celsius che assegna 100 celsius a tale intervallo.

La **scala Celsius della temperatura** (in passato detta anche scala centigrada) usa come unità il grado celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ) che ha la stessa ampiezza del kelvin. Ne consegue che le differenze di temperatura sono identiche in entrambe le scale. Il punto zero della scala Celsius è invece spostato a 273.15 K, come mostrato dalla seguente relazione tra la temperatura Celsius e quella Kelvin:

$$T(\text{°C}) = T(\text{K}) - 273.15 \quad (2.14)$$

Si nota che sulla scala Celsius il punto triplo dell'acqua è a  $0.01\text{ °C}$  e che 0 K corrisponde a  $-273.15\text{ °C}$ .



**Figura 2.6** Termometro senza contatto a uso sanitario.

<sup>2</sup> Lo stato di equilibrio tra ghiaccio e acqua satura alla pressione di 1 atm.

<sup>3</sup> Lo stato di equilibrio tra vapore e acqua liquida alla pressione di 1 atm.

Negli Stati Uniti esistono altre due scale di temperatura usate comunemente in ambito ingegneristico. La **scala Rankine**, la cui unità è il grado rankine ( $^{\circ}\text{R}$ ), è per definizione direttamente proporzionale alla temperatura Kelvin secondo la relazione

$$T(^{\circ}\text{R}) = 1.8T(\text{K}) \quad (2.15)$$

Come evidenziato nell'Equazione 2.15 anche la scala Rankine è una scala di temperatura termodinamica assoluta con lo zero assoluto coincidente con quello della scala Kelvin. Nelle relazioni termodinamiche la temperatura è espressa sempre secondo la scala Kelvin o Rankine ove non specificato diversamente.

La **scala Fahrenheit** adotta invece un grado della stessa ampiezza di quello della scala Rankine, ma il punto zero è traslato secondo la relazione

$$T(^{\circ}\text{F}) = T(^{\circ}\text{R}) - 459.67 \quad (2.16)$$

Sostituendo le Equazione 2.14 e 2.15 nell'Equazione 2.16 si ottiene

$$T(^{\circ}\text{F}) = 1.8T(^{\circ}\text{C}) + 32 \quad (2.17)$$

Tale equazione mostra che il punto di congelamento dell'acqua ( $0^{\circ}\text{C}$ ) nella scala Fahrenheit è  $32^{\circ}\text{F}$  e il punto di ebollizione dell'acqua ( $100^{\circ}\text{C}$ ) corrisponde a  $212^{\circ}\text{F}$ . L'intervallo di 100 gradi della scala Celsius o Kelvin, tra il punto di congelamento e il punto di ebollizione dell'acqua alla pressione atmosferica, corrisponde a 180 gradi nella scala Fahrenheit o Rankine.

Nell'eseguire i calcoli ingegneristici, si usa solitamente arrotondare le ultime cifre delle Equazione 2.14 e 2.16 a 273 e 460 rispettivamente. Ciò sarà fatto frequentemente nel seguito del testo.

## 2.6 Metodologia per la risoluzione dei problemi

Lo scopo principale di questo testo è di aiutare il lettore a imparare a risolvere i problemi che si presentano in ambito ingegneristico e che coinvolgono sistemi termici. A tal fine si forniscono numerosi esempi risolti ed esercizi a fine capitolo. È molto importante che il lettore studi gli esempi e risolva i problemi, in quanto la padronanza dei principi fondamentali deriva solo dall'applicazione pratica.

Per massimizzare i risultati dei propri sforzi, è necessario sviluppare un approccio sistematico. Il lettore deve riflettere accuratamente sulle soluzioni ed evitare la tentazione di iniziare i problemi da metà selezionando alcune equazioni che paiono appropriate, introducendovi i valori numerici e arrivando velocemente a un risultato sulla calcolatrice. Tale approccio di risoluzione dei problemi un po' "a casaccio" può portare a gravi difficoltà nel momento in cui i problemi diventano più complicati. Di conseguenza, si raccomanda di organizzare la soluzione dei problemi seguendo i passi illustrati nel riquadro sottostante. Gli esempi risolti di questo testo adottano tale approccio risolutivo.

**Elementi noti** Indicare brevemente con parole proprie cosa è noto. Ciò richiede di leggere attentamente il testo del problema e di rifletterci sopra.

**Da determinare** Indicare brevemente con parole proprie cosa deve essere determinato.

**Schema e dati forniti** Disegnare uno schema del sistema considerato. Decidere se si tratta di un sistema chiuso o di un volume di controllo e identificare con precisione il contorno. Corredare lo schema di tutte le informazioni importanti desumibili dal testo del problema. Scrivere tutti i valori noti delle proprietà. Se opportuno, disegnare diagrammi delle proprietà (si veda il Paragrafo 4.2), individuandovi gli stati chiave e tracciando ove possibile i processi compiuti dal sistema.

L'importanza dello sviluppo di buoni schemi del sistema e dell'uso di diagrammi delle proprietà non sarà mai abbastanza enfatizzata, in quanto questi sono spesso gli strumenti fondamentali attraverso cui impostare correttamente il problema.

**Presupposti** Per documentare come è stato modellizzato il sistema, elencare tutte le ipotesi semplificative e le idealizzazioni fatte per ricondursi a un modello facilmente manipolabile. Talvolta queste informazioni possono essere anche annotate nello schema di cui al passo precedente.

**Proprietà** Compilare una tabella dei valori delle proprietà che si prevede serviranno per i calcoli e identificare la fonte da cui sono stati ricavati.

**Analisi** Utilizzando le ipotesi e le idealizzazioni adottate, semplificare le opportune equazioni di governo e relazioni tra proprietà in forme che consentano di ottenere i risultati desiderati.

È consigliabile lavorare con equazioni in simboli il più a lungo possibile prima di sostituire i valori numerici. Quando le equazioni sono state ricondotte alla forma finale, analizzarle per capire quali dati possano essere ancora necessari. Identificare le tabelle, i diagrammi e le relazioni tra proprietà che forniscono i valori richiesti.

Quando tutte le equazioni e tutti i dati sono pronti, introdurre i valori numerici nelle equazioni. Verificare attentamente che si stia usando un insieme di unità di misura appropriato e coerente. Quindi eseguire i calcoli richiesti e infine riflettere se l'ordine di grandezza dei risultati ottenuti sia ragionevole o no e se i segni associati ai valori numerici siano corretti.

**Commenti** Gli esempi risolti del libro sono spesso corredati di numerosi commenti allo scopo di assistere il lettore nell'apprendimento, includendo commenti su quello che si è precedentemente appreso e identificando gli aspetti chiave della soluzione. Si raccomanda al lettore di commentare i propri risultati, includendo un breve elenco delle conclusioni chiave, una verifica critica delle ipotesi iniziali e una estrappolazione dei risultati sulla base di ulteriori ipotesi di lavoro e di analisi di sensibilità ai parametri di ingresso.

L'importanza di questi passi procedurali non deve essere sottostimata. Essi forniscono un efficace incentivo a riflettere su un problema prima di procedere alla soluzione. Naturalmente, man mano che si elabora una particolare soluzione, il lettore può tornare a un passo precedente e rivederlo alla luce di una miglior comprensione del problema. Per esempio, potrebbe essere necessario aggiungere o cancellare ipotesi, rivedere uno schema, determinare proprietà aggiuntive e altro ancora.

L'esempio che segue illustra l'uso di questo metodo risolutivo assieme agli importanti concetti introdotti precedentemente.

### Identificare le interazioni del sistema

### ESEMPIO 2.1

Una turbina eolica collegata a un generatore elettrico è montata in cima a un traliccio. Quando il vento soffia tra le pale della turbina viene prodotta energia elettrica. L'energia elettrica in uscita dal generatore è accumulata in una batteria.

Considerando solo la turbina eolica e l'alternatore elettrico come sistema, identificare la posizione del contorno in corrispondenza del quale il sistema interagisce con l'ambiente circostante.

Ripetere l'operazione per il sistema che include solo la batteria d'accumulo.

#### Soluzione

**Elementi noti** Una turbina eolica collegata a un generatore elettrico produce elettricità per una batteria d'accumulo.

**Da determinare** Identificare la posizione del contorno in corrispondenza del quale il sistema interagisce con l'ambiente circostante per un sistema costituito da (a) la turbina eolica e l'al-

ternatore elettrico e (b) la batteria d'accumulo; descrivere le variazioni che avvengono nel sistema con il tempo.

*Schema e dati forniti*

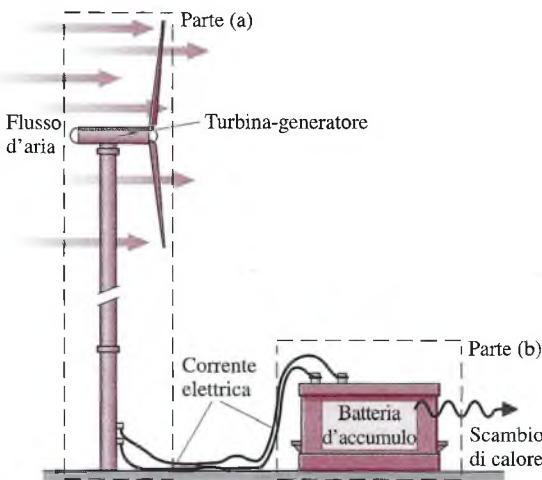


Figura E2.1

*Presupposti*

1. Nel caso (a) il sistema è costituito dal volume di controllo racchiuso dalla linea tratteggiata in figura.
2. Nel caso (b) il sistema è il sistema chiuso racchiuso dalla linea tratteggiata in figura.
3. Il vento è stazionario.

*Analisi*

1 (a) In questo caso c'è aria che fluisce attraverso il contorno del volume di controllo. Un'altra importante interazione tra il sistema e l'ambiente è la corrente elettrica che passa attraverso i fili. Dal punto di vista macroscopico tale interazione non può però essere considerata un trasporto di massa. Con vento stazionario, il sistema generatore-turbina raggiunge probabilmente condizioni stazionarie nel momento in cui la velocità di rotazione delle pale è costante e si genera una corrente elettrica stazionaria. Avviene anche un'interazione tra il traliccio e il terreno: sono necessari una forza e un momento per mantenere il traliccio in posizione verticale.

(b) L'interazione principale tra il sistema e l'ambiente esterno è la corrente elettrica che arriva alla batteria attraverso i fili. Come già osservato nella parte (a) tale interazione non è da considerare in termini di scambio di massa. Il sistema è perciò un sistema chiuso. Man mano che la batteria si carica attraverso le reazioni chimiche che avvengono al suo interno, la temperatura della superficie della batteria si innalza; si avrà quindi un'interazione sotto forma di scambio di calore tra la batteria e l'ambiente circostante. Probabilmente, però, tale interazione è di importanza secondaria.

- 1 Utilizzando i termini del Capitolo 1, il sistema del caso (a) provoca la conversione di energia cinetica in energia elettrica, mentre il sistema del caso (b) comporta l'accumulo di energia nella batteria: il caso (a) è stazionario, il caso (b) non lo è.

## Sommario e guida allo studio

In questo capitolo si sono introdotti alcuni concetti e definizioni fondamentali di uso corrente in termodinamica, in meccanica dei fluidi e nella trasmissione del calore. Aspetti importanti delle analisi ingegneristiche sono la corretta identificazione dei sistemi chiusi e dei volumi di controllo e la descrizione del comportamento dei sistemi in termini di proprietà e di processi. Tre sono le proprietà importanti discusse in questo capitolo: volume specifico, pressione e temperatura.

In questo testo si considerano sistemi allo stato di equilibrio e sistemi che sono sottoposti a processi. Si studiano processi durante i quali gli stati non sono di equilibrio così come processi quasi-statici, durante i quali lo scostamento dallo stato di equilibrio è trascurabile.

Nelle Tabelle 2.1 e 2.3 si sono introdotte sia le unità di misura del SI sia altre unità di misura, per massa, lunghezza, tempo e forza. Il lettore deve familiarizzarsi con tali unità di misura,

che verranno utilizzate in tutto il testo. Il capitolo si conclude con una descrizione del metodo con cui risolvere in maniera sistematica i problemi.

La seguente checklist fornisce una guida allo studio del capitolo. Al termine dello studio del testo e degli esercizi a fine capitolo il lettore deve essere in grado di:

- interpretare il significato dei termini chiave evidenziati nel testo;
- identificare in maniera appropriata il contorno del sistema e descrivere le interazioni tra il sistema e l'ambiente circostante;
- usare unità di misura corrette per massa, lunghezza, tempo, forza, temperatura e applicare opportunamente la seconda legge di Newton e le Equazioni 2.14-2.17;
- lavorare su base molare utilizzando le Equazioni 2.10 e 2.11;
- applicare il metodo per la soluzione dei problemi descritto al Paragrafo 2.6.

## Esercizi

### Concetti relativi ai sistemi

- 2.1** Facendo riferimento alle Figure 2.1 e 2.2, identificare la posizione del contorno di ciascun sistema in corrispondenza del quale avvengono le interazioni con l'ambiente circostante.
- 2.2** Come mostrato in Figura P2.2 della corrente elettrica fluisce da una batteria d'accumulo a un motore elettrico. L'albero del motore è collegato a un sistema massa-carrucola che solleva una massa. Considerando il motore come sistema, identificare la posizione del contorno in corrispondenza del quale il sistema interagisce con l'ambiente circostante e descrivere i cambiamenti che avvengono nel sistema con il tempo. Ripetere l'operazione per il sistema più esteso che comprende anche la batteria e l'insieme massa-carrucola.

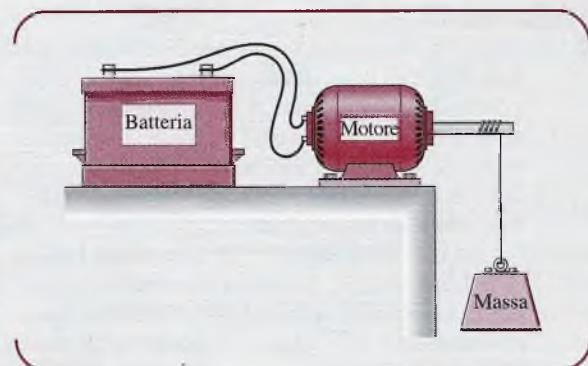


Figura P2.2

- 2.3** Come illustrato in Figura P2.3, dell'acqua circola tra un serbatoio d'accumulo e un collettore solare. L'acqua riscaldata contenuta nel serbatoio è utilizzata per usi domestici. Considerando il collettore solare come sistema, identificare la posizione del contorno in corrispondenza del quale il sistema interagisce con l'ambiente circostante e descrivere i cambiamenti che avvengono in esso. Ripetere l'operazione per il sistema esteso che comprende anche il serbatoio d'accumulo e le tubazioni di collegamento.

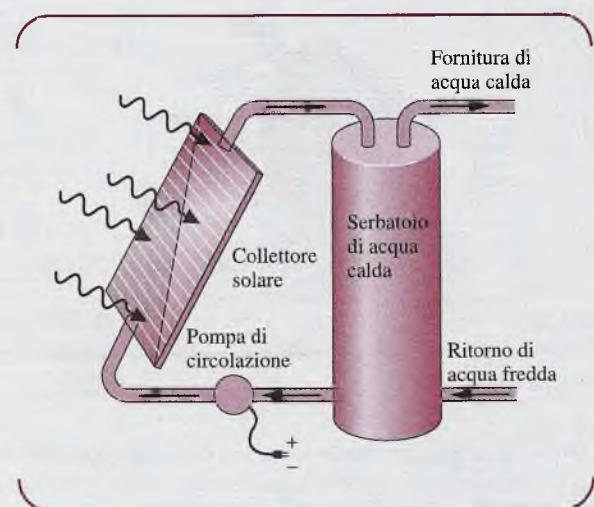


Figura P2.3

- 2.4** Come mostrato in Figura P2.4 del vapore scorre attraverso una valvola e una turbina poste in serie. La turbina muove un generatore elettrico. Considerando la valvola e la turbina come sistema, identificare la posizione del contorno in corrispondenza del quale il sistema interagisce con l'ambiente circostante e descrivere i cambiamenti che avvengono nel sistema. Ripetere l'operazione per il sistema esteso che include anche il generatore.

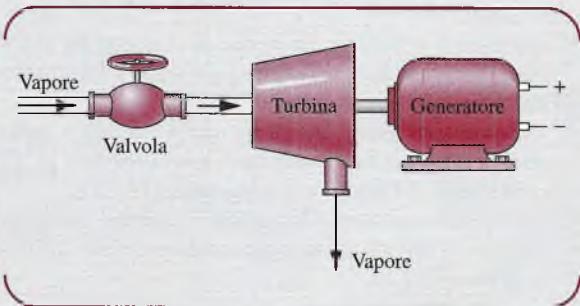


Figura P2.4

- 2.5** Come mostrato in Figura P2.5, una pompa azionata da un motore a gasolio estraе da un bacino dell'acqua per una manichetta antincendio. Considerando la pompa azionata dal motore come sistema, identificare la posizione del contorno in corrispondenza del quale il sistema interagisce con l'ambiente circostante e descrivere i cambiamenti che avvengono nel sistema. Ripetere l'operazione per il sistema esteso che include la manichetta e l'ugello.

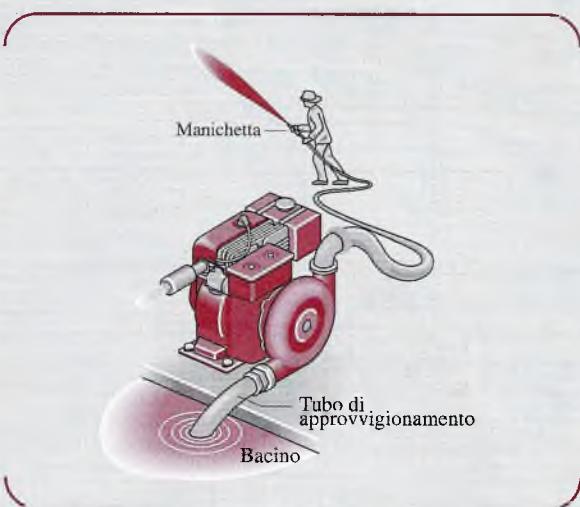


Figura P2.5

- 2.6** Un sistema consiste in acqua allo stato liquido in equilibrio con una miscela di gas costituita da aria e vapore d'acqua. Quante fasi sono presenti? Il sistema è una sostanza pura? Spiegare il perché. Ripetere le considerazioni per un sistema costituito da ghiaccio e acqua

liquida in equilibrio con una miscela di gas fatta di aria e vapore d'acqua.

- 2.7** Un sistema consiste in ossigeno liquido in equilibrio con ossigeno gassoso. Quante fasi sono presenti? Il sistema subisce un processo durante il quale una parte del liquido evapora. Il sistema può essere visto come una sostanza pura durante la trasformazione? Spiegare il perché.

- 2.8** Un sistema costituito da acqua allo stato liquido compie una trasformazione, alla fine della quale una parte del liquido si è ghiacciata e il sistema contiene acqua liquida e ghiaccio. Durante il processo il sistema può essere visto come una sostanza pura? Spiegare il perché.

- 2.9** Un piatto colmo di acqua allo stato liquido è posizionato su un tavolo in una stanza. Dopo un po' tutta l'acqua evapora. Considerando l'acqua e l'aria della stanza come un sistema chiuso, si può considerare il sistema una sostanza pura durante il processo? E dopo che il processo è terminato? Discutere le motivazioni.

#### Forza e massa

- 2.10** Un oggetto ha massa 20 kg. Determinare il suo peso, in N, in una posizione in cui l'accelerazione di gravità vale  $9.78 \text{ m/s}^2$ .

- 2.11** Un oggetto la cui massa è 10 kg pesa 95 N. Determinare:
- l'accelerazione gravitazionale locale in  $\text{m/s}^2$ ;
  - la massa, in kg, e il peso, in N, dell'oggetto in una posizione in cui l'accelerazione di gravità vale  $9.81 \text{ m/s}^2$ .

- 2.12** Le masse atomiche e molecolari di alcune sostanze comuni sono riportate in Tabella T-1 e T-1E in appendice. Utilizzando i dati dalla tabella opportuna, determinare la massa in kg di 20 kmol di ciascuna delle seguenti sostanze: aria, C,  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{CO}_2$ .

- 2.13** Il peso di un oggetto su un veicolo in orbita nello spazio è di 42 N, essendo l'accelerazione di gravità artificiale di  $6\text{m/s}^2$ . Quale sarebbe il peso dell'oggetto, in N, sulla Terra dove  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ?

#### Volume specifico e pressione

- 2.14** Cinque chilogrammi di metano allo stato gassoso vengono introdotti in un cilindro avente volume di  $20 \text{ m}^3$  e contenente inizialmente 25 kg di metano alla pressione di 10 bar. Determinare il volume specifico, in  $\text{m}^3/\text{kg}$ , del metano nel cilindro all'inizio del processo. Ripetere il calcolo per il metano contenuto nel cilindro dopo che sono stati aggiunti i 5 kg.

- 2.15** Un sistema chiuso costituito da 2 kg di gas subisce un processo durante il quale la relazione tra la pressione e il volume specifico è  $p v^{1/3} = \text{costante}$ . Il processo inizia con  $p_1 = 1 \text{ bar}$ ,  $v_1 = 0.5 \text{ m}^3/\text{kg}$  e termina con  $p_2 = 0.25 \text{ bar}$ . Si determini il volume finale, in  $\text{m}^3$ , e si disegni la trasformazione su un diagramma che riporti la pressione rispetto al volume specifico.

- 2.16** Del gas inizialmente alla pressione  $p_1 = 1$  bar occupa un volume di 1 litro e viene compresso all'interno di un sistema cilindro-pistone fino alla pressione finale  $p_2 = 4$  bar.

(a) Sapendo che la relazione tra pressione e volume durante la compressione è  $pV = \text{costante}$ , si determini il volume, in litri, alla pressione di 3 bar e si disegni il processo su un diagramma della pressione rispetto al volume.

(b) Si ripetano i calcoli con una relazione pressione-volume lineare tra gli stessi stati iniziale e finale.

- 2.17** Del gas contenuto in un sistema cilindro-pistone compie un ciclo termodinamico che consiste in tre trasformazioni.

**Trasformazione 1-2** compressione con  $pV = \text{costante}$  da  $p_1 = 1$  bar,  $V_1 = 1.0 \text{ m}^3$  a  $V_2 = 0.2 \text{ m}^3$ .

**Trasformazione 2-3** espansione a pressione costante fino a  $V_3 = 1.0 \text{ m}^3$ .

**Trasformazione 3-1** volume costante.

Si disegni il ciclo su un diagramma  $p$ - $V$  indicando il valore di pressione e volume per ciascuno stato del ciclo.

#### Temperatura

- 2.18** Convertire le seguenti temperature da °C a K:

(a) 21°C, (b) -17.78°C, (c) -50°C, (d) 300°C, (e) 100°C, (f) -273.15°C.

- 2.19** Due misurazioni di temperatura sono rilevate con un termometro graduato in scala Celsius. Mostrare che la differenza tra due letture sarebbe la stessa se le temperature fossero espresse in scala Kelvin.

- 2.20** Si propone una nuova scala di temperatura assoluta. Su tale scala il punto di congelamento dell'acqua è 150°S e il punto di evaporazione è 300°S. Si determinino le temperature in °C che corrispondono a 100° e 400°S rispettivamente. Qual è il rapporto dell'ampiezza del °S rispetto al kelvin?

Soluzioni di alcuni esercizi e ulteriori materiali sul sito [www.ateneonline.it/moran](http://www.ateneonline.it/moran)



# Energia e primo principio della termodinamica

# 3

## Obiettivi del capitolo

Il concetto di energia è fondamentale in termodinamica e viene largamente utilizzato nelle analisi in ambito ingegneristico. In questo capitolo si esaminerà il concetto di energia e saranno sviluppate le equazioni necessarie ad applicare il principio di conservazione dell'energia ai sistemi chiusi. Nel Capitolo 5 la trattazione verrà estesa ai sistemi aperti, qui indicati con la denominazione di volumi di controllo.

Il termine *energia* è di uso comune e ognuno di noi possiede al riguardo cognizioni già acquisite da tempo. In questo capitolo saranno sviluppati parecchi aspetti importanti relativi all'energia, alcuni dei quali sono già stati introdotti nel Capitolo 1. Un principio fondamentale è che l'energia può essere immagazzinata all'interno dei sistemi in varie forme; l'energia può essere anche convertita da una forma a un'altra e trasferita tra sistemi diversi. Nei sistemi chiusi l'energia può essere scambiata sotto forma di lavoro e calore e la quantità totale di energia si conserva durante tutte le trasformazioni e gli scambi.

L'obiettivo di questo capitolo è di organizzare le conoscenze relative all'energia in forme utili per le analisi in ambito ingegneristico. La presentazione inizia passando in rassegna i concetti di energia tipici della meccanica e prosegue introducendo il concetto di energia in senso termodinamico come estensione del concetto di energia in meccanica.

## 3.1 Concetto di energia in meccanica

Basandosi sul contributo di Galileo e di altri scienziati, Newton ha formulato una descrizione generale del moto dei corpi soggetti all'azione di forze a essi applicate. Le leggi di Newton del moto, che stanno alla base della meccanica, portano alla definizione di *lavoro*, *energia cinetica* ed *energia potenziale* e, a partire da questi, all'estensione del concetto di energia. In questo paragrafo si richiamano per l'appunto i principi base dell'energia usati in meccanica.

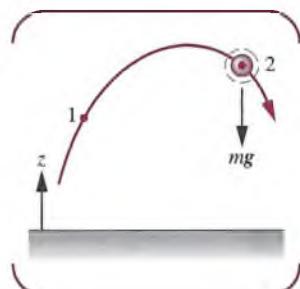
### 3.1.1 Energia cinetica e potenziale

Si consideri un corpo di massa  $m$  che si muova con modulo di velocità pari a  $w_1$ , a partire da una posizione definita rispetto a un opportuno sistema di coordinate quale, per esempio, la sua quota  $z_1$  rispetto alla superficie terrestre, raggiungendo in seguito una nuova posizione, alla quale la velocità è  $w_2$  e la quota  $z_2$ .

La quantità  $1/2mw^2$  è l'**energia cinetica**  $E_c$  del corpo. La variazione di energia cinetica  $\Delta E_c$  del corpo è

$$\Delta E_c = E_{c2} - E_{c1} = \frac{1}{2}m(w_2^2 - w_1^2) \quad (3.1)$$

L'energia cinetica può essere determinata semplicemente conoscendo il valore della massa del corpo e del modulo della velocità istantanea rispetto a uno specifico sistema di riferimento, senza considerare in alcun modo come tale velocità sia stata raggiunta. Ne ri-



sulta pertanto che l'energia cinetica è una proprietà che si attribuisce a un corpo in un certo istante. Poiché l'energia cinetica è associata al corpo nella sua interezza, è una proprietà estensiva.

La quantità  $mgz$  è l'energia potenziale gravitazionale  $E_p$ . La variazione di energia potenziale gravitazionale  $\Delta E_p$  è

$$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = mg(z_2 - z_1) \quad (3.2)$$

**L'energia potenziale** è associata alla forza di gravità (Paragrafo 2.3) ed è perciò caratteristica del sistema costituito dal corpo e dalla Terra nel loro insieme. Tuttavia, indicando il modulo della forza di attrazione gravitazionale con il prodotto  $mg$ , è possibile determinare l'energia potenziale gravitazionale per un certo valore di  $g$  conoscendo solamente la massa del corpo e la sua quota. Ne consegue che anche l'energia potenziale gravitazionale è una proprietà estensiva del corpo.

Per poter assegnare un valore all'energia cinetica o all'energia potenziale di un sistema è necessario fissarne un valore di riferimento in corrispondenza di un punto arbitrario. I valori dell'energia cinetica e dell'energia potenziale sono quindi determinati in maniera relativa rispetto al punto scelto arbitrariamente e al corrispondente valore di riferimento. Poiché in generale interessano solo le variazioni di energia cinetica e potenziale tra due stati, tale valore di riferimento arbitrario si elide nei calcoli.

**Unità di misura** Nel Sistema Internazionale l'unità di misura dell'energia è il newton-metro,  $N \cdot m$ , detto joule, J. In questo testo, per ragioni di comodità, si farà spesso uso della quantità chilojoule, kJ. Altre unità di misura per l'energia, di uso comune nel mondo anglosassone, sono il piede-libbraforza,  $ft \cdot lbf$ , e la *British thermal unit*, Btu.

Quando si ha a che fare con sistemi le cui trasformazioni implicano variazioni di energia cinetica e potenziale, è necessario utilizzare unità di misura coerenti (ma il problema non si pone nel SI).

*Per esempio...* Per illustrare l'uso corretto delle unità di misura nei calcoli dei vari termini, si consideri un sistema avente massa 1 kg, la cui velocità aumenta da 15 m/s a 30 m/s, mentre la quota diminuisce di 10 m in una località in cui  $g = 9.7 \text{ m/s}^2$ . Allora si ha

$$\begin{aligned} \Delta E_c &= \frac{1}{2}m(w_2^2 - w_1^2) \\ &= \frac{1}{2}(1 \text{ kg}) \left[ \left( 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - \left( 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 \right] \left| \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right| \left| \frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ N} \cdot \text{m}} \right| \\ &= 0.34 \text{ kJ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta E_p &= mg(z_2 - z_1) \\ &= (1 \text{ kg}) \left( 9.7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (-10 \text{ m}) \left| \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right| \left| \frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ N} \cdot \text{m}} \right| \\ &= -0.10 \text{ kJ} \end{aligned}$$

Per un sistema avente massa 1 lb e la cui velocità aumenta da 50 ft/s a 100 ft/s, mentre la quota diminuisce di 40 ft in una località in cui  $g = 32.0 \text{ ft/s}^2$  si ha invece

$$\begin{aligned} \Delta E_c &= \frac{1}{2}(1 \text{ lb}) \left[ \left( 100 \frac{\text{ft}}{\text{s}} \right)^2 - \left( 50 \frac{\text{ft}}{\text{s}} \right)^2 \right] \left| \frac{1 \text{ lbf}}{32.2 \text{ lb} \cdot \text{ft/s}^2} \right| \left| \frac{1 \text{ Btu}}{778 \text{ ft} \cdot \text{lbf}} \right| \\ &= 0.15 \text{ Btu} \end{aligned}$$

$$\Delta E_p = (1 \text{ lb}) \left( 32.0 \frac{\text{ft}}{\text{s}^2} \right) (-40 \text{ ft}) \left| \frac{1 \text{ lbf}}{32.2 \text{ lb} \cdot \text{ft/s}^2} \right| \left| \frac{1 \text{ Btu}}{778 \text{ ft} \cdot \text{lbf}} \right| \\ = -0.05 \text{ Btu}$$

### 3.1.2 Lavoro in meccanica

In meccanica, quando un corpo che si muove lungo una certa traiettoria è soggetto all'azione della risultante di un insieme di forze il cui modulo varia in funzione della posizione lungo il percorso, il lavoro compiuto dalla forza può essere espresso come il prodotto scalare del vettore forza  $\mathbf{F}$  e del vettore spostamento  $d\mathbf{s}$  del corpo lungo la traiettoria, ovvero

$$\text{Lavoro} = \int_1^2 \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} \quad (3.3)$$

Quando la risultante delle forze sul corpo fa sì che la sua quota aumenti o che il corpo venga accelerato, o entrambe le cose, il lavoro compiuto dalla forza può essere considerato come un trasferimento di energia *al* corpo, nel quale è immagazzinato sotto forma di energia potenziale e/o cinetica. Il principio che l'energia si conserva sta alla base di quest'ultima interpretazione.

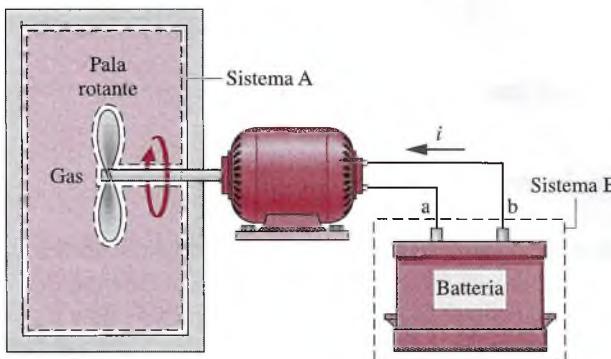
### 3.1.3 Conclusione

La discussione si è incentrata sui sistemi per i quali l'applicazione di un insieme di forze influisce solo sulla loro velocità e posizione. In generale, però, i sistemi di interesse ingegneristico interagiscono con l'ambiente circostante in maniera decisamente più complicata, con la possibile conseguenza che varino anche altre proprietà dei sistemi stessi. Per analizzare tali situazioni i soli concetti di energia cinetica e potenziale non sono più sufficienti, e non lo è neppure il rudimentale principio di conservazione dell'energia introdotto poco fa. In termodinamica il concetto di energia viene esteso per poter tener conto di altre variazioni possibili, e il principio di conservazione dell'energia è ampliato per includere altre modalità con cui i sistemi possono interagire con l'ambiente. La giustificazione di tale generalizzazione si basa su evidenze sperimentali. L'estensione del concetto di energia sarà sviluppata nel seguito del capitolo, iniziando, nel prossimo paragrafo, con una trattazione più completa del concetto di lavoro.

## 3.2 Estensione del concetto di lavoro

Il lavoro compiuto da o su un sistema in termini di forze e spostamenti è espresso dall'Equazione 3.3. Tale relazione è importante in termodinamica e sarà utilizzata poco più avanti in questo paragrafo. Verrà richiamata anche nel Paragrafo 3.3 per determinare il lavoro di compressione o di espansione di un gas (o di un liquido). Comunque, la termodinamica tratta anche fenomeni non inclusi nell'ambito della meccanica, per cui risulta necessario scegliere un concetto di lavoro più ampio, come discusso qui di seguito.

Un particolare tipo di interazione è classificato come interazione lavoro se soddisfa il seguente criterio, che può essere considerato la definizione termodinamica di lavoro: il lavoro è compiuto da un sistema sull'ambiente circostante se l'unico effetto su tutto ciò che è esterno al sistema può essere ricondotto al semplice sollevamento di un peso. Si osservi che il sollevamento di un grave corrisponde di fatto all'azione di una forza parallelamente a uno spostamento, per cui il concetto di lavoro della termodinamica è un'estensione del concetto di lavoro della meccanica. Tuttavia, il metodo per capire se ha avuto luogo una interazione di tipo lavoro non è necessariamente quello di osservare se la variazione di quota di un peso o l'azione di



**Figura 3.1** Due esempi di lavoro.

una forza lungo uno spostamento abbiano effettivamente avuto luogo, ma piuttosto quello di constatare che l'unico effetto sarebbe potuto essere un aumento della quota di un peso.

**Per esempio...** si considerino i due sistemi A e B riportati in Figura 3.1. Nel sistema A, del gas è messo in moto attraverso una pala rotante: la pala rotante compie lavoro sul gas. In teoria, il lavoro può essere valutato in funzione delle forze e dello spostamento al confine tra la pala rotante e il gas. Tale determinazione del lavoro è coerente con l'Equazione 3.3, in cui il lavoro è il prodotto di una forza per uno spostamento. Al contrario, si consideri invece il sistema B, che include solamente una batteria. Al contorno del sistema B non si evidenziano né forze agenti né spostamenti, mentre è presente una corrente elettrica  $i$  causata da una differenza di potenziale tra i morsetti a e b. Questo tipo di interazione può essere classificata come lavoro seguendo la definizione di lavoro data precedentemente: si può immaginare che la corrente sia fornita da un ipotetico motore elettrico che solleva un peso nell'ambiente. ■

Il lavoro è un modo per scambiare energia. Di conseguenza il termine lavoro non si riferisce a cosa viene trasferito tra sistemi diversi o a cosa viene immagazzinato in tali sistemi. L'energia è scambiata e immagazzinata quando viene compiuto lavoro.

### 3.2.1 Convenzione di segno e notazione

La termodinamica in ambito ingegneristico ha spesso a che fare con apparecchi quali motori a combustione e turbine il cui scopo è di produrre lavoro. Di conseguenza, risulta conveniente considerare positivo il lavoro prodotto, e cioè

$$\begin{aligned} L > 0: & \text{lavoro compiuto dal sistema} \\ L < 0: & \text{lavoro compiuto sul sistema.} \end{aligned}$$

Tale convenzione di segno sarà utilizzata in tutto il testo. Si osservi che in altre situazioni potrebbe invece essere utile considerare come positivo il lavoro compiuto *sul* sistema. Per ridurre al minimo la possibilità di fraintendimento in questi casi, si è soliti mostrare il verso del trasferimento di energia mediante una freccia su uno schema del sistema: il lavoro viene considerato positivo nella direzione indicata dalla freccia.

Ritornando brevemente all'Equazione 3.3, per calcolare il lavoro attraverso l'integrale, è necessario conoscere come varia la forza in funzione della posizione del corpo. Ciò porta a un'importante considerazione in merito al lavoro: il valore di  $L$  dipende dalle caratteristiche dell'interazione che ha luogo tra il sistema e l'ambiente durante una trasformazione, e non solo dagli stati iniziale e finale del sistema. Ne consegue che il lavoro non è una proprietà del sistema o dell'ambiente. Inoltre gli estremi dell'integrale dell'Equazione 3.3 significano "dallo stato 1 allo stato 2", e non possono essere interpretati come valori del

lavoro in corrispondenza di tali stati. La nozione di lavoro in un certo stato non ha significato e quindi l'integrale non può mai essere indicato come  $L_2 - L_1$ .

Il differenziale del lavoro  $\delta L$  non è un differenziale esatto poiché in generale il seguente integrale non può essere calcolato senza specificare le caratteristiche della trasformazione

$$\int_1^2 \delta L = L$$

Dall'altra parte, il differenziale di una proprietà è detto *esatto* quando la variazione di tale proprietà tra due stati particolari non dipende in alcun modo dalle caratteristiche della trasformazione che unisce i due stati. La variazione di volume tra due stati può, per esempio, essere determinata integrando il differenziale  $dV$ , senza alcuna conoscenza dei dettagli del processo, come segue

$$\int_{V_1}^{V_2} dV = V_2 - V_1$$

dove  $V_1$  è il volume nello stato 1 e  $V_2$  è il volume nello stato 2. Il differenziale di tutte le proprietà è un differenziale esatto. I differenziali esatti vengono scritti, come sopra, usando il simbolo  $d$ . Per sottolineare la differenza tra differenziali esatti e non esatti, il differenziale del lavoro è scritto come  $\delta L$ . Il simbolo  $\delta$  sarà utilizzato anche nel seguito del testo per indicare i differenziali non esatti.

### 3.2.2 Potenza

Numerose analisi termodinamiche riguardano la velocità con cui avviene il trasferimento di energia. La quantità di energia trasferita nell'unità di tempo sotto forma di lavoro è detta **potenza**, ed è indicata con il simbolo  $\dot{L}$ . Quando una interazione di tipo lavoro implica la presenza di una forza osservabile, la potenza scambiata sotto forma di lavoro è uguale al prodotto tra la forza e la velocità nel punto di applicazione della forza stessa

$$\dot{L} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{w} \quad (3.4)$$

Si utilizza un punto al di sopra di un simbolo, come nel caso di  $\dot{L}$ , per indicare un trasferimento di energia, massa o altre quantità fisiche nell'unità di tempo. In linea di principio, l'Equazione 3.4 può essere integrata dal tempo  $t_1$  al tempo  $t_2$  per ottenere il lavoro totale compiuto durante l'intervallo di tempo

$$L = \int_{t_1}^{t_2} \dot{L} dt = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{w} dt$$

La stessa convenzione di segno adottata per  $L$  si applica anche a  $\dot{L}$ . Poiché la potenza rappresenta il trasferimento di lavoro nell'unità di tempo, può essere espressa attraverso le unità di misura dell'energia e del tempo. Nel SI l'unità di misura della potenza è il J/s, detto watt, W. In questo libro si userà in genere il chilowatt, kW. Altre unità di misura comunemente adottate sono ft · lbf/s, Btu/h, hp (o anche HP).

**Per esempio...** Per illustrare l'uso dell'Equazione 3.4 si determini la potenza necessaria a un ciclista per viaggiare alla velocità di 20 miglia all'ora vincendo la resistenza aerodinamica, ammettendo di poter trascurare la resistenza di rotolamento. Questa resistenza, discussa nel Paragrafo 14.9, è data da

$$F_D = \frac{1}{2} C_D A \rho w^2$$

dove  $C_D$  è una costante detta *coefficiente di resistenza*,  $A$  è l'area frontale della bicicletta e del ciclista, e  $\rho$  è la densità dell'aria. Dall'Equazione 3.4 la potenza richiesta è  $F_D \cdot w$ , oppure



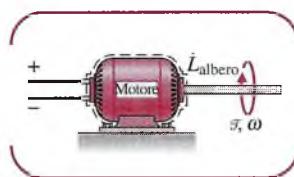
$$\dot{L} = \left(\frac{1}{2} C_D A \rho w^2\right) W$$

$$= \frac{1}{2} C_D A \rho w^3$$

Usando valori tipici:  $C_D = 0.88$ ,  $A = 0.36 \text{ m}^2$ ,  $\rho = 1.23 \text{ kg/m}^3$  e  $w = 10 \text{ m/s}$  e convertendo in cavalli vapore, la potenza richiesta vale

$$\dot{L} = \frac{1}{2} (0.88)(0.36 \text{ m}^2) \left( 1.23 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^3 \left| \frac{1 \text{ W}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^3} \right| \left| \frac{1 \text{ hp}}{745.5 \text{ W}} \right|$$

$$= 0.261 \text{ hp}$$



**Potenza trasmessa da un albero** Un albero rotante è un tipico elemento dei macchinari. Si consideri un albero rotante avente velocità angolare  $\omega$  e che esercita una coppia  $\mathcal{T}$  sull'ambiente che lo circonda. Si esprima la coppia in funzione della forza tangenziale  $F_t$  e del raggio  $R$ :  $\mathcal{T} = F_t R$ . La velocità nel punto di applicazione della forza è  $w = R\omega$  dove  $\omega$  è espressa in radianti al secondo. Utilizzando queste relazioni insieme all'Equazione 3.4, si ottiene l'espressione della potenza *trasmessa* dall'albero all'ambiente

$$\dot{L} = F_t w = (\mathcal{T}/R)(R\omega) = \mathcal{T}\omega \quad (3.5)$$

Un caso analogo riguardante un gas agitato da una pala rotante è analizzato nel commento alla Figura 3.1.

**Potenza elettrica** La Figura 3.1 mostra un sistema che consiste in una batteria connessa a un circuito percorso da una corrente elettrica  $i$ . La corrente è indotta dalla differenza di potenziale elettrico e presente tra i morsetti indicati con  $a$  e  $b$ . Il fatto che questo tipo di interazione possa essere considerata come una forma di lavoro è evidenziato nel commento alla Figura 3.1.

La quantità di energia scambiata sotto forma di lavoro nell'unità di tempo, ovvero la potenza, è

$$\dot{L} = -\mathcal{E}_i \quad (3.6)$$

Il segno “meno” è necessario in accordo con la convenzione di segno precedentemente adottata per la potenza. Se la potenza è misurata in watt e l'unità di misura della corrente è l'ampere (un'unità di misura fondamentale del SI), l'unità di misura del potenziale elettrico è il volt, definito come 1 watt su ampere.

### 3.3 Lavoro di espansione o compressione

Si vuole determinare il lavoro compiuto dal sistema chiuso mostrato in Figura 3.2, che consiste in un gas (o un liquido) che si espande all'interno di un sistema cilindro-pistone.

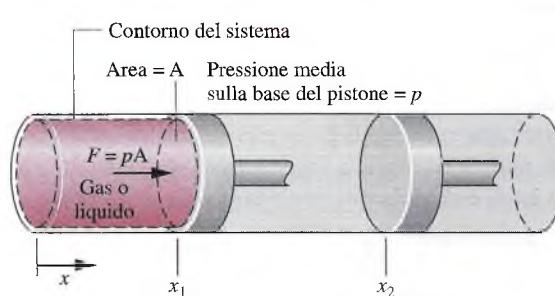


Figura 3.2 Espansione o compressione di un gas o un liquido.

Durante il processo la pressione del gas esercita una forza perpendicolare al pistone. Sia  $p$  la pressione che agisce all'interfaccia tra il gas e il pistone. La forza esercitata dal gas sul pistone è semplicemente data dal prodotto  $pA$ , dove  $A$  è l'area della base del pistone. Il lavoro compiuto dal sistema quando il pistone si è spostato a una distanza  $dx$  è

$$\delta L = pA dx \quad (3.7)$$

Il prodotto  $A dx$  nell'Equazione 3.7 è uguale alla variazione di volume  $dV$  del sistema e quindi l'espressione del lavoro compiuto dal sistema può essere riscritta come

$$\delta L = p dV \quad (3.8)$$

Poiché  $dV$  è positivo quando il volume aumenta, il lavoro compiuto in corrispondenza del contorno mobile è positivo quando il gas si espande. In caso di compressione, invece,  $dV$  è negativo e tale è anche il lavoro ricavabile dall'Equazione 3.8. I segni sono in accordo con la convenzione di segno assunta in precedenza.

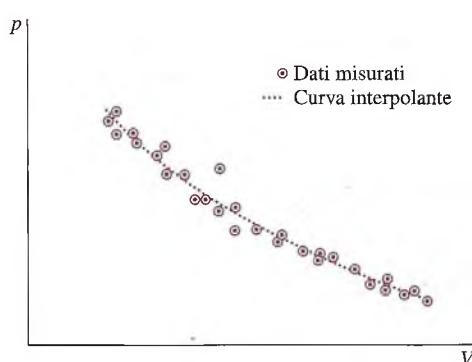
Il lavoro corrispondente a una variazione di volume da  $V_1$  a  $V_2$ , si ottiene integrando l'Equazione 3.8

$$L = \int_{V_1}^{V_2} p dV \quad (3.9)$$

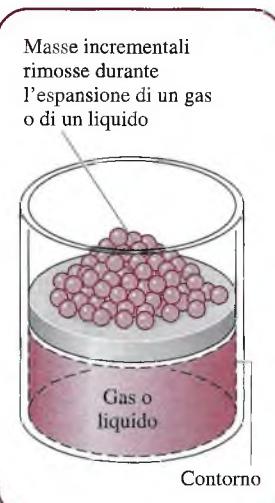
Sebbene l'Equazione 3.9 sia stata ricavata nel caso di un gas (o di un liquido) contenuto in un sistema cilindro-pistone, essa è applicabile a sistemi di qualsiasi forma, purché la pressione sia uniforme e costante sul contorno mobile.

### Processi di espansione e compressione reali

Per poter calcolare l'integrale contenuto nell'Equazione 3.9, è necessario conoscere la relazione che lega la pressione del gas in corrispondenza del contorno mobile e il volume del sistema, ma tale relazione è in generale difficile se non impossibile da ricavare nel caso di espansioni o compressioni reali. Nel cilindro del motore di un'automobile, per esempio, la combustione e altri fenomeni che avvengono in condizioni di non equilibrio danno luogo a disuniformità all'interno del cilindro. Pertanto, se si montasse un trasduttore di pressione sulla testa del cilindro, esso fornirebbe solo un valore approssimato della pressione alla base del cilindro richiesta nell'Equazione 3.9. Inoltre, anche se la pressione misurata è fondamentalmente uguale a quella alla base del pistone, può esistere una dispersione nei dati pressione-volume come quella mostrata in Figura 3.3. Si vedrà in seguito che in alcuni casi, in mancanza dell'opportuna relazione pressione-volume necessaria per determinare



**Figura 3.3** Dati pressione-volume.



**Figura 3.4** Esempio di espansione o compressione in condizioni quasi-statiche.

il lavoro tramite l'Equazione 3.9, questo può in alternativa essere ricavato attraverso un bilancio energetico (Paragrafo 3.6).

### Trasformazioni quasi-statiche di espansione e compressione

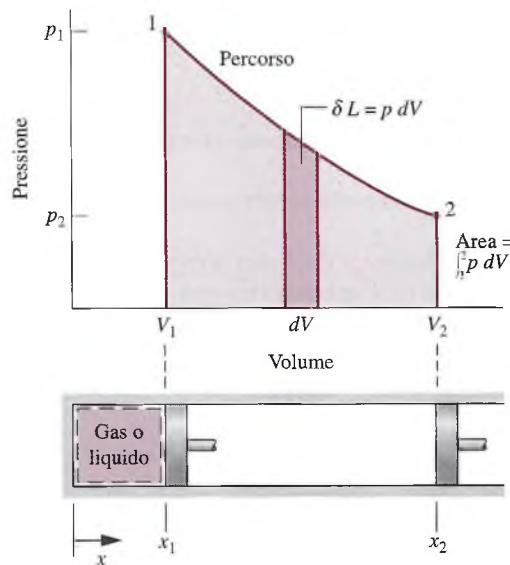
Un processo ideale detto trasformazione quasi-statica è stato introdotto nel Paragrafo 2.2. Una trasformazione quasi-statica è una trasformazione in cui tutti gli stati attraverso cui il sistema evolve possono essere considerati stati di equilibrio. Un aspetto importante del concetto di trasformazione quasi-statica è che i valori delle proprietà intensive sono uniformi all'interno del sistema o di ciascuna fase presente nel sistema in ogni stato raggiunto.

Per capire come un gas (o un liquido) possa essere compresso o espanso in maniera quasi-statica, si faccia riferimento alla Figura 3.4, che mostra un sistema costituito da un gas inizialmente in uno stato di equilibrio. Come mostrato nella figura, la pressione del gas è mantenuta uniforme attraverso un certo numero di piccole masse poste sul pistone libero di muoversi. Si immagini che una delle masse venga rimossa, lasciando che il pistone si muova verso l'alto e che il gas si espanda leggermente. Durante questa espansione lo stato del gas si allontanerà di poco dall'equilibrio e il sistema raggiungerà un nuovo stato di equilibrio in cui la pressione e tutte le altre proprietà intensive avranno nuovamente un valore uniforme. Inoltre, se la massa viene riposizionata sul pistone, il gas tornerà allo stato iniziale, sempre perché lo scostamento dallo stato di equilibrio è piccolo. Se si rimuovono parecchie masse, una dopo l'altra, il gas passerà attraverso una serie di stati di equilibrio senza mai trovarsi lontano dall'equilibrio. Considerando la situazione limite in cui la variazione di massa può essere resa quasi nulla, il gas subirà un processo quasi-statico di espansione. Un processo quasi-statico di compressione può essere immaginato in maniera del tutto simile.

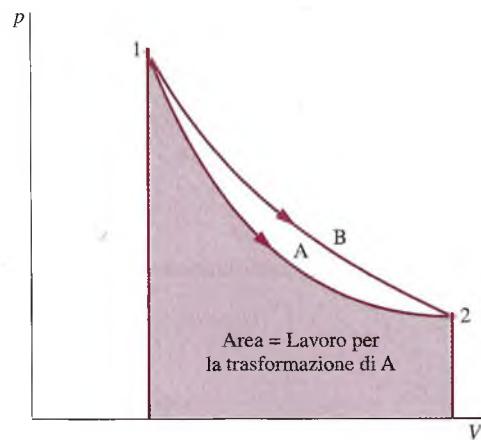
Per determinare il lavoro di espansione o compressione in una trasformazione quasi-statica si può utilizzare l'Equazione 3.9. Per tutti questi processi ideali la pressione  $p$  nell'equazione è la pressione dell'intera massa di gas (o di liquido) che subisce la trasformazione, e non solo la pressione in corrispondenza del contorno mobile. La relazione tra la pressione e il volume può essere espressa in forma grafica o analitica. Una relazione grafica è mostrata nel diagramma pressione-volume (diagramma  $p$ - $V$ ) di Figura 3.5. La base del pistone è inizialmente nella posizione  $x_1$  e la pressione del gas è  $p_1$ ; alla fine dell'espansione quasi-statica la base del pistone è nella posizione  $x_2$  e la pressione del gas si è ridotta a  $p_2$ . Per ciascuna posizione intermedia del pistone, la pressione uniforme all'interno del gas è rappresentata da un punto sul diagramma. La curva o percorso che collega lo stato 1 e lo stato 2 sul diagramma rappresenta gli stati di equilibrio attraverso i quali evolve il sistema durante il processo. Il lavoro compiuto dal gas sul pistone durante l'espansione è dato da  $\int p \, dV$ , che può essere interpretato come l'area sottesa dalla curva della pressione rispetto al volume, per cui l'area colorata in Figura 3.5 corrisponde al lavoro compiuto durante la trasformazione. Se il gas viene compresso dallo stato 2 allo stato 1 lungo lo stesso percorso sul diagramma  $p$ - $V$ , il valore del lavoro sarà lo stesso in valore assoluto ma avrà segno negativo, il che indica che in conseguenza della compressione l'energia è stata trasferita dal pistone al gas.

L'interpretazione del lavoro come area in una trasformazione quasi-statica di compressione o espansione fornisce una semplice dimostrazione dell'idea che il lavoro dipende dal tipo di trasformazione. Ciò può essere evidenziato facendo riferimento alla Figura 3.6. Si supponga che il gas in un sistema cilindro-pistone evolva da uno stato di equilibrio 1 a uno stato di equilibrio 2 lungo due differenti percorsi, denominati A e B in Figura 3.6. Poiché l'area sottesa da ciascuna curva rappresenta il lavoro del processo, il lavoro dipende dalle caratteristiche della trasformazione come definite dalla particolare curva, e non solo dagli stati iniziale e finale. Richiamando la trattazione sulle proprietà del Paragrafo 2.2, si può concludere che il lavoro non è una proprietà. Il valore del lavoro dipende dalla natura della trasformazione tra gli stati iniziale e finale.

La relazione tra la pressione e il volume durante un processo di espansione o compressione può anche essere descritta in maniera analitica. Un esempio è dato dall'espressione



**Figura 3.5** Lavoro in un processo di espansione o compressione quasi-statico.



**Figura 3.6**  
Esemplificazione del fatto che il lavoro dipende dal tipo di trasformazione.

$pV^n = \text{costante}$ , in cui il valore di  $n$  è una costante caratteristica del particolare processo. Una trasformazione quasi-statica descritta da un'espressione di questo tipo è detta *trasformazione politropica*. Si possono peraltro considerare ulteriori espressioni analitiche per la relazione pressione-volume.

L'esempio che segue illustra l'applicazione dell'Equazione 3.9 nei casi in cui la relazione tra la pressione e il volume durante l'espansione è descritta analiticamente dall'equazione  $pV^n = \text{costante}$ .

### Valutare il lavoro di espansione

### ESEMPIO 3.1

Del gas contenuto in un sistema cilindro-pistone subisce un processo di espansione per il quale la relazione tra pressione e volume è data da

$$pV^n = \text{costante}$$

La pressione iniziale è di 3 bar, il volume iniziale è  $0.1 \text{ m}^3$  e il volume finale è  $0.2 \text{ m}^3$ . Si determini il lavoro di espansione in kJ quando (a)  $n = 1.5$ , (b)  $n = 1.0$ , (c)  $n = 0$ .

### Soluzione

**Elementi noti** Un gas contenuto in un sistema cilindro-pistone subisce un'espansione per la quale  $pV^n = \text{costante}$ .

**Da determinare** Si deve determinare il lavoro quando (a)  $n = 1.5$ , (b)  $n = 1.0$ , (c)  $n = 0$ .

**Schema e dati forniti** La relazione  $p$ - $V$  e i valori di pressione e volume dati nel testo possono essere utilizzati per disegnare un diagramma pressione-volume del processo.

①

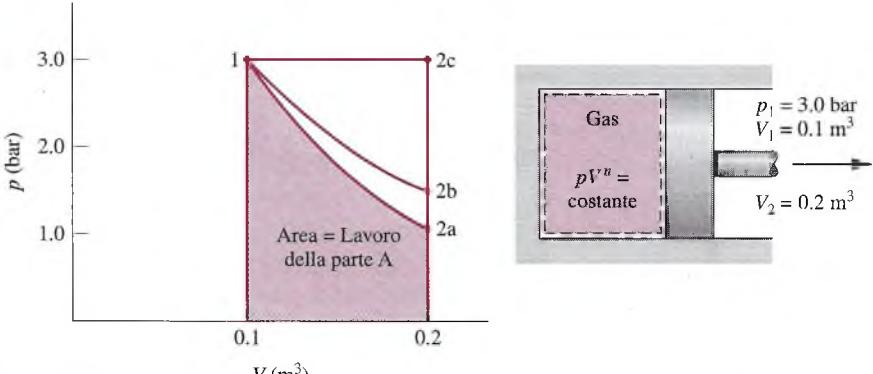


Figura E3.1

### Presupposti

1. Il gas è un sistema chiuso.
2. L'unica forma di lavoro è legata al contorno mobile.
3. L'espansione è una trasformazione politropica.

②

**Analisi** I valori richiesti per il lavoro possono essere ricavati integrando l'Equazione 3.9 con la relazione pressione-volume fornita.

(a) Sostituendo la relazione  $p = \text{costante}/V^n$  nell'Equazione 3.9 e calcolando l'integrale si ha

$$\begin{aligned} L &= \int_{V_1}^{V_2} p \, dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\text{costante}}{V^n} \, dV \\ &= \frac{(\text{costante}) V_2^{1-n} - (\text{costante}) V_1^{1-n}}{1-n} \end{aligned}$$

La costante in quest'espressione può essere determinata in corrispondenza di entrambi gli stati:  $\text{costante} = p_1 V_1^n = p_2 V_2^n$ . L'espressione del lavoro diviene allora

$$L = \frac{(p_2 V_2^n) V_2^{1-n} - (p_1 V_1^n) V_1^{1-n}}{1-n} = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{1-n} \quad (1)$$

Tale relazione è valida per tutti i valori di  $n$  tranne che per  $n = 1.0$ . Il caso  $n = 1.0$  sarà considerato nella parte (b).

Per determinare  $L$  è necessario conoscere la pressione nello stato 2. Ciò può essere fatto utilizzando  $p_1 V_1^n = p_2 V_2^n$ , che, opportunamente risistemata, fornisce

$$p_2 = p_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^n = (3 \text{ bar}) \left( \frac{0.1}{0.2} \right)^{1.5} = 1.06 \text{ bar}$$

e quindi

③

$$\begin{aligned} L &= \left( \frac{(1.06 \text{ bar})(0.2 \text{ m}^3) - (3)(0.1)}{1 - 1.5} \right) \left| \frac{10^5 \text{ N/m}^2}{1 \text{ bar}} \right| \left| \frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ N} \cdot \text{m}} \right| \\ &= +17.6 \text{ kJ} \end{aligned}$$

(b) Quando  $n = 1.0$ , la relazione pressione-volume è  $pV = \text{costante}$  o  $p = \text{costante}/V$ . Il lavoro risulta allora

$$L = \text{costante} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = (\text{costante}) \ln \frac{V_2}{V_1} = (p_1 V_1) \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (2)$$

e sostituendo i valori

$$L = (3 \text{ bar})(0.1 \text{ m}^3) \left| \frac{10^5 \text{ N/m}^2}{1 \text{ bar}} \right| \left| \frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ N} \cdot \text{m}} \right| \ln \left( \frac{0.2}{0.1} \right) = +20.79 \text{ kJ}$$

(c) Per  $n = 0$ , la relazione pressione volume è  $p = \text{costante}$  e l'integrale diviene

$$L = p(V_2 - V_1)$$

che è un caso particolare dell'espressione trovata nella parte (a). Sostituendo i valori e convertendo le unità di misura come in precedenza, si ottiene  $L = +30 \text{ kJ}$ .

- 1 In ciascun caso, il lavoro compiuto durante il processo può essere interpretato come l'area sottesa dalla curva che rappresenta la trasformazione sul diagramma  $p$ - $V$  associato. Si noti che le dimensioni delle rispettive aree appaiono in accordo con i valori trovati.
- 2 L'ipotesi di trasformazione politropica è significativa. Se la relazione pressione-volume fosse ottenuta come interpolazione di valori sperimentali di pressione-volume, il valore di  $\int p dV$  fornirebbe una stima plausibile del lavoro solo nel caso in cui la pressione misurata fosse sostanzialmente uguale a quella esercitata alla base del pistone.
- 3 Si presti attenzione all'uso dei fattori di conversione in questa parte e nella parte (b).
- 4 Non è necessario identificare il tipo di gas (o liquido) contenuto nel sistema cilindro-pistone. I valori di  $L$  calcolati sono stati determinati attraverso il cammino e gli stati iniziale e finale che caratterizzano la trasformazione. In ogni caso, se si desiderasse valutare altre proprietà quali la temperatura, sarebbe necessario fornire sia la natura sia la quantità di sostanza contenuta nel cilindro, poiché sarebbero necessarie opportune relazioni tra le proprietà della particolare sostanza.

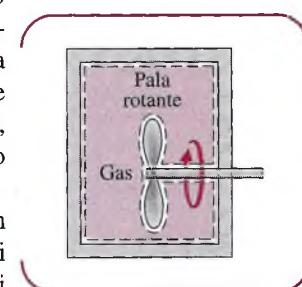
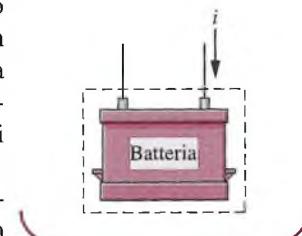
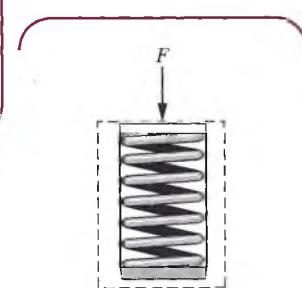
### 3.4 Energia interna

L'obiettivo di questo paragrafo è di utilizzare gli elementi acquisiti sul concetto di lavoro nei Paragrafi 3.2 e 3.3 per ampliare la nostra comprensione del concetto di energia di un sistema. In particolare, verrà analizzata l'energia totale di un sistema, che include l'energia cinetica, l'energia potenziale gravitazionale e altre forme di energia. Gli esempi che seguono illustrano alcune di queste forme di energia, ma si potrebbero proporre molti altri esempi che muovono dai medesimi principi.

Quando viene compiuto del lavoro per comprimere una molla, l'energia si può pensare immagazzinata nella molla. Quando si carica una batteria, aumenta l'energia in essa accumulata. Quando un gas (o un liquido), inizialmente in uno stato di equilibrio in un contenitore chiuso e isolato, viene mescolato vigorosamente e si lascia che raggiunga un nuovo stato di equilibrio, durante il processo aumenta l'energia posseduta dal gas. In ciascuno di questi esempi, la variazione di energia del sistema non può essere attribuita a variazioni dell'energia cinetica o potenziale gravitazionale del sistema stesso, deve essere imputata a variazioni dell'energia interna del sistema, come illustrato nel seguito.

Nella termodinamica di ambito ingegneristico, la variazione dell'energia totale di un sistema si assume causata da tre contributi macroscopici. Uno di essi è la variazione di energia cinetica, associata al moto del sistema nel suo complesso rispetto a un sistema di

4



riferimento esterno. Un secondo termine è costituito dalla variazione dell'energia potenziale gravitazionale, legata alla posizione del sistema nel suo complesso rispetto al campo gravitazionale terrestre. Tutte le altre variazioni di energia sono raggruppate nell'**energia interna** del sistema. Come l'energia cinetica e potenziale gravitazionale e l'energia totale, anche l'energia interna è una proprietà estensiva del sistema.

L'energia interna è rappresentata dal simbolo  $U$ , e la variazione di energia interna durante una trasformazione dallo stato 1 allo stato 2 è  $U_2 - U_1$ . L'energia interna specifica ha come simbolo  $u$  o  $\bar{u}$  a seconda che sia espressa, rispettivamente, in termini di unità di massa o unità di massa molare.

La variazione di energia totale di un sistema è

$$E_2 - E_1 = (E_{c2} - E_{c1}) + (E_{p2} - E_{p1}) + (U_2 - U_1)$$

oppure

$$\Delta E = \Delta E_c + \Delta E_p + \Delta U \quad (3.10)$$

Tutte le quantità dell'Equazione 3.10 rappresentano termini di energia e sono espresse mediante le unità di misura dell'energia precedentemente introdotte. Identificare l'energia interna come una forma macroscopica di energia rappresenta un passaggio importante nella teoria che si sta sviluppando, poiché stabilisce un concetto termodinamico di energia indipendente dal concetto di energia della meccanica. Nel Capitolo 4 impareremo a determinare le variazioni di energia interna utilizzando dati empirici per alcuni casi pratici rilevanti che coinvolgono gas, liquidi e solidi.

Per migliorare la nostra comprensione del concetto di energia interna, si consideri un sistema che si incontrerà spesso nel seguito: un gas contenuto in un recipiente. Si vuole sviluppare un'**interpretazione microscopica dell'energia interna** facendo riferimento all'energia associata al moto e alla configurazione delle molecole, degli atomi e delle particelle subatomiche che compongono il sistema. Le molecole di gas si muovono le une rispetto alle altre, urtano altre molecole o le pareti del contenitore. Una parte dell'energia interna del gas è energia cinetica di traslazione delle molecole. Altri contributi rappresentano invece l'energia cinetica di rotazione delle molecole rispetto al loro centro di massa e l'energia cinetica associata al loro moto di vibrazione. Inoltre l'energia è anche immagazzinata nei legami chimici tra atomi che formano le molecole. Tale energia immagazzinata a livello atomico comprende l'energia associata agli elettroni nei loro stati orbitali, lo spin elettronico e le forze di coesione dei nuclei. Nei gas densi, nei liquidi e nei solidi, le forze intermolecolari assumono un ruolo importante nei confronti dell'energia interna.

### 3.5 Energia scambiata sotto forma di calore

Fino a questo momento sono state prese in considerazione solo le interazioni tra il sistema e l'ambiente circostante che possono essere classificate come lavoro. D'altra parte, i sistemi chiusi possono interagire con l'ambiente anche attraverso forme di energia che non possono essere considerate lavoro. Un esempio è fornito da un gas contenuto in un recipiente che viene messo in contatto con una fiamma a temperatura superiore rispetto a quella del gas. Tale tipo di interazione è detta **trasferimento di energia sotto forma di calore**.

Numerosi esperimenti, a partire dagli studi di Joule nella prima metà del diciannovesimo secolo, dimostrano che lo scambio di energia sotto forma di calore avviene solo in conseguenza di una differenza di temperatura tra il sistema e l'ambiente circostante e necessariamente nella direzione decrescente della temperatura. Poiché tale concetto è fondamentale per le applicazioni termiche nel settore dell'ingegneria, il prossimo paragrafo è dedicato a ulteriori considerazioni in merito agli scambi termici.

### 3.5.1 Convenzione sul segno e notazioni

Il simbolo  $Q$  denota la quantità di energia scambiata sotto forma di calore attraverso il contorno del sistema in un'interazione di tipo calore tra il sistema e l'ambiente. Il calore scambiato è considerato positivo se entrante nel sistema, negativo se uscente dal sistema.

$Q > 0$ : trasferimento di calore al sistema

$Q < 0$ : trasferimento di calore dal sistema

Tale convenzione sui segni verrà adottata in tutto il testo. Risulta comunque utile, come già fatto nel caso del lavoro, indicare su uno schema del sistema la direzione del trasferimento di energia con una freccia. Lo scambio di calore è considerato positivo nel verso indicato dalla freccia. In un **processo adiabatico** non c'è alcuno scambio di calore, e quindi  $Q = 0$ .

La convenzione sul segno adottata per gli scambi di calore è esattamente opposta rispetto a quella adottata per gli scambi di lavoro, per i quali un valore positivo di  $L$  significa che l'energia è trasferita dal sistema all'ambiente. Tale situazione è dovuta al fatto che i primi ingegneri e i ricercatori si occuparono prevalentemente di macchine a vapore e altri dispositivi che sviluppano lavoro in uscita a partire da calore in ingresso, e per loro risultò quindi particolarmente comodo interpretare entrambe le grandezze come quantità positive.

La quantità di calore scambiata dipende dalle caratteristiche della trasformazione e non solo dagli stati iniziale e finale, per cui, così come per il lavoro, il calore non è una proprietà e il suo differenziale viene scritto come  $\delta Q$ . La quantità di energia trasmessa sotto forma di calore durante un processo è data dall'integrale

$$Q = \int_1^2 \delta Q$$

dove gli estremi significano "dallo stato 1 allo stato 2" e non si riferiscono al valore che il calore assume in corrispondenza di tali stati. Così come per il lavoro, il concetto di "calore" riferito a un certo stato non ha senso, e l'integrale non può essere calcolato dalla semplice differenza  $Q_2 - Q_1$ .

L'energia scambiata sotto forma di calore viene può essere determinata sperimentalmente. Ci si riferisce ai diversi meccanismi fisici di trasmissione del calore mediante il termine *modalità di scambio termico*. Si distinguono essenzialmente tre modalità di scambio termico: conduzione, convezione e irraggiamento. La conduzione del calore avviene all'interno di un mezzo entro il quale sia presente un gradiente di temperatura. La convezione riguarda il trasferimento di calore tra una superficie solida e un fluido in movimento a differente temperatura. L'irraggiamento rappresenta invece lo scambio termico tra superfici a diversa temperatura tramite onde elettromagnetiche, e non richiede la presenza di un mezzo interposto. Per tutte e tre le modalità, la quantità di energia scambiata dipende dalle proprietà delle sostanze coinvolte, dai parametri geometrici e dalle temperature. Il fenomeno fisico e le equazioni che lo descrivono saranno introdotti nel Paragrafo 15.1.

### 3.5.2 Considerazioni conclusive

Il primo passo nelle analisi termodinamiche è la definizione del sistema. Siccome lo scambio termico viene valutato in corrispondenza dei contorni del sistema, le interazioni di un sistema con l'ambiente possono essere valutate solo dopo che ne sia stato individuato il contorno. Nel parlare quotidiano, il termine *calore* è spesso usato impropriamente, laddove il termine *energia* sarebbe termodinamicamente più corretto. Per esempio, si può sentir dire "Per favore chiudi la porta o "disperdiamo" calore." In termodinamica il termine *calore* si riferisce a un particolare modo in cui l'energia viene scambiata e non si riferisce a cosa

viene trasmesso tra sistemi diversi o a cosa viene immagazzinato. In generale, è l'energia che viene trasferita e immagazzinata, mentre il calore quantifica l'energia trasferita secondo una certa modalità o tipologia di interazione.

Talvolta è possibile trascurare lo scambio di energia verso o da un sistema. Ciò potrebbe accadere per molteplici ragioni legate ai meccanismi di scambio termico discussi nel Paragrafo 15.1. Tra queste potrebbe esservi il fatto che i materiali che circondano il sistema siano dei buoni isolanti o che il calore trasmesso non sia significativo perché la differenza di temperatura tra il sistema e l'ambiente è piccola. Una terza motivazione potrebbe essere che la superficie del sistema sia troppo piccola per poter dar luogo a uno scambio termico apprezzabile. In genere, quando si trascura la trasmissione del calore è perché valgono una o più delle considerazioni precedenti.

Nella trattazione che segue, il valore di  $Q$  è dato oppure è una quantità incognita. Quando il valore di  $Q$  è fornito, si può ipotizzare che sia stato ricavato attraverso uno dei metodi illustrati nel Paragrafo 15.1. Quando il valore di  $Q$  rappresenta un'incognita, esso può normalmente essere ricavato attraverso un bilancio energetico, come discusso nel seguito.

### 3.6 Bilancio energetico per sistemi chiusi

Come illustrato nella trattazione precedente, le uniche modalità con cui è possibile variare l'energia interna di un sistema chiuso sono le interazioni di tipo lavoro e di tipo calore. Inoltre, un aspetto fondamentale del concetto di energia è che l'energia si conserva: questo è il primo principio della termodinamica.

Tali considerazioni sono riassunte a parole come segue:

$$\left[ \begin{array}{l} \text{variazione della quantità} \\ \text{di energia contenuta} \\ \text{in un sistema durante} \\ \text{un intervallo di tempo} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{l} \text{quantità netta di energia} \\ \text{trasferita nel sistema} \\ \text{attraverso il suo} \\ \text{contorno sotto forma} \\ \text{di calore durante} \\ \text{l'intervallo di tempo} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{l} \text{quantità netta di energia} \\ \text{trasferita fuori dal sistema} \\ \text{attraverso il suo} \\ \text{contorno sotto forma} \\ \text{di lavoro durante} \\ \text{l'intervallo di tempo} \end{array} \right]$$

Questo enunciato esprime a parole una somma algebrica di quantità di energia, ovvero un bilancio energetico, e impone che in ogni trasformazione di un sistema chiuso l'energia del sistema aumenti o diminuisca di una quantità uguale all'energia netta scambiata attraverso il suo contorno.

I termini *quantità netta* utilizzate nell'enunciato del bilancio energetico vanno interpretate con attenzione, poiché ci possono essere scambi termici o di lavoro in punti diversi del contorno del sistema: in alcuni di essi il trasferimento di energia può essere verso il sistema, in altri dal sistema verso l'esterno. I due termini a destra del segno di uguaglianza tengono conto del risultato netto di tutti gli scambi di energia sotto forma rispettivamente di calore e di lavoro che hanno luogo nell'intervallo di tempo considerato.

Il **bilancio energetico** può essere espresso in simboli come

$$E_2 - E_1 = Q - L \quad (3.11a)$$

Richiamando l'Equazione 3.10, una forma alternativa alla precedente è

$$\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta U = Q - L \quad (3.11b)$$

che mostra come il trasferimento di energia attraverso il contorno del sistema sia causa della variazione di una o più forme di energia macroscopica: l'energia cinetica, l'energia potenziale gravitazionale e l'energia interna. Tutti i precedenti riferimenti all'energia come quantità che si conserva sono casi particolari dell'Equazione 3.11.

Si osservi che i segni algebrici prima dei termini riferiti al calore e al lavoro sono differenti, in conseguenza della convenzione sui segni adottata. Un segno “meno” compare prima di  $L$  poiché lo scambio di energia sotto forma di lavoro dal sistema all’ambiente è assunto come positivo, mentre compare un segno “più” davanti a  $Q$  perché il calore è positivo quando viene trasmesso dall’ambiente al sistema.

### Altre forme del bilancio dell’energia

Si possono scrivere numerose altre forme del bilancio energetico. Per esempio, il bilancio energetico in forma differenziale è

$$dE = \delta Q - \delta L \quad (3.12)$$

dove  $dE$  è il differenziale dell’energia, che è una proprietà. Poiché  $Q$  e  $L$  non sono proprietà, i corrispondenti differenziali sono scritti come  $\delta Q$  e  $\delta L$  rispettivamente.

Il bilancio energetico riferito all’unità di tempo è dato da

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \dot{L} \quad (3.13)$$

Il bilancio energetico riferito all’unità di tempo può essere espresso a parole come è

$$\left[ \begin{array}{c} \text{variazione} \\ \text{della quantità} \\ \text{di energia contenuta} \\ \text{in un sistema} \\ \text{nell’unità di tempo} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \text{energia netta} \\ \text{trasferita nel sistema} \\ \text{attraverso il suo} \\ \text{contorno sotto forma} \\ \text{di calore nell’unità di tempo} \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{energia netta} \\ \text{trasferita fuori dal sistema} \\ \text{attraverso il suo} \\ \text{contorno sotto forma} \\ \text{di lavoro nell’unità di tempo} \end{array} \right]$$

Le Equazioni dalla 3.11 alla 3.13 costituiscono forme alternative del bilancio energetico e possono costituire utili punti di partenza per l’applicazione del principio di conservazione dell’energia ai sistemi chiusi. Nel Capitolo 5 il principio di conservazione dell’energia sarà espresso in forme adatte all’applicazione ai volumi di controllo. Quando si applica il bilancio energetico in una qualsiasi delle sue forme, è importante prestare attenzione ai segni e alle unità di misura e distinguere con attenzione tra quantità totali e quantità riferite all’unità di tempo. Inoltre, è importante ricordare che la forma e la posizione del contorno del sistema possono essere fondamentali nel determinare se un particolare scambio di energia sia da considerarsi di tipo lavoro o di tipo calore.

**Per esempio...** Si consideri la Figura 3.7, in cui sono mostrati tre sistemi diversi composti da un gas (o un liquido) contenuto in un recipiente rigido e ben isolato. Nella Figura 3.7a, il gas è il sistema. Man mano che la corrente circola sulla piastra in rame, avviene un trasferimento di energia dal coperchio di rame al gas. Poiché lo scambio di energia avviene in virtù di una differenza di temperatura, viene classificato come calore. Si osservi ora la Figura 3.7b, in cui il contorno è tratteggiato in modo da includere la piastra di rame nel sistema. In conseguenza della definizione termodinamica di lavoro, il trasferimento di energia che ha luogo quando la corrente attraversa il contorno del sistema deve essere considerato lavoro. Infine, nella Figura 3.7c, il contorno del sistema è scelto in maniera tale che non vi sia scambio né di lavoro né di calore attraverso di esso. ■

**Commento conclusivo** Si è finora sottolineato il fatto che le quantità simboleggiate da  $L$  e  $Q$  nelle equazioni appena introdotte rappresentano trasferimenti di energia e non trasferimenti di lavoro e calore rispettivamente. I termini lavoro e calore indicano differenti modalità con cui l’energia viene scambiata e non cosa viene trasferito. In ogni caso, per brevità di esposizione, nel seguito si farà riferimento a  $L$  e  $Q$  semplicemente come a quantità di lavoro e di calore scambiate. Tale poco formale modo di esprimersi è comunemente usato nella pratica ingegneristica.

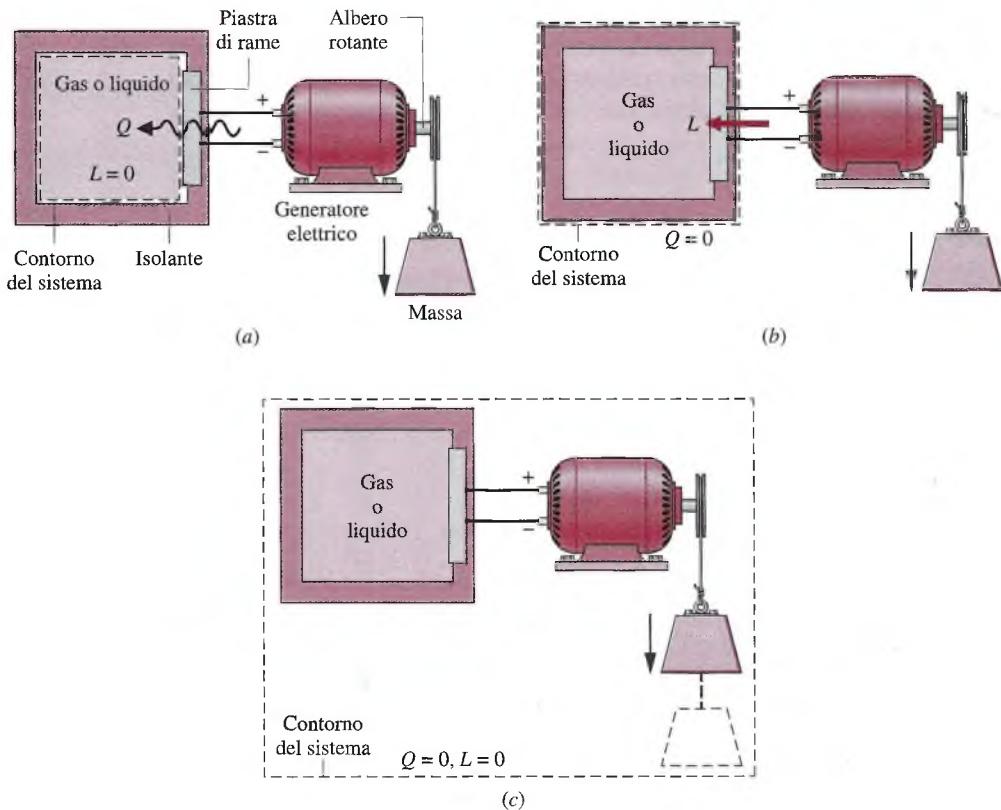


Figura 3.7 Scelte alternative per il contorno di un sistema.

### Esempi

Gli esempi che seguono fanno emergere alcuni aspetti importanti riguardo l'energia e i bilanci energetici. Si raccomanda pertanto di analizzarli con attenzione e di utilizzare un approccio analogo nella risoluzione dei problemi proposti alla fine del capitolo.

In questo testo, la maggior parte delle applicazioni del bilancio energetico non comporta variazioni dell'energia cinetica e dell'energia potenziale, per cui, per rendere più agevole la soluzione di molti dei prossimi esempi e dei problemi alla fine del capitolo, verrà indicato nel testo del problema che tali variazioni possono essere trascurate. Ove ciò non fosse esplicitato nel testo del problema, sarà necessario decidere sulla base del problema in esame come trattare nel modo migliore i termini relativi a energia cinetica e potenziale nel bilancio energetico.

**Trasformazioni dei sistemi chiusi** I prossimi due esempi illustrano l'uso del bilancio energetico nelle trasformazioni dei sistemi chiusi. In tali esempi vengono forniti i dati relativi all'energia interna. Nel Capitolo 4 impareremo come ottenere le proprietà termodinamiche utilizzando i dati reperibili in tabelle, grafici, equazioni e software di calcolo.

#### ESEMPIO 3.2

#### Raffreddamento di un gas in un sistema cilindro-pistone

Quattro chilogrammi di gas sono contenuti in un sistema cilindro-pistone. Il gas subisce un processo durante il quale la relazione pressione-volume è espressa da

$$pV^{1.5} = \text{costante}$$

La pressione iniziale è di 3 bar, il volume iniziale è  $0.1 \text{ m}^3$  e il volume finale vale  $0.2 \text{ m}^3$ . La variazione di energia interna specifica del gas durante la trasformazione è  $u_2 - u_1 = -4.6 \text{ kJ/kg}$ . Non vi sono variazioni significative dell'energia cinetica e potenziale del sistema. Si determini il calore netto scambiato durante il processo.

### Soluzione

**Elementi noti** un gas contenuto in un sistema cilindro-pistone subisce un processo di espansione del quale sono note la relazione pressione-volume e la variazione di energia interna specifica.

**Da determinare** si deve determinare il calore netto scambiato durante il processo.

### Schema e dati forniti

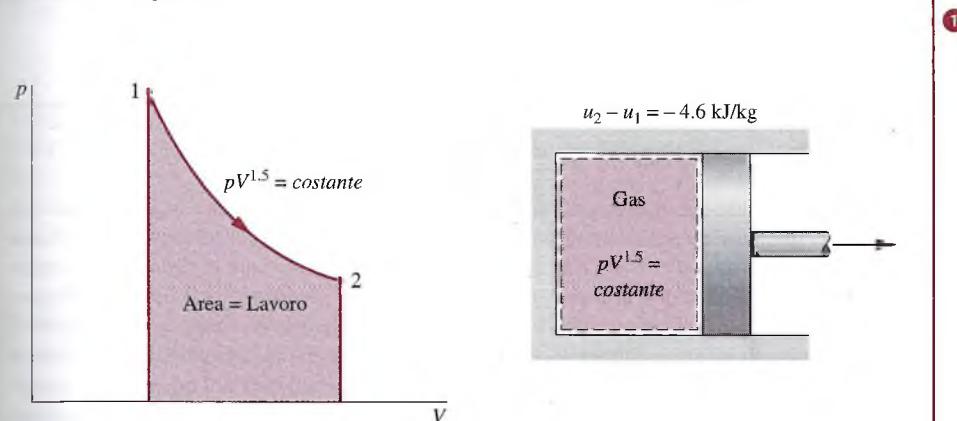


Figura E3.2

### Presupposti

1. Il gas è un sistema chiuso.
2. La trasformazione è descritta da  $pV^{1.5} = \text{costante}$ .
3. Non ci sono variazioni di energia cinetica e potenziale del sistema.

**Analisi** Il bilancio energetico del sistema chiuso assume la forma

$$\Delta E_c^0 + \Delta E_p^0 + \Delta U = Q - L$$

dove i termini relativi alle variazioni di energia cinetica e potenziale non compaiono in virtù dell'ipotesi 3. Allora, scrivendo  $\Delta U$  in funzione delle energie interne specifiche, il bilancio energetico diviene

$$m(u_2 - u_1) = Q - L$$

dove  $m$  è la massa del sistema. Risolvendo rispetto a  $Q$

$$Q = m(u_2 - u_1) + L$$

Il valore del lavoro durante questo processo è stato ricavato nella parte (a) dell'Esempio 3.1:  $L = +17.6 \text{ kJ}$ . La variazione dell'energia interna si ottiene utilizzando i dati forniti nel testo come

$$m(u_2 - u_1) = 4 \text{ kg} \left( -4.6 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right) = -18.4 \text{ kJ}$$

Sostituendo i valori si ha

$$Q = -18.4 + 17.6 = -0.8 \text{ kJ}$$

1

2

- 1 La relazione data tra pressione e volume consente di rappresentare la trasformazione nel diagramma  $p$ - $V$ . L'area al di sotto della curva rappresenta il lavoro. Poiché il lavoro e il calore non sono proprietà, i valori dipendono delle caratteristiche del processo e non possono essere determinati conoscendo solamente gli stati iniziale e finale.
- 2 Il segno negativo del valore di  $Q$  significa che una quantità netta di energia è stata ceduta dal sistema all'ambiente circostante sotto forma di calore.

Nel prossimo esempio verrà commentata la Figura 3.7, prendendo in considerazione in alternativa due sistemi. Questo esempio sottolinea l'importanza di tener conto correttamente delle interazioni sotto forma di lavoro e calore che avvengono in corrispondenza del contorno del sistema, così come delle variazioni di energia.

### ESEMPIO 3.3

### Come considerare due sistemi in alternativa

Un sistema cilindro-pistone associato a una resistenza elettrica contiene una certa quantità di aria. L'ambiente esercita una pressione di 1 atm sulla sommità del pistone, che ha massa pari a 45.4 kg e area di base  $0.1 \text{ m}^2$ . La corrente elettrica attraversa la resistenza e conseguentemente il volume dell'aria aumenta lentamente di  $45.3 \text{ dm}^3$  mentre la pressione rimane costante. La massa dell'aria è 0.27 kg e la sua energia specifica interna aumenta di 47.5 kJ/kg. L'aria e il pistone sono fermi all'istante iniziale e finale. Il sistema cilindro-pistone è in ceramica e quindi ben isolante. L'attrito tra il pistone e la parete del cilindro può essere trascurato e l'accelerazione di gravità locale vale  $9.8 \text{ m/s}^2$ . Si determini il calore trasmesso dalla resistenza elettrica all'aria, in kJ, considerando come sistema (a) la sola aria, (b) l'aria e il pistone.

#### Soluzione

**Elementi noti** sono forniti alcuni dati riguardanti aria contenuta in un sistema cilindro-pistone provvisto di una resistenza elettrica.

**Da determinare** considerando due sistemi in alternativa, si deve determinare il calore trasferito dalla resistenza all'aria.

#### Schema e dati forniti

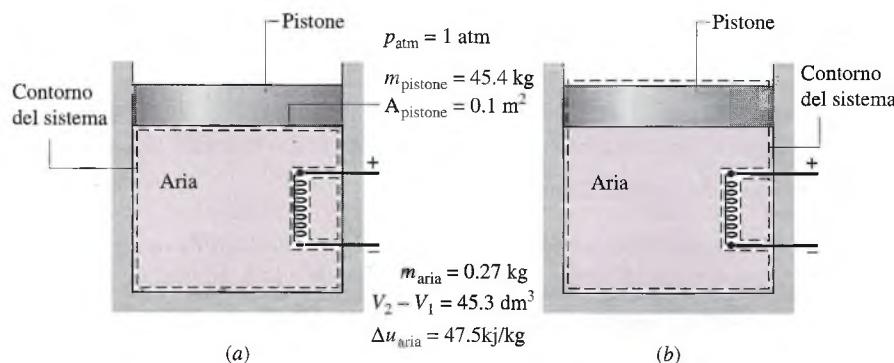


Figura E3.3

#### Presupposti

- 1 Si analizzano due sistemi chiusi, come mostrato negli schemi (a) e (b).
- 2 L'unico scambio di calore significativo è quello dalla resistenza all'aria, durante il quale l'aria si espanderà lentamente mentre la sua pressione rimane costante.

1

3. Non ci sono variazioni di energia cinetica.
4. La variazione di energia potenziale dell'aria è trascurabile.
5. Poiché il materiale di cui è costituito il pistone è un buon isolante, l'energia interna del pistone non è influenzata dallo scambio termico.
6. L'attrito tra il pistone e la parete del cilindro è trascurabile.
7. L'accelerazione di gravità è costante;  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ .

**Analisi** (a) Considerando la sola aria come sistema, il bilancio energetico dell'Equazione 3.11b, in virtù dell'ipotesi 3 e 4, si riduce a

$$(\Delta E_c^0 + \Delta E_p^0 + \Delta U)_{\text{aria}} = Q - L$$

Risolvendo rispetto a  $Q$

$$Q = L + \Delta U_{\text{aria}}$$

Per questo sistema, il lavoro è compiuto dalla forza esercitata in virtù della pressione  $p$  agente sulla base del pistone mentre l'aria si espande. Dall'Equazione 3.9, assumendo la pressione costante, si ha

$$L = \int_{V_1}^{V_2} p \, dV = p(V_2 - V_1)$$

Per determinare la pressione  $p$  si scrive un bilancio di forze sul pistone che si muove lentamente e senza attrito. La forza diretta verso l'alto esercitata dall'aria sulla base inferiore del pistone ~~uguaglia~~ il peso del pistone sommato alla forza diretta verso il basso esercitata dall'atmosfera ~~sella sommità~~ del pistone. In simboli equivale a

$$pA_{\text{pistone}} = m_{\text{pistone}}g + p_{\text{atm}}A_{\text{pistone}}$$

Risolvendo rispetto a  $p$  e sostituendo i valori si ottiene

$$\begin{aligned} p &= \frac{m_{\text{pistone}}g}{A_{\text{pistone}}} + p_{\text{atm}} \\ &= \frac{(45.4 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{0.1 \text{ m}^2} \left| \frac{\text{kPa}}{1000 \text{ N/m}^2} \right| + 1 \text{ atm} \left| \frac{101.325 \text{ kPa}}{1 \text{ atm}} \right| = 105.8 \text{ kPa} \end{aligned}$$

Quindi il lavoro è

$$\begin{aligned} L &= p(V_2 - V_1) \\ &= (105.8 \text{ kPa})(45.3 \text{ dm}^3) \left| \frac{\text{m}^3}{1000 \text{ dm}^3} \right| = 4.8 \text{ kJ} \end{aligned}$$

Così  $\Delta U_{\text{aria}} = m_{\text{aria}}(\Delta u_{\text{aria}})$  lo scambio di calore è

$$\begin{aligned} Q &= L + m_{\text{aria}}(\Delta u_{\text{aria}}) \\ &= 4.8 \text{ kJ} + (0.27 \text{ kg}) \left( 47.5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right) = 17.6 \text{ kJ} \end{aligned}$$

Se si consideri ora il sistema costituito dall'aria e dal pistone. La variazione di energia del sistema complessivo è la somma delle variazioni di energia dell'aria e del pistone. Quindi, il bilancio energetico, Equazione 3.11b, diviene

$$(\Delta E_c^0 + \Delta E_p^0 + \Delta U)_{\text{aria}} + (\Delta E_c^0 + \Delta E_p + \Delta U^0)_{\text{pistone}} = Q - L$$

I termini indicati si annullano in virtù dell'ipotesi 3 e 4. Risolvendo rispetto a  $Q$

$$Q = L + (\Delta E_p)_{\text{pistone}} + (\Delta U)_{\text{aria}}$$

Per questo sistema il lavoro è compiuto alla *sommità* del pistone che preme sull'atmosfera circostante. Applicando l'Equazione 3.9 si ottiene

$$\begin{aligned} L &= \int_{V_1}^{V_2} p \, dV = p_{\text{atm}}(V_2 - V_1) \\ &= (1 \text{ atm})(45.3 \text{ dm}^3) \left| \frac{101.325 \text{ kPa}}{1 \text{ atm}} \right| \left| \frac{\text{m}^3}{1000 \text{ dm}^3} \right| = 4.6 \text{ kJ} \end{aligned}$$

La variazione di quota  $\Delta z$ , necessaria per calcolare la variazione di energia potenziale del pistone, può essere trovata dalla variazione di volume dell'aria e dall'area di base del pistone come

$$\Delta z = \frac{V_2 - V_1}{A_{\text{pistone}}} = \frac{(45.3 \text{ dm}^3)}{0.1 \text{ m}^2} \left| \frac{\text{m}^3}{1000 \text{ dm}^3} \right| = 0.45 \text{ m}$$

Ne consegue che la variazione di energia potenziale del pistone è

$$\begin{aligned} (\Delta E_p)_{\text{pistone}} &= m_{\text{pistone}} g \Delta z \\ &= (45.4 \text{ kg}) \left( 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (0.45 \text{ m}) \left| \frac{\text{kJ}}{1000 \text{ J}} \right| = 0.2 \text{ kJ} \end{aligned}$$

Infine si ha

$$\begin{aligned} Q &= L + (\Delta E_p)_{\text{pistone}} + m_{\text{aria}} \Delta u_{\text{aria}} \\ &= 4.6 \text{ kJ} + 0.2 \text{ kJ} + (0.27 \text{ kg}) \left( 47.5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right) = 17.6 \text{ kJ} \end{aligned}$$

2 che è in accordo con il risultato ottenuto nella parte (a).

- 1 Utilizzando la variazione di quota  $\Delta z$  determinata nella fase di analisi, la variazione di energia potenziale dell'aria è di circa  $10^{-3}$  kJ, che, in questo caso, risulta trascurabile. Il calcolo viene lasciato come esercizio.
- 2 Si osservi che, sebbene il valore di  $Q$  sia il medesimo per ciascun sistema considerato, il valore di  $L$  risulta differente. Inoltre si osservi che anche la variazione di energia è differente, a seconda che il sistema sia costituito solo dall'aria o dall'insieme aria-pistone.

**Condizioni stazionarie** Un sistema è in uno stato stazionario se nessuna delle sue proprietà e condizioni operative cambia nel tempo (Paragrafo 2.2). Molti dispositivi operano in condizioni stazionarie o quasi stazionarie, nel senso che la variazione delle proprietà con il tempo è sufficientemente piccola da poter essere trascurata. I due esempi che seguono illustrano l'applicazione dell'equazione di bilancio energetico riferita all'unità di tempo per sistemi chiusi in condizioni stazionarie.

#### ESEMPIO 3.4

#### Scatola di trasmissione in condizioni stazionarie

Una scatola di trasmissione che opera in condizioni stazionarie riceve una potenza meccanica di 60 kW dall'albero motore ed eroga potenza meccanica attraverso l'albero condotto. Considerando la scatola di trasmissione come il sistema, la potenza termica scambiata è

$$\dot{Q} = -hA(T_b - T_f)$$

dove  $h$  è una costante,  $h = 0.171 \text{ kW}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ,  $A = 1 \text{ m}^2$  è la superficie esterna della scatola di trasmissione,  $T_b = 300 \text{ K}$  ( $27^\circ\text{C}$ ) è la temperatura della superficie esterna e  $T_f = 293 \text{ K}$

(20 °C) è la temperatura dell'ambiente nelle immediate vicinanze della scatola di trasmissione. Si determinino la potenza termica scambiata e la potenza meccanica fornita attraverso l'albero condotto, entrambe in kW.

### Soluzione

**Elementi noti** Una scatola di trasmissione opera in condizioni stazionarie ed è nota la potenza meccanica in ingresso. È altresì nota un'espressione che rappresenta la potenza termica scambiata attraverso la superficie esterna.

**Da determinare** Si devono determinare la potenza termica scambiata e la potenza meccanica fornita dall'albero condotto, entrambe in kW.

### Schema e dati forniti

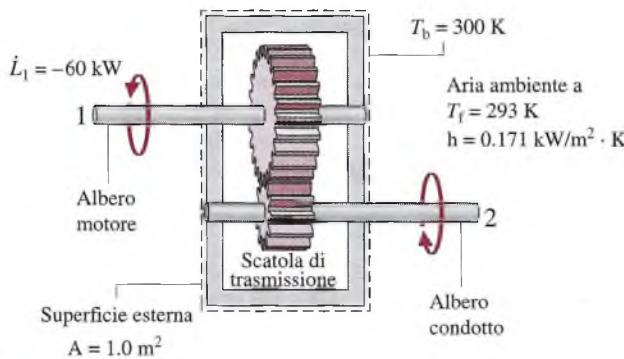


Figura E3.4

### Presupposti

- La scatola di trasmissione è un sistema chiuso in condizioni stazionarie.

**Analisi** Utilizzando l'espressione fornita nel testo per  $\dot{Q}$ , insieme ai dati noti, la potenza trasmessa sotto forma di calore è

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= -hA(T_b - T_f) \\ &= -\left(0.171 \frac{\text{kW}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}\right)(1.0 \text{ m}^2)(300 - 293) \text{ K} \\ &= -1.2 \text{ kW}\end{aligned}$$

1

Il segno negativo di  $\dot{Q}$  significa che l'energia, sotto forma di calore, è trasferita *fuori* della scatola di trasmissione.

Il bilancio energetico in forma differenziale, Equazione 3.13, si riduce, in caso di stato stazionario, a

$$\frac{dE}{dt}^0 = \dot{Q} - \dot{L} \quad \text{o} \quad \dot{L} = \dot{Q}$$

2

Il simbolo  $\dot{L}$  rappresenta la potenza meccanica *netta* sviluppata dal sistema. La potenza meccanica netta è la somma della potenza in entrata  $\dot{L}_1$  e della potenza in uscita  $\dot{L}_2$

$$\dot{L} = \dot{L}_1 + \dot{L}_2$$

Quindi l'espressione per  $\dot{L}$ , il bilancio energetico diviene

$$\dot{L}_1 + \dot{L}_2 = \dot{Q}$$

Risolvendo rispetto a  $\dot{L}_2$ , sostituendo  $\dot{Q} = -1.2 \text{ kW}$  e  $\dot{L}_1 = -60 \text{ kW}$ , dove è necessario il segno negativo perché la potenza all'albero di ingresso porta energia *nel* sistema, si ha

③

$$\begin{aligned}\dot{L}_2 &= \dot{Q} - \dot{L}_1 \\ &= (-1.2 \text{ kW}) - (-60 \text{ kW}) \\ &= +58.8 \text{ kW}\end{aligned}$$

④

Il segno positivo per  $\dot{L}_2$  indica che l'energia viene trasferita dal sistema attraverso l'albero condotto, come ci si aspettava.

- 1 Questa espressione tiene conto del calore scambiato per convezione (Paragrafo 15.1). È scritta in accordo con la convenzione di segno adottata per gli scambi di calore nel bilancio energetico (Equazione 3.13):  $\dot{Q}$  è negativo se  $T_b$  è maggiore di  $T_f$ .
- 2 Le proprietà di un sistema in condizioni stazionarie non variano nel tempo. L'energia  $E$  è una proprietà, mentre il calore e il lavoro non sono proprietà.
- 3 Il trasferimento di energia sotto forma di lavoro avviene, per questo sistema, in due differenti posizioni e i segni associati ai rispettivi valori sono opposti.
- 4 In condizioni stazionarie, la quantità di calore scambiata nell'unità di tempo dalla scatola di trasmissione tiene conto della differenza tra la potenza in ingresso e quella in uscita. Ciò può essere sintetizzato attraverso la seguente 'scheda di bilanciò delle potenze scambiate':

| Ingresso              | Uscita                             |
|-----------------------|------------------------------------|
| 60 kW (albero motore) | 58.8 kW (albero condotto)          |
| —                     | 1.2 kW (potenza termica scambiata) |
| Totalle: 60 kW        | 60 kW                              |

### ESEMPIO 3.5

### Chip di silicio in condizioni stazionarie

Un chip di silicio avente lato 5 mm e spessore 1 mm è inserito su un supporto in ceramica. In condizioni stazionarie il chip è alimentato con una potenza elettrica di 0.225 W. La superficie superiore del chip è esposta a un refrigerante la cui temperatura è di 20 °C. La potenza scambiata tra il chip e il refrigerante è data da  $\dot{Q} = -hA(T_b - T_f)$ , dove  $T_b$  e  $T_f$  sono rispettivamente le temperature della superficie e del refrigerante, A è l'area della superficie del chip e  $h = 150 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ . Considerando trascurabile lo scambio termico tra il chip e il supporto ceramico, determinare la temperatura superficiale del chip, in °C.

#### Soluzione

**Elementi noti** Un chip di silicio è lambito superiormente da un refrigerante. La potenza elettrica in ingresso e altri dati sono noti.

**Da determinare** Si deve determinare la temperatura superficiale del chip.

#### Schema e dati forniti

Refrigerante

$h = 150 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$

$T_f = 20^\circ\text{C}$

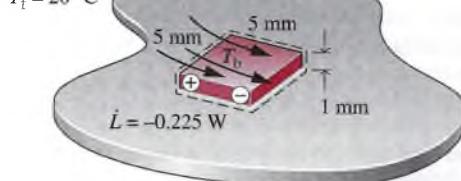


Figura E3.5

Supporto ceramico

**Presupposti**

1. Il chip è un sistema chiuso in condizioni stazionarie.
2. Non c'è trasmissione di calore tra il chip e il supporto.

**Analisi** La temperatura superficiale del chip  $T_b$  può essere determinata utilizzando il bilancio energetico dell'Equazione 3.13 in forma di potenze, il quale, in condizioni stazionarie, si riduce a

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \dot{L}$$

Nell'ipotesi 2, l'unico scambio di calore avviene con il refrigerante ed è dato da

$$\dot{Q} = -hA(T_b - T_f)$$

Combinando le due equazioni si ha

$$0 = -hA(T_b - T_f) - \dot{L}$$

Risolvendo rispetto a  $T_b$

$$T_b = \frac{-\dot{L}}{hA} + T_f$$

In questa espressione,  $\dot{L} = -0.225 \text{ W}$ ,  $A = 25 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ ,  $h = 150 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$  e  $T_f = 293 \text{ K}$  per cui

$$\begin{aligned} T_b &= \frac{-(-0.225 \text{ W})}{(150 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K})(25 \times 10^{-6} \text{ m}^2)} + 293 \text{ K} \\ &= 353 \text{ K (}80^\circ\text{C)} \end{aligned}$$

- 1 Le proprietà di un sistema in condizioni stazionarie non variano nel tempo. L'energia  $E$  è una proprietà, mentre il calore e il lavoro non sono proprietà.
- 2 Tale relazione tiene conto del calore trasmesso per convezione (Paragrafo 15.1) ed è scritta in accordo con la convenzione di segno per gli scambi di calore adottata nel bilancio energetico dell'Equazione 3.13:  $\dot{Q}$  è negativo se  $T_b$  è maggiore di  $T_f$ .

**Funzionamento in transitorio** Molti dispositivi subiscono dei periodi di funzionamento in transitorio durante i quali lo stato varia nel tempo. Ciò si osserva per esempio durante le fasi di avvio e di spegnimento di un dispositivo come per esempio di un motore. Il prossimo esempio illustra l'applicazione del bilancio di potenze a un motore elettrico in fase di avvio. L'esempio riguarda sia il lavoro elettrico sia la potenza trasmessa dall'albero.

**Funzionamento in transitorio di un motore****ESEMPIO 3.6**

La potenza termica scambiata tra un motore elettrico e l'ambiente circostante varia nel tempo secondo la legge

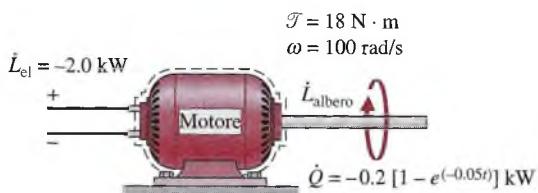
$$\dot{Q} = -0.2[1 - e^{(-0.05t)}]$$

dove  $t$  è in secondi e  $\dot{Q}$  è in kW. L'albero motore ruota a una velocità costante  $\omega = 100 \text{ rad/s}$  (circa 995 giri al minuto) e applica una coppia costante  $\mathcal{T} = 18 \text{ N} \cdot \text{m}$  a un carico esterno. Il motore è alimentato da una potenza elettrica costante di 2.0 kW. Si tracci il grafico di  $\dot{Q}$  e  $\dot{L}$ , entrambi in kW, e della variazione di energia  $\Delta E$ , in kJ, in funzione del tempo da  $t = 0$  a  $t = 120 \text{ s}$  e si discuta il risultato ottenuto.

**Soluzione**

**Elementi noti** Un motore opera con un ingresso costante di potenza elettrica, velocità dell'albero e coppia applicata. La potenza termica scambiata tra il motore e l'ambiente circostante è nota.

**Da determinare** Si devono disegnare i grafici di  $\dot{Q}$ ,  $\dot{L}$  e  $\Delta E$  rispetto al tempo e discutere il risultato ottenuto.

**Schema e dati forniti****Figura E3.6****Presupposti**

- Il sistema mostrato nella figura è un sistema chiuso.

**Analisi** La variazione di energia del sistema nell'unità di tempo è

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \dot{L}$$

$\dot{Q}$  rappresenta la potenza netta uscente dal sistema: la somma della potenza associata all'albero rotante  $\dot{L}_{\text{albero}}$  e della potenza associata al flusso di energia elettrica  $\dot{L}_{\text{el}}$

$$\dot{L} = \dot{L}_{\text{albero}} + \dot{L}_{\text{el}}$$

La potenza  $\dot{L}_{\text{el}}$  è nota dal testo del problema:  $\dot{L}_{\text{el}} = -2.0 \text{ kW}$ , dove il segno negativo è necessario trattandosi di energia in ingresso al sistema sotto forma di lavoro elettrico. Il termine  $\dot{L}_{\text{albero}}$  può essere determinato con l'Equazione 3.5 come

$$\dot{L}_{\text{albero}} = T\omega = (18 \text{ N} \cdot \text{m})(100 \text{ rad/s}) = 1800 \text{ W} = +1.8 \text{ kW}$$

Poiché l'energia esce dal sistema in corrispondenza dell'albero rotante, tale trasferimento di energia è positivo. Per concludere

$$\dot{L} = \dot{L}_{\text{el}} + \dot{L}_{\text{albero}} = (-2.0 \text{ kW}) + (+1.8 \text{ kW}) = -0.2 \text{ kW}$$

dove il segno negativo significa che la potenza elettrica in entrata è maggiore della potenza trasferita lungo l'albero.

Dal precedente risultato per  $\dot{L}$  e dall'espressione fornita per  $\dot{Q}$ , il bilancio energetico sotto forma di potenze diviene

$$\frac{dE}{dt} = -0.2[1 - e^{(-0.05t)}] - (-0.2) = 0.2e^{(-0.05t)}$$

Integrando

$$\begin{aligned} \Delta E &= \int_0^t 0.2e^{(-0.05t)} dt \\ &= \left. \frac{0.2}{(-0.05)} e^{(-0.05t)} \right|_0^t = 4[1 - e^{(-0.05t)}] \end{aligned}$$

I grafici sono tracciati utilizzando l'espressione fornita per  $\dot{Q}$  e le espressioni per  $\dot{L}$  e  $\Delta E$  ottenute dall'analisi. In conseguenza della convenzione di segno adottata,  $\dot{Q}$  e  $\dot{L}$  sono negativi. Nei primi secondi la potenza netta che è trasmessa all'esterno sotto forma di lavoro eccede leggermente la potenza che viene scambiata come calore. Di conseguenza l'energia immagazzinata nel motore aumenta rapidamente e il motore "si scalda". Man mano che il tempo scorre, il valore di  $\dot{Q}$  raggiunge quello di  $\dot{L}$  e la quantità di energia immagazzinata diminuisce. Dopo circa 100 s questa modalità di funzionamento in transitorio è quasi completamente esaurita e non si ha quasi più variazione dell'energia immagazzinata o di ogni altra proprietà. Si può dire allora che il motore opera in condizioni stazionarie.

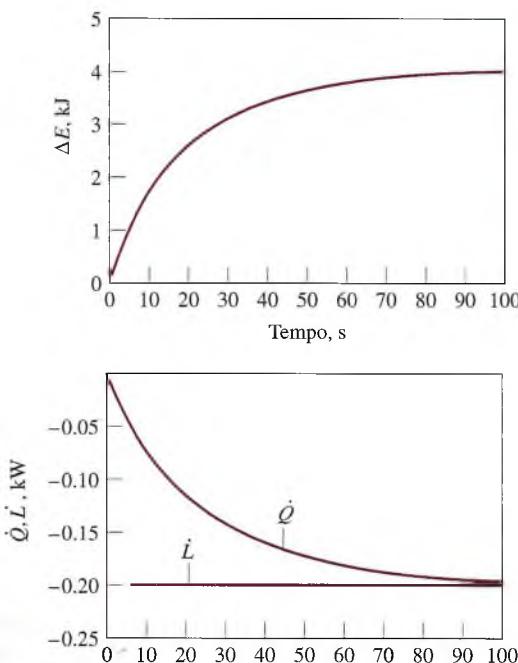


Figura E3.7

1

2

- 1 Questi grafici possono essere tracciati a mano oppure utilizzando un opportuno software.
- 2 In condizioni stazionarie il valore di  $\dot{Q}$  è costante e uguale a  $-0.2 \text{ kW}$ . Tale valore costante per la potenza termica scambiata può essere interpretato come la parte di energia elettrica in entrata che non viene convertita in lavoro meccanico in uscita a causa di alcuni fenomeni che hanno luogo all'interno del motore, come la resistenza elettrica e l'attrito.

### 3.7 Analisi energetica dei cicli

In questo paragrafo i concetti di energia appena sviluppati saranno applicati ai sistemi che evolvono secondo cicli termodinamici. Si ricordi dal Paragrafo 2.2 che quando un sistema, a partire da un certo stato iniziale, subisce una serie di trasformazioni e ritorna a tale stato iniziale, il sistema ha compiuto un ciclo termodinamico. Lo studio dei sistemi che evolvono secondo cicli termodinamici ha avuto un ruolo importante nello sviluppo della termodinamica in ambito ingegneristico. Sia il primo sia il secondo principio della termodinamica hanno le loro radici nell'analisi dei cicli. Inoltre, ci sono numerose applicazioni pratiche importanti, che avvengono secondo processi ciclici e coinvolgono la generazione di potenza, la propulsione dei veicoli e la refrigerazione, per le quali è fondamentale la conoscenza dei cicli termodinamici. In questo paragrafo i cicli saranno analizzati dal punto di vista del principio di conservazione dell'energia. I cicli saranno poi analizzati con maggior

dettaglio nei capitoli seguenti, utilizzando sia il principio di conservazione dell'energia sia il secondo principio della termodinamica.

### 3.7.1 Bilancio energetico per i cicli

Il bilancio energetico, per qualsiasi sistema che evolve secondo un ciclo termodinamico, prende la forma

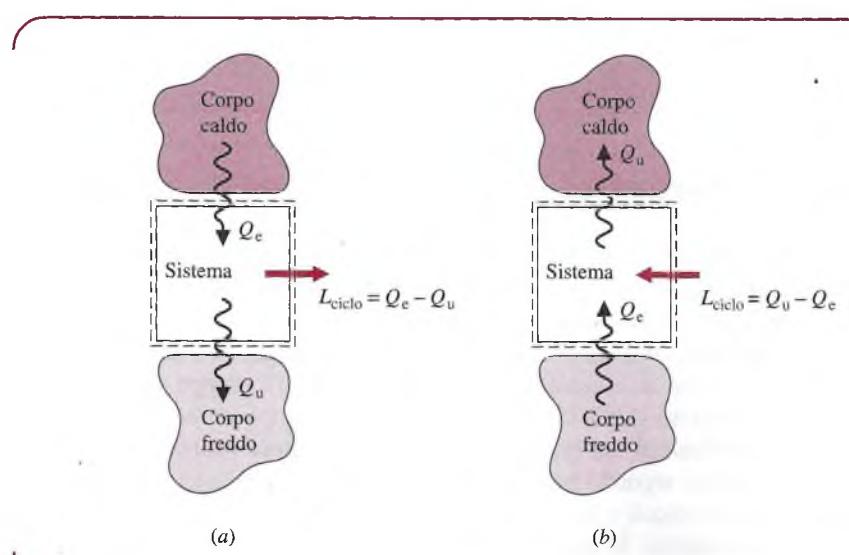
$$\Delta E_{\text{ciclo}} = Q_{\text{ciclo}} - L_{\text{ciclo}} \quad (3.14)$$

dove  $Q_{\text{ciclo}}$  e  $L_{\text{ciclo}}$  rappresentano la quantità *netta* di energia trasferita rispettivamente sotto forma di calore e di lavoro durante il ciclo. Poiché il sistema dopo aver compiuto il ciclo ritorna nelle condizioni iniziali, non c'è alcuna variazione *netta* nella sua energia. Di conseguenza, il membro di sinistra dell'Equazione 3.14 è uguale a zero e l'equazione si riduce a

$$L_{\text{ciclo}} = Q_{\text{ciclo}} \quad (3.15)$$

L'Equazione 3.15 è un'espressione del principio di conservazione dell'energia, che deve essere soddisfatto da ogni ciclo termodinamico, a prescindere dalla sequenza di processi seguiti dal sistema che compie il ciclo o dalla natura delle sostanze che compongono il sistema.

La Figura 3.8 fornisce uno schema semplificato di due tipologie fondamentali di sistemi prese in considerazione in questo testo: i cicli motore e i cicli frigoriferi o a pompa di calore. In ciascuno dei due casi illustrati, il sistema compie un ciclo in contatto termico con due corpi, uno caldo e uno freddo. Tali corpi sono posizionati nell'ambiente circostante il sistema che compie il ciclo. Durante ciascun ciclo si ha anche una certa quantità netta di energia scambiata dal sistema con l'ambiente sotto forma di lavoro. Si ponga particolare attenzione al fatto che utilizzando i simboli  $Q_e$  e  $Q_u$  in Figura 3.8 ci si è discostati dalla convenzione di segno adottata precedentemente per il calore. In questo paragrafo è vantaggioso considerare  $Q_e$  e  $Q_u$  come trasferimenti di energia nel verso indicato dalle frecce. La direzione del lavoro netto compiuto dal ciclo  $L_{\text{ciclo}}$  è altresì indicata da una freccia. Infine, si noti che i versi dei trasferimenti di energia mostrati in Figura 3.8b sono opposti rispetto a quelli della Figura 3.8a.



**Figura 3.8** Schema di due importanti classi di cicli. (a) Cicli motore. (b) Cicli frigoriferi e pompe di calore.

### 3.7.2 Cicli motore

I sistemi che compiono cicli come quello mostrato in Figura 3.8a forniscono energia come lavoro netto all'ambiente durante ciascun ciclo. Ogni ciclo di questo tipo è detto **ciclo motore**. Dall'Equazione 3.15, il lavoro netto in uscita è uguale al lavoro netto scambiato durante il ciclo

$$L_{\text{ciclo}} = Q_e - Q_u \quad (\text{ciclo motore}) \quad (3.16)$$

dove  $Q_e$  rappresenta il trasferimento di energia *nel* sistema dal corpo caldo e  $Q_u$  indica il calore ceduto dal sistema al corpo freddo. Dall'Equazione 3.16 è chiaro che, in un ciclo motore,  $Q_e$  deve essere maggiore di  $Q_u$ . L'energia fornita per trasmissione del calore a un sistema che compie un ciclo motore è fornita dalla combustione di un carburante o da una reazione nucleare controllata da un moderatore; può essere ottenuta anche dalla radiazione solare. L'energia  $Q_u$  è normalmente scaricata nell'atmosfera circostante o in un bacino d'acqua limitrofo.

Il rendimento di un sistema che compie un ciclo motore può essere definito in termini di frazione dell'energia fornita sotto forma di calore  $Q_e$  che viene convertita in lavoro netto uscente  $L_{\text{ciclo}}$ . La frazione di energia convertita da calore in lavoro è espressa dal seguente rapporto, detto comunemente **rendimento termico**:

$$\eta = \frac{L_{\text{ciclo}}}{Q_e} \quad (\text{ciclo motore}) \quad (3.17a)$$

Richiamando l'Equazione 3.16, si può ottenere una forma alternativa come

$$\eta = \frac{Q_e - Q_u}{Q_e} = 1 - \frac{Q_u}{Q_e} \quad (\text{ciclo motore}) \quad (3.17b)$$

Poiché l'energia si conserva, ne consegue che il rendimento termico non può mai essere maggiore dell'unità (100%). Inoltre, l'esperienza con i cicli motore reali mostra che il valore del rendimento termico è invariabilmente minore di uno. Ciò significa che non tutta l'energia fornita al sistema sotto forma di calore può essere convertita in lavoro: una parte di essa viene scaricata verso il corpo freddo sotto forma di calore. Utilizzando il secondo principio della termodinamica, nel Capitolo 6 si mostrerà che nei cicli motore non è possibile la totale conversione di calore in lavoro: il rendimento termico di tutti i cicli motore deve essere inferiore all'unità:  $\eta < 1$ .

### 3.7.3 Cicli frigoriferi e a pompa di calore

Si considerino ora i **cicli frigoriferi** e **a pompa di calore** mostrati in Figura 3.8b. Per i cicli di questo tipo,  $Q_e$  è l'energia trasferita come calore *dal* corpo freddo nel sistema che compie il ciclo, mentre  $Q_u$  è l'energia scambiata sotto forma di calore *al* corpo caldo. Per portare a termine questo trasferimento di energia è necessario fornire lavoro in ingresso  $L_{\text{ciclo}}$ . Le quantità  $Q_e$ ,  $Q_u$  e  $L_{\text{ciclo}}$  sono legate dal bilancio energetico, che, per i cicli frigoriferi e le pompe di calore, assume la forma

$$L_{\text{ciclo}} = Q_u - Q_e \quad (\text{ciclo frigorifero a pompa di calore}) \quad (3.18)$$

Poiché in questa equazione  $L_{\text{ciclo}}$  è positivo, ne consegue che  $Q_u$  è maggiore di  $Q_e$ .

Sebbene finora siano stati trattati alla stessa maniera, i cicli frigoriferi e quelli a pompa di calore hanno scopi differenti. La finalità di un ciclo frigorifero è di raffreddare uno spazio refrigerato o di mantenere la temperatura in un ambiente o in un edificio al di sotto della temperatura esterna. Lo scopo di una pompa di calore è di mantenere la temperatura

in un ambiente o in un edificio al di sopra di quella esterna o di fornire calore a determinati processi industriali che richiedono temperature elevate.

Poiché i cicli frigoriferi e le pompe di calore hanno obiettivi diversi, i loro indici di efficienza, detti *coefficienti di prestazione*, sono definiti in modo differenziato. Tali coefficienti di prestazione verranno analizzati nel seguito.

### Cicli frigoriferi

L'efficienza di un ciclo frigorifero può essere espressa come il rapporto tra la quantità di energia che il sistema che compie il ciclo riceve dal corpo freddo  $Q_e$  e il lavoro netto  $L_{\text{ciclo}}$  fornito al sistema per ottenere tale effetto. Quindi, il **coefficiente di prestazione** (o **coefficiente di effetto utile**)  $\beta$  è

$$\boxed{\beta = \frac{Q_e}{L_{\text{ciclo}}} \quad (\text{ciclo frigorifero})} \quad (3.19a)$$

Richiamando l'Equazione 3.18, si ottiene un'espressione alternativa per  $\beta$

$$\boxed{\beta = \frac{Q_e}{Q_u - Q_e} \quad (\text{ciclo frigorifero})} \quad (3.19b)$$

Per un refrigeratore domestico,  $Q_u$  è smaltito nello spazio in cui è ubicato il refrigeratore, mentre  $L_{\text{ciclo}}$  solitamente è fornito come energia elettrica che alimenta un motore che aziona il refrigeratore.

**Per esempio...** in un frigorifero il compartimento interno funge da corpo freddo e l'aria dell'ambiente circostante è il corpo caldo. L'energia  $Q_e$  passa dal cibo e dagli altri oggetti contenuti nella cella frigorifera al refrigerante che circola. Affinché tale trasferimento di calore possa avere luogo, la temperatura del refrigerante deve essere inferiore a quella del contenuto del frigorifero. L'energia  $Q_u$  passa dal refrigerante all'aria circostante. Affinché tale scambio di calore possa avvenire, la temperatura del fluido frigorigeno circolante deve essere superiore a quella dell'aria. Per ottenere tali effetti è necessario fornire lavoro  $L_{\text{ciclo}}$  in entrata, che in un frigorifero è generalmente sotto forma di energia elettrica. ■

### Cicli a pompa di calore

L'efficienza delle *pompe di calore* può essere espressa come il rapporto tra la quantità di energia  $Q_u$  ceduta dal sistema che compie il ciclo al corpo caldo e il lavoro netto  $L_{\text{ciclo}}$  entrante nel sistema per ottenere tale effetto. Di conseguenza, il **coefficiente di prestazione** (o **coefficiente di effetto utile**)  $\gamma$  è

$$\boxed{\gamma = \frac{Q_u}{L_{\text{ciclo}}} \quad (\text{pompa di calore})} \quad (3.20a)$$

Richiamando l'Equazione 3.18, si ottiene un'espressione alternativa del coefficiente di prestazione

$$\boxed{\gamma = \frac{Q_u}{Q_u - Q_e} \quad (\text{pompa di calore})} \quad (3.20b)$$

Da tale equazione si può osservare che il valore di  $\gamma$  non è mai inferiore all'unità. Nelle pompe di calore per applicazioni residenziali, l'energia  $Q_e$  è solitamente ricavata dall'atmosfera circostante, dal terreno o da un bacino d'acqua a disposizione nelle vicinanze.  $L_{\text{ciclo}}$  è invece normalmente fornito sotto forma di energia elettrica.

I coefficienti di prestazione (o di effetto utile)  $\beta$  e  $\gamma$  sono definiti come rapporto tra l'effetto utile di scambio termico desiderato e il costo in termini di lavoro necessario per

ottenere tale effetto. Sulla base di queste definizioni, è chiaro che è auspicabile, dal punto di vista termodinamico, che tali coefficienti assumano i valori più elevati possibili. Tuttavia, come si vedrà nel Capitolo 6, anche i coefficienti di prestazione devono rispettare delle limitazioni imposte dal secondo principio della termodinamica.

## Sommario e guida allo studio

In questo capitolo si è preso in considerazione il concetto di energia da un punto di vista ingegneristico, e si sono introdotti i bilanci energetici per applicare il principio di conservazione dell'energia ai sistemi chiusi. Un concetto di base è che l'energia può essere accumulata nei sistemi in tre forme macroscopiche: energia interna, energia cinetica ed energia potenziale gravitazionale. L'energia può anche essere trasferita ai sistemi o essere sottratta a essi.

L'energia può essere trasferita ai o dai sistemi chiusi solamente in due modi: scambio di lavoro e scambio di calore. Lavoro e calore vengono trasferiti in corrispondenza del contorno del sistema e non sono proprietà. In meccanica, il lavoro è il trasferimento di energia associato a forze e spostamenti in corrispondenza del contorno del sistema. La definizione termodinamica di lavoro introdotta in questo capitolo però estende il concetto di lavoro della meccanica per includere altre tipologie di lavoro. Il trasferimento di energia sotto forma di calore è invece dovuto alla differenza di temperatura tra il sistema e l'ambiente circostante e avviene nel verso decrescente della temperatura. Le modalità di trasmissione del calore sono: conduzione, convezione e irraggiamento. Per il lavoro e il calore si adottano le seguenti convenzioni di segno:

- $L, \dot{L}$   $\begin{cases} > 0: \text{lavoro compiuto dal sistema} \\ < 0: \text{lavoro compiuto sul sistema} \end{cases}$
- $Q, \dot{Q}$   $\begin{cases} > 0: \text{trasferimento di calore al sistema} \\ < 0: \text{trasferimento di calore dal sistema} \end{cases}$

L'energia è una proprietà estensiva di un sistema e solo le variazioni dell'energia di un sistema hanno senso. Le varia-

zioni di energia sono determinate tramite il bilancio energetico. Il bilancio energetico per una trasformazione di sistema chiuso è espresso dall'Equazione 3.11 e la corrispondente forma in termini di potenze è l'Equazione 3.13. L'Equazione 3.15 è invece una forma particolare del bilancio energetico per sistemi che compiono un ciclo termodinamico.

La seguente checklist fornisce una guida per lo studio degli argomenti di questo capitolo. Quando si è terminato lo studio del testo e lo svolgimento degli esercizi a fine capitolo, si deve essere in grado di:

- interpretare il significato dei termini chiave evidenziati nel testo;
- valutare le seguenti quantità di energia:
  - variazioni di energia cinetica e potenziale usando rispettivamente le Equazioni 3.1 e 3.2;
  - lavoro e potenza utilizzando rispettivamente le Equazioni 3.3 e 3.4;
  - lavoro di compressione e di espansione attraverso l'Equazione 3.9;
- applicare i bilanci energetici per i sistemi chiusi in ognuna delle varie forme alternative, rappresentando opportunamente ciascun caso attraverso modelli, osservando correttamente le convenzioni di segno per lavoro e calore e applicando con attenzione le unità di misura del SI;
- condurre analisi energetiche per sistemi che compiono cicli termodinamici, utilizzando l'Equazione 3.15 e valutando in maniera appropriata il rendimento termico dei cicli motore e il coefficiente di prestazione dei cicli frigoriferi e a pompa di calore.

## Esercizi

### Concetto di energia in meccanica

- 3.1 Un'automobile ha massa pari a 1200 kg. Qual è la sua energia cinetica, in kJ, se l'auto viaggia a una velocità di 50 km/h rispetto alla strada? Se il veicolo accelerasse fino a 100 km/h, quale sarebbe la variazione di energia cinetica, in kJ?
- 3.2 Un oggetto che pesa 40 kN è situato alla quota di 30 m rispetto alla superficie terrestre. Sapendo che  $g = 9.78 \text{ m/s}^2$ , determinare l'energia potenziale gravitazionale del corpo, in kJ, rispetto alla superficie terrestre.
- 3.3 Un oggetto di massa pari a 10 kg, avente una velocità iniziale di 500 m/s, decelera fino alla velocità di 100 m/s. Qual è la variazione, in kJ, dell'energia cinetica dell'oggetto?

- 3.4 Un aeroplano di massa pari a 5000 kg vola alla velocità di 150 m/s a un'altitudine di 10000 m, entrambe misurate rispetto alla superficie terrestre. L'accelerazione di gravità può essere considerata costante e pari a  $g = 9.78 \text{ m/s}^2$ .

- (a) Calcolare l'energia cinetica e potenziale dell'aeroplano, entrambe in kJ.
- (b) Sapendo che l'energia cinetica aumenta di 10000 kJ senza alcuna variazione dell'altitudine, quale sarà la velocità finale in m/s?

### Lavoro e potenza

- 3.5 La forza d'attrito  $F_D$  esercitata dall'aria circostante su un veicolo in moto con velocità  $w$  è data da

$$F_D = C_D A \frac{1}{2} \rho V^2$$

dove  $C_D$  è una costante detta coefficiente di resistenza,  $A$  è la proiezione dell'area frontale del veicolo e  $\rho$  è la densità dell'aria. Si determini la potenza, in kW, richiesta da un camion che si sposta alla velocità di 110 km/h per vincere la forza d'attrito aerodinamico, sapendo che  $C_D = 0.65$ ,  $A = 10 \text{ m}^2$  e  $\rho = 1.1 \text{ kg/m}^3$ .

- 3.6** La forza di maggiore intensità che si oppone al moto di un veicolo è la resistenza al rotolamento degli pneumatici,  $F_t$ , data da

$$F_t = f \cdot W$$

dove  $f$  è una costante detta coefficiente di attrito volvente e  $W$  è il peso del veicolo. Si determini, in kW, la potenza necessaria a un autocarro che pesa 322.5 kN e che si muove a 110 km/h per vincere tale forza d'attrito. Si assuma  $f = 0.0069$ .

- 3.7** I dati di pressione e volume rilevati durante l'espansione di un gas in un cilindro di un motore a combustione interna sono riportati nella tabella sottostante. Utilizzando i dati contenuti nella tabella rispondere ai seguenti quesiti:

- (a) determinare il valore di  $n$  tale che i dati soddisfino la relazione  $pV^n = \text{costante}$ ;
- (b) valutare analiticamente il lavoro compiuto dal gas, in kJ, utilizzando l'Equazione 3.9 assieme al risultato ottenuto per la parte (a).

| Dati | $p (\text{lbf/in}^2)$ | $V (\text{in}^3)$ |
|------|-----------------------|-------------------|
| 1    | 112                   | 13.0              |
| 2    | 131                   | 11.0              |
| 3    | 157                   | 9.0               |
| 4    | 197                   | 7.0               |
| 5    | 270                   | 5.0               |
| 6    | 424                   | 3.0               |

- 3.8** Mezzo chilogrammo di gas, contenuto in un sistema cilindro-pistone, è sottoposto a un processo alla pressione costante di 4 bar con volume specifico iniziale  $v_1 = 0.72 \text{ m}^3/\text{kg}$ . Sapendo che il lavoro del gas, considerato come sistema, è di  $-84 \text{ kJ}$ , si determini il volume finale del gas, in  $\text{m}^3$ .

- 3.9** Un gas viene compresso da  $V_1 = 0.09 \text{ m}^3$ ,  $p_1 = 1 \text{ bar}$  fino a  $V_2 = 0.03 \text{ m}^3$ ,  $p_2 = 3 \text{ bar}$ . Durante il processo la pressione e il volume sono legate da una relazione lineare. Si trovi il lavoro del gas.

- 3.10** Un gas si espande da uno stato iniziale, in cui  $p_1 = 500 \text{ kPa}$  e  $V_1 = 0.1 \text{ m}^3$ , fino a uno stato finale in cui  $p_2 = 100 \text{ kPa}$ . Durante l'espansione, la relazione tra la pressione e il volume è  $pV = \text{costante}$ . Si schematizzi il processo sul diagramma p-V e si determini, in kJ, il lavoro compiuto.

- 3.11** Dell'aria subisce due trasformazioni successive.

**Trasformazione 1-2** compressione politropica con  $n = 1.3$  da  $p_1 = 100 \text{ kPa}$  e  $v_1 = 0.04 \text{ m}^3/\text{kg}$  fino a  $v_2 = 0.02 \text{ m}^3/\text{kg}$ .

**Trasformazione 2-3** processo a pressione costante fino a  $v_3 = v_1$ .

Disegnare le trasformazioni su un diagramma p-V e determinare il lavoro, in  $\text{kJ/kg}$ , per unità di massa di aria.

- 3.12** Determinare il lavoro in ciascuna trasformazione del ciclo riportato in Figura 2.26 e il lavoro netto del ciclo, ciascuno in  $\text{kJ}$ .

- 3.13** L'albero del ventilatore del sistema di ventilazione di un edificio è mosso a 300 giri/min da una cinghia che si muove su una puleggia di 0.3 m di diametro. La forza tangenziale netta applicata dalla cinghia sulla puleggia è di 2000 N. Si determini il momento, in  $\text{N}\cdot\text{m}$ , applicato dalla cinghia sulla puleggia e la potenza trasmessa, in  $\text{kW}$ .

- 3.14** Un motore elettrico è alimentato da una corrente di 10 A e una tensione di 110 V. L'albero motore sviluppa un momento di 10.2  $\text{N}\cdot\text{m}$  e una velocità rotazionale di 1000 giri/min. Considerando il sistema in condizioni stazionarie, si determini:

- (a) la potenza elettrica richiesta dal motore e la potenza sviluppata dall'albero motore, entrambe in  $\text{kW}$ ;
- (b) la potenza netta, in  $\text{kW}$ , in ingresso al motore;
- (c) la quantità di energia, in  $\text{kWh}$ , trasferita al motore sotto forma di lavoro elettrico, e la quantità di energia trasferita dal motore all'esterno attraverso l'albero durante 2 h di funzionamento.

- 3.15** La batteria da 12 V di un veicolo viene caricata con una corrente costante pari a 2 A per 24 h. Se il costo dell'elettricità è di € 0.12 per ogni kWh, si determini il denaro necessario per ricaricare la batteria.

- 3.16** Stimare, sulla base del proprio stile di vita, il costo mensile dell'uso dei seguenti apparecchi domestici: forno a microonde, frigorifero, stufetta elettrica, personal computer, asciugacapelli, una lampadina da 100 W. Si assuma un costo dell'elettricità pari a € 0.12 per kWh.

### Bilancio energetico

- 3.17** Ciascuna riga della seguente tabella riporta alcune informazioni riguardo a una certa trasformazione che avviene in un sistema chiuso. Ciascun valore ha le unità di misura di un'energia. Completare le caselle vuote.

| Trasformazione | $Q$  | $L$  | $E_1$ | $E_2$ | $\Delta E$ |
|----------------|------|------|-------|-------|------------|
| a              | + 50 | - 20 |       |       | + 50       |
| b              | + 50 | + 20 | + 20  |       |            |
| c              | - 40 |      | + 60  | + 20  |            |
| d              |      | - 90 | + 50  | 0     |            |
| e              | + 50 |      | + 20  |       | - 100      |

- 3.18** Ciascuna riga della seguente tabella riporta alcune informazioni riguardo a una certa trasformazione che avviene in un sistema chiuso. Ciascun valore ha le unità di misura di un'energia. Completare le caselle vuote.

| Trasformazione | $Q$    | $L$   | $E_1$ | $E_2$  | $\Delta E$ |
|----------------|--------|-------|-------|--------|------------|
| a              | + 1000 |       | + 100 | + 800  |            |
| b              |        | - 500 | + 200 | + 300  |            |
| c              | - 200  | + 300 |       | + 1000 |            |
| d              |        | - 400 | + 400 |        | + 600      |
| e              | - 400  |       |       | + 800  | - 400      |

- 3.19** Un sistema chiuso avente massa pari a 2 kg subisce un processo durante il quale vengono trasferiti 25 kJ di calore dal sistema all'ambiente circostante. Durante il processo, la quota del sistema aumenta di 700 m, mentre l'energia interna specifica diminuisce di 15 kJ/kg, e non ci sono variazioni dell'energia cinetica del sistema. Sapendo che l'accelerazione di gravità è costante e vale  $g = 9.6 \text{ m/s}^2$ , si determini il lavoro scambiato, in kJ.

- 3.20** Un sistema chiuso avente una massa di 3 kg subisce un processo durante il quale cede 150 kJ di calore verso l'esterno. Il lavoro compiuto sul sistema è di 75 kJ. Se l'energia interna specifica iniziale del sistema vale 450 kJ/kg, quanto vale l'energia interna specifica finale, in kJ/kg? Si trascurino le variazioni di energia cinetica e potenziale.

- 3.21** Come mostrato in Figura P3.21, 5 kg di vapore contenuti in un sistema cilindro-pistone subiscono un'espansione dallo stato 1, in cui l'energia interna specifica vale  $u_1 = 2709.9 \text{ kJ/kg}$ , allo stato 2, in cui  $u_2 = 2659.6 \text{ kJ/kg}$ . Durante la trasformazione, vengono ceduti 80 kJ di calore al vapore. Inoltre una pala rotante trasferisce 18.5 kJ di energia al vapore sotto forma di lavoro. Si determini l'energia trasmessa dal vapore al pistone, in kJ, durante il processo.

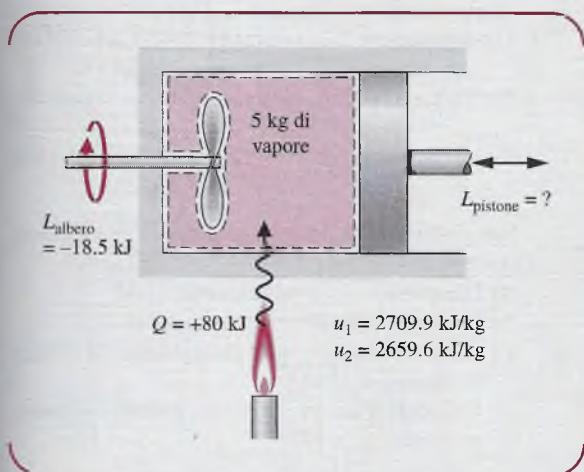


Figura P3.21

- 3.22** Un generatore elettrico collegato a un motore eolico produce mediamente una potenza elettrica di 15 kW. La potenza è utilizzata per caricare una batteria di accumulatori. La potenza termica scambiata è costante e pari a 1.8 kW. Si determini, durante un periodo di 8 h di funzionamento:

- (a) la quantità totale di energia, in kJ, accumulata nella batteria;  
 (b) il valore dell'energia accumulata, in €, sapendo che il costo dell'elettricità è di € 0.12 per kWh.

- 3.23** Un sistema chiuso subisce una trasformazione durante la quale viene trasferita energia sotto forma di calore dal sistema all'ambiente con una potenza termica di 10 kW, mentre la potenza meccanica varia nel tempo secondo

$$\dot{L} = \begin{cases} -8t & 0 < t \leq 1 \text{ h} \\ -8 & t > 1 \text{ h} \end{cases}$$

dove  $t$  rappresenta il tempo in ore (h) e  $\dot{L}$  è in kW.

- (a) Qual è, in kW, la variazione di energia al tempo  $t = 6 \text{ h}$ ?  
 (b) Si determini la variazione dell'energia del sistema, in kJ, dopo 2 h.

- 3.24** Una batteria sviluppa una potenza uscente di

$$\dot{L} = 1.2 \exp(-t/60)$$

dove  $\dot{L}$  è la potenza in kW e  $t$  è il tempo, in s. Trascurando il calore scambiato:

- (a) si tracci il grafico della potenza uscente, in kW, e della variazione di energia della batteria, in kJ, rispetto al tempo;  
 (b) quali sono i valori limite della potenza uscente e della variazione di energia della batteria quando  $t \rightarrow \infty$ ? Si discutano i valori trovati.

- 3.25** Un gas si espande in un sistema cilindro-pistone da  $p_1 = 8.2 \text{ bar}$  e  $V_1 = 0.0136 \text{ m}^3$  fino a  $p_2 = 3.4 \text{ bar}$  in un processo durante il quale la relazione tra la pressione e il volume è. La massa del gas è di 0.183 kg. Sapendo che l'energia interna specifica del gas diminuisce di 29.8 kJ/kg durante la trasformazione, determinare il calore scambiato, in kJ. Le variazioni di energia cinetica e potenziale sono trascurabili.

- 3.26** Un contenitore ben isolato avente volume di  $0.6 \text{ m}^3$  contiene aria. Il contenitore è accoppiato con una pala rotante che trasferisce energia all'aria con una potenza costante di 4 W per la durata di un'ora. La densità iniziale dell'aria è di  $1.2 \text{ kg/m}^3$ . Sapendo che non ci sono variazioni di energia cinetica e potenziale, determinare:  
 (a) il volume specifico nello stato finale, in  $\text{m}^3/\text{kg}$ ;  
 (b) l'energia scambiata sotto forma di lavoro, in kJ;  
 (c) la variazione dell'energia interna specifica dell'aria, in kJ/kg.

- 3.27** Del gas è contenuto in un recipiente rigido. Una resistenza elettrica interna al contenitore trasferisce energia al gas con potenza costante pari a 1000 W. La potenza termica trasmessa dal gas all'ambiente circostante vale  $\dot{Q} = 5.250t$ , dove  $\dot{Q}$  è in watt e  $t$  è il tempo in minuti.

- (a) Si disegni la variazione temporale dell'energia del gas, in watt, nell'intervallo di tempo  $0 \leq t \leq 20$  min.  
 (b) Si determini la variazione di energia netta del gas, in kJ, dopo 20 minuti.  
 (c) Sapendo che l'elettricità costa € 0.12 per kWh, quanto si spende ad alimentare la resistenza per 20 minuti?

**3.28** Dell'aria è contenuta in un sistema cilindro-pistone, con il pistone di massa pari a 50 kg e avente area della sezione pari a  $0.01 \text{ m}^2$ . La massa dell'aria è di 4 g, e inizialmente essa occupa un volume di 5 litri. L'atmosfera esercita una pressione di 100 kPa sulla sommità del pistone. Lo scambio di calore, pari a 1,41 kJ, tra l'aria e l'ambiente circostante avviene lentamente e il volume diminuisce fino a  $0.0025 \text{ m}^3$ . Trascurando l'attrito tra il pistone e le pareti del cilindro, si determini la variazione dell'energia interna specifica dell'aria, in kJ/kg.

**3.29** Un gas contenuto in un sistema cilindro-pistone è mostrato in Figura P3.29. Il pistone si trova inizialmente nella posizione  $x = 0$  e la molla non esercita alcuna forza su di esso. In conseguenza dello scambio di calore, il gas si espande e fa alzare il pistone fino a che non raggiunge i dispositivi di arresto. In questa posizione la base del pistone si trova a  $x = 0.06 \text{ m}$  e lo scambio di calore cessa. La forza esercitata dalla molla sul pistone mentre il gas si espande varia linearmente con  $x$  secondo la legge

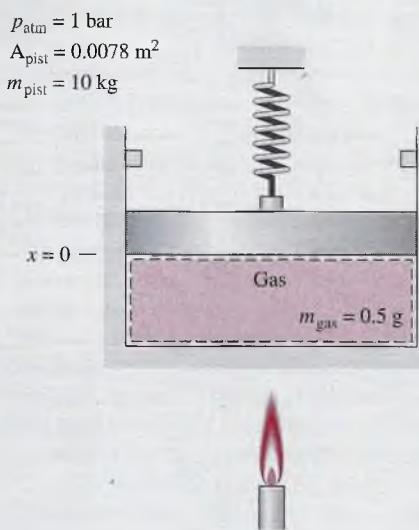


Figura P3.29

$$F_{\text{spring}} = kx$$

dove  $k = 9000 \text{ N/m}$ . L'attrito tra il pistone e le pareti del cilindro è trascurabile. L'accelerazione di gravità è  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ . Ulteriori dati sono forniti in Figura P3.29.

- (a) Qual è la pressione iniziale del gas, in kPa?  
 (b) Determinare il lavoro, in J, compiuto dal gas sul pistone.

(c) Sapendo che l'energia interna specifica del gas allo stato iniziale e finale vale rispettivamente 210 e 335 kJ/kg, calcolare il calore scambiato, in J.

**3.30** Nella seguente tabella sono riportati alcuni dati, in kJ, relativi a un sistema che evolve secondo un ciclo termodinamico, costituito da quattro trasformazioni consecutive. Durante il ciclo si possono considerare trascurabili gli effetti dell'energia cinetica e potenziale. Determinare:

- (a) i valori mancanti nella tabella, ciascuno in kJ;  
 (b) se il ciclo è un ciclo motore o un ciclo frigorifero.

| Trasformazione | $\Delta U$ | $Q$ | $L$   |
|----------------|------------|-----|-------|
| 1 → 2          |            |     | - 610 |
| 2 → 3          | 670        |     | 230   |
| 3 → 4          |            | 0   | 920   |
| 4 → 1          | - 360      |     | 0     |

**3.31** Un gas subisce un ciclo termodinamico che consiste di tre trasformazioni.

**Trasformazione 1-2:** compressione con  $pV = \text{costante}$  da  $p_1 = 1 \text{ bar}$  e  $V_1 = 1.6 \text{ m}^3$  fino a  $V_2 = 0.2 \text{ m}^3$ ,  $U_2 - U_1 = 0$ .

**Trasformazione 2-3:** pressione costante fino a  $V_3 = V_1$ .

**Trasformazione 3-1:** volume costante,  $U_1 - U_3 = -3549 \text{ kJ}$ .

Non ci sono variazioni significative dell'energia cinetica e potenziale. Si determinino il calore e il lavoro scambiati, in kJ, durante la trasformazione 2-3. Si tratta di un ciclo motore o di un ciclo frigorifero?

**3.32** Un gas evolve secondo un ciclo termodinamico che consiste di tre trasformazioni.

**Trasformazione 1-2:** volume costante  $V = 0.028 \text{ m}^3$ ,  $U_2 - U_1 = 26.4 \text{ kJ}$ .

**Trasformazione 2-3:** espansione con  $pV = \text{costante}$ ,  $U_3 = U_2$ .

**Trasformazione 3-1:** pressione costante,  $p = 1.4 \text{ bar}$ ,  $L_{31} = -10.5 \text{ kJ}$ .

Non ci sono variazioni apprezzabili dell'energia cinetica e potenziale.

(a) Disegnare il ciclo sul diagramma p-V.

(b) Calcolare il lavoro netto del ciclo, in kJ.

(c) Calcolare il calore scambiato durante la trasformazione 2-3, in kJ.

(d) Calcolare il calore scambiato durante la trasformazione 3-1, in kJ.

Si tratta di un ciclo motore o di un ciclo frigorifero?

- 3.33** Durante un ciclo motore che opera come mostrato in Figura 3.8a, il calore scambiato vale  $Q_e = 25000$  kJ e  $Q_u = 15000$  kJ. Si determinino il lavoro netto, in kJ, e il rendimento del ciclo.
- 3.34** Il rendimento termico di un ciclo motore che opera come mostrato in Figura 3.8a è del 30%, e  $Q_u = 650$  MJ. Si determinino il lavoro netto sviluppato e il calore scambiato  $Q_e$ , ciascuno in MJ.
- 3.35** Un ciclo motore riceve energia sotto forma di calore dalla combustione di combustibile con una potenza di 300 MW. Il rendimento termico del ciclo è del 33.3%.
- Determinare la potenza netta sviluppata, in MW.
  - Determinare il lavoro uscente, in kWh per anno, considerando un funzionamento annuale di 8000 ore.
  - Sapendo che il lavoro uscente netto viene pagato € 0.12 per kWh, determinare il guadagno netto derivante dal lavoro del motore in un anno, in €/anno.
- 3.36** Un ciclo motore ha un rendimento del 35% e produce una potenza elettrica di 100 MW. Il costo dell'energia elettrica è di 0.12 €/kWh. Basandosi sul costo del combustibile, per fornire  $Q_e$  si spendono 4.5 €/GJ.
- 3.37** Considerando 8000 ore di funzionamento all'anno, determinare, in €:
- il valore dell'elettricità prodotta per anno;
  - il costo annuale del combustibile.
- 3.38** Facendo riferimento allo schema di Figura 3.8, quale sistema per ciascuno dei seguenti casi svolge il ruolo di corpo caldo e di corpo freddo?
- Condizionatore a parete.
  - Motore nucleare di un sottomarino.
  - Pompa di calore geotermica.
- 3.39** Un ciclo frigorifero opera come mostrato in Figura 3.8b con un coefficiente di prestazione  $\beta = 2.5$ . Sapendo che per il ciclo  $Q_u = 2000$  kJ, determinare, in kJ,  $Q_e$  e  $L_{\text{ciclo}}$ .
- 3.40** Un ciclo a pompa di calore, il cui coefficiente di effetto utile vale 2.5, fornisce energia sotto forma di calore a un ambiente con una potenza di 20 kW.
- Determinare la potenza netta, in kW, necessaria a far operare il ciclo.
  - Sapendo che l'elettricità costa € 0.12 per kWh, determinare la spesa mensile per far funzionare la pompa di calore per 200 ore.

**Soluzioni di alcuni esercizi e ulteriori materiali sul sito [www.ateneonline.it/moran](http://www.ateneonline.it/moran)**



# 4

# Analisi delle proprietà termodinamiche

## Obiettivi del capitolo

Per eseguire il bilancio energetico di un sistema termodinamico è necessario conoscerne le proprietà e le relazioni che intercorrono tra le proprietà stesse. L'obiettivo di questo capitolo è di introdurre le correlazioni tra le proprietà termodinamiche importanti in ambito ingegneristico. La trattazione è corredata di numerosi esempi al fine di illustrare l'impiego dell'equazione di bilancio energetico per sistemi chiusi introdotta nel Capitolo 3 in associazione alle correlazioni tra le proprietà analizzate in questo capitolo.

### 4.1 Identificare lo stato di un sistema chiuso

Lo stato di un sistema chiuso all'equilibrio è caratterizzato dai valori delle sue proprietà termodinamiche. Tuttavia è noto, dall'osservazione di numerosi sistemi, che le proprietà non sono indipendenti le une dalle altre, per cui lo stato può essere identificato univocamente fornendo i valori delle sole proprietà definite come indipendenti. Una volta che sia stato specificato l'insieme di tali proprietà indipendenti, è possibile determinare i valori di tutte le altre proprietà termodinamiche. Per determinare il numero di proprietà indipendenti necessarie a stabilire lo stato di un sistema è stata elaborata una regola generale nota come **principio di stato**.

Nella maggior parte delle applicazioni interessa sapere cosa stabilisce il principio di stato circa le proprietà intensive dei sistemi, in particolare per sistemi costituiti da sostanze di uso comune come l'acqua o una miscela omogenea di gas inerti. Tali sistemi sono classificati come **sistemi semplici comprimibili**. L'esperienza evidenzia che il modello costituito dai sistemi semplici comprimibili è molto utile per un'ampia classe di applicazioni ingegneristiche. Per tali sistemi il principio di stato indica che il numero di proprietà intensive indipendenti è pari a due.

**Per esempio...** Nel caso di un gas, come proprietà indipendenti si potrebbero scegliere la temperatura e un'altra proprietà intensiva, come per esempio il volume specifico. Il principio di stato afferma allora che la pressione, l'energia interna specifica e tutte le altre proprietà intensive possono essere determinate in funzione di  $T$  e  $v$ :  $p = p(T, v)$ ,  $u = u(T, v)$ , e così via. Le relazioni funzionali possono essere sviluppate a partire da dati sperimentali e dipendono dalle particolari caratteristiche chimiche delle sostanze che compongono il sistema. ■

Proprietà intensive come la velocità e la quota, che hanno valori fissati in relazione a sistemi di riferimento esterni al sistema, sono escluse dalla presente trattazione. Inoltre, come suggerito dal nome, le variazioni di volume possono influenzare notevolmente l'energia dei sistemi semplici comprimibili. L'unica modalità di trasferimento di energia sotto forma di lavoro che può avvenire da un sistema semplice comprimibile che subisce un processo quasi-statico è associata alle variazioni di volume ed è data da  $\int p \, dV$ .

#### Valutare le proprietà: considerazioni generali

Questa parte del capitolo è dedicata in generale alle proprietà termodinamiche dei sistemi semplici comprimibili costituiti da sostanze pure. Una sostanza pura ha composizione chi-

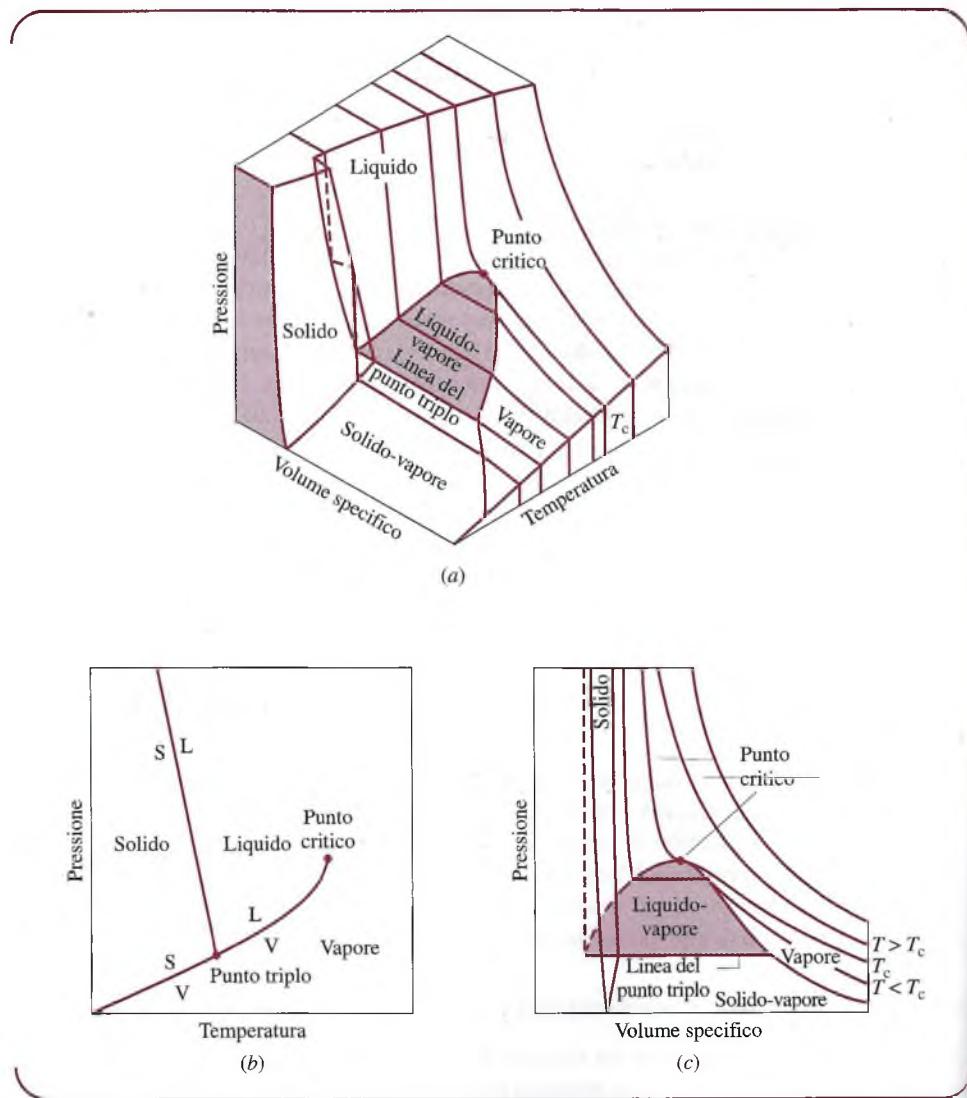
mica omogenea e costante. In questo testo non vengono prese in considerazione le correlazioni tra le proprietà di sistemi la cui composizione cambi a causa di reazioni chimiche. La seconda parte del capitolo verte sulla determinazione delle proprietà termodinamiche attraverso il modello di gas ideale.

## 4.2 Relazioni $p-v-T$

Lo studio delle proprietà e delle relative correlazioni per sistemi semplici comprimibili costituiti da sostanze pure viene affrontato considerando per prime pressione, volume specifico e temperatura. È noto per evidenza sperimentale che la temperatura e il volume specifico possono essere considerati indipendenti, mentre la pressione può essere determinata in funzione di queste due proprietà:  $p = p(T, v)$ . La rappresentazione grafica di tale funzione è una superficie, il diagramma  $p-v-T$ .

### 4.2.1 Diagramma $p-v-T$

La Figura 4.1 mostra il diagramma  $p-v-T$  dell'acqua. Poiché le caratteristiche della correlazione  $p-v-T$  sono simili per la maggior parte delle sostanze pure, il diagramma in Figura



**Figura 4.1** Diagramma  $p-v-T$  per l'acqua e sue proiezioni (non in scala).  
 (a) Vista tridimensionale.  
 (b) Diagramma delle fasi.  
 (c) Diagramma  $p-v$ .

4.1 può essere considerato rappresentativo del comportamento della generalità di tali sostanze. Le coordinate di un punto sul diagramma  $p$ - $v$ - $T$  rappresentano i valori che pressione, volume specifico e temperatura assumono quando la sostanza è in equilibrio.

Nel diagramma  $p$ - $v$ - $T$  in Figura 4.1 sono presenti regioni indicate con i termini *solido*, *liquido* e *vapore*. In tali regioni, la sostanza si presenta in una fase sola e lo stato è completamente determinato da due qualsiasi delle proprietà pressione, volume specifico e temperatura, dal momento che queste sono indipendenti quando è presente un'unica fase. Tra le regioni monofase si trovano le **regioni bifase**, all'interno delle quali coesistono due fasi in equilibrio: liquido-vapore, solido-liquido e solido-vapore. Due fasi possono coesistere durante transizioni di fase quali l'evaporazione, la fusione e la sublimazione. All'interno della **regione bifase** la pressione e la temperatura non sono indipendenti tra loro: una proprietà non può essere modificata senza variare anche l'altra. In queste regioni non è possibile determinare lo stato attraverso la conoscenza della temperatura e della pressione da sole, bensì attraverso il volume specifico e una proprietà a scelta tra temperatura e pressione. Le tre fasi possono infine coesistere all'equilibrio lungo una linea detta **linea di punto triplo**.

Uno stato in corrispondenza del quale inizia o finisce un cambiamento di fase è detto **stato di saturazione**. La regione a forma di campana caratterizzata dalla contemporanea presenza della fase liquida e della fase vapore è detta **regione delle miscele sature liquido-vapore**. Le linee che delimitano tale regione sono dette curva limite inferiore e curva limite superiore. Sulla sommità della campana, ove si uniscono le curve limite inferiore e superiore, si trova il **punto critico**. La temperatura  $T_c$  in corrispondenza del punto critico di una sostanza pura, detta *temperatura critica*, è la temperatura massima alla quale liquido e vapore possono coesistere in equilibrio. La pressione  $p_c$  in corrispondenza del punto critico è detta *pressione critica*, mentre il volume specifico  $v_c$  in tale punto è detto *volume specifico critico*. Le Tabelle T-1 e T-1E in Appendice riportano, per alcune sostanze, i valori delle proprietà in corrispondenza del punto critico.

Il diagramma tridimensionale della superficie  $p$ - $v$ - $T$  è utile per estrapolare le relazioni generali tra le tre fasi della sostanza che si sta analizzando. Tuttavia, è solitamente molto più comodo lavorare con le proiezioni bidimensionali di tale superficie, che vengono analizzate nel seguito del capitolo.

## 4.2.2 Proiezioni del diagramma $p$ - $v$ - $T$

### ■ diagramma delle fasi

Se si proietta il diagramma  $p$ - $v$ - $T$  sul piano pressione-temperatura, si ottiene un diagramma delle proprietà detto **diagramma delle fasi**. Come mostrato in Figura 4.1b, quando si proietta la superficie  $p$ - $v$ - $T$  in tale maniera, le regioni bifase si riducono a linee. Un punto su ciascuna di queste linee rappresenta tutte le possibili miscele bifase a quella particolare temperatura e pressione.

Il termine **temperatura di saturazione** indica la temperatura alla quale avviene il passaggio di fase per una determinata pressione, a sua volta detta **pressione di saturazione** per tale temperatura. Dal diagramma delle fasi è evidente che per ciascuna pressione di saturazione esiste un'unica temperatura di saturazione e viceversa.

La proiezione della linea di punto triplo del diagramma tridimensionale  $p$ - $v$ - $T$  si riduce a un punto sul diagramma delle fasi, detto **punto triplo**. È utile ricordare che il punto triplo dell'acqua è utilizzato come riferimento nella definizione delle scale di temperatura (Paragrafo 2.5.4): per convenzione, la temperatura assegnata al punto triplo dell'acqua è 273.16 K (491.69 °R), mentre la pressione rilevata al punto triplo dell'acqua è di 0.6113 hPa (0.00602 atm).

La linea che rappresenta la regione bifase solido-liquido sul diagramma delle fasi in Figura 4.1b scende da sinistra verso destra (ha pendenza negativa) per le sostanze che, come l'acqua, si espandono durante il congelamento, mentre scende da destra verso sinistra (ha pendenza positiva) per quelle che solidificando diminuiscono il proprio vo-

lume. Si sottolinea infine che, anche se sul diagramma delle fasi viene mostrata per semplicità una sola regione in fase solida, possono in generale esistere differenti fasi solide: per esempio, per l'acqua solida (ghiaccio) sono state identificate sette diverse forme cristalline.

### Diagramma $p$ - $v$

Proiettando la superficie  $p$ - $v$ - $T$  sul piano pressione-volume specifico, si ottiene un diagramma  $p$ - $v$  come quello mostrato in Figura 4.1c.

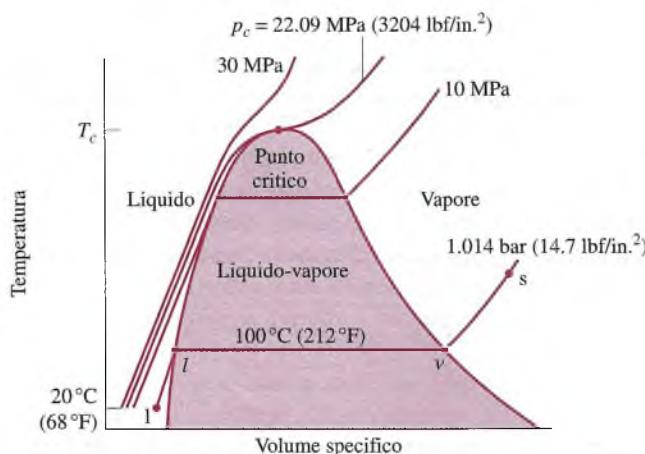
Spesso, per la schematizzazione dei problemi, è utile costruire uno schema del diagramma  $p$ - $v$ . Per facilitare l'uso di tale schema, si noti l'aspetto delle linee a temperatura costante (isoterme). Analizzando la Figura 4.1c, si può osservare che per ciascun valore di temperatura inferiore a quello critico, la pressione rimane costante attraversando la regione bifase liquido-vapore, mentre nelle regioni con una sola fase liquida o vapore la pressione decresce, mantenendo fissa la temperatura, all'aumentare del volume specifico. Per temperature superiori o uguali a quella critica, la pressione diminuisce monotonicamente, a temperatura costante, all'aumentare del volume specifico, e non c'è passaggio attraverso la regione bifase liquido-vapore. L'isoterma critica in corrispondenza del punto critico presenta un flesso a tangente orizzontale.

### Diagramma $T$ - $v$

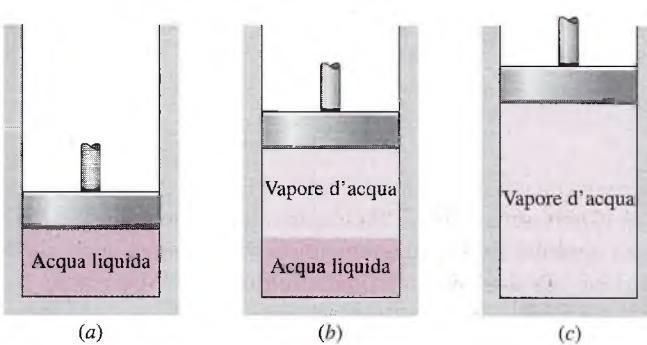
Proiettando sul piano temperatura-volume specifico le regioni della fase liquida, di quella bifase liquido-vapore e della fase vapore del diagramma  $p$ - $v$ - $T$ , si ottiene il diagramma  $T$ - $v$  di Figura 4.2.

Così come per il diagramma  $p$ - $v$ , per la schematizzazione dei problemi è spesso utile tracciare uno schema del diagramma  $T$ - $v$ . Per facilitare l'uso di tale schema, si osservi l'andamento delle linee a pressione costante (isobare). Per pressioni inferiori a quella critica (si osservi per esempio l'isobara 10 MPa in Figura 4.2), la pressione rimane costante al variare della temperatura entro la regione bifase. Nelle regioni con una sola fase, liquida o vapore, la temperatura aumenta, a pressione costante, se il volume specifico aumenta. Per pressioni superiori o uguali a quella critica (si osservi per esempio l'isobara a 30 MPa in Figura 4.2), la temperatura aumenta monotonicamente, a pressione costante, all'aumentare del volume specifico, e non c'è attraversamento della regione bifase liquido-vapore.

Le proiezioni del diagramma  $p$ - $v$ - $T$  utilizzate in questo testo per illustrare le trasformazioni non sono in generale disegnate in scala, e lo stesso vale per tutti gli altri diagrammi delle proprietà che saranno introdotti nel seguito.



**Figura 4.2** Schema di un diagramma temperatura-volume specifico dell'acqua che mostra le regioni della fase liquida, bifase liquido-vapore e del vapore (non in scala).



**Figura 4.3**  
Trasformazione a pressione costante dalla fase liquida alla fase vapore dell'acqua.

### 4.2.3 Cambiamenti di fase

È istruttivo studiare i fenomeni che avvengono quando una sostanza pura subisce un cambiamento di fase. Si consideri, per cominciare, un sistema chiuso formato da una massa unitaria (1 kg o 1 lb) di acqua liquida a 20 °C (68 °F) contenuta entro un sistema cilindro-pistone come quello mostrato in Figura 4.3a. Tale stato è rappresentato dal punto 1 in Figura 4.2. Si supponga ora che l'acqua sia riscaldata molto lentamente mentre la pressione viene mantenuta costante e uniforme a 1.014 bar (14.7 lbf/in<sup>2</sup>).

#### Stati liquidi

Quando il sistema è riscaldato a pressione costante, la temperatura aumenta in misura notevole, mentre il volume specifico cresce solo leggermente. Il sistema perviene infine allo stato identificato come *l* in Figura 4.2. Questo è lo stato di liquido saturo corrispondente alla pressione considerata. Per l'acqua a 1.014 bar (14.7 lbf/in<sup>2</sup>), la temperatura di saturazione è 100 °C (212 °F). Gli stati liquidi lungo il segmento 1-*l* della Figura 4.2 sono talora indicati con il termine **liquido sottoraffreddato** perché la temperatura in questi stati è inferiore alla temperatura di saturazione per la pressione considerata. Per i medesimi stati si utilizza anche il termine **liquido compresso** perché la pressione in corrispondenza di ciascuno di essi è maggiore della pressione di saturazione corrispondente alla temperatura. I termini liquido, liquido sottoraffreddato e liquido compresso sono utilizzati in modo intercambiabile.

#### Miscele bifase liquido-vapore

Se il sistema in esame si trova nello stato di liquido saturo (stato *l* in Figura 4.2) e riceve ancora calore a pressione costante, si ha formazione di vapore senza alcuna variazione di temperatura, ma con un notevole aumento del volume specifico. Come mostrato in Figura 4.3b, il sistema è ora costituito da una miscela bifase liquido-vapore. Quando liquido e vapore coesistono all'equilibrio, la fase liquida è in condizioni di liquido saturo e la fase vapore è in condizioni di vapore saturo. Se il sistema viene ulteriormente riscaldato fino a quando l'ultima frazione di liquido evapora, il suo stato corrisponde al punto *v* in Figura 4.2, detto stato di vapore saturo secco. Le varie **miscele bifase liquido-vapore** che si sono susseguite nel passaggio da *l* a *v* possono essere distinte le une dalle altre attraverso il titolo, una nuova proprietà intensiva.

In una miscela bifase liquido-vapore, il rapporto tra la massa del vapore presente e la massa totale della miscela definisce il **titolo** *x*. In simboli

$$x = \frac{m_{\text{vapore}}}{m_{\text{liquido}} + m_{\text{vapore}}} \quad (4.1)$$

Il valore del titolo è compreso tra zero e uno: nello stato di liquido saturo *x* = 0, mentre nello stato di vapore saturo secco *x* = 1.0. Anche se definito come rapporto, il titolo è

spesso fornito sotto forma di valore percentuale. Nel Paragrafo 4.3 sono riportati alcuni esempi che illustrano l'uso del titolo. Possono essere definiti parametri analoghi anche per le miscele bifase solido-vapore e solido-liquido.

### Stati vapore

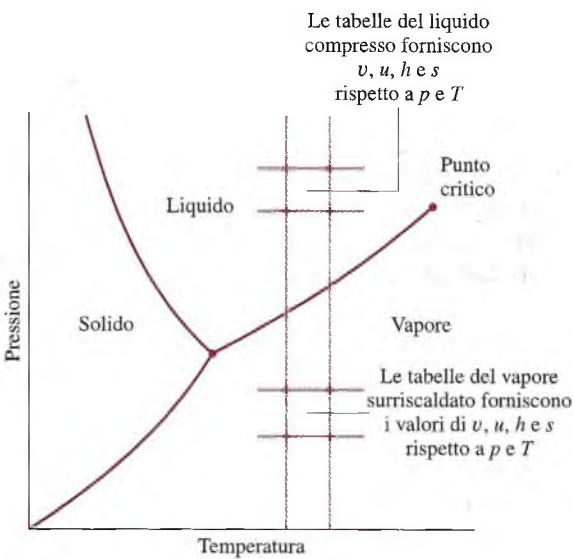
Si prendano ora nuovamente in considerazione le Figure 4.2 e 4.3. Se il sistema in esame è nello stato  $v$  di vapore saturo secco, dalla somministrazione di un'ulteriore quantità di calore a pressione costante risulta un aumento sia della temperatura, sia del volume specifico. La condizione del sistema è ora quella mostrata in Figura 4.3c. Lo stato indicato con  $s$  in Figura 4.2 è rappresentativo degli stati che si raggiungono a seguito di ulteriore riscaldamento a pressione costante, a partire dallo stato di vapore saturo secco. Generalmente ci si riferisce a tali stati con il termine **vapore surriscaldato** in quanto il sistema si trova a una temperatura superiore a quella di saturazione per la pressione data.

Si immagini ora di replicare il medesimo esperimento ideale a diversi valori di pressione, come indicato in Figura 4.2: ove si sono indicate le isobare a 10 MPa (1450 lbf/in<sup>2</sup>), 22.09 MPa (3204 lbf/in<sup>2</sup>) e 30 MPa (4351 lbf/in<sup>2</sup>). La prima di tali pressioni è inferiore a quella critica dell'acqua, la seconda corrisponde alla pressione critica e la terza è a essa superiore. Come già fatto precedentemente, si assuma che il sistema inizialmente contenga liquido a 20 °C (68 °F) e si analizzi cosa accadrebbe se il sistema fosse riscaldato lentamente a 10 MPa (1450 lbf/in<sup>2</sup>). A tale pressione il vapore si formerebbe a una temperatura superiore rispetto a quella dell'esempio precedente perché è maggiore la pressione di saturazione (si veda la Figura 4.2). Inoltre, ci sarebbe un incremento inferiore nel volume specifico nel passaggio da liquido saturo a vapore saturo, come evidenziato dal fatto che la campana formata dalle curve limite inferiore e superiore si restringe. A parte ciò, il comportamento sarà in generale lo stesso del caso precedente. Si consideri poi il comportamento del sistema se venisse riscaldato a una pressione pari o superiore a quella critica. Come si è visto seguendo l'isobara critica in Figura 4.2, non si avrebbero cambiamenti di fase da liquido a vapore e in corrispondenza di tutti gli stati sarebbe presente solo una fase. L'evaporazione (così come il processo inverso di condensazione) può avvenire solo quando la pressione è inferiore a quella critica. Pertanto, i termini vapore e liquido tendono a perdere significato in corrispondenza di quegli stati in cui la pressione è superiore a quella critica, ma in ogni caso, per semplicità, si farà riferimento a tali stati utilizzando comunque il termine liquido quando la temperatura è inferiore a quella critica e il termine vapore quando la temperatura è superiore.

## 4.3 Come reperire i valori delle proprietà termodinamiche

Il valore di una proprietà termodinamica può essere reperito in diversi modi, quali l'uso di tabelle, grafici, equazioni e software. In questo paragrafo si pone l'accento sull'uso delle tabelle delle proprietà termodinamiche, che sono in genere disponibili per le sostanze pure di interesse ingegneristico. È molto importante essere in grado di utilizzare le tabelle e di localizzare gli stati sui diagrammi delle proprietà. Negli esempi e nei problemi disponibili sul sito web del volume sarà utilizzato talvolta anche il software *Termodinamica Interattiva: TI*, in dotazione con questo testo. Un'adeguata capacità di utilizzo delle tabelle e dei diagrammi è un prerequisito fondamentale per usare in maniera efficace il software per recuperare i valori delle proprietà termodinamiche.

Poiché le tabelle per le differenti sostanze sono in genere costruite con lo stesso schema, la trattazione corrente si concentrerà sulle Tabelle dalla T-2 alla T-5, che forniscono le proprietà dell'acqua, e sulle Tabelle dalla T-6 alla T-8 per il refrigerante R134a. Tali tabelle sono riportate in Appendice. Tabelle simili per il refrigerante R22.



**Figura 4.4** Schema del diagramma delle fasi dell'acqua, utile per analizzare la struttura delle tabelle del vapore surriscaldato e del liquido compresso (non in scala).

l'ammoniaca e il propano si trovano solo sul sito web. Tutte le tabelle sono sia in unità SI che anglosassoni (si veda il Paragrafo 2.3.2). Le tabelle in unità di misura anglosassoni sono indicate con la lettera E, per esempio le Tabelle da T-2E a T-5E per le proprietà dell'acqua.

### 4.3.1 Determinare pressione, volume specifico e temperatura

#### Tabelle del liquido e del vapore

Le proprietà del vapore d'acqua sono riportate nella Tabella T-4 e quelle dell'acqua liquida nella Tabella T-5, spesso indicate come tabelle del vapore surriscaldato e del liquido compresso, rispettivamente. Il diagramma delle fasi schematizzato in Figura 4.4 mette in evidenza la struttura di tali tabelle. Poiché la pressione e la temperatura sono proprietà indipendenti nelle regioni monofase degli stati di liquido e di vapore, in tali regioni esse possono essere utilizzate per fissare lo stato. Di conseguenza, le Tabelle T-4 e T-5 sono strutturate in modo da fornire i valori di numerose proprietà in funzione della pressione e della temperatura. La prima proprietà elencata è il volume specifico; le rimanenti proprietà verranno analizzate nei paragrafi successivi.

I valori riportati, in corrispondenza di ciascuna pressione, nella tabella del vapore surriscaldato (Tabella T-4) iniziano con lo stato di vapore saturo secco e proseguono per temperature superiori. I dati elencati nella tabella del liquido compresso (Tabella T-5) terminano con lo stato di liquido saturo. Ciò significa che per una data pressione i valori delle proprietà sono elencati al crescere della temperatura, fino a quella di saturazione. I valori indicati tra parentesi dopo la pressione nell'intestazione della tabella indicano la corrispondente pressione di saturazione.

**Per esempio...** Nelle Tabelle T-4 e T-5, alla pressione di 10.0 MPa viene indicato un valore della temperatura di saturazione pari a 311.06 °C. Nelle Tabelle T-4E e T-5E, alla pressione di 500 lbf/in<sup>2</sup>, la temperatura di saturazione è indicata pari a 467.1 °F. ■

**Per esempio...** Per fare ulteriore esperienza con l'uso delle Tabelle T-4 e T-5, si verifichino i seguenti valori: la Tabella T-4 indica per il vapor d'acqua a 10.0 MPa e 600 °C un valore

di  $0.03837 \text{ m}^3/\text{kg}$ . A  $10.0 \text{ MPa}$  e  $100^\circ\text{C}$ , la Tabella T-5 fornisce il volume specifico dell'acqua liquida pari a  $1.0385 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$ . La Tabella T-4E riporta un volume specifico del vapore a  $500 \text{ lbf/in}^2$  e  $600^\circ\text{F}$  di  $1.158 \text{ ft}^3/\text{lb}$ . A  $500 \text{ lbf/in}^2$  e  $100^\circ\text{F}$ , il volume specifico dell'acqua liquida in Tabella T-5E è  $0.016106 \text{ ft}^3/\text{lb}$ .

In genere, gli stati con cui ci si imbatte nella risoluzione dei problemi non coincidono esattamente con i valori riportati nelle tabelle delle proprietà. Si rende perciò necessaria un'interpolazione tra valori adiacenti, operazione durante la quale si raccomanda di fare sempre molta attenzione. Le tabelle riportate in appendice sono state estrapolate da tabelle più estese in modo tale che, attraverso un'**interpolazione lineare** come quella esemplificata nel seguito, forniscano risultati sufficientemente accurati. L'interpolazione lineare si assume adeguata anche per le tabelle in versione ridotta riportate nel testo per gli esercizi risolti.

**Per esempio...** Si determini il volume specifico del vapor d'acqua in uno stato in cui  $p = 10 \text{ bar}$  e  $T = 215^\circ\text{C}$ . La Figura 4.5 mostra un estratto di dati dalla Tabella T-4. Alla pressione di  $10 \text{ bar}$ , la temperatura fornita nel testo di  $215^\circ\text{C}$  cade tra i due valori tabellari di  $200$  e  $240^\circ\text{C}$ , indicati in grassetto. Per determinare il volume specifico  $v$  corrispondente a  $215^\circ\text{C}$ , bisogna immaginare di tracciare una linea retta che unisce i due dati adiacenti della tabella come segue

$$\text{pendenza} = \frac{(0.2275 - 0.2060) \text{ m}^3/\text{kg}}{(240 - 200)^\circ\text{C}} = \frac{(v - 0.2060) \text{ m}^3/\text{kg}}{(215 - 200)^\circ\text{C}}$$

Risolvendo rispetto a  $v$ , il risultato è  $v = 0.2141 \text{ m}^3/\text{kg}$ .

### Tabelle per i vapori saturi

Le tabelle in condizioni di saturazione, Tabella T-2 e T-3, elencano i valori delle proprietà per gli stati di liquido saturo e di vapore saturo secco. I valori delle proprietà in corrispondenza di tali stati sono indicati dai pedici  $l$  e  $v$  rispettivamente. La Tabella T-2 è detta *tabella in temperatura* perché la prima colonna riporta le temperature in ordine crescente con un opportuno passo di incremento. La seconda colonna fornisce il corrispondente valore della pressione di saturazione. Le successive due colonne danno rispettivamente il volume specifico del liquido saturo  $v_l$  e il volume specifico del vapore saturo secco  $v_v$ . La Tabella T-3 è detta *tabella in pressione*, perché la prima colonna riporta le pressioni con un opportuno passo di incremento. Le temperature di saturazione corrispondenti sono ri-

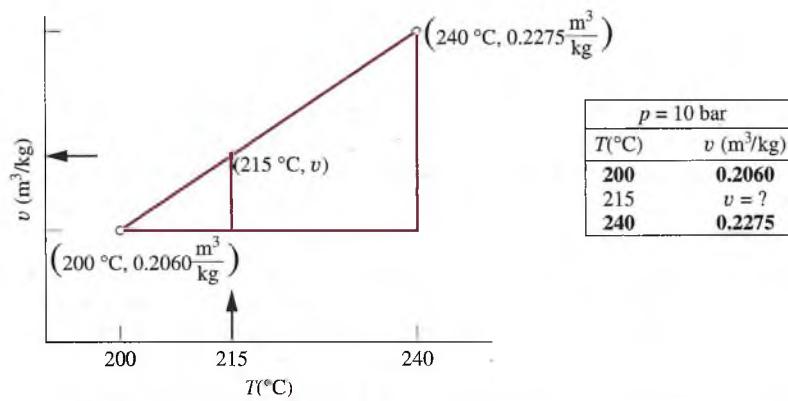


Figura 4.5  
Interpolazione lineare.

portate nella seconda colonna. Le successive due colonne riportano rispettivamente i valori di  $v_l$  e  $v_v$ .

Il volume specifico di una miscela bifase liquido-vapore può essere determinato utilizzando le tabelle in condizioni di saturazione e la definizione di titolo data dall'Equazione 4.1 secondo il procedimento illustrato nel seguito. Il volume totale della miscela è la somma dei volumi delle fasi liquida e vapore

$$V = V_{\text{liq}} + V_{\text{vap}}$$

Dividendo per la massa totale della miscela  $m$ , si trova un valore medio per il volume specifico  $v$  della miscela

$$v = \frac{V}{m} = \frac{V_{\text{liq}}}{m} + \frac{V_{\text{vap}}}{m}$$

Poiché la fase liquida è allo stato di liquido saturo e la fase vapore in quello di vapor saturo,  $V_{\text{liq}} = m_l v_l$  e  $V_{\text{vap}} = m_v v_v$ , e, quindi,

$$v = \left( \frac{m_{\text{liq}}}{m} \right) v_l + \left( \frac{m_{\text{vap}}}{m} \right) v_v$$

Introducendo la definizione di titolo,  $x = m_v/m$  e osservando che  $m_l/m = 1 - x$ , l'espressione precedente diviene

$$v = (1 - x)v_l + xv_v = v_l + x(v_v - v_l) \quad (4.2)$$

L'aumento di volume specifico dovuto all'evaporazione ( $v_v - v_l$ ) è indicato anche con  $v_{lv}$ .

**Per esempio...** Si consideri un sistema che consiste in una miscela bifase liquido-vapore acqua a 100 °C e avente titolo 0.9. Dalla Tabella T-2, a 100 °C,  $v_l = 1.0435 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$  e  $v_v = 1.673 \text{ m}^3/\text{kg}$ . Il volume specifico della miscela è

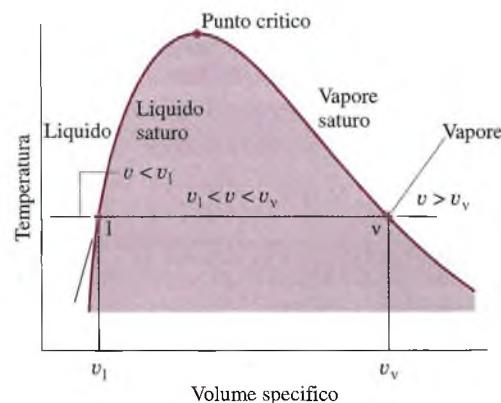
$$\begin{aligned} v &= v_l + x(v_v - v_l) = 1.0435 \times 10^{-3} + (0.9)(1.673 - 1.0435 \times 10^{-3}) \\ &= 1.506 \text{ m}^3/\text{kg} \end{aligned}$$

Analogamente, il volume specifico di una miscela bifase liquido-vapore di acqua a 212 °F e titolo 0.9 è

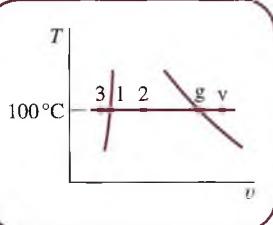
$$\begin{aligned} v &= v_l + x(v_v - v_l) = 0.01672 + (0.9)(26.80 - 0.01672) \\ &= 24.12 \text{ ft}^3/\text{lb} \end{aligned}$$

dove  $v_l$  e  $v_v$  sono stati ricavati dalla Tabella T-2E.

Per facilitare l'individuazione degli stati all'interno delle tabelle, è di solito conveniente utilizzare i valori delle tabelle in saturazione insieme a un diagramma  $T-v$  o  $p-v$ . Per esempio, se sono noti il volume specifico  $v$  e la temperatura  $T$ , si fa riferimento all'opportuna tabella in temperatura, Tabella T-2 o T-2E, e si determinano i valori di  $v_l$  e  $v_v$ . La Figura 4.5 riporta un diagramma  $T-v$  che illustra tali dati. Se il volume specifico dato cade nell'intervallo tra  $v_l$  e  $v_v$ , il sistema consiste in una miscela bifase liquido-vapore e la pressione è quella di saturazione corrispondente alla temperatura data. Risolvendo l'Equazione 4.2 si può trovare il titolo. Se il volume specifico dato è maggiore di  $v_v$ , lo stato si trova nella regione del vapore surriscaldato. Allora, interpolando in Tabella T-4 o T-4E, si possono determinare la pressione e le altre proprietà. Se il volume specifico è inferiore a  $v_v$ , la pressione e le altre proprietà si possono invece trovare usando la Tabella T-5 o T-5E.



**Figura 4.6** Schema di un diagramma  $T-v$  dell'acqua, utile per analizzare l'identificazione degli stati nelle tabelle.



**Per esempio...** Si determini la pressione dell'acqua in ciascuno dei tre stati definiti da: temperatura  $100^\circ\text{C}$  e volumi specifici  $v_1 = 2.434 \text{ m}^3/\text{kg}$ ,  $v_2 = 1.0 \text{ m}^3/\text{kg}$  e  $v_3 = 1.0423 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$ . La Tabella T-2, fornisce, utilizzando la temperatura nota, i valori di  $v_l$  e  $v_v$ :  $v_l = 1.0435 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$  e  $v_v = 1.673 \text{ m}^3/\text{kg}$ . Poiché  $v_1$  è maggiore di  $v_v$ , lo stato 1 si trova nella regione del vapore surriscaldato. La Tabella T-4 dà il valore della pressione: 0.70 bar. Proseguendo, poiché  $v_2$  cade nell'intervallo tra  $v_l$  e  $v_v$ , la pressione è quella di saturazione corrispondente a  $100^\circ\text{C}$ , cioè 1.014 bar. Infine, dal momento che  $v_3$  è minore di  $v_l$ , lo stato 3 si trova nella regione del liquido sottoraffreddato e la Tabella T-5 indica una pressione di 25 bar. ■

### Esempi

I prossimi due esempi mostrano come determinare lo stato iniziale e finale delle trasformazioni con l'uso dei diagrammi  $p-v$  e  $T-v$  in associazione ai dati tabellari. In accordo con il principio di stato, per determinare lo stato dei sistemi che si stanno analizzando è necessario conoscere due proprietà indipendenti.

#### ESEMPIO 4.1

#### Riscaldamento di acqua a volume costante

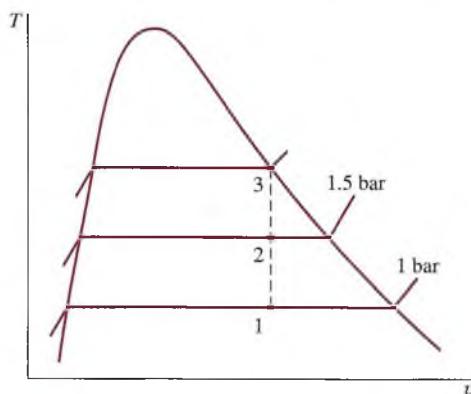
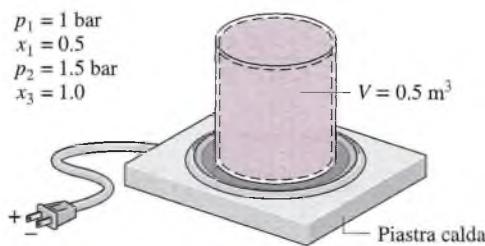
Un contenitore rigido e chiuso avente volume  $0.5 \text{ m}^3$  viene posizionato su una piastra calda. Inizialmente il recipiente contiene una miscela bifase di acqua in condizioni di liquido saturo e vapore saturo a  $p_1 = 1 \text{ bar}$ , con titolo 0.5. Dopo il processo di riscaldamento la pressione nel contenitore è  $p_2 = 1.5 \text{ bar}$ . Si indichino lo stato iniziale e finale su un diagramma  $T-v$  e si determini:

- la temperatura, in  $^\circ\text{C}$ , per ciascuno stato,
- la massa di vapore, in kg, presente in ciascuno stato,
- se si continua il processo di riscaldamento, qual è la pressione, in bar, quando il recipiente contiene solo vapore saturo?

#### Soluzione

**Elementi noti** Un recipiente chiuso e posto su una piastra calda contiene una miscela bifase di acqua. Sono note la pressione iniziale e finale.

**Da determinare** Si indichino lo stato iniziale e finale su un diagramma  $T-v$  e si determinino per ciascuno stato la temperatura e la massa di vapore d'acqua presenti. Inoltre, proseguendo il processo di riscaldamento, si determini la pressione, in bar, quando il recipiente contiene solo vapore saturo.

**Schema e dati forniti****Figura E4.1****Presupposti**

1. L'acqua nel contenitore costituisce un sistema chiuso.
2. Gli stati 1, 2 e 3 sono di equilibrio.
3. Il volume del contenitore rimane costante.

**Analisi** Per determinare gli stati 1 e 2 sono necessarie due proprietà. Sono noti la pressione e il titolo nello stato iniziale: se essi sono indipendenti, lo stato è fissato univocamente. Lo stato 1 è mostrato sul diagramma  $T$ - $v$ , nella regione bifase. Si può determinare il volume specifico nello stato 1 utilizzando il titolo dato e l'Equazione 4.2, da cui

$$v_1 = v_{l1} + x(v_{vl} - v_{l1})$$

Dalla Tabella T-3, per  $p_1 = 1 \text{ bar}$ , si ottiene  $v_{lv} = 1.0432 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$  e  $v_v = 1.694 \text{ m}^3/\text{kg}$ . Quindi si ha

$$v_1 = 1.0432 \times 10^{-3} + 0.5(1.694 - 1.0432 \times 10^{-3}) = 0.8475 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Dallo stato 2 è nota la pressione, mentre l'altra proprietà necessaria per determinare lo stato è il volume specifico  $v_2$ . Il volume e la massa sono entrambi costanti, per cui  $v_1 = v_2 = 0.8475 \text{ m}^3/\text{kg}$ . Per  $p_2 = 1.5 \text{ bar}$ , la Tabella T-3 fornisce  $v_{lv} = 1.0582 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$  e  $v_v = 1.552 \text{ m}^3/\text{kg}$ . Poiché

$$v_{l2} < v_2 < v_{v2}$$

1

lo stato 2 deve trovarsi anch'esso nella regione bifase. Anche lo stato 2 è evidenziato nel diagramma  $T$ - $v$  precedente.

2

Poiché lo stato 1 e 2 si trovano nella regione bifase liquido-vapore, le temperature corrispondono a quelle di saturazione per le pressioni date. La Tabella T-3 fornisce

$$T_1 = 99.63^\circ\text{C} \quad \text{e} \quad T_2 = 111.4^\circ\text{C}$$

(b) Per trovare la massa di vapore presente, si usano inizialmente il volume e il volume specifico per determinare la massa *totale*  $m$ , cioè

$$m = \frac{V}{v} = \frac{0.5 \text{ m}^3}{0.8475 \text{ m}^3/\text{kg}} = 0.59 \text{ kg}$$

Grazie all'Equazione 4.1 e al valore del titolo, la massa di vapore nello stato 1 risulta allora

$$m_{v1} = x_1 m = 0.5(0.59 \text{ kg}) = 0.295 \text{ kg}$$

In maniera del tutto analoga, utilizzando il titolo  $x_2$ , è possibile ricavare la massa di vapore nello stato 2. Per determinare  $x_2$  si risolve l'Equazione 4.2 e si sostituisce il valore del volume specifico ricavato dalla Tabella T-3 per la pressione di 1.5 bar, assieme al valore noto di  $v$ , come segue

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{v - v_{l2}}{v_{v2} - v_{l2}} \\ &= \frac{0.8475 - 1.0528 \times 10^{-3}}{1.159 - 1.0528 \times 10^{-3}} = 0.731 \end{aligned}$$

Allora, per l'Equazione 4.1

$$m_{v2} = 0.731(0.59 \text{ kg}) = 0.431 \text{ kg}$$

- ③ (c) Se si continua a riscaldare, lo stato 3 si troverà sulla linea del vapore saturo, come mostrato sul diagramma  $T-v$ . Ne consegue che la pressione sarà quella di saturazione corrispondente. Interpolando i dati in Tabella T-3 per  $v_v = 0.8475 \text{ m}^3/\text{kg}$ , si ha  $p_3 = 2.11 \text{ bar}$ .

- ① La procedura seguita per fissare lo stato 2 è la medesima riportata a commento della Figura 4.6.
- ② Poiché il processo avviene a volume specifico costante, gli stati si trovano lungo una linea verticale.
- ③ Se il processo di riscaldamento a volume costante proseguisse oltre lo stato 3, lo stato finale si troverebbe nella regione del vapore surriscaldato e i valori delle proprietà andrebbero ricercati in Tabella T-4. Come esercizio si verifichi che, per una pressione finale di 3 bar, la temperatura sarebbe di circa 282 °C.

### ESEMPIO 4.2

### Riscaldamento a pressione costante di refrigerante R134a

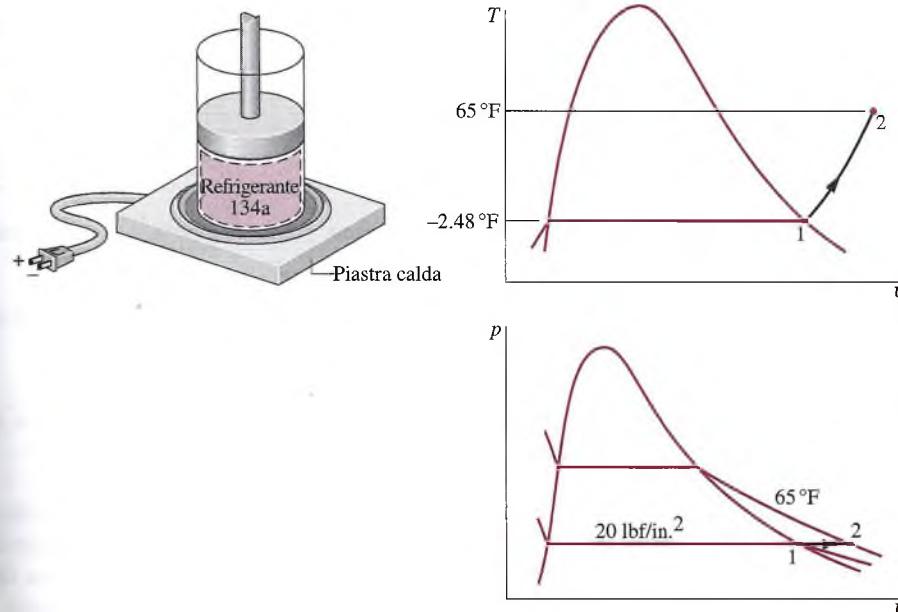
Un sistema cilindro-pistone verticale contenente 0.1 lb di refrigerante R134a, inizialmente in condizioni da vapore saturo, viene posizionato su una piastra calda. A causa del peso del pistone e della pressione atmosferica, la pressione del refrigerante è di 20 lbf/in<sup>2</sup>. Il riscaldamento avviene lentamente e il refrigerante si espande a pressione costante fino alla temperatura finale di 65 °F. Si mostrino lo stato iniziale e finale su un diagramma  $T-v$  e  $p-v$ , e si determini:

- (a) il volume, in ft<sup>3</sup>, occupato dal refrigerante in ciascuno stato;
- (b) il lavoro del processo, in Btu.

#### Soluzione

**Elementi noti** Del refrigerante R134a viene riscaldato all'interno di un sistema cilindro-pistone verticale dallo stato di vapore saturo fino a una certa temperatura finale.

**Da determinare** Si mostrino su un diagramma  $T-v$  e  $p-v$  lo stato iniziale e finale, e si determinino il volume in ciascuno stato e il lavoro durante la trasformazione.

**Schema e dati forniti****Figura E4.2****Presupposti**

1. Il refrigerante costituisce un sistema chiuso.
2. Gli stati 1 e 2 sono di equilibrio.
3. Il processo avviene a pressione costante.

**Analisi** Lo stato iniziale è di vapore saturo a 20 lbf/in<sup>2</sup>. Poiché il processo avviene a pressione costante, lo stato finale si trova nella regione del vapore surriscaldato ed è determinato da  $p_2 = 20$  lbf/in<sup>2</sup> e  $T_2 = 65^\circ\text{F}$ . Gli stati iniziale e finale sono riportati sui diagrammi  $T$ - $v$  e  $p$ - $v$  visti sopra.

(a) Utilizzando la massa data e i rispettivi volumi specifici, si può ricavare il volume occupato dal refrigerante nello stato 1 e 2. Dalla Tabella T-7E, per  $p_1 = 20$  lbf/in<sup>2</sup>, si ha  $v_1 = v_{v1} = 2.2661 \text{ ft}^3/\text{lb}$ , per cui

$$\begin{aligned} V_1 &= mv_1 = (0.1 \text{ lb})(2.2661 \text{ ft}^3/\text{lb}) \\ &= 0.2266 \text{ ft}^3 \end{aligned}$$

Interpolando in Tabella T-8E per  $p_2 = 1\text{bf/in}^2$  e  $T_2 = 65^\circ\text{F}$ , si ottiene  $v_2 = 2.6704 \text{ ft}^3/\text{lb}$ , da cui

$$V_2 = mv_2 = (0.1 \text{ lb})(2.6704 \text{ ft}^3/\text{lb}) = 0.2670 \text{ ft}^3$$

(b) In questo caso, applicando l'Equazione 3.9, si può determinare il lavoro. Essendo la pressione costante

$$L = \int_{V_1}^{V_2} p \, dV = p(V_2 - V_1)$$

Sostituendo i valori si ha

$$\begin{aligned} L &= (20 \text{ lbf/in}^2)(0.2670 - 0.2266) \text{ ft}^3 \left| \frac{144 \text{ in}^2}{1 \text{ ft}^2} \right| \left| \frac{1 \text{ Btu}}{778 \text{ ft} \cdot \text{lbf}} \right| \\ &= 0.1496 \text{ Btu} \end{aligned}$$

### 4.3.2 Determinare l'energia interna specifica e l'entalpia specifica

In molte analisi termodinamiche compare la somma dell'energia interna  $U$  e del prodotto della pressione  $p$  per il volume  $V$ . Dal momento che nella trattazione la somma  $U + pV$  comparirà frequentemente, è conveniente dare a tale combinazione un nome, **entalpia**, e un simbolo,  $H$ . Per definizione

$$H = U + pV \quad (4.3)$$

Poiché  $U$ ,  $p$  e  $V$  sono proprietà, anche tale combinazione è una proprietà. L'entalpia può anche essere espressa rispetto all'unità di massa

$$h = u + pV \quad (4.4)$$

e per mole

$$\bar{h} = \bar{u} + p\bar{V} \quad (4.5)$$

Le unità di misura per l'entalpia sono le stesse utilizzate per l'energia interna.

Le tabelle delle proprietà introdotte nel Paragrafo 4.3.1, che elencano i valori di pressione, volume specifico e temperatura, forniscono anche quelli dell'energia interna specifica  $u$ , dell'entalpia specifica  $h$  e dell'entropia specifica  $s$ . In questo paragrafo viene descritto come utilizzare tali tabelle per determinare  $u$  e  $h$ , mentre l'analisi dell'entropia è rimandata al Capitolo 7, ove tale proprietà sarà introdotta.

I dati relativi all'energia interna  $u$  e all'entalpia  $h$  si ricavano dalle tabelle delle proprietà nello stesso modo usato per il volume specifico. In corrispondenza degli stati di saturazione, i valori di  $u_l$  e  $u_v$ , così come quelli di  $h_l$  e  $h_v$ , sono tabulati in funzione sia della temperatura di saturazione sia della pressione di saturazione. L'energia interna specifica e l'entalpia specifica di una miscela bifase liquido-vapore avente un certo titolo possono essere calcolate con metodo analogo a quello usato per il volume specifico

$$u = (1 - x)u_l + xu_v = u_l + x(u_v - u_l) \quad (4.6)$$

L'aumento di energia interna specifica dovuto all'evaporazione ( $u_v - u_l$ ) è spesso indicato come  $u_{lv}$ . Analogamente, l'entalpia specifica di una miscela bifase liquido-vapore in funzione del titolo è data da

$$h = (1 - x)h_l + xh_v = h_l + x(h_v - h_l) \quad (4.7)$$

L'aumento di entalpia durante l'evaporazione ( $h_v - h_l$ ) è spesso, per comodità, tabulato sotto la voce  $h_{lv}$ .

**Per esempio...** Per illustrare l'uso delle Equazione 4.6 e 4.7, si determini l'entalpia specifica del refrigerante R134a quando si trova a una temperatura di 12 °C e la sua energia interna specifica vale 132.95 kJ/kg. Facendo riferimento alla Tabella T-6, il valore dell'energia interna dato nel testo cade tra  $u_l$  e  $u_v$  a 12 °C, per cui lo stato del refrigerante è di miscela bifase liquido-vapore. Il titolo della miscela si trova applicando l'Equazione 4.6 e i dati della Tabella T-6 come segue:

$$x = \frac{u - u_l}{u_v - u_l} = \frac{132.95 - 65.83}{233.63 - 65.83} = 0.40$$

Con i valori ricavati dalla Tabella T-6 l'Equazione 4.7 fornisce allora

$$h = (1 - x)h_l + xh_v$$

$$= (1 - 0.4)(66.18) + 0.4(254.03) = 141.32 \text{ kJ/kg} \blacksquare$$

Nelle tabelle del vapore surriscaldato,  $u$  e  $h$  sono tabulati assieme a  $v$  in funzione della temperatura e della pressione.

**Per esempio...** Si determinino  $T$ ,  $v$  e  $h$  per acqua a 0.10 MPa e avente energia interna specifica 2537.3 kJ/kg. Passando alla Tabella T-3 si osservi che il valore di  $u$  dato nel testo è maggiore di  $u_v$  a 0.1 MPa ( $u_v = 2506.1$  kJ/kg). Ciò suggerisce che lo stato si trovi nella regione del vapore surriscaldato. Dalla Tabella T-4 si ricava che  $T = 120$  °C,  $v = 1.793$  m<sup>3</sup>/kg e  $h = 2716.6$  kJ/kg. In alternativa, ricordando che  $h$  e  $u$  sono legati dalla definizione di  $h$

$$\begin{aligned} h &= u + pv \\ &= 2537.3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + \left( 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right) \left( 1.793 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right) \left| \frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ N} \cdot \text{m}} \right| \\ &= 2537.3 + 179.3 = 2716.6 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Come ulteriore esemplificazione, si consideri acqua in uno stato individuato da una pressione di 14.7 lbf/in<sup>2</sup> e una temperatura di 250 °F. Dalla Tabella T-4E si ricava  $v = 28.42$  ft<sup>3</sup>/lb,  $u = 1091.5$  Btu/lb e  $h = 1168.8$  Btu/lb. Come fatto in precedenza,  $h$  può essere calcolata anche a partire da  $u$  come

$$\begin{aligned} h &= u + pv \\ &= 1091.5 \frac{\text{Btu}}{\text{lb}} + \left( 14.7 \frac{\text{lbf}}{\text{in.}^2} \right) \left( 28.42 \frac{\text{ft}^3}{\text{lb}} \right) \left| \frac{144 \text{ in.}^2}{1 \text{ ft}^2} \right| \left| \frac{1 \text{ Btu}}{778 \text{ ft} \cdot \text{lbf}} \right| \\ &= 1091.5 + 77.3 = 1168.8 \text{ Btu/lb} \end{aligned}$$

I dati di energia interna specifica ed entalpia specifica per gli stati liquidi dell'acqua sono riportati nelle Tabelle T-5. La struttura di tali tabelle è la medesima di quelle del vapore surriscaldato che sono state esaminate precedentemente. Di conseguenza i valori delle proprietà degli stati liquidi si ricavano nello stesso modo di quelli degli stati vapore.

### **Stati e valori di riferimento**

I valori di  $u$  e  $h$  riportati nelle tabelle delle proprietà non sono stati ottenuti da una misurazione diretta ma sono stati calcolati utilizzando altri dati che possono essere ricavati sperimentalmente con maggiore facilità. I valori tabulati di  $u$  e  $h$  sono sempre calcolati rispetto a uno stato di riferimento cui è assegnato un valore di riferimento per la proprietà considerata, come illustrato brevemente nel seguito.

Nell'applicazione del bilancio energetico sono importanti le differenze di energia interna, cinetica e potenziale tra due stati e non i valori che tali quantità assumono in corrispondenza di ciascuno stato.

**Per esempio...** Si consideri il caso dell'energia potenziale. Il valore numerico dell'energia potenziale determinato relativamente alla superficie terrestre è diverso dal valore ricavato rispetto alla cima dell'asta della bandiera nella medesima località. Tuttavia, la differenza di energia potenziale tra due quote è esattamente la stessa indipendentemente dal riferimento scelto, poiché esso si elide nel calcolo.

Analogamente si possono assegnare i valori dell'energia interna specifica e dell'entalpia specifica rispetto a valori di riferimento arbitrari corrispondenti a stati di riferimento arbitrari. Per esempio, lo stato di riferimento usato nelle tabelle del vapore è lo stato di liquido saturo alla temperatura del punto triplo: 0.01 °C. In tale stato l'energia interna specifica viene posta uguale a zero, come mostrato nelle Tabelle T-2. I valori dell'entalpia specifica sono calcolati mediante la definizione  $h = u + pv$  utilizzando i valori

tabulati di  $p$ ,  $v$  e  $u$ . Come nel caso dell'energia potenziale sopra considerato, l'uso dei valori di una particolare proprietà determinati rispetto a un riferimento arbitrario produce risultati univoci fin tanto che i calcoli effettuati coinvolgono solo differenze di tali proprietà, per i quali i valori di riferimento si elidono.

### 4.3.3 Determinare le proprietà utilizzando il software

L'uso di software nel determinare le proprietà termodinamiche è sempre più diffuso in ingegneria. I software per computer si dividono sostanzialmente in due categorie: quelli che forniscono solo dati in corrispondenza di singoli stati e quelli che forniscono i valori delle proprietà all'interno di un più ampio programma di simulazione. Il software disponibile con questo testo, *Termodinamica Interattiva: TI*, è un programma che può essere utilizzato nella risoluzione dei problemi non solo perché fornisce i valori delle proprietà in corrispondenza di singoli stati, ma anche per la simulazione e l'analisi.

Il software *TI* fornisce i valori delle proprietà per tutte le sostanze, all'interno delle tabelle estese disponibili sul sito web del volume. In generale i valori delle proprietà possono essere richiamati attraverso semplici istruzioni da specificare nell'ambiente di lavoro del programma.

**Per esempio...** Si consideri la miscela bifase liquido-vapore nello stato 1 dell'Esempio 4.1 per cui  $p = 1$  bar,  $v = 0.8475 \text{ m}^3/\text{kg}$ . Nel seguito si mostra come ricavare i valori di temperatura di saturazione, titolo ed energia interna specifica utilizzando *TI*. Le funzioni per  $T$ ,  $v$  e  $u$  si ottengono selezionando Water/Steam (Acqua/Vapore) dal menù **Properties (Proprietà)**. Scegliendo le unità di misura SI dal menù **Units (Unità di misura)**, con  $p$  in bar,  $T$  in °C e massa in kg, le istruzioni per il programma *TI* sono

```

 $p = 1 // \text{bar}$ 
 $v = 0.8475 // \text{m}^3/\text{kg}$ 
 $T = \text{Tsat\_P ("Water/Steam", } p)$ 
 $v = \text{vsat\_Px ("Water/Steam", } p, x)$ 
 $u = \text{usat\_Px (Water/Steam", } p, x)$ 
```

Cliccando sul bottone **Solve (Risolvi)**, il software restituisce i valori  $T = 99.63^\circ\text{C}$ ,  $x = 0.5$  e  $u = 1462 \text{ kJ/kg}$ . Si possono verificare tali valori utilizzando i dati della Tabella T-3. Si osservi che il testo inserito tra il simbolo  $//$  e la fine riga è interpretato dal programma come un commento. ■

L'esempio precedente illustra una caratteristica importante del software *TI*: nonostante il titolo  $x$  sia implicito nell'elenco degli argomenti dell'espressione del volume specifico, non è necessario risolvere algebricamente l'espressione per ricavare  $x$ . Infatti il programma può calcolare automaticamente  $x$  purché il numero di equazioni uguagli il numero di incognite.

Il software *TI* fornisce anche le proprietà nella regione del vapore surriscaldato.

**Per esempio...** Si consideri un vapore surriscaldato di ammoniaca a  $p = 20 \text{ lbf/in}^2$  e  $T = 77^\circ\text{F}$ . Selezionando Ammonia (Ammoniaca) dal menù **Properties (Proprietà)** e scegliendo le unità di misura anglosassoni dal menù **Units (Unità)**, *TI* fornisce i valori di volume specifico, energia interna ed entalpia scrivendo

```

 $p = 20 // \text{lbf/in}^2$ 
 $T = 77 // ^\circ\text{F}$ 
 $v = \text{v\_PT ("Ammonia", } p, T)$ 
 $u = \text{u\_PT ("Ammonia", } p, T)$ 
 $h = \text{h\_PT ("Ammonia", } p, T)$ 
```

Cliccando sul bottone **Solve (Risolvi)** il software restituisce i valori  $v = 16.67 \text{ ft}^3/\text{lb}$ ,  $u = 593.7 \text{ Btu/lb}$  e  $h = 655.3 \text{ Btu/lb}$  rispettivamente. Tali valori sono in accordo con quelli che si trovano interpolando i dati della Tabella T-17E, come si può verificare facilmente. ■

Altre caratteristiche di *Termodinamica Interattiva*: TI saranno illustrate nei prossimi esempi. I software forniscono sicuramente uno strumento di calcolo potente nelle analisi ingegneristiche, tuttavia si devono rispettare alcune regole.

- I software complementano ed estendono l'analisi, ma non la sostituiscono.
- I valori generati dal computer devono essere verificati a campione con quelli calcolati a mano o tramite un altro procedimento indipendente.
- I grafici tracciati dal software devono essere analizzati per verificare se le curve sono plausibili e mostrano l'andamento che ci si aspettava.

#### 4.3.4 Esempi

Negli esempi seguenti si analizzano, eseguendo un bilancio energetico, alcuni sistemi chiusi che subiscono delle trasformazioni. In ciascun caso, per ricavare i dati delle proprietà vengono utilizzati degli schemi dei diagrammi p-v o T-v congiuntamente alle opportune tabelle. Utilizzare i dati estratti da diagrammi e tabelle introduce un ulteriore livello di complessità rispetto agli analoghi problemi del Capitolo 3.

##### Mescolamento di acqua a volume costante

##### ESEMPIO 4.3

Un contenitore rigido ben isolato avente volume  $10 \text{ ft}^3$  contiene vapore d'acqua saturo a  $212^\circ\text{F}$ . L'acqua viene mescolata rapidamente finché la pressione arriva a  $20 \text{ lbf/in}^2$ . Si determinino la temperatura dello stato finale, in  $^\circ\text{F}$ , e il lavoro durante il processo, in Btu.

##### Soluzione

**Elementi noti** Una certa quantità di vapore d'acqua saturo a  $212^\circ\text{F}$  viene mescolata rapidamente all'interno di un contenitore rigido e ben isolato fino alla pressione di  $20 \text{ lbf/in}^2$ .

**Da determinare** Si devono determinare la temperatura dello stato finale e il lavoro.

##### Schema e dati forniti

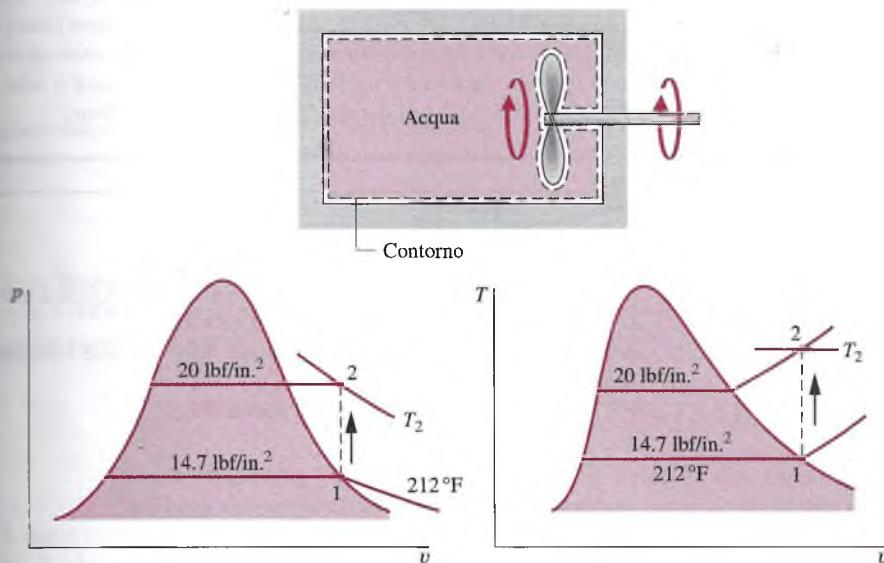


Figura E4.3

##### Presupposti

1. L'acqua costituisce un sistema chiuso.
2. Gli stati iniziale e finale sono di equilibrio. Non ci sono variazioni nette di energia cinetica e potenziale.

3. Non c'è alcuno scambio di calore con l'ambiente esterno.
4. Il volume del contenitore rimane costante.

**Analisi** Per determinare lo stato di equilibrio finale sono necessari i valori di due proprietà intensive indipendenti. Una di esse è la pressione  $p_2 = 20 \text{ lbf/in}^2$  e l'altra è il volume specifico  $v_2 = v_1$ . Il volume specifico iniziale e finale sono gli stessi perché la massa e il volume totali non cambiano durante il processo. Gli stati iniziale e finale sono tracciati sui diagrammi  $T$ - $v$  e  $p$ - $v$  a corredo.

Dalla Tabella T-2E,  $v_1 = v_i$  ( $212^\circ\text{F}$ ) =  $26.80 \text{ ft}^3/\text{lb}$ ,  $u_1 = u_v$  ( $212^\circ\text{F}$ ) =  $1077.6 \text{ Btu/lb}$ . Imponendo  $v_2 = v_1$  e interpolando nella Tabella T-4E per  $p_2 = 20 \text{ lbf/in}^2$ , si ha

$$u_2 = 1161.6 \text{ Btu/lb}, \quad T_2 = 445^\circ\text{F}$$

Inoltre, in virtù delle ipotesi 2 e 3, il bilancio energetico si riduce a

$$\Delta U + \Delta E_c^0 + \Delta E_p^0 = \dot{Q}^0 - L$$

Riordinando

$$L = -(U_2 - U_1) = -m(u_2 - u_1)$$

Per determinare  $L$  è necessario conoscere la massa del sistema, che può essere ricavata a partire dal volume e dal volume specifico

$$m = \frac{V}{v_1} = \left( \frac{10 \text{ ft}^3}{26.8 \text{ ft}^3/\text{lb}} \right) = 0.373 \text{ lb}$$

Infine, sostituendo i valori nell'espressione di  $L$

$$L = -(0.373 \text{ lb})(1161.6 - 1077.6) \text{ Btu/lb} = -31.3 \text{ Btu}$$

dove il segno meno indica che viene trasferita energia al sistema sotto forma di lavoro.

- ➊ Nonostante gli stati iniziale e finale siano di equilibrio, gli stati intermedi non lo sono. Per sottolineare tale aspetto, sul diagramma  $T$ - $v$  e  $p$ - $v$  sono stati indicati con una linea tratteggiata. Le linee a tratto continuo sui diagrammi sono riservate solo ai processi che avvengono attraverso stati di equilibrio (processi quasi-statici). L'analisi mostra l'importanza di schematizzare con cura i diagrammi delle proprietà durante la soluzione dei problemi.

#### ESEMPIO 4.4

#### Analisi di due trasformazioni in serie

Dell'acqua contenuta in un sistema cilindro-pistone compie due trasformazioni in serie a partire da uno stato iniziale in cui la pressione è 10 bar e la temperatura è  $400^\circ\text{C}$ .

**Trasformazione 1-2** L'acqua è raffreddata, mentre viene mantenuta alla pressione costante di 10 bar fino allo stato di vapore saturo.

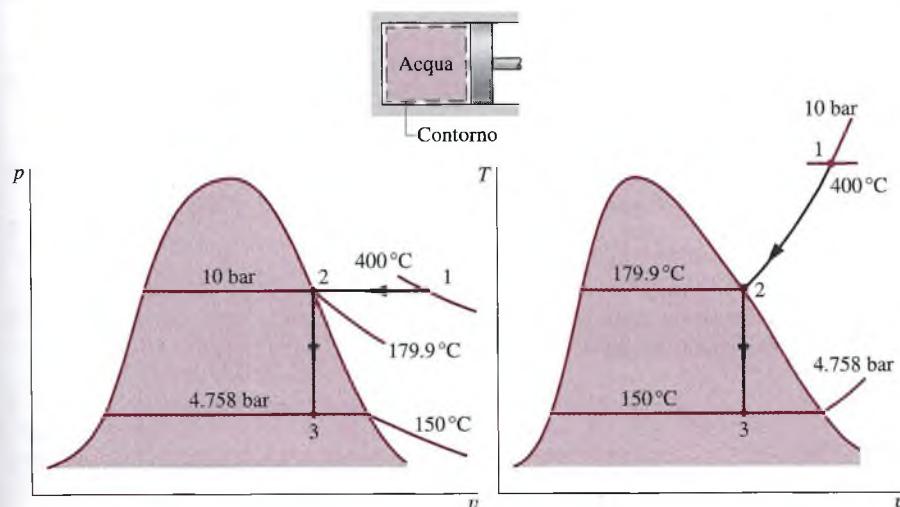
**Trasformazione 2-3** L'acqua è raffreddata a volume costante fino a  $150^\circ\text{C}$ .

- (a) Schematizzare i processi sui diagrammi  $T$ - $v$  e  $p$ - $v$ .
- (b) Determinare il lavoro scambiato durante il processo complessivo, in kJ/kg.
- (c) Determinare il calore scambiato durante il processo complessivo, in kJ/kg.

#### Soluzione

**Elementi noti** Dell'acqua contenuta in un sistema cilindro-pistone compie due trasformazioni: prima è raffreddata mantenendo la pressione costante e poi è raffreddata a volume costante.

**Da determinare** Schematizzare i processi sui diagrammi  $T$ - $v$  e  $p$ - $v$ . Determinare il lavoro netto e il calore netto scambiati nel processo complessivo per unità di massa contenuta nel sistema cilindro-pistone.

**Schema e dati forniti****Figura E4.4****Presupposti**

1. L'acqua costituisce un sistema chiuso.
2. Il lavoro è compiuto solo dal pistone.
3. Non ci sono variazioni di energia cinetica e potenziale.

**Analisi** (a) I diagrammi  $T\text{-}v$  e  $p\text{-}v$  a corredo mostrano le due trasformazioni. Poiché la temperatura nello stato 1 è di  $400^\circ\text{C}$ , essa è maggiore di quella di saturazione corrispondente a  $p_1 = 10 \text{ bar}$ :  $179.9^\circ\text{C}$  e quindi lo stato 1 si trova nella regione del vapore surriscaldato.

(b) Dal momento che il lavoro è compiuto solo dal pistone si ha

$$L = \int_1^3 p \, dV = \int_1^2 p \, dV + \int_2^3 p \, dV_0$$

Il secondo integrale si annulla perché nel processo 2-3 il volume è costante. Dividendo per la massa e osservando che durante la trasformazione 1-2 la pressione è costante

$$\frac{L}{m} = p(v_2 - v_1)$$

Nella Tabella T-4, con  $p_1 = 10 \text{ bar}$  e  $T_1 = 400^\circ\text{C}$ , si trova il volume specifico nello stato 1:  $v_1 = 0.3066 \text{ m}^3/\text{kg}$  e anche  $u_1 = 2957.3 \text{ kJ/kg}$ . Il volume specifico nello stato 2 è quello del vapore saturo a 10 bar:  $v_2 = 0.1944 \text{ m}^3/\text{kg}$ , dalla Tabella T-3. Quindi

$$\begin{aligned} \frac{L}{m} &= (10 \text{ bar})(0.1944 - 0.3066) \left( \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right) \left| \frac{10^5 \text{ N/m}^2}{1 \text{ bar}} \right| \left| \frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ N} \cdot \text{m}} \right| \\ &= -112.2 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Il segno negativo indica che il lavoro è compiuto dal pistone *sul* vapore d'acqua.

(c) Il bilancio energetico per il processo *complessivo* si riduce a

$$m(u_3 - u_1) = Q - L$$

Riordinando

$$\frac{Q}{m} = (u_3 - u_1) + \frac{L}{m}$$

Per determinare il calore scambiato è necessario conoscere l'energia interna specifica  $u_3$  dello stato 3. Poiché  $T_3$  è data e  $v_3 = v_2$ , risultano noti i valori di due proprietà intensive indipendenti, che consentono di fissare lo stato 3. Per trovare  $u_3$  dapprima si calcola il titolo

$$x_3 = \frac{v_3 - v_{l3}}{v_{v3} - v_{l3}} = \frac{0.1944 - 1.0905 \times 10^{-3}}{0.3928 - 1.0905 \times 10^{-3}} = 0.494$$

dove  $v_{l3}$  e  $v_{v3}$  si ricavano dalla Tabella T-2 a 150 °C. Quindi si ha

$$\begin{aligned} u_3 &= u_{l3} + x_3(u_{v3} - u_{l3}) = 631.68 + 0.494(2559.5 - 631.98) \\ &= 1583.9 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

dove  $u_{l3}$  e  $u_{v3}$  si ricavano dalla Tabella T-2 a 150 °C.

Sostituendo i valori nel bilancio energetico, si ottiene

$$\frac{Q}{m} = 1583.9 - 2957.3 + (-112.2) = -1485.6 \text{ kJ/kg}$$

Il segno negativo mostra che l'energia sotto forma di calore è trasferita *fuori* dal sistema.

Il prossimo esempio illustra l'uso di *Termodinamica Interattiva: TI* per la risoluzione dei problemi. In questo caso il software determina i valori richiesti delle proprietà, calcola i risultati e li mostra in forma grafica.

### ESEMPIO 4.5 Graficazione di dati termodinamici utilizzando il software

Per il sistema dell'Esempio 4.1, si costruisca il grafico della quantità di calore scambiata, in kJ, e della massa di vapore saturo, in kg, in funzione della pressione allo stato 2, al variare di detta pressione tra 1 e 2 bar. Si discutano i risultati.

#### Soluzione

**Elementi noti** Una miscela bifase liquido-vapore d'acqua è contenuta in un serbatoio rigido e chiuso, posto su una piastra scaldante. La pressione e il titolo iniziale sono noti. La pressione varia tra 1 e 2 bar.

**Da determinare** Si deve tracciare il grafico della quantità di calore scambiata e della massa di vapore saturo presente in funzione della pressione allo stato finale, commentando infine tali diagrammi.

**Schema e dati forniti** Vedere Figura E.4.1.

#### Presupposti

1. Non ci sono scambi di lavoro.
2. Gli effetti dell'energia cinetica e potenziale sono trascurabili.
3. Si veda l'Esempio 4.1 per le altre ipotesi.

**Analisi** Il calore scambiato può essere ottenuto dal bilancio energetico, che, in virtù delle ipotesi 1 e 2, si riduce a

$$\Delta U + \Delta E_c^0 + \Delta E_p^0 = Q - L^0$$

o anche

$$Q = m(u_2 - u_1)$$

Selezionando Water/Steam (Acqua/Vapore) dal menù **Properties (Proprietà)** e scegliendo le unità di misura SI dal menù **Units (Unità)**, le istruzioni da dare al programma *TI* per ottenere i dati richiesti e tracciare il diagramma sono

```

// Given data—State 1
p1 = 1 // bar
x1 = 0.5
V = 0.5 // m3
// Evaluate property data—State 1
v1 = vsat_Px ("Water/Steam", p1, x1)
u1 = usat_Px ("Water/Steam", p1, x1)
// Calculate the mass
m = V>v1
// Fix state 2
v2 = v1
p2 = 1.5 // bar
// Evaluate property data—State 2
v2 = vsat_Px ("Water/Steam", p2, x2)
u2 = usat_Px ("Water/Steam", p2, x2)
// Calculate the mass of saturated vapor present
mg2 = x2*m
// Determine the pressure for which the quality is unity
v3 = v1
v3 = vsat_Px ("Water/Steam", p3, 1)
// Energy balance to determine the heat transfer
m*(u2 - u1) = Q - W
W = 0

```

Cliccare sul bottone **Solve (Risolvi)** per ottenere la soluzione in corrispondenza di  $p_2 = 1.5$  bar. Il programma restituisce i valori di  $v_1 = 0.8475 \text{ m}^3/\text{kg}$ ,  $m = 0.59 \text{ kg}$  e  $m_{v2} = 0.4311 \text{ kg}$ . Tali valori corrispondono a quelli trovati nell'Esempio 4.1.

Una volta verificati i dati calcolati dal software, si può utilizzare il bottone **Explore (Esplora)** per variare la pressione da 1 a 2 bar, per esempio con un passo di 0.1 bar. Infine si clicchi sul bottone **Graph (Grafico)** per disegnare i grafici richiesti, che sono:

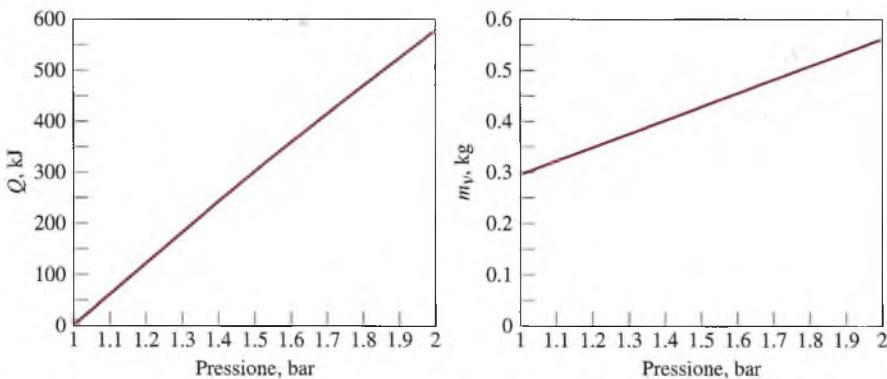


Figura E4.5

Analizzando il primo grafico, si conclude che il calore scambiato dall'acqua varia linearmente con la pressione. Il grafico di  $m_v$  mostra poi che anche la massa di vapore saturo aumenta con la pressione ed entrambi i risultati sono in accordo con quanto ci si aspettava per il processo studiato.

- ① Usando il bottone **Browse (Naviga)** il software indica che la pressione alla quale il titolo diventa unitario è di 2.096 bar, per cui, per pressioni comprese tra 1 e 2 bar, tutti gli stati ricadono nella regione bifase liquido-vapore.
- ② L, in inglese W = work.

### Calori specifici $c_v$ e $c_p$

In termodinamica esistono numerose proprietà importanti correlate all'energia interna. Una di queste è l'entalpia, introdotta nel Paragrafo 4.3.2. In questo paragrafo si analizzano altre due proprietà, note come *calori specifici*. I calori specifici sono particolarmente utili nei calcoli termodinamici, in particolare per quelli che riguardano i gas ideali considerati nel Paragrafo 4.5.

Le proprietà intensive  $c_v$  e  $c_p$ , per le sostanze pure, sono rispettivamente definite come derivate parziali delle funzioni  $u(T, v)$  e  $h(T, p)$

$$c_v = \left. \frac{\partial u}{\partial T} \right|_v \quad (4.8)$$

$$c_p = \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p \quad (4.9)$$

dove i pedici  $v$  e  $p$  indicano la variabile mantenuta fissa durante l'operazione di derivazione. I valori di  $c_v$  e  $c_p$  possono essere ottenuti usando un approccio microscopico alla termodinamica unitamente a misurazioni spettroscopiche. Tuttavia essi possono essere ricavati anche macroscopicamente per via indiretta, cioè attraverso la misurazione esatta di altre proprietà. I valori dei calori specifici possono essere espressi sia su base massica sia su base molare, analogamente a  $u$  e  $h$ . Le unità di misura SI sono  $\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$  o  $\text{kJ}/(\text{kmol} \cdot \text{K})$ . Altre unità di misura sono  $\text{Btu}/(\text{lb} \cdot {}^\circ\text{R})$  o  $\text{Btu}/(\text{lbtmol} \cdot {}^\circ\text{R})$ .

La proprietà  $k$ , detta *rapporto dei calori specifici*, è il rapporto

$$k = \frac{c_p}{c_v} \quad (4.10)$$

Le proprietà  $c_v$  e  $c_p$  sono denominate **calori specifici** (o *capacità termiche massiche*) perché, in condizioni opportune, mettono in relazione la variazione di temperatura di un sistema con la quantità di energia scambiata sotto forma di calore. Tuttavia, è in generale preferibile pensare a  $c_v$  e  $c_p$  facendo riferimento alle loro definizioni, Equazioni 4.8 e 4.9, piuttosto che a questa interpretazione riferita agli scambi di calore.

In generale  $c_v$  è una funzione di  $v$  e  $T$  (oppure di  $p$  e  $T$ ) e  $c_p$  è una funzione di  $p$  e  $T$  (oppure di  $v$  e  $T$ ). Sono disponibili i valori dei calori specifici dei gas, dei liquidi e dei solidi di uso comune. I dati relativi ai gas saranno introdotti nel Paragrafo 4.5 nella parte dedicata ai gas ideali. I valori dei calori specifici per alcuni liquidi e solidi comuni saranno presentati nel Paragrafo 4.3.6 durante la descrizione delle sostanze incomprensibili.

### 4.3.5 Proprietà dei liquidi e dei solidi

Per determinare le proprietà dei liquidi e dei solidi si possono adottare dei metodi approssimati. Tali metodi forniscono approssimazioni di semplice impiego, ma sufficientemente accurate, anche se non garantiscono la determinazione esatta dei risultati, come per esempio nel caso di impiego della tabella dell'acqua allo stato di liquido compresso, Tabella T-5. Nel seguito vengono presentate due diverse metodologie: a) le valutazioni approssimate mediante l'impiego dei dati del liquido saturo, b) il modello di sostanza incomprensibile.

#### Valutazioni approssimate per i liquidi usando i dati del liquido saturo

Per gli stati liquidi si possono ottenere valori approssimati per  $v$ ,  $u$  e  $h$  utilizzando i dati del liquido saturo. A tale scopo si faccia riferimento alle tabelle del liquido compresso, Tabelle T-5. Le tabelle mostrano che il volume specifico e l'energia interna specifica variano molto poco al variare della pressione a una temperatura prefissata. Dal momento

che i valori di  $v$  e  $u$  variano in misura modesta al variare della pressione a una data temperatura, nella maggior parte dei calcoli ingegneristici si possono adottare le seguenti approssimazioni:

$$v(T, p) \approx v_l(T) \quad (4.11)$$

$$u(T, p) \approx u_l(T) \quad (4.12)$$

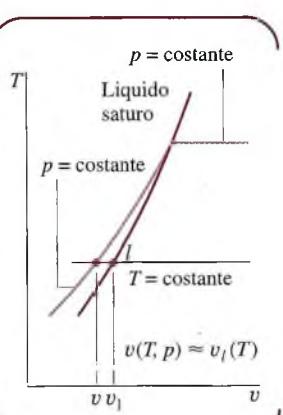
Ciò significa che per i liquidi  $v$  e  $u$  possono essere valutati allo stato di liquido saturo corrispondente alla stessa temperatura dello stato considerato.

Un valore approssimato di  $h$  per gli stati liquidi può essere invece ricavato applicando le Equazioni 4.11 e 4.12 alla definizione  $h = u + pv$ , per cui

$$h(T, p) \approx u_l(T) + p v_l(T)$$

che si può esprimere in alternativa come

$$h(T, p) \approx h_l(T) + v_l(T)[p - p_{\text{sat}}(T)] \quad (4.13)$$



dove  $p_{\text{sat}}$  denota la pressione di saturazione alla temperatura data. Quando il contributo del secondo termine di destra nell'Equazione 4.13 è piccolo, l'entalpia specifica può essere approssimata con il valore corrispondente allo stato di liquido saturo alla medesima temperatura, come per  $v$  e  $u$ , e cioè

$$h(T, p) \approx h_l(T) \quad (4.14)$$

Sebbene le approssimazioni qui introdotte siano state presentate riferendosi all'acqua liquida, esse forniscono valori approssimati plausibili anche per altre sostanze quando siano disponibili solamente dati relativi agli stati di liquido saturo. In questo testo sono disponibili solo i dati per l'acqua allo stato di liquido compresso (Tabelle T-5). Si noti anche che *Termodinamica Interattiva*: TI non fornisce i dati relativi al liquido compresso per qualsiasi sostanza, ma utilizza le Equazioni 4.11, 4.12 e 4.14 per restituire rispettivamente i valori di  $v$ ,  $u$  e  $h$ . Quando si richieda maggior accuratezza rispetto a quella garantita da tali approssimazioni, è necessario consultare altre fonti per una determinazione più completa delle proprietà delle sostanze in esame.

### Modello di sostanza incomprimibile

Come accennato in precedenza, ci sono delle regioni in cui il volume specifico dell'acqua liquida varia di poco e l'energia interna specifica varia principalmente in funzione della temperatura. Anche le fasi liquide di altre sostanze, così come i solidi, hanno in generale lo stesso comportamento. Le approssimazioni delle Equazioni 4.11-4.14 si basano proprio su tale considerazione, così come il **modello di sostanza incomprimibile** che viene introdotto in questa sede.

Per semplificare l'analisi di liquidi e solidi, si assume frequentemente che il volume specifico (o la densità) sia costante e che l'energia interna specifica vari solamente con la temperatura. Una sostanza idealizzata in tal modo è detta *incomprimibile*.

Poiché l'energia interna specifica di una sostanza modellizzata come incomprimibile dipende solamente dalla temperatura, anche il calore specifico  $c$  è funzione della sola temperatura

$$c_v(T) = \frac{du}{dT} \quad (\text{incomprimibile}) \quad (4.15)$$

La relazione è espressa in termini di derivata ordinaria in quanto  $u$  si è assunto dipendente solo da  $T$ .

Nonostante il volume specifico sia costante e l'energia interna dipenda esclusivamente dalla temperatura, l'entalpia resta funzione sia della pressione che della temperatura in accordo con la relazione

$$h(T, p) = u(T) + pv \quad (\text{incomprimibile}) \quad (4.16)$$

I calori specifici  $c_v$  e  $c_p$  di una sostanza modellizzata come incomprimibile sono uguali, come si può notare differenziando l'Equazione 4.16 rispetto alla temperatura, a pressione costante, e ottenendo

$$\left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p = \frac{du}{dT}$$

Il membro di sinistra di tale espressione è per definizione  $c_p$  (Equazione 4.9), per cui, applicando l'Equazione 4.15 al membro di destra dell'equazione, si ottiene

$$c_p = c_v \quad (\text{incomprimibile}) \quad (4.17)$$

Ne consegue che per una sostanza incomprimibile non è necessario distinguere tra  $c_v$  e  $c_p$  ed entrambi possono essere rappresentati attraverso lo stesso simbolo  $c$ . I valori del calore specifico di alcuni liquidi e solidi di uso comune sono riportati nelle Tabelle HT-1 in Appendice in funzione della temperatura. La variazione di  $c$  in un intervallo di temperatura limitato può essere modesta: per tali sostanze si può considerare costante il calore specifico  $c$  senza perdere in accuratezza dei risultati.

Applicando le Equazioni 4.15 e 4.16, la variazione di energia interna specifica e di entalpia specifica è data rispettivamente, da

$$u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} c(T) dT \quad (\text{incomprimibile}) \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} h_2 - h_1 &= u_2 - u_1 + v(p_2 - p_1) \\ &= \int_{T_1}^{T_2} c(T) dT + v(p_2 - p_1) \quad (\text{incomprimibile}) \end{aligned} \quad (4.19)$$

Se si assume costante il calore specifico  $c$ , l'Equazione 4.18 diviene

$$u_2 - u_1 = c(T_2 - T_1) \quad (\text{incomprimibile, costante } c) \quad (4.20)$$

Quando  $c$  è costante, l'Equazione 4.19 diventa

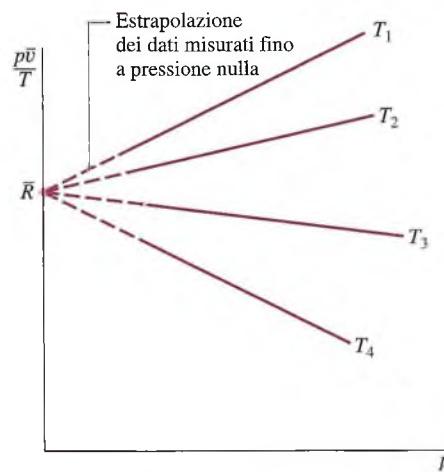
$$h_2 - h_1 = c(T_2 - T_1) + v(p_2 - p_1) \quad (\text{incomprimibile, costante } c) \quad (4.21a)$$

Spesso accade che il secondo termine a destra nell'Equazione 4.21a sia piccolo rispetto al primo termine del membro di destra, e quindi l'equazione si riduce alla stessa forma dell'Equazione 4.20

$$h_2 - h_1 \approx c(T_2 - T_1) \quad (\text{incomprimibile, costante } c) \quad (4.21b)$$

## 4.4 Relazioni $p$ - $v$ - $T$ per i gas

Lo scopo di questo paragrafo è di migliorare la conoscenza delle relazioni tra pressione, volume specifico e temperatura nei gas. Tutto ciò è importante non solo per comprendere il comportamento dei gas ma anche per la trattazione della seconda parte del capitolo, in



**Figura 4.7**  
Rappresentazione di rispetto alla pressione per un gas a differenti valori di temperatura.

cui sarà introdotto il modello di gas ideale. La presentazione è ora condotta in termini di fattore di comprimibilità e inizia con l'introduzione della costante universale dei gas.

### Costante universale dei gas $\bar{R}$

Si consideri un gas contenuto in un sistema cilindro-pistone mantenuto a temperatura costante. Il pistone può muoversi liberamente in modo che si possano raggiungere diversi stati di equilibrio a temperatura costante. Si supponga che la pressione e il volume siano misurati in corrispondenza di ciascuno stato e che si possa determinare il valore del rapporto  $p\bar{v}/T$  ( $\bar{v}$  è il volume per mole, o volume molare). Si può disegnare il grafico dell'andamento di tale rapporto al variare della pressione, a temperatura costante. I risultati ottenuti per varie temperature sono riportati in Figura 4.7. Estrapolando i valori corrispondenti a pressione nulla, si ottiene esattamente lo stesso valore limite per tutte le curve e cioè

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{p\bar{v}}{T} = \bar{R} \quad (4.22)$$

dove  $\bar{R}$  indica il limite comune per tutte le temperature. Se tale procedura venisse ripetuta anche per altri gas, si troverebbe in ogni caso che il limite del rapporto  $p\bar{v}/T$  al tendere di  $p$  a zero a temperatura costante è lo stesso, indicato con  $\bar{R}$ . Poiché tale limite è lo stesso per tutti i gas,  $\bar{R}$  è detto **costante universale dei gas** e il valore determinato sperimentalmente è

$$\bar{R} = \begin{cases} 8.314 \text{ kJ/kmol}\cdot\text{K} \\ 1.986 \text{ Btu/lbmol}\cdot\text{^{\circ}R} \\ 1545 \text{ ft}\cdot\text{lbf/lbmol}\cdot\text{^{\circ}R} \end{cases} \quad (4.23)$$

Una volta introdotta la costante universale dei gas, si passa ora al fattore di comprimibilità.

### Fattore di comprimibilità Z

Il rapporto adimensionale  $p\bar{v}/\bar{R}T$  è detto **fattore di comprimibilità** ed è indicato con  $Z$ , per cui

$$Z = \frac{p\bar{v}}{\bar{R}T} \quad (4.24)$$

Se i valori di  $P$ ,  $\bar{v}$ ,  $\bar{R}$ , e  $T$  sono espressi con unità di misura coerenti,  $Z$  risulta adimensionale.

Ponendo  $\bar{v} = Mv$  (Equazione 2.11), dove  $M$  è la massa molare/molecolare (o peso atomico, o peso molecolare) del gas considerato, il fattore di comprimibilità può essere anche espresso come

$$Z = \frac{pv}{RT} \quad (4.25)$$

dove

$$R = \frac{\bar{R}}{M} \quad (4.26)$$

$R$  è una costante tipica del particolare gas la cui massa molecolare è  $M$ . Le unità di misura per  $R$  sono  $\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ,  $\text{Btu}/(\text{lb} \cdot {}^{\circ}\text{R})$  e  $\text{ft}/(\text{lb} \cdot {}^{\circ}\text{R})$ .

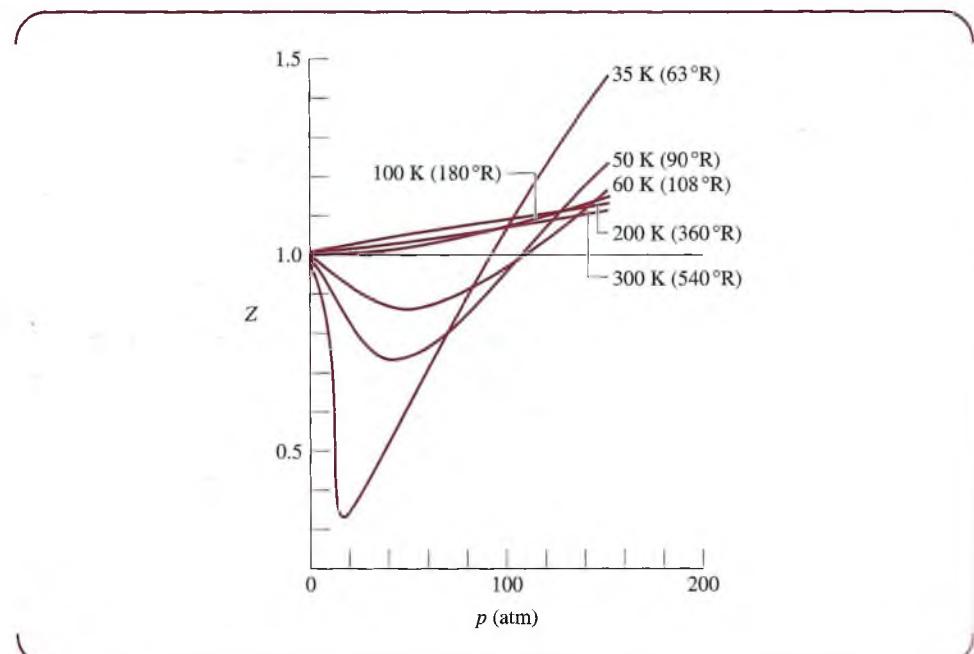
L'Equazione 4.22 può anche essere espressa in termini di fattore di comprimibilità come

$$\lim_{p \rightarrow 0} Z = 1 \quad (4.27)$$

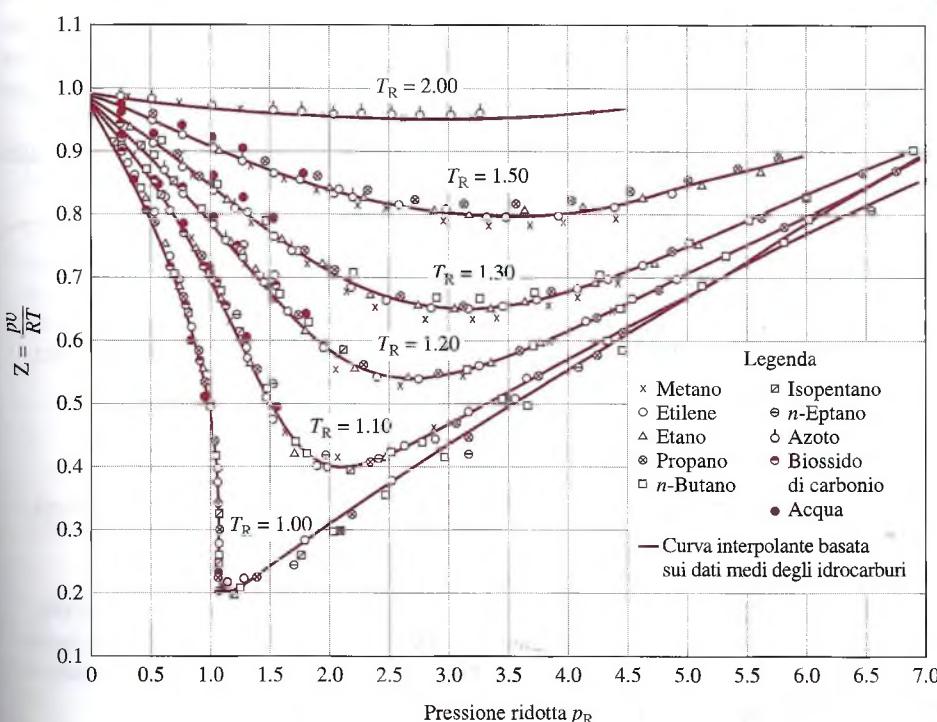
Ciò significa che il fattore di comprimibilità  $Z$  tende a uno quando, a temperatura costante, la pressione tende a zero. Tale comportamento è mostrato in Figura 4.8, in cui è riportato il grafico dell'andamento di  $Z$  rispetto alla pressione in corrispondenza di diverse temperature. In generale, quando la pressione del gas è piccola rispetto alla pressione critica,  $Z$  tende a 1.

### Principio degli stati corrispondenti

La Figura 4.8 fornisce il fattore di comprimibilità dell'idrogeno rispetto alla pressione per determinati valori di temperatura. Simili grafici sono disponibili per altri gas. Quando si analizzano tali grafici, si nota che essi appaiono qualitativamente simili. Ulteriori analisi mostrano che se si modificano opportunamente le coordinate, le curve relative ai diversi gas quasi coincidono, se disegnate sullo stesso diagramma, e si possono perciò ritrovare analogie anche quantitative. Tutto ciò è noto come *principio degli stati corrispondenti*. Seguendo tale approccio, il fattore di comprimibilità  $Z$  è diagrammato rispetto alla **pressione ridotta** adimensionale  $p_R$  e alla **temperatura ridotta**  $T_R$  definite come



**Figura 4.8** Variazione del fattore di comprimibilità dell'idrogeno con la pressione, a temperatura costante.



**Figura 4.9** Diagramma generalizzato di comprimibilità per alcuni gas.

$$p_R = \frac{p}{p_c} \quad \text{e} \quad T_R = \frac{T}{T_c} \quad (4.28)$$

Dove  $p_c$  e  $T_c$  indicano rispettivamente la pressione critica e la temperatura critica. Ne risulta il **diagramma generalizzato di comprimibilità**, che rappresenta la relazione  $Z = f(p_R, T_R)$ . La Figura 4.9 mostra i dati sperimentali per 10 diversi gas su un diagramma di questo tipo. Le linee continue indicano le isoterme ridotte e rappresentano le curve che meglio interpolano i dati.

Un diagramma generalizzato più comodo per risolvere i problemi rispetto a quello di Figura 4.9 è riportato in Appendice nelle Figure T-1, T-2 e T-3. In Figura T-1  $p_R$  varia da 0 a 1.0; in Figura T-2  $p_R$  varia da 0 a 10.0 e in Figura T-3  $p_R$  varia da 10.0 a 40.0. Per una data temperatura la deviazione dei valori osservati rispetto a quelli del diagramma generalizzato aumenta con la pressione. Inoltre, per i 30 gas utilizzati per elaborare tale diagramma, la deviazione è al più dell'ordine del 5%, più che accettabile nella maggior parte delle applicazioni. Dalle Figure T-1 e T-2 si osserva che il valore di  $Z$  tende a 1 per tutte le temperature quando la pressione tende a zero, in accordo con l'Equazione 4.27. La Figura T-3 mostra anche che  $Z$  tende a uno per tutte le pressioni a temperature notevolmente elevate.

I valori dei volumi specifici sono riportati nel diagramma generalizzato attraverso la variabile, detta **volumen specifico pseudoridotto** e definito come

$$v'_R = \frac{\bar{v}}{RT_c/p_c} \quad (4.29)$$

Si è verificato che, per ragioni legate alle correlazioni, è preferibile utilizzare il volume specifico pseudoridotto al posto del volume specifico ridotto  $v_R = \bar{v}/\bar{v}_c$  dove  $\bar{v}_c$  è il volume specifico critico. Utilizzando la pressione e la temperatura critica di un gas, il diagramma generalizzato può essere analizzato con varie coppie delle variabili  $T_R$ ,  $p_R$  e  $v'_R$ :  $(T_R, p_R)$ ,  $(T_R, v'_R)$  o  $(T_R, v'_R)$ . La Tabella T-1 elenca le costanti critiche per diverse sostanze.

Il vantaggio del diagramma generalizzato nella determinazione di  $p$ ,  $v$  e  $T$  per i gas è la semplicità, a cui si associa l'accuratezza. In ogni caso, tuttavia, il diagramma non deve essere usato in sostituzione del diagramma  $p-v-T$  o dei valori forniti, per una certa sostanza, da tabelle o estratti da software. Il diagramma è utile soprattutto per ottenere stime ragionevoli in assenza di dati più accurati.

Il prossimo esempio fornisce una esemplificazione dell'uso del diagramma generalizzato di comprimibilità.

### ESEMPIO 4.6

### Utilizzare il diagramma generalizzato di comprimibilità

Un serbatoio rigido e chiuso riempito di vapore d'acqua inizialmente a 20 MPa e 520 °C è raffreddato fino alla temperatura di 400 °C. Utilizzando il diagramma di comprimibilità, determinare:

- il volume specifico del vapore d'acqua, in  $\text{m}^3/\text{kg}$ , allo stato iniziale;
- la pressione, in MPa, allo stato finale.

Confrontare i risultati delle parti (a) e (b) con i valori ottenuti dalla tabella del vapore surriscaldato Tabella T-4.

#### Soluzione

**Elementi noti** Del vapore d'acqua è raffreddato a volume costante da 20 MPa e 520°C a 400°C.

**Da determinare** Utilizzando il diagramma di comprimibilità e la tabella del vapore surriscaldato si determinino il volume specifico e la pressione finale e si confrontino i risultati.

#### Schema e dati forniti

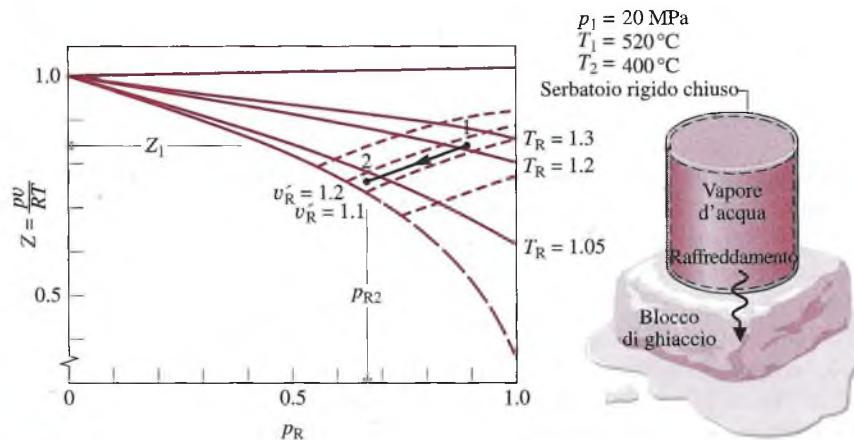


Figura E4.6

#### Presupposti

- Il vapore d'acqua è un sistema chiuso.
- Gli stati finale e iniziale sono di equilibrio.
- Il volume è costante.

**Analisi** (a) Dalla Tabella T-1, per l'acqua si ha  $T_c = 647.3 \text{ K}$  e  $p_c = 22.09 \text{ MPa}$ . Quindi

$$T_{R1} = \frac{793}{647.3} = 1.23, \quad p_{R1} = \frac{20}{22.09} = 0.91$$

Con questi valori della temperatura ridotta e della pressione ridotta il valore del fattore di comprimibilità  $Z$  che si ottiene in Figura T-1 è circa pari a 0.83. Poiché  $Z = pV/RT$ , il volume specifico allo stato 1 può essere determinato come:

$$v_1 = Z_1 \frac{RT_1}{p_1} = 0.83 \frac{\bar{R}T_1}{Mp_1}$$

$$= 0.83 \left( \frac{8314 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kmol} \cdot \text{K}}}{18.02 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} \right) \left( \frac{793 \text{ K}}{20 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} \right) = 0.0152 \text{ m}^3/\text{kg}$$

②

La massa molecolare dell'acqua è riportata in Tabella T-1.

Passando alla Tabella T-4, il volume specifico allo stato iniziale è  $0.01551 \text{ m}^3/\text{kg}$ , in sostanziale accordo con il valore del diagramma di comprimibilità, come ci si aspettava.

(b) Dal momento che sia la massa sia il volume specifico rimangono costanti, il vapore si raffredda a volume specifico costante e quindi a  $v'_R$  costante. Utilizzando il valore del volume specifico ricavato nella parte (a), il valore costante di  $v'_R$  è

$$v'_R = \frac{v_p e}{RT_c} = \frac{\left( 0.0152 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right) \left( 22.09 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right)}{\left( \frac{8314 \text{ N} \cdot \text{m}}{18.02 \text{ kg} \cdot \text{K}} \right) (647.3 \text{ K})} = 1.12$$

Allo stato 2 si ha

$$T_{R2} = \frac{673}{647.3} = 1.04$$

Identificando tale valore sul diagramma di comprimibilità dove  $v'_R = 1.12$  e  $T_R = 1.04$ , il corrispondente valore di  $p_R$  è circa 0.69 e quindi

$$p_2 = p_c(p_{R2}) = (22.09 \text{ MPa})(0.69) = 15.24 \text{ MPa}$$

Interpolando nelle tabelle del vapore surriscaldato, si ottiene  $p_2 = 15.16 \text{ MPa}$ . Come nel caso precedente, il diagramma di comprimibilità fornisce risultati in accordo con i valori delle tabelle.

- ① Si osservi che nel determinare il fattore di comprimibilità  $Z$ , la temperatura ridotta  $T_R$  e la pressione ridotta  $p_R$ , è necessario utilizzare la temperatura assoluta e la pressione assoluta.
- ② Poiché  $Z$  è adimensionale, è necessario utilizzare i valori di  $p$ ,  $v$ ,  $R$  e  $T$  espressi in unità di misura coerenti.

### Determinare le proprietà utilizzando il modello di gas ideale

La trattazione svolta nel Paragrafo 4.4 mostra che il fattore di comprimibilità  $Z = pv/RT$ , per una temperatura prefissata, tende a uno al diminuire della pressione. Nei gas in generale si può verificare che il fattore di comprimibilità è approssimativamente pari a 1 per quegli stati la cui pressione è bassa rispetto alla pressione critica  $p_c$ . In tali stati si può perciò ragionevolmente assumere  $Z = 1$ , ovvero

$$pv = RT \quad (4.30)$$

L'Equazione 4.30, detta **equazione di stato dei gas perfetti**, introduce alla seconda parte di questo capitolo, dedicata al modello di gas ideale.

Si può ottenere una forma alternativa per la medesima relazione tra pressione, volume specifico e temperatura ponendo  $v = V/m$  ed esprimendo l'Equazione 4.30 come

$$pV = mRT \quad (4.31)$$

Inoltre, poiché  $v = \bar{v}/M$  e  $R = \bar{R}/M$  dove  $M$  è la massa atomica o molecolare, l'Equazione 4.30 può anche essere espressa come

$$p\bar{v} = \bar{R}T \quad (4.32)$$

oppure, con  $\bar{v} = V/n$ , come

$$pV = n\bar{R}T \quad (4.33)$$

## 4.5 Modello di gas ideale

Per tutti i gas per i quali l'equazione di stato è esattamente  $pV = RT$ , l'energia interna specifica dipende solo dalla temperatura. Tale affermazione è supportata da osservazioni sperimentali, iniziata con il lavoro di Joule, che nel 1843 mostrò che l'energia interna dell'aria a bassa densità dipende esclusivamente dalla temperatura. Anche l'entalpia specifica di un gas descritto dalla relazione  $pV = RT$  dipende solamente dalla temperatura, come si può dimostrare combinando la definizione di entalpia  $h = u + pV$  con  $u = u(T)$  e l'equazione di stato dei gas perfetti, ottenendo  $h = u(T) + RT$ . L'insieme di queste assunzioni costituisce il **modello di gas ideale**, riassumibile come

$$pV = RT \quad (4.30)$$

$$u = u(T) \quad (4.34)$$

$$h = h(T) = u(T) + RT \quad (4.35)$$

L'energia interna specifica e l'entalpia specifica dei gas solitamente dipendono da due proprietà indipendenti e quindi non solo dalla temperatura, come invece si assume nel modello di gas ideale. Inoltre, l'equazione di stato dei gas perfetti non fornisce un'approssimazione sempre accettabile in tutti gli stati, e quindi l'applicazione del modello di gas ideale dipende dall'errore che si tollera nei calcoli. In ogni caso, i gas spesso tendono al comportamento dei gas ideali e se ne può quindi ottenere una descrizione particolarmente semplice attraverso il modello di gas ideale.

Per rendere più rapida la soluzione degli esempi riportati nel seguito e alla fine del capitolo, riguardanti aria, ossigeno ( $O_2$ ), azoto ( $N_2$ ), anidride carbonica ( $CO_2$ ), monossido di carbonio ( $CO$ ), idrogeno ( $H_2$ ) e altri gas comuni, si assume che il modello di gas ideale sia valido. L'applicabilità di quest'ipotesi dovrebbe essere verificata facendo riferimento a dati opportuni, inclusi quelli relativi alla comprimibilità, come mostrato in Figura 4.8.

Il prossimo esempio illustra l'applicazione dell'equazione di stato dei gas perfetti e ripropone l'uso dei diagrammi delle proprietà per individuare gli stati di interesse nello studio dei processi.

### ESEMPIO 4.7

### Aria come gas ideale che compie un ciclo

Una libbra di aria compie un ciclo termodinamico che consiste di tre trasformazioni.

**Trasformazione 1-2** Volume specifico costante.

**Trasformazione 2-3** Espansione a temperatura costante.

**Trasformazione 3-1** Compressione a pressione costante.

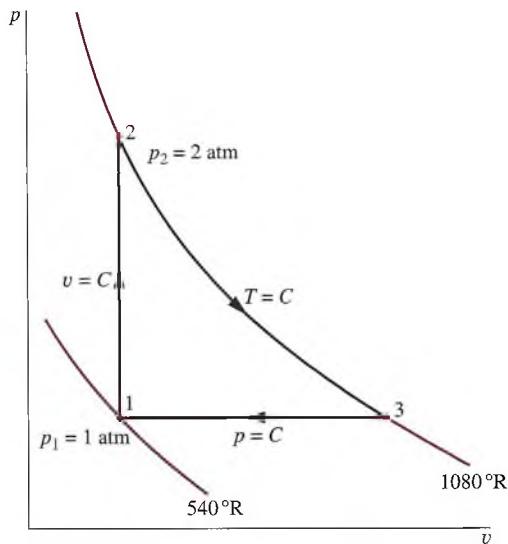
Nello stato 1 la temperatura è di  $540\text{ }^{\circ}\text{R}$  e la pressione è di 1 atm, mentre nello stato 2 la pressione è di 2 atm. Applicando l'equazione di stato dei gas perfetti:

- (a) si disegni il ciclo sul diagramma  $p-V$ ;
- (b) si determini la temperatura nello stato 2, in  $^{\circ}\text{R}$ ;
- (c) si determini il volume specifico nello stato 3, in  $\text{ft}^3/\text{lb}$ .

#### Soluzione

**Elementi noti** Dell'aria compie un ciclo termodinamico costituito da tre trasformazioni: Trasformazione 1-2:  $v = \text{costante}$ , Trasformazione 2-3:  $T = \text{costante}$ , Trasformazione 3-1:  $p = \text{costante}$ . I valori di  $T_1$ ,  $p_1$  e  $p_2$  sono noti.

**Da determinare** Si schematizzi il ciclo sul diagramma  $p-V$  e si determinino  $T_2$  e  $v_3$ .

**Schema e dati forniti****Figura E4.7****Presupposti**

1. L'aria costituisce un sistema chiuso
2. L'aria si comporta come gas ideale.

**Analisi** (a) Il ciclo è riportato sul diagramma  $p$ - $v$  nella figura. Si noti che, poiché  $p = RT/v$  e la temperatura è costante, la variazione di  $p$  con  $v$  nel processo 2-3 è non lineare.

Applicando  $pv = RT$ , la temperatura dello stato 2 è

$$T_2 = p_2 v_2 / R$$

Per ottenere il volume specifico  $v_2$ , necessario in tale relazione, si osservi che  $v_2 = v_1$ , per cui

$$v_2 = R T_1 / p_1$$

Combinando i due risultati si ha

$$T_2 = \frac{p_2}{p_1} T_1 = \left( \frac{2 \text{ atm}}{1 \text{ atm}} \right) (540^\circ\text{R}) = 1080^\circ\text{R}$$
①

Essendo  $pv = RT$ , il volume specifico dello stato 3 è

$$v_3 = R T_3 / p_3$$

Si osservi che  $T_3 = T_2$ ,  $p_3 = p_1$  e  $R = \bar{R}/M$

$$\begin{aligned} v_3 &= \frac{\bar{R} T_2}{M p_1} \\ &= \left( \frac{1545 \frac{\text{ft} \cdot \text{lbf}}{\text{lbmol} \cdot {}^\circ\text{R}}}{28.97 \frac{\text{lb}}{\text{lbmol}}} \right) \frac{(1080^\circ\text{R})}{(14.7 \text{ lbf/in.}^2) |144 \text{ in.}^2/\text{ft}^2|} \\ &= 27.2 \text{ ft}^3/\text{lb} \end{aligned}$$

In questa espressione la massa molecolare dell'aria è stata ricavata dalla Tabella T-1E.

- ❶ Si osservi con attenzione che l'equazione di stato  $p = RT$  richiede l'uso della temperatura assoluta  $T$  e della pressione assoluta  $p$ .

## 4.6 Energia interna, entalpia e calore specifico dei gas ideali

L'energia interna specifica di un gas che rispetta il modello di gas perfetto dipende solamente dalla temperatura e quindi anche il calore specifico  $c_v$ , definito dall'Equazione 4.8 dipende esclusivamente dalla temperatura, per cui

$$c_v(T) = \frac{du}{dT} \quad (\text{gas ideale}) \quad (4.36)$$

Tale relazione è espressa in forma di derivata totale in quanto  $u$  dipende solo da  $T$ .

Separando le variabili nell'Equazione 4.36 si ha

$$du = c_v(T) dT \quad (4.37)$$

e integrando

$$u(T_2) - u(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) dT \quad (\text{gas ideale}) \quad (4.38)$$

Analogamente, anche l'entalpia specifica di un gas che rispetta il modello di gas ideale dipende solo dalla temperatura, e quindi il calore specifico  $c_p$ , definito dall'Equazione 4.9, è anch'esso funzione della sola temperatura. Di conseguenza

$$c_p(T) = \frac{dh}{dT} \quad (\text{gas ideale}) \quad (4.39)$$

Separando le variabili nell'Equazione 4.39

$$dh = c_p(T) dT \quad (4.40)$$

e integrando, si ottiene

$$h(T_2) - h(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) dT \quad (\text{gas ideale}) \quad (4.41)$$

Un'importante relazione tra i calori specifici dei gas ideali si ricava differenziando l'Equazione 4.35 rispetto alla temperatura

$$\frac{dh}{dT} = \frac{du}{dT} + R$$

e, quindi, sostituendo le Equazioni 4.36 e 4.39, in modo da ottenere

$$c_p(T) = c_v(T) + R \quad (\text{gas ideale}) \quad (4.42)$$

Tale relazione può anche essere scritta su base molare come

$$\bar{c}_p(T) = \bar{c}_v(T) + \bar{R} \quad (\text{gas ideale}) \quad (4.43)$$

Anche se ciascuno dei due calori specifici per i gas ideali è funzione della sola temperatura, le Equazioni 4.42 e 4.43 mostrano che i calori specifici differiscono tra loro solamente per una costante, rispettivamente la costante di gas ideale del gas considerato e la costante universale dei gas ideali. Per un determinato gas è perciò sufficiente conoscere il valore di uno dei calori specifici per calcolare l'altro. La relazione precedente evidenzia anche che  $c_p > c_v$  e  $\bar{c}_p > \bar{c}_v$ , rispettivamente.

Il rapporto  $k$  tra i calori specifici di un gas ideale è anch'esso funzione della sola temperatura

$$k = \frac{c_p(T)}{c_v(T)} \quad (\text{gas ideale}) \quad (4.44)$$

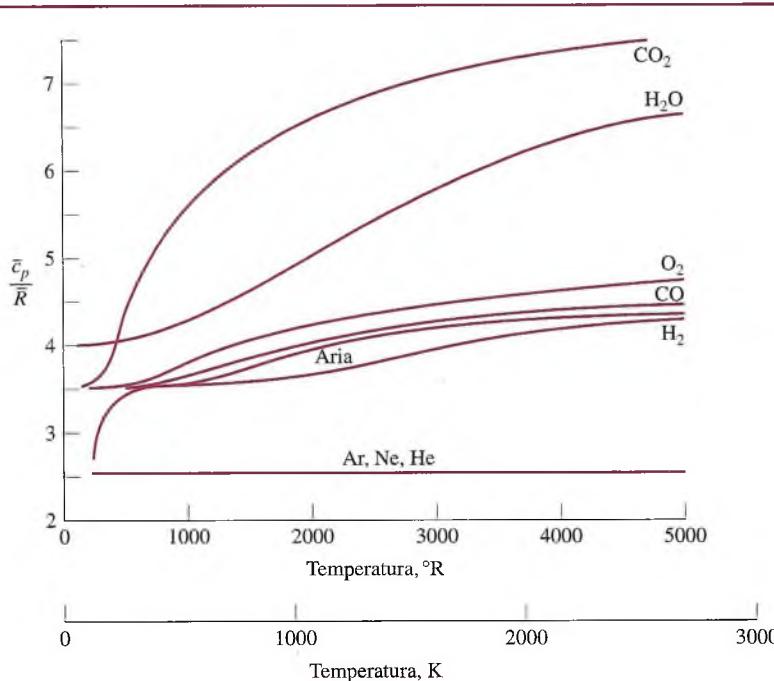
Dal momento che  $c_p > c_v$ , ne consegue che  $k > 1$ . Combinando le Equazioni 4.42 e 4.44 si ottiene

$$c_p(T) = \frac{kR}{k - 1} \quad (\text{gas ideale}) \quad (4.45)$$

$$c_v(T) = \frac{R}{k - 1} \quad (4.46)$$

Si possono ricavare espressioni analoghe per i calori specifici su base molare, semplicemente sostituendo  $\bar{R}$  a  $R$ .

**Funzioni per i calori specifici** Le espressioni precedenti evidenziano che i calori specifici dei gas ideali sono funzioni della temperatura. Tali funzioni sono disponibili per i gas di maggior interesse pratico in svariate forme tra cui grafici, tabelle ed equazioni. La Figura 4.10 illustra come varia  $\bar{c}_p$  (su base molare) con la temperatura, per un certo numero di gas di uso comune. Nell'intervallo di temperature indicato,  $\bar{c}_p$  aumenta con la temperatura per tutti i gas a eccezione di Ar, Ne e He. Per tali gas  $\bar{c}_p$  è quasi costante e pari al valore calcolato attraverso la teoria cinetica dei gas:  $\bar{c}_p = \frac{5}{2}\bar{R}$ . Nelle Tabelle T-10 sono riportati, per alcuni gas, i valori dei calori specifici in funzione della temperatura.



**Figura 4.10** Variazione di  $\bar{c}_p/\bar{R}$  con la temperatura per un certo numero di gas considerati gas ideali.

## 4.7 Variazioni di energia interna specifica ed entalpia specifica per i gas ideali

### Utilizzo delle tabelle dei gas ideali

La determinazione delle variazioni di energia interna specifica ed entalpia specifica di un certo numero di gas di uso comune è facilitata dall'uso delle tabelle dei gas ideali, Tabelle T-9 e T-11, che forniscono  $u$  e  $h$  (o  $\bar{u}$  e  $\bar{h}$ ) in funzione della temperatura.

Per ottenere l'entalpia in funzione della temperatura si deve riscrivere l'Equazione 4.41 come

$$h(T) = \int_{T_{\text{rif}}}^T c_p(T) dT + h(T_{\text{rif}})$$

dove  $T_{\text{rif}}$  è una temperatura di riferimento arbitraria cui corrisponde un valore di riferimento arbitrario dell'entalpia  $h$  ( $T_{\text{rif}}$ ). Nelle Tabelle T-9 e T-11 è stato scelto come riferimento  $h(T_{\text{rif}}) = 0$  e  $T_{\text{rif}} = 0$  K, per cui il valore dell'entalpia rispetto alla temperatura si può determinare come

$$h(T) = \int_0^T c_p(T) dT \quad (4.47)$$

Le tabelle dell'energia interna specifica in funzione della temperatura sono ricavate da quelle dell'entalpia specifica utilizzando la relazione  $u = h - RT$ .

Nella Tabella T-9 le unità di misura di  $h$  e  $u$  per l'aria, considerata come un singolo gas ideale, sono kJ/kg, mentre nella Tabella T-9E sono Btu/lb. I valori dell'entalpia molare e dell'energia interna molare per molti altri gas di uso comune, modellizzati come gas ideali, sono riportati nelle Tabelle T-11 in kJ/kmol e in Btu/lbmol. In tali tabelle compaiono anche altre grandezze, oltre all'energia interna e all'entalpia, che saranno introdotte nel Capitolo 7 e che per ora vengono tralasciate. Le Tabelle T-9 e T-11 sono utili nelle analisi che coinvolgono gas perfetti, non solo perché tengono conto automaticamente della variazione dei calori specifici con la temperatura, ma anche perché sono di facile impiego.

**Per esempio...** Si usi la Tabella T-9 per determinare la variazione di entalpia specifica, in kJ/kg, dell'aria da uno stato in cui  $T_1 = 400$  K a uno stato in cui  $T_2 = 900$  K. In corrispondenza di tali temperature la Tabella T-9 (tabella dell'aria considerata come un gas ideale) fornisce rispettivamente

$$h_1 = 400.98 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}, \quad h_2 = 932.93 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Allora,  $h_2 - h_1 = 531.95$  kJ/kg. ■

### Ipotesi di calore specifico costante

Quando si considerano costanti i calori specifici, le Equazioni 4.38 e 4.41 si riducono rispettivamente a

$$u(T_2) - u(T_1) = c_v(T_2 - T_1) \quad (4.48)$$

$$h(T_2) - h(T_1) = c_p(T_2 - T_1) \quad (4.49)$$

Le Equazioni 4.48 e 4.49 sono spesso utilizzate nelle analisi termodinamiche che coinvolgono gas ideali, perché consentono di sviluppare semplici equazioni in forma chiusa per molti processi.

Nelle Equazioni 4.48 e 4.49, i valori costanti di  $c_v$  e  $c_p$  sono valori medi, calcolati come segue:

$$c_v = \frac{\int_{T_1}^{T_2} c_v(T) dT}{T_2 - T_1}, \quad c_p = \frac{\int_{T_1}^{T_2} c_p(T) dT}{T_2 - T_1}$$

D'altra parte, quando la variazione di  $c_v$  e  $c_p$  in un certo intervallo di temperatura è piccola, si commette solitamente un errore trascurabile introducendo nelle Equazioni 4.48 e 4.49 la media aritmetica dei calori specifici alle due temperature di inizio e fine trasformazione. In alternativa, si può utilizzare il calore specifico corrispondente alla temperatura media della trasformazione considerata. Tali metodi risultano particolarmente comodi se sono disponibili i valori tabulati dei calori specifici, come nelle Tabelle T-10, nelle quali il valore costante dei calori specifici può essere spesso ricavato semplicemente consultandole.

### Utilizzare il software

*Termodinamica Interattiva*: *TI* fornisce i valori dell'energia interna specifica e dell'entalpia specifica per un ampio insieme di gas modellizzati come gas ideali. Si consideri l'uso di *TI* dapprima per l'aria e poi per altri gas.

**Aria** Per l'aria, il software *TI* utilizza il medesimo stato di riferimento e lo stesso valore di riferimento della Tabella T-9 e i valori calcolati sono in accordo con quelli della tabella.

**Per esempio...** Si consideri nuovamente il precedente esempio e si usi *TI* per determinare la variazione di entalpia specifica dallo stato in cui  $T_1 = 400$  K allo stato in cui  $T_2 = 900$  K. Selezionando Air (Aria) dal menù **Properties (Proprietà)**, si deve scrivere il seguente codice di istruzioni per determinare attraverso *TI* la variazione  $\Delta h$  (delh) in kJ/kg

```
h1 = h_T ("Air", T1)
h2 = h_T ("Air", T2)
T1 = 400 // K
T2 = 900 // K
delh = h2 - h1
```

Selezionando K come unità di misura della temperatura e kg per la massa nel menù **Units (Unità di misura)**, i risultati restituiti da *TI* sono  $h_1 = 932.5$  kJ/kg e  $\Delta h = 531.7$  kJ/kg rispettivamente. Così come ci si aspettava, tali valori sono analoghi a quelli ricavati prima utilizzando la Tabella T-9. ■

**Altri gas** Il software *TI* fornisce anche i dati per tutti i gas presenti nella Tabella T-11. Per tali gas i valori dell'energia interna specifica  $\bar{u}$  e dell'entalpia specifica  $\bar{h}$  restituiti da *TI* sono calcolati sulla base di stati di riferimento diversi rispetto a quelli della Tabella T-11. (Tali stati di riferimento e valori di riferimento agevolano l'uso di *TI* nelle applicazioni ingegneristiche relative ai fenomeni di combustione). Di conseguenza, i valori di  $\bar{u}$  e  $\bar{h}$  restituiti da *TI* per i gas della Tabella T-11 sono diversi da quelli che si ottengono direttamente da tale tabella. In ogni caso, le differenze tra due stati sono le stesse, in quanto il valore di riferimento si elide nei calcoli.

**Per esempio...** Si usi *TI* per determinare la variazione di entalpia specifica in kJ/kmol per il biossido di carbonio ( $\text{CO}_2$ ), considerato gas ideale, da uno stato in cui  $T_1 = 300$  K a uno stato in cui  $T_2 = 500$  K. Selezionando  $\text{CO}_2$  dal menù **Properties (Proprietà)**, si devono inserire le seguenti istruzioni in *TI*:

```
h1 = h_T ("CO2", T1)
h2 = h_T ("CO2", T2)
```

$$T_1 = 300 \text{ // K}$$

$$T_2 = 500 \text{ // K}$$

$$\Delta h = h_2 - h_1$$

Scegliendo K come unità di misura della temperatura e moli per la quantità di materia dal menù **Units (Unità di misura)**, i risultati restituiti da *TI* sono  $\bar{h}_1 = -3.935 \times 10^5$ ,  $\bar{h}_2 = -3852 \times 10^5$ , e  $\Delta\bar{h} = 8238 \text{ kJ/kmol}$ , rispettivamente. I valori molto negativi di  $\bar{h}_1$  e  $\bar{h}_2$  sono la conseguenza della scelta dello stato e del valore di riferimento utilizzati da *TI* per la CO<sub>2</sub>. Sebbene tali valori dell'entalpia specifica negli stati 1 e 2 differiscano da quelli che si leggono sulla Tabella T-11:  $\bar{h}_1 = 9431$ ,  $\bar{h}_2 = 17678$ , che danno  $\Delta\bar{h} = 8247 \text{ kJ/kmol}$ , la differenza tra i due valori di entalpia specifica determinata con ciascuna coppia di valori è sostanzialmente la stessa. ■

Il prossimo esempio illustra l'uso delle tabelle dei gas ideali e del bilancio energetico per sistemi chiusi.

### ESEMPIO 4.8 Utilizzare il bilancio energetico e le tabelle dei gas ideali

Un sistema cilindro-pistone contiene 2 libbre di aria alla temperatura di 540 °R e alla pressione di 1 atm. L'aria viene compressa fino a uno stato in cui la temperatura è di 840 °R e la pressione è di 6 atm. Durante la compressione l'aria cede all'ambiente circostante 20 Btu di calore. Determinare, considerando l'aria un gas ideale, il lavoro compiuto durante il processo, in Btu.

#### Soluzione

**Elementi noti** Due libbre di aria vengono compresse tra due particolari stati e si conosce la quantità di calore scambiata.

**Da determinare** Si deve determinare il lavoro, in Btu.

#### 1 Schema e dati forniti

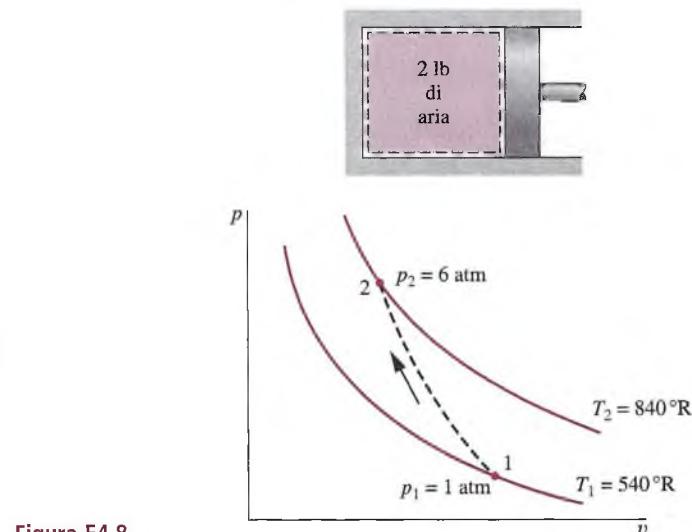


Figura E4.8

#### Presupposti

1. L'aria costituisce un sistema chiuso
2. Gli stati iniziale e finale sono di equilibrio e non ci sono variazioni di energia cinetica e potenziale.
3. L'aria è modelizzata come un gas ideale.

**Analisi** Il bilancio energetico per sistemi chiusi è

$$\Delta E_c^0 + \Delta E_p^0 + \Delta U = Q - L$$

dove i termini relativi all'energia cinetica e potenziale si trascurano in virtù dell'ipotesi 2. Risolvendo rispetto a  $L$  si ha

$$L = Q - \Delta U = Q - m(u_2 - u_1)$$

Dal testo del problema  $Q = -20$  Btu e, dalla Tabella T-9E, per  $T_1 = 540^\circ\text{R}$  si ha  $u_1 = 92.04$  Btu/lb e per  $T_2 = 840^\circ\text{R}$  si ha  $u_2 = 143.98$  Btu/lb, per cui si ottiene

$$L = -20 - (2)(143.98 - 92.04) = -123.9 \text{ Btu}$$

Il segno negativo indica che durante la trasformazione il lavoro è compiuto sul sistema.

- 1 Nonostante gli stati iniziale e finale siano considerati di equilibrio, gli stati intermedi non lo sono necessariamente. Per questa ragione il processo è rappresentato sul diagramma  $p$ - $v$  con una linea tratteggiata che non rappresenta il "percorso" seguito dalla trasformazione.
- 2 In linea di principio si sarebbe potuto determinare il lavoro attraverso l'espressione  $\int pdV$ , ma, poiché non è nota la variazione di pressione rispetto al volume, non è possibile calcolare l'integrale senza ulteriori informazioni.

2

Il prossimo esempio illustra l'uso del software nel risolvere i problemi sui gas ideali. I risultati ottenuti sono confrontati con quelli ricavati assumendo costante il calore specifico  $\bar{c}_v$ .

### Utilizzare il bilancio energetico e il software

### ESEMPIO 4.9

Una chilomole di biossido di carbonio ( $\text{CO}_2$ ) contenuta in un sistema cilindro-pistone compie un processo a pressione costante pari a 1 bar da  $T_1 = 300$  K a  $T_2$ . Si disegni il grafico del calore scambiato in kJ rispetto a  $T_2$  tra 300 e 1500 K. Si assuma che l'anidride carbonica si comporti come un gas ideale e si determini la variazione di energia interna specifica utilizzando:

- (a) i valori di  $\bar{u}$  forniti dal software;
- (b) un valore costante di  $\bar{c}_v$  calcolato dal software in corrispondenza di  $T_1$ .

#### Soluzione

**Elementi noti** Una mole di  $\text{CO}_2$  compie una trasformazione a pressione costante in un sistema cilindro-pistone. Sono note la temperatura iniziale  $T_1$  e la pressione.

**Da determinare** Si deve disegnare il grafico del calore scambiato in funzione della temperatura finale  $T_2$ . Utilizzando il modello di gas ideale, si deve determinare  $\Delta\bar{u}$  attraverso (a) i valori di  $\bar{u}$  forniti da TI, (b)  $\bar{c}_v$  costante calcolato in  $T_1$  da TI.

#### Dati forniti



Esempio 4.9

**Presupposti**

1. La quantità di biossido di carbonio costituisce un sistema chiuso.
2. Il processo avviene a pressione costante.
3. Il biossido di carbonio si comporta come gas ideale.
4. Gli effetti dell'energia cinetica e potenziale sono trascurabili.

**Analisi** Si può determinare il calore scambiato attraverso il bilancio energetico, che si riduce a

$$U_2 - U_1 = Q - L$$

Applicando l'Equazione 3.9 a pressione costante (ipotesi 2)

$$L = p(V_2 - V_1) = pn(\bar{v}_2 - \bar{v}_1)$$

Allora, con  $\Delta U = n(\bar{u}_2 - \bar{u}_1)$ , il bilancio energetico diviene

$$n(\bar{u}_2 - \bar{u}_1) = Q - pn(\bar{v}_2 - \bar{v}_1)$$

Risolvendo rispetto a  $Q$

$$Q = n[(\bar{u}_2 - \bar{u}_1) + p(\bar{v}_2 - \bar{v}_1)]$$

Ponendo  $p\bar{v} = \bar{R}T$ , si ottiene

$$Q = n[(\bar{u}_2 - \bar{u}_1) + \bar{R}(T_2 - T_1)]$$

L'obiettivo è disegnare il grafico di  $Q$  rispetto a  $T_2$  in ciascuno dei seguenti casi: (a) valori di  $\bar{u}_1$  e  $\bar{u}_2$  a  $T_1$  e  $T_2$  rispettivamente, calcolati da  $TI$  e (b) l'Equazione 4.48 su base molare, ovvero

$$\bar{u}_2 - \bar{u}_1 = \bar{c}_v(T_2 - T_1)$$

dove si utilizza il valore  $\bar{c}_v$  calcolato da  $TI$  per  $T_1$ .

Si riportano le istruzioni per il software  $TI$  dove Rbar indica  $\bar{R}$ , cvb indica  $\bar{c}_v$ , e ubar 1 e ubar 2 indicano  $\bar{u}_1$  e  $\bar{u}_2$ , rispettivamente.

```
// Using the Units menu, select "mole" for the substance amount.
// Given Data
T1 = 300 // K
T2 = 1500 // K
n = 1 // kmol
Rbar = 8314 // kJ/kmol · K
// (a) Obtain molar specific internal energy data using IT.
ubar1 = u_T ("CO2", T1)
ubar2 = u_T ("CO2", T2)
Qa = n * (ubar2 - ubar1) + n * Rbar * (T2 - T1)
// (b) Use Eq. 4.48 with cv evaluated at T1.
cvb = cv_T ("CO2", T1)
Qb = n * cvb * (T2 - T1) + n * Rbar * (T2 - T1)
```

Cliccando sul bottone **Solve (Risolvi)** si ottiene la soluzione per il caso in cui  $T_2 = 1500$  K. Per la parte (a) il software restituisce  $Q_a = 6.16 \times 10^4$  kJ. La soluzione può essere verificata utilizzando i dati della Tabella T-11 per la CO<sub>2</sub>, come segue:

$$\begin{aligned} Q_a &= n[(\bar{u}_2 - \bar{u}_1) + \bar{R}(T_2 - T_1)] \\ &= (1 \text{ kmol})[(58,606 - 6939) \text{ kJ/kmol} + (8.314 \text{ kJ/kmol} \cdot \text{K})(1500 - 300) \text{ K}] \\ &= 61,644 \text{ kJ} \end{aligned}$$

Quindi, il risultato ottenuto attraverso i dati della Tabella T-11 per la CO<sub>2</sub> è in accordo con la soluzione ricavata dal computer. Per la parte (b),  $TI$  restituisce  $\bar{c}_v = 28.95 \text{ kJ/kmol} \cdot \text{K}$  a

$T_1$  e  $Q_b = 4.472 \times 10^4$  kJ per  $T_2 = 1500$  K. Tali valori corrispondono a quelli che si ottengono utilizzando il calore specifico  $c_v$  a 300 K dalla Tabella T-10, come si può verificare facilmente.

Una volta verificati i risultati calcolati dal programma, si usi il bottone **Explore (Esplora)** per far variare  $T_2$  da 300 a 1500 K con passo 10 e si generi il seguente grafico utilizzando il bottone **Graph**.

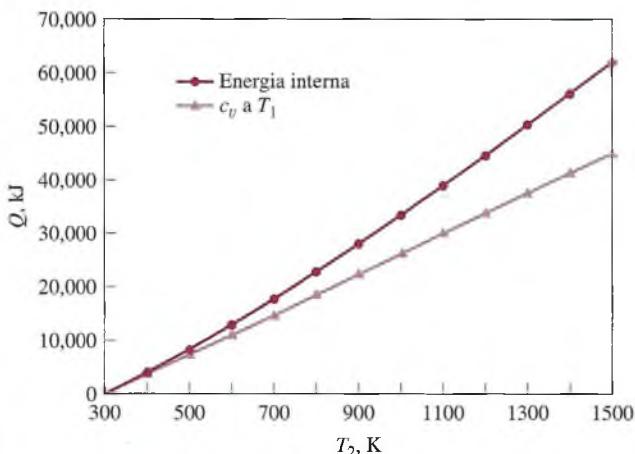


Figura E4.10

Come ci si aspettava, il calore scambiato aumenta al crescere della temperatura finale. Dal grafico si osserva anche che utilizzare  $\bar{c}_v$  costante valutato a  $T_1$  nel calcolo di  $\Delta\bar{u}$ , e quindi  $Q$ , può portare a errori significativi rispetto all'uso diretto dei dati per  $\bar{u}$ . Le due soluzioni sono simili fino a circa 500 K, ma differiscono di circa il 27% quando si riscalda fino alla temperatura di 1500 K.

2

- 1 Tale espressione per  $Q$  può essere in alternativa espressa come

$$Q = n[(\bar{u}_2 + p\bar{v}_2) - (\bar{u}_1 + p\bar{v}_1)]$$

Introducendo  $\bar{h} = \bar{u} + p\bar{v}$ , l'espressione per  $Q$  diviene

$$Q = n(\bar{h}_2 - \bar{h}_1)$$

- 2 Si lascia come esercizio da verificare che risultati più precisi per la parte (b) si possono ottenere utilizzando  $\bar{c}_v$  calcolato per  $T_{\text{media}} = (T_1 + T_2)/2$ .

### Utilizzare il bilancio energetico e i calori specifici costanti

### ESEMPIO 4.10

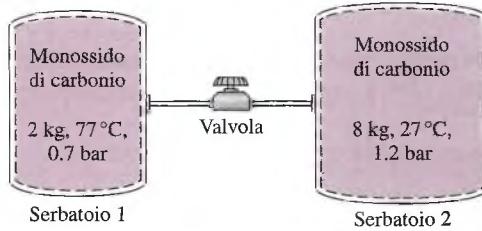
Due serbatoi sono collegati da una valvola. Un serbatoio contiene 2 kg di monossido di carbonio a 77 °C e 0.7 bar. Nell'altro recipiente ci sono 8 kg dello stesso gas a 27 °C e 1.2 bar. La valvola viene aperta e i gas si possono miscelare mentre ricevono calore dall'ambiente circostante. La temperatura finale di equilibrio è 42 °C. Nell'ipotesi di gas ideale, si determini (a) la pressione finale di equilibrio, in bar, (b) il calore scambiato durante il processo, in kJ.

#### Soluzione

**Elementi noti** Due serbatoi collegati da una valvola contengono differenti quantità di monossido di carbonio inizialmente in stati differenti. La valvola viene aperta e i due gas si miscelano ricevendo una certa quantità di calore dall'esterno. La temperatura finale di equilibrio è nota.

**Da determinare** Si deve determinare la pressione finale e il calore scambiato durante il processo.

① Schema e dati forniti



**Figura E4.11**

*Presupposti*

1. Tutto il monossido di carbonio costituisce un sistema chiuso.
2. Il gas è ideale e con  $c_v$  costante.
3. Il gas contenuto in ciascun serbatoio si trova inizialmente in uno stato di equilibrio e anche lo stato finale è di equilibrio.
4. Non c'è alcun trasferimento di energia sotto forma di lavoro al o dal gas.
5. Non ci sono variazioni dell'energia cinetica e potenziale.

*Analisi* (a) La pressione finale di equilibrio  $p_f$  può essere determinata attraverso l'equazione di stato dei gas ideali

$$p_f = \frac{mRT_f}{V}$$

dove  $m$  è la somma delle quantità iniziali di massa presenti nei due serbatoi,  $V$  è il volume totale dei due recipienti e  $T_f$  è la temperatura finale di equilibrio. Si ha quindi

$$p_f = \frac{(m_1 + m_2)RT_f}{V_1 + V_2}$$

Indicando la temperatura e la pressione iniziali nel serbatoio con  $T_1$  e  $p_1$  rispettivamente,  $V_1 = m_1RT_1/p_1$ . analogamente, se la temperatura e la pressione iniziali nel serbatoio 2 sono  $T_2$  e  $p_2$ ,  $V_2 = m_2RT_2/p_2$ . La pressione finale è allora

$$p_f = \frac{(m_1 + m_2)RT_f}{\left(\frac{m_1RT_1}{p_1}\right) + \left(\frac{m_2RT_2}{p_2}\right)} = \frac{(m_1 + m_2)T_f}{\left(\frac{m_1T_1}{p_1}\right) + \left(\frac{m_2T_2}{p_2}\right)}$$

Sostituendo i valori

$$p_f = \frac{(10 \text{ kg})(315 \text{ K})}{\frac{(2 \text{ kg})(350 \text{ K})}{0.7 \text{ bar}} + \frac{(8 \text{ kg})(300 \text{ K})}{1.2 \text{ bar}}} = 1.05 \text{ bar}$$

(b) Il calore scambiato può essere determinato attraverso il bilancio energetico, che, in virtù delle ipotesi 4 e 5, si riduce a

$$\Delta U = Q - L^0$$

oppure

$$Q = U_f - U_i$$

dove  $U_i$  è l'energia interna iniziale data da

$$U_i = m_1u(T_1) + m_2u(T_2)$$

con  $T_1$  e  $T_2$  temperature iniziali del CO nel serbatoio 1 e 2 rispettivamente. L'energia finale  $U_f$  è

$$U_f = (m_1 + m_2)u(T_f)$$

Sostituendo tali espressioni nel bilancio energetico si ottiene

$$Q = m_1[u(T_f) - u(T_1)] + m_2[u(T_f) - u(T_2)]$$

Dal momento che il calore specifico  $c_v$  è costante (ipotesi 2)

$$Q = m_1c_v(T_f - T_1) + m_2c_v(T_f - T_2)$$

Determinando il valore medio di  $c_v$  tra i dati tabulati in Tabella T-10 tra 300 e 350 K, si ottiene  $c_v = 0.745 \text{ kJ/kg}$ , da cui

$$\begin{aligned} Q &= (2 \text{ kg}) \left( 0.745 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right) (315 \text{ K} - 350 \text{ K}) \\ &\quad + (8 \text{ kg}) \left( 0.745 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right) (315 \text{ K} - 300 \text{ K}) \\ &= +37.25 \text{ kJ} \end{aligned}$$

2

Il segno positivo indica che il calore è trasferito al sistema.

- 1 Poiché il calore specifico  $c_v$  del monossido di carbonio varia poco nell'intervallo di temperatura tra 300 e 350 K (Tabella T-10), può essere considerato costante.
- 2 Come esercizio si provi a determinare  $Q$  utilizzando i valori di energia interna dalla Tabella T-11 del gas ideale monossido di carbonio. Si osservi che l'energia interna specifica riportata in Tabella T-11 è espressa in kJ/kmol.

## 4.8 Trasformazioni politropiche di un gas ideale

Si ricorda che una trasformazione politropica di un sistema chiuso è descritta da una relazione pressione-volume del tipo

$$pV^n = \text{costante} \quad (4.50)$$

dove  $n$  è una costante (Paragrafo 3.3). Per una trasformazione politropica tra due stati si ha

$$p_1 V_1^n = p_2 V_2^n$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^n \quad (4.51)$$

L'esponente  $n$  può assumere qualsiasi valore tra  $-\infty$  e  $+\infty$ , a seconda del processo. Quando  $n = 0$  la trasformazione è isobara (pressione costante) mentre quando  $n = \pm\infty$ , la trasformazione è isocora (volume costante).

In un processo politropico

$$\int_1^2 p \, dV = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{1 - n} \quad (n \neq 1) \quad (4.52)$$

qualsiasi valore dell'esponente  $n$  tranne  $n = 1$ . Quando  $n = 1$  si ha

$$\int_1^2 p \, dV = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (n = 1) \quad (4.53)$$

Esempio 3.1 fornisce i dettagli di calcoli di tali integrali.

Le Equazioni dalla 4.50 alla 4.53 si applicano a qualunque gas (o liquido) che sia sottoposto a una trasformazione politropica. Quando in aggiunta è appropriata anche l'idealizzazione di gas ideale, si possono ricavare ulteriori relazioni. Infatti, introducendo nelle Equazioni 4.51, 4.52 e 4.53 l'equazione di stato dei gas perfetti, si ottengono le seguenti relazioni, rispettivamente:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(n-1)/n} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \quad (\text{gas ideale}) \quad (4.54)$$

$$\int_1^2 p \, dV = \frac{mR(T_2 - T_1)}{1 - n} \quad (\text{gas ideale, } n \neq 1) \quad (4.55)$$

$$\int_1^2 p \, dV = mRT \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (\text{gas ideale, } n = 1) \quad (4.56)$$

Per un gas ideale il caso  $n = 1$  corrisponde a una trasformazione isoterma (temperatura costante), come si può facilmente verificare. Inoltre, se i calori specifici sono costanti, il valore dell'esponente  $n$  corrispondente a un processo politropico adiabatico è il rapporto dei calori specifici  $k$  (si veda il commento all'Equazione 7.36).

L'Esempio 4.11 illustra l'uso di un bilancio energetico di sistema chiuso per un sistema costituito da un gas ideale che è sottoposto a una trasformazione politropica.

### ESEMPIO 4.11 Trasformazione politropica di aria considerata gas ideale

Dell'aria subisce una compressione politropica in un sistema cilindro-pistone da  $p_1 = 1$  atm e  $T_1 = 70^\circ\text{F}$  a  $p_2 = 5$  atm. Nell'ipotesi di gas ideale, si determinino il lavoro e il calore scambiati per unità di massa, in Btu/lb, sapendo che  $n = 1.3$ .

#### Soluzione

**Elementi noti** Dell'aria compie una compressione politropica da uno stato iniziale noto fino a una determinata pressione finale.

**Da determinare** Si devono determinare il lavoro e il calore scambiati durante il processo, in Btu/lb.

#### Schema e dati forniti

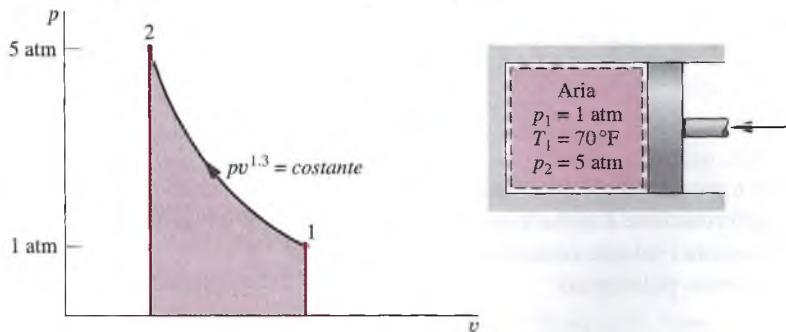


Figura E4.12

#### Presupposti

1. L'aria costituisce un sistema chiuso.
2. L'aria si comporta come gas ideale.
3. La compressione è politropica con  $n = 1.3$ .
4. Non ci sono variazioni di energia cinetica e potenziale.

**Analisi** In questo caso si può determinare il lavoro utilizzando l'espressione

$$L = \int_1^2 p \, dV$$

con l'Equazione 4.55

$$\frac{L}{m} = \frac{R(T_2 - T_1)}{1 - n}$$

La temperatura  $T_2$  allo stato finale può essere ricavata applicando l'Equazione 4.54

$$T_2 = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(n-1)/n} = 530 \left( \frac{5}{1} \right)^{(1.3-1)/1.3} = 768 \text{ °R}$$

Il lavoro è allora

$$\begin{aligned} \frac{L}{m} &= \frac{R(T_2 - T_1)}{1 - n} = \left( \frac{1.986}{28.97} \frac{\text{Btu}}{\text{lb} \cdot ^\circ\text{R}} \right) \left( \frac{768 \text{ °R} - 530 \text{ °R}}{1 - 1.3} \right) \\ &= -54.39 \text{ Btu/lb} \end{aligned}$$

Attraverso un bilancio energetico si può determinare il calore scambiato

$$\begin{aligned} \frac{Q}{m} &= \frac{L}{m} + (u_2 - u_1) = -54.39 + (131.88 - 90.33) \\ &= -13.34 \text{ Btu/lb} \end{aligned}$$

dove i valori dell'energia interna specifica sono ricavati dalla Tabella T-9E.

- 1 Gli stati intermedi del processo di compressione politropica sono evidenziati dalla curva sul diagramma  $p$ - $v$  a corredo. L'entità del lavoro per unità di massa è rappresentata dall'area colorata sottesa alla curva.

## Sommario e guida allo studio

In questo capitolo si sono analizzate le relazioni tra proprietà in forma di tabelle, grafici ed equazioni, per un'ampia varietà di sostanze. Nonostante si sia mostrato come ottenere i valori delle proprietà utilizzando il software, si è data primaria importanza all'uso delle tabelle.

Un aspetto chiave delle analisi termodinamiche è determinare lo stato. Ciò si ottiene per i sistemi semplici comprimibili attraverso il principio di stato, che afferma che lo stato è fissato da due proprietà intensive indipendenti. Un altro aspetto importante delle analisi termodinamiche è quello di essere in grado di individuare i principali stati di una trasformazione sui diagrammi  $p$ - $v$ ,  $T$ - $v$  e  $p$ - $T$ . Essere in grado di compiere tale operazione e di utilizzare le tabelle è molto importante nella risoluzione di problemi che comportano l'applicazione di un bilancio energetico.

Nella seconda parte del capitolo si è introdotto il modello di gas ideale, usando il concetto di fattore di comprimibilità come punto di partenza. Tale approccio consente di eviden-

ziare le limitazioni del modello di gas ideale. Si sottolinea che, qualora si possa applicare il modello di gas ideale, in generale i calori specifici variano con la temperatura e, nella risoluzione dei problemi, si rende necessario l'uso di specifiche tabelle per i gas ideali.

La seguente checklist fornisce una guida allo studio per questo capitolo. Alla fine dello studio del testo e dello svolgimento degli esercizi a fine capitolo, il lettore deve essere in grado di:

- interpretare il significato dei termini chiave evidenziati nel testo;
- ricavare i valori delle proprietà dalle Tabelle T-1 fino a T-11, applicando il principio di stato per fissare lo stato e l'interpolazione lineare, ove necessario;
- disegnare i diagrammi  $p$ - $v$ ,  $T$ - $v$  e  $p$ - $T$  e indicare su di essi i principali stati;
- applicare il bilancio energetico di sistema chiuso usando i dati delle proprietà;

- determinare le proprietà delle miscele bifase liquido-vapore tramite le Equazioni 4.1, 4.2, 4.6 e 4.7;
- stimare le proprietà dei liquidi attraverso le Equazioni 4.11, 4.12 e 4.14;
- applicare il modello di sostanza incomprimibile;

- applicare il modello di gas ideale in maniera appropriata durante le analisi termodinamiche, utilizzando dati dalle tabelle dei gas ideali o valori costanti del calore specifico per determinare  $\Delta u$  e  $\Delta h$ .

## Esercizi

### Utilizzare i dati $p$ - $v$ - $T$

- 4.1** Determinare la fase o le fasi di un sistema costituito da  $H_2O$  nelle condizioni riportate di seguito e indicare sui diagrammi  $p$ - $v$  e  $T$ - $v$  la posizione di ciascuno stato.
- $p = 5$  bar,  $T = 151.9$  °C.
  - $p = 5$  bar,  $T = 200$  °C.
  - $T = 200$  °C,  $p = 2.5$  MPa.
  - $T = 160$  °C,  $p = 4.8$  bar.
  - $T = -12$  °C,  $p = 1$  bar.
- 4.2** Spesso capita che i valori che si devono utilizzare nella risoluzione dei problemi non corrispondano esattamente a quelli riportati nelle tabelle delle proprietà e si rende necessaria un'interpolazione lineare tra valori adiacenti. La seguente tabella riporta le temperature e i volumi specifici per vapore d'acqua a due pressioni diverse:

| $p = 1.0$ MPa |                          | $p = 1.5$ MPa |                          |
|---------------|--------------------------|---------------|--------------------------|
| $T$ (°C)      | $v$ (m <sup>3</sup> /kg) | $T$ (°C)      | $v$ (m <sup>3</sup> /kg) |
| 200           | 0.2060                   | 200           | 0.1325                   |
| 240           | 0.2275                   | 240           | 0.1483                   |
| 280           | 0.2480                   | 280           | 0.1627                   |

- 4.3** Si determini il volume specifico a  $T = 240$  °C,  $p = 1.25$  MPa, in m<sup>3</sup>/kg.
- 4.4** Si determini la temperatura a  $p = 1.5$  MPa,  $v = 0.1555$  m<sup>3</sup>/kg, in °C.
- 4.5** Si determini il volume specifico a  $T = 220$  °C,  $p = 1.4$  MPa, in m<sup>3</sup>/kg.
- 4.6** Determinare il titolo di una miscela bifase liquido-vapore di:
- $H_2O$  a 100°C con volume specifico pari a 0.8 m<sup>3</sup>/kg;
  - refrigerante R134a a 0°C e con volume specifico pari a 0.7721 cm<sup>3</sup>/g.
- 4.7** Dieci chilogrammi di una miscela bifase liquido-vapore di metano ( $CH_4$ ) sono contenuti in un serbatoio di 0.3 m<sup>3</sup> a 160 K. Si determini il titolo della miscela, sapendo che il volume specifico del metano allo stato di liquido e vapore saturo sono, rispettivamente,  $v_l = 2.97 \times 10^{-3}$  m<sup>3</sup>/kg e  $v_v = 3.94 \times 10^{-2}$  m<sup>3</sup>/kg.
- 4.8** Si calcoli il volume, in m<sup>3</sup>, occupato da 2 kg di una miscela bifase liquido-vapore di refrigerante R134a a -10 °C con titolo 80%.

- 4.9** Una certa quantità di ammoniaca è contenuta in un serbatoio avente volume di 0.21 m<sup>3</sup>. Si determini la massa, in kg, ipotizzando che si tratti di liquido saturo a 20 °C. Qual è la pressione, in kPa?

- 4.10** Cinque chilogrammi di  $H_2O$  sono contenuti in un serbatoio rigido e chiuso alla pressione iniziale di 20 bar e titolo 50%. Viene somministrato calore finché il serbatoio contiene solamente vapore saturo. Determinare il volume del serbatoio, in m<sup>3</sup>, e la pressione finale, in bar.

- 4.11** Duecento chilogrammi di acqua, inizialmente allo stato di liquido saturo a 150 °C, sono riscaldati in un serbatoio rigido e chiuso fino a uno stato finale in cui la pressione è 2.5 MPa. Determinare la temperatura finale, in °C, il volume del serbatoio, in m<sup>3</sup> e rappresentare il processo sui piani  $T$ - $v$  e  $p$ - $v$ .

- 4.12** Del vapore è contenuto in un serbatoio rigido e chiuso. Inizialmente, la pressione e la temperatura del vapore sono, rispettivamente, 15 bar e 240 °C. La temperatura diminuisce a causa di uno scambio di calore con l'ambiente esterno. Determinare la pressione alla quale inizia la condensazione, in bar, e la frazione della massa totale che è condensata quando la temperatura ha raggiunto 100 °C. Che percentuale del volume è occupata dal liquido saturo allo stato finale?

- 4.13** Del vapore d'acqua è riscaldato in un serbatoio rigido e chiuso dallo stato di vapore saturo a temperatura di 160 °C alla temperatura finale di 400 °C. Si determinino le pressioni iniziale e finale, in bar, e si rappresenti il processo sui piani  $T$ - $v$  e  $p$ - $v$ .

- 4.14** Una miscela bifase liquido-vapore di  $H_2O$  si trova inizialmente alla pressione di 30 bar. Sapendo che viene riscaldata a volume costante, fino a raggiungere il punto critico, si determini il titolo allo stato iniziale.

- 4.15** Del refrigerante 134a è sottoposto a una trasformazione a pressione costante e pari a 1.4 bar da  $T_1 = 20$  °C fino allo stato di vapore saturo. Si determini il lavoro compiuto nel processo, in kJ per kg di refrigerante.

- 4.16** Del vapore d'acqua inizialmente a 3.0 MPa e 300 °C è contenuto in un sistema cilindro-pistone. L'acqua è raffreddata a volume costante fino alla temperatura di 200 °C e viene successivamente condensata a temperatura costante fino allo stato di liquido saturo. Si determini il lavoro, in kJ/kg, considerando l'acqua un sistema.

- 4.17** Due chilogrammi di refrigerante 22 compiono un processo nel quale la relazione pressione-volume è  $pv^{1.05} = \text{costante}$ . Lo stato iniziale del refrigerante

è  $p_1 = 2$  bar e  $T_1 = -20$  °C, mentre la pressione finale è  $p_2 = 10$  bar. Calcolare il lavoro compiuto durante il processo, in kJ.

- 4.15** Una certa quantità di refrigerante 134a contenuto in un sistema cilindro-pistone compie un processo nel quale la relazione pressione-volume è  $pv^{1.058} = \text{costante}$ . Nello stato iniziale  $p_1 = 200$  kPa e  $T_1 = -10$  °C. La temperatura finale è  $T_2 = 50$  °C. Determinare la pressione finale, in kPa e il lavoro scambiato durante la trasformazione, in kJ per kg di refrigerante.

#### Utilizzare i dati $u-h$

- 4.16** Utilizzando le tabelle dell'acqua, si determini il valore della proprietà negli stati indicati. In ciascun caso, indicare lo stato sui diagrammi  $T-v$  e  $p-v$

- A  $p = 3$  bar,  $T = 240$  °C, trovare  $v$  in  $\text{m}^3/\text{kg}$  e  $u$  in  $\text{kJ/kg}$ .
- A  $p = 3$  bar,  $v = 0.5 \text{ m}^3/\text{kg}$ , trovare  $T$  in °C e  $u$  in  $\text{kJ/kg}$ .
- A  $T = 400$  °C,  $p = 10$  bar, trovare  $v$  in  $\text{m}^3/\text{kg}$  e  $h$  in  $\text{kJ/kg}$ .
- A  $T = 320$  °C,  $v = 0.03 \text{ m}^3/\text{kg}$ , trovare  $p$  in MPa e  $u$  in  $\text{kJ/kg}$ .
- A  $p = 28$  MPa,  $T = 520$  °C, trovare  $v$  in  $\text{m}^3/\text{kg}$  e  $h$  in  $\text{kJ/kg}$ .
- A  $T = 100$  °C,  $x = 60\%$ , trovare  $p$  in bar e  $v$  in  $\text{m}^3/\text{kg}$ .
- A  $T = 10$  °C,  $v = 100 \text{ m}^3/\text{kg}$ , trovare  $p$  in kPa e  $h$  in  $\text{kJ/kg}$ .
- A  $p = 4$  MPa,  $T = 160$  °C, trovare  $v$  in  $\text{m}^3/\text{kg}$  e  $u$  in  $\text{kJ/kg}$ .

- 4.17** Si determini il valore delle proprietà per ciascuna delle seguenti condizioni:

- Per il refrigerante 134a a  $T = 60$  °C e  $v = 0.072 \text{ m}^3/\text{kg}$ , determinare  $p$  in kPa e  $h$  in  $\text{kJ/kg}$ .
- Per l'ammoniaca a  $p = 8$  bar e  $v = 0.005 \text{ m}^3/\text{kg}$ , determinare  $T$  in °C e  $u$  in  $\text{kJ/kg}$ .
- Per il refrigerante 22 a  $T = -10$  °C e  $u = 200 \text{ kJ/kg}$ , determinare  $p$  in bar e  $v$  in  $\text{m}^3/\text{kg}$ .

- 4.18** Una certa quantità di acqua si trova a 15 MPa e 100 °C. Determinare il volume specifico, in  $\text{m}^3/\text{kg}$  e l'entalpia specifica, in  $\text{kJ/kg}$ , utilizzando:

- i dati della Tabella T-5;
- i dati del liquido saturo dalla Tabella T-2.

- 4.19** Si determini il volume specifico, in  $\text{m}^3/\text{kg}$ , e l'entalpia specifica, in  $\text{kJ/kg}$ , del refrigerante R134a a 41 °C e 1.4 MPa.

- 4.20** Determinare il volume specifico, in  $\text{m}^3/\text{kg}$ , e l'entalpia specifica, in  $\text{kJ/kg}$ , del refrigerante 22 a 30 °C e 2000 kPa.

#### Utilizzare il bilancio energetico e i valori delle proprietà

- 4.21** Un serbatoio rigido e chiuso contiene 3 kg di vapore d'acqua saturo inizialmente a 140 °C. A seguito di uno scambio di calore la pressione cala a 200 kPa. Gli effetti dell'energia cinetica e potenziale sono trascurabili. Considerando l'acqua come sistema, determinare la quantità di energia scambiata sotto forma di calore, in kJ.

- 4.22** Dell'acqua in condizioni di liquido saturo, contenuta in un serbatoio rigido e chiuso, viene raffreddata fino a uno stato finale in cui la temperatura è di 50 °C e le masse di vapore saturo e liquido saturo presenti sono rispettivamente 0.03 e 1999.97 kg. Si determini il calore scambiato durante il processo, in kJ.

- 4.23** Del refrigerante 134a compie un processo per il quale la relazione pressione-volume è  $pv^n = \text{costante}$ . Lo stato iniziale e finale del refrigerante sono dati da  $p_1 = 200$  kPa,  $T_1 = -10$  °C e  $p_2 = 1000$  kPa,  $T_2 = 50$  °C rispettivamente. Si calcolino il lavoro e il calore scambiati durante il processo, entrambi in kJ per kg di refrigerante.

- 4.24** Del refrigerante 134a è contenuto in un sistema cilindro-pistone e subisce un processo a pressione costante a partire dallo stato di vapore saturo a 8 bar e 50 °C. Determinare il lavoro e il calore scambiati dal refrigerante, per unità di massa, entrambi in  $\text{kJ/kg}$ . Si trascurino le variazioni di energia cinetica e potenziale.

- 4.25** Un sistema cilindro-pistone contiene una miscela bifase liquido-vapore di ammoniaca inizialmente a 500 kPa e titolo 98%. Il sistema si espande fino alla pressione di 150 kPa. Durante il processo la pressione e il volume specifico sono legati dalla relazione  $pv = \text{costante}$ . Determinare il lavoro e il calore scambiati dall'ammoniaca, per unità di massa, entrambi in  $\text{kJ/kg}$ .

- 4.26** Cinque chilogrammi di acqua inizialmente allo stato di vapore saturo a 100 kPa vengono raffreddati fino allo stato di liquido saturo mentre la pressione è mantenuta costante. Determinare il lavoro e il calore scambiati durante il processo, entrambi in kJ. Si mostri che, in questo caso, il calore uguaglia la variazione di entalpia dell'acqua.

- 4.27** Una miscela bifase liquido-vapore di  $\text{H}_2\text{O}$  con titolo iniziale del 25% è contenuta in un sistema cilindro-pistone come mostrato in Figura P4.27. La massa del pistone è di 40 kg e il diametro è di 10 cm. La pressione atmosferica è di 100 kPa.

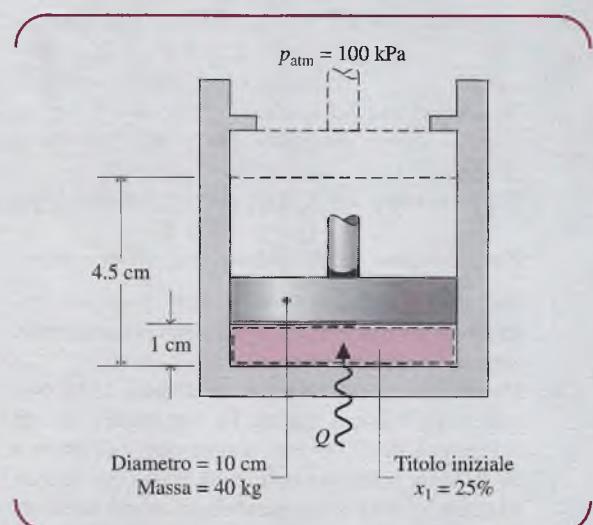


Figura P4.27

sferica dell'ambiente circostante è di 1 bar. La posizione iniziale e finale del pistone sono mostrate in figura. Mentre l'acqua è riscaldata, la pressione nel cilindro rimane costante finché il pistone raggiunge il fermo. Lo scambio di calore prosegue fino a quando la pressione dell'acqua è di 3 bar. Si trascuri l'attrito tra il pistone e le pareti del cilindro e si determini la quantità totale di calore scambiato, in J. Si assuma  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ .

- 4.28** Due chilogrammi di refrigerante 22, che occupa un volume di  $0.06 \text{ m}^3$  alla pressione iniziale di 6 bar, subiscono un processo a pressione costante finché il volume aumenta del 50%. Si trascurino gli effetti dell'energia cinetica e potenziale e si determinino il lavoro e il calore scambiati, entrambi in kJ.

- 4.29** Una certa quantità di vapore di ammoniaca è compressa in un sistema cilindro-pistone dallo stato di vapore saturo a  $-20^\circ\text{C}$  a uno stato finale in cui  $p_2 = 9$  bar e  $T_2 = 88^\circ\text{C}$ . Durante la trasformazione la pressione e il volume specifico sono legati dalla relazione  $pv^n = \text{costante}$ . Trascurando le variazioni di energia cinetica e potenziale, determinare il lavoro e il calore scambiati per unità di massa di ammoniaca, entrambi in  $\text{kJ/kg}$ .

- 4.30** Un sistema costituito da 2 kg di ammoniaca compie un ciclo composto dalle seguenti trasformazioni.

**Trasformazione 1-2** Volume costante da  $p_1 = 10$  bar e  $x_1 = 0.6$  allo stato di vapore saturo.

**Trasformazione 2-3** Temperatura costante fino a  $p_3 = p_1$ , con  $Q_{23} = + 228 \text{ kJ}$ .

**Trasformazione 3-1** Pressione costante.

Rappresentare il ciclo sui diagrammi  $p-v$  e  $T-v$ . Trascurando gli effetti dell'energia cinetica e potenziale, determinare il lavoro netto compiuto dal ciclo e il calore scambiato in ciascun processo, tutti in kJ.

- 4.31** Un sistema costituito da 1 kg di  $\text{H}_2\text{O}$  compie un ciclo motore composto dalle seguenti trasformazioni.

**Trasformazione 1-2** Riscaldamento a pressione costante a 10 bar a partire dalle condizioni di vapore saturo.

**Trasformazione 2-3** Raffreddamento a volume costante fino a  $p_3 = 5$  bar e  $T_3 = 160^\circ\text{C}$ .

**Trasformazione 3-4** Compressione isoterma con  $Q_{34} = -815.8 \text{ kJ}$ .

**Trasformazione 4-1** Riscaldamento a volume costante.

Rappresentare il ciclo sui diagrammi  $T-v$  e  $p-v$ . Trascurando le variazioni di energia cinetica e potenziale, determinare il rendimento termico.

- 4.32** Un serbatoio ben isolato in rame di massa 13 kg contiene 4 kg di acqua liquida. La temperatura iniziale del rame è di  $27^\circ\text{C}$  e la temperatura dell'acqua è  $50^\circ\text{C}$ . Una resistenza elettrica di massa trascurabile trasferisce 100 kJ di energia al contenuto del serbatoio fino a che il serbatoio e l'acqua raggiungono l'equilibrio. Qual è la temperatura finale in  $^\circ\text{C}$ ?

### Utilizzare i valori di comprimibilità generalizzata

- 4.33** Determinare il fattore di comprimibilità del vapor d'acqua a 100 bar e  $400^\circ\text{C}$  utilizzando:  
 (a) i dati del diagramma di comprimibilità;  
 (b) i dati delle tabelle del vapore.
- 4.34** Determinare il volume, in  $\text{m}^3$ , occupato da 40 kg di azoto ( $\text{N}_2$ ) a 17 MPa e 180 K.
- 4.35** Un serbatoio rigido contiene 0.5 kg di ossigeno ( $\text{O}_2$ ) inizialmente a 30 bar e 200 K. Il gas viene raffreddato e la pressione scende a 20 bar. Determinare il volume del serbatoio, in  $\text{m}^3$ , e la temperatura finale, in K.
- 4.36** Cinque chilogrammi di butano ( $\text{C}_4\text{H}_{10}$ ) contenuti in un sistema cilindro-pistone compiono un processo da  $p_1 = 5 \text{ MPa}$ ,  $T_1 = 500 \text{ K}$  a  $p_2 = 3 \text{ MPa}$ ,  $T_2 = 450 \text{ K}$  durante il quale la relazione tra pressione e volume specifico è  $pv^n = \text{costante}$ . Determinare il lavoro, in kJ.

### Utilizzare il modello di gas ideale

- 4.37** Un serbatoio contiene  $0.042 \text{ m}^3$  di ossigeno a  $21^\circ\text{C}$  e 15 MPa. Si determini la massa di ossigeno, in kg, utilizzando il modello di gas ideale.
- 4.38** Verificare l'applicabilità del modello di gas ideale per il refrigerante R134a alla temperatura di  $80^\circ\text{C}$  e alla pressione di:  
 (a) 1.6 MPa;  
 (b) 0.10 MPa.
- 4.39** Si determini la temperatura, in K, di 5 kg di aria alla pressione di 0.3 MPa e con volume di  $2.2 \text{ m}^3$ . Assumere che il gas si comporti come un gas ideale.
- 4.40** Confrontare le densità, in  $\text{kg/m}^3$ , di elio e aria, entrambi a 300 K e 100 kPa. Si assuma il comportamento di gas ideale.

### Utilizzare il bilancio energetico e il modello di gas ideale

- 4.41** Un chilogrammo di aria, inizialmente a 5 bar e 350 K e 3 kg di biossido di carbonio ( $\text{CO}_2$ ), inizialmente a 2 bar e 450 K, sono contenuti in due parti separate di un serbatoio rigido e ben isolato, come mostrato in Figura P4.41. Il setto è libero di muoversi a consente la conduzione da un gas all'altro senza che vi sia accumulo di calore nella partizione stessa. L'aria e il biossido di carbonio si comportano come gas ideali. Si determinino la temperatura di equilibrio finale, in K, e la pressione finale, in bar, assumendo i calori specifici costanti.

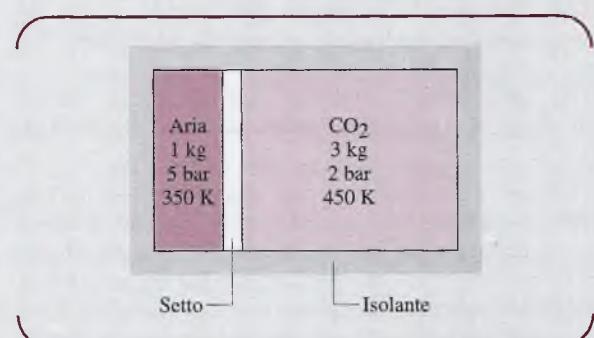


Figura P4.41

- 4.42** Una certa quantità di gas Argon (Ar) inizialmente a 1 bar e 100 K compie una trasformazione politropica con  $n = k$  fino alla pressione finale di 15.59 bar. Si determini il lavoro e il calore scambiato durante il processo, entrambi in kJ per kg di argon. Si assuma che il gas si comporti come gas ideale con  $\bar{c}_p = 2.5R$ .
- 4.43** Un gas è contenuto in una parte di un serbatoio rigido e isolato diviso in due da un setto. L'altra parte è inizialmente vuota. Sono noti i seguenti dati relativi allo stato iniziale:  $p_1 = 3$  bar,  $T_1 = 380$  K e  $V_1 = 0.025$  m<sup>3</sup>. Quando il setto viene rimosso, il gas si espande e riempie l'intero contenitore, con una pressione finale di 1.5 bar. Ipotizzando che il gas sia ideale, determinare il volume finale, in m<sup>3</sup>.
- 4.44** Due chilogrammi di gas con massa molecolare 28 sono contenuti in un serbatoio rigido e chiuso equipaggiato con una resistenza elettrica. La resistenza è percorsa da una corrente costante di 10 A alla tensione di 12 V per 10 min. Le misurazioni effettuate mostrano che quando si raggiunge l'equilibrio, la temperatura del gas è aumentata di 40.3 °C. Si stima che il calore venga scambiato con l'esterno con potenza costante pari a 20 W. Assumendo che il gas si comporti come un gas ideale, si determini il valore del calore specifico medio  $c_p$  in kJ/(kg × K) del gas in tale intervallo di temperatura, basandosi sui dati rilevati.
- 4.45** Un serbatoio rigido inizialmente contiene 3 kg di aria a 500 kPa e 290 K. Il serbatoio è collegato attraverso una valvola a un sistema cilindro-pistone verticale che contiene 0.05 m<sup>3</sup> di aria inizialmente a 200 kPa e 290 K. Sebbene la valvola sia chiusa, si ha un leggero flusso d'aria attraverso di essa finché la pressione del serbatoio scende a 200 kPa. Il peso del pistone e la pressione atmosferica mantengono la pressione nel cilindro a 200 kPa e, grazie allo scambio di calore, la temperatura si mantiene costante a 290 K. Determinare la quantità totale di energia scambiata dall'aria sotto forma di calore e di lavoro, entrambe in kJ. Si assuma che l'aria si comporti come un gas ideale.
- 4.46** Un sistema cilindro-pistone contiene 1 kg di azoto (N<sub>2</sub>). Il gas si espande da uno stato iniziale in cui  $T_1 = 700$  K e  $p_1 = 5$  bar a uno stato finale in cui  $p_2 = 2$  bar. Durante il processo la pressione e il volume specifico sono legate dalla relazione  $pv^{1.3} = \text{costante}$ . Ipotizzando che il gas sia ideale e trascurando le variazioni di energia cinetica e potenziale, determinare il calore scambiato durante la trasformazione, in kJ, utilizzando:
- (a) il calore specifico costante valutato a 300 K;
  - (b) il calore specifico costante valutato a 700 K;
  - (c) i valori della Tabella T-11.
- 4.47** Una certa quantità di aria viene sottoposta a una compressione adiabatica da  $p_1 = 1$  bar e  $T_1 = 300$  K a  $p_2 = 15$  bar e  $v_2 = 0.1227$  m<sup>3</sup>/kg. L'aria viene poi raffreddata a volume costante fino a  $T_3 = 300$  K. Assumendo che il gas si comporti come un gas ideale e trascurando gli effetti dell'energia cinetica e potenziale, si calcolino il lavoro scambiato durante il primo processo e il calore trasferito durante il secondo, entrambi in kJ per kg di aria. Si risolva il problema in due modi diversi:
- (a) utilizzando i valori della Tabella T-9;
  - (b) utilizzando il calore specifico costante valutato a 300 K.
- 4.48** Un sistema costituito da 2 kg di biossido di carbonio si trovano inizialmente nello stato 1 con  $p_1 = 1$  bar e  $T_1 = 300$  K. Il sistema compie un ciclo motore che consiste delle seguenti trasformazioni.
- Trasformazione 1-2** Volume costante fino a  $p_2 = 4$  bar.
- Trasformazione 2-3** Espansione con  $pv^{1.28} = \text{costante}$ .
- Trasformazione 3-1** Compressione a pressione costante.
- Ipotizzando che il gas sia ideale e trascurando gli effetti dell'energia cinetica e potenziale:
- (a) rappresentare il ciclo sul diagramma  $p-v$ ;
  - (b) determinare il rendimento termico.

**Soluzioni di alcuni esercizi e ulteriori materiali sul sito [www.ateneonline.it/moran](http://www.ateneonline.it/moran)**



# 5

# Analisi energetica ai volumi di controllo

## Obiettivi del capitolo

L'obiettivo di questo capitolo è di sviluppare e illustrare l'analisi termodinamica dei volumi di controllo in associazione ai principi di conservazione dell'energia e della massa. Nel Paragrafo 5.1 saranno introdotti i bilanci di massa e di energia per i volumi di controllo, mentre nel Paragrafo 5.3 si applicheranno tali bilanci ai volumi di controllo in regime stazionario.

Anche se, in linea di principio, è possibile analizzare i sistemi tecnologici attraverso cui si ha flusso di massa, quali turbine, pompe e compressori, esaminando la quantità di materia che attraversa il sistema in un certo istante (intesa come sistema chiuso), è in genere preferibile pensare a una regione di spazio attraverso la quale fluisce la massa (il volume di controllo). Lo scambio di energia attraverso il contorno di un volume di controllo avviene, come nel caso dei sistemi chiusi, sotto forma di calore e sotto forma di lavoro, ma in questo caso è necessario tenere conto anche del trasferimento di energia sotto un'altra forma: l'energia associata alla massa entrante o uscente.

## 5.1 Conservazione della massa per un volume di controllo

In questo paragrafo viene ricavata e illustrata un'espressione del principio di conservazione della massa per i volumi di controllo. Durante la trattazione si introduce anche il modello di flusso monodimensionale.

### 5.1.1 Bilancio della portata massica

Il bilancio della portata massica per i volumi di controllo viene introdotto facendo riferimento alla Figura 5.1 ove è rappresentato un volume di controllo attraversato da un flusso di massa che entra dalla sezione di ingresso  $i$  ed esce dalla sezione di uscita  $u$ . Il principio di conservazione della massa applicato a tale volume di controllo stabilisce che

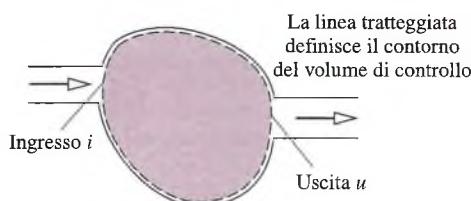


Figura 5.1 Volume di controllo con un ingresso e un'uscita.

$$\left[ \begin{array}{c} \text{variazione nell'unità} \\ \text{di tempo della massa} \\ \text{contenuta nel volume} \\ \text{di controllo all'istante } t \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \text{portata massica entrante} \\ \text{attraverso l'ingresso } i \\ \text{all'istante } t \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{c} \text{portata massica uscente} \\ \text{attraverso l'uscita } u \\ \text{all'istante } t \end{array} \right]$$

Indicando la massa contenuta nel volume di controllo all'istante  $t$  con  $m_{vc}(t)$ , tale enunciato del principio di conservazione della massa può essere espresso in simboli come

$$\frac{dm_{vc}}{dt} = \dot{m}_i - \dot{m}_u \quad (5.1)$$

dove  $\dot{m}_i$  e  $\dot{m}_u$  sono le **portate massiche** istantanee, rispettivamente all'ingresso e all'uscita del volume di controllo. Come per le quantità  $\dot{L}$  e  $\dot{Q}$ , il punto apposto ai simboli delle grandezze  $\dot{m}_i$  e  $\dot{m}_u$  indica la derivata rispetto al tempo. Nel SI tutti i termini dell'Equazione 5.1 sono espressi in kg/s; altre unità di misura utilizzate nel testo sono lb/s e slug/s.

In generale, un sistema aperto può presentare un numero qualsiasi di sezioni del contorno attraverso le quali la massa può entrare o uscire: questa eventualità è tenuta in conto introducendo nella (5.1) opportune sommatorie delle portate entranti e uscenti, come segue:

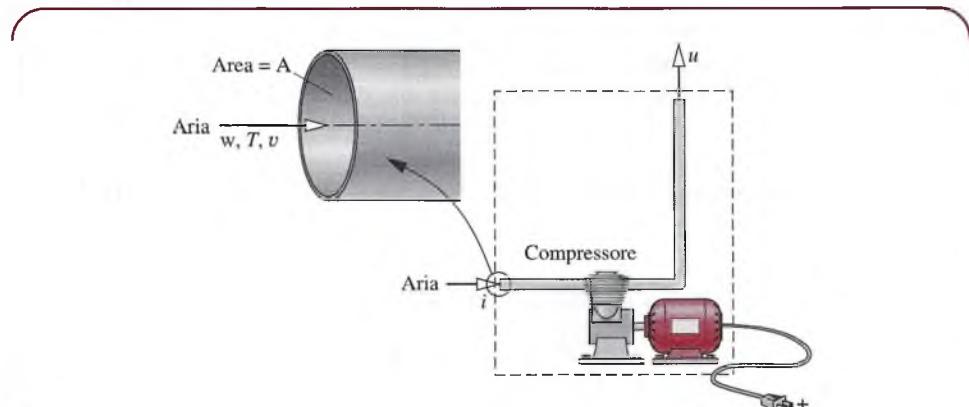
$$\frac{dm_{vc}}{dt} = \sum_i \dot{m}_i - \sum_u \dot{m}_u \quad (5.2)$$

L'Equazione 5.2 rappresenta il bilancio di portata massica per volumi di controllo con più ingressi e più uscite ed è la forma del principio di conservazione della massa comunemente impiegata in ingegneria. Altre forme del bilancio di massa nell'unità di tempo saranno prese in considerazione nel seguito.

### Flusso monodimensionale

Si dice che il flusso è **monodimensionale** quando una certa quantità di materia entrante o uscente da un volume di controllo soddisfa le seguenti idealizzazioni: (1) la velocità del fluido è normale al contorno del volume di controllo in corrispondenza delle sezione di ingresso e di uscita; (2) tutte le proprietà intensive, incluse la velocità e il volume specifico, sono uniformi lungo ciascuna delle sezioni di ingresso e di uscita. Nelle successive analisi termodinamiche dei volumi di controllo assumeremo a priori che tali idealizzazioni siano applicabili, e quindi nei successivi esempi tali ipotesi non saranno dichiarate esplicitamente.

La Figura 5.2 illustra il significato di flusso monodimensionale; l'area attraversata dalla massa è indicata con  $A$ , mentre  $w$  indica il valore della velocità  $e$ , analogamente,  $T$  e  $v$  sono i valori di temperatura e volume specifico del fluido.



**Figura 5.2** Esempio di flusso monodimensionale.

Quando il flusso è monodimensionale, si può determinare la portata massica come segue

$$\dot{m} = \frac{Aw}{v} \quad (\text{Flusso monodimensionale}) \quad (5.3a)$$

oppure, in funzione della densità:

$$\dot{m} = \rho Aw \quad (\text{Flusso monodimensionale}) \quad (5.3b)$$

Quando l'area è espressa in  $\text{m}^2$ , la velocità in  $\text{m/s}$  e il volume specifico in  $\text{m}^3/\text{kg}$ , la portata massica ricavata dall'Equazione 5.3a è in  $\text{kg/s}$ , come si può facilmente verificare.

Il prodotto  $Aw$  nell'Equazione 5.3 rappresenta invece la portata volumetrica, espressa in  $\text{m}^3/\text{s}$  o  $\text{ft}^3/\text{s}$ .

### Regime stazionario

Molti sistemi ingegneristici possono essere idealizzati come operanti in **stato stazionario**, riferendosi al fatto che tutte le proprietà non variano nel tempo. In particolare, la massa all'interno di un volume di controllo in stato stazionario cambia continuamente, ma la quantità totale di materia presente in ogni istante rimane costante, per cui  $dm_{vc}/dt = 0$  e l'Equazione 5.2 si riduce a

$$\sum_i \dot{m}_i = \sum_u \dot{m}_u \quad (5.4)$$

Ne consegue che le portate massiche complessive entranti e uscenti sono uguali.

L'uguaglianza delle portate totali entranti e uscenti non implica però che necessariamente il volume di controllo sia in stato stazionario. Sebbene la quantità totale di massa all'interno del volume di controllo debba essere costante in ogni istante di tempo, le altre proprietà quali la temperatura e la pressione potrebbero variare nel tempo. Quando un volume di controllo è in regime stazionario, ogni proprietà è indipendente dal tempo. Si osservi che l'ipotesi di regime stazionario e di flusso monodimensionale sono due idealizzazioni indipendenti: una non implica necessariamente l'altra.

Il prossimo esempio illustra un'applicazione del bilancio di massa nell'unità di tempo a un volume di controllo in stato stazionario, avente due ingressi e un'uscita.

### Riscaldatore per acqua in regime stazionario

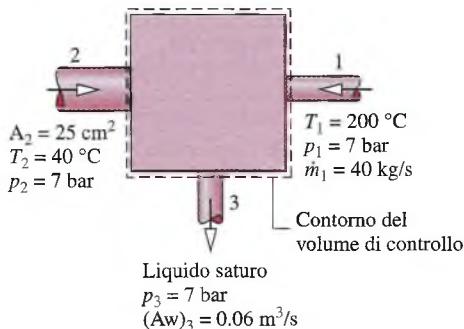
### ESEMPIO 5.1

Un riscaldatore per acqua operante in regime stazionario ha due ingressi e un'uscita. All'ingresso 1, entra vapore d'acqua a  $p_1 = 7 \text{ bar}$  e  $T_1 = 200^\circ\text{C}$  con portata massica di  $40 \text{ kg/s}$ . All'ingresso 2, entra acqua allo stato liquido a  $p_2 = 7 \text{ bar}$  e  $T_2 = 40^\circ\text{C}$  attraverso l'area  $A_2 = 25 \text{ cm}^2$ . Dall'uscita 3 esce liquido saturo a 7 bar con una portata volumetrica di  $0.06 \text{ m}^3/\text{s}$ . Determinare la portata massica all'ingresso 2 e all'uscita 3, in  $\text{kg/s}$ , e la velocità all'ingresso 2, in  $\text{m/s}$ .

#### Soluzione

**Elementi noti** Un flusso di vapore d'acqua si miscela con una corrente di acqua liquida per produrre in uscita una corrente di liquido saturo. Gli stati in ingresso e in uscita sono noti, così come sono date la portata massica e la portata volumetrica in corrispondenza di uno degli ingressi e dell'uscita.

**Da determinare** Determinare la portata massica all'ingresso 2 e all'uscita, e la velocità  $w_2$ .

**Schema e dati forniti****Figura E5.1****Presupposti**

Il volume di controllo illustrato nella figura è in stato stazionario.

**Analisi** Le principali relazioni che possono essere impiegate sono il bilancio di portata (Equazione 5.2) e l'espressione  $\dot{m} = Aw/v$  (Eq. 5.3a). In regime stazionario, il bilancio di portata diventa

$$\frac{d\dot{m}_{\text{cv}}}{dt}^0 = \dot{m}_1 + \dot{m}_2 - \dot{m}_3$$

Risolvendo rispetto a  $\dot{m}_2$  si ottiene

$$\dot{m}_2 = \dot{m}_3 - \dot{m}_1$$

La portata massica  $\dot{m}_1$  è data, mentre la portata massica all'uscita può essere valutata attraverso la portata volumetrica fornita nel testo del problema

$$\dot{m}_3 = \frac{(Aw)_3}{v_3}$$

dove  $v_3$  è il volume specifico all'uscita. Nello scrivere questa espressione si è ipotizzato un flusso monodimensionale. Dalla Tabella T-3 si ricava  $v_3 = 1.108 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$  e quindi

$$\dot{m}_3 = \frac{0.06 \text{ m}^3/\text{s}}{(1.108 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg})} = 54.15 \text{ kg/s}$$

La portata massica all'ingresso 2 è allora

$$\dot{m}_2 = \dot{m}_3 - \dot{m}_1 = 54.15 - 40 = 14.15 \text{ kg/s}$$

Per un flusso monodimensionale, alla sezione 2, si ha  $\dot{m}_2 = A_2 w_2 / v_2$ , perciò

$$w_2 = \dot{m}_2 v_2 / A_2$$

Lo stato 2 è di liquido compresso e quindi il volume specifico in questo stato può essere approssimato come  $v_2 \approx v_l(T_2)$  (Equazione 4.11). Dalla Tabella T-2 a  $40^\circ\text{C}$  si ottiene  $v_2 = 1.0078 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$ . Perciò

$$w_2 = \frac{(14.15 \text{ kg/s})(1.0078 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg})}{25 \text{ cm}^2} \left| \frac{10^4 \text{ cm}^2}{1 \text{ m}^2} \right| = 5.7 \text{ m/s}$$

- ① In regime stazionario la portata massica in uscita è uguale alla somma delle portate massiche in corrispondenza degli ingressi. Per esercizio mostrare che la portata volumetrica in uscita non è invece uguale alla somma delle portate volumetriche entranti.

L'Esempio 5.2 illustra un'applicazione del bilancio di massa in regime transitorio.

### Riempimento di un barile con acqua

### ESEMPIO 5.2

Dell'acqua scorre attraverso l'imboccatura superiore di un barile, con una portata massica costante di 30 lb/s. L'acqua esce attraverso un tubo posto vicino alla base del barile, con una portata massica proporzionale all'altezza del liquido contenuto:  $\dot{m}_u = 9H$ , dove  $H$  è l'altezza istantanea del liquido, in ft. L'area della base è di  $3 \text{ ft}^2$  e la densità dell'acqua è 62.4 lb/ $\text{ft}^3$ . Sapendo che il barile è inizialmente vuoto, disegnare il grafico della variazione del livello del liquido in funzione del tempo e commentare il risultato.

#### Soluzione

**Elementi noti** Dell'acqua entra ed esce da un barile inizialmente vuoto. La portata massica è costante all'ingresso, mentre all'uscita è proporzionale all'altezza del liquido contenuto nel barile.

**Da determinare** Si deve disegnare il grafico della variazione dell'altezza del liquido nel tempo e commentare il risultato.

#### Schema e dati forniti

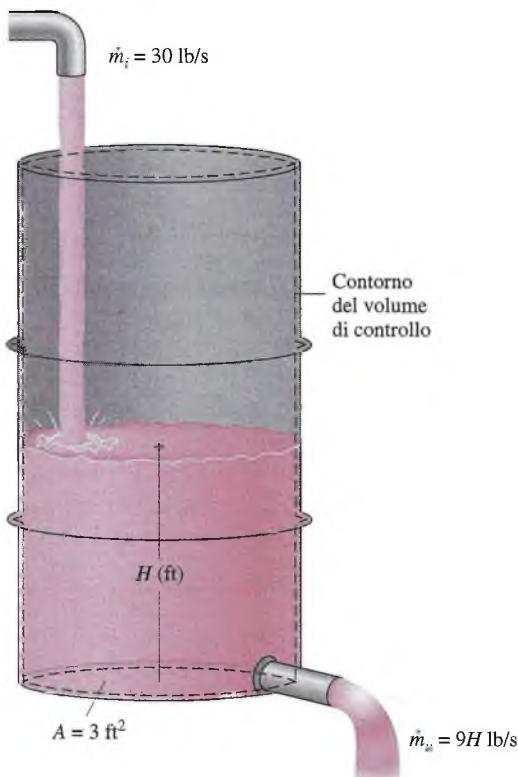


Figura E5.2

#### Presupposti

- Il volume di controllo è indicato dalla linea tratteggiata nella figura.
- La densità dell'acqua è costante.

**Analisi** Per un volume di controllo con un ingresso e un'uscita, l'Equazione 5.2 si riduce a

$$\frac{dm_{vc}}{dt} = \dot{m}_i - \dot{m}_u$$

La massa d'acqua contenuta nel barile all'istante  $t$  è data da

$$m_{\text{vc}}(t) = \rho A H(t)$$

dove  $\rho$  è la densità,  $A$  è l'area della base e  $H(t)$  è l'altezza del liquido in ogni istante. Sostituendo tale relazione nel bilancio di portata massica assieme al valore della portata massica dato nel testo si ha

$$\frac{d(\rho A H)}{dt} = 30 - 9H$$

Poiché la densità e l'area sono costanti, tale equazione può essere scritta come

$$\frac{dH}{dt} + \left( \frac{9}{\rho A} \right) H = \frac{30}{\rho A}$$

che è un'equazione differenziale ordinaria del primo ordine a coefficienti costanti, la cui soluzione è

$$① \quad H = 3.33 + C \exp\left(-\frac{9t}{\rho A}\right)$$

dove  $C$  è la costante d'integrazione. La soluzione può essere verificata sostituendola nell'equazione differenziale.

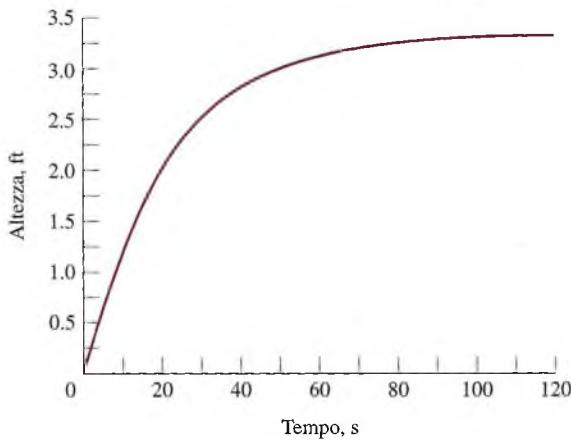
Per determinare  $C$ , si utilizzano le condizioni iniziali: per  $t = 0$ ,  $H = 0$ . Ne consegue che  $C = -3.33$  e la soluzione può essere scritta come

$$H = 3.33[1 - \exp(-9t/\rho A)]$$

Sostituendo  $\rho = 62.4 \text{ lb}/\text{ft}^3$  e  $A = 3 \text{ ft}^2$  si ottiene

$$H = 3.33[1 - \exp(-0.048t)]$$

Il grafico di tale relazione può essere tracciato a mano oppure utilizzando un opportuno software, e risulta essere il seguente



Dal grafico è evidente che l'altezza del liquido aumenta rapidamente per poi livellarsi. Dopo circa 100 s, l'altezza risulta pressoché costante con il tempo. A questo punto la portata massica entrante nel barile è quasi uguale a quella uscente. Dal grafico si osserva anche che il valore limite è  $H = 3.33 \text{ ft}$ , il che può anche essere verificato calcolando analiticamente il limite della soluzione al tendere di  $t \rightarrow \infty$ .

- ① In alternativa, l'equazione differenziale può essere risolta utilizzando il software *Termodinamica Interattiva, TI*. In questo caso l'equazione differenziale può essere espressa come  
 $\text{der}(H, t) + (9 * H)/(rho * A) + 30/(rho * A)$

$$\rho = 62.4/\text{lb/ft}^3$$

$$A = 3/\text{ft}^2$$

dove  $\dot{H}$  ( $H, t$ ) è  $dH/dt$ ,  $\rho$  è la densità e  $A$  è l'area. Utilizzando il pulsante **Explore** (**Esplo**ra), imponendo come condizione iniziale  $H = 0$  e selezionando  $t$  da 0 a 200 con passo 0.5, si può costruire il grafico cliccando sul pulsante **Graph** (**Grafico**).

## 5.2 Conservazione dell'energia per un volume di controllo

In questo paragrafo viene elaborata e illustrata un'espressione del principio di conservazione dell'energia valida per i volumi di controllo.

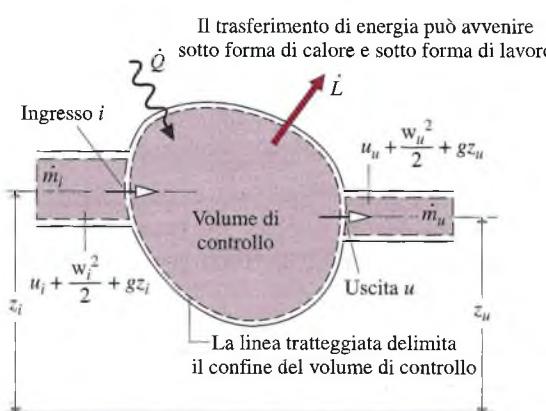
### 5.2.1 Bilancio energetico per un volume di controllo

Il principio di conservazione dell'energia applicato a un volume di controllo afferma che la velocità di variazione nel tempo dell'energia immagazzinata all'interno di un volume di controllo è uguale alla differenza tra la quantità totale di energia entrante nel volume di controllo nell'unità di tempo e la quantità totale di energia uscente dal volume di controllo nell'unità di tempo.

Dalla trattazione del Capitolo 3 è noto che l'energia può entrare o uscire da un sistema chiuso sotto forma di lavoro o di calore. La stessa cosa non si può dire per un volume di controllo, nel quale l'energia entra ed esce anche attraverso flussi di massa. Pertanto, il bilancio energetico per un volume di controllo con un ingresso e un'uscita, attraversato da un flusso monodimensionale come mostrato in Figura 5.3, è

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = \dot{Q} - \dot{L} + \underline{\dot{m}_i \left( u_i + \frac{w_i^2}{2} + gz_i \right)} - \underline{\dot{m}_u \left( u_u + \frac{w_u^2}{2} + gz_u \right)} \quad (5.5)$$

dove  $E_{vc}$  indica l'energia contenuta entro il volume di controllo al tempo  $t$ . I termini  $\dot{Q}$  e  $\dot{L}$  rappresentano, rispettivamente, le quantità di energia scambiate nell'unità di tempo, rispettivamente sotto forma di calore e sotto forma di lavoro, attraverso il contorno del volume di controllo all'istante  $t$ . I termini sottolineati nell'Equazione 5.5 rappresentano i flussi di energia interna, cinetica e potenziale entranti e uscenti dal volume di controllo. Se non ci sono portate massiche entranti o uscenti, i corrispondenti flussi energetici si an-



**Figura 5.3** Figura usata per sviluppare l'Equazione 5.5.

nullano e i termini sottolineati dell'Equazione 5.5 scompaiono. L'equazione si riduce allora all'espressione del bilancio energetico per i sistemi chiusi: Equazione 3.13.

### Calcolo del lavoro per un volume di controllo

Si presenta ora l'Equazione 5.5 in una forma alternativa che risulterà più conveniente per le successive applicazioni. Si riscrive innanzitutto il termine di lavoro  $\dot{L}$ , che rappresenta la quantità netta di energia trasferita nell'unità di tempo sotto forma di lavoro attraverso *tutte* le porzioni della superficie di confine del volume di controllo.

Poiché un sistema aperto scambia sempre lavoro con l'ambiente a causa dello scambio di massa che ha luogo attraverso le superfici di passaggio del fluido, è opportuno separare il termine di lavoro  $\dot{L}$  in due contributi. Uno è il lavoro associato alla pressione del fluido quando la massa viene introdotta all'ingresso ed espulsa all'uscita. L'altro contributo, indicato con  $\dot{L}_{vc}$ , include tutti gli altri effetti di lavoro, come quelli associati agli alberi motore, agli spostamenti del contorno e agli effetti elettrici.

Si consideri il lavoro alla sezione di uscita  $u$  associato alla pressione della massa che attraversa il volume di controllo. Ricordando dall'Equazione 3.4 che l'energia scambiata nell'unità di tempo sotto forma di lavoro può essere espressa come il prodotto scalare di una forza per la velocità nel punto di applicazione della forza, ne consegue che la quantità di lavoro scambiata all'uscita è pari al prodotto fra la forza normale (perpendicolare alla sezione di uscita nella direzione del flusso),  $p_u A_u$ , e la velocità del fluido,  $w_u$  e cioè

$$\left[ \begin{array}{l} \text{potenza trasferita sotto forma} \\ \text{di lavoro dal volume di controllo} \\ \text{all'uscita } u \end{array} \right] = (p_u A_u) w_u$$

dove  $p_u$  è la pressione,  $A_u$  è l'area, e  $w_u$  è la velocità all'uscita  $u$ . Un'espressione analoga può essere scritta per la quantità di energia scambiata nell'unità di tempo sotto forma di lavoro dal volume di controllo all'ingresso  $i$ .

Con queste considerazioni, il termine di lavoro  $\dot{L}$  dell'equazione di bilancio dell'energia nell'unità di tempo, Equazione 5.5, può essere scritto come

$$\dot{L} = \dot{L}_{vc} + (p_u A_u) w_u - (p_i A_i) w_i \quad (5.6a)$$

dove, in accordo con la convenzione sui segni per il lavoro, il termine all'ingresso ha segno negativo, dato che l'energia viene trasferita entro il volume, mentre all'uscita il termine è preceduto dal segno positivo, dato che l'energia viene espulsa dal volume di controllo. Con  $Aw = \dot{m}v$  dall'Equazione 5.3a, la precedente espressione per il lavoro può essere scritta come

$$\dot{L} = \dot{L}_{vc} + \dot{m}_u(p_u v_u) - \dot{m}_i(p_i v_i) \quad (5.6b)$$

dove  $\dot{m}_i$  e  $\dot{m}_u$  sono le portate massiche e  $v_i$  e  $v_u$  sono i volumi specifici, rispettivamente all'ingresso e all'uscita. Nell'Equazione 5.6b, i termini  $\dot{m}_i(p_i v_i)$  e  $\dot{m}_u(p_u v_u)$  rappresentano le quantità di lavoro associate alla pressione all'ingresso e all'uscita. Il termine  $\dot{L}_{vc}$  tiene invece conto di tutti gli altri flussi di energia sotto forma di lavoro attraverso il confine del volume di controllo.

Il prodotto  $pv$  che compare nell'Equazione 5.6b è comunemente detto **lavoro di pulsione**, e poiché il prodotto  $pv$  è una proprietà, è comunque appropriato anche il termine **energia di pulsione**.

### 5.2.2 Forme del bilancio energetico per i volumi di controllo

Sostituendo l'Equazione 5.6b nell'Equazione 5.5 e raccogliendo separatamente tutti i termini riferiti all'ingresso e all'uscita, si ricava la seguente forma del bilancio energetico per il volume di controllo:

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = \dot{Q}_{vc} - \dot{L}_{vc} + \dot{m}_i \left( u_i + p_i v_i + \frac{w_i^2}{2} + g z_i \right) -$$

$$-\dot{m}_u \left( u_u + p_u v_u + \frac{w_u^2}{2} + gz_u \right) \quad (5.7)$$

Al termine  $\dot{Q}$  è stato aggiunto il pedice “vc” per sottolineare il fatto che questo termine rappresenta la quantità di calore trasferita nell’unità di tempo attraverso il contorno (superficie di controllo) del volume di controllo.

Gli ultimi due termini dell’Equazione 5.7 possono essere riscritti usando l’entalpia specifica  $h$  introdotta nel Paragrafo 4.3.2. Con  $h = u + pv$ , il bilancio energetico diventa

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = \dot{Q}_{vc} - \dot{L}_{vc} + \dot{m}_i \left( h_i + \frac{w_i^2}{2} + gz_i \right) - \dot{m}_u \left( h_u + \frac{w_u^2}{2} + gz_u \right) \quad (5.8)$$

La presenza della somma  $u + pv$  nell’equazione dell’energia per il volume di controllo è la ragione principale dell’introduzione dell’entalpia. Essa comporta alcuni vantaggi, infatti la forma algebrica del bilancio energetico risulta semplificata e, come visto, l’entalpia è comunemente tabulata insieme alle altre proprietà.

In generale possono essere presenti diverse sezioni di ingresso e di uscita del flusso materiale attraverso il confine del volume di controllo: di questa eventualità si tiene conto introducendo sommatorie di termini di flusso energetico entrante e di flusso energetico uscente nell’equazione di bilancio dell’energia, in analogia a quanto già fatto per il bilancio di massa.

Di conseguenza, il **bilancio energetico** per il volume di controllo risulta

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = \dot{Q}_{vc} - \dot{L}_{vc} + \sum_i \dot{m}_i \left( h_i + \frac{w_i^2}{2} + gz_i \right) - \sum_u \dot{m}_u \left( h_u + \frac{w_u^2}{2} + gz_u \right) \quad (5.9)$$

L’Equazione 5.9 afferma che l’aumento o la diminuzione di energia nell’unità di tempo all’interno del volume di controllo egualia la differenza fra energia entrante ed energia uscente attraverso il confine del volume di controllo nell’unità di tempo. I processi di scambio di energia sono, come per i sistemi chiusi, calore e lavoro, cui si aggiunge, per i sistemi aperti, l’energia associata alle portate entranti e uscenti.

L’Equazione 5.9 fornisce un punto di partenza per applicare il principio di conservazione dell’energia a un vasto campo di problemi di importanza ingegneristica, che include anche i volumi di controllo in regime transitorio, nei quali lo stato varia nel tempo. Ne sono alcuni esempi l’avviamento o l’arresto di turbine, compressori e motori. Altri esempi possono essere contenitori riempiti o svuotati di materiale, come si è visto nell’Esempio 5.2 e nella discussione della Figura 2.3. Poiché durante le fasi di transitorio i valori delle proprietà, il lavoro e il calore scambiati nell’unità di tempo e le portate massiche possono variare nel tempo, quando si applicano i bilanci di massa e di energia si deve fare particolare attenzione. Le applicazioni relative ai volumi di controllo in regime transitorio vanno oltre lo scopo di questa presentazione introduttiva della termodinamica ingegneristica e quindi, nel seguito, verranno studiati solo volumi di controllo in regime stazionario.

## 5.3 Analisi dei volumi di controllo in regime stazionario

In questo paragrafo sono sviluppate diverse applicazioni di interesse ingegneristico relative ai bilanci di energia e di massa in regime stazionario; queste condizioni operative ricorrono frequentemente in ambito ingegneristico.

### 5.3.1 Formulazione dei bilanci di energia e massa in regime stazionario

In un volume di controllo allo stato stazionario le condizioni all’interno di esso e al suo contorno non variano con il tempo. La portata massica e l’energia trasferita nell’unità di

tempo sotto forma di calore e di lavoro sono anch'esse costanti nel tempo. Non potendo esservi accumulo di massa all'interno del volume di controllo, si ha necessariamente  $dm_{vc}/dt = 0$  e, in questo caso, il bilancio di massa, Equazione 5.2, diviene

$$\sum_i \dot{m}_i = \sum_u \dot{m}_u \quad (5.4)$$

(portata massica entrante) = (portata massica uscente)

Per di più, in stato stazionario  $dE_{\text{vc}}/dt = 0$ , e quindi l'Equazione 5.9 può essere scritta come

$$0 = \dot{Q}_{vc} - \dot{L}_{vc} + \sum_i \dot{m}_i \left( h_i + \frac{\mathbf{w}_i^2}{2} + gz_i \right) - \sum_u \dot{m}_u \left( h_u + \frac{\mathbf{w}_u^2}{2} + gz_u \right) \quad (5.10a)$$

In alternativa

L'Equazione 5.4 asserisce che, in regime stazionario, la portata massica entrante nel volume di controllo è uguale alla portata massica uscente. Analogamente l'Equazione 5.10 afferma che l'energia entrante nell'unità di tempo nel volume di controllo è uguale a quella uscente dallo stesso.

Molte importanti applicazioni considerano volumi di controllo in stato stazionario con un solo ingresso e una sola uscita; risulta quindi molto interessante applicare i bilanci di massa e di energia a questo caso particolare. Il bilancio di massa si riduce semplicemente a  $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$ . Ciò significa che la portata massica in uscita (2) deve sempre essere uguale alla portata massica in ingresso (1). Si osservi che la portata massica è comunemente espressa con il simbolo  $\dot{m}$ . Applicando ora il bilancio energetico nell'unità di tempo e rac cogliendo la portata massica si ha

$$0 = \dot{Q}_{vc} - \dot{L}_{vc} + \dot{m} \left[ (h_1 - h_2) + \frac{(w_1^2 - w_2^2)}{2} + g(z_1 - z_2) \right] \quad (5.11a)$$

Oppure dividendo tutti i membri per la portata massica

$$0 = \frac{\dot{Q}_{vc}}{\dot{m}} - \frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}} + (h_1 - h_2) + \frac{(w_1^2 - w_2^2)}{2} + g(z_1 - z_2) \quad (5.11b)$$

I termini di entalpia, energia cinetica e potenziale compaiono nell'Equazione 5.11 come differenze tra i valori che essi assumono all'ingresso e all'uscita. Questo implica che i valori di riferimento utilizzati per assegnare all'entalpia specifica, alla velocità e alla quota i loro valori numerici si elidano nel calcolo delle differenze, posto che si adottino i medesimi valori di riferimento all'ingresso e all'uscita. Nell'Equazione 5.11 i rapporti  $\dot{Q}_{vc}/\dot{m}$  e  $\dot{L}_{vc}/\dot{m}$  rappresentano l'energia trasferita nell'unità di tempo, rispettivamente sotto forma di calore e sotto forma di lavoro, riferita all'unità di massa che attraversa il volume di controllo.

Le precedenti forme del bilancio energetico nell'unità di tempo in stato stazionario tengono conto solamente di ciò che avviene al contorno del volume di controllo, e non è necessaria, né può essere determinata tramite esse, alcuna informazione sulle proprietà all'interno di tale volume. Quando si applica il bilancio energetico, in una qualsiasi delle sue forme, si devono sempre utilizzare le stesse unità di misura per tutti i termini dell'equazione. Per la precisione, ciascun termine dell'Equazione 5.11b deve essere misurato in kJ/kg oppure in Btu/lb. I successivi esempi evidenziano il corretto uso delle conversioni tra unità di misura.

### 5.3.2 Modellizzazione dei volumi di controllo in regime stazionario

In questa sezione si esamina la modellizzazione dei volume di controllo in regime stazionario. In particolare, nel Paragrafo 5.3.3 sono riportati alcuni esempi che mostrano l'uso del principio di conservazione della massa e dell'energia, insieme alle relazioni fra le proprietà nel contesto dell'analisi dei volumi di controllo in stato stazionario. Gli esempi sono tratti da applicazioni di particolare interesse ingegneristico e scelti per individuare aspetti comuni a tutte le analisi di questo tipo. Si raccomanda, nello svolgimento degli esercizi, di tener presente il metodo generale di risoluzione dei problemi illustrato nel Paragrafo 2.6: l'uso di un approccio sistematico diviene sempre più importante quanto più i problemi divengono complessi.

Quando si applicano i bilanci di massa e di energia a un volume di controllo, è necessario effettuare alcune semplificazioni per rendere l'analisi più agevole; i volumi di controllo analizzati sono pertanto modellizzati sulla base di ipotesi semplificative. La fase dello studio nella quale si elencano con attenzione e consapevolezza le ipotesi adottate è fondamentale in tutte le analisi ingegneristiche, e perciò una parte importante di questo paragrafo è dedicata a illustrare le varie ipotesi e le semplificazioni che vengono comunemente effettuate quando si applicano i principi di conservazione ai dispositivi. Nell'analisi degli esempi presentati è importante riconoscere il ruolo giocato dalle ipotesi semplificative per pervenire a una corretta risoluzione. In ciascuno dei casi presentati si assume che le condizioni operative siano stazionarie e che i flussi entranti e uscenti dal volume di controllo possano sempre essere considerati monodimensionali. All'ingresso e all'uscita si presu-  
mono inoltre sempre presenti condizioni di equilibrio termodinamico locale, pertanto sono applicabili le relazioni per il calcolo delle proprietà all'equilibrio.

In molti dei successivi esempi il termine relativo alla potenza termica trasferita  $\dot{Q}_{vc}$  è posto uguale a zero nel bilancio energetico in quanto trascurabile rispetto agli altri scambi di energia che avvengono attraverso il contorno del volume di controllo. Tale circostanza può verificarsi a causa dei seguenti fattori: (1) la superficie esterna del volume di controllo è ben isolata; (2) la superficie esterna è troppo piccola per dar luogo a scambi di calore rilevanti; (3) la differenza di temperatura fra il volume di controllo e l'ambiente circostante è sufficientemente piccola da poter considerare nullo lo scambio di calore; (4) i fluidi passano attraverso il volume di controllo con una velocità tale da non avere abbastanza tempo a disposizione perché avvenga uno scambio di calore significativo. Il termine  $\dot{L}_{vc}$  che rappresenta il lavoro può essere eliminato dal bilancio di energia solo nel caso in cui non vi sia la presenza di alberi rotanti, non vi siano spostamenti del contorno, effetti elettrici, o altri meccanismi di lavoro associati al volume di controllo considerato. Si possono inoltre trascurare le variazioni di energia cinetica e potenziale del fluido entrante e uscente quando queste variazioni risultano piccole rispetto alle altre quantità energetiche in gioco.

### 5.3.3 Casi tipici

In questo paragrafo si esemplificano e si discutono brevemente alcuni dispositivi di interesse ingegneristico, quali ugelli, diffusori, turbine, compressori, pompe, scambiatori di calore e organi di laminazione. Saranno evidenziate le applicazioni più comuni di ciascun dispositivo analizzando le ipotesi di modellizzazione che vengono comunemente introdotte nella loro analisi termodinamica. In questo paragrafo inoltre saranno analizzati sistemi integrati nei quali i vari dispositivi sono combinati tra loro a formare un unico sistema.

#### Ugelli e diffusori

Un **ugello** è un condotto a sezione variabile, nel cui attraversamento la velocità del fluido aumenta nella direzione del flusso. In un **diffusore**, al contrario, il fluido, gas o liquido, viene progressivamente rallentato. La Figura 5.4 rappresenta appunto un ugello, in cui

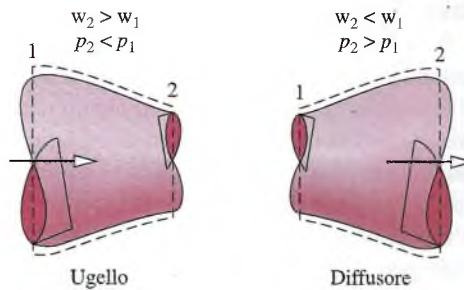


Figura 5.4 Ugello e diffusore.

l'area della sezione trasversale decresce nella direzione del moto, e un diffusore, in cui la sezione di passaggio cresce nel senso del moto. Nella Figura 5.5 è rappresentata una combinazione ugello-diffusore impiegata per la realizzazione di una galleria del vento per test aerodinamici. Nella pratica ingegneristica si utilizzano spesso combinazioni di questo tipo tra ugelli e diffusori, con sezioni convergenti seguite da sezioni divergenti, destinate a ottenere gas a elevata velocità in uscita.

L'unico lavoro scambiato negli ugelli e nei diffusori è il lavoro di pulsione all'ingresso e all'uscita del volume di controllo, perciò in questi casi il lavoro  $\dot{L}_{vc}$  non compare nell'equazione di bilancio energetico. Nella maggior parte dei casi, si può anche considerare trascurabile la variazione di energia potenziale fra l'ingresso e l'uscita dell'elemento. In stato stazionario i bilanci di massa e di energia si riducono rispettivamente a

$$\frac{dm_{vc}^0}{dt} = \dot{m}_1 - \dot{m}_2$$

$$\frac{dE_{vc}^0}{dt} = \dot{Q}_{vc} - \dot{L}_{vc} + \dot{m}_1 \left( h_1 + \frac{w_1^2}{2} + gz_1 \right) - \dot{m}_2 \left( h_2 + \frac{w_2^2}{2} + gz_2 \right)$$

dove 1 rappresenta l'ingresso e 2 l'uscita. Combinando le due equazioni in un'unica espressione ed eliminando la variazione di energia potenziale fra ingresso e uscita si ottiene

$$0 = \frac{\dot{Q}_{vc}}{\dot{m}} + (h_1 - h_2) + \left( \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} \right) \quad (5.12)$$

dove  $\dot{m}$  è la portata massica. Il termine  $\dot{Q}_{vc}/\dot{m}$  rappresenta il calore trasferito all'ambiente esterno per unità di massa che attraversa l'ugello o il diffusore ed è generalmente irrilevante rispetto alle variazioni di entalpia e di energia cinetica, tanto da poter essere eliminato, come illustrato nel seguente esempio.

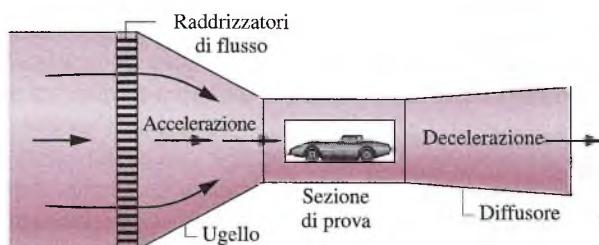


Figura 5.5 Galleria del vento.

## Calcolo dell'area della sezione di uscita di un ugello

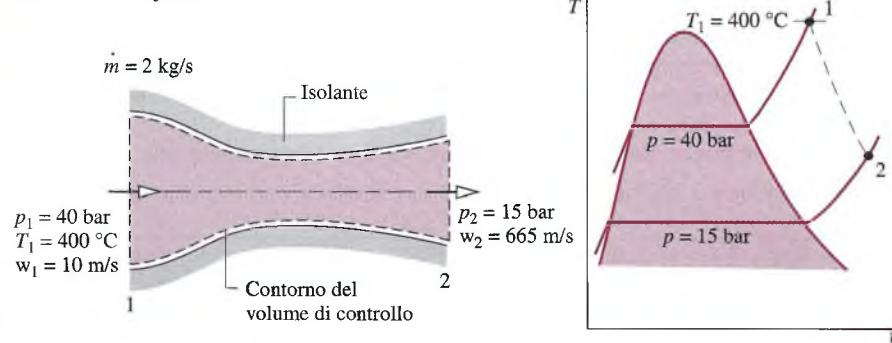
## ESEMPIO 5.3

Del vapore d'acqua entra in un ugello convergente-divergente operante in condizioni stazionarie con  $p_1 = 40$  bar,  $T_1 = 400^\circ\text{C}$  e una velocità di 10 m/s. Si assumono trascurabili sia la potenza termica scambiata che la variazione di energia potenziale tra ingresso e uscita. All'uscita si ha  $p_2 = 15$  bar e velocità pari a 665 m/s. La portata massica è di 2 kg/s. Determinare l'area di uscita dell'ugello, in  $\text{m}^2$ .

**Soluzione**

**Elementi noti** Del vapore d'acqua passa attraverso un ugello in condizioni stazionarie. Le proprietà del vapore sono note sia in ingresso che in uscita, la portata massica è data. Gli effetti di scambio di calore e di variazione di energia potenziale sono trascurabili.

**Da determinare** Determinare l'area della sezione di uscita.

**Schema e dati forniti****Figura E5.3****Presupposti**

- Il volume di controllo illustrato nella figura è in stato stazionario.
- Il trasferimento di calore è trascurabile e  $\dot{L}_{cv} = 0$ .
- La variazione di energia potenziale tra ingresso e uscita può essere considerata trascurabile.

**Analisi** L'area della sezione di uscita può essere determinata a partire dalla portata massica  $\dot{m}$  e dall'Equazione 5.3a, che si può riarrangiare come segue

$$A_2 = \frac{\dot{m}v_2}{w_2}$$

Per determinare  $A_2$  da questa equazione, occorre calcolare il volume specifico  $v_2$  all'uscita e ciò richiede necessariamente di fissare lo stato all'uscita.

Le condizioni termodinamiche all'uscita sono note attraverso i valori di due proprietà intensive indipendenti: una è la pressione  $p_2$ , che è nota, l'altra è l'entalpia specifica  $h_2$ , determinabile dal bilancio energetico in regime stazionario

$$0 = \dot{Q}_{vc} - \dot{L}_{vc} + \dot{m} \left( h_1 + \frac{w_1^2}{2} + gz_1 \right) - \dot{m} \left( h_2 + \frac{w_2^2}{2} + gz_2 \right)$$

dove  $\dot{Q}_{vc}$  e  $\dot{L}_{vc}$  sono posti uguali a zero per l'ipotesi 2. In virtù dell'ipotesi 3, si elimina la variazione di energia potenziale specifica ed elidendo  $\dot{m}$ , e rimane

$$0 = (h_1 - h_2) + \left( \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} \right)$$

Risolvendo rispetto a  $h_2$

$$h_2 = h_1 + \left( \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} \right)$$

Dalla Tabella T-4 si ricava che  $h_1 = 3213.6 \text{ kJ/kg}$ , mentre le velocità  $w_1$  e  $w_2$  sono date. Inserendo i valori e convertendo le unità di misura dell'energia cinetica in  $\text{kJ/kg}$  risulta

$$\begin{aligned} ② \quad h_2 &= 3213.6 \text{ kJ/kg} + \left[ \frac{(10)^2 - (665)^2}{2} \right] \left( \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right) \left| \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2} \right| \left| \frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ N m}} \right| \\ &= 3213.6 - 221.1 = 2992.5 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Infine, facendo riferimento alla Tabella T-4 per  $p_2 = 15 \text{ bar}$  con  $\gamma = 2992.5 \text{ kJ/kg}$ , il volume specifico all'uscita vale  $v_2 = 0.1627 \text{ m}^3/\text{kg}$ . L'area di uscita è quindi

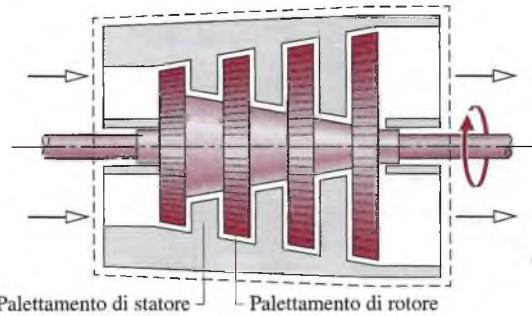
$$③ \quad A_2 = \frac{(2 \text{ kg/s})(0.1627 \text{ m}^3/\text{kg})}{665 \text{ m/s}} = 4.89 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

- ① Anche se all'ingresso e all'uscita del volume di controllo si applicano le relazioni tra le proprietà all'equilibrio, gli stati intermedi del vapore non sono necessariamente stati d'equilibrio. Di conseguenza, l'espansione nell'ugello è rappresentata sul diagramma  $T-v$  da una linea tratteggiata.
- ② Bisogna fare attenzione all'omogeneità tra le unità di misura, in particolare l'energia cinetica specifica deve essere convertita in  $\text{kJ/kg}$ .
- ③ L'area di ingresso dell'ugello può essere calcolata in maniera analoga, usando  $A_1 = \dot{m}v_1/w_1$ .

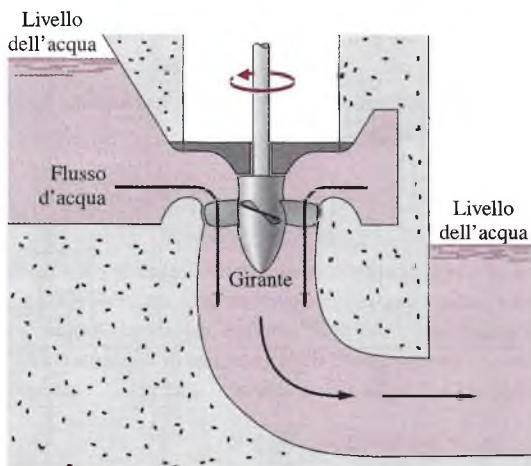
## Turbine

Una **turbina** è un dispositivo da cui si ottiene lavoro in conseguenza del passaggio di un gas o di un liquido attraverso un palettamento solidale con un albero rotante. La Figura 5.6 mostra lo schema di una turbina a flusso assiale, a vapore o a gas. Le turbine sono largamente utilizzate nelle centrali elettriche e come motori per gli aerei. In tali applicazioni, il vapore surriscaldato o il gas entra in turbina e si espande fino a una pressione di uscita inferiore a quella di ingresso, producendo lavoro. La Figura 5.7 mostra invece una turbina idraulica installata alla base di una diga: in tale applicazione il passaggio dell'acqua attraverso il rotore a pale fa ruotare l'albero, sviluppando lavoro.

Il bilancio di massa e di energia si riducono, nel caso di una turbina, all'Equazione 5.11b. Quando si analizzano gas, le variazioni di energia potenziale sono tipicamente trascurabili e attraverso un'opportuna scelta del contorno del volume di controllo che include la turbina, in genere, le variazioni di energia cinetica sono sufficientemente piccole da poter essere trascurate. Lo scambio di calore tra la turbina e l'ambiente circostante è inevitabile, ma, come illustrato nel successivo esempio, esso è spesso piccolo rispetto ai termini di lavoro e di entalpia.



**Figura 5.6** Schema di una turbina a flusso assiale.



**Figura 5.7** Turbina idraulica installata in una diga.

### Calcolo del trasferimento di calore da una turbina a vapore

### ESEMPIO 5.4

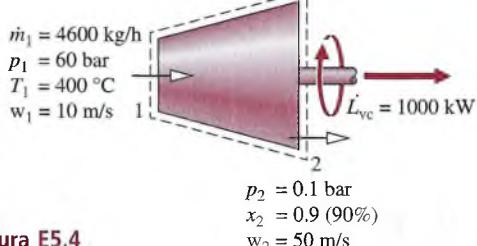
Del vapor d'acqua entra in una turbina operante in regime stazionario con una portata massica di 4600 kg/h. La turbina sviluppa una potenza all'albero di 1000 kW. In ingresso la pressione è di 60 bar, la temperatura è di 400 °C e la velocità è di 10 m/s. In uscita la pressione è pari a 0.1 bar, il titolo del vapore è 0.9 (90%) e la velocità è di 50 m/s. Calcolare la potenza termica scambiata tra la turbina e l'ambiente, in kW.

#### Soluzione

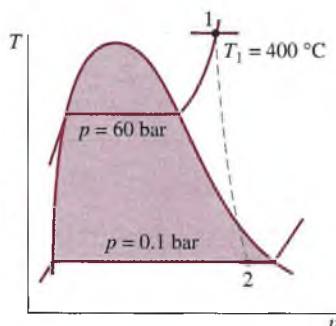
**Elementi noti** Una turbina a vapore opera in condizioni stazionarie. Sono note la portata massica, la potenza meccanica in uscita, e lo stato del vapore in ingresso e in uscita.

**Da determinare** Calcolare la potenza termica scambiata.

#### Schema e dati forniti



**Figura E5.4**



#### Presupposti

- Il volume di controllo mostrato in figura è in condizioni stazionarie.
- La variazione di energia potenziale tra l'ingresso e l'uscita può essere trascurata.

**Analisi** Per calcolare l'energia termica trasmessa, si scrive il bilancio energetico tra l'ingresso e l'uscita del volume di controllo, in condizioni stazionarie

$$0 = \dot{Q}_{vc} - \dot{L}_{vc} + \dot{m} \left( h_1 + \frac{w_1^2}{2} + gz_1 \right) - \dot{m} \left( h_2 + \frac{w_2^2}{2} + gz_2 \right)$$

dove  $\dot{m}$  è la portata massica. Risolvendo rispetto a  $\dot{Q}_{vc}$  e trascurando la variazione di energia potenziale tra ingresso e uscita si ha

$$\dot{Q}_{vc} = \dot{L}_{vc} + \dot{m} \left[ (h_2 - h_1) + \left( \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \right) \right]$$

Per confrontare i termini relativi a entalpia ed energia cinetica, e per evidenziare le conversioni di unità di misura necessarie, ciascuno di questi termini sarà calcolato separatamente.

Si determina per prima la *differenza di entalpia specifica*. Usando la Tabella T-4 si ha = 3177.2 kJ/kg. Lo stato 2 è caratterizzato dalla presenza di una miscela bifase liquido-vapore; dato il titolo, con i dati della Tabella T-3 si ottiene

$$\begin{aligned} h_2 &= h_{l2} + x_2(h_{v2} - h_{l2}) \\ &= 191.83 + (0.9)(2392.8) = 2345.4 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

quindi

$$h_2 - h_l = 2345.4 - 3177.2 = -831.8 \text{ kJ/kg}$$

Si consideri ora la *differenza di energia cinetica specifica*; utilizzando i valori dati nel testo per le velocità si ha

$$\begin{aligned} ① \quad \left( \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \right) &= \left[ \frac{(50)^2 - (10)^2}{2} \right] \left( \frac{m}{s^2} \right) \left| \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg m/s}^2} \right| \left| \frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ N m}} \right| \\ &= 1.2 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Calcolando  $\dot{Q}_{vc}$  dalla espressione di cui sopra si ottiene

$$\begin{aligned} ② \quad \dot{Q}_{vc} &= (1000 \text{ kW}) + \left( 4600 \frac{\text{kg}}{\text{h}} \right) (-831.8 + 1.2) \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right) \left| \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right| \left| \frac{1 \text{ kW}}{1 \text{ kJ/s}} \right| \\ &= -61.3 \text{ kW} \end{aligned}$$

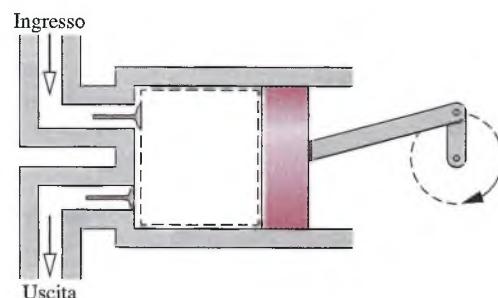
- ① L'entità della variazione di energia cinetica tra ingresso e uscita è molto minore della differenza di entalpia.
- ② Il valore negativo di  $\dot{Q}_{vc}$  significa che il trasferimento di calore avviene dalla turbina all'ambiente, come ci si attendeva. L'entità di  $\dot{Q}_{vc}$  è piccola rispetto alla potenza sviluppata.

## Compressori e pompe

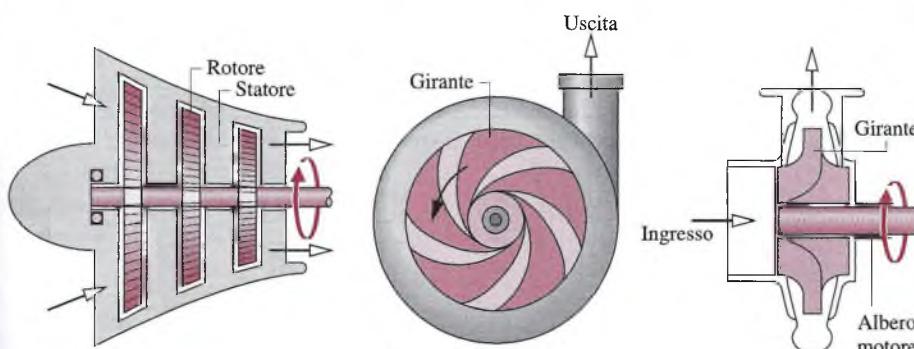
I **compressori** sono dispositivi destinati a svolgere lavoro su di un gas, allo scopo di aumentarne la pressione. Analogamente nelle **pompe** il lavoro in ingresso è utilizzato per comprimere un liquido. La Figura 5.8 mostra un compressore alternativo, mentre la Figura 5.9 riporta gli schemi di tre diverse tipologie di compressore rotativo: compressore assiale, compressore centrifugo e compressore di tipo Roots.

Nel caso di pompe e compressori il bilancio di massa e il bilancio energetico si riducono alla stessa forma già ricavata per il caso delle turbine analizzate in precedenza. Nei compressori le variazioni di energia cinetica e potenziale specifiche tra ingresso e uscita sono spesso piccole rispetto al lavoro compiuto per unità di massa. Sia nei compressori sia nelle pompe si verifica, quale effetto secondario, uno scambio di calore con l'ambiente.

I due esempi seguenti illustrano rispettivamente l'analisi di un compressore d'aria e di un'idropulitrice. In entrambi i casi l'obiettivo è determinare la potenza richiesta per il funzionamento del dispositivo.



**Figura 5.8** Compressore alternativo.



(a)

(b)

(c)

**Figura 5.9** Compressori rotativi. (a) Flusso assiale; (b) centrifugo; (c) tipo Roots.

### Calcolo della potenza di un compressore

### ESEMPIO 5.5

Dell'aria entra in un compressore che opera in condizioni stazionarie a una pressione di 1 bar, una temperatura di 290 K e una velocità di 6 m/s, attraverso un ingresso con un'area di 0.1 m<sup>2</sup>. All'uscita, la pressione è di 7 bar, la temperatura è di 450 K e la velocità è di 2 m/s. La potenza termica scambiata dal compressore con l'ambiente è pari a 180 kJ/min. Utilizzando il modello di gas ideale, calcolare la potenza in ingresso al compressore, in kW.

#### Soluzione

**Elementi noti** Di un compressore d'aria che opera in stato stazionario sono noti lo stato di ingresso e di uscita e il flusso termico scambiato.

**Da determinare** Calcolare la potenza richiesta dal compressore.

**Schema e dati forniti**

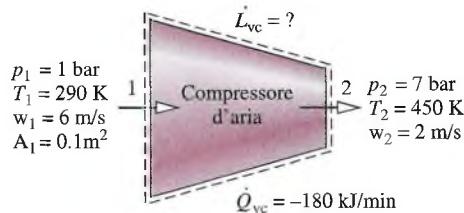


Figura E5.5

**Presupposti**

- Il volume di controllo mostrato in figura è in stato stazionario.
- La variazione di energia potenziale tra ingresso e uscita può essere trascurata.
- All'aria si può applicare il modello di gas ideale.

**Analisi** Per calcolare la potenza richiesta dal compressore, si inizia scrivendo il bilancio energetico tra l'ingresso e l'uscita del volume di controllo in regime stazionario:

$$0 = \dot{Q}_{vc} - \dot{L}_{vc} + \dot{m} \left( h_1 + \frac{w_1^2}{2} + gz_1 \right) - \dot{m} \left( h_2 + \frac{w_2^2}{2} + gz_2 \right)$$

Risolvendo, si ha

$$\dot{L}_{vc} = \dot{Q}_{vc} + \dot{m} \left[ (h_1 - h_2) + \left( \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} \right) \right]$$

La variazione di energia potenziale tra l'ingresso e l'uscita si elide in virtù dell'ipotesi 2.

La portata in massa può essere determinata utilizzando i dati relativi all'ingresso e l'equazione di stato dei gas perfetti.

$$\dot{m} = \frac{A_1 w_1}{v_1} = \frac{A_1 w_1 p_1}{(\bar{R}/M) T_1} = \frac{(0.1 \text{ m}^2)(6 \text{ m/s})(10^5 \text{ N/m}^2)}{\left( \frac{8314 \text{ N m}}{28.97 \text{ kg K}} \right)(290 \text{ K})} = 0.72 \text{ kg/s}$$

Dalla Tabella T-9 si possono ricavare le entalpie specifiche  $h_1$  e  $h_2$ : a 290 K, si ha  $h_1 = 290.16 \text{ kJ/kg}$  e a 450 K risulta  $h_2 = 451.8 \text{ kJ/kg}$ . Sostituendo i valori nell'espressione per  $\dot{L}_{vc}$

$$\begin{aligned} \dot{L}_{vc} &= \left( -180 \frac{\text{kJ}}{\text{min}} \right) \left| \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \right| + 0.72 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \left[ (290.16 - 451.8) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{(6)^2 - (2)^2}{2} \right) \left( \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right) \left| \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg m/s}^2} \right| \left| \frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ N m}} \right| \right] \\ &\stackrel{①}{=} -3 \frac{\text{kJ}}{\text{s}} + 0.72 \frac{\text{kg}}{\text{s}} (-161.64 + 0.02) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \\ &\stackrel{②}{=} -119.4 \frac{\text{kJ}}{\text{s}} \left| \frac{1 \text{ kW}}{1 \text{ kJ/s}} \right| = -119.4 \text{ kW} \end{aligned}$$

① Il contributo dell'energia cinetica in questo caso è trascurabile. Inoltre, il flusso di calore trasferito è irrilevante rispetto alla potenza assorbita.

② In questo esempio,  $\dot{Q}_{vc}$  e  $\dot{L}_{vc}$  hanno segno negativo, a indicare che la direzione dello scambio di calore va dal compressore all'ambiente e che il lavoro è compiuto sull'aria che passa attraverso il compressore. La potenza assorbita dal compressore è di 119.4 kW.

## Potenza di un'idropulitrice

## ESEMPIO 5.6

Una potente idropulitrice è usata per pulire il rivestimento esterno di un edificio. L'acqua entra a 20 °C e 1 atm, con una portata volumetrica di 0.1 litri/s attraverso un tubo di 2.5 cm di diametro. Il getto d'acqua esce a 23 °C e 1 atm, con una velocità di 50 m/s e a un'altezza di 5 m. In stato stazionario, l'entità del flusso di calore che transita dal dispositivo all'ambiente circostante è pari al 10% della potenza assorbita. L'acqua può essere considerata incompressibile con  $c = 4.18 \text{ kJ/(kg} \times \text{K})$ , e  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ . Determinare la potenza in ingresso alla pompa dell'idropulitrice, espressa in kW.

**Soluzione**

**Elementi noti** Un'idropulitrice opera in regime stazionario in condizioni di ingresso e di uscita note. Il flusso termico scambiato con l'ambiente è noto e pari al 10% della potenza in ingresso.

**Da determinare** Si deve determinare la potenza entrante.

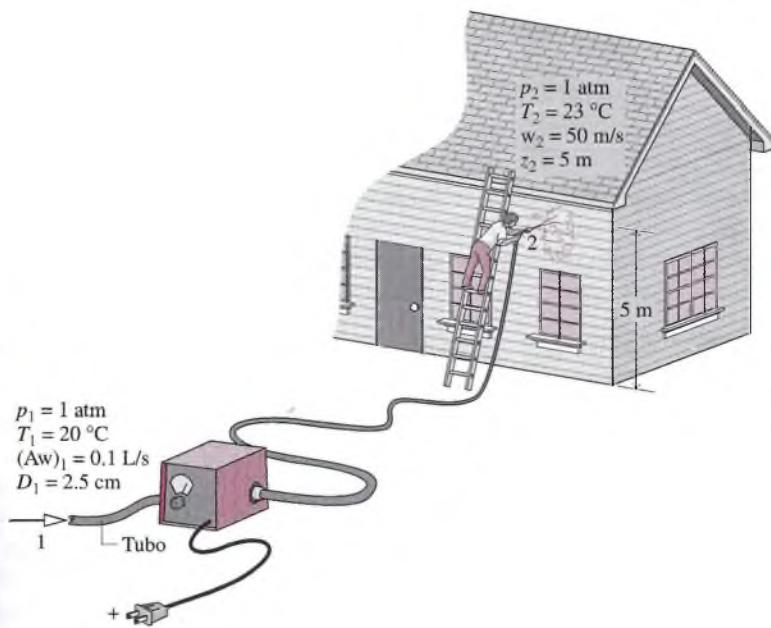
**Schema e dati forniti**

Figura E5.6

**Presupposti**

- Il volume di controllo, che racchiude il dispositivo e il rivestimento della casa, è in stato stazionario.
- L'acqua è incompressibile con  $c = 4.18 \text{ kJ/(kg} \times \text{K})$ .

**Analisi** Per calcolare la potenza in ingresso, si inizia dal bilancio energetico stazionario scritto per un volume di controllo con un ingresso e un'uscita.

$$0 = \dot{Q}_{vc} - \dot{L}_{vc} + \dot{m} \left[ (h_1 - h_2) + \left( \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} \right) + g(z_1 - z_2) \right]$$

Introducendo  $\dot{Q}_{vc} = (0.1)\dot{L}_{vc}$  e risolvendo rispetto a  $\dot{L}_{vc}$ , si ha

$$\dot{L}_{vc} = \frac{\dot{m}}{0.9} \left[ (h_1 - h_2) + \frac{(w_1^2 - w_2^2)}{2} + g(z_1 - z_2) \right]$$

①

La portata massica viene determinata utilizzando la portata volumetrica data e  $v = v_l(20^\circ\text{C}) = 1.0018 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$  dalla Tabella T-2 come segue

$$\dot{m} = (Aw)_l/v$$

$$= (0.1 \text{ L/s}) / (1.0018 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}) \left| \frac{10^{-3} \text{ m}^3}{1 \text{ L}} \right| \\ = 0.1 \text{ kg/s}$$

- ➁ Dividendo la portata volumetrica data per l'area della sezione di ingresso, la velocità all'ingresso è  $w_1 = 0.2 \text{ m/s}$ .

Il termine relativo all'entalpia specifica viene determinato attraverso l'Equazione 4.21a, con  $p_1 = p_2 = 1 \text{ atm}$  e  $c = 4.18 \text{ kJ/(kg} \times \text{K)}$ , in virtù dell'ipotesi 2, per cui

$$h_1 - h_2 = c(T_1 - T_2) + v(p_1 - p_2)^0 \\ = (4.18 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K})(-3 \text{ K}) = -12.54 \text{ kJ/kg}$$

Il termine relativo all'energia cinetica specifica è

$$\frac{w_1^2 - w_2^2}{2} = \frac{[(0.2)^2 - (50)^2] \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2} \left| \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2} \right| \left| \frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ N m}} \right| = -1.25 \text{ kJ/kg}$$

Infine il termine relativo all'energia potenziale è

$$g(z_1 - z_2) = (9.81 \text{ m/s}^2)(0 - 5) \text{ m} \left| \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2} \right| \left| \frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ N m}} \right| = -0.05 \text{ kJ/kg}$$

Sostituendo i valori si ottiene

$$③ \quad \dot{L}_{vc} = \frac{(0.1 \text{ kg/s})}{0.9} [(-12.54) + (-1.25) + (-0.05)] \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right) \left| \frac{1 \text{ kW}}{1 \text{ kJ/s}} \right|$$

per cui

$$\dot{L}_{vc} = -1.54 \text{ kW}$$

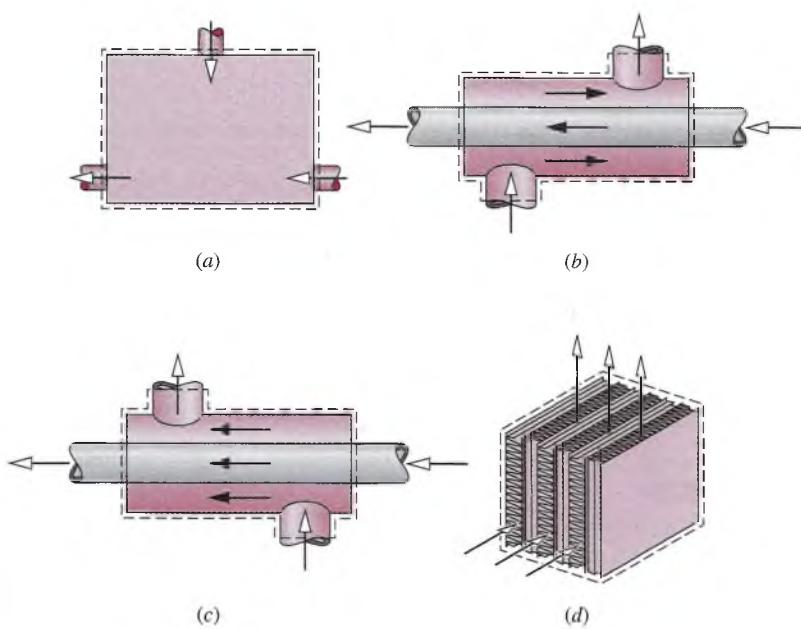
dove il segno negativo indica che la potenza è fornita all'idropulitrice.

- ➀ Poiché l'idropulitrice per poter operare necessita di energia,  $\dot{L}_{vc}$  è negativo, in accordo con la convenzione sui segni adottata. Lo scambio di calore avviene dal volume di controllo all'ambiente circostante e quindi  $\dot{Q}_{vc}$  è anch'esso negativo. Utilizzando il valore di  $\dot{L}_{vc}$  appena trovato, risulta  $\dot{Q}_{vc} = (0.1)\dot{L}_{vc} = -0.154 \text{ kW}$ .
- ➁ L'idropulitrice sviluppa in uscita un getto d'acqua ad alta velocità per cui, in paragone, la velocità in ingresso risulta piccola.
- ➂ La potenza in ingresso all'idropulitrice compensa la potenza termica dispersa verso l'ambiente e gli aumenti dei flussi di entalpia, energia cinetica ed energia potenziale nel passaggio dalla sezione di ingresso alla sezione di uscita dell'acqua che attraversa il dispositivo.

### Scambiatori di calore

Si definiscono **scambiatori di calore** quei dispositivi destinati a trasferire energia sotto forma di calore tra due fluidi a differente temperatura, con le modalità già descritte nel Paragrafo 3.5.1.

Un tipo molto comune di scambiatore di calore è costituito da un contenitore entro il quale la corrente calda e la corrente fredda sono mescolate direttamente, come mostrato in Figura 5.10. Un riscaldatore d'acqua aperto costituisce un esempio di questa tipologia.



**Figura 5.10** Alcune tipologie comuni di scambiatori di calore. (a) Scambiatore di calore a contatto diretto. (b) Scambiatore di calore tubo-in-tubo controcorrente. (c) Scambiatore di calore tubo-in-tubo equicorrente. (d) Scambiatore di calore a correnti incrociate.

Un'altra tipologia comune di scambiatore di calore è quella nella quale una corrente di liquido o gas è separata da un'altra corrente di liquido o gas tramite una parete conduttrice di calore. Questi scambiatori, anche noti come recuperatori, possono assumere svariate forme. In Figura 5.10b e Figura 5.10c, sono rispettivamente rappresentate le configurazioni tubo in tubo a equicorrente e controcorrente.

Altre configurazioni comprendono gli scambiatori a correnti incrociate, quali per esempio i radiatori per auto, e i condensatori ed evaporatori a fascio tubiero e a passaggi multipli. La Figura 5.10d illustra uno scambiatore a correnti incrociate.

La sola interazione di tipo lavoro che può avvenire al contorno di un volume di controllo che racchiude uno scambiatore di calore è costituita da lavoro di introduzione o di estrazione alle sezioni di ingresso o di uscita, per cui il termine  $\dot{L}_{vc}$  nel bilancio energetico è pari a zero. Nonostante che la potenza termica trasferita da una corrente fluida all'altra possa anche essere molto elevata, lo scambio termico tra la superficie esterna dello scambiatore e l'ambiente è di solito tanto modesto da potersi ritenere trascurabile. Molto spesso, oltre, i termini di variazione dell'energia cinetica e potenziale tra le sezioni di ingresso e di uscita dei dispositivi possono essere trascurati. Per una discussione più approfondita degli scambiatori di calore si veda il Paragrafo 17.5.

Il prossimo esempio illustra l'applicazione dei bilanci di massa e di energia a un condensatore in condizioni di funzionamento stazionario. I condensatori sono comunemente collegati nelle centrali elettriche e nei sistemi di refrigerazione.

### Condensatore di una centrale elettrica

### ESEMPIO 5.7

Del vapore d'acqua entra nel condensatore del ciclo a vapore di una centrale elettrica a 0.1 bar con titolo 0.95; l'acqua condensata fuoriesce a 0.1 bar e a 45 °C. L'acqua di refrigerazione entra nel condensatore, a correnti separate, allo stato liquido a 20 °C ed esce, ancora allo stato liquido, a 35 °C senza alcun cambiamento di pressione. Il trasferimento di calore all'esterno del condensatore e le variazioni di energia cinetica e potenziale delle correnti d'acqua possono essere trascurati. In regime stazionario determinare:

- il rapporto fra portata massica di acqua refrigerante e portata massica della corrente che condensa;

- (b) l'energia trasferita dal vapore che condensa all'acqua refrigerante, in kJ per kg di vapore che passa attraverso il condensatore.

### Soluzione

**Elementi noti** Del vapor d'acqua condensa in regime stazionario interagendo con un flusso separato di acqua allo stato liquido.

**Da determinare** Determinare il rapporto tra la portata massica di acqua refrigerante e la portata massica di vapore e l'energia per unità di massa trasferita dal vapore all'acqua refrigerante.

### Schema e dati forniti

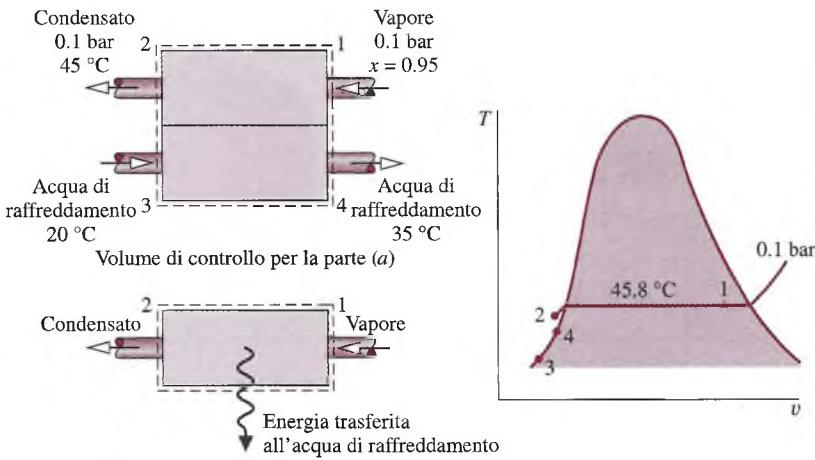


Figura E5.7

### Presupposti

- Entrambi i volumi di controllo mostrati in figura si trovano in stato stazionario.
- Non vi è apprezzabile trasferimento di calore tra il condensatore e l'ambiente circostante e  $\dot{L}_{vc} = 0$ .
- Le variazioni di energia cinetica e di energia potenziale delle correnti tra ingresso e uscita possono essere trascurate.
- Negli stati 2, 3 e 4 si assume  $h \approx h_l(T)$  (Equazione 4.14).

**Analisi** Le correnti di vapore e di acqua refrigerante non si mescolano, per cui, per ciascuno dei flussi, il bilancio di portata massica in forma stazionaria si riduce a

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \quad \text{e} \quad \dot{m}_3 = \dot{m}_4$$

- a) Il rapporto tra la portata massica dell'acqua di raffreddamento e la portata massica del vapore che condensa,  $\dot{m}_3/\dot{m}_1$ , può essere ricavato a partire dalla forma stazionaria del bilancio energetico applicata all'intero condensatore, come segue:

$$0 = \underline{\dot{Q}_{vc}} - \underline{\dot{L}_{vc}} + \dot{m}_1 \left( h_1 + \frac{w_1^2}{2} + \underline{gz_1} \right) + \dot{m}_3 \left( h_3 + \frac{w_3^2}{2} + \underline{gz_3} \right) - \dot{m}_2 \left( h_2 + \frac{w_2^2}{2} + \underline{gz_2} \right) - \dot{m}_4 \left( h_4 + \frac{w_4^2}{2} + \underline{gz_4} \right)$$

I termini sottolineati si annullano in forza delle ipotesi 2 e 3. Con queste semplificazioni, assieme alle precedenti relazioni per la portata massica, il bilancio energetico si riduce a

$$0 = \dot{m}_1(h_1 - h_2) + \dot{m}_3(h_3 - h_4)$$

Risolvendo si ha

$$\frac{\dot{m}_3}{\dot{m}_1} = \frac{h_1 - h_2}{h_4 - h_3}$$

Si può determinare l'entalpia specifica  $h_1$  utilizzando il titolo dato e i valori della Tabella T-3, dalla quale a 0.1 bar si ricava  $h_1 = 191.83$  kJ/kg e  $h_v = 2584.7$  kJ/kg, per cui

$$h_1 = 191.83 + 0.95(2584.7 - 191.83) = 2465.1 \text{ kJ/kg}$$

Applicando l'ipotesi 4, l'entalpia specifica nel punto 2 è data da  $h_2 \approx h_l(T_2) = 188.45$  kJ/kg, analogamente,  $h_3 \approx h_e(T_3)$  e  $h_4 \approx h_l(T_4)$ , e quindi si ottiene  $h_4 - h_3 = 62.7$  kJ/kg. Quindi

$$\frac{\dot{m}_3}{\dot{m}_1} = \frac{2465.1 - 188.45}{62.7} = 36.3$$

b) Per un volume di controllo che racchiuda solamente la corrente di vapore del condensatore, il bilancio di energia in regime stazionario è

$$0 = \dot{Q}_{vc} - \underline{\dot{L}_{vc}} + \dot{m}_1 \left( h_1 + \frac{w_1^2}{2} + gz_1 \right) - \dot{m}_2 \left( h_2 + \frac{w_2^2}{2} + gz_2 \right)$$

I termini sottolineati possono essere eliminati tenendo conto delle ipotesi 2 e 3. Combinando questa equazione con  $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$ , si ottiene la seguente espressione per il flusso termico scambiato tra il vapore che condensa e l'acqua di raffreddamento:

$$\dot{Q}_{vc} = \dot{m}_1(h_2 - h_1)$$

Dividendo per la portata massica del vapore e sostituendo i valori si ha:

$$\frac{\dot{Q}_{vc}}{\dot{m}_1} = h_2 - h_1 = 188.45 - 2465.1 = -2276.7 \text{ kJ/kg}$$

ove il segno negativo indica che l'energia si è trasferita *dal* vapore che condensa *all'*acqua di raffreddamento.

1 A seconda della scelta del contorno del volume di controllo, si ottengono espressioni diverse del bilancio energetico. Nella versione (a) entrambi i flussi sono inclusi nel volume di controllo e il trasferimento di energia tra di essi avviene all'interno e non attraverso il contorno del volume di controllo; pertanto il termine  $\dot{Q}_{cv}$  viene eliminato dal bilancio energetico. Con il volume di controllo nella versione (b), invece, il termine  $\dot{Q}_{cv}$  deve essere incluso.

All'interno dei componenti elettronici è necessario evitare temperature troppo elevate, e si ottiene utilizzando opportune tecniche di raffreddamento, come illustrato nel prossimo esempio.

### Controllo termico di componenti elettronici

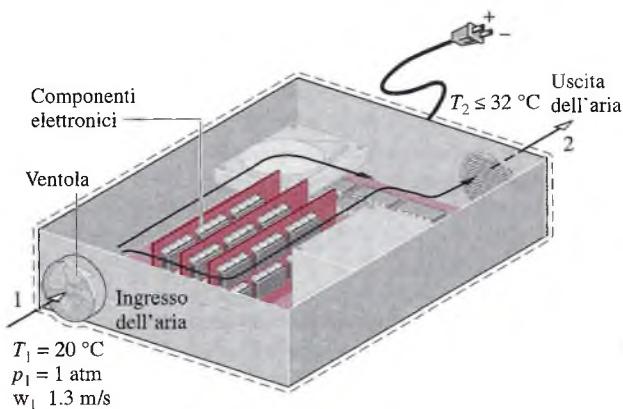
### ESEMPIO 5.8

I componenti elettronici di un computer sono raffreddati mediante un flusso d'aria prodotto da un ventilatore integrato nel dispositivo. L'aria, in condizioni stazionarie, entra a  $20^\circ\text{C}$  e a 1 atm. Per ragioni di controllo della rumorosità, la velocità dell'aria in ingresso non deve superare 1.3 m/s, mentre, per controllare la temperatura massima dei componenti elettronici, la temperatura dell'aria in uscita non deve superare i  $32^\circ\text{C}$ . I componenti elettronici e il ventilatore assorbono rispettivamente 80W e 18W di potenza elettrica. Determinare, in cm, il diametro del più piccolo ventilatore in ingresso, per il quale sono rispettati i limiti sulla velocità dell'aria entrante e sulla temperatura dell'aria in uscita.

**Soluzione**

**Elementi noti** I componenti elettronici di un computer sono raffreddati da un flusso di aria prodotto da un ventilatore generalmente montato sullo chassis del computer. Le condizioni dell'aria all'ingresso e all'uscita e l'energia elettrica assorbita dai componenti elettronici e dal ventilatore sono note.

**Da determinare** Determinare il diametro del più piccolo ventilatore da inserire all'ingresso del circuito.

**Schema e dati forniti****Figura E5.8****Presupposti**

1. Il volume di controllo mostrato in figura è in stato stazionario.
2. Il trasferimento di calore dalla superficie *esterna* del circuito elettronico all'ambiente circostante è trascurabile, perciò  $\dot{Q}_{vc} = 0$ .
3. Le variazioni di energia cinetica e potenziale possono essere ignorate.
2. L'aria è considerata come gas ideale con  $c_p = 1.005 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$ .

**Analisi** L'area della sezione di ingresso  $A_1$  può essere determinata a partire dalla portata massica  $\dot{m}$  e dall'Equazione 5.3a, che può essere risistemata e fornisce

$$A_1 = \frac{\dot{m}v_1}{w_1}$$

Si può ora calcolare la portata massica mediante il bilancio energetico stazionario

$$0 = \underline{\dot{Q}_{vc}} - \dot{L}_{vc} + \dot{m} \left[ (h_1 - h_2) + \left( \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} \right) + g(z_1 - z_2) \right]$$

I termini sottolineati possono essere eliminati in virtù delle ipotesi 2 e 3, per cui rimane

$$0 = -\dot{L}_{vc} + \dot{m}(h_1 - h_2)$$

dove  $\dot{L}_{vc}$  tiene conto della potenza elettrica *totale* fornita ai componenti elettronici e al ventilatore:  $\dot{L}_{vc} = (-80 \text{ W}) + (-18 \text{ W}) = -98 \text{ W}$ . Risolvendo rispetto a  $\dot{m}$ , e usando l'ipotesi 4 con l'Equazione 4.49 per determinare  $(h_1 - h_2)$  si ha

$$\dot{m} = \frac{(-\dot{L}_{vc})}{c_p(T_2 - T_1)}$$

Introducendo questo termine nell'espressione di  $A_1$  e applicando il modello di gas ideale per determinare il volume specifico  $v_1$  si ottiene

$$A_1 = \frac{1}{w_1} \left[ \frac{(-\dot{L}_{vc})}{c_p(T_2 - T_1)} \right] \left( \frac{RT_1}{p_1} \right)$$

Da questa espressione si osserva che  $A_1$  cresce quando  $w_1$  e/o  $T_2$  diminuiscono. Di conseguenza, poiché  $w_1 \leq 1.3 \text{ m/s}$  e  $T_2 \leq 305 \text{ K}$  ( $32^\circ\text{C}$ ), l'area di ingresso deve soddisfare la condizione

$$A_1 \geq \frac{1}{1.3 \text{ m/s}} \left[ \frac{98 \text{ L}}{\left( \frac{1.005 \text{ kJ}}{\text{kg K}} \right) (305 - 293) \text{ K}} \left| \frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ J}} \right| \left| \frac{1 \text{ J/s}}{1 \text{ L}} \right| \right] \left( \frac{\left( \frac{8314 \text{ N m}}{28.97 \text{ kg K}} \right) 293 \text{ K}}{1.01325 \times 10^5 \text{ N/m}^2} \right)$$

$$\geq 0.005 \text{ m}^2$$

Quindi, poiché  $A_1 = \pi D_1^2/4$

$$D_1 \geq \sqrt{\frac{(4)(0.005 \text{ m}^2)}{\pi}} = 0.08 \text{ m} \left| \frac{10^2 \text{ cm}}{1 \text{ m}} \right|$$

$$D_1 \geq 8 \text{ cm}$$

Per queste particolari condizioni, il più piccolo diametro del ventilatore ammissibile è di 8 cm.

- ① L'aria di raffreddamento solitamente entra ed esce dai box elettronici a velocità relativamente basse e perciò gli effetti dell'energia cinetica sono trascurabili.
- ② Dato che la temperatura dell'aria aumenta di non più di  $12^\circ\text{C}$ , il calore specifico  $c_p$  è quasi costante (Tabella T-10).

## Organì di laminazione

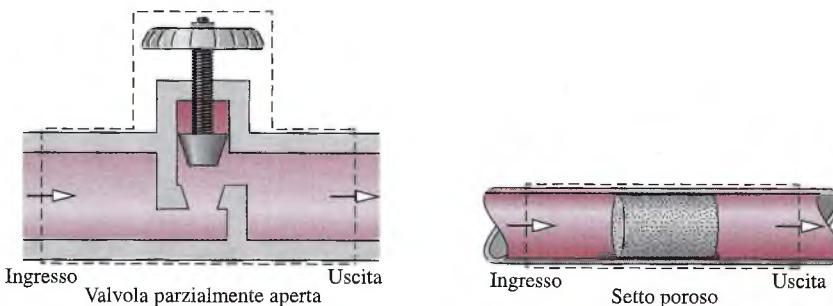
Si può ottenere una riduzione significativa della pressione semplicemente introducendo un forte restringimento di sezione in un tubo attraverso cui scorre un gas o un liquido. Comunemente ciò viene fatto utilizzando una valvola di strozzamento parzialmente aperta o un tampone poroso, come illustrato nella Figura 5.11.

Per un volume di controllo che racchiuda un dispositivo di questo tipo, i bilanci stazionari di massa e di energia si riducono a

$$0 = \dot{m}_1 - \dot{m}_2$$

$$0 = \dot{Q}_{vc} - \dot{L}_{vc}^0 + \dot{m}_1 \left( h_1 + \frac{w_1^2}{2} + gz_1 \right) - \dot{m}_2 \left( h_2 + \frac{w_2^2}{2} + gz_2 \right)$$

Solitamente non si ha uno scambio significativo di energia con l'ambiente circostante e la variazione di energia potenziale tra entrata e uscita è trascurabile. Con queste ulteriori ipotesi le due equazioni si possono combinare per ottenere



**Figura 5.11** Esempi di dispositivi di laminazione.

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2}$$

Sebbene le velocità in prossimità del restringimento di sezione possano essere relativamente elevate, se si eseguono misure di velocità sufficientemente a monte e a valle dell'area ridotta, nella maggior parte dei casi, si rileva che la variazione di energia cinetica del gas o del liquido fra le due stazioni di misura può essere trascurata. Con questa ulteriore semplificazione, l'equazione precedente si riduce a

$$h_1 = h_2 \quad (5.13)$$

Quando il flusso attraverso una valvola o altro restringimento è idealizzato in questo modo, il processo è detto **processo di laminazione**.

Un'applicazione tipica del processo di laminazione si ha nei sistemi di refrigerazione a compressione di vapore, dove si usa una valvola per ridurre la pressione del refrigerante dalla pressione in uscita al condensatore alla pressione presente all'evaporatore. Si analizzerà tale fenomeno nel Capitolo 8. Un'altra applicazione del processo di laminazione si ha nel **calorimetro a strozzamento**, un dispositivo per la determinazione del titolo di una miscela bifase liquido-vapore; l'esempio seguente analizza il calorimetro a strozzamento.

### ESEMPIO 5.9

### Misura del titolo del vapore

Un condotto di alimentazione trasporta una portata di  $300 \text{ lbf/in}^2$  di una miscela bifase liquido-vapore. Una piccola frazione del flusso viene deviata in un calorimetro a strozzamento e scaricata nell'atmosfera a  $14.7 \text{ lbf/in}^2$ . La temperatura del vapore di scarico misurata è  $250^\circ\text{F}$ . Determinare il titolo del vapore nel condotto di alimentazione.

#### Soluzione

**Elementi noti** Del vapore che scorre in un condotto di alimentazione viene deviato in un calorimetro a strozzamento e scaricato in atmosfera.

**Da determinare** Determinare il titolo del vapore nel condotto di alimentazione.

#### Schema e dati forniti

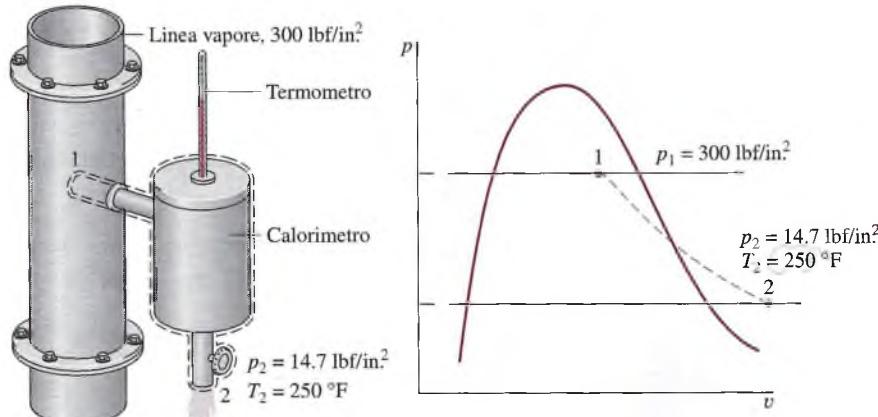


Figura E5.9

#### Presupposti

- Il volume di controllo illustrato nella Figura E5.9 è in stato stazionario.
- Il vapore deviato subisce un processo di laminazione.

**Analisi** In un processo di laminazione, il bilancio di energia e di massa si riducono semplicemente a  $h_2 = h_1$  come espresso dall'Equazione 5.13. Pertanto, fissato lo stato 2, l'entalpia specifica del flusso di alimentazione è nota, e anche lo stato 1 è fissato poiché sono noti i valori di  $p_1$  e  $h_1$ .

Come indicato sul diagramma  $p$ - $v$ , lo stato 1 si trova nella regione bifase liquido-vapore mentre lo stato 2 è nella regione del vapore surriscaldato. Quindi

$$h_2 = h_1 = h_{l1} + x_l(h_{v1} - h_{l1})$$

Risolvendo rispetto a  $x_l$ :

$$x_l = \frac{h_2 - h_{l1}}{h_{v1} - h_{l1}}$$

Dalla Tabella T-3E a 300 lbf/in<sup>2</sup> si ha  $h_{l1} = 394.1$  Btu/lb e  $h_{v1} = 1203.9$  Btu/lb, mentre dalla Tabella T-4E a 14.7 lbf/in<sup>2</sup> e 250 °F,  $h_2 = 1168.8$  Btu/lb. Sostituendo i valori nell'espressione di cui sopra, il titolo della miscela bifase risulta essere  $x_l = 0.957$  (95.7%).

- 1 Nei calorimetri a strozzamento che scaricano in atmosfera, è necessario che il titolo della corrente sia superiore a circa il 94% al fine di garantire che il vapore uscente dal calorimetro sia sufficientemente surriscaldato.

## Integrazione di sistemi

Sin qui si sono studiati alcuni dei componenti che più comunemente si incontrano nella pratica. Tali componenti spesso si trovano in combinazione tra loro a costituire un sistema complesso. Gli ingegneri si trovano spesso a dover combinare componenti diversi per ottenere obiettivi specifici, nel rispetto dei vincoli progettuali imposti, quali, per esempio, la minimizzazione dei costi. Questa importante attività ingegneristica prende il nome di *integrazione dei sistemi*.

Molti lettori hanno già familiarità con un sistema integrato di particolare successo: il semplice apparato motore mostrato in Figura 5.12. Tale sistema consiste di quattro componenti in serie: una turbina cui è accoppiato il generatore elettrico, un condensatore, una pompa e una caldaia. Gli apparati motore saranno analizzati in dettaglio in successive sezioni del testo. L'esempio che segue ne fornisce un'illustrazione addizionale, ma esempi assai più numerosi saranno forniti più avanti nella trattazione e nei problemi a fine capitolo.

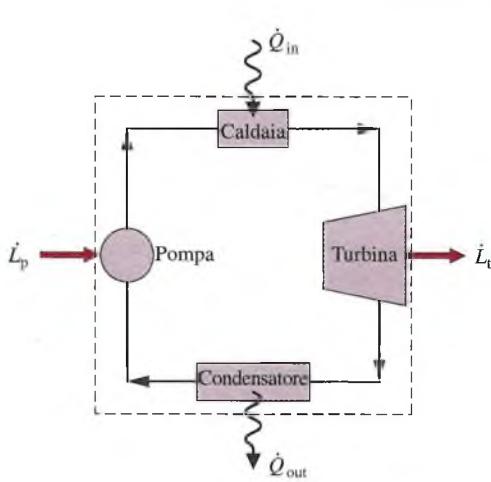


Figura 5.12 Impianto a vapore di potenza, schema elementare.

**ESEMPIO 5.10****Sistema di recupero del calore di scarto**

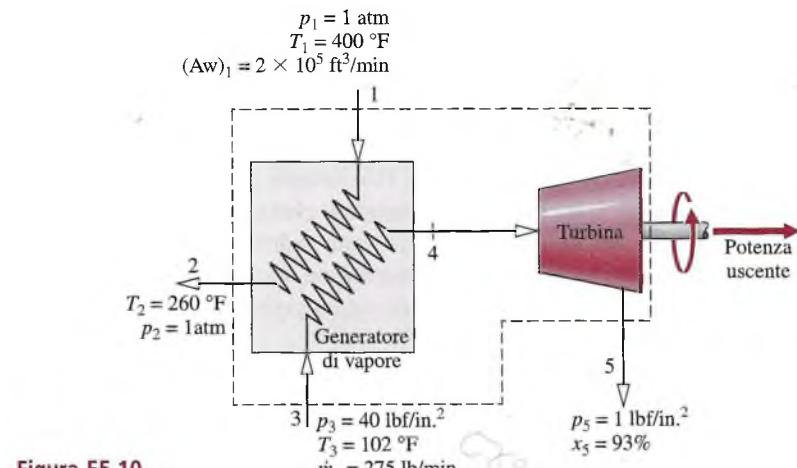
Un processo industriale produce  $2 \times 10^5 \text{ ft}^3/\text{min}$  di gas derivati da un processo di combustione che si svolge a  $400^\circ\text{F}$  e 1 atm. Come mostrato nella Figura E5.10, il sistema proposto per utilizzare l'energia contenuta nei prodotti della combustione combina un generatore di vapore a recupero termico con una turbina. In condizioni stazionarie, dal generatore di vapore escono i prodotti di combustione a  $260^\circ\text{F}$  e 1 atm, mentre entra una corrente separata di acqua a  $40 \text{ lbf/in}^2$  e  $102^\circ\text{F}$ , con una portata massica di  $275 \text{ lb/min}$ . All'uscita dalla turbina, la pressione è di  $1 \text{ lbf/in}^2$  e il titolo è 93%. Le perdite di calore dalla superficie esterna del generatore di vapore e della turbina possono essere trascurate, così come le variazioni di energia cinetica e potenziale delle correnti. Non vi è calo significativo della pressione per l'acqua che scorre attraverso il generatore di vapore. I prodotti di combustione possono essere trattati come aria, considerata un gas ideale.

- Determinare la potenza sviluppata dalla turbina, in Btu/min.
- Determinare la temperatura di ingresso turbina, in  $^\circ\text{F}$ .
- Stimando la potenza sviluppata a 0.08 \$ per kWh, che è un prezzo tipico per l'energia elettrica, determinare il valore della potenza, in \$/anno, per 8000 ore di funzionamento annuale.

**Soluzione**

**Elementi noti** Sono forniti i dati di funzionamento di un sistema costituito da un generatore di vapore per il recupero di calore di scarto e da una turbina, operanti in stato stazionario.

**Da determinare** Si deve determinare la potenza sviluppata dalla turbina e la temperatura di ingresso in turbina. Si deve anche determinare il ricavo annuale derivante dalla vendita dell'energia elettrica prodotta dal sistema.

**Schema e dati forniti****Figura E5.10****Presupposti**

- Il volume di controllo illustrato in figura è in stato stazionario.
- La trasmissione del calore è trascurabile, così come le variazioni di energia cinetica e potenziale.
- Non vi è caduta di pressione per l'acqua che fluisce attraverso il generatore di vapore.
- I prodotti di combustione possono essere considerati come aria, assunta come gas ideale.

**Analisi** (a) La potenza sviluppata dalla turbina può essere ricavata dall'analisi del volume di controllo che racchiude sia il generatore di vapore sia la turbina. Poiché il flusso di gas e il flusso d'acqua non si mescolano, il bilancio di portata massica di ciascuna corrente si riduce, rispettivamente, a

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2, \quad \dot{m}_3 = \dot{m}_5$$

In regime stazionario il bilancio di energia è

$$0 = \dot{Q}_{vc} - \dot{L}_{vc} + \underline{\dot{m}_1 \left( h_1 + \frac{w_1^2}{2} + gz_1 \right)} + \underline{\dot{m}_3 \left( h_3 + \frac{w_3^2}{2} + gz_3 \right)} \\ - \underline{\dot{m}_2 \left( h_2 + \frac{w_2^2}{2} + gz_2 \right)} - \underline{\dot{m}_5 \left( h_5 + \frac{w_5^2}{2} + gz_5 \right)}$$

dove i termini sottolineati si annullano in virtù dell'ipotesi 2. Con queste semplificazioni, combinando con le precedenti relazioni per la portata massica, il bilancio energetico diventa

$$\dot{L}_{vc} = \dot{m}_1(h_1 - h_2) + \dot{m}_3(h_3 - h_5)$$

La portata massica  $\dot{m}_1$  può essere calcolata con i dati forniti all'ingresso 1 e con l'equazione di stato dei gas ideali

$$\dot{m}_1 = \frac{(Aw)_1}{v_1} = \frac{(Aw)_1 p_1}{(R/M)T_1} = \frac{(2 \times 10^5 \text{ ft}^3/\text{min})(14.7 \text{ lbf/in.}^2)}{\left( \frac{1545 \text{ ft lbf}}{28.97 \text{ lb} \cdot ^\circ \text{R}} \right)(860^\circ \text{R})} \left| \frac{144 \text{ in.}^2}{1 \text{ ft}^2} \right| \\ = 9230.6 \text{ lb/min}$$

Le entalpie specifiche  $h_1$  e  $h_2$  possono essere ricavate dalla Tabella T-9E: a  $860^\circ \text{R}$ ,  $h_1 = 206.46 \text{ Btu/lb}$ , e a  $720^\circ \text{R}$ ,  $h_2 = 172.39 \text{ Btu/lb}$ . Nello stato 3, l'acqua è liquida. Utilizzando l'Equazione 4.14 e la Tabella T-2E del liquido saturo, si ottiene  $h_3 = h_l(T_3) = 70 \text{ Btu/lb}$ . Lo stato 5 è caratterizzato da una miscela bifase liquido-vapore. Con i dati della Tabella T-3E e il titolo dato, si ha

$$h_5 = h_{l5} + x_5(h_{v5} - h_{l5}) \\ = 69.74 + 0.93(1036.0) = 1033.2 \text{ Btu/lb}$$

Sostituendo i valori nell'espressione per  $\dot{L}_{vc}$ :

$$\dot{L}_{vc} = \left( 9230.6 \frac{\text{lb}}{\text{min}} \right) (206.46 - 172.39) \frac{\text{Btu}}{\text{lb}} \\ + \left( 275 \frac{\text{lb}}{\text{min}} \right) (70 - 1033.2) \frac{\text{Btu}}{\text{lb}} \\ = 49610 \frac{\text{Btu}}{\text{min}}$$

**(b)** Per determinare  $T_4$ , è necessario fissare lo stato in 4. Ciò richiede due valori di proprietà indipendenti. Con l'ipotesi 3, una di queste proprietà è la pressione,  $p_4 = 40 \text{ lbf/in}^2$ . L'altra è l'entalpia specifica  $h_4$ , che può essere ricavata dal bilancio energetico per un volume di controllo che racchiude solo il generatore di vapore.

$$0 = \dot{m}_1(h_l - h_2) + \dot{m}_3(h_3 - h_4)$$

Risolvendo rispetto a  $h_4$

$$h_4 = h_3 + \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_3}(h_l - h_2) \\ = 70 \frac{\text{Btu}}{\text{lb}} + \left( \frac{9230.6 \text{ lb/min}}{275 \text{ lb/min}} \right) (206.46 - 172.39) \frac{\text{Btu}}{\text{lb}} \\ = 1213.6 \frac{\text{Btu}}{\text{lb}}$$

Interpolando in Tabella T-4E a  $p_4 = 40 \text{ lbf/in}^2$  con  $h_4$ , si ottiene  $T_4 = 354^\circ \text{F}$ .

(c) Utilizzando il risultato della parte (a), insieme ai dati economici forniti e agli opportuni fattori di conversione, il valore economico corrispondente alla potenza sviluppata in 8000 ore di funzionamento annuo è

$$\begin{aligned} \text{Valore annuale} &= \left( 49610 \frac{\text{Btu}}{\text{min}} \left| \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \right| \left| \frac{1 \text{ kW}}{3413 \text{ Btu/h}} \right| \right) \left( 8000 \frac{\text{h}}{\text{anno}} \right) \left( 0.08 \frac{\$}{\text{kW}\cdot\text{h}} \right) \\ &= 558,000 \frac{\$}{\text{anno}} \end{aligned}$$

②

- 1 In alternativa, per determinare  $h_4$  si può considerare un volume di controllo che racchiude solo la turbina: questo metodo è suggerito come esercizio.
- 2 La decisione se implementare o meno questa soluzione per utilizzare l'energia contenuta nei prodotti di combustione scaricati da un processo industriale dovrà necessariamente basarsi sui risultati di una dettagliata valutazione economica, che includa i costi di acquisto e di funzionamento del generatore di vapore, della turbina e dei dispositivi ausiliari.

## Sommario e guida allo studio

I principi di conservazione della massa e dell'energia per i volumi di controllo sono espressi dai bilanci di massa e di energia sviluppati in questo capitolo. L'attenzione è particolarmente focalizzata sui volumi di controllo in stato stazionario e con flusso monodimensionale.

L'applicazione dei bilanci di massa ed energia ai volumi di controllo in regime stazionario è stata illustrata con riferimento a ugelli, diffusori, turbine, compressori e pompe, scambiatori di calore, dispositivi di laminazione e sistemi integrati. Un aspetto fondamentale di tali applicazioni è l'elencazione esplicita e attenta delle ipotesi semplificative assunte. L'importanza di tale aspetto metodologico è stata sottolineata lungo tutto il capitolo.

La seguente checklist fornisce una guida allo studio del capitolo. Al termine dello studio e dello svolgimento degli esercizi a fine capitolo, il lettore deve essere in grado di

- interpretare il significato dei termini chiave evidenziati nel testo;
- elencare le ipotesi di modellizzazione tipiche per ugelli, diffusori, turbine, compressori e pompe, scambiatori di calore e dispositivi di laminazione;
- applicare le Equazioni 5.3a, 5.4, 5.10a e 5.11b ai volumi di controllo in regime stazionario, utilizzando le opportune ipotesi e i valori delle proprietà necessari per ciascun caso.

## Esercizi

### Conservazione della massa per volumi di controllo in regime stazionario

- 5.1** Dell'aria entra in un volume di controllo a un solo ingresso a 10 bar, 400 K e 20 m/s attraverso una sezione con area di 20 cm<sup>2</sup>. All'uscita, la pressione è di 6 bar, la temperatura è 345.7 K e la velocità è di 330.2 m/s. Sapendo che l'aria si comporta come gas ideale e considerando il sistema in regime stazionario, determinare:

- (a) la portata massica, in kg/s;  
(b) l'area della sezione di uscita, in cm<sup>2</sup>.

- 5.2** Dell'aria entra in un ventilatore del diametro di 0.6 m a 16 °C e 101 kPa, uscendo a 18 °C e 105 kPa, con una portata volumetrica di 0.35 m<sup>3</sup>/s. Supponendo che il comportamento del gas sia ideale, determinare, in regime stazionario:

(a) la portata massica d'aria, in kg/s;

(b) la portata volumetrica di aria all'ingresso, in m<sup>3</sup>/s;

(c) la velocità all'ingresso e all'uscita, in m/s.

- 5.3** Del refrigerante R22 entra nel condensatore di un sistema di raffreddamento che opera in condizioni stazionarie a 12 bar e 50 °C, attraverso un tubo avente diametro 2.5 cm. All'uscita la pressione è di 12 bar, la temperatura di 28 °C e la velocità di 2.5 m/s. La portata massica del refrigerante è 5 kg/min. Determinare:

(a) la velocità all'ingresso, in m/s.

(b) il diametro del tubo all'uscita, in cm.

- 5.4** Del vapore a 120 bar e 520 °C entra in un volume di controllo che opera in stato stazionario con una portata volumetrica di 460 m<sup>3</sup>/min. Il ventidue per cento dell'intera portata massica esce a 10 bar e 220 °C, con una velocità di 20 m/s. La frazione di portata rimasta

- nente esce in un'altra posizione con pressione di 0.06 bar, titolo 86.2%, e velocità di 500 m/s. Determinare il diametro di ciascun canale di uscita, in m.
- 5.5** Dell'ammoniaca entra in un volume di controllo operante in regime stazionario a  $p_1 = 14$  bar e  $T_1 = 28^\circ\text{C}$ , con una portata massica di 0.5 kg/s. Lascia il volume di controllo da un'uscita allo stato di vapore saturo a 4 bar, con portata volumetrica pari a  $1.036 \text{ m}^3/\text{min}$  e, da una seconda uscita, come liquido saturo a 4 bar. Determinare:
- il minimo diametro del tubo di ingresso, in cm, tale che la velocità dell'ammoniaca non superi i 20 m/s;
  - la portata volumetrica in corrispondenza della seconda uscita, in  $\text{m}^3/\text{min}$ .
- Analisi energetica di volumi di controllo in regime stazionario**
- 5.6** Del vapore entra in un ugello operante in regime stazionario a 30 bar e  $320^\circ\text{C}$ , con una velocità di 100 m/s. La pressione e la temperatura di uscita sono rispettivamente pari a 10 bar e  $200^\circ\text{C}$ , mentre la portata massica è di 2 kg/s. Trascurando il trasferimento di calore e l'energia potenziale, determinare:
- la velocità di uscita, in m/s;
  - le aree delle sezioni di ingresso e di uscita, in  $\text{cm}^2$ .
- 5.7** Del gas metano ( $\text{CH}_4$ ) entra in un ugello orizzontale ben isolato che opera in condizioni stazionarie a  $80^\circ\text{C}$  e con velocità di 10 m/s. Supponendo che il metano si comporti come gas ideale, determinare la temperatura del gas all'uscita dell'ugello, in  $^\circ\text{C}$ , sapendo che la velocità di uscita è di 550 m/s.
- 5.8** Dell'aria entra in un diffusore termicamente isolato operante in regime stazionario con una pressione di 1 bar, una temperatura di  $57^\circ\text{C}$  e una velocità di 200 m/s. All'uscita, la pressione è 1.13 bar e la temperatura è di  $69^\circ\text{C}$ . Il contributo dell'energia potenziale può essere trascurato. Utilizzando il modello di gas ideale con calore specifico  $c_p$  costante valutato alla temperatura di ingresso, determinare:
- il rapporto tra l'area della sezione di uscita e quella di ingresso;
  - la velocità di uscita, in m/s.
- 5.9** Il condotto di aspirazione di un motore a reazione forma un diffusore che decelera l'aria entrante fino a velocità nulla rispetto al motore, prima che l'aria stessa entri nel compressore. Si consideri un jet che vola a 1000 km/h in una zona in cui la pressione atmosferica locale è pari a 0.6 bar e la temperatura dell'aria è di  $8^\circ\text{C}$ . Supponendo che il comportamento del gas sia ideale e trascurando il trasferimento di calore e gli effetti dell'energia potenziale, determinare la temperatura, in  $^\circ\text{C}$ , dell'aria che entra nel compressore.
- 5.10** Dell'aria si espande attraverso una turbina da 10 bar e 900 K fino a 1 bar e 500 K. La velocità di ingresso è piccola rispetto alla velocità di uscita che è pari a 100 m/s. La turbina opera in regime stazionario e sviluppa una potenza di 3200 kW. Il trasferimento di ca-

- lore tra la turbina e l'ambiente circostante e gli effetti dell'energia potenziale sono trascurabili. Calcolare la portata in massa dell'aria, in kg/s, e l'area della sezione di uscita, in  $\text{m}^2$ .
- 5.11** Una turbina ben isolata termicamente e operante in regime stazionario sviluppa 10 MW di potenza da una portata massica di vapore di 20 kg/s. Il vapore entra a  $320^\circ\text{C}$  con una velocità di 25 m/s ed esce allo stato di vapore saturo a 0.06 bar con una velocità di 90 m/s. Trascurando il contributo dell'energia potenziale, determinare la pressione di ingresso, in bar.
- 5.12** Del vapore entra con velocità trascurabile in una turbina ben isolata termicamente e operante in condizioni stazionarie a 4 MPa e  $320^\circ\text{C}$ . Il vapore si espande fino alla pressione di uscita di 0.07 MPa, assumendo la velocità di 90 m/s. Il diametro della sezione di uscita è di 0.6 m. Trascurando l'energia potenziale, tracciare l'andamento della potenza prodotta dalla turbina, in kW, rispetto al titolo del vapore nell'intervallo tra 0.9 e 1.0.
- 5.13** La sezione di immissione di una turbina idraulica installata in una diga per la difesa fluviale è situata a una quota superiore di 10 m rispetto alla sezione di uscita della turbina stessa. L'acqua entra a  $20^\circ\text{C}$  con velocità trascurabile ed esce dalla turbina a 10 m/s. L'acqua passa attraverso la turbina senza significativi cambiamenti di temperatura o pressione tra l'ingresso e l'uscita e lo scambio di calore è trascurabile. L'accelerazione di gravità è costante,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ . Sapendo che la potenza in regime stazionario è di 500 kW, qual è la portata massica dell'acqua, in kg/s?
- 5.14** Una turbina ben isolata termicamente e operante in regime stazionario è rappresentata in Figura P5.14. Del vapore entra a 3 MPa e  $400^\circ\text{C}$ , con una portata volumetrica di  $85 \text{ m}^3/\text{min}$ . Parte del vapore viene estratto dalla turbina a una pressione di 0.5 MPa e a una temperatura di  $180^\circ\text{C}$ . Il resto si espande a una pressione di 6 kPa e con titolo del 90%. La potenza totale sviluppata dalla turbina è 11400 kW. Gli effetti dell'energia cinetica e potenziale possono essere trascurati. Determinare:
- la portata massica del vapore a ciascuna delle due uscite, in kg/h;
  - il diametro, in m, della condotta attraverso cui il vapore viene estratto, sapendo che la velocità è di 20 m/s.

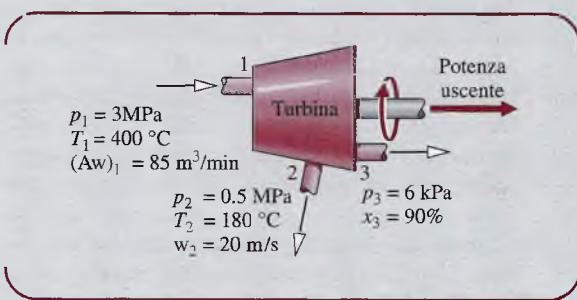


Figura P5.14

- 5.15** Una portata massica di 4 kg/s di aria viene compressa in condizioni stazionarie da 1 bar e 300 K fino a 6 bar. Ciascuna unità di massa che passa dall'ingresso all'uscita subisce una trasformazione descritta dall'equazione  $pv^{1.27} = \text{costante}$ . Durante il processo vengono ceduti all'acqua presente nella camicia di raffreddamento che avvolge il compressore 46.95 kJ di calore per kg di aria circolante nella macchina. Trascurando i contributi di energia cinetica e potenziale, calcolare la potenza entrante nel compressore, in kW.
- 5.16** Un compressore opera in regime stazionario con refrigerante 134a come fluido di lavoro. Questo entra a 0.2 MPa e 0 °C, con una portata volumetrica di 0.6 m<sup>3</sup>/min. I diametri dei tubi di aspirazione e di uscita sono 3 e 1.5 cm, rispettivamente. All'uscita, la pressione è 1.0 MPa e la temperatura è di 50 °C. Sapendo che la potenza termica scambiata nell'unità di tempo dal compressore verso l'ambiente è pari al 5% della potenza meccanica fornita al compressore, determinare tale la potenza fornita, espressa in kW.
- 5.17** Del refrigerante R22 entra nel compressore di un condizionatore a 6 bar e 10 °C e viene compresso, in regime stazionario, fino a 14 bar e 45 °C. La portata volumetrica del refrigerante all'ingresso vale 2.05 m<sup>3</sup>/min e la potenza meccanica fornita al compressore è pari a 20.7 kJ per kg di refrigerante circolante. Trascurando gli effetti dell'energia cinetica e potenziale, determinare la potenza termica trasferita, in kW.
- 5.18** Un compressore operante in regime stazionario compone 45 kg/min di gas metano ( $\text{CH}_4$ ) da 1 bar, 25 °C e 15 m/s, a 2 bar e 90 m/s, con uno scambio di calore trascurabile. La potenza meccanica fornita al compressore è di 110 kW. Trascurando i termini di energia potenziale, determinare, nell'ipotesi di gas ideale, la temperatura del gas all'uscita, in K.
- 5.19** Del refrigerante 134a è compresso in regime stazionario da 2.4 bar e 0 °C fino a 12 bar e 50 °C. Il refrigerante entra nel compressore con una portata volumetrica di 0.38 m<sup>3</sup>/min; la potenza del compressore è di 2.6 kW. L'acqua di raffreddamento, che circola entro una camicia d'acqua che avvolge il compressore, subisce tra ingresso e uscita un aumento di temperatura di 4 °C, con una variazione di pressione trascurabile. Possono essere trascurati sia il calore trasmesso dall'esterno all'acqua di raffreddamento che tutti gli effetti di energia cinetica e potenziale. Determinare la portata massica di acqua di raffreddamento, in kg/s.
- 5.20** Una pompa fornisce costantemente acqua attraverso un tubo che termina in un ugello. L'uscita dell'ugello ha un diametro di 0.6 centimetri ed è situata 10 m al di sopra dell'ingresso del tubo della pompa, che ha un diametro di 1.2 cm. La pressione è pari a 1 bar, sia a livello dell'ingresso che dell'uscita, e la temperatura rimane costante a 20 °C. La potenza richiesta dalla pompa è di 1.5 kW e l'accelerazione di gravità è  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ . Determinare la portata massica fornita dalla pompa, in kg/s.
- 5.21** In uno scambiatore di calore che opera in regime stazionario entra del refrigerante 134a sotto forma di vapore surriscaldato alla pressione di 10 bar e temperatura di 60 °C. Il refrigerante viene raffreddato e condensato fino allo stato di liquido saturo alla pressione di 10 bar. La portata massica del refrigerante è di 10 kg/min. Un flusso distinto di vapore entra nello scambiatore di calore a 22 °C e 1 bar e fuoriesce a 45 °C e 1 bar. Trascurando lo scambio termico dello scambiatore con l'ambiente esterno e i termini di energia cinetica e potenziale, determinare la portata massica dell'aria, in kg/min.
- 5.22** Un tubo riscaldatore a vapore è progettato per produrre una corrente di vapore saturo a 200 kPa a partire da liquido saturo entrante alla medesima pressione. In regime stazionario, la portata massica è di 0.25 kg/min. Il riscaldatore attraverso cui fluisce il vapore è in acciaio ben isolato e degli elettrodi collegati alle estremità del tubo fanno circolare corrente a 10 V. Si determini la potenza richiesta, in kW, e la corrente circolante, in A.
- 5.23** Dell'anidride carbonica viene riscaldato mentre scorre in regime stazionario attraverso un tubo di 2.5 cm di diametro. All'ingresso del tubo, la pressione è di 2 bar, la temperatura è di 300 K e la velocità è di 100 m/s. All'uscita, la pressione e la velocità sono rispettivamente di 0.9413 bar e 400 m/s. Il gas può essere considerato un gas ideale con calore specifico costante pari a  $c_p = 0.94 \text{ kJ/(kg K)}$ . Trascurando l'energia potenziale, determinare la quantità di calore trasferita all'anidride carbonica, in kW.
- 5.24** Un riscaldatore di acqua di alimentazione in un impianto a vapore opera in stato stazionario con un liquido che entra all'ingresso 1 con  $T_1 = 40^\circ\text{C}$  e  $p_1 = 7.0$  bar. Da un secondo ingresso entra vapore acqueo a  $T_2 = 200^\circ\text{C}$  e  $p_2 = 7.0$  bar, mentre dal sistema esce acqua liquida satura con una pressione  $p_3 = 7.0$  bar. Trascurando lo scambio di calore con l'ambiente circostante e gli effetti dovuti all'energia cinetica e potenziale, determinare il rapporto tra le portate di fluido entranti,  $m_1/m_2$ .
- 5.25** La serpentina di raffreddamento di un sistema di condizionamento dell'aria è costituita da uno scambiatore di calore in cui l'aria lambisce un tubo all'interno del quale scorre refrigerante R22. L'aria entra con una portata volumetrica di 40 m<sup>3</sup>/min a 27 °C e 1.1 bar ed esce a 15 °C e 1 bar. Il refrigerante entra nel tubo a 7 bar con titolo del 16% ed esce a 7 bar e 15 °C. Trascurando lo scambio termico tra scambiatore e ambiente, l'energia cinetica e potenziale, determinare, in regime stazionario:
- (a) la portata massica del refrigerante, in kg/min;
  - (b) la potenza termica trasferita, in kJ/min, dall'aria al refrigerante.
- 5.26** Come mostrato in Figura P5.26, 15 kg/s di vapore surriscaldato entrano a 30 bar e 320 °C in un desuriscaldatore, all'interno del quale sono miscelati con acqua liquida a 25 bar e temperatura  $T_2$  per produrre vapore saturo a 20 bar. Si considerino condizioni di funzionamento stazionarie e si trascurino il calore

scambiato con l'ambiente e i contributi di energia cinetica e potenziale.

- Se  $T_2 = 200^\circ\text{C}$ , determinare la portata massica del liquido  $\dot{m}_2$ , in kg/s.
- Tracciare il grafico di  $\dot{m}_2$ , in kg/s, rispetto a  $T_2$  nell'intervallo da 20 a 220 °C.

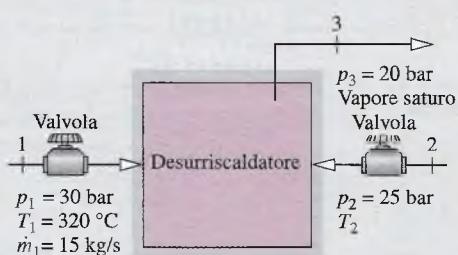


Figura P5.26

- 5.27** Un riscaldatore di acqua di alimentazione opera in regime stazionario con acqua liquida che all'ingresso 1 entra alla pressione di 7 bar e alla temperatura di 42 °C, con una portata massica di 70 kg/s. Una corrente separata di acqua entra all'ingresso 2 in condizioni di miscela bifase liquido-vapore alla pressione di 7 bar con titolo di vapore del 98%. Alla sezione 3 esce liquido saturo a 7 bar. Trascurando lo scambio termico con l'ambiente circostante e gli effetti dell'energia potenziale e cinetica, determinare la portata massica entrante all'ingresso 2, in kg/s.

- 5.28** I componenti elettronici di un computer assorbono una potenza elettrica di 0.1 kW. Per evitare il surriscaldamento, viene posizionato all'ingresso del circuito di raffreddamento dei componenti elettronici un ventilatore da 25 W. In condizioni stazionarie, l'aria entra nel ventilatore a 20 °C e a 1 bar ed esce dal circuito a 35 °C. Non vi è alcun scambio termico significativo tra la superficie esterna del sistema e l'ambiente, gli effetti dell'energia cinetica e potenziale possono essere trascurati. Determinare la portata volumetrica dell'aria in ingresso, in  $\text{m}^3/\text{s}$ .

- 5.29** Dell'acqua di raffreddamento circola attraverso un involucro che racchiude dei componenti elettronici. In condizioni stazionarie, l'acqua entra nell'intercapedine dell'involucro a 20 °C ed esce a una temperatura non superiore a 24 °C, con variazioni di pressione trascurabili. Le componenti elettroniche sono alimentate con 2.5 kW di potenza elettrica. Non ci sono significativi scambi di calore tra l'involucro e l'ambiente esterno e si possono trascurare gli effetti dell'energia cinetica e potenziale. Determinare la minima portata d'acqua, in kg/s, necessaria per rispettare il limite sulla temperatura in uscita.

- 5.30** Come mostrato in Figura P5.30, alcuni componenti elettronici montati su una piastra piana sono raffreddati da aria che lambisce la superficie superiore e da

acqua allo stato liquido che circola attraverso un tubo a U collegato alla piastra. In regime stazionario, l'acqua entra nel tubo a 20 °C con velocità di 0.4 m/s ed esce a 24 °C con una variazione di pressione trascurabile. I componenti elettronici assorbono una potenza elettrica di 0.5 kW. Si stima che la quantità di calore scambiato dalla parte superiore della piastra montata sui componenti elettronici sia di 0.08 kW. Gli effetti dell'energia cinetica e potenziale possono essere trascurati.

Determinare il diametro del tubo, in cm.

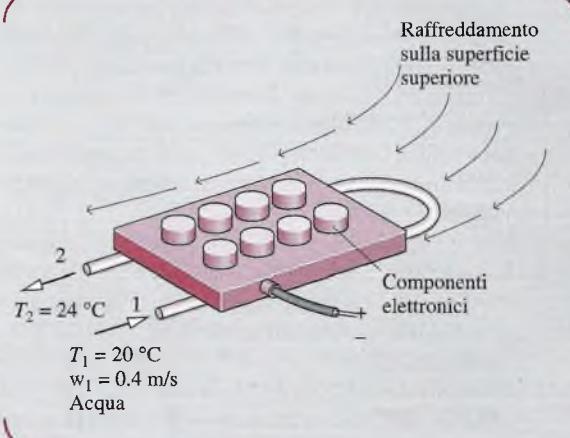


Figura P5.30

- 5.31** Alcuni componenti elettronici sono montati sulla superficie interna di un condotto cilindrico orizzontale avente diametro interno di 0.2 m, come mostrato in Figura P5.31. Per evitare il surriscaldamento dei componenti elettronici, il cilindro è raffreddato da aria che scorre al suo interno e da aria che ne lambisce la superficie esterna. L'aria entra nel condotto a 25 °C, 1 bar e con velocità di 0.3 m/s ed esce a una temperatura che non può superare i 40 °C, con variazioni di energia cinetica e di pressione trascurabili. I componenti elettronici assorbono, in condizioni stazionarie,

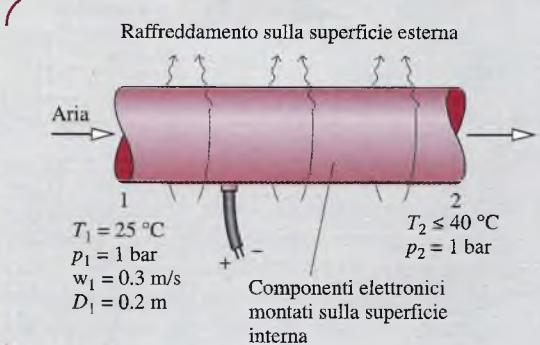


Figura P5.31

0.20 kW di potenza elettrica. Determinare la potenza termica minima dissipata dalla superficie esterna del cilindro, in kW, per cui viene rispettato il limite di temperatura dell'aria in uscita dal condotto.

- 5.32** Del refrigerante 134a entra nella valvola di espansione di un sistema di raffreddamento alla pressione di 1.2 MPa e alla temperatura di 38 °C e fuoriesce alla pressione di 0.24 MPa. Se il liquido refrigerante subisce un processo di laminazione, qual è il titolo del refrigerante in uscita dalla valvola di espansione?

- 5.33** Una grossa condotta trasporta vapore in condizioni di miscela bifase liquido-vapore a 1.0 MPa. Una piccola quantità del vapore viene fatta passare attraverso un calorimetro a strozzamento, dove subisce un processo di laminazione fino alla pressione di uscita di 0.1 MPa. Per quale intervallo di temperatura di uscita, in °C, il calorimetro può essere utilizzato per determinare il titolo del vapore nella condotta? Qual è il corrispondente intervallo di valori del titolo di vapore?

- 5.34** Una certa quantità di vapore di ammoniaca entra in una valvola a 10 bar e 40 °C ed esce a 6 bar. Sapendo che il refrigerante subisce un processo di laminazione, qual è la temperatura dell'ammoniaca all'uscita della valvola, in °C?

- 5.35** Una portata massica di 482 kg/h di refrigerante 134a entra nel separatore a flash che opera in stazionario, mostrato in Figura P5.35, a 10 bar e 36 °C. Liquido saturo e vapore saturo secco escono come correnti separate, ciascuna a 4 bar. Lo scambio termico con l'ambiente esterno e i contributi di energia cinetica e potenziale possono essere trascurati. Determinare le portate massiche dei flussi in uscita, ciascuno in kg/h.

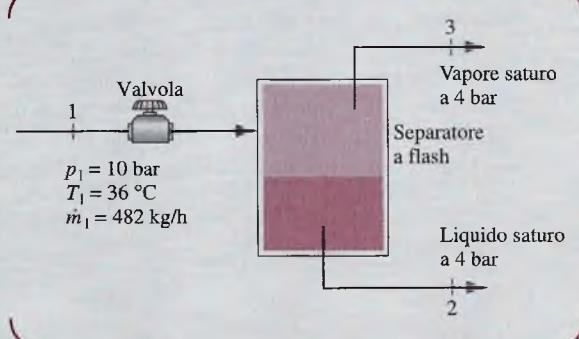


Figura P5.35

- 5.36** Dell'aria, considerata gas ideale, fluisce attraverso il complesso turbine-scambiatore di calore schematizzato in Figura P5.36, che riporta i dati per i due i flussi. Lo scambio di calore con l'esterno può essere trascurato, così come gli effetti dell'energia cinetica e potenziale. Determinare  $T_3$ , in K, e la potenza meccanica erogata dalla seconda turbina, in kW, in regime stazionario.

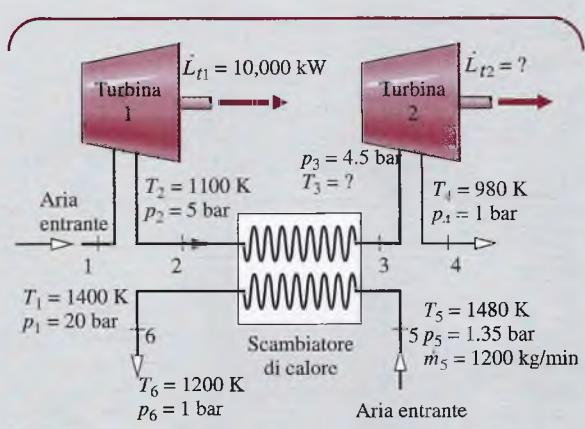


Figura P5.36

- 5.37** La Figura P5.37 mostra una pompa di calore per edilizia residenziale operante in condizioni stazionarie. Del refrigerante 134a circola attraverso i vari componenti del sistema e i valori delle proprietà, per ciascuna posizione numerata, sono riportati in figura. La portata massica del refrigerante è di 4.6 kg/min e si possono trascurare gli effetti dell'energia cinetica e potenziale. Determinare:

- (a) la potenza termica scambiata tra il compressore e l'ambiente circostante, in kJ/min;  
(b) il coefficiente di prestazione.

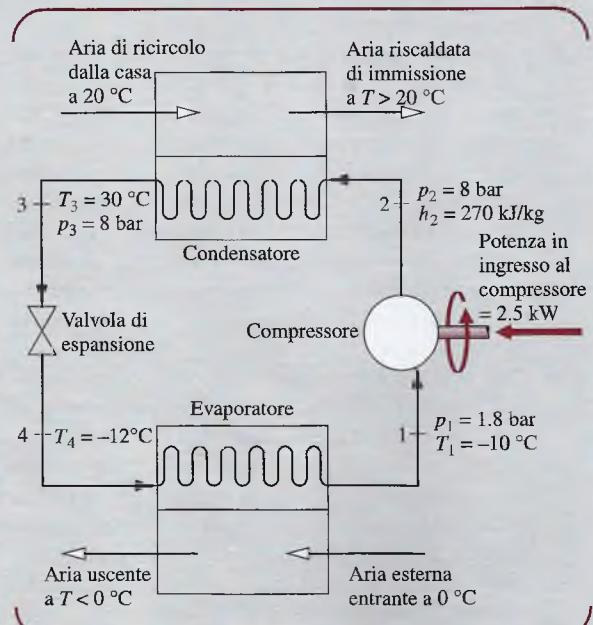


Figura P5.37

- 5.38** La Figura P5.38 mostra un semplice impianto a vapore operante in regime stazionario, con acqua circolante attraverso i vari componenti. I dati necessari so-

no riportati sulla figura e la portata massica di acqua è di 109 kg/s. Trascurando gli effetti di energia cinetica e potenziale, determinare:

- (a) il rendimento termico;
- (b) la portata massica di acqua di raffreddamento che attraversa il condensatore, in kg/s.

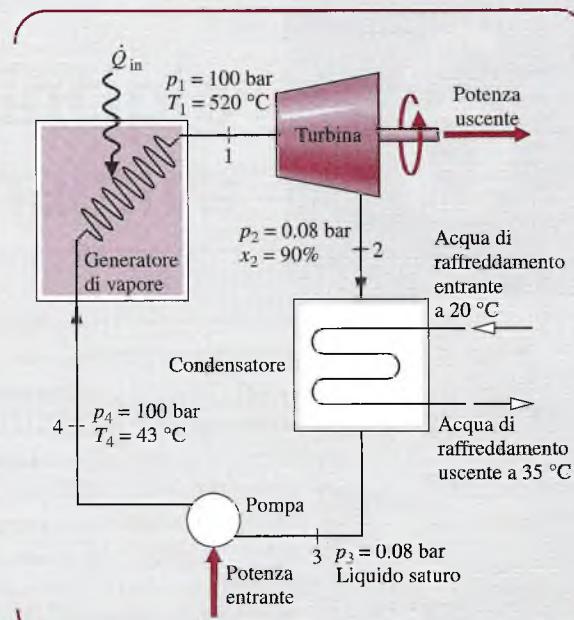


Figura P5.38

Soluzioni di alcuni esercizi e ulteriori materiali sul sito [www.ateneonline.it/moran](http://www.ateneonline.it/moran)

# 6

# Secondo principio della termodinamica

## Obiettivi del capitolo

La trattazione condotta fino a questo momento ha affrontato le analisi termodinamiche utilizzando i principi di conservazione della massa e dell'energia in combinazione con le relazioni tra proprietà. Tali concetti sono stati applicati, dal Capitolo 3 al Capitolo 5, a situazioni via via più complesse. I principi di conservazione di massa ed energia non sono però sempre sufficienti all'analisi termodinamica, che spesso richiede anche l'uso del secondo principio della termodinamica. L'obiettivo di questo capitolo è proprio quello di introdurre il secondo principio della termodinamica e una serie di suoi corollari in base ai quali, in particolare, è possibile definire il valore massimo del rendimento di un ciclo termodinamico. Questa presentazione fornisce anche la base per i successivi sviluppi del secondo principio della termodinamica trattati nel Capitolo 7.

## 6.1 Introduzione al secondo principio

Gli obiettivi di questo paragrafo sono: 1) motivare la necessità e l'utilità dell'applicazione del secondo principio e 2) introdurre i suoi enunciati, che forniranno il punto di partenza per le successive applicazioni.

### 6.1.1 Osservazioni all'origine del secondo principio

L'esperienza quotidiana mostra che i processi spontanei hanno una ben precisa direzione di sviluppo. Ciò può essere messo in evidenza considerando la Figura 6.1: l'aria, portata ad alta pressione  $p_1$  in un recipiente chiuso, fluirebbe spontaneamente verso l'ambiente circostante a pressione inferiore  $p_0$  se la valvola di interconnessione venisse aperta. Alla fine il movimento del fluido cesserebbe e tutta l'aria si troverebbe ad avere la stessa pressione dell'ambiente circostante. Sulla base dell'esperienza, è chiaro che il processo inverso non potrebbe avvenire spontaneamente anche se l'energia potesse essere conservata: l'aria non

Aria atmosferica a  $p_0$

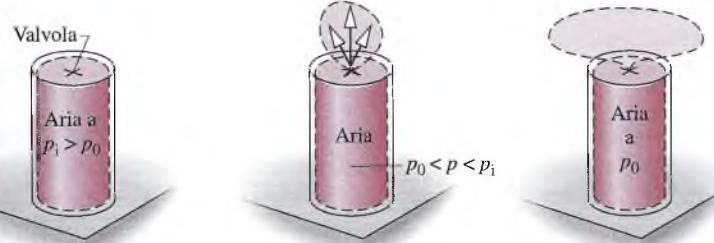


Figura 6.1 Espansione libera e raggiungimento di un equilibrio con l'ambiente esterno.

potrebbe passare spontaneamente dall'ambiente a pressione  $p_0$  al recipiente, ritornando alla pressione iniziale. Le condizioni iniziali possono essere ripristinate, ma non con un processo spontaneo; sarebbe quindi necessario un dispositivo ausiliario, per esempio un compressore, per riportare l'aria all'interno del recipiente e ristabilire le condizioni iniziali.

Questo esempio indica che non tutti i processi coerenti con il principio di conservazione dell'energia possono realmente avvenire. In generale il bilancio energetico da solo non consente né di prevedere la direzione preferenziale della trasformazione, né di prevedere se un processo può verificarsi spontaneamente oppure no. Nei casi elementari come quello appena illustrato, l'esperienza può aiutare a capire se un processo può avvenire spontaneamente. Nei casi più complessi, dove l'esperienza può essere assente o incerta, è necessario un principio guida: il secondo principio della termodinamica.

La discussione precedente indica anche che i sistemi, quando lasciati a se stessi, tendono a subire cambiamenti spontanei finché non raggiungono uno stato di equilibrio, sia al loro interno sia con l'ambiente circostante. In alcuni casi l'equilibrio viene raggiunto rapidamente, in altri lentamente. Per esempio, alcune reazioni chimiche raggiungono l'equilibrio in una frazione di secondo, mentre un cubetto di ghiaccio richiede alcuni minuti per sciogliersi e una barretta di ferro può impiegare anni per arrugginirsi completamente. Indipendentemente dal fatto che il processo sia lento o rapido, esso deve soddisfare il principio di conservazione dell'energia, che però, da solo, sarebbe insufficiente per determinare lo stato di equilibrio finale. A questo scopo è necessario introdurre un altro principio generale, costituito dal secondo principio della termodinamica.

Sfruttando il processo spontaneo mostrato in Figura 6.1, sarebbe possibile ottenere lavoro dal processo che conduce all'equilibrio di pressione; per esempio, invece di permettere all'aria di espandersi senza scopo nell'ambiente circostante a bassa pressione, il flusso potrebbe essere forzato a passare attraverso una turbina. In questo modo sarebbe possibile ottenere una quantità positiva di lavoro che non può essere ricavata da un'espansione incontrollata. Individuata questa possibilità, ci si può porre due domande.

- Qual è il lavoro massimo che si può ottenere in teoria?
- Quali sono i fattori che impediscono di ottenere il lavoro massimo?

Il fatto che ci dovrebbe essere un valore massimo è pienamente in accordo con l'esperienza: se fosse possibile ottenere lavoro in misura illimitata, non sarebbero così pressanti le preoccupazioni relative alle risorse di combustibili. È inoltre in accordo con l'esperienza l'idea che anche le migliori apparecchiature sono soggette a fenomeni, come l'attrito, che rendono impossibile realizzare il lavoro massimo teorico. La seconda legge della termodinamica fornisce i mezzi per determinare il massimo lavoro teorico e per valutare quantitativamente i fattori che impediscono di ottenerlo.

**Sommario** Le precedenti considerazioni possono essere riassunte affermando che il secondo principio e le deduzioni che ne discendono sono utili in quanto forniscono gli strumenti per:

- prevedere la direzione dei processi;
- stabilire le condizioni per l'equilibrio;
- determinare quali sono le massime prestazioni teoriche per cicli, motori e altri dispositivi;
- valutare quantitativamente i fattori che impediscono il raggiungimento del livello teorico di prestazioni;
- definire una scala di temperatura indipendente dalle proprietà delle sostanze termometriche;
- esprimere proprietà difficilmente misurabili, come  $u$  (energia interna specifica) e  $h$  (entalpia specifica) in funzione di proprietà più facilmente determinabili sperimentalmente.

Scienziati e ingegneri hanno sviluppato molte altre applicazioni e conseguenze del secondo principio della termodinamica. Esso è stato infatti utilizzato anche in economia, filosofia e altri settori molto lontani dalla termodinamica ingegneristica.

I sei punti elencati in precedenza possono essere considerati come aspetti del secondo principio della termodinamica e non come concetti indipendenti e distinti. Nondimeno, data la vastità degli argomenti, è facile comprendere perché il secondo principio non abbia un unico enunciato. Esistono in effetti molte formulazioni alternative, ma equivalenti, del secondo principio. Nel prossimo paragrafo si introducono due enunciati equivalenti del secondo principio come punto di partenza per la sua analisi e per lo studio dei fenomeni a esso connessi. Sebbene l'esatto legame tra queste due formulazioni e ciascuno dei sei punti elencati in precedenza possa essere non perfettamente chiaro a prima vista, è importante sottolineare che le affermazioni in elenco sono tutte deducibili dai due enunciati e dai loro corollari. È inoltre opportuno aggiungere che in tutti i casi in cui una conseguenza del secondo principio è stata direttamente o indirettamente verificata per via sperimentale, se ne è immancabilmente ottenuta una conferma. Di conseguenza, il fondamento del secondo principio della termodinamica, come per tutte le altre leggi della fisica, è l'evidenza sperimentale.

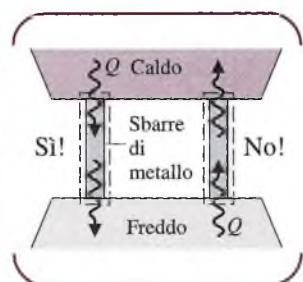
### 6.1.2 Enunciati del secondo principio

Tra i numerosi enunciati alternativi del secondo principio, due sono spesso usati nella termodinamica di interesse ingegneristico: gli enunciati detti di Clausius e di Kelvin-Planck. Questo paragrafo si propone di introdurre i due enunciati. La loro equivalenza può essere dimostrata provando che la violazione dell'uno dei due enunciati implica la violazione dell'altro.

#### Enunciato di Clausius

L'**enunciato di Clausius** del secondo principio della termodinamica afferma che *per qualsiasi sistema è impossibile operare in modo tale che l'unico effetto sia il trasferimento di calore da un corpo più freddo a uno più caldo.*

L'enunciato secondo Clausius non preclude la possibilità di trasferire calore da un corpo più freddo a uno più caldo, e infatti questo è esattamente ciò che fanno i frigoriferi e le pompe di calore. Infatti, come suggerisce l'enunciato con l'espressione "unico effetto", quando del calore viene trasferito da un corpo più freddo a uno più caldo, deve essere presente qualche altro effetto, rilevabile all'interno del sistema termodinamico che svolge la trasformazione o nell'ambiente circostante, o in entrambi. Se un sistema compie un ciclo termodinamico, il suo stato iniziale viene ripristinato alla fine di ogni ciclo, quindi questi altri effetti vanno ricercati nell'ambiente esterno.

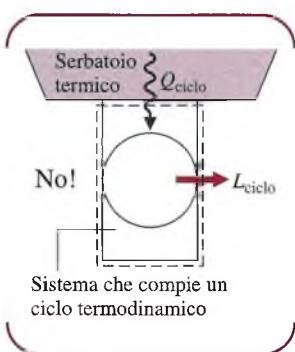


**Per esempio...** Il raffreddamento del cibo è compiuto da sistemi frigoriferi, azionati da motori elettrici, che richiedono lavoro estratto dall'ambiente circostante. L'enunciato di Clausius afferma che è impossibile realizzare un ciclo frigorifero che operi senza assorbimento di lavoro. ■

#### Enunciato di Kelvin-Planck

Prima di illustrare l'enunciato di Kelvin-Planck è necessario introdurre il concetto di **sorgente termica**. Una sorgente termica, o più semplicemente una sorgente, è un sistema che ha la particolarità di mantenere sempre costante la propria temperatura, anche se al sistema viene sottratta o fornita energia mediante scambio di calore. La sorgente è ovviamente un'idealizzazione, ma è ben approssimata da alcuni sistemi come l'atmosfera terrestre, i grandi bacini d'acqua (laghi e oceani), un grande blocco di rame e così via. Le proprietà estensive di una sorgente termica, per esempio l'energia interna, possono cambiare durante l'interazione con altri sistemi, ma la temperatura della sorgente rimane costante.

Una volta introdotto il concetto di sorgente termica, si può passare all'enunciato di Kelvin-Planck del secondo principio della termodinamica: *non è possibile per un sistema operare secondo un ciclo termodinamico ed erogare un lavoro netto all'ambiente ricevendo energia sotto forma di calore da una sola sorgente termica.* L'enunciato di Kelvin-Planck non preclude



la possibilità per un sistema di sviluppare un lavoro netto positivo assorbendo calore da un'unica sorgente, ma esclude questa possibilità per un sistema che compia un ciclo termodinamico.

L'enunciato di Kelvin-Planck può essere espresso analiticamente. Per fare ciò si può analizzare un sistema che compie un ciclo e scambia energia termica con *una sola sorgente*. Il primo e il secondo principio impongono alcuni vincoli.

Un vincolo è imposto dal primo principio sul lavoro netto e sul calore netto scambiati tra sistema e ambiente circostante. In accordo con il bilancio energetico del ciclo, Equazione 3.15

$$L_{\text{ciclo}} = Q_{\text{ciclo}}$$

In altre parole, il lavoro netto erogato dal sistema sottoposto a una trasformazione ciclica è uguale al calore netto ricevuto dal sistema stesso. Sebbene il bilancio energetico del ciclo consenta al lavoro netto  $L_{\text{ciclo}}$  di assumere valori positivi o negativi, il secondo principio impone un vincolo alla sua direzione, come sarà chiarito in seguito.

In accordo con l'enunciato di Kelvin-Planck, un sistema che compie un ciclo scambiando energia termica con una sola sorgente non può erogare un lavoro netto positivo all'ambiente circostante, ossia il lavoro netto del ciclo non può essere positivo. Tuttavia, l'enunciato di Kelvin-Planck non preclude la possibilità di avere un trasferimento netto di lavoro *al* sistema durante il ciclo o che il lavoro netto sia pari a zero. Pertanto, la **forma analitica dell'enunciato di Kelvin-Planck** è:

$$L_{\text{ciclo}} \leq 0 \quad (\text{singolo serbatoio}) \quad (6.1)$$

Le parole unica sorgente nell'Equazione 6.1 sottolineano il fatto che il sistema interagisce termicamente con un'unica sorgente mentre compie il ciclo. Si può dimostrare che i segni "minore di" o "uguale a" nell'Equazione 6.1 corrispondono rispettivamente alla presenza e all'assenza di irreversibilità interne. Il concetto di irreversibilità sarà sviluppato nei paragrafi successivi.

## 6.2 Identificazione delle irreversibilità

Una delle principali applicazioni del secondo principio della termodinamica in ambito ingegneristico è la determinazione della massima prestazione teorica dei sistemi. Comparando le prestazioni effettive con quelle teoriche, è possibile acquisire indicazioni sui margini potenziali di miglioramento dei sistemi e dei processi termodinamici. Come si può intuire, la massima prestazione si calcola con riferimento ai processi ideali. Tali processi ideali vengono presentati in questo paragrafo e distinti dai processi reali, che implicano irreversibilità.

Un processo è detto **irreversibile** se il sistema e l'ambiente circostante in ogni sua parte non possono essere esattamente riportati ai loro rispettivi stati iniziali dopo che il processo è avvenuto. Una trasformazione è **reversibile** se sia il sistema sia l'ambiente circostante possono essere riportati ai loro stati iniziali senza lasciare alcuna traccia del processo. I processi irreversibili sono oggetto della presente trattazione, mentre i processi reversibili saranno nuovamente presi in considerazione più avanti nel paragrafo.

Non è necessariamente impossibile riportare allo stato iniziale un sistema che ha compiuto un processo irreversibile, ma anche quando il sistema ritorna allo stato iniziale, non è comunque possibile che anche l'ambiente circostante ritorni allo stato iniziale. Dalla discussione sull'enunciato di Clausius del secondo principio dovrebbe essere evidente che ogni processo che implica un trasferimento di calore spontaneo da un corpo più caldo a uno più freddo sia irreversibile. Altrimenti, sarebbe possibile riportare tale quantità di calore dal corpo più freddo al corpo più caldo senza nessun altro effetto sui due corpi o sull'ambiente esterno. Comunque sia, questa evenienza è in contrasto con la nostra esperienza ed è contraddetta dall'enunciato di Clausius. Processi che coinvolgono altri tipi di eventi spontanei, come l'espansione libera di un gas analizzata in Figura 6.1, sono pure

irreversibili. Gli attriti, le resistenze elettriche, le isteresi e le deformazioni anelastiche sono esempi di effetti la cui presenza rende irreversibile il processo.

In sintesi, i processi irreversibili normalmente includono una o più delle seguenti **irreversibilità**.

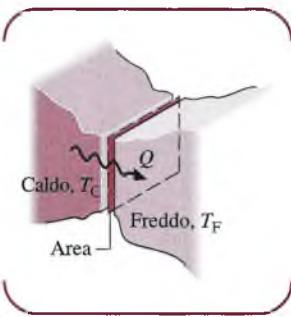
1. Calore scambiato in presenza di una differenza di temperatura finita.
2. Espansione libera di un gas o di un liquido da una pressione più elevata a una pressione inferiore.
3. Reazioni chimiche spontanee.
4. Miscelazione spontanea di sostanze di differente composizione o in stati diversi.
5. Attrito, attrito radente, attrito nel flusso di un fluido.
6. Flusso di corrente elettrica attraverso una resistenza.
7. Magnetizzazione o polarizzazione con isteresi.
8. Deformazioni anelastiche.

Sebbene non sia esaustiva, la lista precedente suggerisce che tutti i processi reali sono irreversibili. In altri termini, ogni processo include effetti analoghi a quelli elencati, sia esso un processo che si verifica spontaneamente sia che esso coinvolga un dispositivo costruito dall'uomo, dal più semplice meccanismo al più complesso impianto industriale. Il termine "irreversibilità" è usato per identificare le conseguenze termodinamiche di ciascuno di questi effetti. Si osservi che la lista precedente comprende solo alcune delle irreversibilità che si possono comunemente incontrare nella pratica.

Quando un sistema subisce un processo, si possono riscontrare irreversibilità sia all'interno del sistema sia nell'ambiente esterno, benché in certe situazioni esse abbiano luogo prevalentemente nell'uno piuttosto che nell'altro. Per molte analisi è conveniente dividere le irreversibilità presenti in due classi. Le **irreversibilità interne** sono quelle che si verificano dentro il sistema, le **irreversibilità esterne** sono quelle che avvengono nell'ambiente circostante, spesso nelle immediate vicinanze del sistema. Siccome questa distinzione dipende esclusivamente dalla posizione del confine del sistema, c'è una certa arbitrarietà nella classificazione, dal momento che, estendendo il confine in modo da comprendere parte dell'ambiente circostante, tutte le irreversibilità diventano "interne". Comunque, come mostrato dai successivi sviluppi, questa distinzione tra irreversibilità è spesso utile.

Gli ingegneri dovrebbero essere in grado di riconoscere le irreversibilità, valutarne l'influenza e sviluppare mezzi pratici per ridurla. In ogni caso è bene osservare che molti sistemi, per esempio i freni, funzionano grazie all'effetto dell'attrito o di altre irreversibilità. La necessità di garantire cadenze produttive redditizie, elevate potenze termiche scambiate, rapide accelerazioni e così via immancabilmente implica la presenza di irreversibilità significative. Si può aggiungere che le irreversibilità sono tollerate in qualche misura in sistemi di ogni tipo perché la loro riduzione imporre provvedimenti troppo costosi. Di conseguenza, sebbene alla riduzione delle irreversibilità corrispondano in generale migliori prestazioni termodinamiche, le azioni specifiche in questa direzione sono spesso impediti da numerosi fattori di natura pratica, spesso legati ai costi.

**Per esempio...** Si considerino due corpi, a diversa temperatura, in grado di interagire termicamente. Se tra di essi è presente una differenza di temperatura finita, ha luogo un trasferimento spontaneo di calore che, come discusso precedentemente, potrebbe essere fonte di irreversibilità. Si potrebbe ipotizzare che l'importanza di tali irreversibilità diminuisca al diminuire della differenza di temperatura e in effetti è proprio così. Man mano che la differenza di temperatura tra i corpi si avvicina a zero, il trasferimento di calore tende a diventare reversibile. Tuttavia, dagli studi sulla trasmissione del calore (Capitolo 15.1) è noto che lo scambio di una quantità finita di energia sotto forma di calore tra due corpi la cui temperatura differisce solo leggermente può richiedere un considerevole intervallo di tempo, oppure una più estesa (e quindi più costosa) superficie di scambio termico. Di conseguenza, per approssimare un processo reversibile, lo scambio di calore richiederebbe un tempo infinito e/o una superficie di scambio infinita. ■



### Processi internamente reversibili

In un processo irreversibile, le irreversibilità sono presenti all'interno del sistema, nell'ambiente circostante o in entrambi. In un processo reversibile invece non sono presenti irreversibilità né esterne né interne. Un **processo internamente reversibile** è un processo in cui non sono presenti irreversibilità all'interno del sistema. Le irreversibilità potrebbero essere localizzate nell'ambiente circostante, come quando si ha un trasferimento calore tra una porzione di contorno che è a una certa temperatura e l'ambiente esterno che si trova a una diversa temperatura.

In ogni stato intermedio di un processo internamente reversibile di un sistema chiuso, tutte le proprietà intensive sono uniformi entro ciascuna delle fasi presenti nel sistema. Tuttavia, le proprietà intensive pressione e temperatura sono uniformi anche tra le fasi, e pertanto non cambiano di valore con la posizione. Se ci fossero variazioni di temperatura nello spazio, vi sarebbe la tendenza a un trasferimento spontaneo di energia all'interno del sistema, nella direzione delle temperature decrescenti. Tuttavia, per l'ipotesi di reversibilità, non possono aver luogo processi spontanei. Da queste considerazioni si può concludere che un processo internamente reversibile consiste in una serie di stati di equilibrio: è quindi un processo di quasi-equilibrio o quasi-statico. Tuttavia, per evitare di utilizzare due termini differenti per designare lo stesso concetto, nella trattazione si farà riferimento a qualunque processo con queste caratteristiche come a un processo internamente reversibile.

L'uso del concetto di trasformazione internamente reversibile in termodinamica è paragonabile alle idealizzazioni usuali in meccanica: massa puntiforme, assenza di attrito nelle pulegge, travi rigide, ecc. In analogia a quanto avviene in meccanica, ove le idealizzazioni vengono utilizzate per semplificare un'analisi e arrivare a un modello gestibile, è possibile ottenere semplici modelli termodinamici di situazioni molto più complesse attraverso l'uso di processi internamente reversibili. I calcoli iniziali basati sui processi internamente reversibili possono essere poi corretti utilizzando i rendimenti o altri fattori di correzione per ottenere stime ragionevoli delle prestazioni reali del sistema nelle diverse condizioni operative. I processi internamente reversibili sono anche utili per determinare le massime prestazioni termodinamiche dei sistemi.

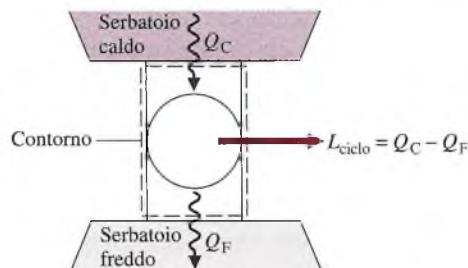
Il concetto di processo internamente reversibile può essere impiegato per raffinare la definizione di sorgente termica introdotta nel Paragrafo 6.1.2. Nella trattazione seguente si assumerà che non sia presente alcuna irreversibilità all'interno di una sorgente termica, per cui ogni processo eseguito da una sorgente termica è un processo internamente reversibile.

## 6.3 Applicazione del secondo principio ai cicli termodinamici

In questo paragrafo vengono presentate numerose importanti applicazioni del secondo principio relative ai cicli motore e ai cicli frigoriferi o a pompa di calore. Tali applicazioni contribuiscono ad accrescere la comprensione delle implicazioni del secondo principio e forniscono la base per ricavarne importanti deduzioni che saranno introdotte nei paragrafi successivi. È necessario avere una buona familiarità con i cicli termodinamici e si raccomanda pertanto di rivedere il Paragrafo 3.7 in cui si analizzano i cicli dal punto di vista dell'energia, ovvero del primo principio, e in cui si sono introdotti il rendimento termico dei cicli motore e i coefficienti di prestazione dei cicli frigoriferi e a pompa di calore.

### 6.3.1 Cicli motore (o cicli diretti) che interagiscono con due sorgenti

Applicando l'enunciato di Kelvin-Planck del secondo principio si può mettere in evidenza un limite fondamentale alla prestazione dei sistemi che compiono cicli motore. Si consideri la Figura 6.2, che mostra un sistema che compie un ciclo motore mentre interagisce ter-



**Figura 6.2** Sistema che compie un ciclo motore scambiando energia sotto forma di calore con due serbatoi termici.

micamente con *due* sorgenti termiche, una sorgente calda e una sorgente fredda, sviluppando il lavoro netto  $L_{ciclo}$ . Il rendimento termico del ciclo è

$$\eta = \frac{L_{ciclo}}{Q_C} = 1 - \frac{Q_F}{Q_C} \quad (6.2)$$

dove  $Q_C$  è la quantità di energia che il sistema riceve dalla sorgente calda sotto forma di calore e  $Q_F$  è la quantità di energia ceduta dal sistema alla sorgente fredda sotto forma di calore. I trasferimenti di energia termica identificati in Figura 6.2 avvengono nelle direzioni indicate dalle frecce.

Se il valore di  $Q_F$  fosse zero, il sistema in Figura 6.2, compiendo il ciclo, riceverebbe l'energia  $Q_C$  dalla sorgente calda e produrrebbe una uguale quantità di lavoro. Il rendimento termico di un ciclo di questo tipo sarebbe unitario (100%). Tuttavia, tale modalità di funzionamento violerebbe l'enunciato di Kelvin-Planck e ciò non è possibile. Ne consegue che, per qualsiasi sistema che esegua un ciclo motore interagendo con due sorgenti, soltanto una parte del calore  $Q_C$  può essere convertita in lavoro, e il resto,  $Q_F$ , deve essere ceduto sotto forma di calore alla sorgente fredda; di conseguenza il rendimento termico deve essere inferiore al 100%. Per giungere a questa conclusione, *non* è stato necessario (1) identificare la natura della sostanza contenuta all'interno del sistema, (2) specificare la serie esatta di trasformazioni che compongono il ciclo o (3) indicare se i processi sono processi reali o in qualche modo idealizzati. La conclusione che il rendimento termico deve essere inferiore al 100% si applica a *tutti* i cicli motore, qualunque sia il loro modo di funzionamento. Questa affermazione può essere considerata un corollario del secondo principio della termodinamica. Altri corollari vengono presentati nel seguito.

**Corollari di Carnot** Poiché nessun ciclo motore può avere un rendimento termico pari al 100%, è interessante studiarne il rendimento teorico massimo. Il rendimento teorico massimo dei sistemi che compiono cicli diretti interagendo termicamente con due sorgenti a differente temperatura, è analizzato nel Paragrafo 6.4, facendo riferimento ai seguenti due corollari del secondo principio, detti **corollari di Carnot**.

- *Il rendimento termico di un ciclo irreversibile è sempre inferiore al rendimento termico di un ciclo reversibile operante tra le stesse due sorgenti termiche.*
- *Tutti i cicli diretti reversibili operanti tra le stesse due sorgenti termiche hanno lo stesso rendimento termico.*

Un ciclo è considerato *reversibile* quando 1) non sono presenti irreversibilità all'interno del sistema che compie il ciclo e 2) il trasferimento di calore tra il sistema e le sorgenti termiche avviene in maniera reversibile.

Il concetto espresso dal primo corollario di Carnot è in accordo con le aspettative derivanti da quanto già discusso in relazione al secondo principio della termodinamica. In particolare, la presenza di irreversibilità penalizza il ciclo, per cui, se due sistemi che funzionano fra le stesse sorgenti termiche ricevono la stessa quantità di energia  $Q_C$  e uno di essi compie un ciclo reversibile mentre l'altro esegue un ciclo irreversibile, è intuitivo che il lavoro netto sviluppato dal ciclo irreversibile sarà inferiore e quindi esso avrà un minore rendimento termico.

Il secondo corollario di Carnot si riferisce ai soli cicli reversibili. Tutte le trasformazioni di un ciclo reversibile sono compiute in maniera ideale. Considerando ora due cicli reversibili che operano tra le stesse sorgenti ricevendo la stessa quantità di energia  $Q_C$ , potrebbe in teoria accadere che uno di essi produca più lavoro dell'altro; ciò potrebbe accadere in conseguenza di una scelta più vantaggiosa della sostanza che compone il sistema (è possibile, per esempio, che l'aria sia più efficiente del vapore acqueo) o della serie di trasformazioni che compongono il ciclo (processi senza flusso potrebbero essere preferibili rispetto a processi che comportano un flusso). Il corollario nega entrambe le possibilità e indica che tali cicli devono avere lo stesso rendimento indipendentemente dalla scelta del fluido di lavoro o della serie di trasformazioni.

I due corollari di Carnot possono essere dimostrati facendo uso dell'enunciato del secondo principio della termodinamica secondo Kelvin-Planck.

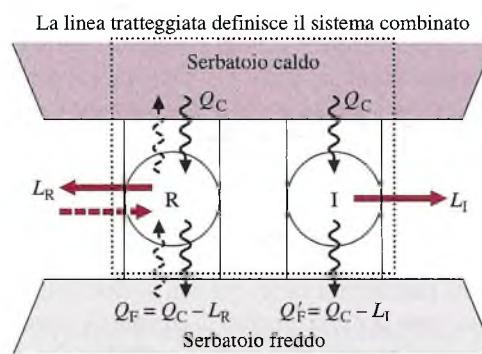
### Dimostrazione dei corollari di Carnot

Il primo corollario di Carnot può essere dimostrato utilizzando lo schema di Figura 6.3. Un ciclo motore reversibile R e un ciclo motore irreversibile I operano tra le stesse due sorgenti di calore e ricevono entrambi la stessa quantità di calore  $Q_C$  dalla sorgente calda. Il ciclo reversibile produce la quantità di lavoro  $L_R$  mentre il ciclo irreversibile produce la quantità di lavoro  $L_I$ . In accordo con il principio di conservazione dell'energia, ciascun ciclo cede una quantità di energia termica alla sorgente fredda pari alla differenza tra  $Q_C$  e il lavoro prodotto. Si immagini ora che R operi in modalità inversa come ciclo frigorifero (o pompa di calore). Dal momento che R è reversibile, le quantità di energia trasferite  $L_R$ ,  $Q_C$  e  $Q_F$  rimangono le stesse, ma cambia il loro verso di trasferimento, come mostrato dalle linee tratteggiate in Figura 6.3. Inoltre, se R opera in modalità inversa, la sorgente calda non subisce alcuna variazione netta di energia al termine di un ciclo diretto di I e di un ciclo inverso di R, in quanto riceve  $Q_C$  da R e cede una identica quantità di calore  $Q_C$  a I.

La dimostrazione del primo corollario di Carnot termina considerando il sistema combinato mostrato dalla linea tratteggiata in Figura 6.3, che è composto dai due cicli e dalla sorgente calda. Poiché i suoi sottosistemi o compiono cicli o non subiscono alcuna variazione di stato, il sistema combinato compie un ciclo. Inoltre, il sistema combinato scambia energia sotto forma di calore con un'unica sorgente, quella fredda, per cui il sistema combinato deve soddisfare l'Equazione 6.1 espressa come

$$L_{ciclo} < 0 \quad (\text{singolo sebatoio})$$

dove si utilizza la diseguaglianza dato che il sistema combinato opera in maniera irreversibile, in quanto il ciclo irreversibile I ne fa parte.



**Figura 6.3** Schema per dimostrare che un ciclo reversibile R è più efficiente di un ciclo irreversibile I che opera tra gli stessi due serbatoi termici.

Determinando  $L_{\text{ciclo}}$  per il sistema combinato in funzione delle quantità di lavoro  $L_I$  e  $L_R$ , la precedente relazione diviene

$$L_I - L_R < 0$$

Essa mostra che  $L_I$  deve essere inferiore a  $L_R$ . Poiché ciascun ciclo riceve la stessa quantità di energia  $Q_C$  in ingresso, ne segue che  $\eta_I < \eta_R$ , e ciò completa la dimostrazione.

Si può dimostrare il secondo corollario di Carnot in maniera analoga considerando qualsiasi coppia di cicli reversibili  $R_1$  e  $R_2$  operanti tra due sorgenti termiche. Infatti, mettendo  $R_1$  al posto di  $R$  e  $R_2$  al posto di  $I$  nell'analisi precedente, si ottiene un sistema combinato composto da due cicli e dalla sorgente calda che deve soddisfare l'Equazione 6.1. Quindi, applicando tale equazione al sistema combinato, si può utilizzare l'uguaglianza in quanto il sistema opera in modo reversibile. Si può quindi concludere che  $L_{R1} = L_{R2}$  e perciò  $\eta_{R1} = \eta_{R2}$ . I dettagli sono lasciati al lettore come esercizio.

### 6.3.2 Cicli frigoriferi e a pompa di calore (o cicli inversi) che interagiscono con due sorgenti

Così come avviene per i cicli motore, il secondo principio della termodinamica pone dei limiti anche alle prestazioni dei cicli frigoriferi e a pompa di calore. Si consideri la Figura 6.4, che mostra un sistema che compie un ciclo mentre interagisce termicamente con due sorgenti termiche, una calda e una fredda. I trasferimenti di energia rappresentati in figura avvengono nelle direzioni indicate dalle frecce. In accordo con il principio di conservazione dell'energia, il ciclo cede al serbatoio caldo una quantità di energia sotto forma di calore,  $Q_C$ , uguale alla somma dell'energia  $Q_F$  ricevuta sotto forma di calore dalla sorgente fredda e del lavoro netto fornito al sistema. Questo ciclo può essere considerato come un ciclo frigorifero oppure come un ciclo a pompa di calore, a seconda che il suo scopo sia quello di sottrarre l'energia  $Q_F$  alla sorgente fredda o quello di cedere l'energia  $Q_C$  alla sorgente calda.

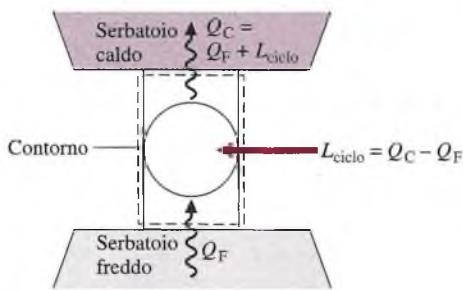
Per un ciclo frigorifero il coefficiente di prestazione è

$$\beta = \frac{Q_F}{L_{\text{ciclo}}} = \frac{Q_F}{Q_C - Q_F} \quad (6.3)$$

Il coefficiente di prestazione di un a ciclo pompa di calore è invece

$$\gamma = \frac{Q_C}{L_{\text{ciclo}}} = \frac{Q_C}{Q_C - Q_F} \quad (6.4)$$

Se il lavoro netto fornito al ciclo tende a zero, i coefficienti di prestazione dati dalle Equazioni 6.3 e 6.4 tendono all'infinito. Se fosse identicamente uguale a zero, il sistema in Figura 6.4, compiendo il ciclo, assorbirebbe energia  $Q_F$  dalla sorgente fredda e fornirebbe energia  $Q_C$  in misura pari a  $Q_F$  alla sorgente calda. Questa modalità di funzionamento vio-



**Figura 6.4** Sistema che compie un ciclo frigorifero scambiando energia sotto forma di calore con due serbatoi termici.

lerebbe l'enunciato di Clausius del secondo principio ed è quindi irrealizzabile. Ne consegue che i coefficienti di prestazione devono necessariamente essere di valore finito. Questa affermazione può essere considerata come un ulteriore corollario del secondo principio. Altri corollari del secondo principio sono riportati nel seguito.

**Corollari per cicli frigoriferi e a pompa di calore** I coefficienti di prestazione massimi teorici per i sistemi che compiono cicli in modalità frigorifera o a pompa di calore interagendo termicamente con due sorgenti a temperatura diversa saranno determinati nel Paragrafo 6.4 facendo riferimento ai seguenti corollari del secondo principio.

- *Il coefficiente di prestazione di un ciclo frigorifero irreversibile è sempre inferiore al coefficiente di prestazione di un ciclo frigorifero reversibile che opera tra le stesse due sorgenti termiche.*
- *Tutti i cicli frigoriferi che operano tra due stesse sorgenti termiche hanno lo stesso coefficiente di prestazione.*

Sostituendo il termine *frigorifero* con *pompa di calore* si ottengono gli enunciati dei corollari per i cicli a pompa di calore.

## 6.4 Misura delle massime prestazioni per i cicli operanti tra due sorgenti

Il risultato del Paragrafo 6.3 stabiliscono limiti teorici alle prestazioni di cicli motore, frigoriferi e a pompa di calore interagenti termicamente con due sorgenti a temperatura diversa. Le espressioni per il massimo rendimento teorico dei cicli motore e per i massimi coefficienti di prestazione dei cicli frigoriferi e a pompa di calore sono sviluppate in questo paragrafo tramite l'uso della scala Kelvin di misura della temperatura, definita nel seguito.

### 6.4.1 Definizione della Scala Termodinamica (scala Kelvin) delle temperature

In base al secondo corollario di Carnot, è noto che tutti i cicli motore reversibili operanti tra due sorgenti hanno lo stesso rendimento, indipendentemente dalla natura della sostanza di cui è costituito il sistema che compie il ciclo o dalla serie di processi eseguiti. Sapendo che il rendimento è indipendente da questi fattori, il suo valore dipende solo dalla natura delle due sorgenti. Osservando che la differenza di temperatura tra le due sorgenti fornisce l'*impulso* per il trasferimento di calore tra di esse e quindi per la produzione del lavoro durante il ciclo, si può concludere che il rendimento dei cicli motore dipende solo dalle temperature delle due sorgenti.

Dall'Equazione 6.2 si deduce anche che per i cicli motore reversibili il rapporto tra le quantità di calore scambiate  $Q_C/Q_H$  dipende solo dalle temperature delle sorgenti. Tale conclusione crea le basi per definire una scala di temperatura termodinamica indipendente dalle proprietà di qualsiasi sostanza.

La Scala Termodinamica delle Temperature (detta anche *scala Kelvin*) è definita in modo tale che due temperature abbiano lo stesso rapporto delle corrispondenti quantità di calore assorbite e cedute da un sistema che compie un ciclo reversibile interagendo termicamente con due sorgenti alle suddette temperature. Pertanto, la **scala termodinamica (o scala Kelvin)** è basata su

$$\left( \frac{Q_F}{Q_C} \right)_{\text{ciclo rev}} = \frac{T_F}{T_C} \quad (6.5)$$



dove *ciclo rev* enfatizza il fatto che l'espressione si applica solo ai sistemi che compiono cicli reversibili operando tra due sorgenti termiche alle temperature  $T_F$  e  $T_C$ .

Se un ciclo motore reversibile operasse in modalità inversa, come ciclo frigorifero o a pompa di calore, le quantità di energia scambiate  $Q_C$  e  $Q_F$  rimarrebbero le stesse, ma gli scambi termici avrebbero verso opposto. Di conseguenza l'Equazione 6.5 si applica a tutte le tipologie di ciclo sin qui considerate, purché il sistema che compie il ciclo operi tra due sorgenti termiche e il ciclo sia reversibile.

## 6.4.2 Cicli motore

L'applicazione delle Equazioni 6.2 e 6.5 fornisce un'espressione del rendimento termico di un sistema che compie un ciclo motore reversibile operando tra due sorgenti termiche alle temperature  $T_F$  e  $T_C$ , cioè

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{T_F}{T_C} \quad (6.6)$$

che è noto come **rendimento di Carnot**. Poiché le temperature sulla scala Rankine differiscono da quelle misurate secondo la scala Kelvin solo di un fattore 1.8, le temperature dell'Equazione 6.6 possono essere espresse in entrambe le scale di temperatura.

Richiamando i due corollari di Carnot, risulta evidente che il rendimento dato dall'Equazione 6.6 è il rendimento termico di tutti i cicli reversibili che operano tra due sorgenti alle temperature  $T_C$  e  $T_F$  ed è il rendimento termico massimo che ogni ciclo reversibile può avere operando tra le due sorgenti termiche. Analizzando l'espressione, si rileva che il rendimento aumenta se  $T_C$  cresce e/o  $T_F$  diminuisce.

L'Equazione 6.6 è rappresentata graficamente in Figura 6.5. La temperatura  $T_F$  usata nella costruzione del grafico è di 298 K, in considerazione del fatto che i cicli motore reali scaricano energia sotto forma calore a temperatura prossima a quella dell'atmosfera locale o dell'acqua di raffreddamento prelevata da un vicino fiume o lago. Si noti che la possibilità di incrementare il rendimento termico riducendo  $T_F$  a un valore inferiore alla temperatura dell'aria o dell'acqua di raffreddamento non è praticabile, in quanto per mantenere  $T_F$  al di sotto della temperatura dell'ambiente richiederebbe un refrigeratore che, per funzionare, avrebbe bisogno di assorbire lavoro.

La Figura 6.5 mostra che il rendimento termico aumenta con  $T_C$ . Facendo riferimento al segmento a-b della curva, dove  $T_C$  e  $\eta$  sono relativamente bassi, si osserva che il rendimento  $\eta$  aumenta rapidamente all'aumentare di  $T_C$ , mostrando che in questo intervallo un piccolo incremento di  $T_C$  comporta un notevole aumento del rendimento. Sebbene tali conclusioni siano state tratte dalla Figura 6.5 con stretto riferimento ai sistemi che compiono cicli reversibili, esse sono qualitativamente corrette anche per i cicli motore reali. Nella pratica si osserva che i rendimenti termici dei cicli reali aumentano se cresce la temperatura media alla quale l'energia viene fornita sotto forma di calore e/o se diminuisce la temperatura media alla quale l'energia viene sottratta sotto forma di calore. Tuttavia, massimizzare il rendimento termico di un ciclo motore non può essere l'unico obiettivo: nella pratica possono prevalere altre considerazioni, come per esempio quelle inerenti i costi.

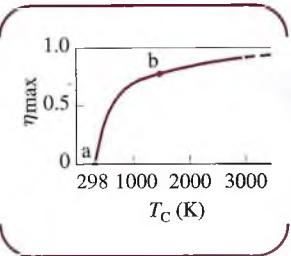


Figura 6.5 Rendimento di Carnot rispetto a  $T_C$ , per  $T_F = 298$  K.

**Commento** I comuni cicli diretti hanno rendimenti termici che arrivano fino a circa il 40%. Questo valore può sembrare basso se si considera il valor massimo pari al 100%, ma il paragone deve invece essere fatto con il valore limite imposto al rendimento dal secondo principio.

**Per esempio...** si consideri un sistema che compie un ciclo motore per il quale la temperatura media a cui riceve calore è di 745 K e la temperatura media a cui viene ceduto calore è di 298 K. Per un ciclo reversibile che riceva e ceda calore alle stesse temperature il rendimento termico è dato dall'Equazione 6.6 ed è pari al 60%. Rispetto a questo valore,

il rendimento termico reale del 40% non sembra essere poi così basso. Il ciclo opera infatti a due terzi del rendimento teorico massimo. ■

Nei Capitoli 8 e 9 si affronterà un'analisi più completa dei cicli motore.

### 6.4.3 Cicli frigoriferi e pompe di calore

L'Equazione 6.5 è applicabile anche ai cicli frigoriferi e a pompa di calore reversibili che operano tra due sorgenti termiche; per tali cicli  $Q_F$  rappresenta il calore apportato al ciclo dalla sorgente fredda alla temperatura  $T_F$  misurata nella scala Kelvin, mentre  $Q_C$  rappresenta il calore ceduto alla sorgente calda a temperatura  $T_C$ . Sostituendo l'Equazione 6.5 nell'Equazione 6.3, si ottiene la seguente espressione per il coefficiente di prestazione di qualsiasi sistema che operi secondo un ciclo frigorifero reversibile tra due sorgenti termiche

$$\beta_{\max} = \frac{T_F}{T_C - T_F} \quad (6.7)$$

Allo stesso modo, sostituendo l'Equazione 6.5 nell'Equazione 6.34, si ottiene l'espressione del coefficiente di prestazione per un qualsiasi sistema operante come pompa di calore reversibile tra due sorgenti termiche

$$\gamma_{\max} = \frac{T_C}{T_C - T_F} \quad (6.8)$$

Lo sviluppo delle Equazioni 6.7 e 6.8 è lasciato come esercizio. Si noti che le temperature usate per determinare  $\beta_{\max}$  e  $\gamma_{\max}$  devono essere temperature assolute nelle scale Kelvin o Rankine.

Dalla discussione al Paragrafo 6.3.2 segue che le Equazioni 6.7 e 6.8 rappresentano i massimi coefficienti di prestazione per qualsiasi ciclo frigorifero o a pompa di calore che operi tra due sorgenti termiche alle temperature  $T_C$  e  $T_F$ . Come per il caso del rendimento del ciclo di Carnot, tali espressioni possono essere utilizzate come termine di paragone per i refrigeratori e per le pompe di calore reali. Una discussione più completa sui frigoriferi e sulle pompe di calore sarà affrontata nel Capitolo 8.

### 6.4.4 Applicazioni

In questo paragrafo, si forniscono tre esempi per illustrare l'applicazione dei corollari del secondo principio introdotti nei Paragrafi 6.3.1 e 6.3.2 assieme alle Equazioni 6.6, 6.7 e 6.8.

Nel primo esempio si utilizza l'Equazione 6.6 per verificare le affermazioni di un inventore.

#### ESEMPIO 6.1 Verifica di affermazioni relative al rendimento di un ciclo motore

Un inventore asserisce di aver sviluppato un ciclo capace di fornire in uscita 410 kJ di lavoro netto assorbendo 1000 kJ di energia sotto forma calore. Il sistema che compie il ciclo riceve energia termica da gas caldi alla temperatura di 500 K e cede calore all'atmosfera a 300 K. Verificare tale asserzione.

#### Soluzione

**Elementi noti** Il sistema opera secondo un ciclo e produce un lavoro netto ricevendo e cedendo energia sotto forma calore con due sistemi a temperatura prefissata.

**Da determinare** Verificare l'affermazione secondo cui il ciclo può sviluppare 410 kJ di lavoro assorbendo 1000 kJ di calore.

#### Schema e dati forniti

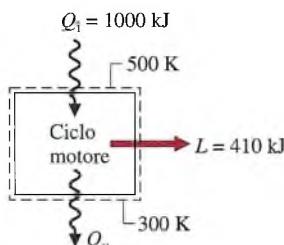


Figura E6.1

#### Presupposti

1. Il sistema è schematizzato nella figura.
2. I gas caldi e l'atmosfera svolgono rispettivamente il ruolo di sorgente calda e di sorgente fredda.

**Analisi** Sostituendo i valori forniti dall'inventore nell'Equazione 6.2, il rendimento termico del ciclo è

$$\eta = \frac{410 \text{ kJ}}{1000 \text{ kJ}} = 0.41(41\%)$$

Il massimo rendimento termico che *qualsiasi* ciclo motore può raggiungere operando tra le sorgenti a  $T_C = 500 \text{ K}$  e a  $T_F = 300 \text{ K}$  è dato dall'Equazione 6.6 e cioè

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{T_F}{T_C} = 1 - \frac{300 \text{ K}}{500 \text{ K}} = 0.40(40\%)$$

①

Poiché il rendimento termico del ciclo reale supera il valore teorico massimo, l'affermazione dell'inventore non può essere vera.

- ① Le temperature utilizzate nel determinare  $\eta_{\max}$  devono essere in K.

Nell'esempio seguente, si determina il coefficiente di prestazione di un sistema di refrigerazione e lo si paragona al valore teorico massimo.

#### Valutazione del rendimento di un frigorifero

#### ESEMPIO 6.2

Facendo circolare in condizioni stazionarie un refrigerante a bassa temperatura attraverso i condotti inseriti all'interno delle pareti del vano congelatore, un frigorifero è in grado di mantenere il vano congelatore a  $-5^\circ\text{C}$  quando l'aria ambiente che circonda il frigorifero è a  $22^\circ\text{C}$ . La potenza termica trasmessa dal vano congelatore al refrigerante è di 8000 kJ/h e la potenza meccanica assorbita per fare funzionare il frigorifero è di 3200 kJ/h. Determinare il coefficiente di prestazione del frigorifero e paragonarlo al coefficiente di prestazione di un ciclo inverso che operi reversibilmente fra sorgenti alle stesse temperature.

#### Soluzione

**Elementi noti** Un frigorifero mantiene il vano congelatore a una temperatura prefissata. Sono note la potenza termica sottratta al vano refrigerato, la potenza meccanica fornita al frigorifero per sostenerne il funzionamento e la temperatura ambiente.

**Da determinare** Determinare il coefficiente di prestazione del ciclo e paragonarlo a quello di un frigorifero reversibile che operi tra due sorgenti poste alle stesse temperature tra le quali funziona il ciclo reale.

**Schema e dati forniti**

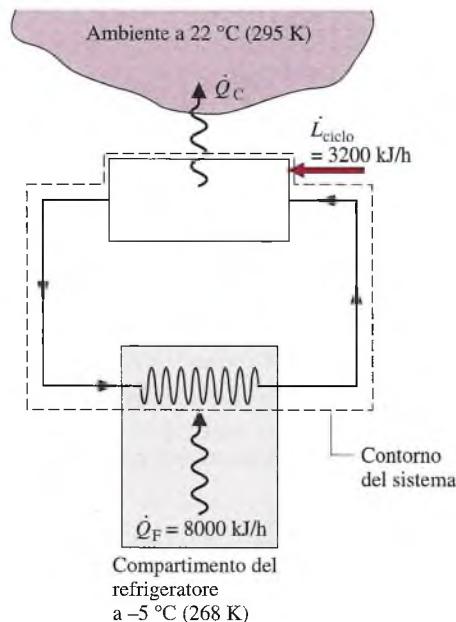


Figura E6.2

**Presupposti**

- Il sistema schematizzato nella figura è in stato stazionario.
- Il vano congelatore e l'aria circostante svolgono rispettivamente il ruolo di sorgente fredda e sorgente calda.

**Analisi** Sostituendo i dati di funzionamento dati nell'Equazione 6.3, il coefficiente di prestazione del frigorifero è

$$\beta = \frac{\dot{Q}_F}{\dot{L}_{\text{ciclo}}} = \frac{8000 \text{ kJ/h}}{3200 \text{ kJ/h}} = 2.5$$

Sostituendo i valori nell'Equazione 6.7 si ottiene il coefficiente di prestazione di un ciclo frigorifero reversibile che operi tra le sorgenti a  $T_F = 268 \text{ K}$  e  $T_C = 295 \text{ K}$

$$\beta_{\max} = \frac{T_F}{T_C - T_F} = \frac{268 \text{ K}}{295 \text{ K} - 268 \text{ K}} = 9.9$$

- ① La differenza tra il coefficiente di prestazione reale e quello massimo suggerisce che ci possa essere un certo margine per il miglioramento della prestazione termodinamica. È tuttavia opportuno perseguire tale obiettivo con cautela, tenendo conto che il miglioramento delle prestazioni può richiedere un aumento considerevole di dimensioni, complessità e costi del sistema in esame.

Nell'Esempio 6.3 si determina il lavoro teorico minimo in ingresso e il costo per giorno di funzionamento di una pompa di calore elettrica.

### Determinazione dell'efficienza di una pompa di calore elettrica

#### ESEMPIO 6.3

Un'abitazione richiede 180 kWh al giorno per mantenere la temperatura a 21 °C quando la temperatura esterna è 0 °C. (a) Se si usa una pompa di calore elettrica per fornire tale energia, determinare il lavoro teorico minimo necessario in ingresso per un giorno di lavoro, in kWh/giorno. (b) Sapendo che il costo dell'energia elettrica è di 12 centesimi di euro al kWh, determinare il costo teorico minimo per fare funzionare la pompa di calore, in €/giorno.

#### Soluzione

**Elementi noti** Una pompa di calore mantiene un'abitazione a una certa temperatura. Sono noti l'energia sottratta all'abitazione, la temperatura ambiente e il costo unitario dell'energia elettrica.

**Da determinare** Determinare il lavoro teorico minimo assorbito dalla pompa di calore e il corrispondente costo dell'elettricità.

#### Schema e dati forniti

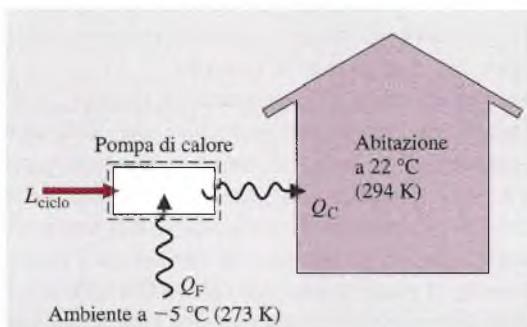


Figura E6.3

#### Presupposti

- Il sistema è schematizzato nella figura.
- L'abitazione e l'aria esterna svolgono rispettivamente il ruolo di sorgente calda e di sorgente fredda.

#### Analisi

(a) Applicando l'Equazione 6.4, il lavoro per ogni ciclo della pompa di calore può essere espresso come  $L_{\text{ciclo}} = Q_C/\gamma$ . Il coefficiente di prestazione  $\gamma$  di una pompa di calore reale è minore o uguale al coefficiente di prestazione  $\gamma_{\max}$  di una pompa di calore reversibile che operi tra le due stesse sorgenti termiche:  $\gamma \leq \gamma_{\max}$ . Quindi, per un certo valore di  $Q_C$  e applicando l'Equazione 6.8 per determinare  $\gamma_{\max}$ , si ottiene

$$\begin{aligned} L_{\text{ciclo}} &\geq \frac{Q_C}{\gamma_{\max}} \\ &\geq \left(1 - \frac{T_F}{T_C}\right) Q_C \end{aligned}$$

Sostituendo i valori numerici ai simboli

$$L_{\text{ciclo}} \geq \left(1 - \frac{273 \text{ K}}{294 \text{ K}}\right) (180 \text{ kWh/giorno}) = 12.86 \text{ kWh/giorno}$$

Il lavoro teorico minimo in ingresso è di 12.86 kWh/giorno.

(b) Utilizzando il risultato della parte (a) assieme ai dati sul costo specifico dell'energia elettrica, si ha

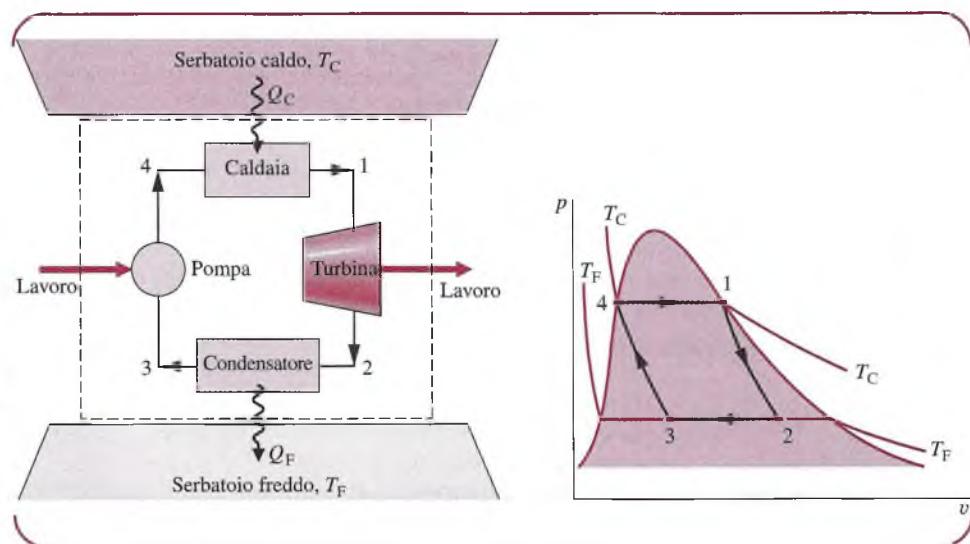
$$\textcircled{2} \quad \left[ \begin{array}{c} \text{costo} \\ \text{giornaliero} \\ \text{minimo teorico} \end{array} \right] = 12.86 \text{ kWh/giorno} \cdot 0.12 \text{ euro/kWh} = 1.54 \text{ euro/giorno}$$

- ① Si osservi che in questo caso le temperature  $T_F$  e  $T_C$  delle sorgenti vanno espresse in K.
- ② A causa delle irreversibilità, a una pompa di calore reale deve essere fornito più lavoro di quello minimo teorico per ottenere lo stesso effetto in riscaldamento, per cui il costo quotidiano reale potrebbe essere sostanzialmente maggiore del costo teorico minimo.

## 6.5 Ciclo di Carnot

Il ciclo di Carnot introdotto in questo paragrafo fornisce uno specifico esempio di ciclo motore reversibile che opera tra due sorgenti termiche. In un **ciclo di Carnot** il sistema compie una sequenza di quattro trasformazioni internamente reversibili: due trasformazioni adiabatiche alternate con due trasformazioni isoterme.

La Figura 6.6 mostra lo schema e il diagramma  $p-v$  di un ciclo di Carnot compiuto da acqua che circola in modo stazionario attraverso una serie di quattro componenti interconnessi, che hanno caratteristiche simili al semplice impianto generativo a vapore mostrato in Figura 5.12. Mentre l'acqua passa attraverso la caldaia, si verifica, come conseguenza del trasferimento di calore dalla sorgente calda, una transizione di fase da liquido a vapore a temperatura costante  $T_C$ . Dato che la temperatura rimane costante, anche la pressione resta tale durante il cambiamento di fase. All'uscita dalla caldaia il vapore si espande adiabaticamente attraverso la turbina e così si produce lavoro. In questo processo la temperatura diminuisce fino a portarsi alla temperatura della sorgente fredda  $T_F$ , e vi è contemporaneamente una diminuzione della pressione. Durante il passaggio del vapore attraverso il condensatore, si verifica un trasferimento di calore alla sorgente fredda e una parte del vapore condensa a temperatura costante  $T_F$ . L'acqua, nell'attraversamento del condensatore, mantiene costante sia la temperatura sia la pressione. Il quarto componente è una pompa, o un compressore, che riceve una miscela bifase liquido-vapore dal condensatore e la riporta adiabaticamente allo stato di ingresso in caldaia. Durante questo pro-



**Figura 6.6** Ciclo di Carnot diretto.

cesso, che richiede assorbimento di lavoro per aumentare la pressione, la temperatura aumenta da  $T_F$  a  $T_C$ .

Si possono analizzare anche cicli di Carnot composti da trasformazioni di espansione e compressione di un gas all'interno di un sistema cilindro-pistone, di carica e scarica di un condensatore, di magnetizzazione e smagnetizzazione di una sostanza paramagnetica, e così via. Tuttavia, a prescindere dal tipo di dispositivo o di sostanza di lavoro utilizzati, il ciclo di Carnot presenta sempre gli stessi quattro processi internamente reversibili: due processi adiabatici alternati a due processi isotermi. Inoltre, il rendimento termico è sempre dato dall'Equazione 6.6 in funzione delle temperature delle due sorgenti espresse in scala Kelvin o Rankine.

Se un ciclo di Carnot opera in modalità inversa, le quantità di energia trasferite rimangono le stesse, ma i trasferimenti di energia avvengono in verso opposto. Tale ciclo può essere considerato come un ciclo frigorifero o a pompa di calore reversibile, i cui coefficienti di prestazione sono dati dalle Equazioni 6.7 e 6.8, rispettivamente.

## Sommario e guida allo studio

In questo capitolo si è chiarita la necessità e l'utilità del secondo principio della termodinamica e si sono poste le basi per le sue successive applicazioni nel Capitolo 7. Sono stati introdotti due enunciati equivalenti del secondo principio, l'enunciato di Clausius e quello di Kelvin-Planck, oltre a una serie di corollari che forniscono la prestazione massima teorica di sistemi che compiono cicli tra due sorgenti termiche. Sono stati introdotti il concetto di irreversibilità e le nozioni, a esso correlate, di processo reversibile, internamente reversibile e irreversibile. Si è definita la scala Kelvin per la temperatura e la si è usata per ottenere espressioni per la prestazione massima dei cicli motore, frigoriferi e a pompa di calore operanti tra due sorgenti termiche. Infine, si è introdotto il ciclo di Carnot, per fornire un esempio specifico di ciclo reversibile operante tra due sorgenti termiche.

La seguente checklist fornisce una guida per lo studio di questo capitolo. Una volta terminato lo studio e svolti gli esercizi a fine capitolo, il lettore deve essere in grado di:

- interpretare il significato dei termini chiave evidenziati nel testo;
- enunciare il secondo principio della termodinamica nella forma di Kelvin-Planck e interpretare correttamente i termini "minore di" e "uguale a" nell'Equazione 6.1;
- elencare le principali irreversibilità;
- applicare i corollari dei Paragrafi 6.3.1 e 6.3.2 con le Equazioni 6.6, 6.7 e 6.8 per determinare l'efficienza dei cicli motore, dei cicli frigoriferi e delle pompe di calore;
- descrivere il ciclo di Carnot.

## Esercizi

### Applicazioni del secondo principio

- 6.1** Una pompa di calore riceve calore dall'ambiente esterno che si trova a 0 °C e cede calore a un ambiente a 20 °C. Spiegare se tale fenomeno è in contrasto con l'enunciato di Clausius del secondo principio della termodinamica.
- 6.2** Dell'aria, che si può approssimare a un gas ideale, si espande isotermicamente a 20 °C da un volume di 1 m<sup>3</sup> a 2 m<sup>3</sup>. Durante tale processo l'aria compie lavoro e cede calore all'atmosfera circostante, modellizzabile come un serbatoio termico. Determinare il lavoro e il calore scambiati durante la trasformazione, in kJ/kg. Spiegare se il processo viola il secondo principio della termodinamica.
- 6.3** Del gas metano viene compresso con un processo quasi-statico all'interno di un sistema cilindro-pistone. Il processo è internamente reversibile? È reversibile?
- 6.4** Una certa quantità di acqua viene raffreddata isotermicamente all'interno di un sistema cilindro pistone a 100 °C dallo stato di vapore saturo allo stato di liquido saturo, interagendo termicamente con l'ambiente circostante a 20 °C. Il processo è internamente reversibile? È reversibile? Giustificare la risposta.
- 6.5** Un ciclo motore reversibile R e un ciclo motore irreversibile I operano tra gli stessi due serbatoi termici.
- (a) Sapendo ciascun ciclo riceve la stessa quantità di energia  $Q_C$  dal serbatoio caldo, dimostrare che il ciclo I necessariamente cede più calore al serbatoio freddo rispetto al ciclo R. Discutere le implicazioni di tale fenomeno per i cicli motore reali.
- (b) Sapendo che ciascun ciclo sviluppa lo stesso lavoro netto, dimostrare che il ciclo I riceve necessariamente più energia  $Q_C$  dal serbatoio caldo ri-

- spetto al ciclo R. Discutere le implicazioni di tale fenomeno per i cicli motore reali.
- 6.6** Applicando l'enunciato di Kelvin-Planck del secondo principio della termodinamica, dimostrare i seguenti corollari.
- Il coefficiente di prestazione di un ciclo frigorifero irreversibile è sempre inferiore a quello di un ciclo frigorifero reversibile che scambia calore con gli stessi due serbatoi termici.
  - Tutti i cicli frigoriferi reversibili che operano tra gli stessi due serbatoi termici hanno la stessa efficienza.
  - Il coefficiente di prestazione di un ciclo pompa di calore irreversibile è sempre inferiore a quello di un ciclo pompa di calore reversibile che scambia calore con gli stessi due serbatoi termici.
  - Tutti i cicli pompa di calore reversibili che operano tra gli stessi due serbatoi termici hanno la stessa efficienza.
- 6.7** Per migliorare il rendimento termico di un ciclo motore reversibile che opera tra due serbatoi termici a  $T_C$  e  $T_F$ , sarebbe preferibile aumentare  $T_C$  mantenendo  $T_F$  costante oppure diminuire  $T_F$  tenendo  $T_C$  costante? In tal modo si potrebbero raggiungere delle limitazioni naturali all'aumento del rendimento termico?
- 6.8** Due cicli motore reversibili sono disposti in serie. Il primo ciclo riceve calore da un serbatoio a temperatura  $T_C$  e cede energia a temperatura  $T$ . Il secondo ciclo riceve calore dal serbatoio a temperatura  $T$  e cede energia a un serbatoio a temperatura  $T_F$  inferiore a  $T$ . Ricavare un'espressione per esprimere la temperatura intermedia  $T$  in funzione di  $T_C$  e  $T_F$  quando
- il lavoro netto dei due cicli motore è lo stesso;
  - i rendimenti termici dei due cicli motore sono uguali.
- 6.9** Sapendo che il rendimento termico di un ciclo motore reversibile operante tra due serbatoi è indicato con  $\eta_{\max}$ , ricavare un'espressione in funzione di  $\eta_{\max}$  per l'efficienza di:
- un ciclo frigorifero operante tra gli stessi due serbatoi termici;
  - un ciclo pompa di calore operante tra gli stessi due serbatoi termici.
- 6.10** I dati riportati nel seguito si riferiscono a un ciclo motore operante tra due serbatoi rispettivamente a  $727^\circ\text{C}$  e  $127^\circ\text{C}$ . Determinare in ciascun caso se viene violato qualche principio della termodinamica.
- $Q_C = 600 \text{ kJ}$ ,  $L_{\text{ciclo}} = 200 \text{ kJ}$ ,  $Q_F = 400 \text{ kJ}$ .
  - $Q_C = 400 \text{ kJ}$ ,  $L_{\text{ciclo}} = 240 \text{ kJ}$ ,  $Q_F = 160 \text{ kJ}$ .
  - $Q_C = 400 \text{ kJ}$ ,  $L_{\text{ciclo}} = 210 \text{ kJ}$ ,  $Q_F = 180 \text{ kJ}$ .
- 6.11** Un ciclo motore che opera tra due serbatoi termici riceve calore  $Q_C$  dal serbatoio caldo a  $T_F = 2000 \text{ K}$  e cede calore  $Q_F$  al serbatoio freddo a  $T_F = 400 \text{ K}$ . Determinare per ciascuno dei seguenti casi se il ciclo è reversibile, irreversibile o impossibile.
- $Q_C = 1200 \text{ kJ}$ ,  $L_{\text{ciclo}} = 1020 \text{ kJ}$ .
  - $Q_C = 1200 \text{ kJ}$ ,  $Q_F = 240 \text{ kJ}$ .
  - $L_{\text{ciclo}} = 1400 \text{ kJ}$ ,  $Q_F = 600 \text{ kJ}$ .
  - $\eta_{\text{ciclo}} = 40\%$ .
- 6.12** Un ciclo frigorifero opera tra due serbatoi termici e riceve calore  $Q_F$  dal serbatoio freddo a  $T_F = 250 \text{ K}$  e cede calore  $Q_C$  al serbatoio caldo a  $T_C = 300 \text{ K}$ . Determinare per ciascuno dei seguenti casi se il ciclo è reversibile, irreversibile o impossibile.
- $Q_F = 1000 \text{ kJ}$ ,  $L_{\text{ciclo}} = 400 \text{ kJ}$ .
  - $Q_F = 1500 \text{ kJ}$ ,  $Q_C = 1800 \text{ kJ}$ .
  - $Q_C = 1500 \text{ kJ}$ ,  $L_{\text{ciclo}} = 200 \text{ kJ}$ .
  - $\beta = 4$ .

### Applicazioni dei cicli motore

- 6.13** Un ciclo motore opera tra un serbatoio a temperatura  $T$  e un serbatoio più freddo a  $280 \text{ K}$ . In condizioni stazionarie il ciclo sviluppa  $40 \text{ kW}$  di potenza, cedendo  $1000 \text{ kJ/min}$  di calore al serbatoio freddo. Determinare il minimo valore teorico per  $T$ , in K.
- 6.14** Un certo ciclo motore reversibile ha lo stesso rendimento termico con serbatoi termici caldo e freddo a  $1000$  e  $500 \text{ K}$  rispettivamente e con serbatoi termici caldo e freddo a temperatura  $T$  e  $1000 \text{ K}$ . Determinare  $T$  in K.
- 6.15** Un ciclo motore reversibile, il cui rendimento termico è del  $50\%$ , opera tra un serbatoio a  $1800 \text{ K}$  e un serbatoio più freddo a temperatura  $T$ . Determinare  $T$  in K.
- 6.16** Un inventore sostiene di aver sviluppato un apparecchio che compie un ciclo motore operando tra due serbatoi a  $900$  e  $300 \text{ K}$  il cui rendimento termico è (a)  $66\%$ , (b)  $50\%$ . Valutare le affermazioni nei due casi.
- 6.17** In condizioni stazionarie, un ciclo sviluppa una potenza in uscita di  $10 \text{ kW}$  ricevendo  $10 \text{ kJ}$  di calore per ciclo da un serbatoio a  $1500 \text{ K}$ . Il ciclo cede energia sotto forma di calore ad acqua di raffreddamento a  $300 \text{ K}$ . Determinare il numero minimo teorico di cicli necessario ogni minuto.
- 6.18** Gli impianti OTEC (Ocean Temperature Energy Conversion) generano potenza sfruttando la naturale diminuzione con la profondità della temperatura dell'acqua degli oceani. Vicino alla Florida la temperatura superficiale dell'oceano è di  $27^\circ\text{C}$ , mentre a una profondità di  $700 \text{ m}$  è di  $7^\circ\text{C}$ .
- Determinare il rendimento termico massimo di un ciclo motore operante tra tali temperature.
  - Il rendimento termico degli impianti OTEC esistenti è circa del  $2\%$ . Confrontarlo col risultato ottenuto nella parte (a) e commentare.
- 6.19** Gli impianti geotermici sfruttano le risorse del sottosuolo di acqua o vapore caldi per produrre energia elettrica. Un impianto di questo tipo riceve energia da acqua calda a  $167^\circ\text{C}$  e cede calore all'atmosfera che si trova a  $13^\circ\text{C}$ . Determinare il rendimento termico massimo possibile per tale ciclo.
- 6.20** La Figura P6.20 mostra un sistema per captare la radiazione solare e utilizzarla per produrre energia elettrica attraverso un ciclo motore. Il collettore solare riceve una radiazione solare di  $0.315 \text{ kW}$  per  $\text{m}^2$  di area e fornisce energia a un accumulatore la cui tem-

peratura rimane costante e pari a 220 °C. Il ciclo motore riceve energia sotto forma di calore dall'accumulatore e genera 0.5 MW di energia elettrica, cedendo calore all'ambiente circostante a 20 °C. Supponendo che il sistema operi in stato stazionario, determinare la minima area di captazione dei collettori necessaria, in m<sup>2</sup>.

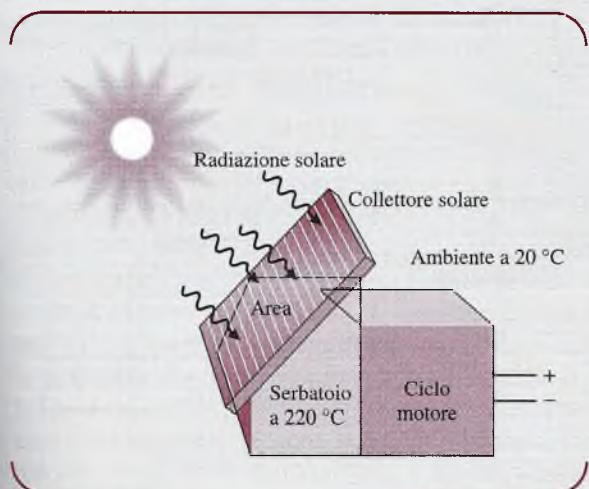


Figura P6.20

#### Applicazioni dei cicli frigoriferi e pompa di calore

**6.21** Il frigorifero mostrato in Figura P6.21 opera in condizioni stazionarie con un coefficiente di prestazione di 4.5 e una potenza in ingresso di 0.8 kW. Il frigorifero cede calore a 20 °C attraverso la serpentina metallica posizionata sul retro. Determinare:

- (a) la quantità di calore ceduta, in kW;
- (b) la temperatura più bassa all'interno del frigorifero, in K.

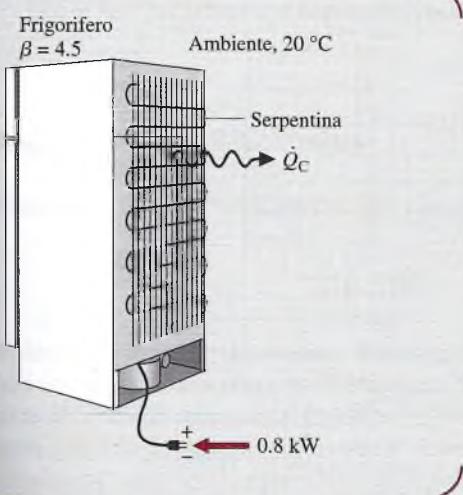


Figura P6.21

**6.22** Determinare la portata massima di ghiaccio che può essere prodotta, in kg/h, per ciascun kW di potenza entrante in una macchina per il ghiaccio funzionante in condizioni stazionarie, a partire da acqua liquida a 0 °C. Supponere che l'ambiente circostante sia a 20 °C e che il ciclo sottragga 333 kJ/kg di calore all'acqua a 0 °C.

**6.23** Un ciclo frigorifero, in condizioni stazionarie, rimuove 150 kJ/min di calore da un ambiente mantenuto alla temperatura di -50 °C e cede calore all'ambiente circostante a 15 °C. Sapendo che il C.O.P del ciclo è il 30% di un ciclo frigorifero reversibile operante tra i medesimi serbatoi termici, determinare la potenza entrante nel ciclo, in kW.

**6.24** Un ciclo frigorifero con coefficiente di prestazione pari a 3 mantiene un laboratorio a 18 °C in una giornata in cui l'ambiente esterno è a 30 °C. Il carico termico in condizioni stazionarie è dato dal calore entrante attraverso le pareti, pari a 30000 kJ/h e dal calore sviluppato dagli occupanti, dai computer e dall'illuminazione, pari a 6000 kJ/h. Determinare la potenza necessaria per compiere il ciclo e confrontarla con quella minima teorica richiesta da un frigorifero ideale operante nelle stesse condizioni, ciascuna in kW.

**6.25** Una pompa di calore operante in condizioni stazionarie è azionata da un motore elettrico da 1 kW e riscalda un edificio mantenuto a 20 °C. La pompa di calore sarà sufficiente in una giornata in cui la temperatura esterna è 0 °C e l'energia persa attraverso le pareti e il soffitto è di 60000 kJ/h?

**6.26** Tracciare (a) l'andamento del coefficiente di prestazione  $\beta_{max}$  dato nell'Equazione 6.7 per  $T_C = 298$  K rispetto a  $T_F$  nell'intervallo tra 235 e 298 K. Commentare le conseguenze pratiche della diminuzione dell'efficienza al diminuire di  $T_F$ .

**6.27** Un frigorifero, in condizioni stazionarie e avente COP pari a 3, sottrae 6000 kJ/h di calore da un freezer a 0 °C e cede energia sotto forma di calore all'ambiente circostante a 20 °C.

(a) Determinare la potenza in ingresso al frigorifero e confrontarla con quella richiesta da un ciclo reversibile operante nelle medesime condizioni.

(b) Sapendo che l'energia elettrica costa 0.08 €/kWh, determinare il costo reale e quello ideale, ciascuno in €/giorno.

**6.28** Una pompa di calore mantiene la temperatura di un ambiente a 21 °C fornendo 8 kW di calore, quando l'ambiente esterno si trova a 0 °C. Sapendo che il costo dell'energia elettrica è di 0.08 €/kWh, determinare il costo minimo giornaliero di funzionamento in condizioni stazionarie.

**6.29** Una pompa di calore mantiene la temperatura di un ambiente a 21 °C fornendo 21000 kJ/h di calore. Sapendo che il costo dell'energia elettrica è di 8 centesimi per kWh, determinare il costo minimo giornaliero di funzionamento sapendo che la pompa di calore riceve energia da:

(a) l'aria esterna a -5 °C;

(b) un pozzo d'acqua a 8 °C.

- 6.30** Una pompa di calore avente coefficiente di prestazione pari a 3.8 mantiene la temperatura di un ambiente a 21 °C fornendo 75000 kJ/h di calore in una giornata in cui la temperatura esterna è di 0 °C. Sapendo che il costo dell'energia elettrica è di 0.08 €/kWh.
- (a) Determinare il costo giornaliero reale e minimo teorico di funzionamento, ciascuno in €/giorno.  
(b) Confrontare il risultato della parte (a) con il costo del riscaldamento elettrico.

**6.31** Una pompa di calore mantiene un edificio a temperatura  $T$  quando la temperatura media dell'ambiente esterno è di 5 °C. Le pareti e il soffitto trasmettono 2000 kJ/h di calore per ogni grado di differenza di temperatura tra l'ambiente interno e quello esterno. sapendo che il costo dell'energia elettrica è di 0.08 €/kWh.

- (a) Determinare il costo teorico minimo giornaliero di funzionamento quando  $T = 20$  °C.  
(b) Tracciare l'andamento del costo teorico giornaliero in funzione di  $T$  nell'intervallo tra 18 e 23 °C.

**Soluzioni di alcuni esercizi e ulteriori materiali sul sito [www.ateneonline.it/moran](http://www.ateneonline.it/moran)**



# 7

## Entropia

### Obiettivi del capitolo

Lo studio del secondo principio si è finora concentrato sulle applicazioni a sistemi che compiono cicli termodinamici. In questo capitolo verranno introdotti strumenti per analizzare dal punto di vista del secondo principio sistemi che subiscono trasformazioni non necessariamente cicliche, un contesto in cui l'entropia recita un ruolo fondamentale. L'obiettivo di questo capitolo è introdurre la proprietà entropia e illustrarne l'uso nelle analisi termodinamiche.

La parola *energia* è molto utilizzata nel linguaggio comune e sicuramente era familiare al lettore anche prima che la incontrasse nei corsi di base in ambito scientifico. Questa familiarità ha probabilmente reso più agevole lo studio dell'energia in quei corsi e anche in questa sede. Nel presente capitolo si vedrà che l'analisi di un sistema nell'ottica del secondo principio può essere convenientemente svolta in termini di entropia. Energia ed entropia sono entrambi concetti astratti, ma la parola entropia, a differenza del termine energia, ricorre raramente nelle conversazioni quotidiane; il lettore potrebbe quindi non averci mai avuto a che fare prima d'ora in termini quantitativi. Energia ed entropia ricoprono un ruolo fondamentale nell'ingegneria dei sistemi termici.

### 7.1 Introduzione all'entropia

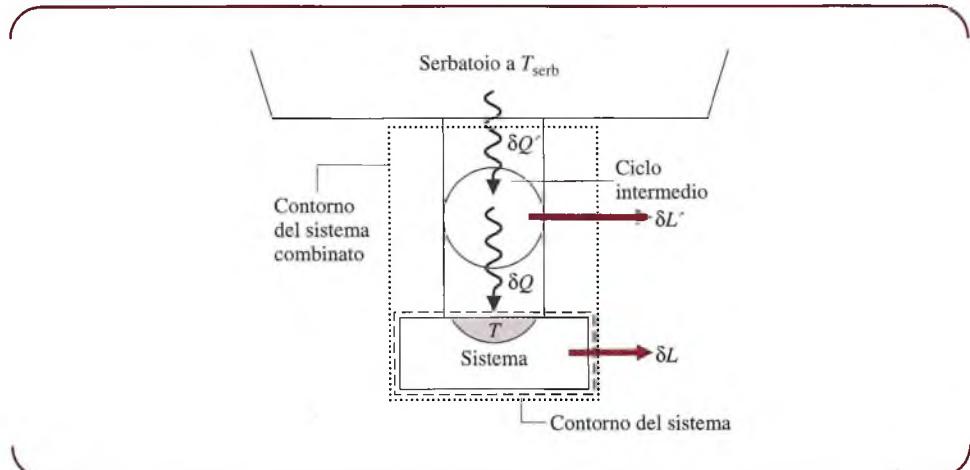
Nel Capitolo 6 sono stati sviluppati corollari del secondo principio per sistemi sottoposti a cicli nei casi in cui abbia luogo uno scambio termico con due sorgenti, una calda e l'altra fredda. In questo paragrafo viene introdotto un corollario del secondo principio, noto come disuguaglianza di Clausius, applicabile a qualsiasi ciclo indipendentemente dal corpo, o dai corpi, da cui il ciclo riceve o a cui cede energia sotto forma di calore. La disuguaglianza di Clausius fornisce le basi per introdurre la proprietà entropia e gli strumenti per valutarne le variazioni.

#### 7.1.1 Disuguaglianza di Clausius

La **disuguaglianza di Clausius** stabilisce che, per qualsiasi ciclo termodinamico,

$$\oint \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_c \leq 0 \quad (7.1)$$

dove  $\delta Q$  rappresenta una quantità infinitesima di calore scambiata attraverso una parte del contorno del sistema durante una porzione infinitesima del ciclo, e  $T$  è la temperatura assoluta della parte di contorno interessata. Il pedice "c" è utile per ricordare che l'integrale è valutato lungo il contorno del sistema che esegue il ciclo. Il simbolo  $\oint$  indica che l'integrale deve essere eseguito sull'intero ciclo e per tutte le parti del contorno. Il segno di uguaglianza e quello di disuguaglianza conservano lo stesso significato loro assegnato nell'interpretazione dell'enunciato di Kelvin-Planck: il segno di uguale si applica quando non vi sono irreversibilità interne nel processo ciclico che il sistema esegue, mentre il segno di dise-



**Figura 7.1** Esempio utilizzato per sviluppare la diseguaglianza di Clausius.

guaglianza si applica quando nel ciclo sono presenti irreversibilità interne. La diseguaglianza di Clausius può essere dimostrata a partire dall'enunciato di Kelvin-Planck del secondo principio.

### Sviluppo della diseguaglianza di Clausius

La diseguaglianza di Clausius si può dimostrare utilizzando il caso esemplificativo schematizzato in Figura 7.1. Un sistema riceve una quantità di energia  $\delta Q$  attraverso una parte del suo contorno, la cui temperatura assoluta è  $T$ , erogando contemporaneamente una quantità di lavoro  $\delta L$ . In accordo con la convenzione di segno adottata per i trasferimenti di calore, l'espressione *riceve una quantità di energia  $\delta Q$*  include anche la possibilità di un trasferimento di calore dal sistema all'ambiente, ovvero di una cessione di calore. Si assume che l'energia  $\delta Q$  sia scambiata (ricevuta o assorbita) con un serbatoio termico a temperatura  $T_{\text{serb}}$ . Per assicurarsi che nessuna irreversibilità venga introdotta per effetto dello scambio di calore tra il serbatoio e il sistema, si assume che tale scambio avvenga tramite un sistema intermedio che esegue un ciclo privo di irreversibilità di qualsiasi genere. Il ciclo intermedio riceve quindi una quantità di energia  $\delta Q'$  dal serbatoio e fornisce una quantità di energia  $\delta Q$  al sistema, producendo una quantità di lavoro  $\delta L'$ . Tra gli scambi di calore e le temperature si può stabilire, sulla base della definizione della scala Kelvin (Equazione 6.5), la seguente correlazione:

$$\frac{\delta Q'}{T_{\text{serb}}} = \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_c \quad (\text{a})$$

Poiché la temperatura può variare da punto a punto del contorno, può rivelarsi necessaria una molteplicità di cicli reversibili intermedi come quello sopra descritto.

Si consideri ora il sistema combinato costituito dal sistema in esame e dal ciclo reversibile intermedio, individuato in Figura 7.1 dalla linea tratteggiata. Il bilancio energetico per tale sistema è

$$dE_C = \delta Q' - \delta L_C$$

dove  $\delta L_C$  è il lavoro totale del sistema combinato, cioè la somma di  $\delta L$  e  $\delta L'$ , mentre  $dE_C$  identifica la variazione del contenuto di energia del sistema combinato medesimo. Risolvendo il bilancio energetico rispetto a  $\delta L_C$  e utilizzando l'Equazione (a) per eliminare  $\delta Q'$  dall'espressione risultante, si ottiene

$$\delta L_C = T_{\text{serb}} \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_c - dE_C$$

A questo punto, si ipotizza che il sistema in esame sia sottoposto a un unico ciclo, mentre il sistema reversibile intermedio compie uno o più cicli. Il lavoro totale erogato dal sistema combinato è

$$L_C = \oint T_{\text{serb}} \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_c - \oint dE_C^0 = T_{\text{serb}} \oint \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_c \quad (\text{b})$$

Dato che la temperatura del serbatoio è costante,  $T_{\text{serb}}$  può essere portata fuori dall'integrale in cui compare. L'integrale relativo al contenuto di energia si annulla perché la variazione di energia per un qualsiasi ciclo è pari a zero. Il sistema combinato esegue un ciclo, in quanto tutte le sue parti eseguono uno o più cicli, e scambia energia sotto forma di calore con un unico serbatoio; l'Equazione 6.1, che esprime l'enunciato di Kelvin-Planck del secondo principio, deve quindi essere necessariamente soddisfatta. Di conseguenza, l'Equazione (b) si riduce all'Equazione 7.1, nella quale l'egualanza si applica quando non sono presenti irreversibilità all'interno del sistema durante il ciclo, mentre la disegualanza si applica quando sono presenti irreversibilità. Questa dimostrazione è in effetti riferita alla combinazione del sistema in esame e del ciclo intermedio, ma quest'ultimo è considerato privo di irreversibilità, e quindi la sola possibile sede di irreversibilità è il sistema in esame singolarmente considerato.

L'Equazione 7.1 può essere espressa in maniera equivalente come

$$\oint \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_c = -\sigma_{\text{ciclo}} \quad (7.2)$$

dove  $\sigma_{\text{ciclo}}$  può essere considerata una rappresentazione della "forza" della disegualanza. Il valore di  $\sigma_{\text{ciclo}}$  è positivo quando sono presenti irreversibilità interne, è pari a zero quando non vi sono irreversibilità interne e non può mai essere negativo. In sintesi, la natura di un ciclo eseguito da un sistema termico è indicata dal valore di  $\sigma_{\text{ciclo}}$ :

- $\sigma_{\text{ciclo}} = 0$  Trasformazione reversibile
- $\sigma_{\text{ciclo}} > 0$  Trasformazione irreversibile
- $\sigma_{\text{ciclo}} < 0$  Trasformazione impossibile

Ne consegue che  $\sigma_{\text{ciclo}}$  rappresenta una misura dell'effetto delle irreversibilità presenti all'interno del sistema che svolge il ciclo. Questo punto è ulteriormente sviluppato nel Paragrafo 7.4, dove  $\sigma_{\text{ciclo}}$  viene identificato come l'entropia prodotta (o generata) durante il ciclo a causa delle irreversibilità interne.

### 7.1.2 Variazione di entropia

Una variabile fisica è definibile come proprietà di stato se, e solo se, la sua variazione tra due stati di un sistema è indipendente dal percorso della trasformazione che li collega (Paragrafo 2.2). Questo concetto di proprietà di stato viene utilizzato in questo paragrafo, insieme all'Equazione 7.2, per introdurre l'entropia.

In Figura 7.2 sono rappresentati due cicli eseguiti da un sistema chiuso; un ciclo è costituito da una trasformazione internamente reversibile A dallo stato 1 allo stato 2, seguita da una trasformazione internamente reversibile C dallo stato 2 allo stato 1. L'altro ciclo consiste in una trasformazione internamente reversibile B da uno stato 1 allo stato 2, seguita dalla medesima trasformazione internamente reversibile C, dallo stato 2 allo stato 1, utilizzata nel primo ciclo.

Per il primo ciclo, l'Equazione 7.2 assume la forma

$$\left( \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \right)_A + \left( \int_2^1 \frac{\delta Q}{T} \right)_C = -\sigma_{\text{ciclo}}^0 \quad (7.3a)$$

mentre per il secondo ciclo

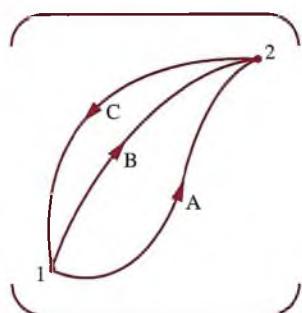


Figura 7.2 Due cicli internamente reversibili.

$$\left( \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \right)_B + \left( \int_2^1 \frac{\delta Q}{T} \right)_C = -\phi_{\text{ciclo}}^0 \quad (7.3b)$$

Nella scrittura delle Equazioni 7.3, il termine  $\sigma_{\text{ciclo}}$  è stato posto uguale a zero perché i cicli sono composti da processi internamente reversibili.

Sottraendo l'Equazione 7.3b dall'Equazione 7.3a, si ottiene:

$$\left( \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \right)_A = \left( \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \right)_B$$

Ciò dimostra che l'integrale di  $\sigma Q/T$  è lo stesso per entrambe le trasformazioni. Dato che A e B sono stati scelti arbitrariamente, ne consegue che l'integrale di  $\sigma Q/T$  assume lo stesso valore per qualsiasi trasformazione internamente reversibile tra i due stati considerati. In altre parole, il valore dell'integrale dipende soltanto dallo stato iniziale e dallo stato finale. Si può pertanto concludere che l'integrale rappresenta la variazione di una qualche proprietà di stato del sistema. Utilizzando il simbolo  $S$  per indicare questa proprietà, denominata *entropia*, la sua variazione è data da

$$S_2 - S_1 = \left( \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} \quad (7.4a)$$

dove il pedice *int rev* è stato aggiunto per ricordare che l'integrale è eseguito lungo una qualsiasi trasformazione internamente reversibile che collega i due stati iniziale e finale. L'Equazione 7.4 è la **definizione della variazione d'entropia**.

Su base differenziale, l'equazione che definisce la variazione di entropia assume la forma

$$dS = \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} \quad (7.4b)$$

L'entropia è una proprietà estensiva.

**L'unità di misura dell'entropia nel SI** è J/K. Tuttavia, in questo testo è conveniente lavorare in termini di kJ/K. Un'altra **unità di misura dell'entropia** comunemente utilizzata è Btu/°R. Per l'entropia specifica nel SI vengono utilizzate le unità di misura kJ/(kg × K) per  $s$  e kJ/(kmol × K) per  $s$ . Le altre unità di misura per l'entropia specifica sono Btu/(lb × °R) e Btu/(lbmol × °R).

Dato che l'entropia è una proprietà di stato, la variazione di entropia di un sistema nel passaggio da uno stato a un altro è la stessa per tutte le trasformazioni, sia internamente reversibili sia irreversibili, tra questi due stati. Di conseguenza, l'Equazione 7.4 permette di determinare la variazione di entropia, e questa, una volta calcolata, è quantitativamente la stessa per tutte le possibili trasformazioni del sistema tra i due stati. La valutazione della variazione di entropia verrà discussa ulteriormente nel prossimo paragrafo.

Dovrebbe essere ormai chiaro che l'entropia è definita e valutata in termini di una specifica operazione integrale a cui non si accompagna un significato fisico evidente. La stessa situazione si è verificata in precedenza con la proprietà entalpia, che è stata introdotta nel Paragrafo 4.3.2 senza un'interpretazione fisica e della quale si è poi dimostrata, nel Capitolo 5, l'utilità nell'ambito delle analisi termodinamiche. Come nel caso dell'entalpia, per comprendere appieno le caratteristiche dell'entropia è necessario comprendere come viene usata e a che cosa serve.

## 7.2 Metodi per la valutazione dell'entropia

Nel Capitolo 4 si sono introdotti strumenti per determinare i valori delle diverse proprietà termodinamiche, consistenti in tabelle, grafici, equazioni e un software allegato al testo; l'attenzione si è focalizzata sulla valutazione delle proprietà  $p$ ,  $v$ ,  $T$ ,  $u$  e  $h$ , necessarie per

L'applicazione dei principi di conservazione della massa e dell'energia. Poiché per l'applicazione del secondo principio sono solitamente richiesti i valori dell'entropia, in questa sezione saranno illustrati i metodi per ottenere su di essa informazioni quantitative.

### 7.2.1 Considerazioni generali

L'equazione che definisce la variazione di entropia, Equazione 7.4a, costituisce la base per valutare l'entropia rispetto a un valore assegnato a un particolare stato di riferimento. Sia il valore sia lo stato di riferimento possono essere scelti arbitrariamente. Il valore dell'entropia in un qualsiasi stato  $y$ , calcolato in relazione allo stato di riferimento  $x$ , si ottiene in linea di principio con la formula

$$S_y = S_x + \left( \int_x^y \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} \quad (7.5)$$

dove  $S_x$  è il valore di riferimento nello stato di riferimento specificato.

Fintanto che i valori dell'entropia vengono utilizzati per eseguire calcoli che coinvolgono le sole differenze di entropia tra stati, i valori stessi possono essere liberamente riferiti a un qualsiasi stato di riferimento arbitrariamente scelto, dato che il valore di riferimento si elide nei calcoli.

#### Valori dell'entropia per l'acqua e per i fluidi frigoriferi

Nel Paragrafo 4.3 sono state introdotte tabelle dei parametri termodinamici per l'acqua, per il Refrigerante 134a e per altre sostanze. L'entropia specifica è tabulata in modo analogo alle proprietà  $v$ ,  $u$  e  $h$ , perciò i valori di entropia si ricavano in maniera simile.

**Valori associati al vapore** Nelle regioni corrispondenti allo stato di vapore surriscaldato, l'entropia specifica dell'acqua e del refrigerante 134a è tabulata insieme a  $v$ ,  $u$  e  $h$  in funzione della temperatura e della pressione.

**Per esempio...** Si consideri l'acqua in due stati distinti. Nello stato 1 la pressione è di 3 MPa e la temperatura è di 500 °C. Nello stato 2 la pressione è  $p_2 = 0.3$  MPa e l'entropia specifica è la stessa dello stato 1, cioè  $s_1 = s_2$ . L'obiettivo dell'analisi è determinare la temperatura nello stato 2. Usando  $T_1$  e  $p_1$ , si ricava dalla Tabella T-4 che l'entalpia specifica dello stato 1 è  $s_1 = 7.2338 \text{ kJ/(kg} \times \text{K)}$ . Lo stato 2 è individuato dalla pressione  $p_2 = 0.3$  MPa e dall'entropia specifica, pari a  $s_2 = 7.2338 \text{ kJ/(kg} \times \text{K)}$ . Ritornando alla Tabella T-4 in corrispondenza di 0.3 MPa e interpolando rispetto a  $s_2$  tra 160 e 200 °C, risulta infine che  $T_2 = 183$  °C. ■

**Valori di saturazione** In condizioni di saturazione, i valori di  $s_l$  e  $s_v$  sono tabulati in funzione sia della pressione di saturazione sia della temperatura di saturazione. L'entropia specifica di una miscela liquido-vapore si calcola sulla base del titolo della miscela stessa:

$$s = (1 - x)s_l + xs_v = s_l + x(s_v - s_l) \quad (7.6)$$

Questa relazione è identica nella forma a quelle già viste per  $v$ ,  $u$  e  $h$  (Paragrafo 4.3).

**Per esempio...** Si determini l'entropia specifica del refrigerante 134a in condizioni nelle quali la temperatura è di 0 °C e l'energia interna specifica è pari a 138.43 kJ/kg. Facendo riferimento alla Tabella T-6, si rileva che il valore di  $u$  assegnato cade, a 0 °C, tra  $u_l$  e  $u_v$ , perciò il sistema è costituito da una miscela bifase liquido-vapore. Le caratteristiche della miscela possono essere determinate a partire dall'energia interna specifica, nota,

$$x = \frac{u - u_l}{u_v - u_l} = \frac{138.43 - 49.79}{227.06 - 49.79} = 0.5$$

Quindi, con i valori ottenuti dalla Tabella T-6

$$\begin{aligned}s &= (1 - x)s_l + xs_v \\&= (0.5)(0.1970) + (0.5)(0.9190) = 0.5580 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} \blacksquare\end{aligned}$$

**Valori per i liquidi** I valori dell'entropia dei liquidi compressi sono raccolti, per l'acqua, nelle Tabelle T-5. Queste riportano  $s$ ,  $v$ ,  $u$  e  $h$  tabulate in funzione della temperatura e della pressione esattamente come le tabelle del vapore surriscaldato, e si utilizzano quindi in modo simile. In assenza di dati relativi ai liquidi compressi, il valore dell'entropia specifica può essere stimato nello stesso modo in cui si stimano  $v$  e  $u$  per gli stati liquidi (Paragrafo 4.3.6), utilizzando cioè i valori del liquido saturo alla temperatura assegnata:

$$s(T, p) \approx s_l(T) \quad (7.7)$$

**Per esempio...** Si supponga che sia richiesto il valore dell'entropia specifica per acqua a 25 bar e 200 °C. L'entropia specifica si ottiene direttamente dalla Tabella T-5 e vale  $s = 2.3294 \text{ kJ}/(\text{kg} \times \text{K})$ . Utilizzando il valore corrispondente al liquido saturo a 200 °C, dedotto dalla Tabella T-2, l'entropia specifica viene approssimata con l'Equazione 7.7 al valore  $s = 2.3309 \text{ kJ}/(\text{kg} \times \text{K})$ , pressoché coincidente con il valore precedentemente determinato.  $\blacksquare$

I valori dell'entropia specifica per l'acqua e per i fluidi frigoriferi riportati nelle tabelle in appendice a questo testo sono relativi ai seguenti stati e valori di riferimento: per l'acqua, si assume pari a zero l'entropia del liquido saturo a 0.01 °C (32.02 °F); per i refrigeranti, si assume pari a zero l'entropia del liquido saturo a -40 °C (-40 °F).

### Uso del computer per ottenere i valori di entropia

Il software presente sul sito web del presente volume, *Termodinamica Interattiva: TI*, fornisce dati sull'entropia per diverse sostanze. I valori dell'entropia si ricavano seguendo le semplici istruzioni indicate nell'area di lavoro del programma.

**Per esempio...** Si consideri una miscela liquido-vapore di H<sub>2</sub>O con  $p = 1 \text{ bar}$ ,  $v = 0.8475 \text{ m}^3/\text{kg}$ . Si riporta un esempio della sequenza di istruzioni tramite cui si ottengono, utilizzando *TI*, l'entropia specifica e il titolo  $x$ :

```
p = 1//bar
v = 0.8475//m3/kg
v = vsat_Px ("Water/Steam", p, x)
s = ssat_Px ("Water/Steam", p, x)
```

Il software restituisce i valori  $x = 0.5$  e  $s = 4.331 \text{ kJ}/(\text{kg} \times \text{K})$ , che possono essere verificati utilizzando i dati della Tabella T-3. Si noti che, nel listato, il titolo  $x$  è implicito negli argomenti (tra parentesi) dell'espressione relativa al volume specifico, ma non è necessario esplicitarlo.

Come ulteriore esempio, si consideri del vapore surriscaldato di ammoniaca alla pressione  $p = 1.5 \text{ bar}$  e alla temperatura  $T = 8 \text{ }^\circ\text{C}$ . L'entropia specifica si ottiene tramite *TI* digitando le seguenti istruzioni:

```
p = 1.5//bar
T = 8// °C
s = s_PT ("Ammonia", p, T)
```

Il software restituisce il valore  $s = 5.981 \text{ kJ}/(\text{kg} \times \text{K})$ , che è in perfetto accordo con il valore ottenibile per interpolazione dei dati in Tabella T-17.  $\blacksquare$

Si noti che  $TI$  non restituisce per alcuna sostanza valori esatti dell'entropia specifica dei liquidi compressi, ma utilizza invece l'approssimazione dell'Equazione 7.7. Analogamente, il programma utilizza le approssimazioni delle Equazioni 4.11, 4.12 e 4.14 per restituire i valori di  $v$ ,  $u$  e  $h$  dei liquidi compressi.

### Utilizzo dei diagrammi per ricavare l'entropia

L'utilizzo dei diagrammi delle proprietà di stato è particolarmente utile per la risoluzione dei problemi. Nel caso specifico delle applicazioni del secondo principio, è spesso utile individuare gli stati e tracciare le trasformazioni su diagrammi che presentano come coordinata l'entropia. Tra i diagrammi di questo tipo, i due più comunemente usati sono il diagramma temperatura-entropia e il diagramma entalpia-entropia.

**Diagramma temperatura-entropia** Le caratteristiche principali di un diagramma temperatura-entropia sono mostrate in Figura 7.3. Si osservi che in questo tipo di diagramma sono solitamente riportate le linee a entalpia costante. Si noti inoltre che, nella regione corrispondente al vapore surriscaldato, le curve a volume specifico costante hanno una pendenza maggiore delle linee a pressione costante. Nella regione corrispondente alle miscele liquido-vapore sono inoltre riportate linee a titolo costante. In alcuni casi le linee a titolo costante sono indicate in termini di linee a frazione di liquido costante, essendo la frazione di liquido definita come il rapporto tra la massa del liquido e la massa totale della miscela.

Nella regione del vapore surriscaldato nel diagramma  $T-s$ , le linee isoentalpiche diventano quasi orizzontali al diminuire della pressione. Questi stati sono rappresentati in Figura 7.3 dall'area ombreggiata in grigio. In questa regione del diagramma, l'entalpia è principalmente funzione della temperatura:  $h(T, p) \approx h(T)$ . Questa è infatti una regione nella quale il modello di gas perfetto approssima ragionevolmente bene il comportamento del vapore surriscaldato. Per gli stati del vapore surriscaldato al di fuori della zona in grigio, per valutare l'entalpia sono necessari i valori sia della temperatura sia della pressione, non potendosi in tal caso sfruttare il modello di gas perfetto.

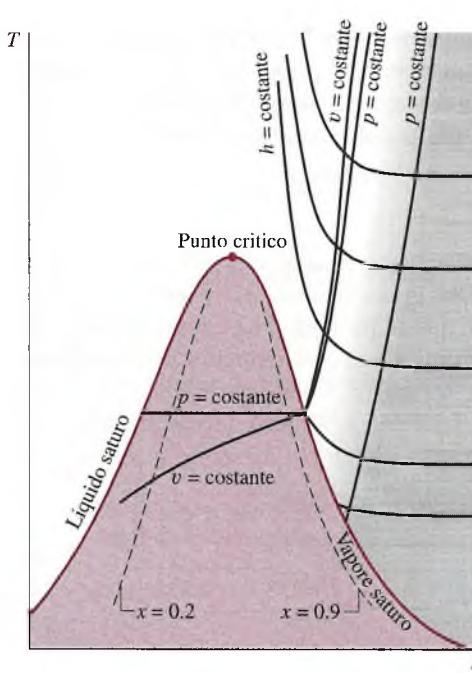
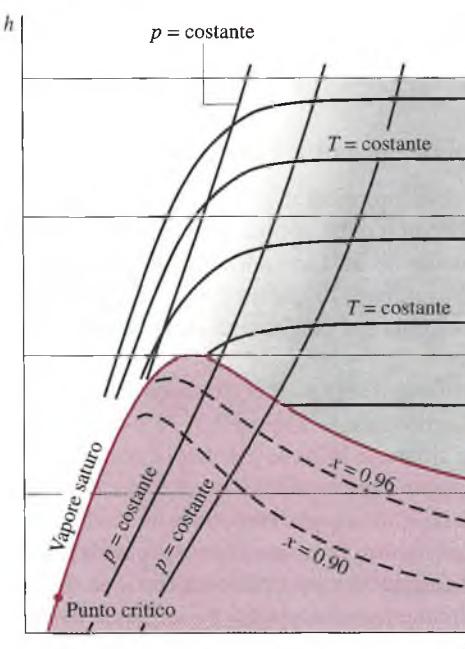


Figura 7.3 Diagramma temperatura-entropia.



**Figura 7.4** Diagramma entalpia-entropia.

**Diagramma entalpia-entropia** Le caratteristiche essenziali del diagramma entalpia-entropia, comunemente noto come **diagramma di Mollier**, sono mostrate in Figura 7.4. Si notino la posizione del punto critico e l'aspetto delle linee a temperatura costante e a pressione costante. Le linee a titolo costante sono riportate all'interno della regione delle miscele liquido-vapore (alcuni diagrammi riportano invece le linee a frazione di liquido costante). Il diagramma è finalizzato alla valutazione delle proprietà nelle condizioni di vapore surriscaldato e di miscela liquido-vapore; i valori relativi allo stato liquido vengono mostrati raramente. Nella regione del vapore surriscaldato, le linee a temperatura costante diventano quasi orizzontali al diminuire della pressione. Tale regione, approssimativamente individuata dall'area ombreggiata in grigio in Figura 7.4, corrisponde all'area parimenti ombreggiata in grigio sul diagramma temperatura-entropia in Figura 7.3, nella quale, come si è detto, il modello di gas perfetto costituisce una ragionevole approssimazione.

### Equazioni TdS

Anche se la variazione di entropia tra due stati può essere determinata in linea di principio mediante l'Equazione 7.4a, la sua valutazione è generalmente eseguita mediante le “equazioni *TdS*”, presentate in questo paragrafo. Le equazioni *TdS* permettono di valutare le variazioni di entropia a partire da proprietà termodinamiche facilmente determinabili. Il loro impiego per valutare le variazioni di entropia è illustrato nel Paragrafo 7.2.2 per i gas perfetti e nel Paragrafo 7.2.3 per le sostanze incomprensibili. Le **equazioni *TdS*** possono essere scritte con riferimento all'unità di massa nella forma

$$T ds = du + p dv \quad (7.8a)$$

$$T ds = dh - v dp \quad (7.8b)$$

e con riferimento alla quantità di sostanza come:

$$T d\bar{s} = d\bar{u} + p d\bar{v} \quad (7.8c)$$

$$T d\bar{s} = d\bar{h} - \bar{v} dp \quad (7.8d)$$

Per dare dimostrazione dell'uso delle equazioni  $TdS$ , si consideri una transizione di fase da liquido saturo a vapore saturo secco a temperatura e pressione costanti. Dato che la pressione è costante, l'Equazione 7.8b si semplifica e diventa  $ds = dh/T$

$$ds = \frac{dh}{T}$$

Inoltre, dato che anche la temperatura è costante durante la transizione di fase,

$$s_v - s_l = \frac{h_v - h_l}{T} \quad (7.9)$$

La relazione mostra come vengono calcolati i valori di  $s_v - s_l$  riportati nelle tabelle delle proprietà di stato.

**Per esempio...** Si consideri il Refrigerante 134a a 0 °C. Dalla Tabella T-6,  $h_v - h_l = 197.21 \text{ kJ/kg}$ , per cui, applicando l'Equazione 7.9,

$$s_v - s_l = \frac{197.21 \text{ kJ/kg}}{273.15 \text{ K}} = 0.7220 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

che è il valore calcolabile utilizzando  $s_v$  e  $s_l$  dedotti dalle tabelle. Per fornire un altro esempio, si consideri il Refrigerante 134a a 0 °F. Dalla Tabella T-6E,  $h_v - h_l = 90.12 \text{ Btu/lb}$  e, quindi,

$$s_v - s_l = \frac{90.12 \text{ Btu/lb}}{459.67^\circ R} = 0.1961 \frac{\text{Btu}}{\text{lb} \cdot ^\circ R}$$

Il risultato è in perfetto accordo con i valori calcolati ricavando  $s_v$  e  $s_l$  dalle tabelle.

### Sviluppo delle Equazioni Tds

Le equazioni  $Tds$  si ricavano considerando un sistema semplice comprimibile che subisce una trasformazione internamente reversibile. In assenza di moti del sistema nel suo complesso e di effetti significativi della gravità, il bilancio di energia in forma differenziale è

$$(\delta Q)_{\text{int rev}} = dU + (\delta L)_{\text{int rev}}$$

Per definizione di sistema semplice comprimibile (Paragrafo 4.1), il lavoro è

$$(\delta L)_{\text{int rev}} = p dV$$

Riorganizzando l'Equazione 7.4b, lo scambio di calore risulta

$$(\delta Q)_{\text{int rev}} = T dS$$

Combinando queste espressioni, si ottiene la prima equazione  $Tds$

$$T ds = dU + p dV \quad (7.10)$$

La seconda equazione  $Tds$  si ottiene dall'Equazione 7.10 sfruttando la definizione di entalpia  $H = U + pV$ . In particolare, il differenziale si modifica in

$$dH = dU + d(pV) = dU + p dV + V dp$$

Riorganizzando

$$dU + p dV = dH - V dp$$

Sostituendo infine questa espressione nell'Equazione 7.10, si ottiene la seconda equazione Tds

$$T dS = dH - V dp \quad (7.11)$$

Anche se le equazioni Tds sono state ricavate considerando una trasformazione internamente reversibile, una variazione di entropia ottenuta integrando queste equazioni rappresenta la variazione relativa a qualsiasi trasformazione, reversibile o irreversibile, tra due stati di equilibrio di un sistema. Poiché l'entropia è una proprietà di stato, la variazione di entropia tra due stati è indipendente dai dettagli della trasformazione che li collega.

### 7.2.2 Variazione di entropia per un gas perfetto

Per un gas perfetto,  $du = c_v(T)dT$ ,  $dh = c_p(T)dT$  e  $pV = RT$ . Con queste relazioni, le equazioni Tds (Equazione 7.8a e 7.8b) forniscono, rispettivamente,

$$ds = c_v(T) \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v} \quad \text{and} \quad ds = c_p(T) \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$$

Integrando, si ottengono le seguenti espressioni per la variazione di entropia di un gas perfetto:

$$s(T_2, v_2) - s(T_1, v_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) \frac{dT}{T} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (7.12)$$

$$s(T_2, p_2) - s(T_1, p_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) \frac{dT}{T} - R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (7.13)$$

**Utilizzo delle tabelle dei gas perfetti** Come per le variazioni di energia interna ed entalpia, la valutazione delle variazioni di entropia per i gas perfetti può essere semplificata ricorrendo a un approccio tabellare. Per spiegare tale approccio, si selezionino uno stato di riferimento e un valore di riferimento: il valore dell'entropia specifica si stabilisce pari a zero per lo stato corrispondente alla temperatura di 0 K e alla pressione di 1 atmosfera. Quindi, utilizzando l'Equazione 7.13, l'entropia specifica per uno stato in cui la temperatura è pari a  $T$  e la pressione è ancora di 1 atm si calcola in relazione allo stato di riferimento e al valore di riferimento come

$$s^\circ(T) = \int_0^T \frac{c_p(T)}{T} dT \quad (7.14)$$

Il simbolo  $s^\circ(T)$  indica l'entropia specifica alla temperatura  $T$  e alla pressione di 1 atm. Poiché  $s^\circ$  dipende solo dalla temperatura, può essere tabulato in funzione di questa, esattamente come  $h$  e  $u$ . Per l'aria, assimilata a un gas perfetto, i valori di  $s^\circ$  vengono forniti nelle Tabelle T-9 con unità di misura  $\text{kJ}/(\text{kg} \times \text{K})$  o  $\text{Btu}/(\text{lb} \times ^\circ\text{R})$ . I valori di  $s^\circ$  per altri gas comuni sono forniti dalla Tabella T-11 con unità di misura  $\text{kJ}/(\text{kmol} \times \text{K})$  oppure  $\text{Btu}/\text{lbmol}$ . Poiché l'integrale dell'Equazione 7.13 può essere espresso in termini di  $s^\circ$

$$\begin{aligned} \int_{T_1}^{T_2} c_p \frac{dT}{T} &= \int_0^{T_2} c_p \frac{dT}{T} - \int_0^{T_1} c_p \frac{dT}{T} \\ &= s^\circ(T_2) - s^\circ(T_1) \end{aligned}$$

ne consegue che la Equazione 7.13 può essere scritta come

$$s(T_2, p_2) - s(T_1, p_1) = s^\circ(T_2) - s^\circ(T_1) - R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (7.15a)$$

o, su base molare, come

$$\bar{s}(T_2, p_2) - \bar{s}(T_1, p_1) = \bar{s}^\circ(T_2) - \bar{s}^\circ(T_1) - \bar{R} \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (7.15b)$$

Applicando le Equazioni 7.15 e i valori tabulati per  $s^\circ$  o  $\bar{s}^\circ$ , si possono ricavare espressioni per le variazioni di entropia che tengono conto esplicitamente della variazione del calore specifico con la temperatura.

**Per esempio...** Si vuole valutare la variazione di entropia specifica, in  $\text{kJ}/(\text{kg} \times \text{K})$ , di aria considerata come gas perfetto, da uno stato in cui  $T_1 = 300 \text{ K}$  e  $p_1 = 1 \text{ bar}$  a uno stato in cui  $T_2 = 1000 \text{ K}$  e  $p_2 = 3 \text{ bar}$ . Utilizzando l'Equazione 7.15a e i dati ricavati dalla Tabella T-9

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= s^\circ(T_2) - s^\circ(T_1) - R \ln \frac{p_2}{p_1} \\ &= (2.96770 - 1.70203) \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} - \frac{8.314 \text{ kJ}}{28.97 \text{ kg} \cdot \text{K}} \ln \frac{3 \text{ bar}}{1 \text{ bar}} \\ &= 0.9504 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{aligned}$$

**Aprossimazione di calore specifico costante** Quando i calori specifici  $c_v$  e  $c_p$  sono assunti costanti, le Equazioni 7.12 e 7.13 si riducono, rispettivamente, a

$$s(T_2, v_2) - s(T_1, v_1) = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (7.16)$$

$$s(T_2, p_2) - s(T_1, p_1) = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (7.17)$$

Queste equazioni, insieme alle Equazioni 4.48 e 4.49 per il calcolo di  $\Delta u$  e  $\Delta h$ , sono applicabili quando si può assumere valido il modello di gas perfetto con calore specifico costante.

**Per esempio...** Si vuole determinare la variazione di entropia specifica, in  $\text{kJ}/(\text{kg} \times \text{K})$ , dell'aria assimilata a un gas perfetto che subisce una trasformazione da  $T_1 = 300 \text{ K}$ ,  $p_1 = 1 \text{ bar}$  a  $T_2 = 400 \text{ K}$ ,  $p_2 = 5 \text{ bar}$ . Dato che la differenza di temperatura è relativamente piccola, si assume costante il valore di  $c_p$ , valutato in corrispondenza di una temperatura di 350 K. Utilizzando l'Equazione 7.17 e  $c_p = 1.008 \text{ kJ}/(\text{kg} \times \text{K})$ , ottenuto dalla Tabella T-10, si ha

$$\begin{aligned} \Delta s &= c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1} \\ &= \left( 1.008 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right) \ln \left( \frac{400 \text{ K}}{300 \text{ K}} \right) - \left( \frac{8.314 \text{ kJ}}{28.97 \text{ kg} \cdot \text{K}} \right) \ln \left( \frac{5 \text{ bar}}{1 \text{ bar}} \right) \\ &= -0.1719 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{aligned}$$

### Utilizzo del software per valutare l'entropia dei gas perfetti

Per l'aria e altri gas considerati come gas perfetti, TI restituisce direttamente  $s(T, p)$  basandosi sulla seguente formulazione dell'Equazione 7.13:

$$s(T, p) - s(T_{\text{rif}}, p_{\text{rif}}) = \int_{T_{\text{rif}}}^T \frac{c_p(T)}{T} dT - R \ln \frac{p}{p_{\text{rif}}}$$

Scegliendo uno stato di riferimento individuato da  $T_{\text{rif}} = 0 \text{ K}$  ( $0^\circ\text{R}$ ),  $p_{\text{rif}} = 1 \text{ atm}$ , e un valore di riferimento dell'entropia specifica  $s(T_{\text{rif}}, p_{\text{rif}}) = 0$ , si ottiene

$$s(T, p) = \int_0^T \frac{c_p(T)}{T} dT - R \ln \frac{p}{p_{\text{rif}}}$$

Le variazioni di entropia specifica determinate utilizzando *TI* sono in perfetto accordo con quelle calcolabili utilizzando le tabelle relative ai gas perfetti.

**Per esempio...** si consideri una trasformazione di aria, assimilata a un gas perfetto, da  $T_1 = 300 \text{ K}$ ,  $p_1 = 1 \text{ bar}$  a  $T_2 = 1000 \text{ K}$ ,  $p_2 = 3 \text{ bar}$ . La variazione di entropia specifica, identificata come *dels*, viene determinata, nelle unità di misura SI, digitando in *TI* il seguente listato di istruzioni:

```
p1 = 1//bar
T1 = 300//K
p2 = 3
T2 = 1000
s1 = s_TP ("Air", T1, p1)
s2 = s_TP ("Air", T2, p2)
dels = s2 - s1
```

Il software restituisce i valori  $s_1 = 1.706$ ,  $s_2 = 2.656$  e *dels* = 0.951, tutti in  $\text{kJ}/(\text{kg} \times \text{K})$ . La variazione di entropia specifica ottenuta è in perfetto accordo con il valore calcolato, utilizzando la Tabella T-9, nell'esempio che segue l'Equazione 7.15. ■

Si noti che *TI* restituisce direttamente l'entropia specifica senza passare attraverso la determinazione di  $s^\circ$ .

### 7.2.3 Variazione di entropia di una sostanza incomprimibile

Il modello di sostanza incomprimibile introdotto nel Paragrafo 4.3.6 presuppone che il volume specifico (ovvero la densità) sia costante e che il calore specifico dipenda unicamente dalla temperatura, cioè  $c_v = c(T)$ . Di conseguenza, la variazione infinitesima dell'energia interna specifica è  $du = c(T)dT$  e l'Equazione 7.8a si riduce a

$$ds = \frac{c(T) dT}{T} + \cancel{\frac{p dy'}{T}}^0 = \frac{c(T) dT}{T}$$

Integrando, la variazione di entropia specifica è:

$$s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c(T)}{T} dT \quad (\text{incomprimibile})$$

Quando si assume il calore specifico costante, la variazione di entropia specifica diventa

$$s_2 - s_1 = c \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (\text{incomprimibile, } c \text{ costante})$$

(7.18)

L'Equazione 7.18, insieme con le Equazioni 4.20 e 4.21 per il calcolo di  $\Delta u$  e  $\Delta h$ , è applicabile ai liquidi e ai solidi modellizzati come incomprimibili. I valori del calore specifico di alcuni liquidi e solidi di uso comune sono riportati nelle Tabelle HT-1, 2, 4 e 5.

### 7.3 Variazione di entropia nei processi internamente reversibili

In questo paragrafo viene presa in considerazione la relazione tra variazione di entropia e scambio di calore nelle trasformazioni internamente reversibili; i concetti qui introdotti avranno importanti applicazioni nei successivi paragrafi del testo. In questa sede la discussione è limitata al caso di sistemi chiusi; analoghe considerazioni relative ai volumi di controllo verranno presentate nel Paragrafo 7.8.

Quando un sistema chiuso subisce una trasformazione internamente reversibile, la sua entropia può aumentare, diminuire o rimanere costante, come si può verificare utilizzando l'Equazione 7.4b

$$dS = \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}}$$

L'espressione indica che, quando un sistema chiuso sottoposto a una trasformazione internamente reversibile riceve energia sotto forma di calore, tale sistema è soggetto a un aumento di entropia; al contrario, quando l'energia viene sottratta al sistema sotto forma di calore, l'entropia del sistema diminuisce. Questo effetto si può anche descrivere dicendo che a un trasferimento di calore si accompagna un trasferimento di entropia e che la direzione del trasferimento di entropia coincide con quella del trasferimento di calore. In una trasformazione adiabatica internamente reversibile, l'entropia rimane costante e una trasformazione con entropia costante viene denominata **trasformazione isoentropica**.

Riscrivendo la relazione precedente si ottiene

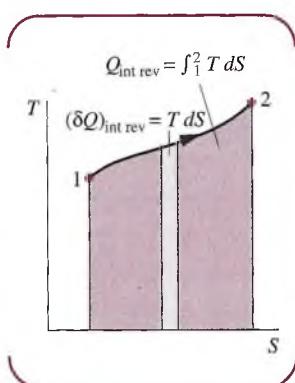
$$(\delta Q)_{\text{int rev}} = T dS$$

Integrando da uno stato iniziale 1 a uno stato finale 2, si ha

$$Q_{\text{int rev}} = \int_1^2 T dS \quad (7.19)$$

Dall'Equazione 7.19 si può concludere che uno scambio di energia sotto forma di calore, in un sistema chiuso sottoposto a una trasformazione internamente reversibile, può essere rappresentato da un'area sul diagramma temperatura-entropia. La Figura 7.5 mostra tale interpretazione grafica: l'area rappresenta il calore scambiato per una qualsiasi trasformazione internamente reversibile in cui varia la temperatura. Si osservi con attenzione che la temperatura deve essere espressa in Kelvin o in gradi Rankine e che si considera l'intera area sotto la curva (evidenziata in colore). Si sottolinea che questa interpretazione grafica della quantità di calore scambiata non è valida per processi irreversibili, come evidenziato dall'Esempio 7.2.

Per illustrare i concetti introdotti in questo paragrafo, l'esempio successivo considera acqua contenuta in un sistema cilindro-pistone sottoposto a una trasformazione internamente reversibile.



**Figura 7.5**  
Rappresentazione grafica del calore scambiato per una trasformazione internamente reversibile di un sistema chiuso.

#### Trasformazione internamente reversibile di acqua

#### ESEMPIO 7.1

Una quantità di acqua, inizialmente allo stato di liquido saturo a 100 °C, è contenuta in un sistema cilindro-pistone. Essa subisce una trasformazione dallo stato di liquido saturo allo stato di vapore saturo secco, durante la quale il pistone si muove liberamente entro il cilindro. Sapendo che la transizione di fase è causata dal riscaldamento dell'acqua e assumendo che la trasformazione, a pressione e temperatura costanti, sia internamente reversibile, si determinino le quantità di lavoro e di calore scambiate per unità di massa, entrambi in kJ/kg.

**Soluzione**

**Elementi noti** L'acqua contenuta nel sistema cilindro-pistone subisce una trasformazione internamente reversibile a 100 °C da liquido saturo a vapore saturo secco.

**Da determinare** Determinare il lavoro e il calore scambiati per unità di massa.

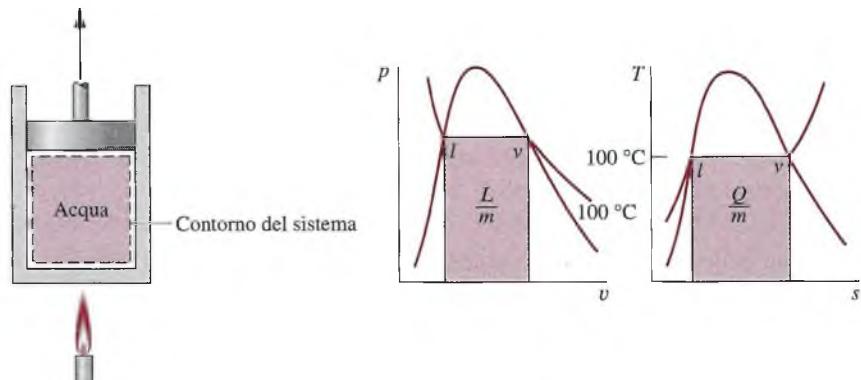
**Schema e dati forniti**

Figura E7.1

**Presupposti**

1. L'acqua all'interno del sistema cilindro-pistone costituisce un sistema chiuso.
2. La trasformazione è internamente reversibile.
3. Temperatura e pressione sono costanti durante la trasformazione.
4. Non vi sono variazioni di energia cinetica o potenziale tra i due stati iniziale e finale.

**Analisi** A pressione costante, il lavoro è

$$\frac{L}{m} = \int_l^v p \, dv = p(v_v - v_l)$$

Introducendo i valori numerici ottenibili dalla Tabella T-2 si ha

$$\begin{aligned} \frac{L}{m} &= (1.014 \text{ bar})(1.673 - 1.0435 \times 10^{-3}) \left( \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right) \left| \frac{10^5 \text{ N/m}^2}{1 \text{ bar}} \right| \left| \frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ N m}} \right| \\ &= 170 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Dal momento che la trasformazione è internamente reversibile e avviene a temperatura costante, l'Equazione 7.19 restituisce

$$Q = \int_l^v T \, dS = m \int_l^v T \, ds$$

ovvero

$$\frac{Q}{m} = T(s_v - s_g)$$

Introducendo i valori ottenibili dalla Tabella T-2, si ha

$$\textcircled{1} \quad \frac{Q}{m} = (373.15 \text{ K})(7.3549 - 1.3069) \text{ kJ/kg·K} = 2257 \text{ kJ/kg}$$

Come esemplificato in figura, il lavoro e il calore scambiati possono essere rappresentati come aree, rispettivamente sul diagramma  $p$ - $v$  e sul diagramma  $T$ - $s$ .

- 1 Il calore scambiato può essere valutato, in alternativa, attraverso un bilancio energetico riferito all'unità di massa

$$u_v - u_l = \frac{Q}{m} - \frac{L}{m}$$

Introducendo  $L/m = p(v_v - v_l)$  e risolvendo, si ottiene

$$\begin{aligned}\frac{Q}{m} &= (u_v - u_l) + p(v_v - v_l) \\ &= (u_v + pv_v) - (u_l + pv_l) \\ &= h_v - h_l\end{aligned}$$

Dalla Tabella T-2 a 100 °C,  $h_v - h_l = 2257 \text{ kJ/kg}$ , da cui si ricava per  $Q/m$  lo stesso valore ottenuto attraverso il procedimento risolutivo precedente.

## 7.4 Bilancio entropico per sistemi chiusi

In questo paragrafo la diseguaglianza di Clausius, espressa dalla Equazione 7.2, e l'equazione che definisce la variazione di entropia vengono utilizzate per sviluppare il **bilancio entropico** per sistemi chiusi, una formulazione del secondo principio particolarmente conveniente per l'analisi termodinamica. La trattazione seguente è limitata ai sistemi chiusi; il bilancio entropico sarà esteso ai volumi di controllo nel Paragrafo 7.5.

### 7.4.1 Bilancio entropico

In Figura 7.6 è rappresentato un ciclo compiuto da un sistema chiuso. Il ciclo consiste in una trasformazione I, che presenta irreversibilità interne, seguita da una trasformazione internamente reversibile R. Per questo ciclo l'Equazione 7.2 assume la forma

$$\int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_c + \int_{\text{int rev}}^1 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}} = -\sigma \quad (7.20)$$

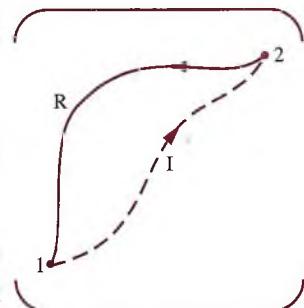
Il primo integrale rappresenta la trasformazione I e il secondo la trasformazione R. Il pedice c al primo integrale ricorda il fatto che l'integrale è valutato lungo il contorno del sistema. Il pedice non è richiesto nel secondo integrale perché la temperatura è uniforme entro tutto il sistema a ogni stato intermedio di una trasformazione internamente reversibile. Dal momento che nessuna irreversibilità è associata alla trasformazione R, il termine  $\sigma_{\text{ciclo}}$  dell'Equazione 7.2, che tiene conto degli effetti delle irreversibilità durante il ciclo, è riferito solo alla trasformazione I e viene riportato in Equazione 7.20 semplicemente come  $\sigma$ .

Applicando la definizione di variazione di entropia, si può scrivere il secondo integrale della Equazione 7.20 come

$$S_1 - S_2 = \int_{\text{int rev}}^1 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{\text{int rev}}$$

Di conseguenza, la Equazione 7.20 diventa

$$\int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_c + (S_1 - S_2) = -\sigma$$



**Figura 7.6** Ciclo utilizzato per sviluppare il bilancio entropico.

Infine, riscrivendo l'ultima equazione, il **bilancio entropico di sistema chiuso** risulta formulato come

$$\frac{S_2 - S_1}{\text{variazione di entropia}} = \frac{\int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_c}{\text{scambio di entropia}} + \frac{\sigma}{\text{produzione di entropia}} \quad (7.21)$$

Se le condizioni finali sono fissate, la variazione di entropia a primo membro dell'Equazione 7.21 può essere valutata indipendentemente dai dettagli della trasformazione. Tuttavia, i due termini a secondo membro dipendono esplicitamente dalla natura della trasformazione e non possono essere determinati univocamente conoscendo soltanto le condizioni iniziale e finale. Il primo termine a secondo membro dell'Equazione 7.21 è associato al trasferimento di calore da oppure verso il sistema durante la trasformazione. Tale termine può anche essere interpretato come uno **scambio di entropia associato a uno scambio di calore**. Lo scambio di entropia ha la stessa direzione dello scambio di calore e a esso si applicano le medesime convenzioni sul segno valide per gli scambi di calore: un valore positivo significa che l'entropia è trasferita all'interno del sistema, mentre un valore negativo significa che l'entropia è trasferita dal sistema verso l'esterno. Quando non c'è scambio di calore, non c'è neppure scambio di entropia.

La variazione di entropia in un sistema non è però dovuta soltanto agli scambi di entropia, ma deriva in parte anche dal secondo termine del membro di destra dell'Equazione 7.21, indicato con  $\sigma$ . Il termine  $\sigma$  è positivo quando nella trasformazione sono presenti irreversibilità interne ed è nullo quando tali irreversibilità non sono presenti. Si può quindi dire che all'interno del sistema l'entropia è **prodotta** (o **generata**) dall'azione delle irreversibilità. Il secondo principio della termodinamica può essere così interpretato nel senso che l'entropia è prodotta dalle irreversibilità e si conserva solamente nella condizione limite in cui le irreversibilità siano ridotte a zero. Dato che  $\sigma$  misura gli effetti delle irreversibilità presenti all'interno del sistema durante una trasformazione, il suo valore dipende dalla natura della trasformazione e non soltanto dagli stati iniziale e finale, quindi  $\sigma$  non è una grandezza di stato.

Quando si applica il bilancio di entropia a un sistema chiuso, è essenziale ricordare i vincoli imposti dal secondo principio circa la **produzione di entropia**, che deve essere positiva o nulla:

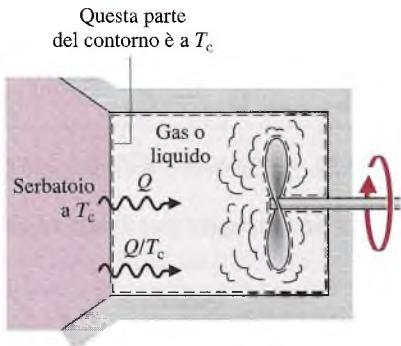
$$\sigma: \begin{cases} > 0 & \text{trasformazione irreversibile} \\ = 0 & \text{trasformazione reversibile} \end{cases} \quad (7.22)$$

Il valore della produzione di entropia non può essere negativo, mentre invece la variazione di entropia del sistema può essere positiva, negativa o nulla:

$$S_2 - S_1: \begin{cases} > 0 \\ = 0 \\ < 0 \end{cases} \quad (7.23)$$

Come avviene per le altre proprietà di stato, anche la variazione di entropia può essere determinata senza conoscere i dettagli delle trasformazioni.

**Per esempio...** Per illustrare sia i concetti di trasferimento di entropia e produzione di entropia sia il bilancio dell'entropia di un sistema chiuso, si consideri la Figura 7.7. Essa rappresenta un sistema costituito da un gas o un liquido in un contenitore rigido, posto in agitazione da un dispositivo a elica mentre riceve una quantità di calore  $Q$  da un serbatoio termico. La temperatura della porzione del contorno attraverso la quale avviene lo scambio di calore è uguale alla temperatura  $T_c$  del serbatoio, uniforme e costante. Per definizione,



**Figura 7.7** Illustrazione dei concetti di trasferimento e di generazione di entropia.

il serbatoio è privo di irreversibilità; tuttavia, il sistema non è privo di irreversibilità dal momento che sono chiaramente presenti attriti viscosi nel fluido e all'interno del sistema possono aver luogo irreversibilità di altra natura.

Se si applica il bilancio di entropia al sistema e al serbatoio, essendo  $T_c$  costante, l'integrale nell'Equazione 7.21 può essere immediatamente risolto e il bilancio dell'entropia per il sistema si riduce a

$$S_2 - S_1 = \frac{Q}{T_c} + \sigma \quad (7.24)$$

dove  $Q/T_c$  tiene conto del trasferimento di entropia nel sistema associato allo scambio di calore  $Q$ . Il bilancio di entropia per il serbatoio assume la forma

$$\Delta S]_{\text{serb}} = \frac{Q_{\text{serb}}}{T_c} + \sigma_{\text{serb}}^0$$

dove il termine che indica l'entropia generata è uguale a zero dato che il serbatoio non presenta irreversibilità. Poiché  $Q_{\text{serb}} = -Q$ , l'ultima equazione diventa

$$\Delta S]_{\text{serb}} = -\frac{Q}{T_c}$$

Il segno meno sottolinea che l'entropia viene sottratta al serbatoio in associazione al trasferimento di calore. Di conseguenza, l'entropia del serbatoio diminuisce di una quantità pari all'entropia trasferita dal serbatoio al sistema. Tuttavia, come dimostrato dall'Equazione 7.24, la variazione di entropia del sistema supera la quantità di entropia a esso trasferita a causa della generazione di entropia all'interno del sistema stesso. ■

Se nell'esempio precedente lo scambio di calore fosse invece diretto in senso opposto, passando dal sistema al serbatoio, l'entità del trasferimento di entropia rimarrebbe la stessa, ma la sua direzione sarebbe invertita. In tal caso, l'entropia del sistema diminuirebbe se la quantità di entropia trasferita dal sistema al serbatoio superasse la quantità di entropia prodotta all'interno del sistema a causa delle irreversibilità.

Infine, si osserva che non vi è alcun trasferimento di entropia associato al lavoro.

#### 7.4.2 Altre forme di bilancio entropico

Il bilancio di entropia può essere espresso in varie forme, ognuna adatta a un particolare tipo di analisi. Per esempio, se il trasferimento di calore avviene in diverse parti del contorno di un sistema in cui le temperature non variano con la posizione o con il tempo, il

termine relativo al trasferimento di entropia può essere espresso come somma, e l'Equazione 7.21 assume la forma

$$S_2 - S_1 = \sum_j \frac{Q_j}{T_j} + \sigma \quad (7.25)$$

dove  $Q_j/T_j$  rappresenta la quantità di entropia trasferita attraverso la  $j$ -esima porzione di contorno alla temperatura  $T_j$ .

In termini istantanei, il **bilancio entropico per i sistemi chiusi** è

$$\boxed{\frac{dS}{dt} = \sum_j \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \dot{\sigma}} \quad (7.26)$$

dove  $dS/dt$  è la variazione di entropia del sistema nell'unità di tempo; il termine  $\dot{Q}_j/T_j$  rappresenta il trasferimento di entropia nell'unità di tempo attraverso la porzione del contorno la cui temperatura istantanea è  $T_j$ ; il termine  $\dot{\sigma}$  rappresenta l'entropia generata nell'unità di tempo a causa delle irreversibilità interne al sistema.

### 7.4.3 Valutazione della produzione e del trasferimento di entropia

Indipendentemente dalla forma assunta dal bilancio entropico, in molte applicazioni ci si pone l'obiettivo di valutare il termine che rappresenta l'entropia generata. Tuttavia, il valore della produzione di entropia per una data trasformazione di un sistema spesso non ha molto significato in termini assoluti, mentre di norma lo acquisisce in valutazioni di tipo comparativo. Per esempio, la produzione di entropia all'interno di un dato componente può essere confrontata con la produzione di entropia degli altri componenti inclusi in un sistema complessivo da questi costituito. Dal confronto dei valori di produzione di entropia, possono essere identificati e classificati i componenti in cui si verificano apprezzabili irreversibilità. Tutto ciò permette di concentrare l'attenzione sui componenti che maggiormente contribuiscono a un funzionamento inefficiente del sistema complessivo.

La valutazione del termine di trasferimento dell'entropia nel bilancio entropico richiede informazioni relative sia alla quantità di calore scambiata sia alla temperatura della porzione di contorno del sistema ove avviene lo scambio di calore. Proprio per questo, spesso il termine relativo allo scambio di entropia non è oggetto di valutazione diretta, in quanto le informazioni non sono note o definite, come accade per esempio quando il sistema passa attraverso stati lontani dall'equilibrio. In applicazioni di tal genere, può essere conveniente includere nell'analisi una porzione dell'ambiente circostante sufficientemente ampia da far sì che la temperatura al contorno del sistema ampliato corrisponda alla temperatura  $T_1$  dell'ambiente valutata a una distanza tale da potersi considerare indisturbata dal sistema stesso.

Il termine che indica il trasferimento di entropia è quindi semplicemente  $Q/T_1$ . Tuttavia, dato che le irreversibilità presenti non si riferiscono soltanto al sistema di interesse, ma al sistema ampliato, il termine di produzione dell'entropia include sia gli effetti delle irreversibilità interne al sistema originale sia quelli delle irreversibilità esterne presenti nella porzione dell'ambiente inclusa all'interno del sistema ampliato.



### 7.4.4 Esemplificazioni

I seguenti esempi illustrano l'utilizzo dei bilanci di energia e di entropia per l'analisi dei sistemi chiusi. Come si vedrà, le relazioni e i diagrammi per la determinazione delle pro-

prietà contribuiscono in modo significativo allo sviluppo delle soluzioni. Il primo esempio riconsidera il sistema e gli stati iniziale e finale dell'Esempio 7.1 per dimostrare che, quando sono presenti irreversibilità interne, viene generata entropia e che la quantità di entropia generata non è una proprietà di stato.

### Trasformazione irreversibile dell'acqua

### ESEMPIO 7.2

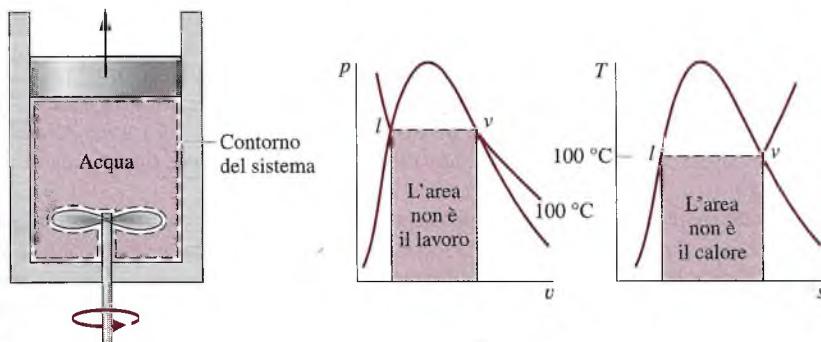
Dell'acqua, inizialmente nelle condizioni di liquido saturo a 100 °C, è contenuta all'interno di un sistema cilindro-pistone. Essa subisce una trasformazione fino allo stato di vapore saturo secco, durante la quale il pistone si muove liberamente nel cilindro e non vi è alcuno scambio di calore con l'ambiente circostante. Sapendo che la transizione di fase si attua per effetto dell'azione di un agitatore a elica, si determinino il lavoro netto per unità di massa, in kJ/kg, e la quantità di entropia prodotta per unità di massa, in kJ/(kg × K).

#### Soluzione

**Elementi noti** L'acqua contenuta entro un sistema cilindro-pistone subisce una trasformazione adiabatica da liquido saturo a vapore saturo secco a 100 °C. Durante la trasformazione, il pistone si muove liberamente, e l'acqua viene rapidamente mescolata da un agitatore a elica.

**Da determinare** Determinare il lavoro netto per unità di massa e l'entropia prodotta per unità di massa.

#### Schema e dati forniti



1

Figura E7.2

#### Ipotesi

1. L'acqua contenuta nel sistema cilindro-pistone costituisce un sistema chiuso.
2. Non vi è alcuno scambio di calore con l'ambiente circostante.
3. Il sistema è in stato di equilibrio sia all'inizio sia alla fine della trasformazione. Non vi è alcuna variazione di energia cinetica o potenziale tra questi due stati.

**Analisi** Poiché il volume del sistema aumenta durante il processo, vi è un trasferimento di energia sotto forma di lavoro compiuto dal sistema durante l'espansione, così come vi è un trasferimento di energia sotto forma di lavoro ricevuto dal sistema tramite l'agitatore a elica. Il lavoro netto può essere valutato attraverso un bilancio energetico, che, con le ipotesi 2 e 3, si riduce a

$$\Delta U + \Delta E_c^0 + \Delta E_p^0 = \dot{Q}^0 - L$$

In termini di unità di massa, il bilancio energetico diventa

$$\frac{L}{m} = -(u_v - u_i)$$

Introducendo i valori dell'energia interna specifica riportati in Tabella T-2 a 100 °C, si ha

$$\frac{L}{m} = -2087.56 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Il segno negativo indica che il lavoro ricevuto dal sistema a seguito dell'azione di rimescolamento svolta dall'agitatore a elica è, in valore assoluto, maggiore della quantità di lavoro svolta per espansione dell'acqua.

La quantità di entropia prodotta viene valutata eseguendo un bilancio entropico. Poiché non vi è trasferimento di calore, il termine che identifica il trasferimento di entropia si annulla:

$$\Delta S = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_c + \sigma$$

Semplificando, in termini di unità di massa si ottiene

$$\frac{\sigma}{m} = s_v - s_l$$

Introducendo i valori dell'entropia specifica riportati in Tabella T-2 a 100 °C, si ha infine

$$\frac{\sigma}{m} = 6.048 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

- ① Anche se gli stati iniziale e finale rappresentano stati di equilibrio alla medesima pressione e temperatura, la pressione e la temperatura stesse non sono necessariamente uniformi in tutto il sistema negli stati intermedi, né i loro valori sono necessariamente costanti durante la trasformazione. Di conseguenza, non è ben definito il percorso della trasformazione. Ciò è sottolineato dall'uso di linee tratteggiate per rappresentare la trasformazione sui diagrammi  $p-v$  e  $T-s$ . Le linee tratteggiate indicano solo che la trasformazione è avvenuta, pertanto non si deve associare a tali linee alcuna area sottesa. In particolare, si noti che il processo è adiabatico, per cui l'area sottesa a una linea tratteggiata nel diagramma  $T-s$  non può avere alcun significato in termini di scambio di calore. Allo stesso modo, il lavoro non può essere associato all'area sottesa a una linea tratteggiata del diagramma  $p-v$ .
- ② La transizione di fase di cui al presente esempio è la stessa considerata nell'Esempio 7.1, dove, tuttavia, la transizione di fase si realizzava per effetto di uno scambio di calore in un processo internamente reversibile. Di conseguenza, la produzione di entropia per la trasformazione dell'Esempio 7.1 era nulla. In questo caso, invece, durante la trasformazione sono presenti nel fluido gli attriti viscosi e la produzione di entropia è positiva. Di conseguenza, si sono ottenuti valori differenti della produzione di entropia per due trasformazioni che avvengono tra gli stessi stati iniziale e finale, e ciò dimostra che la produzione di entropia non è una proprietà di stato.

Come esemplificazione di un'analisi termodinamica basata sul secondo principio, il prossimo esempio sfrutta il fatto che il termine che identifica la produzione di entropia nel bilancio entropico non può essere negativo.

### ESEMPIO 7.3

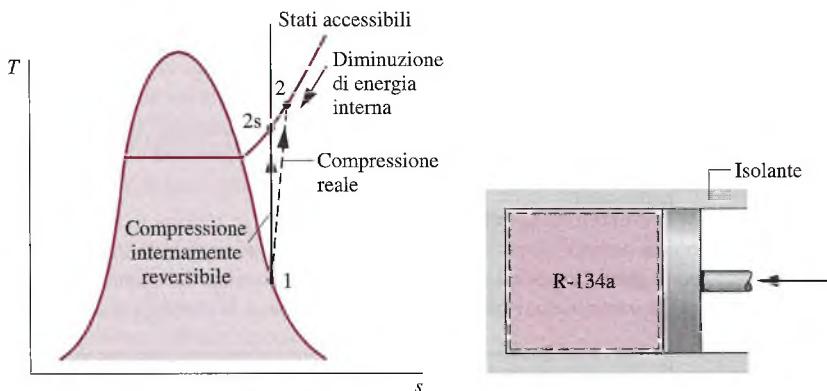
### Valutazione del minimo lavoro di compressione

Del Refrigerante 134a viene compresso adiabaticamente, entro un sistema cilindro-pistone, passando dalle condizioni di vapore saturo secco a 10 °F fino a una pressione finale di 120 lbf/in<sup>2</sup>. Determinare il minimo lavoro teorico da fornire per unità di massa di refrigerante, in Btu/lb.

#### Soluzione

**Elementi noti** Del Refrigerante 134a viene compresso, in assenza di scambi termici, da uno stato iniziale noto a una specificata pressione finale.

**Da determinare** Determinare il minimo lavoro teoricamente assorbito per unità di massa di fluido processato.

**Schema e dati forniti****Figura E7.3****Ipotesi**

- Il Refrigerante 134a costituisce un sistema chiuso.
- Non sono presenti scambi termici con l'ambiente circostante.
- Lo stato iniziale e quello finale sono stati di equilibrio. Non vi sono variazioni significative di energia cinetica o potenziale nel passaggio tra questi due stati.

**Analisi** Un'espressione per il lavoro può essere ottenuta tramite un bilancio energetico. Applicando le ipotesi 2 e 3 si ha

$$\Delta U + \Delta E_c^0 + \Delta E_p^0 = \emptyset - L$$

Con riferimento all'unità di massa del fluido processato, il lavoro assorbito diventa

$$\left( -\frac{L}{m} \right) = u_2 - u_1$$

Dalla Tabella T-6E si può ottenere l'energia interna specifica  $u_1 = 94.68 \text{ Btu/lb}$ . Nota  $u_1$ , il valore del lavoro assorbito per unità di massa di fluido dipende dall'energia interna specifica  $u_2$ . Il minimo lavoro assorbito si ha in corrispondenza del minimo valore possibile per  $u_2$ , determinabile sfruttando il secondo principio come segue. Applicando un bilancio di entropia

$$\Delta S = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_c^0 + \sigma$$

dove il termine relativo allo scambio di entropia è posto uguale a zero perché la trasformazione è adiabatica. Perciò, per essere ammissibile, uno stato finale deve soddisfare la condizione

$$s_2 - s_1 = \frac{\sigma}{m} \geq 0$$

Alla condizione limite individuata dalla disequazione precedente si può dare un'interpretazione fisica utilizzando il diagramma T-s in figura. In particolare, dal momento che  $\sigma$  non può essere negativa, gli stati caratterizzati da  $s_2 < s_1$  non sono accessibili attraverso trasformazioni adiabatiche. Quando sono presenti irreversibilità durante la compressione, si genera entropia per cui  $s_2 > s_1$ . Quindi lo stato indicato come 2s sul diagramma verrebbe raggiunto solo nel caso limite in cui le irreversibilità fossero ridotte a zero. Il raggiungimento di questo stato si fa in associazione a una compressione isoentropica.

Dalla consultazione della Tabella T-8E si può desumere che, quando la pressione è fissata, l'energia specifica interna diminuisce al diminuire della temperatura, per cui il minimo valore ammissibile per  $u_2$  corrisponde allo stato 2s. Interpolando i dati in Tabella T-8E alla pressione di 120 lb/in.<sup>2</sup>, per  $s_{2s} = s_1 = 0.2214 \text{ Btu}/(\text{lb} \times {}^\circ\text{R})$  si trova che  $u_{2s} = 107.46 \text{ Btu/lb}$ . In definitiva, il *minimo* lavoro assorbito vale

$$\textcircled{1} \quad \left( -\frac{L}{m} \right)_{\min} = u_{2s} - u_1 = 107.46 - 94.68 = 12.78 \text{ Btu/lb}$$

- 1** L'effetto delle irreversibilità comporta una penalizzazione in termini di lavoro assorbito: per la trasformazione reale di compressione adiabatica occorre quindi una quantità di lavoro maggiore di quella necessaria per una trasformazione adiabatica internamente reversibile (vale a dire isoentropica) tra lo stesso stato iniziale e la stessa pressione finale.

Per sottolineare l'importanza delle irreversibilità interne ed esterne, il seguente esempio illustra l'applicazione del bilancio di entropia a un particolare sistema oggetto di studio e, in alternativa, a un sistema ampliato che consiste nel sistema oggetto di studio e in una parte dell'ambiente circostante.

#### ESEMPIO 7.4

#### Individuazione delle irreversibilità

Facendo riferimento all'Esempio 3.4, valutare l'entropia prodotta nell'unità di tempo  $\sigma$ , in kW/K, per (a) un sistema costituito da una scatola di trasmissione a ingranaggi, e per (b) un sistema ampliato costituito dal dispositivo meccanico e da una porzione dell'ambiente circostante scelta in modo tale che lo scambio di calore avvenga alla temperatura dell'ambiente,  $T_f = 293 \text{ K}$  ( $20 {}^\circ\text{C}$ ), a sufficiente distanza dalla scatola di trasmissione da poter considerare tale temperatura indisturbata.

#### Soluzione

**Elementi noti** La trasmissione meccanica opera in regime stazionario con valori noti della potenza fornita all'albero motore ad alta velocità, della potenza erogata dall'albero a bassa velocità e della potenza termica scambiata. Sono note anche la temperatura sulla superficie esterna della scatola di trasmissione e la temperatura dell'ambiente circostante.

**Da determinare** Valutare la velocità di produzione di entropia  $\dot{\sigma}$  per ciascuno dei due sistemi in figura.

#### Schema e dati forniti

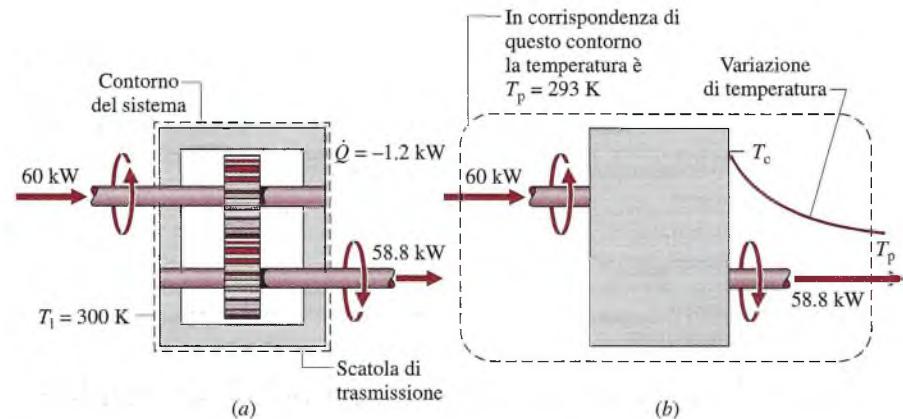


Figura E7.4

**Ipotesi**

- Nella parte (a), la scatola di trasmissione è considerata come un sistema chiuso operante in regime stazionario, come mostrato nel relativo schema assieme ai dati ripresi dall'Esempio 3.4.
- Nella parte (b), la scatola di trasmissione e una porzione di ambiente circostante sono considerati come un unico sistema chiuso, come mostrato nel relativo schema assieme ai dati ripresi dall'Esempio 3.4.
- La temperatura della superficie esterna della scatola di trasmissione e la temperatura dell'ambiente circostante sono entrambe uniformi.

**Analisi** (a) Per ottenere un'espressione per la produzione di entropia nell'unità di tempo, si inizi con un bilancio entropico riferito all'unità di tempo per un sistema chiuso, espresso dall'Equazione 7.26. Dato che il trasferimento di calore avviene solo a temperatura  $T_c$ , il bilancio di entropia si riduce alla formulazione stazionaria

$$\frac{dS^0}{dt} = \frac{\dot{Q}}{T_c} + \dot{\sigma}$$

Risolvendo

$$\dot{\sigma} = -\frac{\dot{Q}}{T_c}$$

Introducendo i valori noti della potenza termica scambiata  $\dot{Q}$  e della temperatura superficiale  $T_c$

$$\dot{\sigma} = -\frac{(-1.2 \text{ kW})}{(300 \text{ K})} = 4 \times 10^{-3} \text{ kW/K}$$

(b) Dato che lo scambio di calore avviene alla temperatura  $T_f$  per il sistema ampliato, il bilancio di entropia si riduce alla forma stazionaria

$$\frac{dS^0}{dt} = \frac{\dot{Q}}{T_l} + \dot{\sigma}$$

Risolvendo

$$\dot{\sigma} = -\frac{\dot{Q}}{T_l}$$

Introducendo i valori noti della potenza termica scambiata  $\dot{Q}$  e della temperatura superficiale  $T_f$

$$\dot{\sigma} = -\frac{(-1.2 \text{ kW})}{(293 \text{ K})} = 4.1 \times 10^{-3} \text{ kW/K}$$

1

- 1 Il valore dell'entropia generata nell'unità di tempo che è stata calcolata con il procedimento (a) evidenzia il significato delle irreversibilità associate all'attrito e alla trasmissione di calore all'interno della scatola di trasmissione. Con il procedimento (b), si è inclusa nel sistema ampliato una fonte supplementare di irreversibilità, associata al trasferimento di calore dalla superficie esterna della scatola di trasmissione a temperatura  $T_c$  all'ambiente circostante a temperatura  $T_f$ . In questo caso, le irreversibilità all'interno della scatola di trasmissione sono dominanti, dato che rappresentano il 97.6% della produzione di entropia.

## 7.5 Bilancio di entropia per i volumi di controllo

Fino a ora si è limitata la discussione dei bilanci entropici al caso dei sistemi chiusi. In questo paragrafo il bilancio di entropia viene esteso anche ai sistemi aperti o volumi di controllo.

Come la massa e l'energia, l'entropia è una proprietà estensiva, che può quindi essere trasportata dentro o fuori da un volume di controllo per effetto del trasporto di massa. Essendo questa la principale differenza tra la formulazione per i sistemi chiusi e quella per i volumi di controllo, si può ottenere l'**equazione del bilancio di entropia per i volumi di controllo** modificando l'Equazione 7.26 in modo da tenere conto dei trasferimenti di entropia associati ai flussi di massa. Il risultato è

$$\frac{dS_{vc}}{dt} = \sum_j \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \sum_i \dot{m}_i s_i - \sum_u \dot{m}_u s_u + \dot{\sigma}_{vc} \quad (7.27)$$

|   |  |   |
|---|--|---|
| variazione<br>di entropia<br>nell'unità<br>di tempo | trasferimento<br>di entropia<br>nell'unità<br>di tempo | produzione<br>di entropia<br>nell'unità<br>di tempo |
|---|--|---|

dove  $dS_{vc}/dt$  rappresenta la variazione di entropia nell'unità di tempo all'interno del volume di controllo. I termini  $\dot{m}_i s_i$  e  $\dot{m}_u s_u$  identificano, rispettivamente, l'entropia entrante e l'entropia uscente dal volume di controllo, riferite all'unità di tempo, associate ai flussi di massa. Nello scrivere l'Equazione 7.27, i flussi di massa alle sezioni di entrata e di uscita del volume di controllo sono stati considerati monodimensionali. Il termine  $\dot{Q}_j$  rappresenta la potenza termica scambiata in corrispondenza della porzione di contorno ove la temperatura istantanea è  $T_j$ . Il rapporto  $\dot{Q}_j/T_j$  rappresenta l'entropia scambiata nell'unità di tempo. Il termine  $\dot{\sigma}_{cv}$  indica l'entropia generata nell'unità di tempo all'interno del volume di controllo a causa delle irreversibilità.

### 7.5.1 Analisi ai volumi di controllo in regime stazionario

Dato che le analisi ingegneristiche coinvolgono spesso volumi di controllo in regime stazionario, è utile riportare le formulazioni stazionarie dei bilanci di massa, di energia e di entropia. In particolare, il principio di conservazione della massa assume la forma

$$\sum_i \dot{m}_i = \sum_u \dot{m}_u \quad (5.4)$$

Il bilancio dell'energia è

$$0 = \dot{Q}_{vc} - \dot{L}_{vc} + \sum_i \dot{m}_i \left( h_i + \frac{w_i^2}{2} + gz_i \right) - \sum_u \dot{m}_u \left( h_u + \frac{w_u^2}{2} + gz_u \right) \quad (5.10a)$$

Infine, la **formulazione del bilancio di entropia nell'unità di tempo in regime stazionario** si ottiene semplificando l'Equazione 7.27 per ottenere

$$0 = \sum_j \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \sum_i \dot{m}_i s_i - \sum_u \dot{m}_u s_u + \dot{\sigma}_{vc} \quad (7.28)$$

Queste equazioni spesso devono essere risolte contemporaneamente, unitamente ad appropriate relazioni per le proprietà di stato.

La massa e l'energia sono proprietà conservative, ma l'entropia non lo è. L'Equazione 5.4 indica che, in regime stazionario, la portata in massa entrante nel volume di controllo egualia la portata in massa uscente. Allo stesso modo, l'Equazione 5.10a indica che la potenza termica complessivamente entrante nel volume di controllo è uguale alla potenza termica complessivamente uscente. Tuttavia, nell'Equazione 7.28 è in generale necessario che la quantità di entropia istantaneamente uscente sia maggiore della quantità di entropia

istantaneamente entrante, la differenza derivando dalla quantità di entropia generata nell'unità di tempo all'interno del volume di controllo a causa delle irreversibilità.

### Volumi di controllo con un solo ingresso e una sola uscita

Dato che molte applicazioni riguardano volumi di controllo con un solo ingresso e una sola uscita operanti in regime stazionario, si riporta anche la formulazione del bilancio istantaneo di entropia per questo fondamentale caso:

$$0 = \sum_j \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \dot{m}(s_1 - s_2) + \dot{\sigma}_{vc}$$

Dividendo per la portata massica  $\dot{m}$  e riarrangiando, si ottiene la formulazione alternativa

$$s_2 - s_1 = \frac{1}{\dot{m}} \left( \sum_j \frac{\dot{Q}_j}{T_j} \right) + \frac{\dot{\sigma}_{vc}}{\dot{m}} \quad (7.29)$$

I due termini a secondo membro dell'Equazione 7.29 identificano, rispettivamente, il trasferimento di entropia nell'unità di tempo che accompagna il trasferimento di calore e la produzione di entropia nell'unità di tempo all'interno del volume di controllo, entrambi riferiti all'unità di massa di fluido fluente attraverso il volume di controllo. Dall'Equazione 7.29 si può concludere che l'entropia dell'unità di massa di fluido fluente tra l'ingresso e l'uscita può aumentare, diminuire o rimanere invariata. Inoltre, poiché il valore del secondo termine a secondo membro non può mai essere negativo, una diminuzione dell'entropia specifica dall'ingresso all'uscita può essere realizzata solo quando l'entropia che viene trasferita fuori dal volume di controllo in associazione allo scambio di calore è maggiore di quella che viene prodotta per effetto delle irreversibilità all'interno del volume di controllo. Quando questo trasferimento di entropia è positivo, l'entropia specifica in uscita è sempre maggiore dell'entropia specifica in entrata, che siano presenti o meno irreversibilità interne. Nel caso particolare in cui non vi sia scambio di entropia associato a scambio di calore, l'Equazione 7.29 si riduce a

$$s_2 - s_1 = \frac{\dot{\sigma}_{vc}}{\dot{m}} \quad (7.30)$$

Di conseguenza, quando sono presenti irreversibilità all'interno di un volume di controllo, l'entropia dell'unità di massa di fluido fluente aumenta man mano che si passa dall'ingresso all'uscita. Nel caso limite in cui non sono presenti irreversibilità, l'entropia dell'unità di massa non varia nell'attraversamento volume di controllo, e si ha quindi un processo isoentropico.

### 7.5.2 Esemplificazioni

I seguenti esempi illustrano l'uso dei bilanci di massa, energia ed entropia per l'analisi ai volumi di controllo in regime stazionario. Si noti attentamente che le relazioni e i diagrammi delle proprietà giocano un ruolo importante nella determinazione delle soluzioni.

Nel primo esempio, si valuta la quantità di entropia generata nell'unità di tempo all'interno di una turbina che opera in regime stazionario e in presenza di scambio termico.

#### Entropia prodotta in una turbina a vapore

#### ESEMPIO 7.5

Del vapore entra in una turbina a pressione 30 bar, temperatura 400 °C e velocità 160 m/s. Dalla turbina esce vapore saturo secco a temperatura 100 °C e velocità 100 m/s. In regime

stazionario, la turbina produce un lavoro pari a 540 kJ per kg di vapore. Lo scambio di calore tra turbina e ambiente circostante avviene a una temperatura media della superficie esterna della macchina di 350 K. Determinare l'entropia generata nell'unità di tempo all'interno della turbina per kg di vapore processato, in kJ/(kg × K). Si trascuri la variazione di energia potenziale tra ingresso e uscita.

### Soluzione

**Elementi noti** Il vapore si espande attraverso la turbina in regime stazionario e in condizioni di lavoro note.

**Da determinare** Determinare la quantità di entropia prodotta per kg di vapore processato.

### Schema e dati forniti

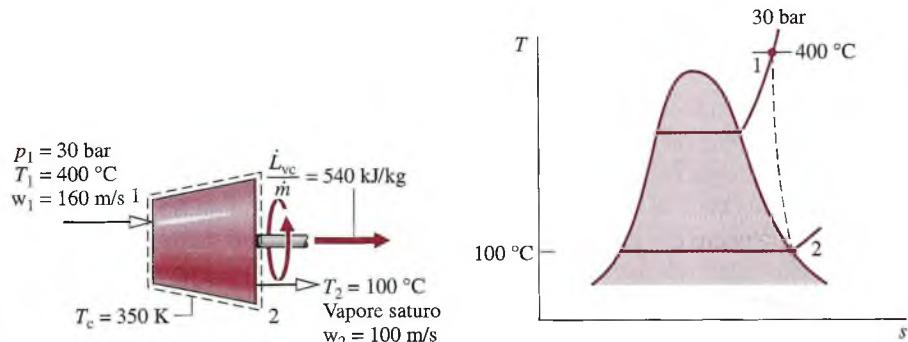


Figura E7.5

### Ipotesi

- Il volume di controllo schematizzato nel disegno opera in regime stazionario.
- Il trasferimento di calore dalla turbina all'ambiente circostante avviene a una temperatura media della superficie esterna specificata.
- Si può trascurare la variazione di energia potenziale tra entrata e uscita.

**Analisi** Per determinare l'entropia generata per unità di massa del vapore che fluisce attraverso la turbina, si parte dai bilanci di massa e di entropia riferiti all'unità di tempo per un volume di controllo a un solo ingresso e una sola uscita, operante in regime stazionario:

$$0 = \dot{m}_1 - \dot{m}_2$$

$$0 = \sum_j \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \dot{m}_1 s_1 - \dot{m}_2 s_2 + \dot{\sigma}_{vc}$$

Dato che lo scambio di calore si verifica solo a  $T_c = 350 \text{ K}$ , il primo termine a secondo membro del bilancio entropico si riduce a  $\dot{Q}_{vc}/T_c$ . Combinando le equazioni del bilancio di massa e di entropia si ottiene

$$0 = \frac{\dot{Q}_{vc}}{T_c} + \dot{m}(s_1 - s_2) + \dot{\sigma}_{vc}$$

dove  $\dot{m}$  è la portata massica. Risolvendo per  $\dot{\sigma}_{cv}/\dot{m}$

$$\frac{\dot{\sigma}_{vc}}{\dot{m}} = -\frac{\dot{Q}_{vc}/\dot{m}}{T_c} + (s_2 - s_1)$$

La quantità di calore scambiata per unità di massa,  $\dot{Q}_{vc}/\dot{m}$ , richiesta nell'espressione precedente, viene valutata nel seguito.

Combinando i bilanci di massa e di energia riferiti all'unità di tempo si ottiene

$$\frac{\dot{Q}_{vc}}{\dot{m}} = \frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}} + (h_2 - h_1) + \left( \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} \right)$$

dove la variazione di energia potenziale tra ingresso e uscita si trascura in virtù dell'ipotesi 3. Dalla Tabella T-4 a 30 bar e 400 °C,  $h_1 = 3230.9 \text{ kJ/kg}$ , e dalla Tabella T-2,  $h_2 = h_g(100 \text{ °C}) = 2676.1 \text{ kJ/kg}$ , per cui

$$\begin{aligned} \frac{\dot{Q}_{vc}}{\dot{m}} &= 540 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + (2676.1 - 3230.9) \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right) + \left[ \frac{(100)^2 - (160)^2}{2} \right] \left( \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} \right) \left| \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg m/s}^2} \right| \left| \frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ N m}} \right| \\ &= 540 - 554.8 - 7.8 = -22.6 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Dalla Tabella T-2,  $s_2 = 7.3549 \text{ kJ/(kg K)}$ , e dalla Tabella T-4,  $s_1 = 6.9212 \text{ kJ/(kg K)}$ . Sostituendo i valori numerici nell'espressione della produzione di entropia

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\sigma}_{vc}}{\dot{m}} &= -\frac{(-22.6 \text{ kJ/kg})}{350 \text{ K}} + (7.3549 - 6.9212) \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right) \\ &= 0.0646 + 0.4337 = 0.4983 \text{ kJ/kg K} \end{aligned}$$

1

- 1 Se il contorno fosse stato scelto in modo da includere una porzione dell'ambiente circolante tale che lo scambio di calore avvenisse a temperatura ambiente, per esempio  $T_f = 293 \text{ K}$ , la produzione di entropia per il volume di controllo sarebbe risultata di 0.511 kJ/kJ/(kg×K). Si lascia come esercizio la verifica di tale risultato, invitando a spiegare perché la produzione di entropia per il volume di controllo ampliato è maggiore di quella calcolata per il volume di controllo costituito dalla sola turbina.

Nell'Esempio 7.6, i bilanci di massa, energia ed entropia riferiti all'unità di tempo sono usati per valutare le prestazioni di un dispositivo che produce correnti d'aria calda e fredda a partire da un unico flusso di aria a una temperatura intermedia.

### Valutazione di prestazioni

### ESEMPIO 7.6

Un inventore sostiene di avere sviluppato un dispositivo che non richiede trasferimenti di energia sotto forma di lavoro o di calore, in grado di produrre flussi di aria calda o fredda a partire da un unico flusso di aria a una temperatura intermedia. L'inventore fornisce i dati di prova in regime stazionario, indicando che quando l'aria entra alla temperatura di 70 °F e a una pressione di 5.1 atm, i due flussi d'aria in uscita hanno la temperatura di 0 °F e 175 °F rispettivamente, e sono entrambi alla pressione di 1 atm. Il sessanta per cento della massa entrante nel dispositivo esce alla temperatura più bassa. Valutare la rivendicazione dell'inventore, impiegando per l'aria il modello di gas perfetto e ignorando l'energia cinetica e potenziale dei flussi in ingresso e in uscita.

#### Soluzione

**Elementi noti** Sono note le condizioni di lavoro di un dispositivo che, in regime stazionario, produce aria calda e fredda a partire da un unico flusso di aria a una temperatura intermedia, senza scambi di energia sotto forma di lavoro o di calore.

**Da determinare** Valutare se davvero il dispositivo può operare come dichiarato.

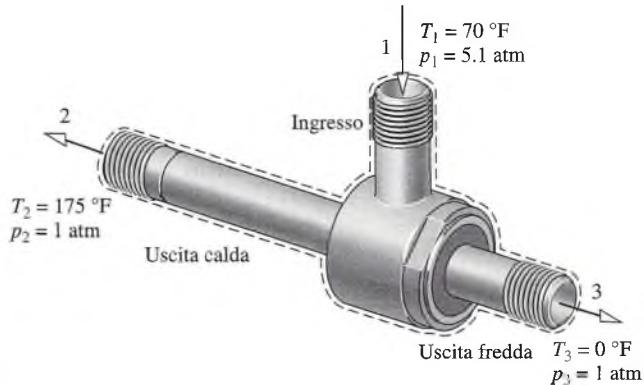
*Schema e dati forniti*

Figura E7.6

*Ipotesi*

1. Il volume di controllo schematizzato in figura opera in regime stazionario.
2. Per il volume di controllo,  $\dot{L}_{vc} = 0$  e  $\dot{Q}_{vc} = 0$ .
3. Le variazioni di energia cinetica e potenziale tra ingresso e uscita possono essere trascurate.
4. L'aria è modellizzata come un gas perfetto con calore specifico costante,  $c_p = 0.24 \text{ Btu}/(\text{lb} \times ^{\circ}\text{R})$ .

**Analisi** Affinché il dispositivo operi come asserito, devono essere soddisfatti il principio di conservazione della massa e il principio di conservazione dell'energia, così come il secondo principio della termodinamica; in particolare, l'entropia generata nell'unità di tempo non può essere negativa. Pertanto, si analizzano nel seguito i bilanci di massa, energia ed entropia, nell'ordine di citazione.

Con le ipotesi 1-3, i bilanci istantanei di massa ed energia si riducono, rispettivamente, a

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3$$

$$0 = \dot{m}_1 h_1 - \dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_3 h_3$$

Poiché  $\dot{m}_3 = 0.6\dot{m}_1$ , dal bilancio istantaneo della massa risulta che  $\dot{m}_2 = 0.4\dot{m}_1$ . Combinando le equazioni di bilancio della massa e dell'energia e valutando le variazioni di entalpia specifica per un valore costante di  $c_p$ , il bilancio dell'energia riferito all'unità di tempo risulta pure soddisfatto. In particolare

$$\begin{aligned}
 0 &= (\dot{m}_2 + \dot{m}_3)h_1 - \dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_3 h_3 \\
 &= \dot{m}_2(h_1 - h_2) + \dot{m}_3(h_1 - h_3) \\
 &= 0.4\dot{m}_1[c_p(T_1 - T_2)] + 0.6\dot{m}_1[c_p(T_1 - T_3)] \\
 &= 0.4(-105) + 0.6(70) \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

Di conseguenza, con i dati forniti, appaiono soddisfatti entrambi i principi di conservazione della massa e dell'energia.

Dal momento che non c'è scambio termico significativo, il bilancio dell'entropia riferito all'unità di tempo in regime stazionario risulta

$$0 = \sum_j \frac{\dot{Q}_j^0}{T_j} + \dot{m}_1 s_1 - \dot{m}_2 s_2 - \dot{m}_3 s_3 + \dot{s}_{vc}$$

Combinando le equazioni di bilancio dell'entropia e della massa riferite all'unità di tempo

$$\begin{aligned}
 0 &= (\dot{m}_2 + \dot{m}_3)s_1 - \dot{m}_2 s_2 - \dot{m}_3 s_3 + \dot{\sigma}_{vc} \\
 &= \dot{m}_2(s_1 - s_2) + \dot{m}_3(s_1 - s_3) + \dot{\sigma}_{vc} \\
 &= 0.4\dot{m}_1(s_1 - s_2) + 0.6\dot{m}_1(s_1 - s_3) + \dot{\sigma}_{vc}
 \end{aligned}$$

Risolvendo rispetto a  $\dot{\sigma}_{cv}/\dot{m}_1$  e utilizzando l'Equazione 7.17 per valutare le variazioni di entropia specifica

$$\begin{aligned}
 \frac{\dot{\sigma}_{vc}}{\dot{m}_1} &= 0.4 \left[ c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \right] + 0.6 \left[ c_p \ln \frac{T_3}{T_1} - R \ln \frac{P_3}{P_1} \right] \\
 &= 0.4 \left[ \left( 0.24 \frac{\text{Btu}}{\text{lb} \cdot ^\circ\text{R}} \right) \ln \frac{635}{530} - \left( \frac{1.986}{28.97} \frac{\text{Btu}}{\text{lb} \cdot ^\circ\text{R}} \right) \ln \frac{1}{5.1} \right] \\
 &\quad + 0.6 \left[ \left( 0.24 \frac{\text{Btu}}{\text{lb} \cdot ^\circ\text{R}} \right) \ln \frac{460}{530} - \left( \frac{1.986}{28.97} \frac{\text{Btu}}{\text{lb} \cdot ^\circ\text{R}} \right) \ln \frac{1}{5.1} \right] \\
 &= 0.1086 \frac{\text{Btu}}{\text{lb} \cdot ^\circ\text{R}}
 \end{aligned}$$

In tal modo, anche il secondo principio della termodinamica appare soddisfatto.

Sulla base di queste valutazioni, la rivendicazione dell'inventore non viola i principi della termodinamica.

- ① Poiché il calore specifico dell'aria  $c_p$  varia poco nell'intervallo di temperatura da 0 a 175 °F,  $c_p$  può essere assunto costante. Da Tabella T-10,  $c_p = 0.24 \text{ Btu}/(\text{lb} \times ^\circ\text{R})$ .
- ② Poiché il calcolo coinvolge differenze di temperatura, le temperature possono essere espresse indifferentemente in °R o in °F.
- ③ In questo calcolo, quando compaiono rapporti tra temperature, queste devono essere espresse in °R.
- ④ Se il valore della quantità di entropia generata fosse risultato nullo o negativo, la rivendicazione dell'inventore sarebbe stata da respingere. Infatti, un valore negativo è impossibile in virtù del secondo principio e un valore zero indica che il funzionamento del dispositivo avviene senza irreversibilità.
- ⑤ Dispositivi di questo genere esistono. Sono anche conosciuti come tubi a vortice e sono utilizzati nel settore industriale per il raffreddamento localizzato di singoli dispositivi elettronici e meccanici.

3

4

5

Nell'Esempio 7.7, si valuta e si confronta la produzione di entropia nell'unità di tempo per i tre componenti di un sistema a pompa di calore. Le pompe di calore verranno analizzate in modo più approfondito nel Capitolo 8.

### Produzione di entropia nei componenti di una pompa di calore

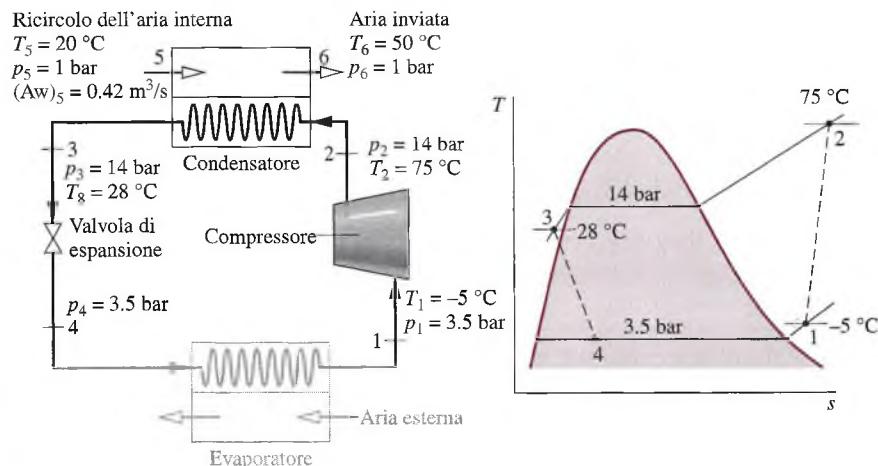
ESEMPIO 7.7

I componenti di una pompa di calore finalizzata all'erogazione di aria calda a un'abitazione sono mostrati nello schema in figura. In regime stazionario, del refrigerante R22 entra nel compressore a  $-5^\circ\text{C}$  e 3.5 bar e viene compresso adiabaticamente a  $75^\circ\text{C}$  e 14 bar. Dal compressore, il refrigerante passa attraverso un condensatore, dove condensa e raggiunge lo stato liquido a  $2^\circ\text{C}$  e 14 bar. Poi, il refrigerante si espande attraverso una valvola di laminazione e la sua pressione scende a 3.5 bar. Gli stati del refrigerante sono individuati nel diagramma  $T-s$  sotto riportato. L'aria di ritorno dall'abitazione entra nel condensatore a  $20^\circ\text{C}$  e 1 bar, con una portata volumetrica di  $0.42 \text{ m}^3/\text{s}$ , ed esce a  $50^\circ\text{C}$  con una variazione trascurabile di pressione. Utilizzando il modello di gas perfetto per l'aria e trascurando gli effetti dell'energia cinetica e potenziale, (a) determinare l'entropia generata nell'unità di tempo, in  $\text{kW/K}$ , per i volumi di controllo che racchiudono rispettivamente il condensatore, il compressore e la valvola di espansione; (b) discutere le fonti di irreversibilità dei componenti considerati nel quesito (a).

**Soluzione**

**Elementi noti** Del refrigerante R22 è compresso adiabaticamente, condensato mediante scambio termico con aria in uno scambiatore di calore e poi fatto espandere adiabaticamente attraverso una valvola di laminazione. Sono noti i parametri di funzionamento del sistema in regime stazionario.

**Da determinare** Determinare l'entropia generata nell'unità di tempo per i volumi di controllo che racchiudono, rispettivamente, il condensatore, il compressore e la valvola di laminazione, quindi spiegare quali sorgenti di irreversibilità sono presenti in questi componenti.

**Schema e dati forniti****Figura E7.7****Ipotesi**

1. Ciascun componente è analizzato come un volume di controllo operante in regime stazionario.
2. Il compressore opera adiabaticamente e l'espansione attraverso la valvola è una trasformazione adiabatica.
3. Per il volume di controllo che racchiude il condensatore,  $\dot{L}_{vc} = 0$  e  $\dot{Q}_{vc} = 0$ .
4. Si possono trascurare le variazioni di energia cinetica e potenziale.
5. L'aria è modellizzata come un gas perfetto con  $c_p = 1.005 \text{ kJ/(kg} \times \text{K)}$ .

**Proprietà** Si ricavano preliminarmente le proprietà in ciascuno dei principali stati del refrigerante, individuati sullo schema funzionale del sistema e sul diagramma  $T$ - $s$  nelle figure. All'ingresso del compressore, il refrigerante è nelle condizioni di vapore surriscaldato a  $-5^\circ\text{C}$  e 3.5 bar, per cui dalla Tabella T-14 si ottiene  $s_1 = 0.9572 \text{ kJ/(kg} \times \text{K)}$ . Similmente, nello stato 2, il refrigerante è nelle condizioni di vapore surriscaldato a  $75^\circ\text{C}$  e 14 bar, per cui interpolando i dati in Tabella T-14 si ottengono  $s_2 = 0.98225 \text{ kJ/(kg} \times \text{K)}$  e  $h_2 = 294.17 \text{ kJ/kg}$ .

Nello stato 3 il refrigerante è nelle condizioni di liquido compresso a  $28^\circ\text{C}$  e 14 bar. Dalla Tabella T-12 si ricava  $s_3 \approx s_l(28^\circ\text{C}) = 0.2936 \text{ kJ/(kg} \times \text{K)}$  e  $h_3 h_l(28^\circ\text{C}) = 79.05 \text{ kJ/kg}$ . L'espansione attraverso la valvola è un processo di laminazione adiabatica, perciò  $h_3 = h_4$ . Utilizzando i valori desumibili dalla Tabella T-13, il titolo allo stato 4 è

$$x_4 = \frac{(h_4 - h_{4d})}{(h_{4d})_4} = \frac{(79.05 - 33.09)}{(212.91)} = 0.216$$

e l'entropia specifica è

$$s_4 = s_{l4} + x_4(s_{v4} - s_{l4}) = 0.1328 + 0.216(0.9431 - 0.1328) = 0.3078 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$$

**Analisi** (a) Utilizzando i valori sopra riportati per le proprietà, si analizzino i diversi componenti del sistema, iniziando dal condensatore.

**Condensatore** Si consideri il volume di controllo che racchiude il condensatore. Con le ipotesi 1 e 3, il bilancio dell'entropia riferito all'unità di tempo si riduce a

$$0 = \dot{m}_{\text{ref}}(s_2 - s_3) + \dot{m}_{\text{aria}}(s_5 - s_6) + \dot{\sigma}_{\text{cond}}$$

Per valutare  $\dot{\sigma}_{\text{cond}}$  servono le due portate massiche,  $\dot{m}_{\text{aria}}$  e  $\dot{m}_{\text{ref}}$  e la variazione di entropia specifica dell'aria. La portata massica dell'aria può essere calcolata sfruttando il modello di gas perfetto (ipotesi 5)

$$\begin{aligned}\dot{m}_{\text{aria}} &= \frac{(\text{Aw})_5}{v_5} = (\text{Aw})_5 \frac{P_5}{RT_5} \\ &= \left( 0.42 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right) \frac{(1 \text{ bar})}{\left( \frac{8.314}{28.97} \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \right) (293 \text{ K})} \left| \frac{10^5 \text{ N/m}^2}{1 \text{ bar}} \right| \left| \frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ N}\cdot\text{m}} \right| = 0.5 \text{ kg/s}\end{aligned}$$

La portata massica del refrigerante può essere determinata utilizzando il bilancio energetico per il volume di controllo che racchiude il condensatore in combinazione con le ipotesi 1, 3 e 4, ottenendo

$$\dot{m}_{\text{ref}} = \frac{\dot{m}_{\text{aria}}(h_6 - h_5)}{(h_2 - h_3)}$$

Sotto l'ipotesi 5,  $h_6 - h_5 = c_p(T_6 - T_5)$ . Sostituendo nella relazione precedente e introducendovi i valori numerici, si ha

$$\dot{m}_{\text{ref}} = \frac{\left( 0.5 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \right) \left( 1.005 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \right) (323 - 293) \text{K}}{(294.17 - 79.05) \text{ kJ/kg}} = 0.07 \text{ kg/s}$$

2

Utilizzando l'Equazione 7.17, la variazione dell'entropia specifica dell'aria risulta

$$\begin{aligned}s_6 - s_5 &= c_p \ln \frac{T_6}{T_5} - R \ln \frac{P_6}{P_5} \\ &= \left( 1.005 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \right) \ln \left( \frac{323}{293} \right) - R \ln \left( \frac{1.0}{1.0} \right)^0 = 0.098 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}\end{aligned}$$

Infine, risolvendo il bilancio entropico rispetto a  $\dot{\sigma}_{\text{cond}}$  e introducendovi i valori numerici, si ottiene

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_{\text{cond}} &= \dot{m}_{\text{ref}}(s_3 - s_2) + \dot{m}_{\text{aria}}(s_6 - s_5) \\ &= \left[ \left( 0.07 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \right) (0.2936 - 0.98225) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} + (0.5)(0.098) \right] \left| \frac{1 \text{ kW}}{1 \text{ kJ/s}} \right| \\ &= 7.95 \times 10^{-4} \frac{\text{kW}}{\text{K}}\end{aligned}$$

**Compressore** Per il volume di controllo che racchiude il compressore, il bilancio dell'entropia riferito all'unità di tempo si riduce, sotto le ipotesi 1 e 3, a

$$0 = \dot{m}_{\text{ref}}(s_1 - s_2) + \dot{\sigma}_{\text{comp}}$$

oppure a

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_{\text{comp}} &= \dot{m}_{\text{ref}}(s_2 - s_1) \\ &= \left( 0.07 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \right) (0.98225 - 0.9572) \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} \right) \left| \frac{1 \text{ kW}}{1 \text{ kJ/s}} \right| \\ &= 1.75 \times 10^{-4} \text{ kW/K}\end{aligned}$$

**Valvola di laminazione** Infine, per il volume di controllo che racchiude la valvola di laminazione, il bilancio dell'entropia riferito all'unità di tempo si riduce a

$$0 = \dot{m}_{\text{ref}}(s_3 - s_4) + \dot{\sigma}_{\text{valvola}}$$

Risolvendo rispetto a  $\dot{\sigma}_{\text{valvola}}$  e introducendo i valori numerici si ottiene

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{\text{valvola}} &= \dot{m}_{\text{ref}}(s_4 - s_3) = \left(0.07 \frac{\text{kg}}{\text{s}}\right)(0.3078 - 0.2936) \left(\frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}\right) \left|\frac{1 \text{ kW}}{1 \text{ kJ/s}}\right| \\ &= 9.94 \times 10^{-4} \text{ kW/K} \end{aligned}$$

(b) La seguente tabella riassume l'entropia generata nell'unità di tempo per i tre componenti.

| Componente   | $\dot{\sigma}_{\text{vc}} (\text{kW/K})$ |
|--------------|--|
| compressore  | $17.5 \times 10^{-4}$                    |
| valvola      | $9.94 \times 10^{-4}$                    |
| condensatore | $7.95 \times 10^{-4}$                    |

3

La produzione di entropia del compressore è dovuta agli attriti viscosi nel fluido, agli attriti meccanici delle parti in movimento e agli scambi termici interni. Per la valvola di laminazione, le irreversibilità sono principalmente dovute agli attriti viscosi che si accompagnano all'espansione del fluido attraverso la valvola stessa. La principale fonte di irreversibilità nel condensatore è la differenza di temperatura tra i flussi di aria e di refrigerante. Per semplicità, in questo esempio non si considerano cadute di pressione che caratterizzano entrambi i flussi che attraversano il condensatore; nella realtà, anche queste modeste cadute di pressione, dovute agli attriti viscosi, contribuiscono alle irreversibilità del condensatore. Per brevità l'evaporatore, rappresentato con linee più chiare in Figura E7.7, non è stato analizzato.

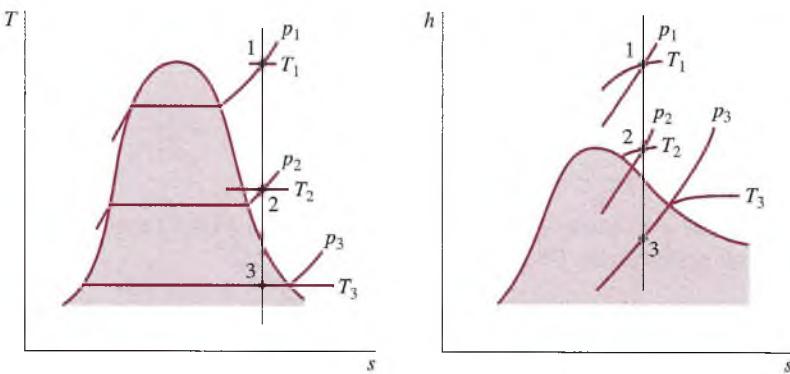
- ① In virtù della relativamente piccola variazione di temperatura dell'aria, il suo calore specifico  $c_p$  può essere assunto costante e pari al valore associato alla media delle temperature dell'aria all'ingresso e all'uscita.
- ② Si sono utilizzate le temperature in Kelvin anche in relazione al calcolo di  $\dot{m}_{\text{ref}}$ , ma dato che è ivi prevista soltanto una differenza di temperatura, si sarebbe ottenuto il medesimo risultato utilizzando le temperature in gradi Celsius. La temperatura in Kelvin deve invece essere utilizzata obbligatoriamente quando compare un rapporto di temperature, per esempio nell'Equazione 7.17 utilizzata per valutare  $s_6 - s_5$ .
- ③ Focalizzando l'attenzione sulla riduzione delle irreversibilità negli elementi caratterizzati dalla maggiore produzione istantanea di entropia, potrebbero essere conseguiti miglioramenti di tipo termodinamico, ma si devono comunque tenere in considerazione i costi e le limitazioni pratiche, che potrebbero rendere non convenienti gli interventi migliorativi.

## 7.6 Trasformazioni isoentropiche

Il termine *isoentropico* significa a entropia costante. Le trasformazioni isoentropiche verranno affrontate di frequente nel seguito. In questo paragrafo si correlano tra di loro le proprietà termodinamiche relative a due stati qualsiasi lungo una trasformazione nella quale non c'è variazione di entropia specifica.

### 7.6.1 Considerazioni generali

Le proprietà relative a stati aventi uguale entropia specifica possono essere messe in relazione utilizzando il metodo grafico o i valori tabulati discussi nel Paragrafo 7.2. Per esem-



**Figura 7.8** Diagrammi  $T$ - $s$  e  $h$ - $s$  e individuazione di stati caratterizzati dallo stesso valore di entropia specifica.

pio, come illustrato in Figura 7.8, i diagrammi temperatura-entropia ed entalpia-entropia sono particolarmente convenienti per determinare le proprietà negli stati contraddistinti dallo stesso valore di entropia specifica; infatti tutti gli stati che si trovano su una linea verticale passante per uno stato assegnato presentano la stessa entropia. Se lo stato 1 in Figura 7.8 viene individuato dalla pressione  $p_1$  e dalla temperatura  $T_1$ , gli stati 2 e 3 possono essere subito identificati una volta che venga specificata un'altra proprietà di stato come la temperatura o la pressione. Inoltre, i valori di varie altre proprietà negli stati 2 e 3 possono essere immediatamente ricavati dai diagrammi.

Anche i valori da tabella possono essere usati per mettere in relazione due stati aventi la stessa entropia specifica. Per il caso mostrato in Figura 7.8, l'entropia specifica dello stato 1 può essere determinata dalla tabella del vapore surriscaldato. Poi, con  $s_1 = s_2$  e il valore di un'altra proprietà come  $p_2$  o  $T_2$ , anche lo stato 2 può essere individuato nella tabella del vapore surriscaldato. I corrispondenti valori delle proprietà  $v$ ,  $u$  e  $h$  possono essere poi ricavati da tabella. Si noti che lo stato 3 cade nella regione corrispondente alla miscela liquido-vapore della Figura 7.8. Dato che  $s_3 = s_1$ , il titolo nello stato 3 può essere determinato usando l'Equazione 7.6. Noto il titolo, altre funzioni di stato come  $v$ ,  $u$  e  $h$  possono essere successivamente determinate. Un'alternativa all'utilizzo delle tabelle è infine data da strumenti software come quello accusato al presente testo.

### 7.6.2 Uso del modello di gas perfetto

La Figura 7.9 mostra due stati di un gas perfetto contraddistinti dallo stesso valore di entropia specifica. Si considerino le relazioni tra pressione, volume specifico e temperatura in questi stati, prima usando le tabelle dei gas ideali e poi assumendo i calori specifici costanti.

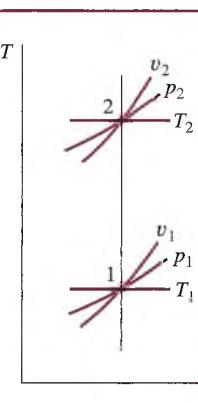
#### Tabelle dei gas ideali

Per due stati aventi la stessa entropia specifica, l'Equazione 7.15a, si riduce a

$$0 = s^\circ(T_2) - s^\circ(T_1) - R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (7.31a)$$

L'Equazione 7.31a coinvolge i valori di quattro funzioni di stato,  $p_1$ ,  $T_1$ ,  $p_2$  e  $T_2$ . Se tre sono note, si può determinare la quarta. Per esempio, se sono noti la temperatura allo stato 1 e il rapporto tra le pressioni ratio  $p_2/p_1$  la temperatura allo stato 2 può essere determinata da

$$s^\circ(T_2) = s^\circ(T_1) + R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (7.31b)$$



**Figura 7.9** Due stati di un gas perfetto in cui  $s_2 = s_1$ .

Poiché  $T_1$  è nota,  $s^\circ(T_1)$  può essere estratta dalla relativa tabella, il valore di  $s^\circ(T_2)$  può essere calcolato e la temperatura  $T_2$  può essere determinata per interpolazione. Se  $T_1, p_1$  e  $T_2$  sono specificate e la pressione allo stato 2 è l'incognita, l'Equazione 7.31a può essere risolta per ottenere

$$p_2 = p_1 \exp\left[\frac{s^\circ(T_2) - s^\circ(T_1)}{R}\right] \quad (7.31c)$$

Le Equazioni 7.31 possono essere usate quando i valori di  $s^\circ(\text{o } \mathcal{T})$  sono noti, come per i gas considerati nelle tabelle T-9 e T-11.

**Aria** Per il caso speciale dell'aria modellizzata come un gas perfetto, l'Equazione 7.31c fornisce le basi per un approccio tabulare alternativo di correlazione tra temperature e pressioni in due stati aventi la stessa entropia specifica. Per illustrare questo metodo, si riscrive la relazione nella forma

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\exp[s^\circ(T_2)/R]}{\exp[s^\circ(T_1)/R]}$$

La quantità  $\exp[s^\circ(T)/R]$  che compare in questa espressione è una funzione della sola temperatura e viene identificata con il simbolo  $p_r(T)$ . I valori di  $p_r$  in funzione della temperatura sono forniti per l'aria in Tabella T-9. In termini di funzione di  $p_r$ , l'ultima equazione scritta diventa

$$\boxed{\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_{r2}}{p_{r1}} \quad (s_1 = s_2, \text{ solo aria})} \quad (7.32)$$

dove  $p_{r1} = p_r(T_1)$  e  $p_{r2} = p_r(T_2)$ .

Una correlazione tra volumi specifici e temperature per due stati aventi la stessa entropia specifica può anche essere sviluppata nella forma

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_{r2}}{v_{r1}} \quad (s_1 = s_2, \text{ solo aria}) \quad (7.33)$$

dove  $v_{r1} = v_r(T_1)$  e  $v_{r2} = v_r(T_2)$ . I valori di  $v_r$  in funzione della temperatura sono tabulati per l'aria nelle Tabelle T-9.

Per concludere, si noti che  $p_r$  e  $v_r$  non hanno significato fisico.

### Ipotesi di calore specifico costante

Si mostra ora come possono essere correlate le proprietà in processi isoentropici di gas perfetto quando i calori specifici sono costanti. In questi casi, le Equazioni 7.16 e 7.17 si riducono a

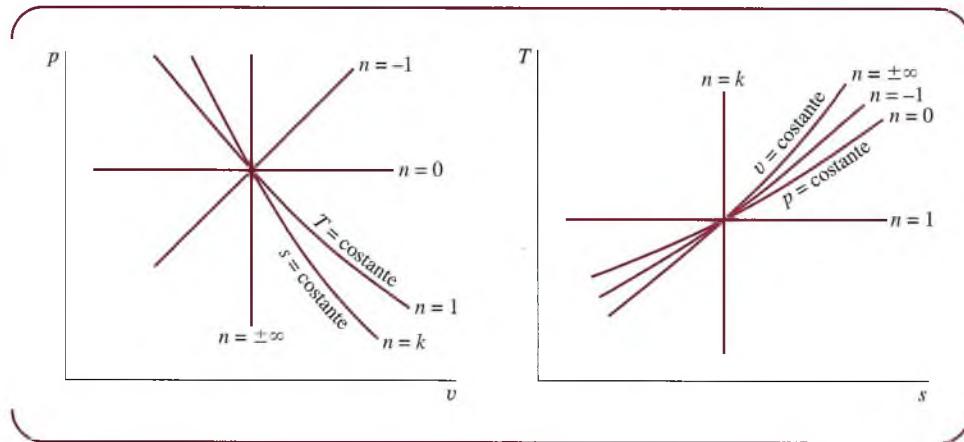
$$0 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}$$

$$0 = c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

Introducendo le relazioni di gas perfetto, Equazioni 4.45 e 4.46, si ottiene

$$c_p = \frac{kR}{k-1}, \quad c_v = \frac{R}{k-1}$$

Le equazioni possono essere risolte per dare, rispettivamente,



**Figura 7.10**  
Trasformazioni politropiche sui diagrammi  $p$ - $v$  e  $T$ - $s$ .

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} \quad (s_1 = s_2, k \text{ costante}) \quad (7.34)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} \quad (s_1 = s_2, k \text{ costante}) \quad (7.35)$$

La seguente relazione può essere ottenuta eliminando il rapporto tra le temperature nelle Equazioni 7.34 e 7.35:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^k \quad (s_1 = s_2, k \text{ costante}) \quad (7.36)$$

Dalla forma dell'Equazione 7.36 si può concludere che una trasformazione politropica di gas perfetto con  $pv^k = \text{costante}$ , con  $k = c_p/c_v = \text{costante}$ , costituisce una trasformazione isoentropica. Si è osservato nel Paragrafo 4.8 che una trasformazione politropica di un gas perfetto per il quale  $n = 1$  è un trasformazione isoterma (a temperatura costante). Per qualsiasi fluido,  $n = 0$  corrisponde a una isobara (a pressione costante) e  $n = \pm\infty$  corrisponde a una trasformazione isocora (a volume costante). Trasformazioni politropiche corrispondenti a questi valori di  $n$  sono mostrate in Figura 7.10, sui diagrammi  $p$ - $v$  e  $T$ - $s$ .

Gli strumenti sopra illustrati per la determinazione dei valori numerici delle proprietà in una trasformazione isoentropica dell'aria, modellizzata come gas perfetto, sono utilizzati nell'esempio seguente.

### Trasformazione isoentropica dell'aria

### ESEMPIO 7.8

Dell'aria subisce una trasformazione isoentropica da uno stato iniziale in cui  $p_1 = 1 \text{ atm}$ ,  $T_1 = 540^\circ\text{R}$ , a uno stato finale in cui la temperatura è  $T_2 = 1160^\circ\text{R}$ . Utilizzando il modello di gas perfetto, determinare la pressione finale  $p_2$  in atm. Risolvere utilizzando: (a) i dati su  $p_r$  nella Tabella T-9E; (b) un valore costante del rapporto tra i calori specifici  $k$ , ricavato dalla Tabella T-10E alla temperatura media,  $850^\circ\text{R}$ ; (c) *Termodinamica Interattiva: TI*.

#### Soluzione

**Elementi noti** Dell'aria subisce una trasformazione isoentropica da uno stato in cui pressione e temperatura sono note a uno stato nel quale è specificata la sola temperatura.

**Da determinare** Determinare la pressione finale utilizzando (a) i dati su  $p_r$ , (b) un valore costante del rapporto  $k$  tra i calori specifici, (c) *TI*.

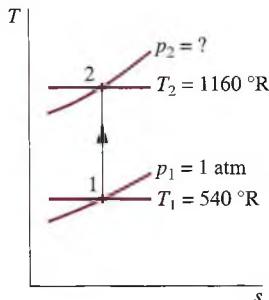
*Schema e dati forniti*

Figura E7.8

*Ipotesi*

1. Una quantità di aria (sistema) è sottoposta a una trasformazione isoentropica.
2. L'aria può essere modellizzata come un gas perfetto.
3. Ai fini del quesito (b), si assume costante il rapporto tra calori specifici.

*Analisi* (a) Le pressioni e le temperature in due stati di un gas perfetto aventi la stessa entropia specifica sono correlate dall'Equazione 7.32.

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_{r2}}{p_{r1}}$$

Risolvendo

$$p_2 = p_1 \frac{p_{r2}}{p_{r1}}$$

Con  $p_r$  ricavato dalla Tabella T-9E si ha

$$p = (1 \text{ atm}) \frac{21.18}{1.3860} = 15.28 \text{ atm}$$

(b) Quando il rapporto tra calori specifici  $k$  può essere assunto costante, le temperature e le pressioni in due stati di un gas perfetto aventi la stessa entropia specifica sono correlate dall'Equazione 7.34. Pertanto

$$p_2 = p_1 \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{k/(k-1)}$$

Dalla Tabella T-10E, a  $390 \text{ } ^\circ\text{F}$  ( $850 \text{ } ^\circ\text{R}$ ),  $k = 1.39$ . Introducendo i valori numerici nell'espressione precedente

$$p_2 = (1 \text{ atm}) \left( \frac{1160}{540} \right)^{1.39/0.39} = 15.26 \text{ atm}$$

(c) La soluzione ottenibile utilizzando TI è la seguente

$$T_1 = 540/\text{ } ^\circ\text{R}$$

$$p_1 = 1/\text{atm}$$

$$T_2 = 1160/\text{ } ^\circ\text{R}$$

$$s_{\text{TP}}(\text{"Air"}, T_1, p_1) = s_{\text{TP}}(\text{"Air"}, T_2, p_2)$$

//Result:  $p_2 = 15.28 \text{ atm}$

TI restituisce il valore di  $p_2$  nonostante sia una variabile implicita negli argomenti (tra parentesi) della funzione entropia specifica. Si osservi anche che TI fornisce i valori dell'entropia specifica direttamente e non impiega le funzioni  $s^o$ ,  $p_r$  e  $v_r$ .

- 1 La concordanza tra i valori ottenuti al punto (a) e al punto (b) dipende dall'adozione di un valore appropriato per il rapporto dei calori specifici  $k$ .

## 7.7 Rendimento isoentropico di turbine, ugelli, compressori e pompe

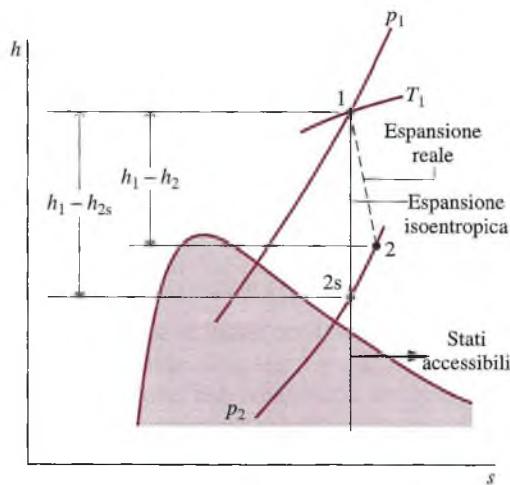
Nei calcoli gli ingegneri utilizzano frequentemente il rendimento di macchine e di processi, concetto di cui vengono peraltro impiegate svariate definizioni, anche assai diverse tra loro. In questo paragrafo vengono definiti i **rendimenti isoentropici** per turbine, ugelli, compressori e pompe. I rendimenti isoentropici implicano un confronto tra le prestazioni reali di un dispositivo e le prestazioni che si otterrebbero in circostanze ideali nello stesso stato in ingresso e alla medesima pressione in uscita. Tali rendimenti saranno utilizzati frequentemente nei paragrafi successivi del testo.

### Rendimento isoentropico di una turbina

Per illustrare il rendimento isoentropico di una turbina si faccia riferimento alla Figura 7.11, che mostra un'espansione in turbina sul diagramma di Mollier. Sono fissati lo stato del fluido all'ingresso della turbina e la pressione all'uscita. Si trascura lo scambio di calore tra la turbina e l'ambiente circostante, così come le variazioni dell'energia cinetica e dell'energia potenziale. Sotto queste ipotesi, i bilanci di massa e di energia si riducono, in regime stazionario, a una relazione che fornisce il lavoro svolto per unità di massa di fluido fluente attraverso la turbina

$$\frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}} = h_1 - h_2$$

Dato che lo stato 1 è fissato, l'entalpia specifica  $h_1$  è nota. Di conseguenza, il lavoro specifico erogato dipende solo dall'entalpia specifica  $h_2$  e aumenta se  $h_2$  si riduce. Il valore massimo del lavoro specifico erogato dalla turbina si ha in corrispondenza del minimo va-



**Figura 7.11** Confronto tra espansione reale e isoentropica attraverso una turbina.

lore *ammissibile* dell'entalpia specifica in uscita. Tale valore *massimo* può essere determinato sfruttando il secondo principio.

Dato che non vi è scambio di calore, gli stati in uscita ammissibili sono vincolati dall'Equazione 7.30

$$\frac{\dot{\sigma}_{vc}}{\dot{m}} = s_2 - s_1 \geq 0$$

Poiché l'entropia generata  $\dot{\sigma}_{vc}/\dot{m}$  non può essere negativa, gli stati con  $s_2 < s_1$  non sono raggiungibili attraverso un'espansione adiabatica: gli unici stati che possono essere quindi raggiunti sono quelli con  $s_2 > s_1$ . Lo stato indicato come "2s" in Figura 7.11 verrebbe raggiunto solo nel caso limite di assenza di irreversibilità interne, e ciò corrisponde a un'espansione isoentropica in turbina. Essendo la pressione in uscita fissata, l'entalpia specifica  $h_2$  diminuisce al diminuire dell'entropia specifica  $s_2$ . Pertanto, il valore minimo ammissibile per  $h_2$  si ha in corrispondenza dello stato 2s, e il massimo valore possibile per il lavoro specifico della turbina è

$$\left( \frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}} \right)_s = h_1 - h_{2s}$$

In un'espansione reale attraverso la turbina si ha  $h_2 > h_{2s}$ , e quindi si sviluppa meno lavoro rispetto a quello massimo teorico. Questa differenza può essere espressa attraverso il **rendimento isoentropico della turbina**, definito come

$$\boxed{\eta_t = \frac{\dot{L}_{vc}/\dot{m}}{(\dot{L}_{vc}/\dot{m})_s}} \quad (7.37)$$

Sia il numeratore sia il denominatore di questa espressione vengono valutati per lo stesso stato in ingresso e per la stessa pressione in uscita. Il valore di  $\eta_t$  varia tipicamente da 0.7 a 0.9 (70-90%).

### Rendimento isoentropico di un ugello

Per illustrare il rendimento isoentropico degli ugelli operanti in regime stazionario si può utilizzare un approccio simile a quello usato per le turbine. Il **rendimento isoentropico di un ugello** è definito come il rapporto tra l'energia cinetica specifica reale del gas uscente dall'ugello,  $w_2^2/2$ , e l'energia cinetica  $(w_2^2/2)_s$  che si otterrebbe in uscita per effetto di un'espansione isoentropica tra lo stesso stato in ingresso e la stessa pressione in uscita

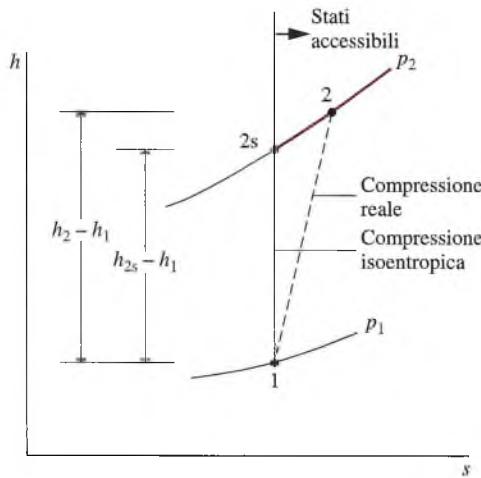
$$\boxed{\eta_{ugello} = \frac{w_2^2/2}{(w_2^2/2)_s}} \quad (7.38)$$

Un rendimento isoentropico degli ugelli pari al 95% e oltre è piuttosto comune, segno che ugelli ben progettati presentano modeste irreversibilità interne.

### Rendimento isoentropico di compressori e pompe

Si presentano ora le definizioni di rendimento isoentropico valide per compressori e pompe. Si faccia in proposito riferimento alla Figura 7.12, che mostra una trasformazione di compressione su un diagramma di Mollier: sono fissati lo stato del fluido all'ingresso del compressore e la pressione all'uscita. Se si trascura lo scambio di calore con l'ambiente costante e non sono presenti effetti significativi dell'energia cinetica e potenziale, il lavoro *assorbito* per unità di massa di fluido fluente attraverso il compressore è

$$\left( -\frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}} \right) = h_2 - h_1$$



**Figura 7.12** Confronto tra compressione reale e isoentropica.

Dal momento che lo stato 1 è fissato, l'entalpia specifica  $h_1$  è nota. Di conseguenza, il valore del lavoro assorbito dipende dall'entalpia specifica in uscita  $h_2$ . L'espressione precedente mostra che il lavoro assorbito diminuisce se  $h_2$  diminuisce. Il minimo lavoro da fornire corrisponde al valore minimo ammissibile dell'entalpia specifica all'uscita del compressore. Attraverso ragionamenti analoghi a quelli svolti in merito alle turbine, l'entalpia specifica minima ammissibile in uscita può essere raggiunta in una compressione isoentropica tra lo stato in ingresso e la pressione di uscita specificati. Pertanto, il minimo lavoro specifico assorbito è dato da

$$\left( -\frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}} \right)_s = h_{2s} - h_1$$

In una compressione reale,  $h_2 > h_{2s}$ , e quindi è necessaria una maggiore quantità di lavoro rispetto al valore minimo teorico. Tale differenza può essere espressa attraverso il **rendimento isoentropico di compressione**, definito come

$$\eta_c = \frac{(-\dot{L}_{vc}/\dot{m})_s}{(-\dot{L}_{vc}/\dot{m})} \quad (7.39)$$

Sia il numeratore sia il denominatore di questa espressione sono valutati per lo stesso stato in ingresso e per la stessa pressione in uscita. Il valore di  $\eta_c$  per i compressori varia tipicamente tra il 75 e l'85%.

Il **rendimento isoentropico di una pompa**  $\eta_p$  può essere definito in modo analogo a quello di un compressore.

I quattro esempi riportati nel seguito illustrano vari aspetti del rendimento isoentropico di turbine, ugelli e compressori. Il primo, l'Esempio 7.9, è un'applicazione diretta del concetto di rendimento isoentropico al caso di una turbina a vapore. In questo caso,  $\eta_t$  è noto e l'obiettivo è determinare il lavoro erogato dalla turbina.

### Determinare il lavoro di una turbina

### ESEMPIO 7.9

Una turbina a vapore opera in regime stazionario con stato all'ingresso individuato da  $p_1 = 5$  bar,  $T_1 = 320^\circ\text{C}$ , e rilascia il vapore a una pressione di 1 bar. Non vi è alcun trasferimento di calore tra la turbina e l'ambiente circostante, e le variazioni di energia cinetica e

potenziale tra ingresso e uscita sono trascurabili. Sapendo che il rendimento isoentropico è pari al 75%, determinare il lavoro erogato per unità di massa di vapore che fluisce attraverso la turbina, in kJ/kg.

### Soluzione

**Elementi noti** Del vapore d'acqua si espande adiabaticamente attraverso una turbina operante in regime stazionario con stato in ingresso e pressione in uscita noti. Il rendimento della turbina è noto.

**Da determinare** Determinare il lavoro erogato per unità di massa di vapore che fluisce attraverso la turbina.

### Schema e dati forniti

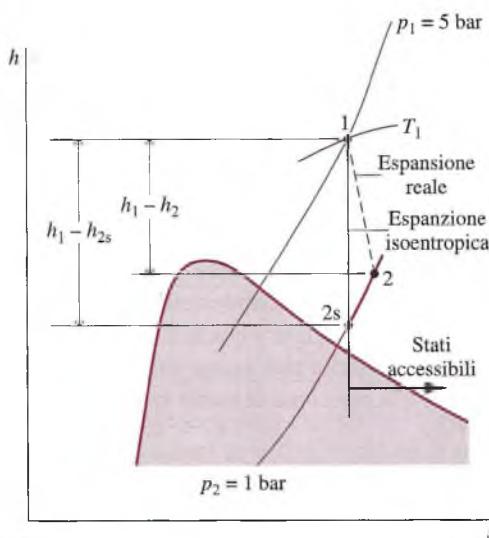


Figura E7.9

### Ipotesi

- Il volume di controllo che racchiude la turbina opera in regime stazionario.
- L'espansione è adiabatica e le variazioni di energia cinetica e potenziale tra ingresso e uscita possono essere trascurate.

**Analisi** Il lavoro erogato può essere determinato tramite il rendimento isoentropico, definito dall'Equazione 7.37. Questa può essere riarrangiata nella forma

$$\frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}} = \eta_t \left( \frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}} \right)_s = \eta_t (h_1 - h_{2s})$$

Dalla Tabella T-4,  $h_1 = 3105.6$  kJ/kg e  $s_1 = 7.5308$  kJ/(kg × K). Lo stato in uscita per un'espansione isoentropica è individuato da  $p_2 = 1$  e  $s_{2s} = s_1$ . Interpolando l'entropia specifica in Tabella T-4 a 1 bar si ottiene  $h_{2s} = 2743.0$  kJ/kg. Introducendo nella relazione precedente i valori numerici, si ha infine:

$$\frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}} = 0.75(3105.6 - 2743.0) = 271.95 \text{ kJ/kg}$$

Le irreversibilità riducono il lavoro erogato dalla turbina. Infatti il lavoro è solo il 75% di quello che si otterrebbe per una espansione isoentropica tra lo stato iniziale del vapore e la pressione allo scarico della turbina. Ciò è chiaramente evidenziato nel diagramma  $h$ - $s$  in termini di variazioni di entalpia.

Il prossimo esempio è simile all'Esempio 7.9, ma in questo caso il fluido di lavoro è l'aria, che si comporta come un gas perfetto. Inoltre, in questo caso il lavoro erogato dalla turbina è noto e l'obiettivo è determinare il rendimento isoentropico della turbina stessa.

### Valutare il rendimento isoentropico di una turbina

### ESEMPIO 7.10

Una turbina che opera in regime stazionario riceve aria a pressione  $p_1 = 3.0$  bar e temperatura  $T_1 = 390$  K. L'aria esce dalla turbina a pressione  $p_2 = 1.0$  bar. Il lavoro erogato, risultato di una misura diretta, è pari a 74 kJ per kg di aria che fluisce attraverso la turbina. Questa opera adiabaticamente e le variazioni di energia cinetica e potenziale tra ingresso e uscita possono essere trascurate. Sfruttando per l'aria il modello di gas perfetto, determinare il rendimento isoentropico della turbina.

#### Soluzione

**Elementi noti** L'aria si espande adiabaticamente attraverso una turbina operante in regime stazionario da uno stato in ingresso specificato a una pressione in uscita parimenti specificata. Il lavoro erogato per kg di aria che fluisce attraverso la turbina è noto.

**Da determinare** Determinare il rendimento isoentropico della turbina.

#### Schema e dati forniti

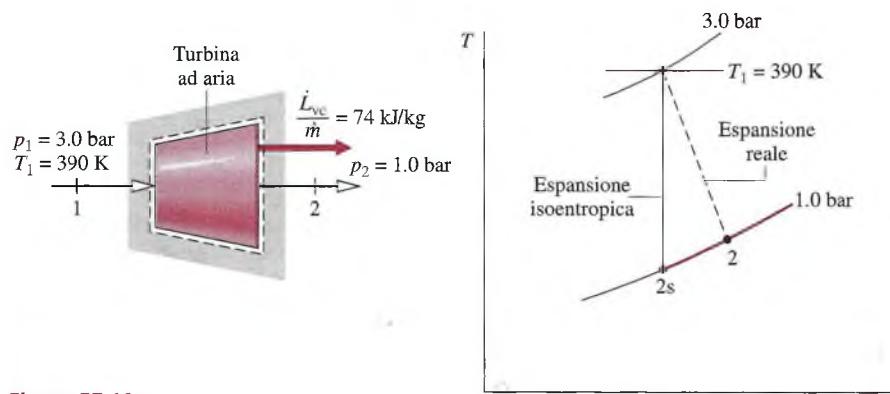


Figura E7.10

#### Ipotesi

1. Il volume di controllo mostrato in figura opera in regime stazionario.
2. L'espansione è adiabatica e le variazioni di energia cinetica e potenziale tra ingresso e uscita possono essere trascurate.
3. L'aria è assimilata a un gas perfetto.

**Analisi** Il numeratore dell'Equazione 7.37, che definisce il rendimento isoentropico della turbina, è noto. Il denominatore può essere valutato come illustrato nel seguito. Il lavoro sviluppato in una espansione isoentropica dallo stato in ingresso alla pressione in uscita specificati è:

$$\left( \frac{\dot{L}_{ve}}{\dot{m}} \right)_s = h_1 - h_{2s}$$

Dalla Tabella T-9 a 390 K si ricava  $h_1 = 390.88$  kJ/kg. Per determinare  $h_{2s}$  si può utilizzare l'Equazione 7.32

$$p_r(T_{2s}) = \left( \frac{p_2}{p_1} \right) p_r(T_1)$$

Con  $p_1 = 3.0$  bar,  $p_2 = 1.0$  bar, e  $p_{r1} = 3.481$ , dalla Tabella T-9 si ha per 390 K

$$p_r(T_{2s}) = \left(\frac{1.0}{3.0}\right)(3.481) = 1.1603$$

L'interpolazione dei valori numerici in Tabella T-9 fornisce  $h_{2s} = 285.27 \text{ kJ/kg}$ , per cui si ha

$$\left(\frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}}\right)_s = 390.88 - 285.27 = 105.6 \text{ kJ/kg}$$

Infine, sostituendo i valori numerici nell'Equazione 7.37,

$$\eta_r = \frac{\dot{L}_{vc}/\dot{m}}{(\dot{L}_{vc}/\dot{m})_s} = \frac{74 \text{ kJ/kg}}{105.6 \text{ kJ/kg}} = 0.70 (70\%)$$

Nel prossimo esempio l'obiettivo è determinare il rendimento isoentropico di un ugello.

### ESEMPIO 7.11 Determinazione del rendimento isoentropico di un ugello

In un ugello operante in regime stazionario entra del vapore d'acqua a  $p_1 = 140 \text{ lbf/in}^2$ ,  $T_1 = 600^\circ\text{F}$  e velocità di 100 m/s. La pressione e la temperatura in uscita sono  $p_2 = 40 \text{ lbf/in}^2$  e  $T_2 = 350^\circ\text{F}$ , rispettivamente. Non vi è alcuno scambio di calore tra l'ugello e l'ambiente circostante, e le variazioni di energia potenziale tra entrata e uscita possono essere trascurate. Determinare il rendimento isoentropico dell'ugello.

#### Soluzione

**Elementi noti** Del vapore si espande attraverso un ugello operante in regime stazionario a partire da uno stato in ingresso specificato fino a uno stato in uscita pure specificato. La velocità all'ingresso è nota.

**Da determinare** Determinare il rendimento isoentropico dell'ugello.

#### Schema e dati forniti

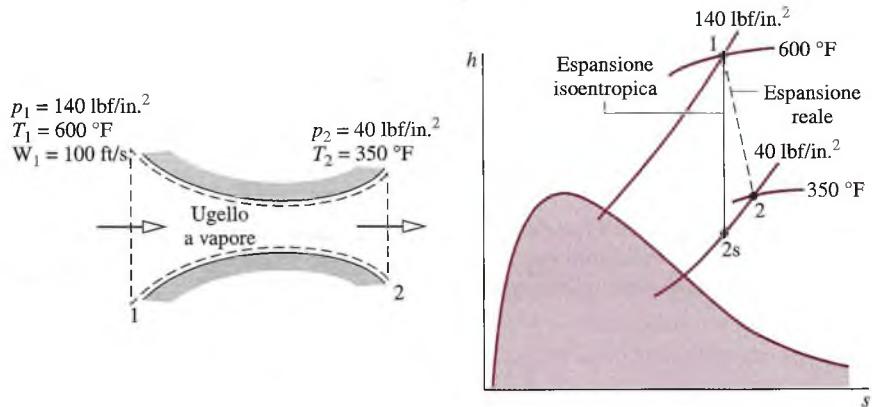


Figura E7.11

#### Ipotesi

- Il volume di controllo schematizzato in figura opera adiabaticamente e in regime stazionario.
- Per il volume di controllo,  $\dot{L}_{vc} = 0$  e le variazioni di energia potenziale tra ingresso e uscita sono trascurabili.



**Analisi** Il rendimento isoentropico dell'ugello è dato dall'Equazione 7.38 e, per il calcolo, si richiede la conoscenza dell'energia cinetica specifica effettiva all'uscita dell'ugello e di quella che si avrebbe idealmente dopo un'espansione isoentropica dallo stato d'ingresso alla pressione d'uscita specificati. I bilanci di massa e di energia per un volume di controllo con un ingresso e un'uscita si riducono, in regime stazionario, alla relazione

$$\frac{w_2^2}{2} = h_1 - h_2 + \frac{w_1^2}{2}$$

Tale relazione si applica sia all'espansione reale sia a quella ideale.

Dalla Tabella T-4E in corrispondenza di  $T_1 = 600^\circ\text{F}$  e  $p_1 = 140 \text{ lbf/in}^2$  si ottiene  $h_1 = 1326.4 \text{ Btu/lb}$ ,  $s_1 = 1.7191 \text{ Btu/(lb} \times ^\circ\text{R)}$ . Inoltre, per  $T_2 = 350^\circ\text{F}$  e  $p_2 = 40 \text{ lbf/in}^2$ , si ha  $h_2 = 1211.8 \text{ Btu/lb}$ . Quindi, l'energia cinetica specifica effettiva all'uscita, in  $\text{Btu/lb}$ , vale

$$\begin{aligned} \frac{w_2^2}{2} &= 1326.4 \frac{\text{Btu}}{\text{lb}} - 1211.8 \frac{\text{Btu}}{\text{lb}} + \frac{(100 \text{ ft/s})^2}{(2) \left| \frac{32.2 \text{ lb} \cdot \text{ft/s}^2}{1 \text{ lbf}} \right| \left| \frac{778 \text{ lbf}}{1 \text{ Btu}} \right|} \\ &= 114.8 \frac{\text{Btu}}{\text{lb}} \end{aligned}$$

Interpolando i dati in Tabella T-4E in corrispondenza di  $p_2 = 40 \text{ lbf/in}^2$  e con  $s_{2s} = s_1 = 1.7191 \text{ Btu/(lb} \times ^\circ\text{R)}$ , si ottiene  $h_{2s} = 1202.3 \text{ Btu/lb}$ , per cui l'energia cinetica specifica al termine di un'espansione isoentropica è

$$\left( \frac{w_2^2}{2} \right)_s = 1326.4 - 1202.3 + \frac{(100)^2}{(2)|32.2||778|} = 124.3 \text{ Btu/lb}$$

Sostituendo i valori numerici nell'Equazione 7.38, si ottiene infine

$$\eta_{\text{ugello}} = \frac{(w_2^2/2)}{(w_2^2/2)_s} = \frac{114.8}{124.3} = 0.924 (92.4\%)$$

- 1 La principale fonte di irreversibilità presente in un ugello è costituita dall'attrito tra il gas o il liquido che lo attraversa e le pareti dell'ugello stesso. A causa degli attriti si ottiene una minor energia cinetica in uscita e, quindi, una minore velocità rispetto a quella che si avrebbe con un'espansione isoentropica fino alla medesima pressione di efflusso.

Nell'Esempio 7.12 viene valutato il rendimento isoentropico del compressore frigorifero, utilizzando inizialmente le tabelle delle proprietà di stato e poi *TI*.

### Valutazione del rendimento isoentropico di un compressore

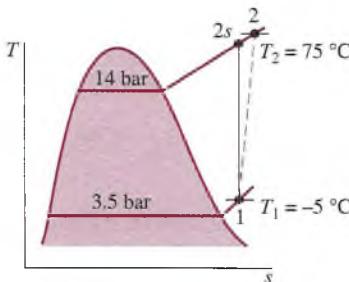
### ESEMPIO 7.12

Determinare la potenza, in kW, e il rendimento isoentropico del compressore della pompa di calore dell'Esempio 7.7 (a) utilizzando i dati delle tabelle e (b) attraverso il software *Termo-dinamica Interattiva: TI*.

#### Soluzione

**Elementi noti** Del refrigerante R22 viene compresso adiabaticamente in regime stazionario da uno stato in ingresso specificato a uno stato in uscita pure specificato. È nota la portata massica.

**Da determinare** Determinare la potenza e il rendimento isoentropico del compressore utilizzando (a) le tabelle delle proprietà termodinamiche e (b) *TI*.

**Schema e dati forniti****Figura E7.12****Ipotesi**

- Il volume di controllo che include il compressore è in regime stazionario.
- La compressione è adiabatica e le variazioni di energia cinetica e potenziale tra ingresso e uscita possono essere trascurate.

**Analisi** (a) In base alle ipotesi 1 e 2, i bilanci di massa ed energia si riducono all'espressione

$$\dot{L}_{vc} = \dot{m}(h_1 - h_2)$$

Da Tabella T-14,  $h_1 = 249.75 \text{ kJ/kg}$  e  $h_2 = 294.17 \text{ kJ/kg}$ . Perciò

$$\dot{L}_{vc} = (0.07 \text{ kg/s})(249.75 - 294.17) \text{ kJ/kg} \left| \frac{1 \text{ kW}}{1 \text{ kJ/s}} \right| = -3.11 \text{ kW}$$

Il rendimento isoentropico di compressione si determina utilizzando l'Equazione 7.39

$$\eta_c = \frac{(-\dot{L}_{vc}/\dot{m})_s}{(-\dot{L}_{vc}/\dot{m})} = \frac{(h_{2s} - h_1)}{(h_2 - h_1)}$$

In questa relazione, il denominatore rappresenta il lavoro assorbito per unità di massa di refrigerante durante la trasformazione di compressione reale, calcolato precedentemente. Il numeratore è il lavoro assorbito in una compressione isoentropica tra lo stesso stato in ingresso e la stessa pressione in uscita. Lo stato al termine della trasformazione isoentropica è indicato con 2s sul diagramma  $T$ - $s$  in figura.

Dalla Tabella T-14 si ricava  $s_1 = 0.9572 \text{ kJ/K}$ . Con  $s_{2s} = s_1$ , l'interpolazione dei dati in Tabella T-14 in corrispondenza della pressione di 14 bar restituiscce  $h_{2s} = 285.58 \text{ kJ/kg}$ . Sostituendo i valori numerici nella relazione precedente, si ottiene infine

$$\textcircled{1} \quad \eta_c = \frac{(285.58 - 249.75)}{(294.17 - 249.75)} = 0.81 (81\%)$$

(b) Si riporta nel seguito il listato di istruzioni per il programma *TI*, in cui  $\dot{L}_{vc}$  è indicato come *Wdot*,  $\dot{m}$  come *mdot* e  $\eta_c$  come *eta\_c*.

//Dati:

T1 = -5// °C

p1 = 3.5//bar

T2 = 75//°C

p2 = 14//bar

mdot = 0.07//kg/s

//Determina le entalpie specifiche.

h1 = h\_PT ("R22", p1, T1)

h2 = h\_PT ("R22", p2, T2)

```
//Calcola la potenza.
Wdot = mdot * (h1 - h2)

//Trova h2s:
s1 = s_PT ("R22", p1, T1)
s2s = s_Ph ("R22", p2, h2s)
s2s = s1

//Determina il rendimento isoentropico del compressore.
eta_c = (h2s - h1)/(h2 - h1)
```

2

Utilizzando il pulsante **Solve** si ottengono  $\dot{L}_{vc} = -3.111 \text{ kW}$  e  $\eta_c = 80.58\%$ , in perfetto accordo con i valori ottenuti in precedenza.

- 1 La minima potenza teoricamente richiesta in un processo ideale di compressione adiabatica dallo stato 1 fino alla pressione in uscita di 14 bar sarebbe

$$(\dot{L}_{vc})_s = \dot{m}(h_1 - h_{2s}) = (0.07)(249.75 - 285.58) = -2.51 \text{ kW}$$

La potenza effettivamente richiesta è maggiore della potenza ideale a causa delle irreversibilità.

- 2 Si noti che *TI* restituisce il valore di  $h_{2s}$ , anche se si tratta di una variabile implicita negli argomenti (tra parentesi) della funzione entropia specifica.

## 7.8 Scambi di calore e lavoro in una trasformazione internamente reversibile in regime stazionario

Questo paragrafo si riferisce a volumi di controllo a un solo ingresso e a una sola uscita, operanti in regime stazionario, con l'obiettivo di derivare espressioni per la determinazione del calore e del lavoro scambiati in assenza di irreversibilità interne. Le espressioni risultanti hanno diverse importanti applicazioni.

### Calore scambiato

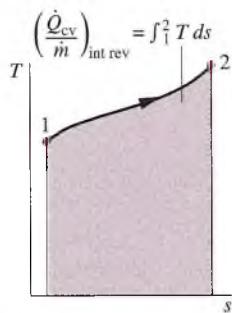
Per un volume di controllo in regime stazionario in cui il flusso è sia isotermo sia internamente reversibile, la forma appropriata del bilancio entropico espresso dall'Equazione 7.28 è

$$0 = \frac{\dot{Q}_{vc}}{T} + \dot{m}(s_1 - s_2) + \dot{S}_{vc}^0$$

dove 1 e 2 denotano, rispettivamente, le sezioni di ingresso e di uscita, mentre  $\dot{m}$  rappresenta la portata massica. Risolvendo questa equazione, il calore scambiato per unità di massa di fluido fluente attraverso il volume di controllo è

$$\frac{\dot{Q}_{vc}}{\dot{m}} = T(s_2 - s_1)$$

In generale la temperatura del fluido varia mentre il gas o il liquido attraversa il volume di controllo. Per conservare l'ipotesi di reversibilità interna, in questo caso, occorre assumere che la temperatura si modifichi con continuità lungo il volume di controllo subendo una serie di variazioni infinitesimali e che, quindi, il calore scambiato per unità di massa possa essere valutato come

**Figura 7.13**

Rappresentazione grafica del calore scambiato per una trasformazione internamente reversibile di un fluido.

$$\left(\frac{\dot{Q}_{vc}}{\dot{m}}\right)_{int\ rev} = \int_1^2 T ds \quad (7.40)$$

Il pedice *int rev* serve a ricordare che l'espressione si applica solo ai volumi di controllo in cui non sono presenti irreversibilità interne. L'integrale in Equazione 7.40 viene valutato tra l'ingresso e l'uscita. Se la trasformazione subita dal fluido è reversibile, essa è rappresentabile come curva continua sul diagramma *T-s*, e su tale diagramma la quantità di calore scambiato per unità di massa di fluido fluente è rappresentata dall'area sottesa dalla curva stessa, come mostrato in Figura 7.13.

### Lavoro scambiato

Il lavoro per unità di massa che attraversa il volume di controllo può essere calcolato mediante il bilancio di energia riferito all'unità di tempo, che in stato stazionario si riduce a

$$\frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}} = \frac{\dot{Q}_{vc}}{\dot{m}} + (h_1 - h_2) + \left( \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} \right) + g(z_1 - z_2)$$

Questa equazione costituisce un enunciato del principio di conservazione dell'energia che si applica sia quando sono presenti irreversibilità all'interno del volume di controllo sia quando non ve ne sono. Tuttavia, se l'analisi è limitata al caso di trasformazioni internamente reversibili, può essere richiamata l'Equazione 7.40 per ottenere

$$\left(\frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}}\right)_{int\ rev} = \int_1^2 T ds + (h_1 - h_2) + \left( \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} \right) + g(z_1 - z_2) \quad (7.41)$$

dove il pedice "int rev" ha il significato già introdotto. Dato che sono assenti irreversibilità interne, l'unità di massa di fluido attraversa una sequenza di stati di equilibrio nel passaggio dall'ingresso all'uscita. L'entropia, l'entalpia e le variazioni di pressione sono collegate dall'Equazione 7.8b

$$T ds = dh - v dp$$

che, integrata, fornisce

$$\int_1^2 T ds = (h_2 - h_1) - \int_1^2 v dp$$

Introducendo la relazione nell'Equazione 7.41, si ha

$$\left(\frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}}\right)_{int\ rev} = - \int_1^2 v dp + \left( \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} \right) + g(z_1 - z_2) \quad (7.42)$$

Gli stati che l'unità di massa di fluido assume passando reversibilmente dall'ingresso all'uscita del volume di controllo sono rappresentabili con una curva continua sul diagramma *p-v* come mostrato in Figura 7.14, dove il valore dell'integrale  $\int v dp$  è rappresentato dall'area colorata sottesa dalla curva.

L'Equazione 7.42 può essere applicata a dispositivi come turbine, compressori e pompe. In molti di questi casi, non vi sono variazioni significative di energia cinetica o potenziale tra ingresso e uscita, per cui

$$\left(\frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}}\right)_{int\ rev} = - \int_1^2 v dp \quad (\Delta e_c = \Delta e_p = 0) \quad (7.43a)$$

**Figura 7.14**

Rappresentazione grafica di  $\int v dp$ .

Questa espressione mostra che il lavoro è correlato al volume specifico del gas o del liquido che fluisce tra ingresso e uscita.

**Per esempio...** Si considerino due dispositivi: una pompa, attraverso la quale passa acqua allo stato liquido, e un compressore, attraverso cui passa acqua allo stato di vapore. Per lo stesso incremento di pressione, la pompa richiede un lavoro per unità di massa molto più piccolo rispetto a quello richiesto dal compressore, in quanto il volume specifico del liquido è molto più piccolo di quello del vapore. Questa conclusione è qualitativamente corretta anche per le pompe e per i compressori reali, al cui funzionamento sono connesse irreversibilità.

Se il volume specifico rimane approssimativamente costante, come in molte applicazioni riguardanti i liquidi, l'Equazione 7.43a diventa

$$\left( \frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}} \right)_{int\ rev} = -v(p_2 - p_1) \quad (v = \text{costante}, \Delta e_c = \Delta e_p = 0) \quad (7.43b)$$

### Lavoro in trasformazioni politropiche

Quando l'unità di massa subisce una trasformazione politropica durante il passaggio attraverso il volume di controllo, la relazione tra la pressione e il volume specifico è  $p v^n = \text{costante}$ . Introducendo questa relazione nella Equazione 7.43 e valutando l'integrale si ha la relazione

$$\begin{aligned} \left( \frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}} \right)_{int\ rev} &= - \int_1^2 v \, dp = -(costante)^{1/n} \int_1^2 \frac{dp}{p^{1/n}} \\ &= -\frac{n}{n-1} (p_2 v_2 - p_1 v_1) \quad (\text{politropica, } n \neq 1) \end{aligned} \quad (7.44)$$

valida per ogni valore di  $n$  eccetto  $n = 1$ . Quando  $n = 1$ ,  $p v = \text{costante}$  e il lavoro vale

$$\begin{aligned} \left( \frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}} \right)_{int\ rev} &= - \int_1^2 v \, dp = -costante \int_1^2 \frac{dp}{p} \\ &= -(p_1 v_1) \ln(p_2/p_1) \quad (\text{politropica, } n = 1) \end{aligned} \quad (7.45)$$

**Caso di un gas perfetto** Per il caso speciale di un gas perfetto l'Equazione 7.44 diventa:

$$\left( \frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}} \right)_{int\ rev} = -\frac{nR}{n-1} (T_2 - T_1) \quad (\text{gas ideale, } n \neq 1) \quad (7.46a)$$

Per una trasformazione politropica di un gas perfetto si applica l'Equazione 4.54:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(n-1)/n}$$

Perciò l'Equazione 7.46a si può scrivere anche come

$$\left( \frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}} \right)_{int\ rev} = -\frac{nRT_1}{n-1} \left[ \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(n-1)/n} - 1 \right] \quad (\text{gas ideale, } n \neq 1) \quad (7.46b)$$

Per il caso di un gas perfetto, l'Equazione 7.45 diventa

$$\left( \frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}} \right)_{int\ rev} = -RT \ln(p_2/p_1) \quad (\text{gas ideale, } n = 1) \quad (7.47)$$

Nel prossimo esempio si considera aria, modellizzata come un gas perfetto, che è sottoposta a compressione politropica in regime stazionario.

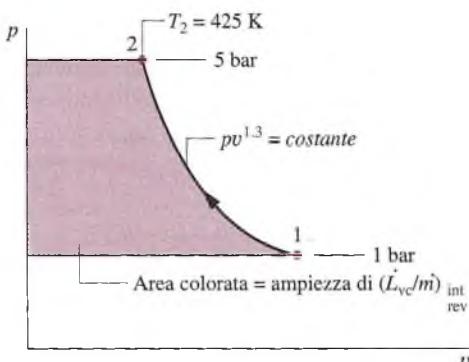
**ESEMPIO 7.13****Compressione politropica di aria**

Dell'aria entra in un compressore, che opera in regime stazionario, a pressione  $p_1 = 1$  bar, temperatura  $T_1 = 20^\circ\text{C}$ , ed esce a pressione  $p_2 = 5$  bar. Determinare il lavoro e il calore scambiati per unità di massa d'aria che attraversa il dispositivo, in kJ/kg, sapendo che l'aria subisce una trasformazione politropica con  $n = 1.3$ . Si trascurino le variazioni di energia cinetica e potenziale tra ingresso e uscita e si utilizzi per l'aria il modello di gas perfetto.

**Soluzione**

**Elementi noti** L'aria viene compressa secondo una trasformazione politropica da uno stato in entrata specificato fino a una pressione in uscita pure specificata.

**Da determinare** Determinare il lavoro e il calore scambiati per unità di massa di aria processata dal dispositivo.

**Schema e dati forniti****Figura E7.13****Ipotesi**

1. Il volume di controllo che racchiude il compressore opera in regime stazionario.
2. L'aria subisce una trasformazione politropica con  $n = 1.3$ .
3. L'aria si comporta come gas perfetto.
4. Si possono trascurare le variazioni di energia cinetica e potenziale tra ingresso e uscita del volume di controllo.

**Analisi** Il lavoro si ottiene utilizzando l'Equazione 7.46a, che richiede la conoscenza della temperatura in uscita  $T_2$ . Questa può essere determinata utilizzando l'Equazione 4.54

$$T_2 = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(n-1)/n} = 293 \left( \frac{5}{1} \right)^{(1.3-1)/1.3} = 425 \text{ K}$$

Sostituendo poi i valori numerici noti nell'Equazione 7.46a, si ottiene

$$\begin{aligned} \dot{\bar{L}}_{vc} &= -\frac{nR}{n-1} (T_2 - T_1) = -\frac{1.3}{1.3-1} \left( \frac{8.314 \text{ kJ}}{28.97 \text{ kg}\cdot\text{K}} \right) (425 - 293) \text{ K} \\ &= -164.2 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Il calore scambiato viene valutato combinando e semplificando i bilanci di massa ed energia, per ottenere

$$\frac{\dot{\bar{Q}}_{vc}}{\dot{m}} = \frac{\dot{\bar{L}}_{vc}}{\dot{m}} + \dot{h}_2 - \dot{h}_1$$

I valori dell'entalpia specifica si ricavano, sulla base delle temperature  $T_1$  e  $T_2$ , dalla Tabella T-9:  $h_1 = 293.17 \text{ kJ/kg}$  e  $h_2 = 426.35 \text{ kJ/kg}$ . Perciò

$$\frac{\dot{Q}_{vc}}{m} = -164.15 + (426.35 - 293.17) = -31 \text{ kJ/kg}$$

- 1 La successione degli stati della trasformazione di compressione politropica sono indicati dalla curva sul diagramma  $p-v$  che accompagna questo esempio. La quantità di lavoro per unità di massa di aria che passa attraverso il compressore è rappresentata dall'area sottesa alla curva.

## 7.9 Determinazione dell'energia meccanica

*ved.  
anche pg 377*

In questo paragrafo vengono introdotte l'equazione di bilancio dell'energia meccanica e l'equazione di Bernoulli. Tali equazioni hanno numerose e importanti applicazioni nell'ingegneria dei sistemi termici.

Come nel Paragrafo 7.8, si considera innanzitutto un volumen di controllo con un unico ingresso e un'unica uscita, operante in regime stazionario e in assenza di irreversibilità interne. Se il fluido di lavoro si può ipotizzare incomprensibile ( $v = \text{costante}$ ), l'Equazione 7.42 diventa

*Lavoro fluido incomprensibile*

$$\left( \frac{\dot{L}_{vc}}{m} \right)_{\text{int rev}} = -v(p_2 - p_1) + \left( \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} \right) + g(z_1 - z_2)$$

dove 1 e 2 indicano rispettivamente l'ingresso e l'uscita, e 'int rev' indica che non sono presenti irreversibilità interne al volume di controllo. Riorganizzando la relazione, si ottiene

$$p_1 v + \frac{w_1^2}{2} + gz_1 = p_2 v + \frac{w_2^2}{2} + gz_2 + \left( \frac{\dot{L}_{vc}}{m} \right)_{\text{int rev}} \quad (7.48)$$

Come discusso nel Paragrafo 5.2.1,  $w^2/2$  e  $gz$  rappresentano, rispettivamente, l'energia cinetica e l'energia potenziale, mentre  $pv$  rappresenta il lavoro di pulsione. Ciascuna di queste quantità costituisce una forma di **energia meccanica** associata al fluido operatore. Il termine  $\dot{L}_{vc}$  rappresenta il lavoro di organi meccanici quali, per esempio, alberi rotanti, che trasferiscono energia meccanica attraverso il contorno del volume di controllo. Nell'Equazione 7.48, si applica al lavoro l'usuale convenzione di segno: il lavoro è positivo se l'energia meccanica viene trasferita dall'interno all'esterno del volume di controllo, come per esempio accade per una turbina, ed è negativo se l'energia meccanica viene trasferita dall'esterno all'interno del volume di controllo, come accade per esempio per una pompa.

*L = S v.d.p*

*turbina L > 0*

*pompa L < 0*

L'Equazione 7.48 afferma che in assenza di attrito e di altre irreversibilità interne, l'energia meccanica totale che entra nel volume di controllo egualia l'energia meccanica totale che esce dal volume di controllo, ciascuna espressa per unità di massa di fluido che attraversa il volume di controllo stesso. L'Equazione 7.48 è il punto di partenza per introdurre l'equazione di bilancio dell'energia meccanica e l'equazione di Bernoulli.

### Equazione di bilancio dell'energia meccanica

Ci si può aspettare che la presenza di irreversibilità comporti una penalizzazione in termini di energia meccanica, ed è proprio quanto in realtà accade: avviene infatti una conversione irreversibile di energia meccanica in energia interna. Di conseguenza, per un volume di controllo con un unico ingresso e un'unica uscita operante in regime stazionario, l'energia meccanica entrante è maggiore dell'energia meccanica uscente, cioè

//

$$p_1 v + \frac{w_1^2}{2} + gz_1 > p_2 v + \frac{w_2^2}{2} + gz_2 + \left( \frac{\dot{L}_{vc}}{m} \right) \quad (7.49)$$

Risulta conveniente esprimere l'Equazione 7.49 come un'equazione piuttosto che come una disequazione, cioè

$$p_1 v + \frac{w_1^2}{2} + gz_1 = p_2 v + \frac{w_2^2}{2} + gz_2 + \left( \frac{\dot{L}_{vc}}{m} \right) + \text{perdite} \quad (7.50a)$$

$\Delta > 0$   
 $\Delta = 0$   
 $\Delta \geq 0$  !

dove ciascun termine ha le dimensioni fisiche di un'energia per unità di massa di fluido che fluisce attraverso il volume di controllo (unità di misura: kJ/kg, Btu/lb, ft lbf/slug). Nell'Equazione 7.50a, il termine perdite denota la conversione irreversibile di energia meccanica in energia interna dovuta a effetti quali, per esempio, gli attriti. Le perdite sono sempre una quantità positiva quando sono presenti irreversibilità all'interno del volume di controllo, sono nulle quando la trasformazione all'interno del volume di controllo è internamente reversibile e non possono mai essere negative. Quando sono presenti irreversibilità, l'aumento di energia interna si manifesta come scambio di calore dal volume di controllo all'ambiente circostante o come incremento di temperatura dall'ingresso all'uscita, o in entrambi i modi.

L'Equazione 7.50a è l'**equazione di bilancio dell'energia meccanica**, e può essere scritta in una forma alternativa dividendo ciascun termine per  $g$ , ottenendo

$\gamma = \rho g = \text{peso specifico}$

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{w_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2g} + z_2 + \frac{(\dot{L}_{vc}/m)}{g} + h_L \quad (7.50b)$$

dove  $\gamma = \rho g$  è il **peso specifico** e rappresenta il peso per unità di volume del fluido ( $\text{N/m}^3$ ,  $\text{lbf/ft}^3$ ), mentre  $h_L = \text{perdite}/g$ . Tutti i termini dell'Equazione 7.50b hanno le dimensioni fisiche di una lunghezza, e si fa spesso riferimento a essi come *quote*. In particolare,  $p/\gamma$ ,  $V^2/2g$  e  $z$  sono detti quota piezometrica, quota cinetica e quota geodetica, rispettivamente. Il termine contenente il lavoro rappresenta il lavoro specifico erogato da una turbina, rapportato all'accelerazione di gravità, oppure la prevalenza di una pompa, e  $h_L$  è detto **perdita di carico**.

**Equazione di Bernoulli** Se si riprende in considerazione l'Equazione 7.50a, si può verificare che, in assenza di irreversibilità interne e con  $\dot{L}_{vc} = 0$ , gli ultimi due termini a secondo membro dell'equazione stessa scompaiono e si ottiene:

$$p_1 v + \frac{w_1^2}{2} + gz_1 = p_2 v + \frac{w_2^2}{2} + gz_2 \quad (7.51)$$

L'Equazione 7.51 mostra che, nel caso ideale considerato, i valori dell'energia meccanica totale negli stati 1 e 2 sono uguali. Dal momento che qualsiasi stato che segue quello di ingresso 1 può essere considerato stato 2, deve essere sempre soddisfatta l'equazione

$$\text{Bernoulli} \quad p v + \frac{w^2}{2} + gz = \text{costante} \quad (7.52a)$$

Ciascun termine dell'equazione ha le dimensioni fisiche di un'energia per unità di massa di fluido che passa attraverso il volume di controllo (unità di misura: kJ/kg, Btu/lb, ft lbf/slug).

L'Equazione 7.52a è l'**equazione di Bernoulli**, e può essere scritta in una forma alternativa dividendo ciascun termine per il volume specifico e introducendo il peso specifico, ottenendo

$$p + \frac{\rho w^2}{2} + \gamma z = \text{costante} \quad (7.52b)$$

In questa forma, ciascun termine ha le dimensioni fisiche di una pressione.

Una seconda scrittura alternativa si ottiene dividendo ciascun termine dell'Equazione 7.52b per il peso specifico, ottenendo

$$\frac{p}{\gamma} + \frac{w^2}{2g} + z = \text{costante} \quad (7.53)$$

Ciascun termine in questa equazione rappresenta una quota e ha le dimensioni fisiche di una lunghezza.

Applicazioni dell'equazione di bilancio dell'energia meccanica e dell'equazione di Bernoulli sono illustrate nel Capitolo 12.

## 7.10 Determinazione dell'energia interna

Il concetto generale di energia nel campo dell'ingegneria dei sistemi termici è stato introdotto nei Capitoli 3 e 5. In quei capitoli sono state presentate diverse formulazioni del bilancio energetico finalizzate alla stima dell'energia. Nel Paragrafo 7.9 l'energia meccanica è stata identificata come una forma particolare di energia, e si è introdotta l'equazione di bilancio dell'energia meccanica. Nello studio di tale equazione si è elaborata un'interpretazione che risulta particolarmente importante nella meccanica dei fluidi: la conversione irreversibile di energia meccanica in energia interna va contabilizzata nelle perdite quando sono presenti entro il volume di controllo irreversibilità come, per esempio, gli attriti viscosi. In questo paragrafo si focalizzerà ulteriormente l'attenzione sull'energia interna intesa come un'altra forma particolare dell'energia, e si mostrerà come si possa tenerne conto in sistemi che coinvolgono sostanze incomprimibili. Tale forma di energia sarà particolarmente importante in analisi successive inerenti la trasmissione del calore.

**Introduzione** Nel Paragrafo 7.9 si è considerato il caso di una sostanza incomprimibile che attraversa un volume di controllo con un solo ingresso e una sola uscita, operante in regime stazionario. L'equazione di bilancio dell'energia meccanica è espressa dall'Equazione 7.50b, la quale, con  $\gamma = \rho g$ , si può scrivere come

$$0 = -\frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}} + \frac{p_1 - p_2}{\rho} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + g(z_1 - z_2) - gh_L \quad (7.54)$$

Quando  $\rho$  è costante, il bilancio energetico (Equazione 5.11b) assume la forma:

$$0 = \frac{\dot{Q}_{vc}}{\dot{m}} - \frac{\dot{L}_{vc}}{\dot{m}} + \left[ u_1 - u_2 + \frac{p_1 - p_2}{\rho} \right] + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + g(z_1 - z_2) \quad (7.55)$$

Sottraendo l'equazione di bilancio dell'energia meccanica, Equazione 7.54, dal bilancio energetico, Equazione 7.55, si ottiene

$$0 = \frac{\dot{Q}_{vc}}{\dot{m}} + (u_1 - u_2) + gh_L \quad \begin{matrix} h_L = R = \text{perdite} \\ \text{dt carico.} \end{matrix} \quad (7.56)$$

che è l'equazione per il calcolo della variazione di energia interna per unità di massa di fluido fluente tra ingresso e uscita. Il primo termine a secondo membro rappresenta l'energia interna trasferita verso l'interno (o verso l'esterno) del volume di controllo per effetto degli scambi termici attraverso il suo contorno. Il secondo termine rappresenta la variazione di energia interna specifica tra ingresso e uscita riferita all'unità di massa di fluido. Il terzo termine, che non può essere negativo, rappresenta la conversione irreversibile di energia meccanica in energia interna. A quest'ultimo effetto si farà riferimento nelle trattazioni successive come alla produzione (o generazione) di energia interna.

**Equazione di bilancio dell'energia interna** Partendo dall'Equazione 7.56, la metodologia di calcolo dell'energia interna può essere generalizzata tramite l'**equazione di bilancio dell'energia interna**, che si applica a sistemi che processano fluidi incomprimibili:

$$\begin{array}{l} \text{Variazione} \\ \text{istantanea} \\ \text{dell'energia} \\ \text{interna} \\ \text{contenuta} \\ \text{nel sistema} \\ \text{all'istante } t \end{array} = \begin{array}{l} \text{quantità di} \\ \text{energia interna} \\ \text{istantaneamente} \\ \text{trasferita} \\ \text{dentro} \\ \text{il sistema} \\ \text{all'istante } t \end{array} - \begin{array}{l} \text{quantità di} \\ \text{energia interna} \\ \text{istantaneamente} \\ \text{trasferita} \\ \text{fuori} \\ \text{dal sistema} \\ \text{all'istante } t \end{array} + \begin{array}{l} \text{quantità di} \\ \text{energia interna} \\ \text{instantaneamente} \\ \text{generata} \\ \text{all'interno} \\ \text{del sistema} \\ \text{all'istante } t \end{array} \quad (7.57)$$

L'energia interna può essere trasferita verso l'interno o verso l'esterno del sistema attraverso gli scambi termici. Per i volumi di controllo, l'energia interna può essere trasferita anche attraverso i flussi di massa in ingresso e in uscita. Il termine relativo alla generazione di energia interna tiene conto degli effetti della conversione irreversibile di energia meccanica in energia interna, come nel caso in cui sono presenti attriti viscosi in seno al fluido, nonché degli effetti di altre irreversibilità come, per esempio, il passaggio di corrente attraverso una resistenza elettrica. Reazioni chimiche spontanee e l'assorbimento di neutroni liberati in reazioni di fissione nucleare possono essere anch'essi rappresentati in termini di sorgenti di energia interna. Si lascia come esercizio la dimostrazione che l'Equazione 7.56 costituisce un caso particolare dell'Equazione 7.57.

L'equazione di bilancio dell'energia interna fornisce le basi per l'applicazione del principio di conservazione dell'energia nella sezione di questo testo dedicata alla trasmissione del calore. Si veda il Paragrafo 15.2 per ulteriori discussioni.

## Sommario e guida allo studio

In questo capitolo si è introdotta la proprietà entropia e se ne è illustrato l'utilizzo nelle analisi termodinamiche. Come la massa e l'energia, l'entropia è una proprietà estensiva che può essere scambiata attraverso il contorno di un sistema. Lo scambio di entropia si accompagna sia agli scambi termici sia ai flussi di massa. A differenza della massa e dell'energia, l'entropia non si conserva ma viene generata all'interno di un sistema ogni volta che sono presenti irreversibilità interne.

In questo capitolo è stato descritto l'uso dei bilanci entropici, espressioni del secondo principio che permettono di tenere conto dell'entropia dei sistemi termodinamici in termini di trasferimento e di produzione dell'entropia stessa.

Per le trasformazioni che coinvolgono sistemi chiusi, il bilancio dell'entropia è dato dall'Equazione 7.21, a cui si accompagna la formulazione riferita all'unità di tempo dell'Equazione 7.26. Per i sistemi aperti, la formulazione riferita all'unità di tempo consiste nell'Equazione 7.27 e in una sua forma semplificata, relativa ai sistemi operanti in regime stazionario, nell'Equazione 7.28. In questo capitolo sono state anche sviluppate, in vista di successivi utilizzi nell'ambito della meccanica dei fluidi e della trasmissione del calore, l'equazione di bilancio dell'energia meccanica, l'equazione di Bernoulli e l'equazione di bilancio dell'energia interna.

Il seguente elenco fornisce una guida allo studio di questo capitolo. Quando il lettore avrà completato lo studio del testo e terminato gli esercizi di fine capitolo, dovrà essere in grado di:

- interpretare il significato dei termini chiave evidenziati nel testo;
- applicare i bilanci di entropia nelle loro diverse formulazioni, modellizzando in maniera appropriata il caso in esame, osservando correttamente le convenzioni di segno e applicando con attenzione le unità di misura SI e le altre unità di misura;
- utilizzare in maniera appropriata i dati sull'entropia e, in particolare,
- recuperare i dati nelle Tabelle dalla T-2 alla T-8, utilizzare l'Equazione 7.6 per valutare l'entropia specifica di una miscela liquido-vapore, tracciare i diagrammi  $T-s$  e  $h-s$  e individuare gli stati del sistema su questi diagrammi, utilizzare in modo appropriato le Equazioni 7.7 e 7.18 per i liquidi e per i solidi;
- determinare le variazioni di entropia per un gas perfetto, utilizzando l'Equazione 7.15 in combinazione con le tabelle T-9 e T-11 nel caso di calori specifici variabili con la temperatura, con l'Equazione 7.16 e l'Equazione 7.17 nel caso di calori specifici costanti;
- valutare i rendimenti isoentropici di turbine, ugelli, compressori e pompe tramite le Equazioni 7.37, 7.38 e 7.39, per i gas perfetti in combinazione con le Equazioni 7.31-7.33 nel caso di calori specifici variabili e con le Equazioni 7.34-7.35 nel caso di calori specifici costanti;
- applicare l'Equazione 7.19 per i sistemi chiusi e le Equazioni 7.40 e 7.42 per i volumi di controllo con un solo ingresso e una sola uscita, rispettando i valori limite associati alle trasformazioni internamente reversibili.

## Esercizi

### Entropia e secondo principio

- 7.1** Un sistema compie un ciclo motore durante il quale riceve 750 kJ alla temperatura di 1500 K e scarica, per scambio termico, 100 kJ a 500 K. Un ulteriore scambio termico avviene alla temperatura di 1000 K dal sistema all'ambiente. Non ci sono ulteriori scambi di calore. Sapendo che non sono presenti irreversibilità interne, determinare il rendimento termico.
- 7.2** Un ciclo motore R reversibile e un ciclo motore I irreversibile operano tra i due stessi serbatoi. Ciascuno riceve  $Q_C$  dal serbatoio caldo. Il ciclo reversibile sviluppa un lavoro  $L_R$ , mentre il ciclo irreversibile sviluppa  $L_I$ . Il ciclo reversibile disperde  $Q_F$  verso la sorgente fredda, mentre il ciclo irreversibile disperde  $Q'_F$ .
- Valutare  $\sigma_{ciclo}$  per il ciclo I in termini di  $L_I$ ,  $L_R$  e  $T_B$  la temperatura della sorgente fredda.
  - Dimostrare che  $L_I < L_R$  e  $Q'_F > Q_F$ .
- 7.3** Un ciclo frigorifero reversibile R e un ciclo frigorifero irreversibile I operano tra le due medesime sorgenti, ciascuna delle quali smaltisce  $Q_C$  dal serbatoio freddo. Il lavoro netto entrante richiesto da R è  $L_R$ , mentre il lavoro netto entrante per I è  $L_I$ . Il ciclo reversibile disperde  $Q_C$  verso il serbatoio caldo, mentre il ciclo irreversibile disperde  $Q'_C$ . Mostrare che  $L_I > L_R$ , e  $Q'_C > Q_C$ .
- 7.4** Rispondere alle seguenti domande con vero o falso. Se falso motivare la risposta.
- La variazione di entropia di un sistema chiuso è la stessa per qualsiasi trasformazione tra due stati indicati.
  - L'entropia di una quantità fissa di gas perfetto aumenta a ogni compressione isoterma.
  - L'energia specifica interna e l'entalpia specifica di gas perfetto sono tutte funzioni della sola temperatura, ma la sua entropia specifica dipende da due proprietà intensive indipendenti.
  - Una delle equazioni  $Tds$  si scrive come  $Tds = du - pdv$ .
  - L'entropia di un quantità fissa di una sostanza incompressibile aumenta a ogni trasformazione in cui la temperatura diminuisce.
- 7.5** Rispondere alle seguenti domande con vero o falso. Se falso motivare la risposta.
- Una trasformazione che viola il secondo principio della termodinamica, viola anche il primo principio.
  - Quando viene svolto lavoro netto su un sistema chiuso che subisce una trasformazione internamente reversibile, si verifica anche uno scambio di energia dal sistema.
  - Un corollario del secondo principio della termodinamica enuncia che la variazione di entropia di un sistema chiuso deve essere maggiore o uguale a zero.
  - Un sistema chiuso può sperimentare un aumento di entropia solo quando sono presenti irreversibilità all'interno del sistema durante la trasformazione.
- 7.6** Considerati nel loro insieme, un determinato sistema chiuso e l'ambiente circostante costituiscono un sistema isolato. Rispondere alle seguenti domande con vero o falso. Se falso motivare la risposta.
- Non è consentita nessuna trasformazione in cui aumenti l'entropia sia del sistema sia dell'ambiente circostante.
  - Durante una trasformazione, l'entropia del sistema potrebbe diminuire, a scapito di un aumento di entropia dell'ambiente circostante e viceversa.
  - Non sono possibili trasformazioni in cui rimangono invariate le entropie del sistema e dell'ambiente circostante.
  - Può avvenire una trasformazione in cui diminuiscono le entropie del sistema e dell'ambiente circostante.
- 7.7** Una massa m di acqua, inizialmente nelle condizioni di liquido saturo, è portata nelle condizioni di vapor saturo, mentre la sua pressione e temperatura rimangono costanti.
- Sviluppare le espressioni per il lavoro netto e per il calore scambiato in termini di: massa m, e le proprietà che si possono ottenere direttamente dalle tabelle del vapore.
  - Dimostrare che questo processo è internamente reversibile.
- 7.8** Una certa quantità di aria è mostrata in Figura 7.7. Si consideri una trasformazione in cui la temperatura dell'aria aumenta mediante la combinazione di rimescolamento e riscaldamento. Assumendo per l'aria il modello di gas perfetto, si suggerisca cosa fare per ottenere:
- minima generazione di entropia;
  - massima generazione di entropia.

### Uso dei valori dell'entropia

- 7.9** Utilizzando le tabelle per l'acqua, determinare l'entropia specifica in  $\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$  allo stato indicato. In ciascun caso si identifichi lo stato con un punto corrispondente sul diagramma  $T-s$ .
- $p = 5.0 \text{ MPa}$ ,  $T = 400^\circ\text{C}$
  - $p = 5.0 \text{ MPa}$ ,  $T = 100^\circ\text{C}$
  - $p = 5.0 \text{ MPa}$ ,  $u = 1872.5 \text{ kJ/kg}$
  - $p = 5.0 \text{ MPa}$ , vapor saturo
- 7.10** Utilizzando la tabella appropriata, determinare la variazione di entropia specifica in  $\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$  tra i due stati indicati.
- acqua  $p_1 = 10 \text{ MPa}$ ,  $T_1 = 400^\circ\text{C}$ ,  $p_2 = 10 \text{ MPa}$ ,  $T_2 = 100^\circ\text{C}$

- (b) Refrigerante 134a,  $h_1 = 111.44 \text{ kJ/kg}$ ,  $T_1 = -40^\circ\text{C}$ , vapor saturo a  $p_2 = 5 \text{ bar}$   
 (c) aria come gas perfetto  $p_1 = 2 \text{ bar}$ ,  $T_1 = 7^\circ\text{C}$ ,  $p_2 = 1 \text{ bar}$ ,  $T_2 = 327^\circ\text{C}$
- 7.11** Un chilogrammo di ammoniaca è sottoposto a una trasformazione da uno stato a 4 bar e  $100^\circ\text{C}$  fino a uno stato in cui la pressione è 1 bar. Durante la trasformazione si verifica una variazione dell'entropia specifica,  $s_2 - s_1 = -3.1378 \text{ kJ/kg K}$ . Determinare la temperatura, in  $^\circ\text{C}$ , e l'entalpia specifica, in  $\text{kJ/kg}$ , nelle condizioni finali.
- 7.12** Utilizzando il modello di gas perfetto, determinare la variazione di entropia specifica in  $\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$  tra gli stati indicati. Risolvere in due modi: utilizzare le opportune tabelle per il gas perfetto e il valore del calore specifico costante dalla Tabella T-10.
- (a) aria,  $p_1 = 100 \text{ kPa}$ ,  $T_1 = 20^\circ\text{C}$ ,  $p_2 = 100 \text{ kPa}$ ,  $T_2 = 100^\circ\text{C}$
  - (b) aria,  $p_1 = 1 \text{ bar}$ ,  $T_1 = 27^\circ\text{C}$ ,  $p_2 = 3 \text{ bar}$ ,  $T_2 = 377^\circ\text{C}$
  - (c) biossido di carbonio,  $p_1 = 150 \text{ kPa}$ ,  $T_1 = 30^\circ\text{C}$ ,  $p_2 = 300 \text{ kPa}$ ,  $T_2 = 300^\circ\text{C}$
  - (d) monossido di carbonio,  $T_1 = 300 \text{ K}$ ,  $v_1 = 1.1 \text{ m}^3/\text{kg}$ ,  $T_2 = 500 \text{ K}$ ,  $v_2 = 0.75 \text{ m}^3/\text{kg}$
  - (e) azoto,  $p_1 = 2 \text{ MPa}$ ,  $T_1 = 800 \text{ K}$ ,  $p_2 = 1 \text{ MPa}$ ,  $T_2 = 300 \text{ K}$
- 7.13** Due chilogrammi di acqua subiscono una trasformazione da uno stato iniziale in cui la pressione è di 2.5 MPa e la temperatura è  $400^\circ\text{C}$  sino a uno stato finale a 2.5 MPa e  $100^\circ\text{C}$ . Determinare la variazione di entropia dell'acqua, in  $\text{kJ/K}$ , supponendo che la trasformazione sia
- (a) irreversibile;
  - (b) internamente reversibile.
- 7.14** Una quantità di acqua allo stato liquido subisce una trasformazione da  $80^\circ\text{C}$  e 5 MPa a liquido saturo a  $40^\circ\text{C}$ . Determinare la variazione di entropia specifica dell'acqua, in  $\text{kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ , utilizzando:
- (a) le Tabelle T-2 e T-5;
  - (b) valori per il liquido saturo solo dalla Tabella T-2;
  - (c) il modello di fluido incomprensibile con calore specifico costante dalla Tabella HT-5.
- 7.15** Un decimo di chilomole di monossido di carbonio (CO) subisce una trasformazione da  $p_1 = 1.5 \text{ bar}$  e  $T_1 = 300 \text{ K}$  a  $p_2 = 5 \text{ bar}$  e  $T_2 = 370 \text{ K}$ . Nella trasformazione  $L = -300 \text{ kJ}$ . Utilizzando il modello di gas perfetto determinare:
- (a) il calore scambiato, in  $\text{kJ}$ ;
  - (b) la variazione di entropia, in  $\text{kJ/K}$ ;
  - (c) indicare lo stato iniziale e finale sul diagramma  $T-s$ .
- 7.16** Del gas metano ( $\text{CH}_4$ ) entra in un compressore a  $298 \text{ K}$  e 1 bar ed esce a 2 bar e temperatura  $T$ . Utilizzando il modello di gas perfetto, determinare  $T$ , in  $\text{K}$ , nel caso in cui non ci siano variazioni dell'entropia specifica tra ingresso e uscita.

#### Trasformazioni internamente reversibili

- 7.17** Una portata d'aria pari a  $2.43 \times 10^{-2} \text{ kg}$ , è sottoposta a un ciclo termodinamico costituito da tre trasformazioni in serie internamente reversibili.

- Trasformazione 1-2** Riscaldamento a volume costante a  $V = 0.02 \text{ m}^3$  da  $p_1 = 0.1 \text{ MPa}$  a  $p_2 = 0.42 \text{ MPa}$ .
- Trasformazione 2-3** Raffreddamento a pressione costante.
- Trasformazione 3-1** Riscaldamento isotermo fino allo stato iniziale.

Utilizzando il modello di gas perfetto con  $c_p = 1 \text{ kJ/kg K}$ , valutare la variazione di entropia in  $\text{kJ/K}$  per ciascuna trasformazione. Illustrare il ciclo sui diagrammi  $p-v$  e  $T-s$ .

- 7.18** Un chilogrammo di acqua inizialmente a  $160^\circ\text{C}$  e 1.5 bar subisce una compressione isoterna internamente reversibile fino allo stato di liquido saturo. Determinare il lavoro e lo scambio di calore, ciascuno in  $\text{kJ}$ . Illustrare la trasformazione sui diagrammi  $p-v$  e  $T-s$ . Associare al lavoro e al calore scambiato le aree corrette nel diagramma.
- 7.19** Due chilogrammi di acqua inizialmente a  $160^\circ\text{C}$  e  $x = 0.65$  vengono sottoposti a una compressione isoterna, internamente reversibile fino a 1 MPa. Determinare:
- (a) il calore scambiato in  $\text{kJ}$ ;
  - (b) il lavoro in  $\text{kJ}$ .
- 7.20** Un gas inizialmente a 14 bar e  $60^\circ\text{C}$  espande fino alla pressione finale di 2.8 bar attraverso una trasformazione isoterna internamente reversibile. Si determini il calore specifico scambiato e il lavoro specifico, ciascuno in  $\text{kJ/kg}$  se il gas è
- (a) Refrigerante 134a,
  - (b) aria come gas perfetto.
- Illustrare le trasformazioni sui diagrammi  $p-v$  e  $T-s$ .
- 7.21** Riconsiderando i dati del Problema 7.20, ma supponendo adesso che il gas si espanda isoentropicamente a 2.8 bar, determinare il lavoro specifico in  $\text{kJ}$  per  $\text{kg}$  di gas. Se il gas è
- (a) Refrigerante 134a,
  - (b) aria come un gas perfetto.
- Illustrare le trasformazioni sui diagrammi  $p-v$  e  $T-s$ .
- 7.22** Dell'aria che inizialmente occupa  $1 \text{ m}^3$  a 1.5 bar e  $20^\circ\text{C}$ , viene sottoposta a una compressione internamente reversibile durante la quale  $pV^{1.27} = \text{costante}$  fino a uno stato finale dove la temperatura è  $120^\circ\text{C}$ . Determinare:
- (a) la pressione nelle condizioni finali in bar;
  - (b) il lavoro e il calore scambiato, ciascuno in  $\text{kJ}$ ;
  - (c) la variazione di entropia, in  $\text{kJ/K}$ .
- 7.23** Dell'aria, che inizialmente occupa  $1 \text{ m}^3$  a 1 bar e  $20^\circ\text{C}$ , viene sottoposta a due trasformazioni in serie internamente reversibili.
- Trasformazione 1-2** Compressione fino a 5 bar,  $110^\circ\text{C}$  durante la quale  $pV^n = \text{costante}$ .
- Trasformazione 2-3** Espansione adiabatica fino a 1 bar.
- (a) Illustrare le due trasformazioni sui diagrammi  $p-v$  e  $T-s$ .
  - (b) Determinare n.
  - (c) Determinare la temperatura in  $^\circ\text{C}$  nello stato 3.
  - (d) Determinare il lavoro netto, in  $\text{kJ}$ .

- 7.24** Una certa quantità di aria viene sottoposta a un ciclo termodinamico costituito da tre trasformazioni in serie internamente reversibili.

**Trasformazione 1-2** Espansione isoterma a 250 K da 4.75 a 1.0 bar.

**Trasformazione 2-3** Compressione adiabatica fino a 4.75 bar.

**Trasformazione 3-1** Compressione a pressione costante.

Utilizzando il modello di gas perfetto,

- illustrare il ciclo sui diagrammi  $p-v$  e  $T-s$ ;
- determinare  $T_3$  in K;
- se il ciclo fosse un ciclo motore, determinare il suo rendimento termico. Se il ciclo è un ciclo frigorifero, determinare il suo coefficiente di prestazione.

#### Bilancio di entropia – Sistemi chiusi

- 7.25** Un sistema chiuso viene sottoposto a un trasformazione nella quale il lavoro viene compiuto sul sistema e il calore  $Q$  viene scambiato alla sola temperatura  $T_b$ . Per ciascun caso si determini quando la variazione di entropia del sistema è positiva, negativa, nulla o indeterminata.

- Trasformazione internamente reversibile,  $Q > 0$ .
- Trasformazione internamente reversibile,  $Q = 0$ .
- Trasformazione internamente reversibile,  $Q < 0$ .
- Trasformazione internamente irreversibile,  $Q > 0$ .
- Trasformazione internamente irreversibile,  $Q = 0$ .
- Trasformazione internamente irreversibile,  $Q < 0$

- 7.26** Per ciascuno dei seguenti sistemi, specificare quando la variazione di entropia durante la trasformazione indicata è positiva, negativa, nulla o indeterminata.

- Un chilogrammo di vapore sottoposto a una trasformazione adiabatica.
- Un chilogrammo di Refrigerante 134a sottoposto a una trasformazione adiabatica durante la quale viene mescolato da una ruota a pale.
- Due chilogrammi di argon modellati come gas perfetto sottoposti a una trasformazione isoterma verso una pressione inferiore.

- 7.27** Un chilogrammo di Refrigerante 134a, contenuto all'interno di un dispositivo cilindro-pistone, subisce una trasformazione da uno stato in cui la pressione è di 7 bar e la saturazione è del 50% a uno stato dove la temperatura è di 16 °C e il refrigerante è nello stato di liquido saturo. Determinare la variazione di entropia specifica del fluido refrigerante, in  $\text{kJ}/(\text{kg K})$ . Questa trasformazione può verificarsi adiabaticamente?

- 7.28** Dell'aria, considerata come un gas perfetto, è compressa da uno stato dove la pressione è di 0.1 MPa e la temperatura è di 27 °C a uno stato in cui pressione è di 0.5 MPa e la temperatura è 207 °C. Questa trasformazione può verificarsi adiabaticamente? In caso affermativo, determinare il lavoro per unità di massa d'aria, in  $\text{kJ}/\text{kg}$ , per una trasformazione adiabatica tra questi stati. In caso negativo, determinare la direzione dello scambio termico.

- 7.29** Una richiesta di brevetto descrive un dispositivo che in regime stazionario riceve l'energia termica di 1 kW alla temperatura di 167 °C e genera elettricità. Non ci sono altri scambi di energia. Le prestazioni dichiarate violano i principi della termodinamica? Giustificare la risposta.

- 7.30** Determinare la produzione di entropia nell'unità di tempo, in  $\text{kW/K}$ , per il chip di silicio dell'Esempio 3.5. Qual è la causa della generazione di entropia in questo caso?

- 7.31** In regime stazionario, un ferro arricciacapelli da 15 W ha la superficie esterna alla temperatura di 90 °C. Determinare lo scambio termico per l'arricciacapelli e l'entropia generata in  $\text{kW/K}$ .

- 7.32** Un bollitore elettrico di acqua con una capacità di 100 litri utilizza una resistenza elettrica per scaldare l'acqua da 18 a 60 °C. La superficie esterna della resistenza rimane a una temperatura media di 97 °C. Lo scambio di calore con l'esterno del bollitore d'acqua è trascurabile e gli stati della resistenza e del serbatoio d'acqua non variano in maniera significativa. Modelizzando l'acqua come un fluido incomprensibile, determinare l'entità dell'entropia prodotta, in  $\text{kJ/K}$  per:
- l'acqua considerata come sistema;
  - l'intero sistema acqua-bollitore compresa la resistenza;

- Confrontare i risultati delle parti (a) e (b) e discutere.  
**7.33** In regime stazionario, si sviluppa una potenza di 5kW da una pala rotante in una fanghiglia contenuta all'interno di un contenitore chiuso rigido. Lo scambio di calore attraverso il contenitore verso l'ambiente circostante avviene alla temperatura di 87 °C. La temperatura dell'aria, non in prossimità del contenitore, è di 17 °C. Determinare l'entropia generata nell'unità di tempo in  $\text{kW/K}$ :

- per il contenitore considerato come sistema;
- per il sistema allargato che include il contenitore e una porzione sufficiente dell'ambiente circostante tale che lo scambio di calore avvenga a 17 °C.

- 7.34** Due serbatoi isolati sono collegati da una valvola. Un serbatoio contiene inizialmente 0.5 kg di aria a 80 °C, 1 bar, e l'altro contiene 1.0 kg di aria a 50 °C, 2 bar. La valvola è aperta e le due quantità d'aria possono mescolarsi fino al raggiungimento dell'equilibrio. Utilizzando il modello di gas perfetto con  $c_v = 0.72 \text{ kJ/kg K}$  determinare:

- la temperatura finale in °C;
- la pressione finale in bar;
- la quantità di entropia generata in  $\text{kJ/kg}$ .

#### Bilancio di entropia – Volumi di controllo

- 7.35** Un gas scorre attraverso un volume di controllo con una sola entrata e una sola uscita che opera in regime stazionario. Lo scambio di calore  $\dot{Q}_{vc}$  avviene soltanto sul contorno, dove la temperatura è  $T_c$ . Per ciascuno dei seguenti casi, si determini quando l'entropia specifica del gas uscente è superiore, uguale o inferiore dell'entropia del gas entrante:

- (a) nessuna irreversibilità interna,  $\dot{Q}_{vc} = 0$ ;  
 (b) nessuna irreversibilità interna,  $\dot{Q}_{vc} < 0$ ;  
 (c) nessuna irreversibilità interna,  $\dot{Q}_{vc} > 0$ ;  
 (d) irreversibilità interne,  $\dot{Q}_{vc} < 0$ ;  
 (e) irreversibilità interne,  $\dot{Q}_{vc} \geq 0$ .

**7.36** Del vapore a 3.0 MPa, 500 °C e 70 m/s entra in una turbina isolata che opera in regime stazionario, ed esce a 0.3 MPa e 140 m/s. Il lavoro svolto per kg di vapore che scorre nella turbina può essere (a) 667 kJ/kg. (b) 619 kJ/kg. Una delle due affermazioni può essere corretta? Spiegare perché.

**7.37** Dell'aria entra in una turbina isolata che opera in regime stazionario a 4.89 bar e 597 °C ed esce a 1 bar e 297 °C. Trascurando le variazioni di energia cinetica e potenziale e assumendo il modello di gas perfetto determinare:

- (a) il lavoro svolto in kJ per kg di aria passante attraverso la turbina;  
 (b) quando l'espansione è internamente reversibile, irreversibile o impossibile.

**7.38** La Figura P7.38 fornisce i valori per un dispositivo ben isolato che opera in regime stazionario, con una portata massica di aria che entra da un lato ed esce dall'altro pari a 10 kg/s. Assumendo il comportamento del gas come perfetto e trascurando gli effetti dell'energia potenziale, determinare (a) la direzione del flusso e (b) la potenza in kW.

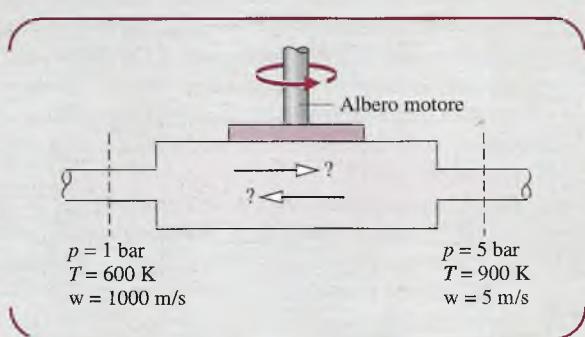


Figura P7.38

**7.39** Un inventore dichiara di aver sviluppato un dispositivo che non richiede lavoro entrante o scambio termico, in grado di produrre in regime stazionario aria calda e fredda come mostrato in Figura P7.39. Utilizzando il modello di gas perfetto per l'aria e trascurando

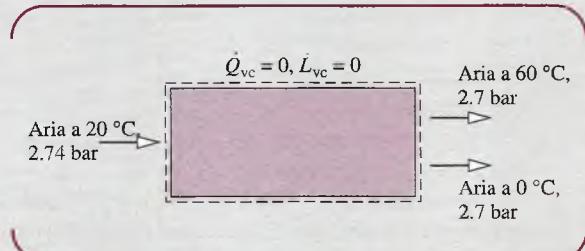


Figura P7.39

gli effetti dell'energia cinetica e potenziale, valutare questa affermazione.

**7.40** La Figura P7.40 mostra un dispositivo, atto a sviluppare potenza, che sfrutta l'energia fornita al sistema attraverso uno scambio termico da un processo industriale a elevata temperatura insieme a una quantità di vapore entrante. La figura fornisce dati relativi al funzionamento in regime stazionario. Tutte le superfici sono ben isolate fatta eccezione di una a 527 °C, attraverso la quale lo scambio di calore è di 4.21 kW. Trascurando gli effetti dell'energia cinetica e potenziale, valutare la massima potenza teorica in kW che può svilupparsi.

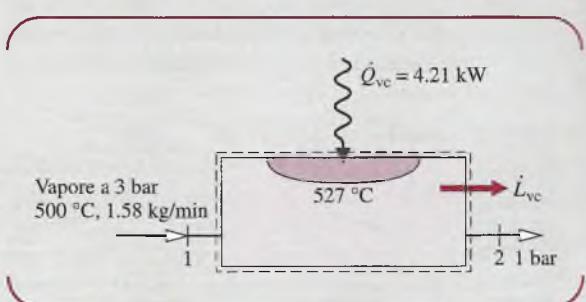


Figura P7.40

**7.41** Del vapore entra in una turbina che opera in regime stazionario a una pressione di 3 MPa, una temperatura di 400 °C e una velocità di 160 m/s. Esce vapore saturo a 100 °C con una velocità di 100 m/s. Lo scambio termico tra turbina e l'ambiente circostante avviene attraverso 30 kJ per kg di vapore in un punto in cui la temperatura superficiale media è di 350 K.

- (a) Per un volume di controllo, che comprende solo la turbina e il suo contenuto, determinare il lavoro svolto in kJ, e quanta entropia viene prodotta, in kJ/K, per ogni kg di vapore.  
 (b) La turbina a vapore della parte (a) si trova in una fabbrica dove la temperatura ambiente è di 27 °C. Determinare la produzione di entropia, in kJ/K per kg di vapore entrante, per un volume di controllo allargato che include la turbina e una porzione di ambiente circostante tale per cui lo scambio di calore dal volume di controllo avviene a temperatura ambiente.

Spiegare perché il valore dell'entropia generata corrispondente alla parte (b) è diverso da quello calcolato per la parte (a).

**7.42** Dell'aria entra in un compressore che opera in regime stazionario a 1 bar e 22 °C con una portata volumetrica di 1 m<sup>3</sup>/min; è compressa fino a 4 bar e 177 °C. La potenza in ingresso è 3.5 kW. Utilizzando il modello di gas perfetto e ignorando gli effetti dell'energia cinetica e potenziale, ottenere i seguenti risultati.

- (a) Per un volume di controllo che racchiude solo il compressore, determinare l'energia termica scambiata, in kW, e la variazione di entropia specifica

tra l'ingresso e l'uscita in  $\text{kJ}/(\text{kg K})$ . Quale informazione aggiuntiva richiederebbe la valutazione dell'entropia generata nell'unità di tempo?

- (b) calcolare l'entropia generata nell'unità di tempo in  $\text{kW/K}$  per un volume di controllo allargato che racchiude il compressore e una porzione dell'ambiente circostante tale che lo scambio di calore avviene alla temperatura ambiente di  $22^\circ\text{C}$ .

- 7.43** Dell'aria viene compressa da un compressore a flusso assiale che opera in regime stazionario da  $27^\circ\text{C}$  e 1 bar fino alla pressione di 2.1 bar. Il lavoro in entrata richiesto è di 94.6  $\text{kJ}$  per  $\text{kg}$  di aria che fluisce attraverso il compressore. Lo scambio di calore dal compressore è 14  $\text{kJ}$  per  $\text{kg}$  sulla superficie del compressore dove la temperatura è  $40^\circ\text{C}$ . Si possono trascurare gli effetti dell'energia cinetica e potenziale. Determinare:
- (a) la temperatura dell'aria in uscita in  $^\circ\text{C}$ ;
  - (b) la produzione di entropia generata all'interno del compressore in  $\text{kJ/K}$  per ogni  $\text{kg}$  di aria entrante.

- 7.44** Dell'aria entra in un compressore che opera in regime stazionario a un bar e  $20^\circ\text{C}$  con una portata volumetrica pari a  $9 \text{ m}^3/\text{min}$  ed esce a 5 bar e  $160^\circ\text{C}$ . L'acqua di raffreddamento circola attraverso un involucro che racchiude il compressore con una portata di  $8.6 \text{ kg/min}$ , entrando a  $17^\circ\text{C}$  e uscendo a  $25^\circ\text{C}$ , con una variazione di pressione trascurabile. Non ci sono scambi di calore significativi tra la superficie esterna della membrana impermeabile e l'ambiente esterno; si trascurino gli effetti dell'energia cinetica e potenziale. Per il compressore assunto come volume di controllo determinare la potenza richiesta in  $\text{kW}$  e la produzione di entropia, in  $\text{kJ/K}$ .

- 7.45** Dell'ammoniaca entra in uno scambiatore di calore a flussi incrociati a  $-20^\circ\text{C}$  con un titolo pari al 35%, ed esce come vapore saturo a  $-20^\circ\text{C}$ . Dell'aria a  $300 \text{ K}$ , 1 atm entra nello scambiatore in un condotto separato con una portata di  $4 \text{ kg/s}$  ed esce a  $285 \text{ K}$  e  $0.98 \text{ atm}$ . Lo scambiatore di calore è in condizioni stazionarie e non ci sono scambi di calore apprezzabili attraverso la sua superficie esterna. Trascurando gli effetti dell'energia cinetica e potenziale, determinare la portata massica dell'ammoniaca in  $\text{kg/s}$  e l'entropia generata nell'unità di tempo all'interno dello scambiatore in  $\text{kW/K}$ .

- 7.46** Uno scambiatore di calore a flussi incrociati opera in regime stazionario con effetti trascurabili di energia cinetica e potenziale. Una delle correnti è costituita da acqua allo stato liquido che entra a  $17^\circ\text{C}$  ed esce a  $25^\circ\text{C}$  con una variazione di pressione trascurabile. L'altra è Refrigerante 134a che entra a 14 bar e  $80^\circ\text{C}$  con una portata massica di  $5 \text{ kg/min}$  ed esce come liquido saturo alla temperatura di  $52^\circ\text{C}$ . Lo scambio di calore dalla superficie esterna dello scambiatore può essere ignorato. Determinare:

- (a) la portata massica del condotto con l'acqua in  $\text{kg/min}$ ;
- (b) l'entropia generata all'interno dello scambiatore

**7.47** Dell'aria, considerata come un gas perfetto, scorre in un compressore e in uno scambiatore di calore come mostrato in Figura P7.47. Un flusso separato di acqua allo stato liquido scorre attraverso lo scambiatore. I valori forniti sono per il funzionamento in regime stazionario. Si trascurino le dispersioni verso l'ambiente circostante, come le variazioni di energia cinetica e potenziale. Determinare:

- (a) la potenza del compressore in  $\text{kW}$ , e la portata massica dell'acqua di raffreddamento in  $\text{kg/s}$ ;
- (b) l'entropia generata per il compressore e per lo scambiatore in  $\text{kW/K}$ .

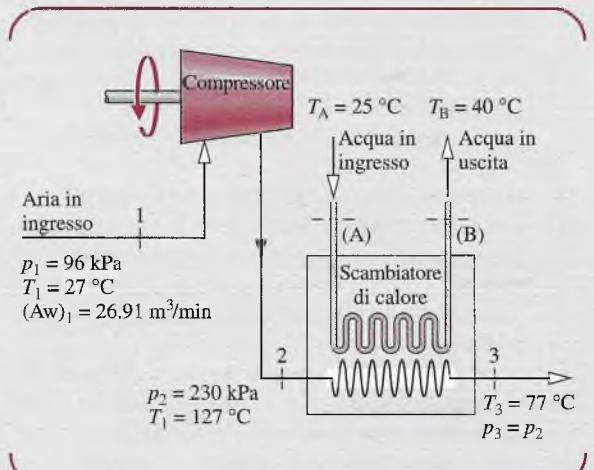


Figura P7.47

#### Rendimento isoentropico delle trasformazioni

**7.48** Un gruppo cilindro-pistone contiene inizialmente  $0.1 \text{ m}^3$  di biossido di carbonio a 0.3 bar e  $400\text{K}$ . Il gas viene compresso isoentropicamente fino a uno stato in cui la temperatura è  $560\text{K}$ . Utilizzando il modello di gas perfetto e trascurando gli effetti dell'energia cinetica e potenziale, determinare la pressione finale in bar e il lavoro in  $\text{kJ}$ , utilizzando:

- (a) i dati dalla Tabella T-11;
- (b) un valore costante del calore specifico dalla Tabella T-10 alla temperatura media di  $480\text{K}$ ;
- (c) un valore costante del calore specifico dalla Tabella T-10 alla temperatura di  $300\text{K}$ .

**7.49** Dell'aria entra in una turbina che opera in regime stazionario a 6 bar e  $1100\text{K}$  ed espande isoentropicamente fino a uno stato in cui la temperatura è  $700\text{K}$ . Utilizzando il modello di gas perfetto e trascurando le variazioni di energia cinetica e potenziale, determinare la pressione in uscita in bar e il lavoro in  $\text{kJ}$  per ogni  $\text{kg}$  di aria entrante, utilizzando:

- (a) i dati dalla Tabella T-9;
- (b) un valore costante del calore specifico dalla Tabella T-10 alla temperatura media di  $900\text{K}$ ;
- (c) un valore costante del calore specifico dalla Tabella T-10 alla temperatura di  $300\text{K}$ .

**7.50** Del metano ( $\text{CH}_4$ ) viene sottoposto a una trasformazione di compressione isoentropica da uno stato ini-

ziale dove la temperatura è di 1000 K e la pressione è 5 bar, fino a uno stato finale dove la temperatura è  $T$  e la pressione è  $p$ . utilizzando il modello di gas perfetto determinare:

- (a)  $p$  quando  $T = 500$  K;
- (b)  $T$  quando  $p = 1$  bar.

- 7.51** Dell'aria entra in una turbina da 3600 kW che opera in regime stazionario con una portata massica di 18 kg/s a 800 °C, 3 bar e una velocità di 100 m/s. L'aria si espande adiabaticamente attraverso la turbina ed esce a una velocità di 150 m/s. Successivamente entra in un diffusore dove viene rallentata isoentropicamente fino alla velocità di 10 m/s e alla pressione di 1 bar. Utilizzando il modello di gas perfetto determinare:
- (a) la pressione e la temperatura dell'aria in uscita dalla turbina, rispettivamente in bar e °C;
  - (b) l'entropia generata nell'unità di tempo nella turbina, in kW/K;
  - (c) illustrare le trasformazioni sul diagramma T-s.

- 7.52** Del vapore a 5 MPa e 600 °C entra in una turbina isolata termicamente che opera in regime stazionario ed esce nelle condizioni di vapor saturo a 50 kPa. Sono trascurabili gli effetti dell'energia cinetica e potenziale. Determinare:
- (a) il lavoro compiuto dalla turbina, in kJ per kg di aria entrante;
  - (b) il rendimento isoentropico della turbina.

- 7.53** Dell'aria a 4.5 bar e 550 K entra in una turbina isolata termicamente che opera in regime stazionario, ed esce a 1.5 bar e 426 K. Si trascurino gli effetti dell'energia cinetica e potenziale. Determinare:
- (a) il lavoro compiuto in kJ per kg di aria entrante;
  - (b) il rendimento isoentropico della turbina.

- 7.54** Del Refrigerante 134a entra in un compressore che opera in regime stazionario nelle condizioni di vapor saturo a -4 °C ed esce alla pressione di 8 bar. Non ci sono significativi scambi di calore con l'ambiente circostante e si possono ignorare gli effetti dell'energia cinetica e potenziale.
- (a) Determinare il minimo lavoro teorico richiesto in entrata in kJ per kg di refrigerante che circola attraverso il compressore, e la relativa temperatura in uscita in °C.
  - (b) Se il refrigerante esce alla temperatura di 40 °C, determinare il rendimento isoentropico di compressione.

- 7.55** Dell'aria entra in un compressore isolato termicamente che opera in regime stazionario a 1.05 bar e 23 °C con una portata massica di 1.8 kg/s, esce a 2.9 bar. Sono trascurabili gli effetti dell'energia cinetica e potenziale.
- (a) Determinare la potenza minima teorica richiesta in entrata in kW e la relativa temperatura in uscita in °C.
  - (b) Se la temperatura in uscita è 147 °C determinare la potenza in ingresso in kW e il rendimento isoentropico di compressione.

- 7.56** Del Refrigerante 134a entra in un compressore che opera in regime stazionario nelle condizioni di vapor saturo a -4 °C e d esce alla pressione di 14 bar. Il rendimento isoentropico di compressione è 75%. Si può ignorare il calore scambiato tra il compressore e l'ambiente circostante. Si possono anche trascurare gli effetti dell'energia cinetica e potenziale. Determinare:
- (a) la temperatura in uscita in °C;
  - (b) il lavoro in ingresso, in kJ per kg di refrigerante che circola nel compressore.

- 7.57** Dell'aria entra in un compressore ben isolato in condizioni stazionarie a 1 bar e 350 K, con una portata massica di 1 kg/s ed esce a 4 bar. Il rendimento isoentropico del compressore è dell'82%, determinare la potenza entrante, in kW, e l'entropia generata nell'unità di tempo in kW/K, utilizzando il modello di gas perfetto con:
- (a) valori dalla Tabella T-9;
  - (b) un valore costante del rapporto tra calori specifici  $k = 1.39$ ;
  - (c) TI.

#### Trasformazioni internamente reversibili di un fluido e relative applicazioni

- 7.58** Dell'aria entra in un compressore che opera in regime stazionario a 17 °C e 1 bar ed esce alla pressione di 5 bar. Si possono trascurare le variazioni dell'energia cinetica e potenziale. Se non ci sono irreversibilità interne, valutare il lavoro e il calore scambiato, ciascuno in kJ per kg di aria in circolo per i seguenti casi:
- (a) compressione isoterma;
  - (b) compressione politropica con  $n = 1.3$ ;
  - (c) compressione adiabatica.

Disegnare le trasformazioni sui diagrammi p-v e T-s e per ciascun caso associare le aree relative al lavoro e al calore scambiato. In riferimento ai disegni effettuati, confrontare rispettivamente per questi casi l'entità del lavoro, del calore scambiato e la temperatura finale.

- 7.59** Del Refrigerante 134a entra in un compressore che opera in regime stazionario nelle condizioni di vapor saturo a 2 bar con una portata volumetrica pari a  $1.9 \times 10^{-2}$  m<sup>3</sup>/s. Il refrigerante è compresso fino alla pressione di 8 bar attraverso una trasformazione internamente reversibile con  $pv^{1.03} = \text{costante}$ . Trascurando gli effetti dell'energia cinetica e potenziale determinare:

- (a) la potenza richiesta in kW;
- (b) la potenza termica scambiata in kW.

- 7.60** Confrontare il lavoro richiesto in regime stazionario per comprimere isoentropicamente del vapo d'acqua, nelle condizioni di vapor saturo a 0.1 MPa, fino alla pressione di 3 MPa; e il lavoro richiesto a una pompa per comprimere isoentropicamente dell'acqua allo stato liquido a 0.1 MPa fino alla pressione di 3 MPa; calcolare ciascun valore in kJ per kg di acqua che circola attraverso il dispositivo. Si possono trascurare gli effetti dell'energia cinetica e potenziale.

**7.61** La Figura P7.61 mostra tre dispositivi operanti in regime stazionario: una pompa, un boiler e una turbina. La turbina fornisce la potenza richiesta per far funzionare la pompa e fornisce potenza agli altri dispositivi. Per un funzionamento adiabatico della pompa e della turbina e ignorando gli effetti dell'energia cinetica e potenziale, determinare in kJ per kg di vapore che circola:

- il lavoro richiesto dalla pompa;
- il lavoro netto sviluppato dalla turbina;
- lo scambio termico verso il boiler.

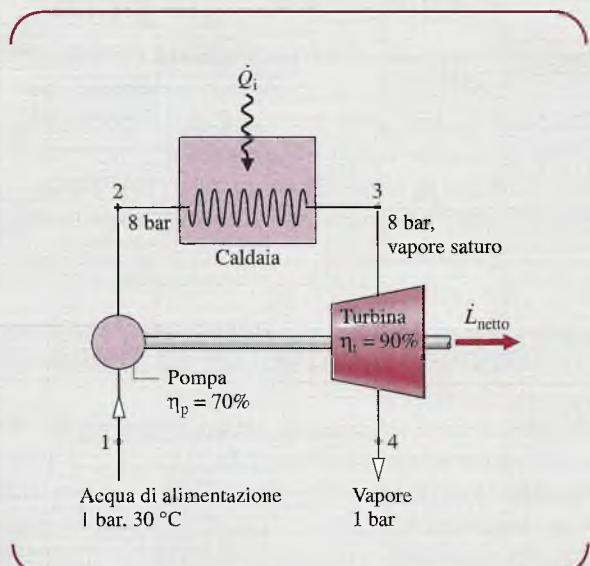


Figura P7.61

**7.62** Come mostrato in Figura P7.62, dell'acqua circola da un serbatoio rialzato attraverso una turbina idraulica. Il diametro del tubo è costante, e il sistema è in regime stazionario. Stimare la minima portata massica in kg/s che richiederebbe la turbina di potenza 1 MW. L'accelerazione di gravità è  $9.8 \text{ m/s}^2$ .

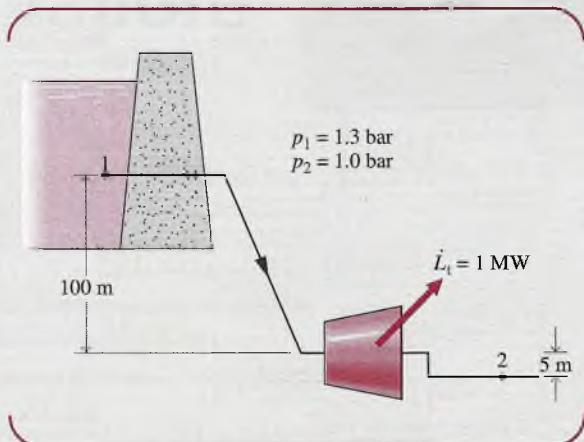


Figura P7.62

**7.63** Una pompa di 4 kW, operante in regime stazionario, fornisce acqua allo stato liquido a 1 bar e 16 °C con una portata massica di 4.5 kg/s. Non ci sono variazioni significative dell'energia cinetica e potenziale tra ingresso e uscita e l'accelerazione di gravità è  $9.81 \text{ m/s}^2$ . È possibile che la pompa porti l'acqua alla pressione di 10 bar?

Soluzioni di alcuni esercizi e ulteriori materiali sul sito [www.ateneonline.it/moran](http://www.ateneonline.it/moran)

# 8

# Impianti di potenza e di refrigerazione a vapore

## Obiettivi del capitolo

Un obiettivo importante dell'ingegneria è la progettazione di sistemi di conversione dell'energia. L'obiettivo di questo capitolo è l'introduzione agli impianti di potenza e ai sistemi di refrigerazione nei quali si sfrutta come fluido di lavoro un fluido, che viene alternativamente vaporizzato e condensato. Tali sistemi vengono denominati a vapore. Nella prima parte del capitolo si prendono in considerazione gli impianti di potenza, mentre i sistemi di refrigerazione, comprese le pompe di calore, sono trattati nella seconda parte del capitolo.

## IMPIANTI DI POTENZA A VAPORE

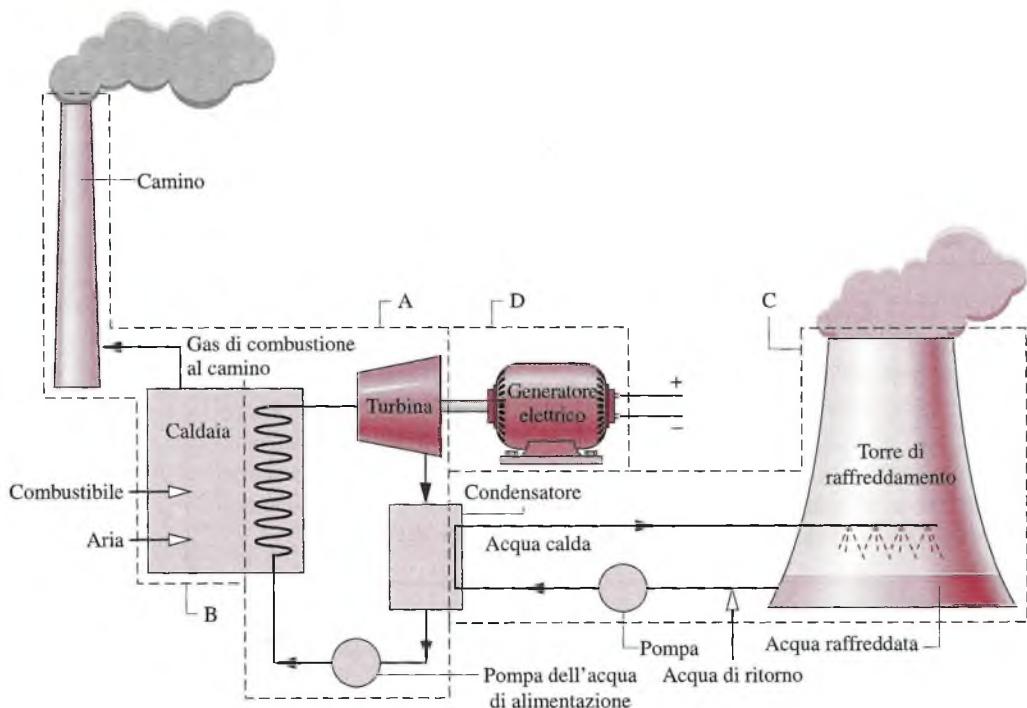
Questa parte del capitolo si concentra sugli impianti di generazione di potenza basati su cicli a vapore, destinati a produrre una potenza netta in uscita a partire da energia derivante dalla combustione di combustibili fossili, da energia solare o da energia nucleare. Saranno descritte alcune delle modalità pratiche impiegate per la produzione di potenza, e sarà illustrato come tali impianti possano essere modellizzati come sistemi termici. I motori a combustione interna e le turbine a gas, sistemi nei quali il fluido di lavoro rimane sempre allo stato gassoso, saranno studiati nel Capitolo 9.

### 8.1 Modellizzazione degli impianti di potenza

I processi che avvengono in un impianto di generazione di potenza sono complessi, al punto che si rendono necessarie diverse idealizzazioni per svilupparne modelli termodinamici di gestione sufficientemente semplice. Tale modellizzazione rappresenta quindi solo un primo, ma importante, passo nella progettazione del sistema. Sebbene lo studio di modelli semplificati porti generalmente a conclusioni soltanto qualitative sulle prestazioni dei corrispondenti sistemi reali, spesso però i modelli consentono corrette deduzioni in merito all'influenza che le variazioni dei parametri operativi principali esercitano sulle prestazioni effettive del sistema. I modelli forniscono inoltre strumenti relativamente semplici per prevedere gli effetti di eventuali interventi destinati a migliorare le prestazioni complessive dell'impianto.

La stragrande maggioranza delle centrali termoelettriche sono costituite da impianti di potenza a vapore in cui l'acqua funge da fluido operatore. I componenti fondamentali di una centrale a vapore alimentata a combustibile fossile sono mostrati schematicamente in Figura 8.1. Per facilitare le analisi termodinamiche, il complesso dell'impianto può essere suddiviso in quattro grandi sottosistemi, identificati nello schema con le lettere dalla A alla D. In questa prima parte del capitolo l'attenzione sarà principalmente centrata sul sottosistema A, nel quale avviene la conversione di energia da calore a lavoro, tuttavia si analizzano brevemente gli altri sottosistemi.

La funzione del sottosistema B è di fornire l'energia richiesta per la vaporizzazione dell'acqua che attraversa la caldaia. Negli impianti a combustibili fossili ciò avviene me-



**Figura 8.1** Componenti di un semplice impianto a vapore.

diente la cessione di calore al fluido di lavoro, che scorre attraverso i tubi scambiatori della caldaia, da parte dei gas caldi prodotti dalla combustione di combustibili fossili. Negli impianti nucleari la fonte di energia termica è invece una reazione nucleare controllata che ha luogo in un reattore alloggiato in un edificio opportunamente isolato. Per trasferire al fluido di lavoro l'energia sviluppata all'interno del reattore nucleare si possono utilizzare acqua in pressione, metalli liquidi o un gas quale l'elio. Lo scambio di calore tra il fluido intermediario e l'acqua avviene entro scambiatori di calore specificamente progettati. I cosiddetti impianti solari termodinamici, infine, prevedono l'impiego di collettori per concentrare e assorbire la radiazione solare; l'energia captata viene quindi usata per vaporizzare il fluido operatore. A prescindere dalla fonte primaria di energia, il vapore prodotto in caldaia passa, ad alta pressione, in una turbina dove si espande fino a un livello di pressione inferiore. L'albero della turbina è collegato a un generatore elettrico (sottosistema D). Il vapore in uscita dalla turbina passa attraverso il condensatore, ove condensa sulla superficie esterna dei tubi entro i quali scorre l'acqua di raffreddamento. Il circuito dell'acqua di raffreddamento fa parte del sottosistema C. Nel caso schematizzato in figura, l'acqua di raffreddamento è inviata a una torre di raffreddamento, in cui il calore precedentemente assorbito dall'acqua nel condensatore viene ceduto all'atmosfera. L'acqua di raffreddamento è poi ricircolata al condensatore.

Le norme di rispetto per l'ambiente e di sicurezza impongono vincoli di ammissibilità alle interazioni che hanno luogo fra i sottosistemi B e C e l'ambiente circostante. Una delle difficoltà principali nella scelta del sito adatto alla costruzione di una centrale termoelettrica a vapore è la possibilità di accedere a una adeguata quantità di acqua di raffreddamento. Per questa ragione e per minimizzare gli effetti dell'inquinamento termico, la maggior parte delle centrali termoelettriche impiega torri di raffreddamento. In aggiunta al problema della disponibilità di acqua di raffreddamento, altre importanti questioni che devono essere affrontate nella scelta dei siti, sia per gli impianti a combustibili fossili sia per quelli a combustibile nucleare, riguardano la sicurezza dei processi, la disponibilità di combustibile, il controllo delle emissioni inquinanti e lo smaltimento delle scorie, al fine

di garantire la sicurezza e l'operatività dell'impianto con un livello accettabile di impatto ambientale. Al contrario, gli impianti solari termodinamici sono generalmente considerati non inquinanti e sicuri, ma non sono ancora molto diffusi.

Ritornando ora al sottosistema A di Figura 8.1, si nota che ogni unità di massa di fluido operatore compie periodicamente un ciclo termodinamico circolando attraverso la serie di componenti interconnessi precedentemente illustrata. Per la trattazione seguente sono importanti i concetti relativi ai cicli motore introdotti nei capitoli precedenti. Si ricorderà in proposito che il principio di conservazione dell'energia impone che il lavoro netto ricavato da un ciclo motore equivalga al calore fornito netto (differenza tra calore fornito e calore ceduto). Un'importante conseguenza del secondo principio è poi che il rendimento termico, che indica la misura in cui il calore fornito è convertito in lavoro utile, deve essere sempre inferiore al 100%. Si è già mostrato inoltre come sia possibile il miglioramento delle prestazioni termodinamiche attraverso la riduzione delle irreversibilità; tuttavia, le effettive possibilità di riduzione delle irreversibilità nelle centrali di produzione di energia dipendono da svariati fattori, di natura termodinamica, economica e di altro genere.

## 8.2 Analisi dei sistemi di potenza a vapore – Ciclo Rankine

I concetti base richiesti per l'analisi termodinamica dei sistemi per la generazione di potenza sono già stati introdotti e includono i principi di conservazione della massa e di conservazione dell'energia, il secondo principio della termodinamica e i dati sulle proprietà termodinamiche del fluido. Tali principi possono essere applicati sia a singoli componenti dell'impianto quali pompe, turbine e scambiatori di calore, sia a impianti della più grande complessità. Obiettivo di questo paragrafo è l'introduzione al **Ciclo Rankine**, un ciclo termodinamico che schematizza il funzionamento del sottosistema indicato con la lettera A in Figura 8.1. La presentazione inizia dall'analisi termodinamica di questo sottosistema.

### 8.2.1 Valutazione delle quantità di lavoro e di calore scambiate

I principali processi di scambio di calore e di lavoro eseguiti dal sottosistema A sono illustrati in Figura 8.2. Nella trattazione seguente questi scambi di energia sono considerati positivi nella direzione indicata dalle frecce. In questa trattazione si trascurano per semplicità le inevitabili perdite di calore dovute agli scambi termici che hanno luogo tra i componenti dell'impianto e l'ambiente esterno, così come si trascurano le variazioni di energia cinetica e potenziale. Inoltre tutti i componenti sono considerati in regime stazionario. Utile

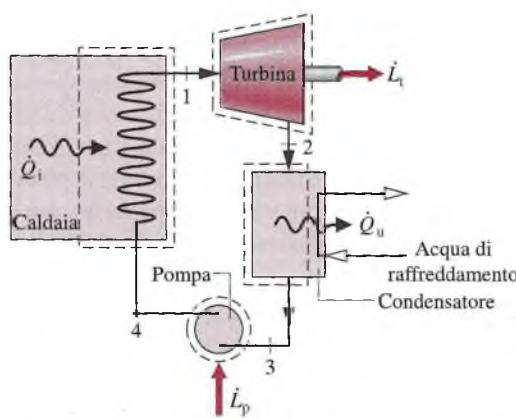


Figura 8.2 Scambi di lavoro e di calore per il sottosistema A.

lizzando i principi di conservazione della massa e dell'energia e sotto le ipotesi testé introdotte, si sviluppano ora le espressioni atte a determinare le quantità energetiche riportate in Figura 8.2, cominciando dallo stato 1 e considerando in sequenza i singoli componenti del sistema.

**Turbina** Il vapore proveniente dalla caldaia allo stato 1 a temperatura e pressione elevate, espandendosi attraverso la turbina produce lavoro; successivamente il vapore viene scaricato al condensatore allo stato 2 a pressione relativamente bassa. Trascurando gli scambi di calore con l'ambiente esterno, i bilanci di massa e di energia per un volume di controllo contenente la turbina in condizioni di regime stazionario forniscono

$$0 = \dot{Q}_{vc}^0 - \dot{L}_t + \dot{m} \left[ h_1 - h_2 + \frac{w_1^2 - w_2^0}{2} + g(z_1 - z_2)^0 \right]$$

che si riduce a

$$\frac{\dot{L}_t}{\dot{m}} = h_1 - h_2 \quad (8.1)$$

dove  $\dot{m}$  è la portata massica del fluido di lavoro e  $\dot{L}/\dot{m}$  è la potenza meccanica sviluppata per unità di massa di vapore che attraversa la turbina. Come già segnalato, si sono trascurate le variazioni di energia cinetica e potenziale.

**Condensatore** Nel condensatore si opera il trasferimento di calore tra la corrente di vapore e la corrente di acqua di raffreddamento; le due correnti sono perfettamente separate. Mentre il vapore condensa, la temperatura dell'acqua di raffreddamento aumenta. In condizioni stazionarie, i bilanci di massa e di energia per un volume di controllo che racchiude la sola fase condensante dello scambiatore di calore forniscono

$$\frac{\dot{Q}_u}{\dot{m}} = h_2 - h_3 \quad (8.2)$$

dove  $\dot{Q}_u/\dot{m}$  è l'energia termica trasferita dal fluido di lavoro all'acqua di raffreddamento nell'unità di tempo e per unità di portata in massa del fluido condensante. Lo scambio di energia è positivo nella direzione indicata dalla freccia in Figura 8.2.

**Pompa** Il liquido condensato lascia il condensatore allo stato 3 e viene pompato dal condensatore nella caldaia ad alta pressione. Considerando un volume di controllo che racchiude la pompa e ipotizzando nulli gli scambi termici con l'ambiente esterno, i bilanci di massa e di energia forniscono

$$\frac{\dot{L}_p}{\dot{m}} = h_4 - h_3 \quad (8.3)$$

dove  $\dot{L}_p/\dot{m}$  è la potenza meccanica entrante per unità di portata in massa del fluido che attraversa la pompa. Lo scambio di energia è positivo nella direzione della freccia in Figura 8.2.

**Caldaia** Il fluido di lavoro completa il ciclo in caldaia ove il liquido, detto **acqua di alimentazione** della caldaia, una volta lasciata la pompa al punto 4, è riscaldato fino alla saturazione e quindi vaporizza. Per un volume di controllo che racchiude i tubi della caldaia entro i quali l'acqua passa dallo stato 4 allo stato 1, i bilanci di massa e di energia forniscono

$$\frac{\dot{Q}_i}{\dot{m}} = h_1 - h_4 \quad (8.4)$$

dove  $\dot{Q}_i/\dot{m}$  è la potenza termica trasferita per unità di portata in massa dalla fonte di energia al fluido di lavoro che attraversa la caldaia.

**Rendimento** Il rendimento termico misura la frazione dell'energia fornita al fluido di lavoro in caldaia che viene convertita in lavoro netto uscente. Utilizzando le quantità e le espressioni appena introdotte, il **rendimento termico** del ciclo di potenza di Figura 8.2 è dato da

$$\eta = \frac{\dot{L}_t/m - \dot{L}_p/m}{\dot{Q}_i/m} = \frac{(h_1 - h_2) - (h_4 - h_3)}{h_1 - h_4} \quad (8.5a)$$

Il lavoro netto in uscita uguaglia il calore netto in ingresso, per cui, in alternativa, il rendimento termico può essere espresso come

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\dot{Q}_i/m - \dot{Q}_u/m}{\dot{Q}_i/m} = 1 - \frac{\dot{Q}_u/m}{\dot{Q}_i/m} \\ &= 1 - \frac{(h_2 - h_3)}{(h_1 - h_4)} \end{aligned} \quad (8.5b)$$

Un parametro utilizzato a volte per descrivere le prestazioni di una centrale elettrica è il **rapporto di restituzione del lavoro**, o **rrl**, definito come il rapporto tra lavoro fornito alla pompa e lavoro sviluppato dalla turbina. Con le Equazioni 8.1 e 8.3, il rapporto di restituzione del lavoro per il ciclo in Figura 8.2 è

$$\text{rrl} = \frac{\dot{L}_p/m}{\dot{L}_t/m} = \frac{(h_4 - h_3)}{(h_1 - h_2)} \quad (8.6)$$

Gli esempi che seguono illustrano che la variazione di entalpia specifica corrispondente all'espansione del vapore attraverso la turbina è in genere molto maggiore dell'aumento di entalpia corrispondente al passaggio del liquido attraverso la pompa. Quindi, il rapporto di restituzione del lavoro per le centrali elettriche a vapore è tipicamente molto basso.

Considerando fissi gli stati da 1 a 4, si possono applicare le equazioni dalla Equazione 8.1 alla 8.6 per determinare le prestazioni termodinamiche di una semplice centrale di generazione a vapore. Poiché le equazioni sono state sviluppate a partire dai bilanci di massa e di energia, esse trovano applicazione sia per le trasformazioni reali, nelle quali sono presenti irreversibilità, sia per le trasformazioni ideali, ove le irreversibilità sono assenti. Si può prevedere che le irreversibilità dei vari componenti della centrale elettrica possano influenzare le prestazioni dell'impianto, e ciò è in effetti confermato dall'esperienza. È comunque utile considerare un ciclo idealizzato per il quale si ipotizza che le irreversibilità siano assenti, in quanto tale ciclo stabilisce un limite superiore alle prestazioni del ciclo Rankine. Il ciclo ideale fornisce inoltre uno strumento semplice per studiare vari aspetti degli impianti di potenza a vapore.

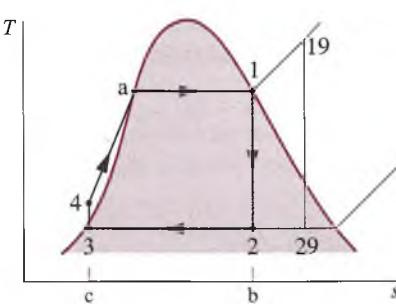
## 8.2.2 Ciclo Rankine ideale

Al fine di considerare un ciclo a vapore elementare privo di irreversibilità, occorre in primo luogo considerare assenti le perdite per attrito entro la caldaia e il condensatore. In tal caso il fluido di lavoro attraversa questi componenti restando a pressione costante. Inoltre, in assenza di irreversibilità interne e di scambi di calore con l'esterno, i processi che hanno luogo nella turbina e nella pompa risultano isoentropici. Un ciclo che rispetta queste idealizzazioni è il **ciclo Rankine ideale** mostrato in Figura 8.3.

Riferendoci alla Figura 8.3, si osserva che il fluido di lavoro subisce la serie di processi internamente reversibili illustrata di seguito.

**Processo 1-2** Espansione isoentropica del fluido di lavoro attraverso la turbina, da vapore saturo secco allo stato 1 fino alla pressione di condensazione allo stato 2.

**Processo 2-3** Trasferimento di calore dal fluido di lavoro all'interno del condensatore, ove, a pressione costante, il fluido passa dallo stato di vapore saturo allo stato 2 fino allo stato di liquido saturo nel punto 3.



**Figura 8.3** Diagramma temperatura-entropia per il ciclo Rankine ideale.

**Processo 3-4** Compressione isoentropica nella regione di liquido compresso, all'interno della pompa, fino allo stato 4.

**Processo 4-1** Trasferimento di calore al fluido di lavoro nell'attraversamento a pressione costante della caldaia, per completare il ciclo.

Il ciclo Rankine ideale prevede anche la possibilità di surriscaldare il vapore, come indicato dal ciclo 1'-2'-3-4-1' in Figura 8.3. L'importanza del surriscaldamento sarà discussa nel Paragrafo 8.3.

Poiché il ciclo Rankine ideale consiste di processi internamente reversibili, l'area sottesa dalle trasformazioni in Figura 8.3 può essere interpretata come la quantità di calore scambiata per unità di massa di fluido operatore in circolazione. Applicando l'Equazione 7.40, l'area 1-b-c-4-a-1 rappresenta la quantità di calore trasferita all'unità di massa di fluido di lavoro all'interno della caldaia, mentre l'area 2-b-c-3-2 rappresenta il calore scambiato per unità di massa dal fluido di lavoro nell'attraversamento del condensatore. L'area interna al ciclo 1-2-3-4-a-1 può quindi essere interpretata come la quantità di calore netta in ingresso o, in modo equivalente, come lavoro netto in uscita, entrambi con riferimento all'unità di massa.

Poiché si è idealizzata la pompa assumendo che operi in assenza di irreversibilità, per valutarne il lavoro si può utilizzare l'Equazione 7.43a in alternativa all'Equazione 8.3, ottenendo

$$\left(\frac{\dot{L}_p}{\dot{m}}\right)_{int\ rev} = \int_3^4 v dp \quad (8.7a)$$

dove il segno meno è stato eliminato per coerenza con l'assegnazione di un valore positivo al lavoro assorbito dalla pompa nell'Equazione 8.3. Il pedice *int rev* è stato introdotto per ricordare che quest'espressione ha validità limitata ai soli processi reversibili. Tale precisazione non è richiesta dall'Equazione 8.3, dato che essa deriva dai principi di conservazione di massa e di energia e quindi la sua applicazione non è ristretta ai soli processi internamente reversibili.

Il calcolo dell'integrale nell'Equazione 8.7a richiede l'esistenza di una relazione tra volume specifico e pressione. Poiché il volume specifico di un liquido in genere varia di poco tra l'ingresso e l'uscita della pompa, un'approssimazione plausibile al valore dell'integrale si può avere assumendo costante il volume specifico, pari al suo valore all'ingresso della pompa,  $v_3$ . Si ha quindi

$$\left(\frac{\dot{L}_p}{\dot{m}}\right)_{int\ rev} \approx v_3(p_4 - p_3) \quad (8.7b)$$

Nel prossimo esempio si illustra l'analisi di un ciclo Rankine ideale. In questo e nel successivo esempio si modificherà leggermente la consueta metodologia di approccio. Nella parte della soluzione indicata con **Proprietà**, si focalizza l'attenzione sulla valutazione si-

stematica dell'entalpia specifica e delle altre proprietà in tutti gli stati numerati del ciclo. Ciò per evitare di interrompere la soluzione ripetutamente per determinare proprietà e mantenere la concentrazione sui processi che avvengono in ciascun componente, poiché la definizione degli stati contrassegnati dai numeri richiede di norma la formulazione di ipotesi.

### Ciclo Rankine ideale

### ESEMPIO 8.1

Si consideri un ciclo di Rankine ideale a vapore. Del vapore saturo secco entra in turbina a 8.0 MPa ed esce come liquido saturo dal condensatore alla pressione di 0.008 MPa. La potenza netta in uscita dal ciclo è 100 MW. Determinare (a) il rendimento termico del ciclo, (b) il rapporto di restituzione del lavoro, (c) la portata massica di vapore, in kg/h, (d) la potenza termica trasferita al fluido di lavoro in caldaia,  $\dot{Q}_i$ , in MW, (e) la potenza termica  $\dot{Q}_u$ , sottratta al vapore nel condensatore, in MW, (f) la portata massica di acqua di raffreddamento che passa all'interno del condensatore, in kg/h, assumendo che essa entri nel condensatore a 15 °C ed esca a 35 °C.

#### Soluzione

**Elementi noti** Un ciclo Rankine ideale utilizza vapore d'acqua come fluido di lavoro. Sono note le pressioni in caldaia e nel condensatore e la potenza netta in uscita.

**Da determinare** Determinare il rendimento termico, il rapporto di restituzione del lavoro, la portata massica di vapore, in kg/h, la quantità di calore trasferita al fluido quando passa nella caldaia, in MW, la quantità di calore ceduta dal vapore nel condensatore, in MW, la portata massica dell'acqua di raffreddamento che entra a 15 °C ed esce a 35 °C.

#### Schema e dati forniti

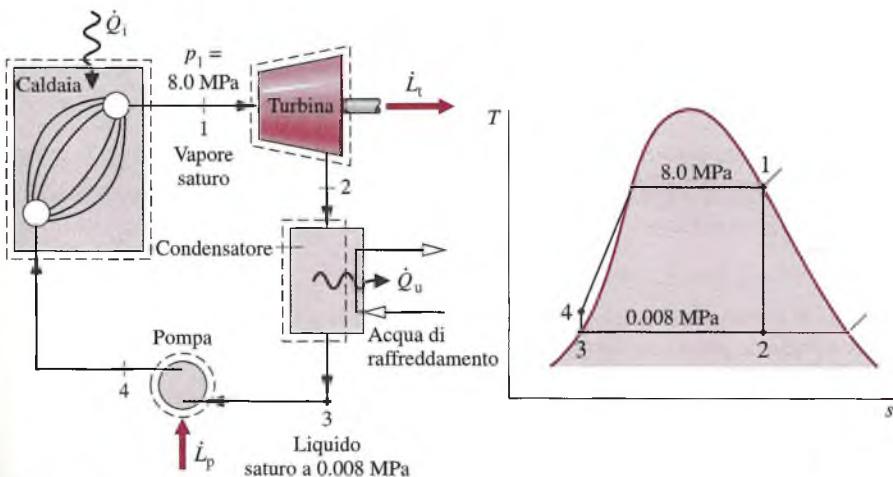


Figura E8.1

#### Ipotesi

- Ogni componente del ciclo è analizzato come volume di controllo in stato stazionario. I volumi di controllo sono indicati nello schema in figura con linee tratteggiate.
- Tutti i processi svolti dal fluido di lavoro sono internamente reversibili.
- La pompa e la turbina operano in modo adiabatico.
- I contributi di energia cinetica e potenziale sono trascurabili.
- In turbina entra vapore saturo secco. Dal condensatore esce liquido saturo.

**Proprietà** Si inizia fissando gli stati principali sul diagramma  $T-s$ . Si comincia dallo stato di ingresso in turbina: la pressione è di 8.0 MPa e il vapore è saturo secco, per cui dalla Tabella T-3, si ha  $h_1 = 2758.0 \text{ kJ/kg}$  e  $s_1 = 5.7432 \text{ kJ/(kg} \times \text{K})$ .

Lo stato 2 è fissato in base al valore della pressione  $p_2 = 0.008 \text{ MPa}$  e considerando che l'entropia specifica rimane costante nell'espansione adiabatica e internamente reversibile at-

traverso la turbina. Utilizzando i dati del liquido saturo e del vapore saturo secco ricavabili dalla Tabella T-3, si ottiene che il titolo dello stato 2 è

$$x_2 = \frac{s_2 - s_1}{s_v - s_l} = \frac{5.7432 - 0.5926}{7.6361} = 0.6745$$

e quindi l'entalpia è

$$\begin{aligned} h_2 &= h_1 + x_2 h_{lv} = 173.88 + (0.6745) 2403.1 \\ &= 1794.8 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Lo stato 3 è di liquido saturo alla pressione di 0.008 MPa, per cui  $h_3 = 173.88 \text{ kJ/kg}$ .

Lo stato 4 è individuato dalla pressione della caldaia  $p_4$  e dall'entropia specifica  $s_4 = s_3$ . L'entalpia specifica  $h_4$  può essere ricavata mediante interpolazione lineare dei dati nelle tabelle del liquido compresso. Tuttavia, poiché i dati relativi al liquido compresso sono relativamente radi, è più conveniente risolvere l'Equazione 8.3 per  $h_4$ , usando l'Equazione 8.7b per approssimare il lavoro della pompa. Con questo approccio

$$h_4 = h_3 + \dot{L}_p/m = h_3 + v_3(p_4 - p_3)$$

Sostituendo i valori numerici estratti dalla Tabella T-3

$$\begin{aligned} h_4 &= 173.88 \text{ kJ/kg} + (1.0084 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg})(8.0 - 0.008) \text{ MPa} \left| \frac{10^6 \text{ N/m}^2}{1 \text{ MPa}} \right| \left| \frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ N}\cdot\text{m}} \right| \\ &= 173.88 + 8.06 = 181.94 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

**Analisi** (a) La potenza netta sviluppata dal ciclo è

$$\dot{L}_{\text{ciclo}} = \dot{L}_t - \dot{L}_p$$

I bilanci di portata massica e di energia per i volumi di controllo che racchiudono la pompa e la turbina danno rispettivamente

$$\frac{\dot{L}_t}{\dot{m}} = h_1 - h_2 \quad \text{e} \quad \frac{\dot{L}_p}{\dot{m}} = h_4 - h_3$$

dove  $\dot{m}$  è la portata massica del vapore. Si può determinare la potenza termica trasferita al fluido di lavoro quando passa attraverso la caldaia utilizzando i bilanci di massa ed energia come

$$\frac{\dot{Q}_i}{\dot{m}} = h_1 - h_4$$

Il rendimento termico è quindi

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\dot{L}_t - \dot{L}_p}{\dot{Q}_i} = \frac{(h_1 - h_2) - (h_4 - h_3)}{h_1 - h_4} \\ &= \frac{[(2758.0 - 1794.8) - (181.94 - 173.88)] \text{ kJ/kg}}{(2758.0 - 181.94) \text{ kJ/kg}} \\ &= 0.371 (37.1\%) \end{aligned}$$

(b) Dalla Tabella T-2 il rapporto di restituzione del lavoro è

$$\begin{aligned} \text{rrl} &= \frac{\dot{L}_p}{\dot{L}_t} = \frac{h_4 - h_3}{h_1 - h_2} = \frac{(181.94 - 173.88) \text{ kJ/kg}}{(2758.0 - 1794.8) \text{ kJ/kg}} \\ &= \frac{8.06}{963.2} = 8.37 \times 10^{-3} (0.84\%) \end{aligned}$$

(c) La portata massica del vapore può essere ottenuta dalla potenza netta ricavata al punto (a), per cui

$$\begin{aligned}\dot{m} &= \frac{\dot{L}_{\text{ciclo}}}{(h_1 - h_2) - (h_4 - h_3)} \\ &= \frac{(100 \text{ MW}) |10^3 \text{ kW/MW}| |3600 \text{ s/h}|}{(963.2 - 8.06) \text{ kJ/kg}} \\ &= 3.77 \times 10^5 \text{ kg/h}\end{aligned}$$

(d) Con la relazione per  $\dot{Q}_i$  ricavata al punto (a) e i valori di entalpia specifica determinati precedentemente si ottiene

$$\begin{aligned}\dot{Q}_i &= \dot{m}(h_1 - h_4) \\ &= \frac{(3.77 \times 10^5 \text{ kg/h})(2758.0 - 181.94) \text{ kJ/kg}}{|3600 \text{ s/h}| |10^3 \text{ kW/MW}|} \\ &= 269.77 \text{ MW}\end{aligned}$$

(e) I bilanci di massa ed energia, applicati al volume di controllo che racchiude il lato vapore del condensatore, forniscono

$$\begin{aligned}\dot{Q}_u &= \dot{m}(h_2 - h_3) \\ &= \frac{(3.77 \times 10^5 \text{ kg/h})(1794.8 - 173.88) \text{ kJ/kg}}{|3600 \text{ s/h}| |10^3 \text{ kW/MW}|} \\ &= 169.75 \text{ MW}\end{aligned}$$

Si osservi che il rapporto tra  $\dot{Q}_u$  e  $\dot{Q}_i$  è 0.629 (62.9%).

In alternativa, si può determinare  $\dot{Q}_u$  eseguendo un bilancio energetico sull'intera centrale elettrica a vapore. In regime stazionario, la potenza netta sviluppata egualia la potenza termica netta trasferita all'impianto

$$\dot{L}_{\text{ciclo}} = \dot{Q}_i - \dot{Q}_u$$

Riordinando quest'espressione e inserendo i valori numerici

$$\dot{Q}_u = \dot{Q}_i - \dot{L}_{\text{ciclo}} = 269.77 \text{ MW} - 100 \text{ MW} = 169.77 \text{ MW}$$

La minima differenza che si osserva rispetto al valore ricavato precedentemente deriva dagli arrotondamenti.

(f) Considerando un volume di controllo che include il condensatore, i bilanci di massa e di energia in regime stazionario forniscono

$$0 = \dot{Q}_{vc}^0 - \dot{L}_{vc}^0 + \dot{m}_{ar}(h_{ar,i} - h_{ar,u}) + \dot{m}(h_2 - h_3)$$

Dove  $\dot{m}_{ar}$  è la portata massica dell'acqua di raffreddamento. Risolvendo rispetto a  $\dot{m}_{ar}$  si ha

$$\dot{m}_{ar} = \frac{\dot{m}(h_2 - h_3)}{(h_{ar,u} - h_{ar,i})}$$

Per il calcolo del denominatore si ricorda che per l'acqua di raffreddamento si ha  $h \approx h_f(T)$ ; con i valori dell'entalpia del liquido saturo alle temperature di ingresso e di uscita dell'acqua di raffreddamento riportati in Tabella T-2, si ottiene

$$\dot{m}_{ar} = \frac{(169.75 \text{ MW}) |10^3 \text{ kW/MW}| |3600 \text{ s/h}|}{(146.68 - 62.99) \text{ kJ/kg}} = 7.3 \times 10^6 \text{ kg/h}$$

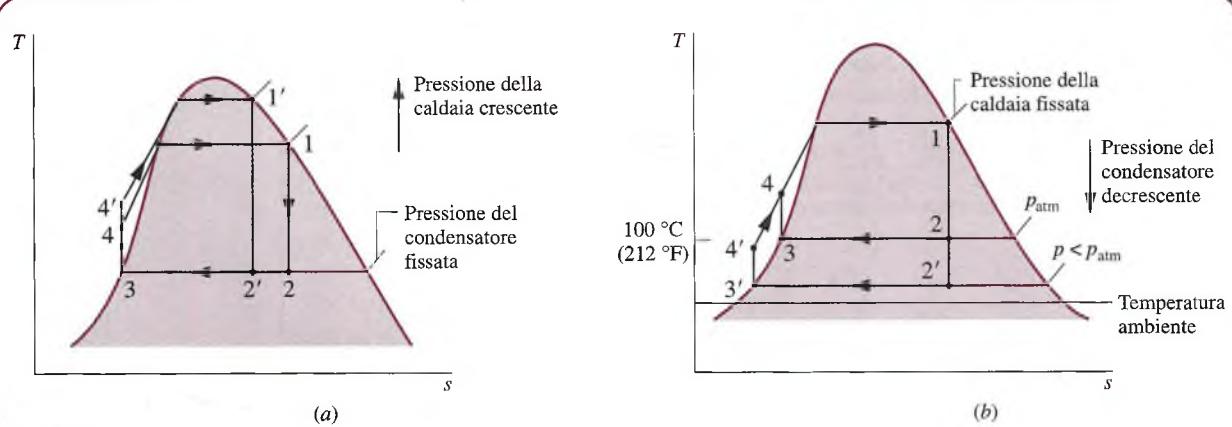
- 1 Si osservi che in questo esempio si è introdotta una piccola variante alla metodologia per la risoluzione dei problemi: si è infatti iniziato dalla valutazione sistematica dell'entalpia specifica per ognuno degli stati numerati.
- 2 Si noti che il rapporto di restituzione del lavoro per il ciclo Rankine è relativamente basso. In questo caso, infatti, il lavoro richiesto per far funzionare la pompa è inferiore all'1% del lavoro erogato dalla turbina.
- 3 In questo esempio, il 62.9% dell'energia fornita al fluido operatore sotto forma di calore viene successivamente ceduta all'acqua di raffreddamento. Pur essendo tale quantità di energia considerevole, la possibilità di impiegarla utilmente è molto limitata poiché l'acqua di raffreddamento esce a una temperatura di poco superiore a quella dell'ambiente esterno.

### 8.2.3 Effetti della pressioni di caldaia e di condensatore sul ciclo Rankine

Nel Paragrafo 6.4.2 si è osservato che il rendimento termico del ciclo tende ad aumentare quando la temperatura media alla quale viene fornita energia sotto forma di calore aumenta e/o la temperatura media alla quale l'energia termica viene ceduta diminuisce. Si studiano ora gli effetti che sulle prestazioni del ciclo Rankine ideale hanno i cambiamenti di pressione in caldaia e nel condensatore. Sebbene i risultati siano ricavati con riferimento al ciclo Rankine ideale, essi hanno validità anche per le moderne centrali a vapore.

La Figura 8.4a mostra due cicli ideali aventi la stessa pressione al condensatore, ma differenti pressioni in caldaia. Analizzandoli si osserva che la temperatura media a cui viene immesso il calore è maggiore nel caso in cui la pressione è più alta, ovvero nel ciclo 1'-2'-3-4'-1' rispetto al ciclo 1-2-3-4-1. Ne consegue che, aumentando la pressione in caldaia nel ciclo Rankine ideale, il rendimento termico tende ad aumentare.

La Figura 8.4b mostra due cicli con la stessa pressione in caldaia, ma con due differenti valori di pressione al condensatore. In particolare, un condensatore opera a pressione atmosferica, mentre l'altro opera a pressione inferiore a quella atmosferica. La temperatura alla quale viene ceduto calore per il ciclo 1-2-3-4-1, che condensa a pressione atmosferica, è 100 °C (212 °F); la temperatura alla quale viene ceduto calore nel ciclo a pressione più bassa 1-2"-3"-4"-1 è invece minore, per cui questo secondo ciclo ha un rendimento termico superiore. Ne discende che, diminuendo la pressione di condensazione, il rendimento termico tende ad aumentare.



**Figura 8.4** Effetti delle variazioni della pressione operativa sul ciclo Rankine ideale. (a) Effetto della pressione in caldaia. (b) Effetto della pressione al condensatore.

Alle condizioni ambientali, la più bassa pressione di condensazione possibile è la pressione di saturazione corrispondente alla temperatura ambiente, che, a sua volta, è la più bassa temperatura possibile per la cessione di calore all'ambiente esterno.

L'esigenza di mantenere più bassa possibile la pressione di scarico dalla turbina (pressione di condensazione) è la ragione fondamentale per l'introduzione di un condensatore in una centrale. Infatti, operando alla pressione atmosferica l'acqua allo stato liquido dovrebbe essere portata in caldaia con una pompa, mentre il vapore potrebbe essere scaricato direttamente in atmosfera all'uscita della turbina. Tuttavia, aggiungendo un condensatore nel quale il lato vapore opera a pressione inferiore a quella atmosferica, la turbina dispone di un ambiente a bassa pressione in cui scaricare, con un aumento significativo nel lavoro netto e del rendimento termico. La presenza del condensatore permette inoltre al fluido di lavoro di operare in un circuito chiuso. Questo accorgimento permette la ricircolazione continua del medesimo fluido e consente quindi l'impiego di acqua distillata, meno corrosiva dell'acqua corrente.

#### 8.2.4 Principali perdite e irreversibilità

Si considerino ora le irreversibilità e le perdite associate al ciclo Rankine. Irreversibilità e perdite sono associate a ognuno dei quattro sottosistemi mostrati in Figura 8.1. Alcuni di questi effetti hanno un'influenza maggiore sul rendimento rispetto ad altri.

**Turbina** La principale irreversibilità è associata all'espansione attraverso la turbina. Anche il trasferimento di calore dalla turbina all'ambiente esterno rappresenta una perdita, ma poiché essa è di solito di secondaria importanza, non sarà considerata nella trattazione che segue. Come illustrato dal Processo 1-2 di Figura 8.5, un'espansione adiabatica reale attraverso la turbina è accompagnata da un aumento di entropia. Il lavoro sviluppato per unità di massa in questo processo è inferiore rispetto a quello della corrispondente espansione isoentropica 1-2s. Il rendimento isoentropico della turbina  $\eta_t$ , introdotto nel Paragrafo 7.7, tiene conto degli effetti delle irreversibilità all'interno della turbina comparando lavoro reale e lavoro isoentropico. Indicando gli stati come in Figura 8.5, il rendimento isoentropico della turbina è

$$\eta_t = \frac{(\dot{L}_t/m)}{(\dot{L}_{ts}/m)_s} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} \quad (8.8)$$

dove il numeratore è il lavoro reale per unità di massa di fluido che attraversa la turbina e il denominatore è il lavoro per unità di massa in un'espansione isoentropica tra lo stato in ingresso in turbina e la pressione di scarico. Le irreversibilità all'interno della turbina riducono sensibilmente il lavoro netto ottenuto dall'impianto.

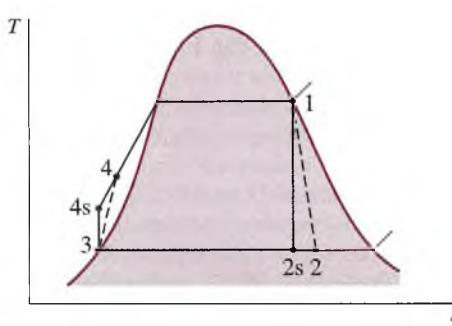


Figura 8.5 Diagramma temperatura-entropia che mostra gli effetti delle irreversibilità della pompa e della turbina.

**Pompa** Anche per la pompa, la frazione di lavoro fornito necessaria a vincere gli attriti riduce la potenza netta dell'impianto. In assenza di scambi di calore con l'esterno, ci si attende quindi un aumento di entropia tra ingresso e uscita della pompa. Il processo 3-4 di Figura 8.5 illustra il processo reale di pompaggio. Il lavoro necessario per questo processo è maggiore di quello richiesto dal corrispondente processo isoentropico 3-4s. Il rendimento isoentropico della pompa  $\eta_p$ , introdotto nel Paragrafo 7.7, tiene conto degli effetti delle irreversibilità all'interno della pompa stessa, comparando lavoro reale e lavoro isoentropico. Indicando gli stati come in Figura 8.5, il rendimento isoentropico della pompa è

$$\eta_p = \frac{(\dot{L}_p/\dot{m})_s}{(\dot{L}_p/\dot{m})} = \frac{h_{4s} - h_3}{h_4 - h_3} \quad (8.9)$$

In questa espressione il lavoro di pompaggio isoentropico compare al numeratore; il lavoro effettivo della pompa, essendo maggiore, compare invece al denominatore. Poiché il lavoro della pompa è inferiore a quello della turbina, le irreversibilità nella pompa hanno un impatto minore sul lavoro netto del ciclo rispetto alle irreversibilità in turbina.

**Altre non idealità** Le irreversibilità all'interno della pompa e della turbina appena menzionate sono irreversibilità interne, correlate cioè al moto del fluido operatore all'interno del circuito chiuso costituente il ciclo Rankine. Sono presenti, in aggiunta, altre forme di non idealità interne, quali, per esempio, gli effetti degli attriti viscosi che provocano cadute di pressione e sono quindi fonti di irreversibilità interne nel passaggio del fluido attraverso la caldaia, il condensatore e nei tratti di collegamento tra i vari componenti. Tuttavia, per semplicità, tali effetti saranno trascurati nelle trattazioni successive. Coerentemente, la Figura 8.5 non mostra cadute di pressione entro la caldaia, il condensatore e attraverso i vari componenti dell'impianto.

Le fonti di irreversibilità più significative per una centrale elettrica a combustibile fossile sono quelle associate alla combustione del combustibile stesso e al successivo trasferimento di calore dai prodotti di combustione al fluido di lavoro. Tali effetti avvengono nell'ambiente intorno al sottosistema A di Figura 8.1 e sono pertanto irreversibilità esterne al ciclo Rankine.

Un'altra interazione con l'ambiente circostante è costituita dal trasferimento di energia all'acqua di raffreddamento durante la condensazione del fluido operatore. Sebbene una considerevole parte dell'energia sia asportata dall'acqua di raffreddamento, l'utilizzabilità di tale energia è molto limitata; infatti, per i condensatori nei quali il vapore condensa a temperatura prossima a quella ambiente, l'acqua di raffreddamento subisce nel passaggio attraverso il condensatore un aumento di temperatura di pochi gradi rispetto alla temperatura esterna, per cui è difficile sfruttarla. Di conseguenza, la perdita dell'acqua di raffreddamento è molto meno significativa di quanto suggerito dalla grande quantità di energia trasferita all'acqua di raffreddamento stessa.

Nel prossimo esempio, si modifica il ciclo Rankine ideale dell'Esempio 8.1 per includere in esso gli effetti delle irreversibilità nella pompa e nella turbina.

### ESEMPIO 8.2

### Ciclo Rankine con irreversibilità

Si riconsideri il ciclo a vapore dell'Esempio 8.1, ma si assuma nell'analisi che sia la turbina sia la pompa abbiano un rendimento isoentropico dell'85%. Determinare per il ciclo modificato (a) il rendimento termico, (b) la portata massica di vapore, in kg/h, per una potenza netta sviluppata di 100 MW, (c) la potenza termica  $\dot{Q}_i$  trasferita al fluido operatore in caldaia, in MW, (d) la potenza termica  $\dot{Q}_u$  ceduta dal vapore nel condensatore, in MW, (e) la portata massica dell'acqua di raffreddamento del condensatore, in kg/h, sapendo che l'acqua di raffreddamento entra nel condensatore a 15 °C ed esce a 35 °C. Si discutano gli effetti delle irreversibilità nella pompa e nella turbina sulle prestazioni del ciclo.

**Soluzione**

**Elementi noti** Un ciclo Rankine a vapore utilizza acqua come fluido di lavoro. La turbina e la pompa hanno entrambe un rendimento pari all'85%.

**Da determinare** Determinare il rendimento termico, la portata massica, in kg/h, la potenza termica trasferita al fluido operatore in caldaia, in MW, la potenza termica trasferita dal vapore nel condensatore, in MW, e la portata massica di acqua di raffreddamento in kg/h. Discutere i risultati.

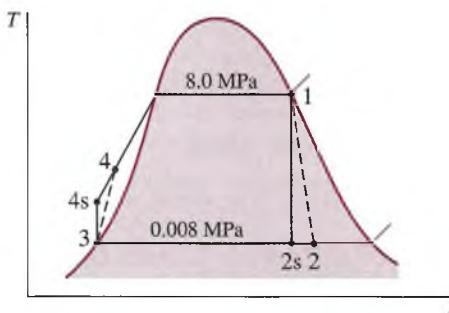
**Schema e dati forniti**

Figura E8.2

**Ipotesi:**

1. Ciascun componente del ciclo è analizzato come un volume di controllo in stato stazionario.
2. Il fluido operatore attraversa la caldaia e il condensatore a pressione costante. In turbina entra vapore saturo secco e dal condensatore esce liquido saturo.
3. La pompa e la turbina operano entrambe adiabaticamente con un rendimento dell'85%.
4. I contributi di energia cinetica e potenziale sono trascurabili.

**Proprietà** A causa della presenza di irreversibilità durante l'espansione del vapore nella turbina, tra l'ingresso e l'uscita della turbina stessa si ha un aumento dell'entropia specifica, come mostrato nel diagramma  $T$ - $s$ . Analogamente aumenta anche l'entropia specifica tra l'ingresso e l'uscita della pompa. Si fissano ora gli stati principali del ciclo:

Lo stato 1 è lo stesso dell'Esempio 8.1, per cui  $h_1 = 2758.0 \text{ kJ/kg}$  e  $s_1 = 5.7432 \text{ kJ/(kg} \times \text{K})$ .

L'entalpia specifica all'uscita della turbina, stato 2, può essere determinata usando il rendimento della turbina

$$\eta_t = \frac{\dot{L}_t / \dot{m}}{(\dot{L}_t / \dot{m})_s} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}}$$

dove  $h_{2s}$  è l'entalpia specifica allo stato 2s sul diagramma  $T$ - $s$ . Dalla soluzione dell'Esempio 8.1 si ricava  $h_{2s} = 1794.8 \text{ kJ/kg}$ . Risolvendo rispetto a  $h_2$  e sostituendo i valori noti

$$\begin{aligned} h_2 &= h_1 - \eta_t(h_1 - h_{2s}) \\ &= 2758 - 0.85(2758 - 1794.8) = 1939.3 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Lo stato 3 è lo stesso dell'Esempio 8.1, per cui  $h_3 = 173.88 \text{ kJ/kg}$ .

Per determinare l'entalpia specifica all'uscita della pompa, stato 4, si possono semplificare i bilanci di massa e di energia per ottenere  $\dot{L}_p / \dot{m} = h_4 - h_3$ . Riordinando, l'entalpia specifica dello stato 4 è

$$h_4 = h_3 + \dot{L}_p / \dot{m}$$

Per determinare  $h_4$  da questa espressione, è richiesto il lavoro della pompa, che può essere determinato utilizzando il rendimento della pompa  $\eta_p$  come segue: per definizione

$$\eta_p = \frac{(\dot{L}_p/\dot{m})_s}{(\dot{L}_p/\dot{m})}$$

Si può ricavare il termine  $(\dot{L}_p/\dot{m})_s$  applicando l'Equazione 8.7b e risolvendo rispetto a  $\dot{L}_p/\dot{m}$ ; il risultato è

$$\frac{\dot{L}_p}{\dot{m}} = \frac{v_3(p_4 - p_3)}{\eta_p}$$

Il numeratore di questa espressione è stato determinato nella soluzione dell'esempio 8.1, di conseguenza

$$\frac{\dot{L}_p}{\dot{m}} = \frac{8.06 \text{ kJ/kg}}{0.85} = 9.48 \text{ kJ/kg}$$

L'entalpia specifica all'uscita della pompa è quindi

$$h_4 = h_3 + \dot{L}_p/\dot{m} = 173.88 + 9.48 = 183.36 \text{ kJ/kg}$$

*Analisi* (a) La potenza netta sviluppata dal ciclo è

$$\dot{L}_{\text{ciclo}} = \dot{L}_t - \dot{L}_p = \dot{m}[(h_1 - h_2) - (h_4 - h_3)]$$

La potenza termica trasferita al fluido in caldaia è

$$\dot{Q}_i = \dot{m}(h_1 - h_4)$$

per cui il rendimento termico è

$$\eta = \frac{(h_1 - h_2) - (h_4 - h_3)}{h_1 - h_4}$$

Sostituendo i valori numerici

$$\eta = \frac{(2758 - 1939.3) - 9.48}{2758 - 183.36} = 0.314 (31.4\%)$$

(b) Dall'espressione della potenza netta ricavata al punto (a), la portata massica di vapore è

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \frac{\dot{L}_{\text{ciclo}}}{(h_1 - h_2) - (h_4 - h_3)} \\ &= \frac{(100 \text{ MW})|3600 \text{ s/h}|10^3 \text{ kW/MW}}{(818.7 - 9.48) \text{ kJ/kg}} = 4.449 \times 10^5 \text{ kg/h} \end{aligned}$$

(c) Dall'espressione per  $\dot{Q}_i$  ricavata al punto (a) e con i valori di entalpia specifica determinati in precedenza

$$\begin{aligned} \dot{Q}_i &= \dot{m}(h_1 - h_4) \\ &= \frac{(4.449 \times 10^5 \text{ kg/h})(2758 - 183.36) \text{ kJ/kg}}{|3600 \text{ s/h}|10^3 \text{ kW/MW}} = 318.2 \text{ MW} \end{aligned}$$

(d) La potenza termica trasferita dal vapore all'acqua di raffreddamento è

$$\begin{aligned} \dot{Q}_u &= \dot{m}(h_2 - h_3) \\ &= \frac{(4.449 \times 10^5 \text{ kg/h})(1939.3 - 173.88) \text{ kJ/kg}}{|3600 \text{ s/h}|10^3 \text{ kW/MW}} = 218.2 \text{ MW} \end{aligned}$$

(e) La portata massica di acqua di raffreddamento può essere determinata come

$$\dot{m}_{ar} = \frac{\dot{m}(h_2 - h_3)}{(h_{ar,u} - h_{ar,i})}$$

$$= \frac{(218.2 \text{ MW}) | 10^3 \text{ kW/MW} | | 3600 \text{ s/h} |}{(146.68 - 62.99) \text{ kJ/kg}} = 9.39 \times 10^6 \text{ kg/h}$$

L'effetto delle irreversibilità all'interno della turbina e della pompa può essere valutato paragonando i risultati appena ricavati con quelli corrispondenti dell'Esempio 8.1. In particolare, si nota che in questo esempio il lavoro della turbina per unità di massa è minore e il lavoro per unità di massa della pompa è maggiore rispetto all'Esempio 8.1. Inoltre, il rendimento termico in questo caso è minore rispetto al caso ideale dell'esempio precedente. Per un valore prefissato della potenza netta in uscita (100 MW), poiché il lavoro netto ottenuto per unità di massa è ora inferiore a quello ottenuto nel caso precedente, occorre una maggiore portata massica di vapore. Infine, la quantità di calore trasferito all'acqua di raffreddamento è maggiore rispetto a quella dell'Esempio 8.1; di conseguenza sarà necessaria una maggiore quantità di acqua di raffreddamento.

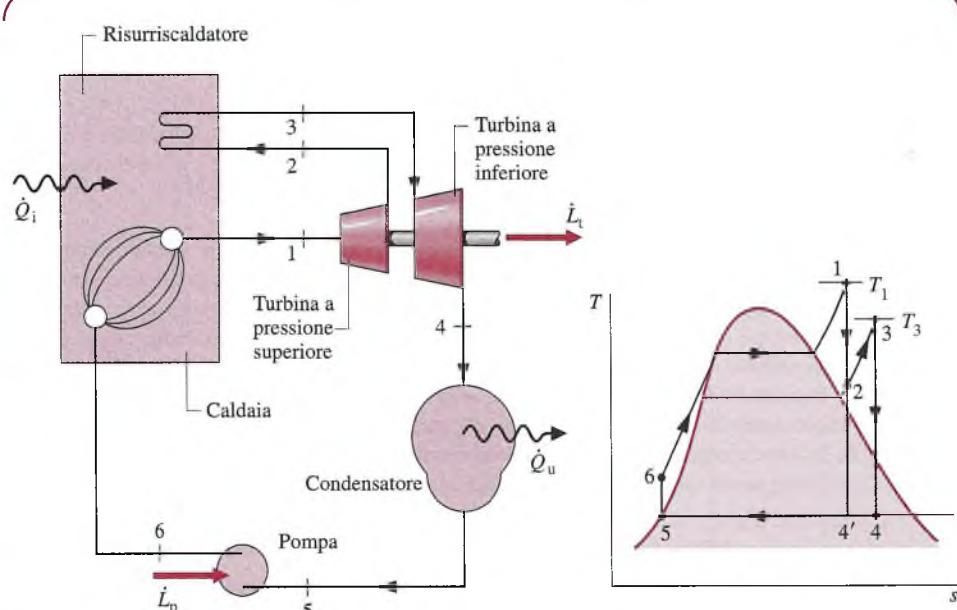
### 8.3 Miglioramento delle prestazioni – Surriscaldamenti e risurriscaldamenti

Lo schema finora usato per descrivere il ciclo motore a vapore non è rappresentativo delle centrali per la produzione di energia elettrica reali, nelle quali si adottano vari accorgimenti per aumentare le prestazioni. In questo paragrafo saranno prese in considerazione due tecniche di modifica del ciclo, dette *surriscaldamento* e *risurriscaldamento*, entrambe comunemente adottate nelle centrali a vapore.

Si osserva innanzitutto che a un aumento della pressione in caldaia o a una diminuzione della pressione al condensatore corrisponde una riduzione del titolo del vapore all'uscita della turbina, come si può notare confrontando gli stati 2' e 2" delle Figure 8.4a e 8.4b con il corrispondente stato 2 nei rispettivi diagrammi. Se il titolo della miscela che passa attraverso la turbina diminuisce troppo, l'impatto delle gocce di liquido contenute nella miscela liquido-vapore può erodere le pale della turbina, causando una diminuzione del rendimento e la necessità di manutenzioni più frequenti. Per questo motivo è pratica corrente mantenere il titolo all'uscita della turbina a un valore superiore al 90% ( $x \geq 0.9$ ). Il surriscaldamento e il risurriscaldamento permettono di operare con pressioni più favorevoli sia in caldaia sia al condensatore e consentono di evitare che il titolo del vapore allo scarico della turbina risulti troppo basso.

**Surriscaldamento** Si considera per prima la fase di **surriscaldamento**. Dato che non si è necessariamente vincolati ad alimentare la turbina con vapore saturo secco, all'ingresso della turbina si può portare vapore surriscaldato. Ciò richiede di fornire al vapore energia supplementare mediante un ulteriore trasferimento di calore; questa operazione viene eseguita in un apposito scambiatore di calore, detto surriscaldatore. Il complesso costituito da caldaia e surriscaldatore prende il nome di *generatore di vapore*. La Figura 8.3 mostra un ciclo Rankine ideale con surriscaldamento del vapore prima dell'ingresso in turbina: ciclo 1'-2'-3-4-1'. Il ciclo con surriscaldamento avviene a una temperatura media maggiore di quella del corrispondente ciclo senza surriscaldamento (ciclo 1-2-3-4-5-1), il che comporta un rendimento termico più elevato. Inoltre, il titolo del vapore allo scarico della turbina, punto 2', è superiore a quello, punto 2, relativo al ciclo senza surriscaldamento. Di conseguenza il surriscaldamento tende a limitare il problema, citato più sopra, costituito da un titolo del vapore troppo basso allo scarico della turbina, tanto che, con un sufficiente surriscaldamento, è possibile che il vapore allo scarico della turbina rientri addirittura nella regione del vapore surriscaldato.

**Risurriscaldamento** Un'ulteriore modifica del ciclo base normalmente adottata nelle centrali elettriche a vapore è il **risurriscaldamento**. Con questa tecnica si può trarre ul-



**Figura 8.6** Ciclo ideale con risurriscaldamento.

teriormente vantaggio dall'impiego di alte pressioni in caldaia, aumentando il rendimento della centrale elettrica ed evitando valori troppo bassi del titolo del vapore allo scarico della turbina. Nel ciclo ideale con risurriscaldamento mostrato in Figura 8.6 il vapore non si espande fino alla pressione di condensazione in un'unica fase, ma, in un primo stadio della turbina (Processo 1-2), si espande fino a una pressione intermedia tra quella del generatore di vapore e quella del condensatore; il vapore torna poi al generatore di vapore dove viene risurriscaldato (Processo 2-3). Nel caso ideale non vi sono cadute di pressione nel risurriscaldatore. Il vapore si espande poi nuovamente nel secondo stadio della turbina, fino alla pressione di condensazione (Processo 3-4). Il principale vantaggio di questa tecnica è l'aumento del titolo del vapore allo scarico della turbina, come si può osservare nel diagramma  $T-s$  (Figura 8.6) confrontando gli stati 4 e 4'. Nel calcolo del rendimento termodinamico dei cicli a risurriscaldamento è necessario tener conto sia del lavoro generato da entrambi gli stadi della turbina, sia dell'aumento della quantità di calore fornita al vapore nelle fasi di surriscaldamento e risurriscaldamento. Il calcolo è illustrato nell'Esempio 8.3, dove si considera il ciclo ideale dell'Esempio 8.1 modificato con l'inserimento delle fasi di surriscaldamento, risurriscaldamento e tenendo conto degli effetti delle irreversibilità in turbina.

### ESEMPIO 8.3

### Ciclo con risurriscaldamento

Il fluido di lavoro di un ciclo Rankine con surriscaldamento e risurriscaldamento è vapore d'acqua che entra nel primo stadio della turbina a 8.0 MPa e 480 °C e si espande fino a 0.7 MPa. Il vapore viene quindi risurriscaldato fino a 440 °C prima dell'ingresso nel secondo stadio della turbina, in cui si espande fino alla pressione di condensazione di 0.008 MPa. La potenza netta in uscita è di 100 MW. Se gli stadi della turbina e della pompa sono isoentropici, determinare (a) il rendimento termico del ciclo, (b) la portata massica del vapore, in kg/h, (c) la potenza termica  $\dot{Q}_u$  ceduta dal vapore nel condensatore, in MW. Discutere gli effetti del risurriscaldamento sul ciclo a vapore. (d) Se ciascuno stadio della turbina ha un rendimento isoentropico dell'85%, determinare il rendimento termico del ciclo. (e) Tracciare il grafico del rendimento termico in funzione del rendimento isoentropico della turbina nell'intervallo 85-100%.

**Soluzione**

**Elementi noti** Un ciclo con risurriscaldamento opera con vapore d'acqua. Sono note le pressioni e le temperature operative e la potenza netta generata.

**Da determinare** Supponendo che gli stadi della turbina siano isoentropici, si vuole determinare il rendimento termico, la portata massica del vapore, in kg/h, e la potenza termica ceduta dal vapore nel condensatore, in MW, commentando infine i risultati. Assegnando poi a ciascuno stadio della turbina un certo valore del rendimento isoentropico, si deve determinare di nuovo il rendimento termico del ciclo.

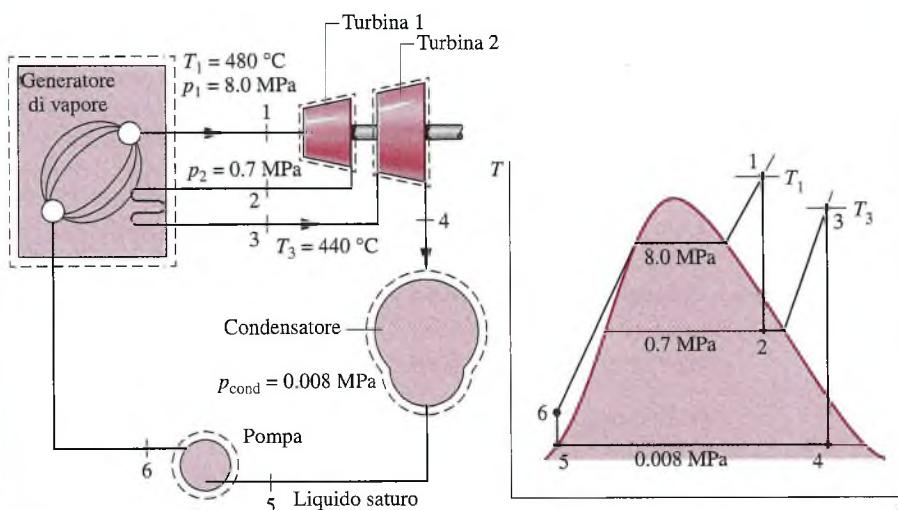
**Schema e dati forniti**

Figura E8.3a

**Ipotesi**

1. Ciascun componente del ciclo è considerato come un volume di controllo in stato stazionario. Nello schema di accompagnamento i volumi di controllo sono indicati con linee tratteggiate.
2. Nelle parti (a)-(c) del ciclo tutti i processi subiti dal fluido di lavoro sono internamente reversibili. Nelle parti (d) e (e) sono invece noti i rendimenti isoentropici degli stadi della turbina.
3. La turbina e la pompa sono adiabatiche.
4. All'uscita del condensatore si ha liquido saturo.
5. I termini di energia cinetica e potenziale sono trascurabili.

**Proprietà** Per iniziare, si determinano gli stati principali del ciclo ideale mostrato in Figura E8.3a. All'ingresso del primo stadio della turbina, la pressione è di 8.0 MPa e la temperatura di 480 °C, per cui il vapore è surriscaldato. Dalla Tabella T-4, si ricava  $h_1 = 3348.4 \text{ kJ/kg}$  e  $s_1 = 6.6586 \text{ kJ/(kg} \times \text{K})$ .

Lo stato 2 è individuato da  $p_2 = 0.7 \text{ MPa}$  e  $s_2 = s_1$ , essendo la prima espansione in turbina isoentropica. Utilizzando i dati per il liquido saturo e per il vapore saturo secco in Tabella T-3, il titolo allo stato 2 risulta essere

$$x_2 = \frac{s_2 - s_1}{s_v - s_1} = \frac{6.6586 - 1.9922}{6.708 - 1.9922} = 0.9895$$

L'entalpia specifica è quindi

$$\begin{aligned} h_2 &= h_1 + x_2 h_{lv} \\ &= 697.22 + (0.9895)2066.3 = 2741.8 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Lo stato 3 è di vapore surriscaldato con  $p_3 = 0.7 \text{ MPa}$  e  $T_3 = 440^\circ\text{C}$ , per cui, dalla Tabella T-4,  $h_3 = 3353.3 \text{ kJ/kg}$  e  $s_3 = 7.7571 \text{ kJ/(kg} \times \text{K)}$ .

Per determinare lo stato 4, si usa  $p_4 = 0.008 \text{ MPa}$  e  $s_4 = s_3$ , essendo l'espansione nel secondo stadio della turbina isoentropica. Con i valori della Tabella T-3, il titolo allo stato 4 risulta

$$x_4 = \frac{s_4 - s_1}{s_v - s_1} = \frac{7.7571 - 0.5926}{8.2287 - 0.5926} = 0.9382$$

L'entalpia specifica è allora

$$h_4 = 173.88 + (0.9382)2403.1 = 2428.5 \text{ kJ/kg}$$

Lo stato 5 è di liquido saturo a 0.008 MPa, per cui  $h_5 = 173.88 \text{ kJ/kg}$ . Infine, lo stato all'uscita della pompa è lo stesso dell'Esempio 8.1, ovvero  $h_6 = 181.94 \text{ kJ/kg}$ .

*Analisi* (a) La potenza netta prodotta dal ciclo è

$$\dot{L}_{\text{ciclo}} = \dot{L}_{t1} + \dot{L}_{t2} - \dot{L}_p$$

I bilanci di massa e di energia per i due stadi della turbina e per la pompa si riducono a

$$\text{Turbina 1: } \dot{L}_{t1}/\dot{m} = h_1 - h_2$$

$$\text{Turbina 2: } \dot{L}_{t2}/\dot{m} = h_3 - h_4$$

$$\text{Pompa: } \dot{L}_p/\dot{m} = h_6 - h_5$$

dove  $\dot{m}$  è la portata massica di vapore.

La potenza termica trasmessa al vapore nel passaggio all'interno del generatore di vapore e del risurriscaldatore è

$$\frac{\dot{Q}_i}{\dot{m}} = (h_1 - h_6) + (h_3 - h_2)$$

Utilizzando queste espressioni, il rendimento termico risulta

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{(h_1 - h_2) + (h_3 - h_4) - (h_6 - h_5)}{(h_1 - h_6) + (h_3 - h_2)} \\ &= \frac{(3348.4 - 2741.8) + (3353.3 - 2428.5) - (181.94 - 173.88)}{(3348.4 - 181.94) + (3353.3 - 2741.8)} \\ &= \frac{606.6 + 924.8 - 8.06}{3166.5 + 611.5} = \frac{1523.3 \text{ kJ/kg}}{3778 \text{ kJ/kg}} = 0.403 \text{ (40.3%)} \end{aligned}$$

(b) La portata massica del vapore si ottiene dall'espressione della potenza netta ricavata al punto (a).

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \frac{\dot{L}_{\text{ciclo}}}{(h_1 - h_2) + (h_3 - h_4) - (h_6 - h_5)} \\ &= \frac{(100 \text{ MW})|3600 \text{ s/h}| |10^3 \text{ kW/MW}|}{(606.6 + 924.8 - 8.06) \text{ kJ/kg}} = 2.363 \times 10^5 \text{ kg/h} \end{aligned}$$

(c) La potenza termica ceduta dal vapore nel condensatore è

$$\dot{Q}_u = \dot{m}(h_4 - h_5)$$

$$= \frac{2.363 \times 10^5 \text{ kg/h} (2428.5 - 173.88) \text{ kJ/kg}}{|3600 \text{ s/h}| \cdot |10^3 \text{ kW/MW}|} = 148 \text{ MW}$$

Per analizzare gli effetti del risurriscaldamento, si confrontano i risultati con quelli ottenuti nell'Esempio 8.1. Con surriscaldamento e risurriscaldamento il rendimento termico è superiore a quello ottenuto nell'Esempio 8.1. Fissata la potenza netta uscente (100 MW), un maggior rendimento termico implica una minore portata di vapore e anche una minore portata di acqua di raffreddamento. Con il risurriscaldamento, il titolo all'uscita della turbina è aumentato sostanzialmente rispetto al valore riscontrato nel ciclo dell'Esempio 8.1.

(d) La Figura E8.3b mostra il diagramma  $T-s$  per il ciclo con risurriscaldamento ma con espansioni irreversibili attraverso gli stadi della turbina. I seguenti valori delle entalpie specifiche sono noti dal punto (a), in kJ/kg:  $h_1 = 3348$ ,  $h_{2s} = 2741.8$ ,  $h_3 = 3353.3$ ,  $h_{4s} = 2428.5$ ,  $h_5 = 173.88$ ,  $h_6 = 181.94$ .

L'entalpia specifica  $h_2$  all'uscita del primo stadio della turbina può essere determinata risolvendo l'espressione del rendimento della turbina e ottenendo

$$h_2 = h_1 - \eta_t(h_1 - h_{2s})$$

$$= 3348.4 - 0.85(3348.4 - 2741.8) = 2832.8 \text{ kJ/kg}$$

Analogamente si può determinare l'entalpia specifica del secondo stadio:

$$h_4 = h_3 - \eta_t(h_3 - h_{4s})$$

$$= 3353.3 - 0.85(3353.3 - 2428.5) = 2567.2 \text{ kJ/kg}$$

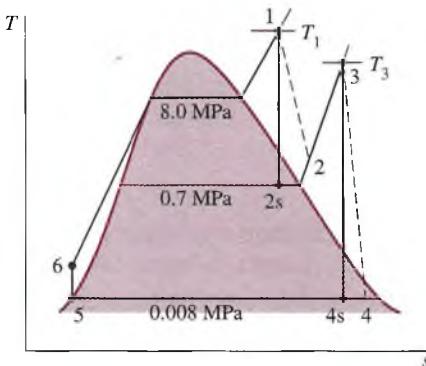


Figura E8.3b

Il rendimento termico è allora

$$\eta = \frac{(h_1 - h_2) + (h_3 - h_4) - (h_6 - h_5)}{(h_1 - h_6) + (h_3 - h_2)}$$

$$= \frac{(3348.4 - 2832.8) + (3353.3 - 2567.2) - (181.94 - 173.88)}{(3348.4 - 181.94) + (3353.3 - 2832.8)}$$

$$= \frac{1293.6 \text{ kJ/kg}}{3687.0 \text{ kJ/kg}} = 0.351 (35.1\%)$$

(e) Il listato  $TI$  per la soluzione è il seguente, dove eta1 sta per  $\eta_{t1}$ , eta2 sta per  $\eta_{t2}$ , eta è  $\eta$ ,  $L_{net} = \dot{L}_{net}/\dot{m}$ , e  $Q_{in} = \dot{Q}_u/\dot{m}$ .

```

//Determinare gli stati

T1 = 480//8C
p1 = 80//bar
h1 = h_PT ("Water/Steam", p1, T1)
s1 = s_PT ("Water/Steam", p1, T1)

p2 = 7//bar
h2s = h_Ps ("Water/Steam", p2, s1)
etat1 = 0.85
h2 = h1 - etat1 * (h1 - h2s)

T3 = 440//8C
p3 = p2
h3 = h_PT ("Water/Steam", p3, T3)
s3 = s_PT ("Water/Steam", p3, T3)

p4 = 0.08//bar
h4s = h_Ps ("Water/Steam", p4, s3)
etat2 = etat1
h4 = h3 - etat2 * (h3 - h4s)

p5 = p4
h5 = hsat_Px ("Water/Steam", p5, 0)//kJ/kg
v5 = vsat_Px ("Water/Steam", p5, 0)//m3/kg

p6 = p1
h6 = h5 + v5 * (p6 - p5) * 100//Il 100 in questa espressione è un fattore di conversione.

```

```

//Calcolare il rendimento termico
Wnet = (h1 - h2) + (h3 - h4) - (h6 - h5)
Qin = (h1 - h6) + (h3 - h2)
eta = Wnet/Qin

```

Utilizzando il pulsante **Esplora (Explore)**, si fa variare eta da 0.85 a 1.0 con passo 0.01 e poi, utilizzando il bottone **Grafico (Graph)**, si ottiene il seguente grafico:

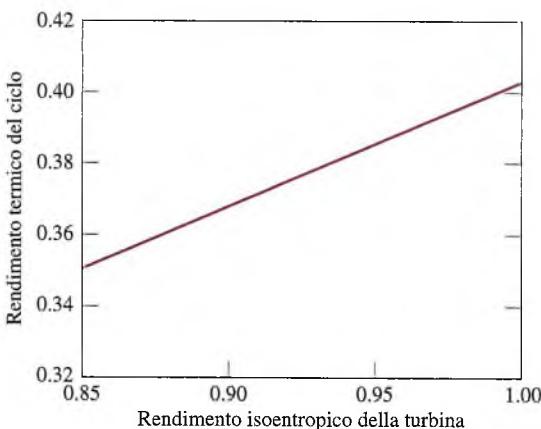


Figura E8.3c

Dall'analisi del grafico si osserva che il rendimento termico del ciclo aumenta da 0.351 a 0.403 man mano che il rendimento della turbina cresce da 0.85 a 1.00, come ci si aspettava sulla base dei risultati ottenuti ai punti (a) e (d). Il rendimento isoentropico della turbina ha un effetto significativo sul rendimento termico del ciclo.

- 1 Tenendo in considerazione le irreversibilità presenti negli stadi della turbina, il lavoro netto per unità di massa sviluppato in questo caso è notevolmente inferiore a quello ricavato al punto (a), e anche il rendimento termico è decisamente inferiore.

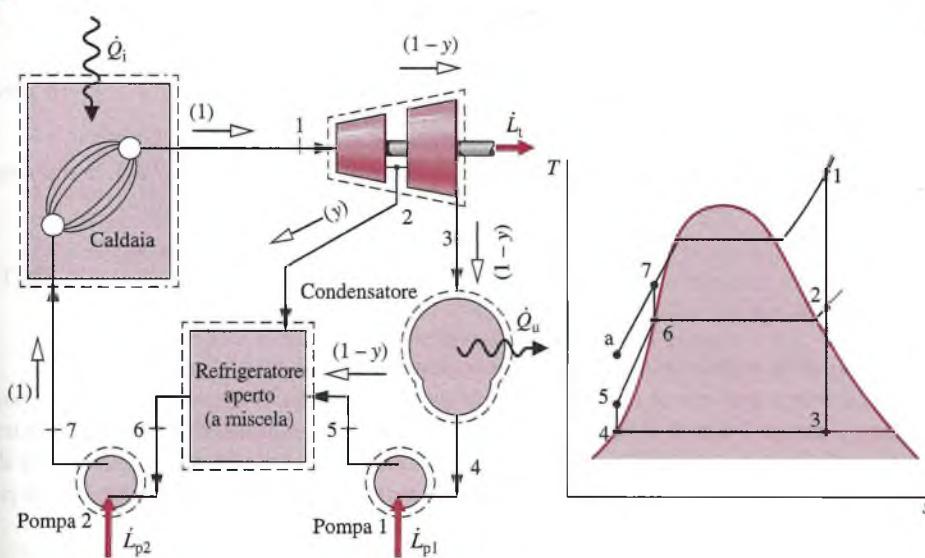
## 8.4 Miglioramento delle prestazioni – Ciclo a vapore con rigenerazione

Un altro metodo comunemente usato per incrementare il rendimento termico di un impianto a vapore è il riscaldamento rigenerativo dell'acqua di alimentazione o, più semplicemente, la **rigenerazione**, argomento trattato in questo paragrafo.

Per introdurre il principio alla base della rigenerazione, si consideri nuovamente la Fig. 8.3. Nel ciclo 1-2-3-4-a-1, il fluido di lavoro entra in caldaia in condizioni di liquido compresso allo stato 4 e viene riscaldato in fase liquida fino allo stato a. In virtù del riscaldamento rigenerativo, l'acqua entrerà nella caldaia in uno stato compreso fra 4 e a. Di conseguenza aumenta la temperatura media a cui viene somministrato calore in caldaia e quindi aumenta anche il rendimento termico.

### 8.4.1 Rigeneratori a miscela (o aperti)

La rigenerazione può essere effettuata usando un **rigeneratore a miscela**, ovvero uno scambiatore di calore a contatto diretto tra le correnti fluide, nel quale si miscelano correnti a temperature differenti, ottenendo in uscita una corrente a temperatura intermedia. La Figura 8.7 mostra lo schema e il diagramma  $T-s$  per un ciclo a vapore con rigeneratore a miscela. Si assume per questo ciclo che il fluido di lavoro passi isoentropicamente attra-



**Figura 8.7** Ciclo a vapore rigenerativo con rigeneratore a miscela.

verso gli stadi della turbina e le pompe e che i passaggi attraverso il generatore di vapore, il condensatore e il rigeneratore avvengano senza cadute di pressione. Il vapore entra quindi nel primo stadio della turbina allo stato 1 e viene fatto espandere fino allo stato 2, in corrispondenza del quale si spilla una frazione della portata, che viene poi immessa in un rigeneratore operante alla pressione  $p_2$ . Il resto del vapore si espande attraverso il secondo stadio della turbina fino allo stato 3. Questa frazione del flusso totale viene fatta condensare fino allo stato di liquido saturo, stato 4, e viene poi pompata per portarla alla pressione di spillamento e introdotta nel rigeneratore allo stato 5. Dal rigeneratore esce un'unica corrente di acqua riscaldata allo stato 6. Per il caso mostrato in Figura 8.7 le correnti entranti nel rigeneratore sono scelte in modo tale che la portata di vapore uscente sia in condizioni di liquido saturo alla pressione di spillamento. Il liquido allo stato 6 è poi pompato per portarlo alla pressione del generatore di vapore ed entra nel generatore di vapore allo stato 7. Infine, nel generatore di vapore, il fluido di lavoro viene riscaldato dallo stato 7 allo stato 1.

Riferendosi al ciclo rappresentato sul diagramma  $T-s$ , si nota che il calore viene ora conferito nel passaggio dallo stato 7 allo stato 1, invece che in quello dallo stato allo stato 1, come si avrebbe nel caso senza rigenerazione. Di conseguenza, la quantità di energia che deve essere fornita dal combustibile fossile o da altra fonte per la vaporizzazione e il riscaldamento del vapore viene ridotta, e questo è il risultato desiderato. Tuttavia, dato che solo una parte della portata si espanderà nel secondo stadio della turbina (Processo 2-3), il ciclo sviluppa una minore quantità di lavoro. Nella pratica le condizioni operative sono scelte in modo che la diminuzione del calore fornito compensi quella del lavoro sviluppato, determinando così un incremento del rendimento termico delle centrali elettriche a ciclo rigenerativo.

**Analisi del ciclo** Si esegue ora l'analisi termodinamica del ciclo con rigenerazione schematizzato in Figura 8.7. Un primo passo fondamentale nell'analisi di qualsiasi ciclo rigenerativo a vapore è la valutazione delle portate massiche che attraversano i singoli componenti. Considerando un unico volume di controllo che racchiude entrambi gli stadi della turbina, il bilancio delle portate massiche in condizioni stazionarie si riduce a:

$$\dot{m}_2 + \dot{m}_3 = \dot{m}_1 \quad (8.10a)$$

dove  $\dot{m}_1$  è la portata massica che entra nel primo stadio della turbina allo stato 1,  $\dot{m}_2$  è la portata massica che viene spillata allo stato 2 e  $\dot{m}_3$  è la portata massica che esce dal secondo stadio della turbina allo stato 3. Dividendo per  $\dot{m}_1$ , i termini vengono riferiti tutti all'unità di massa che attraversa il primo stadio della turbina:

$$\frac{\dot{m}_2}{\dot{m}_1} + \frac{\dot{m}_3}{\dot{m}_1} = 1 \quad (8.10b)$$

Indicando con  $y$  la frazione della portata totale spillata allo stato 2 ( $y = \dot{m}_2/\dot{m}_1$ ), la frazione del flusso totale che passa attraverso il secondo stadio della turbina è

$$\frac{\dot{m}_3}{\dot{m}_1} = 1 - y \quad (8.11)$$

Le frazioni della portata totale alle diverse sezioni sono indicate in Figura 8.7.

La frazione  $y$  può essere determinata applicando i principi di conservazione di massa ed energia per un volume di controllo che contiene il rigeneratore. Supponendo che tra questo e l'ambiente circostante non vi sia scambio termico e trascurando i termini di energia cinetica e potenziale, i bilanci di massa e di energia in regime stazionario si riducono a

$$0 = yh_2 + (1 - y)h_5 - h_6$$

Risolvendo rispetto a  $y$

$$y = \frac{h_6 - h_5}{h_2 - h_5} \quad (8.12)$$

L'Equazione 8.12 permette di determinare  $y$  una volta che siano noti gli stati 2, 5 e 6.

Le espressioni per le quantità di lavoro e di calore scambiate nel ciclo con rigenerazione possono essere determinate mediante i bilanci di massa e di energia applicati ai volumi di controllo che racchiudono i componenti. Per la turbina, il lavoro totale è la somma del lavoro prodotto da ciascuno stadio della turbina. Trascurando i termini di energia cinetica e potenziale e nell'ipotesi che non vi sia scambio di calore con l'esterno, si può esprimere il lavoro della turbina riferito all'unità di massa di fluido che attraversa il primo stadio come:

$$\frac{\dot{L}_t}{\dot{m}_1} = (h_1 - h_2) + (1 - y)(h_2 - h_3) \quad (8.13)$$

Il lavoro totale di pompaggio è dato dalla somma del lavoro assorbito da ciascuna pompa. Riferendosi all'unità di massa di fluido che attraversa il primo stadio della turbina, il lavoro totale di pompaggio è

$$\frac{\dot{L}_p}{\dot{m}_1} = (h_7 - h_6) + (1 - y)(h_5 - h_4) \quad (8.14)$$

L'energia somministrata sotto forma di calore al fluido che passa attraverso il generatore di vapore, riferita all'unità di massa che attraversa il primo stadio della turbina, è

$$\frac{\dot{Q}_i}{\dot{m}_1} = h_1 - h_7 \quad (8.15)$$

e l'energia ceduta sotto forma di calore all'acqua di raffreddamento è:

$$\frac{\dot{Q}_u}{\dot{m}_1} = (1 - y)(h_3 - h_4) \quad (8.16)$$

Il seguente esempio illustra l'analisi di un ciclo rigenerativo con un rigeneratori a miscela, compresa la valutazione delle proprietà nei vari stati e la determinazione delle frazioni del flusso totale nelle varie sezioni del sistema.

### Ciclo a vapore con rigeneratori a miscela

### ESEMPIO 8.4

Si consideri un ciclo a vapore con rigeneratori a miscela. Il vapore entra in turbina a 8 MPa e 480 °C e si espande fino a 0.7 MPa; una frazione del vapore viene quindi spillata e inviata al rigeneratori, che opera a una pressione di 0.7 MPa. Il vapore non spillato si espande attraverso il secondo stadio della turbina fino alla pressione di condensazione di 0.008 MPa. In uscita dal rigeneratori si ha liquido saturo alla pressione di 0.7 MPa. Il rendimento isoentropico di entrambi gli stadi della turbina è dell'85% e tutte le pompe operano isoentropicamente. Se la potenza netta del ciclo è pari a 100 MW, determinare (a) il rendimento termico del ciclo, (b) la portata di vapore entrante nel primo stadio della turbina, in kg/h.

#### Soluzione

**Elementi noti** Un ciclo a vapore rigenerativo utilizza vapor d'acqua come fluido di lavoro. Le pressioni e le temperature operative sono note, così come la potenza netta prodotta e il rendimento isoentropico della turbina.

**Da determinare** Determinare il rendimento termico del ciclo e la portata massica che attraversa la turbina, in kg/h.

**Schema e dati forniti**

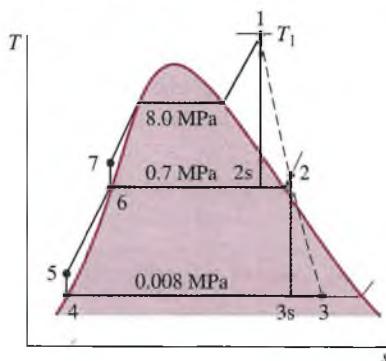
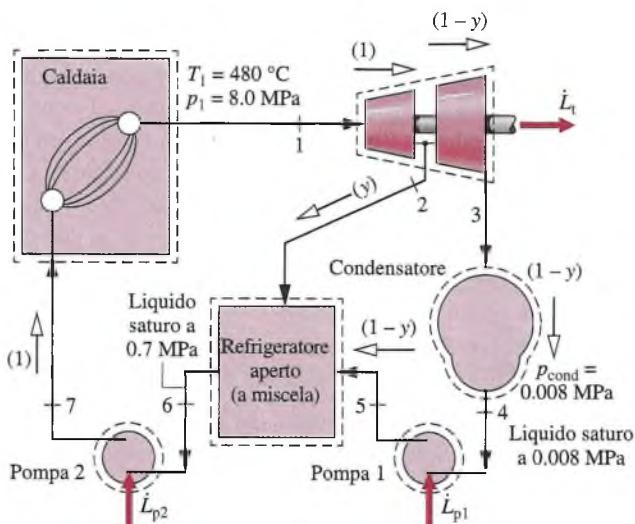


Figura E8.4

**Ipotesi**

- Ciascun componente del ciclo viene analizzato come un volume di controllo in stato stazionario. I volumi di controllo sono indicati con linee tratteggiate nello schema in figura.
- Tutti i processi eseguiti dal fluido di lavoro sono internamente reversibili, fatta eccezione per l'espansione attraverso i due stadi della turbina e per il passaggio attraverso il rigeneratore.
- Le turbine, le pompe e il rigeneratore operano adiabaticamente.
- I termini di energia cinetica e potenziale sono trascurabili.
- Il liquido esce satura sia dal rigeneratore sia dal condensatore.

**Proprietà** Le entalpie specifiche degli stati 1 e 4 possono essere ricavate dalle tabelle del vapor d'acqua. L'entalpia specifica allo stato 2 è stata determinata al punto (d) della soluzione dell'Esempio 8.3. Anche l'entropia specifica allo stato 2 può essere ottenuta dalle tabelle del vapore utilizzando i valori noti di entalpia e pressione:  $h_1 = 3348.4 \text{ kJ/kg}$ ,  $h_2 = 2832.8 \text{ kJ/kg}$ ,  $s_2 = 6.8606 \text{ kJ/(kg} \times \text{K})$ ,  $h_4 = 173.88 \text{ kJ/kg}$ .

L'entalpia specifica allo stato 3 può essere determinata tramite il rendimento del secondo stadio della turbina:

$$h_3 = h_2 - \eta_t(h_2 - h_{3s})$$

Con  $s_3 = s_2$  il titolo allo stato  $3s$  è  $x_{3s} = 0.8208$  e con questo valore si ottiene  $h_{3s} = 2146.3 \text{ kJ/kg}$ , quindi

$$h_3 = 2832.8 - 0.85(2832.8 - 2146.3) = 2249.3 \text{ kJ/kg}$$

Lo stato 6 è di liquido saturo a 0.7 MPa, quindi si ha  $h_6 = 697.22 \text{ kJ/kg}$ .

Dal momento che si è assunto che le pompe operino reversibilmente, i valori di entalpia specifica agli stati 5 e 7 possono essere determinati come:

$$h_5 = h_4 + v_4(p_5 - p_4)$$

$$= 173.88 + (1.0084 \times 10^{-3})(\text{m}^3/\text{kg})(0.7 - 0.008) \text{ MPa} \left| \frac{10^6 \text{ N/m}^2}{1 \text{ MPa}} \right| \left| \frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ N m}} \right|$$

$$= 174.6 \text{ kJ/kg}$$

$$h_7 = h_6 + v_6(p_7 - p_6)$$

$$= 697.22 + (1.1080 \times 10^{-3})(8.0 - 0.7)|10^3|$$

$$= 705.3 \text{ kJ/kg}$$

**Analisi** Applicando i bilanci di massa ed energia a un volume di controllo che racchiude il rigeneratore, si trova la frazione  $y$  della portata spillata allo stato 2:

$$y = \frac{h_6 - h_5}{h_2 - h_5} = \frac{697.22 - 174.6}{2832.8 - 174.6} = 0.1966$$

(a) Riferendosi all'unità di massa che passa nel primo stadio della turbina, il lavoro totale della turbina è:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{L}_t}{\dot{m}_1} &= (h_1 - h_2) + (1 - y)(h_2 - h_3) \\ &= (3348.4 - 2832.8) + (0.8034)(2832.8 - 2249.3) \\ &= 984.4 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Il lavoro totale compiuto dalla pompa, per unità di massa che passa nel primo stadio della turbina, è:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{L}_p}{\dot{m}_1} &= (h_7 - h_6) + (1 - y)(h_5 - h_4) \\ &= (705.3 - 697.22) + (0.8034)(174.6 - 173.88) \\ &= 8.7 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

Il calore fornito dal generatore di vapore, per unità di massa che passa nel primo stadio della turbina, è

$$\frac{\dot{Q}_i}{\dot{m}_1} = h_1 - h_7 = 3348.4 - 705.3 = 2643.1 \text{ kJ/kg}$$

Il rendimento termico è quindi:

$$\eta = \frac{\dot{L}_t/\dot{m}_1 - \dot{L}_p/\dot{m}_1}{\dot{Q}_i/\dot{m}_1} = \frac{984.4 - 8.7}{2643.1} = 0.369 (36.9\%)$$

(b) La portata di vapore entrante nel primo stadio della turbina,  $\dot{m}_1$ , può essere determinata mediante il valore della potenza in uscita, pari a 100 MW. Dato che

$$\dot{L}_{\text{ciclo}} = \dot{L}_t - \dot{L}_p$$

e

$$\frac{\dot{L}_t}{\dot{m}_1} = 984.4 \text{ kJ/kg} \quad \text{e} \quad \frac{\dot{L}_p}{\dot{m}_1} = 8.7 \text{ kJ/kg}$$

ne discende che

$$\dot{m}_1 = \frac{(100 \text{ MW}) |3600 \text{ s/h}|}{(984.4 - 8.7) \text{ kJ/kg}} \left| \frac{10^3 \text{ kJ/s}}{1 \text{ MW}} \right| = 3.69 \times 10^5 \text{ kg/h}$$

- 1 Le frazioni della portata totale alle varie sezioni dell'impianto sono mostrate in figura.

### 8.4.2 Rigeneratori a superficie (o chiusi)

Il riscaldamento dell'acqua di alimentazione può essere effettuato anche con **rigeneratori a superficie**. Questi sono dei recuperatori di calore a fascio tubiero entro i quali la temperatura del liquido che scorre nei tubi aumenta scambiando calore con il vapore che condensa all'esterno dei tubi stessi. Dal momento che non si miscelano, le due correnti possono operare a pressioni differenti. Il diagramma di Figura 8.8 mostra due schemi alternativi per rimuovere il condensato dai rigeneratori a superficie. In Figura 8.8a si utilizza una pompa che trasferisce il condensato a un successivo punto del ciclo, a pressione superiore. In Figura 8.8b il condensato viene fatto passare attraverso uno scaricatore di condensa e raggiunge quindi un altro rigeneratore oppure il condensatore. Lo scaricatore di condensa è una valvola che permette la laminazione del liquido, che passa a una pressione inferiore, ma non consente il passaggio del vapore.

La Figura 8.9 mostra lo schema di un ciclo a vapore con rigeneratore a superficie e scaricatore di condensa. Per questo ciclo si assume che il fluido di lavoro passi isoentropicamente attraverso gli stadi della turbina e le pompe e che non vi siano cadute di pressione nell'attraversamento dei vari componenti. Il diagramma  $T-s$  mostra gli stati principali del ciclo. Attraverso il primo stadio della turbina passa la portata totale di vapore, che si espande dallo stato 1 allo stato 2. A quest'ultimo stato viene spillata una parte del flusso, che è poi inviata al rigeneratore e condensa al suo interno. Il liquido saturo, alla pressione di spillamento, esce dal rigeneratore allo stato 7. Il condensato viene scaricato nel condensatore, in cui si riunisce con la corrente che passa attraverso il secondo stadio della turbina. L'espansione dallo stato 7 allo stato 8 attraverso lo scaricatore di condensa è irreversibile ed è quindi indicata sul dia-

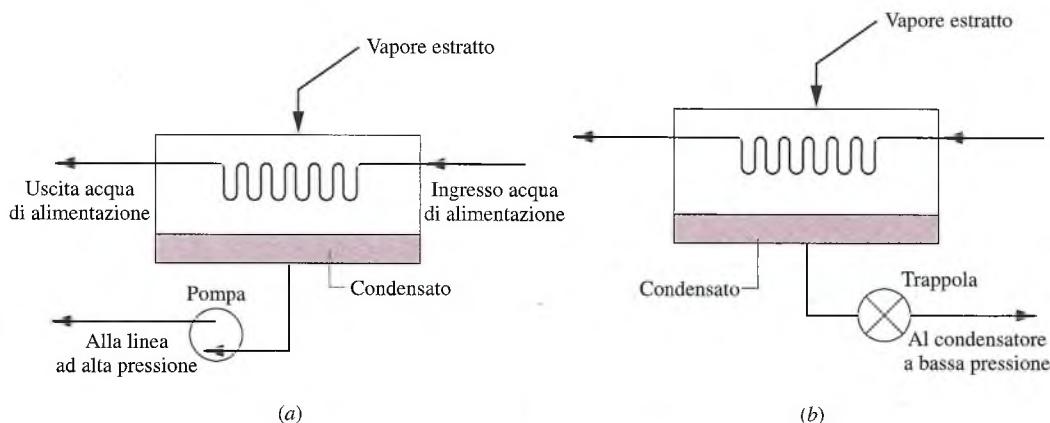
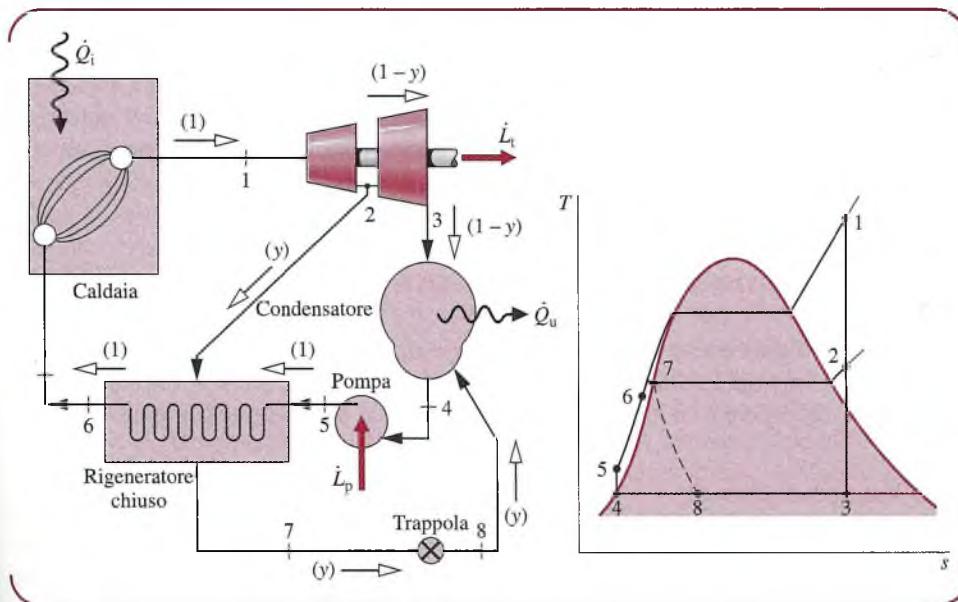


Figura 8.8 Esempio di rigeneratore a superficie.



**Figura 8.9** Ciclo a vapore rigenerativo con un rigeneratore a superficie.

gramma  $T$ - $s$  con una linea tratteggiata. La portata totale, che esce dal condensatore in condizioni di liquido saturo allo stato 4, viene pompata per portarla alla pressione del generatore di vapore, in cui entra allo stato 5. Nel passaggio nel rigeneratore la temperatura del liquido aumenta sino allo stato 6. Il ciclo si chiude con l'entrata del fluido di lavoro nel generatore di vapore e con il successivo riscaldamento a pressione costante dallo stato 6 allo stato 1. Sebbene si sia ipotizzato che il rigeneratore a superficie mostrato in figura operi senza alcuna caduta di pressione per entrambe le correnti, esso costituisce una sorgente di irreversibilità a causa della differenza di temperatura esistente tra i due fluidi.

**Analisi del ciclo** Sullo schema del ciclo riportato in Figura 8.9 sono indicate, per agevolare l'analisi, le frazioni della portata totale in ciascuna sezione dell'impianto. La frazione  $y$  spillata dalla portata totale può essere determinata applicando i principi di conservazione di massa ed energia al volume di controllo che racchiude il rigeneratore a superficie. Ipotizzando che non vi sia scambio di calore tra il rigeneratore e l'ambiente esterno e trascurando i termini di energia cinetica e potenziale, i bilanci di massa ed energia in condizioni stazionarie si riducono a

$$0 = y(h_2 - h_7) + (h_5 - h_6)$$

Risolvendo rispetto a  $y$

$$y = \frac{h_6 - h_5}{h_2 - h_7} \quad (8.17)$$

Il lavoro e le quantità di calore scambiate possono essere determinati con le metodologie precedentemente discusse.

## SISTEMI DI REFRIGERAZIONE E POMPE DI CALORE A COMPRESSIONE DI VAPORE

In questa parte del capitolo si analizzano i sistemi di refrigerazione e le pompe di calore a compressione di vapore. I sistemi di refrigerazione per la conservazione degli alimenti e per il condizionamento degli ambienti giocano un ruolo importante nella nostra vita quotidiana, mentre le pompe di calore trovano applicazione nel riscaldamento degli edifici e

nella produzione di calore per usi industriali. Vi sono poi molti altri esempi di uso industriale o commerciale della refrigerazione, ivi inclusi i processi di separazione dei componenti dell'aria per ottenere ossigeno e azoto liquidi, la liquefazione del gas naturale e la produzione del ghiaccio. In questo capitolo ci si limita alla descrizione dei sistemi di refrigerazione e a pompa di calore più comuni, basati su cicli a compressione di vapore, illustrandone la modellizzazione termodinamica.

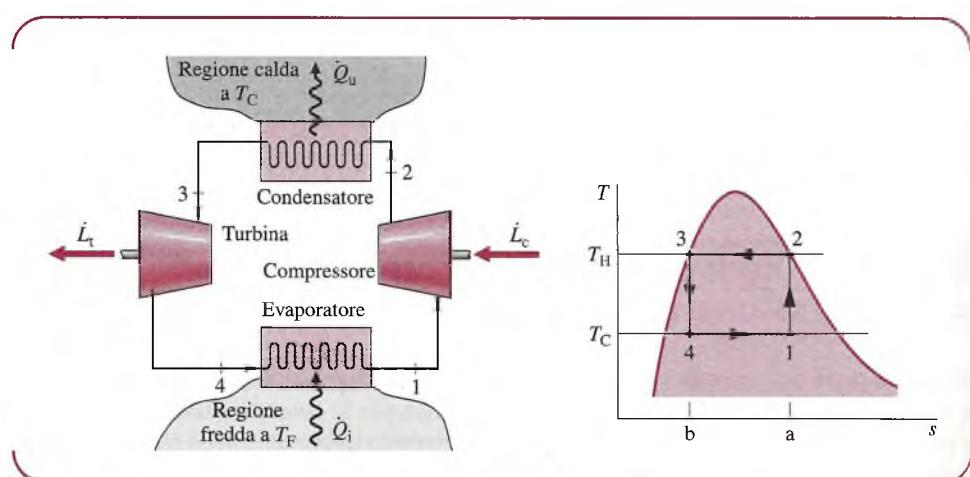
## 8.5 Macchine frigorifere a compressione di vapore

Una macchina frigorifera ha generalmente lo scopo di mantenere un ambiente freddo a una temperatura inferiore a quella dell'ambiente esterno; ciò si ottiene molto spesso utilizzando le macchine frigorifere a compressione di vapore oggetto del presente paragrafo.

### Ciclo inverso di Carnot

Per introdurre alcuni aspetti importanti della refrigerazione a compressione di vapore è indispensabile considerare in premessa il ciclo inverso a vapore di Carnot. Tale ciclo si ottiene semplicemente invertendo il ciclo diretto introdotto nel Paragrafo 6.5. La Figura 8.10 rappresenta lo schema della macchina e, sul piano  $T-s$ , un ciclo inverso di Carnot operante tra una sorgente termica a temperatura  $T_F$  e un ambiente a più elevata temperatura  $T_C$ . Il ciclo è eseguito da un fluido refrigerante che circola in regime stazionario attraverso la serie dei dispositivi che costituiscono la macchina frigorifera. Tutti i processi sono internamente reversibili; inoltre, si ammette che gli scambi di calore tra il fluido e gli ambienti a temperatura  $T_F$  e  $T_C$  avvengano senza differenze di temperatura, escludendo così le irreversibilità esterne. I trasferimenti di energia indicati sullo schema sono positivi nei versi indicati dalle frecce.

Si segue ora il fluido refrigerante nel suo passaggio attraverso ciascun componente del sistema, partendo dall'ingresso all'evaporatore. Il fluido entra nell'evaporatore sotto forma di miscela bifase liquido-vapore allo stato 4; a seguito del trasferimento di calore al refrigerante (calore sottratto alla sorgente termica a temperatura  $T_F$ ), nell'evaporatore parte del refrigerante cambia fase e si trasforma da liquido in vapore, con conseguente aumento del titolo della miscela. La temperatura e la pressione del fluido refrigerante rimangono costanti durante il passaggio dallo stato 4 allo stato 1. Il refrigerante viene poi compresso adiabaticamente dallo stato 1, in cui la miscela è bifase, allo stato 2, ove il vapore è saturo secco. Durante questo processo, la temperatura del refrigerante aumenta da  $T_F$  a  $T_C$  e la pressione aumenta corrispondentemente. Il refrigerante passa quindi al condensatore, entro il quale cambia nuovamente fase, passando dallo stato di vapore saturo secco a quello di liquido saturo, a seguito della cessione di calore all'ambiente a temperatura  $T_C$ . La temperatura e



**Figura 8.10** Ciclo di Carnot inverso a vapore.

la pressione rimangono costanti nel passaggio dallo stato 2 allo stato 3. Il refrigerante infine ritorna allo stato iniziale in ingresso all'evaporatore mediante un'espansione adiabatica in turbina. Nel processo di espansione dallo stato 3 allo stato 4 la temperatura decresce da  $T_C$  a  $T_F$  e si ha una contemporanea diminuzione di pressione.

Dal momento che il ciclo inverso di Carnot è costituito da trasformazioni internamente reversibili, le aree sul piano  $T-s$  sottendono il calore scambiato. In base all'Equazione 7.40, l'area 1-a-b-4-1 rappresenta il calore fornito per unità di massa al fluido refrigerante dalla sorgente termica a bassa temperatura, mentre l'area 2-a-b-3-2 rappresenta il calore ceduto per unità di massa dal refrigerante all'ambiente ad alta temperatura. Infine l'area racchiusa dal ciclo 1-2-3-4-1 rappresenta il calore netto ceduto dal refrigerante, che uguaglia il lavoro netto compiuto sul refrigerante. Il lavoro netto è pari alla differenza tra il lavoro di compressione in ingresso e il lavoro di espansione della turbina in uscita.

Il coefficiente di prestazione  $\beta$  di qualsiasi ciclo frigorifero è dato dal rapporto tra l'effetto utile di refrigerazione (quantità di calore sottratta all'ambiente freddo) e il lavoro netto necessario in ingresso per realizzare il ciclo. Per il ciclo inverso di Carnot a vapore in Figura 8.10, il coefficiente di prestazione è:

$$\begin{aligned}\beta_{\max} &= \frac{\dot{Q}_i/\dot{m}}{\dot{L}_c/\dot{m} - \dot{L}_t/\dot{m}} \\ &= \frac{\text{area 1-a-b-4-1}}{\text{area 1-2-3-4-1}} = \frac{T_F(s_a - s_b)}{(T_C - T_F)(s_a - s_b)} \\ &= \frac{T_F}{T_C - T_F}\end{aligned}\quad (8.18)$$

Questa equazione, che corrisponde all'Equazione 6.7, rappresenta il massimo coefficiente di prestazione teorico ottenibile con un ciclo frigorifero operante tra le regioni a temperatura  $T_C$  e  $T_F$ .

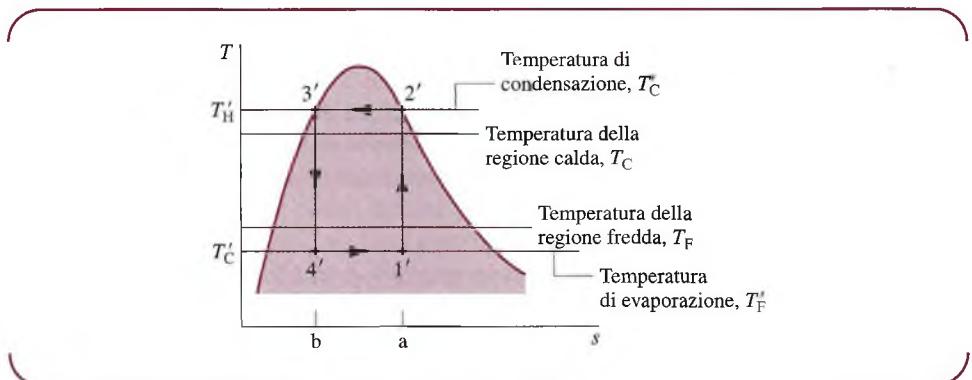
### Differenze tra cicli reali e ciclo di Carnot inverso

Le macchine frigorifere a compressione di vapore reali si differenziano in modo significativo dalla macchina di Carnot considerata in precedenza e hanno coefficienti di prestazione inferiori al valore calcolato con l'Equazione 8.18.

Si esaminano di seguito i tre principali elementi di differenziazione dei cicli reali dal ciclo ideale di Carnot.

- Una delle differenze più significative tra cicli reali e ciclo ideale si riferisce al trasferimento di calore tra fluido refrigerante e serbatoi termici. Nelle macchine reali, questi processi di scambio termico non possono avvenire reversibilmente, come si è supposto avvengano in un ciclo ideale. In particolare, per sottrarre alla sorgente fredda la quantità di calore necessaria a mantenerne la temperatura al valore  $T_F$  utilizzando un evaporatore di normali dimensioni, la temperatura del refrigerante  $T'_F$  deve essere di parecchi gradi inferiore a  $T_F$ , come mostrato nel diagramma  $T-s$  di Figura 8.11, ove si assume ora che l'evaporazione del refrigerante avvenga alla temperatura  $T'_F < T_F$ . Analogamente, per ottenere le prestazioni di scambio termico richieste al condensatore, la temperatura del refrigerante,  $T'_C$ , deve essere superiore di parecchi gradi a quella del serbatoio termico  $T_C$ , come rappresentato sul diagramma  $T-s$  di Figura 8.11, ove si assume che la condensazione avvenga alla temperatura  $T'_C > T_C$ . Mantenere la temperatura del refrigerante negli scambiatori di calore a  $T'_F$  e  $T'_C$  invece che, rispettivamente, a  $T_F$  e  $T_C$ , ha l'effetto di ridurre il coefficiente di prestazione, come si può dedurre esprimendo il coefficiente di prestazione del ciclo frigorifero 1'-2'-3'-4'-1' di Figura 8.11 nella forma

$$\beta' = \frac{\text{area 1'-a-b-4'-1'}}{\text{area 1'-2'-3'-4'-1'}} = \frac{T'_F}{T'_C - T'_F} \quad (8.19)$$



**Figura 8.11** Confronto tra le temperature del condensatore e dell'evaporatore con quelle delle regioni calda e fredda.

Confrontando le aree che si riferiscono alle espressioni per  $\beta_{\max}$  e  $\beta'$ , è immediato osservare che  $\beta'$  è minore di  $\beta_{\max}$ . Questa conclusione, relativa all'effetto della temperatura del refrigerante sul coefficiente di prestazione, è valida anche per le macchine a compressione di vapore considerate nel successivo Paragrafo 8.6.

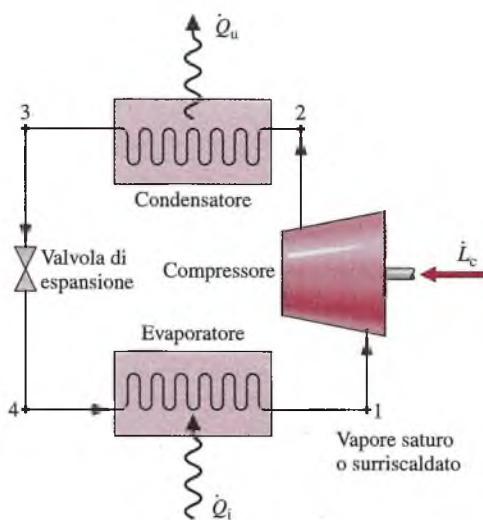
- Anche quando si tenesse conto della inevitabile presenza di differenze di temperatura tra il refrigerante e gli ambienti ad alta e a bassa temperatura, il ciclo frigorifero a compressione di vapore di Figura 8.11 sarebbe ben lontano dal costituire il prototipo di una macchina frigorifera reale. Riferendosi ancora alla figura, si può notare che nella compressione dallo stato 1' allo stato 2' il fluido refrigerante rimane sempre nello stato di miscela bifase liquido-vapore; un processo di questo tipo, comunemente denominato *compressione umida*, è, per quanto possibile, da evitare perché la presenza di goccioline di liquido nel vapore può danneggiare il compressore. Nelle macchine reali, il compressore opera esclusivamente con vapore, e il processo è detto *compressione secca*.
- Un'altra caratteristica che rende la realizzazione pratica del ciclo di Figura 8.11 poco attraente è il processo di espansione da liquido saturo, nello stato 3', a uno stato di miscela liquido-vapore a basso titolo, nello stato 4'. Questa espansione fornisce una quantità di lavoro molto bassa se paragonata a quella richiesto per il processo di compressione; il lavoro erogabile da una turbina reale sarebbe peraltro ancora inferiore perché in queste condizioni operative le turbine hanno tipicamente rendimenti molto bassi. Di conseguenza, si preferisce rinunciare al lavoro ottenibile dalla turbina sostituendola, nel caso reale, con una semplice valvola di laminazione attraverso cui far avvenire l'espansione, con un conseguente contenimento dei costi di realizzazione e di manutenzione dell'impianto. I componenti reali della macchina frigorifera, come risultanti dalle considerazioni sopra esposte, sono illustrati in Figura 8.12, dove si ipotizza che la compressione sia secca. Questo ciclo, noto con il nome di *ciclo frigorifero a compressione di vapore*, sarà argomento del prossimo paragrafo.

## 8.6 Analisi dei sistemi frigoriferi a compressione di vapore

I sistemi frigoriferi a compressione di vapore sono i più comuni sistemi di refrigerazione utilizzati ai giorni nostri. Questo paragrafo presenta alcune importanti caratteristiche di tali sistemi e ne illustra la modellizzazione termodinamica.

### 8.6.1 Stima dei principali termini di lavoro e calore

Si consideri il sistema a compressione di vapore illustrato in Figura 8.12, operante in regime stazionario; nella figura sono indicati i principali termini di lavoro e di calore, positivi nella direzione indicata dalle frecce. Nell'analisi dei vari componenti si trascureranno



**Figura 8.12** Componenti di un sistema frigorifero a compressione di vapore.

sempre le variazioni di energia cinetica e potenziale. Lo studio inizia dall'evaporatore, il componente dell'impianto tramite il quale si ottiene l'effetto frigorifero desiderato.

- Nel passaggio attraverso l'evaporatore il refrigerante riceve calore e vaporizza. Per un volume di controllo che racchiude il solo lato refrigerante dell'evaporatore, i bilanci di massa e di energia si riducono a

$$\frac{\dot{Q}_i}{\dot{m}} = h_1 - h_4 \quad (8.20)$$

dove  $\dot{m}$  è la portata massica di refrigerante. La potenza termica  $\dot{Q}_i$  scambiata all'evaporatore viene indicata come **potenza frigorifera**, espressa nel Sistema Internazionale in kW, o, in alternativa, in Btu/h o anche in ton, unità equivalente a 12.000 Btu/h e circa pari a 3517 W.

- Il refrigerante che lascia l'evaporatore passa al compressore, ove subisce un forte incremento di temperatura e pressione. Nell'ipotesi che non vi siano trasferimenti di calore, i bilanci di massa e di energia per un volume di controllo che racchiude il compressore si riducono a

$$\frac{\dot{L}_c}{\dot{m}} = h_2 - h_1 \quad (8.21)$$

dove  $\dot{L}_c/\dot{m}$  è l'energia assorbita per unità di massa di refrigerante.

- Il refrigerante passa poi attraverso il condensatore, in cui cede calore all'ambiente circostante condensando. I bilanci di massa ed energia per un volume di controllo che racchiude il lato refrigerante del condensatore è

$$\frac{\dot{Q}_u}{\dot{m}} = h_2 - h_3 \quad (8.22)$$

- Il refrigerante allo stato 3 entra nella valvola di espansione alla pressione di condensazione e si espande fino alla pressione di evaporazione. Tale processo è generalmente modellizzato come processo di laminazione, per cui

$$h_4 = h_3 \quad (8.23)$$

Nell'espansione adiabatica irreversibile la pressione del refrigerante diminuisce e contemporaneamente si verifica un aumento dell'entropia specifica. Il refrigerante esce dalla valvola nello stato 4 come miscela bifase liquido-vapore.

Nei sistemi a compressione di vapore, la potenza netta entrante è uguale alla potenza del compressore, in quanto la valvola di espansione non scambia lavoro. Utilizzando le quantità e le espressioni appena introdotte, il coefficiente di prestazione del sistema di refrigerazione a compressione di vapore rappresentato in Figura 8.12 è

$$\beta = \frac{\dot{Q}_1/\dot{m}}{\dot{L}_c/\dot{m}} = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1} \quad (8.24)$$

Posto che gli stati da 1 a 4 siano fissati, si possono usare le Equazioni dalla 8.20 alla 8.24 per determinare le quantità di lavoro e di calore scambiate, nonché il coefficiente di prestazione del ciclo di Figura 8.12. Poiché le relazioni sono state sviluppate a partire dalle equazioni di bilancio di massa e di energia, esse sono applicabili sia ai sistemi reali, nei quali sono presenti irreversibilità nei processi che hanno luogo nell'evaporatore, nel compressore e nel condensatore, sia ai sistemi ideali, in cui tali effetti irreversibili non si manifestano. Sebbene le irreversibilità associate all'evaporatore, al condensatore e al compressore possano influenzare notevolmente le prestazioni complessive della macchina, è qui utile analizzare un ciclo ideale, nel quale si trascurano tali effetti; tale ciclo costituisce infatti il limite superiore per le prestazioni di un ciclo inverso a compressione di vapore.

### 8.6.2 Prestazioni dei sistemi a compressione di vapore

Se si trascurano le irreversibilità nell'evaporatore e nel condensatore, nel loro attraversamento non vi sono cadute di pressione dovute agli attriti e il refrigerante esegue le trasformazioni di condensazione e di evaporazione a pressione costante; se inoltre la compressione avviene in modo reversibile e si trascurano gli scambi di calore con l'ambiente esterno, si ottiene il ciclo a compressione di vapore indicato con 1-2s-3-4-1 sul diagramma  $T-s$  in Figura 8.13. Tale ciclo è costituito dalla seguente serie di processi.

**Processo 1-2s** Compressione isoentropica del refrigerante dallo stato 1 allo stato 2s, che si trova alla pressione di condensazione.

**Processo 2s-3** Sottrazione di calore dal refrigerante che attraversa a pressione costante il condensatore, uscendo in condizioni di liquido allo stato 3.

**Processo 3-4** Processo di laminazione dallo stato 3 allo stato 4, nel quale il refrigerante viene a trovarsi nello stato di miscela liquido-vapore.

**Processo 4-1** Conferimento di calore al refrigerante, che attraversa a pressione costante l'evaporatore completando il ciclo.

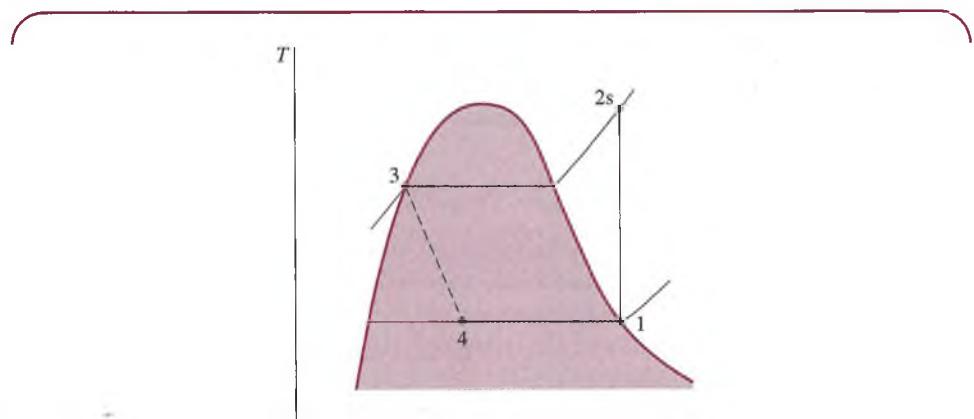


Figura 8.13 Diagramma  $T-s$  di un ciclo a compressione di vapore ideale.

Tutti i processi sono internamente reversibili a eccezione del processo di laminazione. Nonostante la presenza di un processo irreversibile, il ciclo è normalmente indicato come **ciclo ideale a compressione di vapore**.

L'esempio seguente illustra l'analisi di un ciclo ideale a compressione di vapore mediante l'applicazione del primo e del secondo principio della termodinamica e il calcolo delle proprietà termodinamiche.

### Ciclo inverso ideale a compressione di vapore

### ESEMPIO 8.5

Un ciclo inverso ideale a compressione di vapore interagisce con una regione fredda a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  e con una regione calda a  $26\text{ }^{\circ}\text{C}$ ; il fluido di lavoro è il refrigerante 134a. Del vapore secco entra nel compressore a  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  e il liquido saturo lascia il condensatore a  $26\text{ }^{\circ}\text{C}$ . La portata massica è di  $0.08\text{ kg/s}$ . Determinare: (a) la potenza del compressore, in kW, (b) la potenza frigorifera, in tons, (c) il coefficiente di prestazione e (d) il coefficiente di prestazione di un ciclo inverso di Carnot operante tra le temperature  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $26\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

#### Soluzione

**Elementi noti** Il fluido di lavoro di un ciclo inverso ideale a compressione di vapore è refrigerante 134a. Sono noti gli stati del refrigerante all'ingresso del compressore e all'uscita del condensatore, nonché la portata massica del fluido.

**Da determinare** Determinare la potenza del compressore in kW, la potenza frigorifera in tons, il coefficiente di prestazione e il coefficiente di prestazione di un ciclo inverso di Carnot operante tra le medesime regioni calda e fredda.

#### Schema e dati forniti

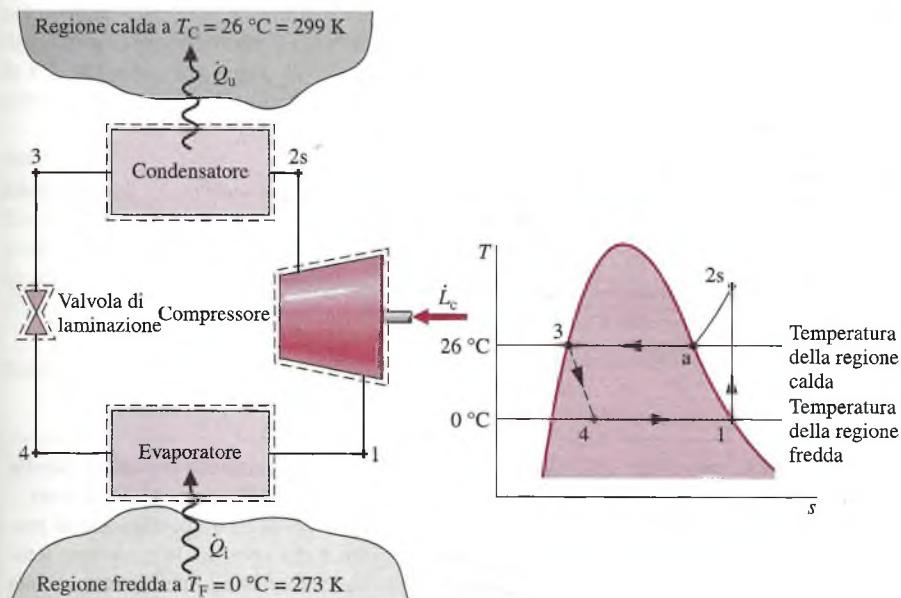


Figura E8.5

#### Ipotesi

1. Ciascun componente del ciclo viene analizzato come un volume di controllo in stato stazionario. I volumi di controllo sono indicati sulla figura mediante linee tratteggiate.
2. A eccezione dell'espansione attraverso la valvola di laminazione, tutti i processi che il refrigerante subisce sono internamente reversibili.
3. Il compressore e la valvola di espansione operano in modo adiabatico.
4. Nel compressore entra vapore secco secco e dal condensatore esce liquido saturo.

**Proprietà** Preliminariamente si procede al calcolo delle proprietà per gli stati principali indicati sul diagramma  $T\text{-}s$ . All'ingresso del compressore il refrigerante si trova nello stato di vapore secco a 0 °C, per cui, dalla Tabella T-6, si ha  $h_1 = 247.23 \text{ kJ/kg}$  e  $s_1 = 0.9190 \text{ kJ/(kg K)}$ .

La pressione allo stato 2s è pari alla pressione di saturazione corrispondente a 26 °C, ovvero  $p_2 = 6.853 \text{ bar}$ . Lo stato 2s è completamente determinato da  $p_2$  e dal fatto che l'entropia specifica resta costante durante il processo di compressione, che è adiabatico e internamente reversibile, perciò  $s_{2s} = s_1$ . Lo stato 2s è di vapore surriscaldato, con  $h_{2s} = 264.7 \text{ kJ/kg}$ .

Lo stato 3 è di liquido saturo a 26 °C, per cui  $h_3 = 85.75 \text{ kJ/kg}$ . L'espansione avviene adiabaticamente attraverso la valvola di laminazione (ipotesi 3), per cui  $h_4 = h_3$ .

**Analisi** (a) Il lavoro fornito al compressore è

$$\dot{L}_c = \dot{m}(h_{2s} - h_1)$$

dove  $\dot{m}$  è la portata massica di refrigerante. Sostituendo i valori numerici si ha

$$\dot{L}_c = (0.08 \text{ kg/s})(264.7 - 247.23) \text{ kJ/kg} \left| \frac{1 \text{ kW}}{1 \text{ kJ/s}} \right|$$

$$= 1.4 \text{ kW}$$

(b) La potenza frigorifera è la potenza termica assorbita dal refrigerante nell'evaporatore, data da

$$\dot{Q}_i = \dot{m}(h_1 - h_4)$$

$$= (0.08 \text{ kg/s})[60 \text{ s/min}](247.23 - 85.75) \text{ kJ/kg} \left| \frac{1 \text{ ton}}{211 \text{ kJ/min}} \right|$$

$$= 3.67 \text{ ton}$$

(c) Il coefficiente di prestazione  $\beta$  è

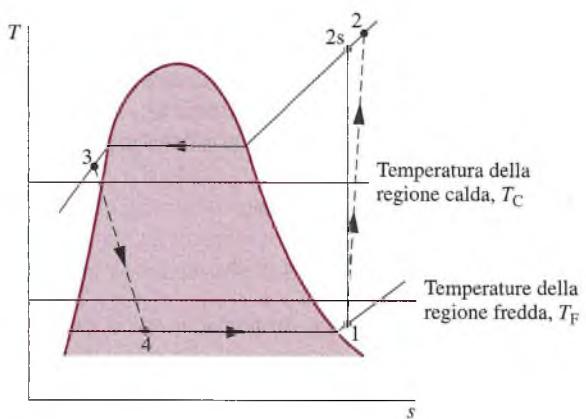
$$\beta = \frac{\dot{Q}_i}{\dot{L}_c} = \frac{h_1 - h_4}{h_{2s} - h_1} = \frac{247.23 - 85.75}{264.7 - 247.23} = 9.24$$

(d) Il coefficiente di prestazione di un ciclo di Carnot che opera tra  $T_C = 299 \text{ K}$  e  $T_F = 273 \text{ K}$  è dato dall'Equazione 8.18 e vale

$$\beta_{\max} = \frac{T_F}{T_C - T_F} = 10.5$$

- 1 Il valore di  $h_{2s}$  può essere ottenuto attraverso una doppia interpolazione dei dati in Tabella T-8 oppure utilizzando il software *Termodinamica Interattiva: TI* in dotazione al testo.
- 2 Come ci si aspettava, il ciclo ideale a compressione di vapore ha un coefficiente di prestazione inferiore a quello di un ciclo inverso di Carnot che operi tra le medesime temperature. Il risultato è da attribuirsi sia agli effetti delle irreversibilità esterne, associate alla fase di desurriscaldamento del refrigerante che ha luogo nel condensatore (Processo 2s-a nel diagramma  $T\text{-}s$ ), sia alle irreversibilità insite nel processo di laminazione.

La Figura 8.14 illustra alcune caratteristiche dei sistemi reali a compressione di vapore. Entrando in dettaglio, lo scambio di calore tra il refrigerante e le regioni calda e fredda non avviene in modo reversibile: la temperatura del refrigerante nell'evaporatore è infatti inferiore a quella della regione fredda a temperatura  $T_F$ , mentre la temperatura del refrigerante nell'evaporatore è superiore a quella della regione calda a temperatura  $T_C$ . L'irreversibilità dei processi di scambio termico penalizza notevolmente il coefficiente di prestazione, che, in particolare, diminuisce al diminuire della temperatura media del refrigerante.



**Figura 8.14** Diagramma  $T$ - $s$  di un ciclo a compressione di vapore reale.

rante nell'evaporatore e al crescere della temperatura del refrigerante nel condensatore. L'Esempio 8.6 illustra gli effetti delle irreversibilità termiche.

### Effetti degli scambi di calore irreversibili sulle prestazioni del ciclo frigorifero a compressione di vapore

#### ESEMPIO 8.6

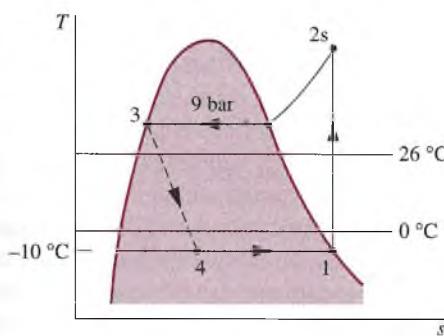
L'Esempio 8.5 viene modificato in modo che tra il fluido refrigerante e gli ambienti caldo e freddo esistano le differenze di temperatura di seguito specificate: il vapore saturo secco entra nel compressore a  $10^\circ\text{C}$ ; il fluido esce dal condensatore come liquido saturo alla pressione di 9 bar. Si determinino, per il ciclo frigorifero così modificato: (a) la potenza del compressore in kW, (b) la potenza frigorifera, in tons, (c) il coefficiente di prestazione. Si confrontino i risultati con quelli dell'Esempio 8.5.

#### Soluzione

**Elementi noti** Un ciclo ideale a compressione di vapore opera con fluido frigorifero R134a. Sono assegnate la temperatura all'evaporatore e la pressione al condensatore; è inoltre assegnata la portata in massa del refrigerante.

**Da determinare** Determinare la potenza del compressore in kW, la potenza refrigerante in tons, il coefficiente di prestazione. Confrontare i risultati con quelli dell'Esempio 8.5.

#### Schema e dati forniti



**Figura E8.6**

#### Ipotesi

- L. Ciascun componente del sistema viene analizzato come un volume di controllo in condizioni stazionarie. I volumi di controllo sono delimitati con linee tratteggiate nella figura a corredo dell'Esempio 8.5.

2. A eccezione del processo di laminazione che avviene all'interno della valvola di espansione, tutti i processi eseguiti dal refrigerante sono internamente reversibili.
3. Il compressore e la valvola di espansione operano adiabaticamente.
4. I termini di energia cinetica e potenziale sono trascurabili.
5. Nel compressore entra vapore saturo secco, dal condensatore esce liquido saturo.

**Analisi** (a) La potenza del compressore è data da

$$\dot{L}_c = \dot{m}(h_{2s} - h_1)$$

dove  $\dot{m}$  è la portata in massa del refrigerante. Sostituendo i valori numerici delle quantità

$$\dot{L}_c = (0.08 \text{ kg/s})(272.39 - 241.35) \text{ kJ/kg} \left| \frac{1 \text{ kW}}{1 \text{ kJ/s}} \right|$$

$$= 2.48 \text{ kW}$$

(b) La potenza frigorifera è

$$\dot{Q}_i = \dot{m}(h_1 - h_4)$$

$$= (0.08 \text{ kg/s})[60 \text{ s/min}](241.35 - 99.56) \text{ kJ/kg} \left| \frac{1 \text{ ton}}{211 \text{ kJ/min}} \right|$$

$$= 3.23 \text{ ton}$$

(c) Il coefficiente di prestazione  $\beta$  è

$$\beta = \frac{\dot{Q}_i}{\dot{L}_c} = \frac{h_1 - h_4}{h_{2s} - h_1} = \frac{241.35 - 99.56}{272.39 - 241.35} = 4.57$$

Paragonando i risultati di questo esempio con quelli dell'Esempio 8.5, si osserva che la potenza richiesta dal compressore è ora più elevata, mentre la potenza frigorifera e il coefficiente di prestazione risultano inferiori a quelli calcolati nell'Esempio 8.5. Ciò mette in evidenza che la presenza di differenze di temperatura tra il fluido operatore e gli ambienti caldo e freddo influenza in notevole misura le prestazioni del sistema.

Ancora con riferimento alla Figura 8.14, si può identificare un altro aspetto che condiziona le prestazioni delle macchine a compressione di vapore reali. Si tratta della presenza di irreversibilità nel processo di compressione, evidenziata dall'uso della linea tratteggiata per collegare gli stati 1 e 2. Il tracciato pone in evidenza l'aumento dell'entropia specifica che necessariamente accompagna una compressione adiabatica irreversibile. La comparazione dei cicli 1-2-3-4-1 e 1-2s-3-4-1 mostra che la potenza refrigerante è la medesima per i due cicli, ma la potenza necessaria per la compressione irreversibile è maggiore di quella richiesta nel ciclo ideale. Corrispondentemente il coefficiente di prestazione del ciclo 1-2-3-4-1 è inferiore a quello del ciclo 1-2s-3-4-1. È possibile tener conto dell'irreversibilità della compressione utilizzando il rendimento isoentropico del compressore che, per il caso descritto in Figura 8.14, è dato da:

$$\eta_c = \frac{(\dot{L}_c/\dot{m})_s}{(\dot{L}_c/\dot{m})} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \quad (8.25)$$

Ulteriori deviazioni dall'idealità derivano dagli effetti degli attriti viscosi, che si manifestano sotto forma di cadute di pressione nel passaggio del fluido operatore attraverso l'eva-

poratore, il condensatore, i condotti di connessione tra i vari componenti della macchina. Tali cadute di pressione non sono evidenziate nel diagramma  $T-s$  di Figura 8.14 e, per semplicità, non saranno considerate nel seguito.

Si segnalano ancora due particolarità dei cicli reali a compressione di vapore che si possono notare in Figura 8.14. Si tratta a) della condizione di uscita dall'evaporatore (stato 1), che corrisponde a uno stato di vapore surriscaldato invece che di vapore saturo secco come mostrato in Figura 8.13, b) dello stato sottoraffreddato del liquido all'uscita del condensatore (stato 3), non coincidente con quello di liquido saturo mostrato in Figura 8.13.

L'Esempio 8.7 illustra gli effetti dell'irreversibilità della compressione e del sottoraffreddamento all'uscita del condensatore sulle prestazioni dei sistemi di refrigerazione a compressione di vapore.

### Ciclo frigorifero reale a compressione di vapore

### ESEMPIO 8.7

Si consideri nuovamente il ciclo inverso a compressione di vapore dell'Esempio 8.5, assumendo ora nell'analisi che il compressore abbia un rendimento dell'80% e che, inoltre, la temperatura del liquido che lascia il condensatore sia di  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Determinare per il ciclo così modificato (a) la potenza del compressore, in kW, (b) la potenza frigorifera, in tons, e (c) il coefficiente di prestazione.

#### Soluzione

**Elementi noti** Il compressore di un ciclo inverso a compressione di vapore ha un rendimento dell'80%.

**Da determinare** Determinare la potenza del compressore, in kW, la capacità frigorifera, in tons, e il coefficiente di prestazione.

#### Schema e dati forniti

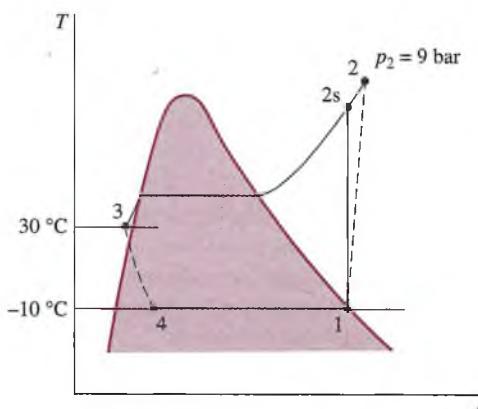


Figura E8.7

#### Ipotesi

1. Ciascun componente del ciclo viene analizzato come un volume di controllo in regime stazionario.
2. Si trascurano le cadute di pressione nel condensatore e nell'evaporatore.
3. Il compressore opera adiabaticamente con un rendimento dell'80%. Attraverso la valvola si ha un processo di laminazione.
4. I termini di energia cinetica e potenziale sono trascurabili.
5. Il vapore è saturo secco all'entrata del condensatore; il liquido lascia il condensatore a  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

**Proprietà** Per prima cosa si calcolano le proprietà negli stati che caratterizzano il ciclo. Lo stato 1 è lo stesso dell'Esempio 8.6 per cui  $h_1 = 241.35 \text{ kJ/kg}$ . A causa della presenza di irreversibilità durante la compressione adiabatica, l'entropia specifica aumenta tra l'ingresso e

l'uscita del compressore. Lo stato all'uscita del compressore, stato 2, può essere determinato utilizzando il rendimento del compressore

$$\eta_c = \frac{(\dot{L}_c/\dot{m})_s}{\dot{L}_c/\dot{m}} = \frac{(h_{2s} - h_1)}{(h_2 - h_1)}$$

dove  $h_{2s}$  è l'entalpia specifica allo stato 2s, come indicato nel diagramma  $T-s$ . Dalla soluzione dell'Esempio 8.6,  $h_{2s} = 272.39 \text{ kJ/kg}$ . Risolvendo rispetto a  $h_2$  e sostituendo i valori numerici si ha

$$h_2 = \frac{h_{2s} - h_1}{\eta_c} + h_1 = \frac{(272.39 - 241.35)}{(0.80)} + 241.35 = 280.15 \text{ kJ/kg}$$

Lo stato all'uscita del condensatore, stato 3, si trova nella regione del liquido. L'entalpia specifica viene calcolata con metodo approssimato utilizzando l'Equazione 4.14 e i dati relativi al liquido saturo a 30 °C, come segue:  $h_3 \approx h_f = 91.49 \text{ kJ/kg}$ .

**Analisi** (a) La potenza del compressore è

$$\begin{aligned} \dot{L}_c &= \dot{m}(h_2 - h_1) \\ &= (0.08 \text{ kg/s})(280.15 - 241.35) \text{ kJ/kg} \left| \frac{1 \text{ kW}}{1 \text{ kJ/s}} \right| = 3.1 \text{ kW} \end{aligned}$$

(b) La potenza frigorifera è

$$\begin{aligned} \dot{Q}_i &= \dot{m}(h_1 - h_4) \\ &= (0.08 \text{ kg/s})[60 \text{ s/min}](241.35 - 91.49) \text{ kJ/kg} \left| \frac{1 \text{ ton}}{211 \text{ kJ/min}} \right| \\ &= 3.41 \text{ ton} \end{aligned}$$

(c) Il coefficiente di prestazione vale

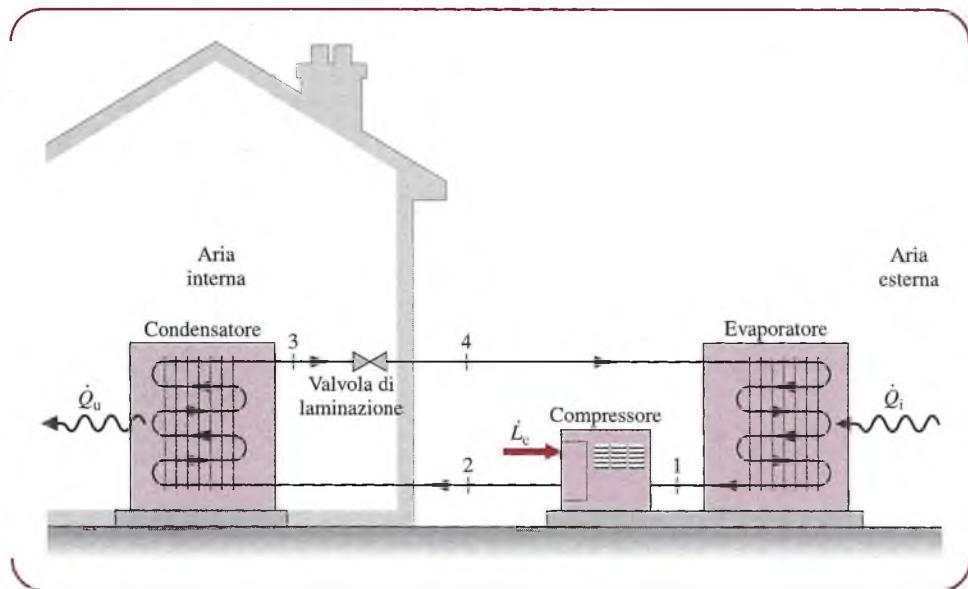
$$\beta = \frac{(h_1 - h_4)}{(h_2 - h_1)} = \frac{(241.35 - 91.49)}{(280.15 - 241.35)} = 3.86$$

- 1 Le irreversibilità presenti nel compressore provocano un aumento della potenza necessaria al compressore rispetto al caso di compressione isoentropica dell'Esempio 8.6 e, di conseguenza, il coefficiente di prestazione è inferiore.

## 8.7 Pompe di calore a compressione di vapore

Le pompe di calore sono spesso utilizzate per mantenere la temperatura all'interno degli edifici al di sopra della temperatura dell'ambiente esterno o per fornire calore in processi industriali ad alta temperatura. I sistemi a pompa di calore a compressione di vapore hanno molte caratteristiche in comune con i sistemi di refrigerazione considerati finora.

In particolare, il metodo di analisi delle pompe di calore a compressione di vapore è lo stesso già utilizzato per lo studio dei cicli frigoriferi a compressione di vapore, e si applicano le considerazioni formulate precedentemente in relazione alle differenze tra sistemi reali e sistemi ideali. Come illustrato in Figura 8.15, una **pompa di calore a compressione di vapore** per riscaldamento presenta, anche se lo scopo del sistema è diverso, gli stessi componenti di base di un sistema di refrigerazione a compressione di vapore: il compressore, il condensatore, la valvola di espansione e l'evaporatore. Infatti, nelle pompe di calore.



**Figura 8.15** Pompa di calore ad aria.

$\dot{Q}_i$  è fornito dall'esterno mentre  $\dot{Q}_u$  è fornito all'edificio o, comunque, all'utilizzatore, e costituisce l'effetto utile; anche in questo caso, come nel ciclo frigorifero, è necessario fornire una certa quantità di lavoro per realizzare lo scopo.

Il coefficiente di prestazione di una semplice pompa di calore a compressione di vapore il cui ciclo è rappresentato in Figura 8.15 è

$$\gamma = \frac{\dot{Q}_u/m}{\dot{L}_c/m} = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1} \quad (8.26)$$

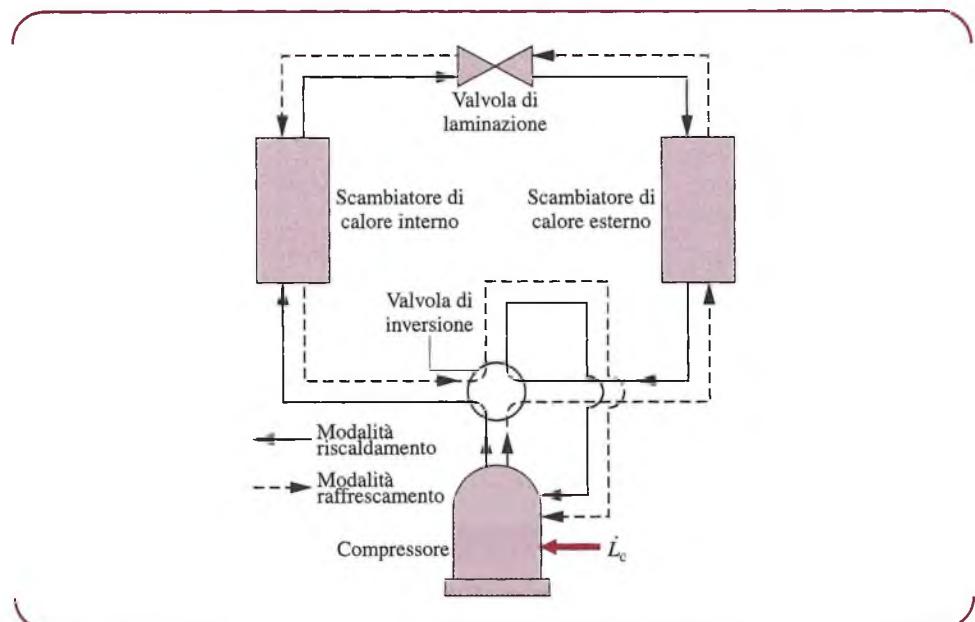
Il valore di  $\gamma$  non può mai essere inferiore all'unità.

Sono disponibili diverse fonti naturali di calore atte a fornire energia al fluido refrigerante nell'evaporatore; tra queste si citano l'aria esterna, il terreno e l'acqua in laghi, fiumi o pozzi. Come fonte energetica per alimentare una pompa di calore è anche possibile utilizzare un liquido che, riscaldato attraverso un collettore solare, viene immagazzinato in un serbatoio coibentato. Le pompe di calore industriali possono invece utilizzare come fonte di calore a bassa temperatura il calore di scarto o i fluidi caldi derivanti da processi; in questi casi è possibile raggiungere temperature al condensatore relativamente elevate.

Nelle pompe di calore a compressione di vapore per il riscaldamento del tipo più comune, l'evaporatore scambia calore direttamente con l'aria esterna. Queste **pompe di calore ad aria** possono anche essere utilizzate per il raffrescamento estivo utilizzando una valvola di inversione, come illustrato in Figura 8.16, ove le linee continue indicano il percorso del refrigerante in modalità di riscaldamento. Per utilizzare gli stessi componenti per il condizionamento estivo, viene azionata la valvola di inversione e il refrigerante segue il percorso indicato dalla linea tratteggiata. In modalità di raffreddamento, lo scambiatore di calore all'esterno diventa il condensatore e lo scambiatore di calore all'interno diventa l'evaporatore. Anche se le pompe di calore possono essere caratterizzate da maggiori costi di installazione e d'uso rispetto ad altre tipologie di impianto per riscaldamento, esse possono divenire competitive proprio in considerazione della possibilità di duplice uso.

## 8.8 Fluidi di lavoro per sistemi di potenza e di refrigerazione a vapore

I sistemi di potenza a vapore utilizzano in prevalenza acqua poiché questo fluido è abbondante, a basso costo, atossico, chimicamente stabile e relativamente non corrosivo.



**Figura 8.16** Esempio di una pompa di calore ad aria invertibile.

I sistemi di generazione a vapore per usi speciali possono impiegare altri fluidi di lavoro che presentino caratteristiche migliori di quelle dell'acqua per le applicazioni particolari. Per esempio, i sistemi di generazione a vapore destinati all'uso nelle regioni artiche potrebbero utilizzare propano, che a 1 atm condensa a circa  $-40^{\circ}\text{C}$ . D'altra parte, non è stato finora trovato alcun fluido di lavoro che, nel complesso, presenti caratteristiche più soddisfacenti di quelle dell'acqua nei grandi impianti per la produzione di energia elettrica.

Per gli impianti di refrigerazione e per le pompe di calore, le classi dei CFC (cloro-fluorocarburi), come il refrigerante R12 ( $\text{CCl}_2\text{F}_2$ ), comunemente detto *Freon*, sono stati ritenuti i fluidi di lavoro più appropriati fino agli anni '90. Tuttavia, a causa degli effetti che questi refrigeranti, contenenti cloro, hanno sullo strato di ozono che protegge la terra, l'uso dei CFC viene oggi gradualmente eliminato in base ad accordi internazionali. Una classe di refrigeranti, detti HFC, in cui atomi di idrogeno sostituiscono atomi di cloro, è attualmente considerata come sostituto ecologicamente accettabile per i CFC. Il refrigerante R134a ( $\text{CF}_3\text{CH}_2\text{F}$ ) utilizzato in questo testo ha sostituito il refrigerante R12 in molte applicazioni di refrigerazione e a pompa di calore. Molti altri fluidi refrigeranti stanno peraltro trovando crescente applicazione negli usi civili e industriali.

## Sommario e guida allo studio

In questo capitolo si sono studiati i sistemi di generazione, i sistemi di refrigerazione e le pompe di calore a compressione di vapore. Si sono esaminate le caratteristiche reali di tali sistemi e se ne è illustrata la modellizzazione, discutendo le principali irreversibilità e le perdite connesse al loro funzionamento.

I componenti principali dell'impianto a vapore semplice sono stati illustrati utilizzando il ciclo Rankine. Si sono poi introdotte modifiche al ciclo a vapore semplice, volte a migliorarne le prestazioni generali, tra esse il surriscaldamento, il risurriscaldamento e la rigenerazione. Si sono quindi determinate le quantità di lavoro e di calore scambiate e

l'efficienza termica del sistema. Sono stati inoltre esaminati gli effetti delle irreversibilità sulle prestazioni. La principale irreversibilità interna è associata all'espansione in turbina e se ne tiene conto utilizzando il rendimento isoentropico della turbina.

Le prestazioni di un semplice sistema di refrigerazione o a pompa di calore sono state descritte utilizzando il ciclo a compressione di vapore, per il quale si sono valutati i principali termini di lavoro e di calore scambiato, così come due importanti parametri di prestazione: il coefficiente di prestazione e la potenza di refrigerazione. Si sono esaminati

gli effetti delle irreversibilità sulle prestazioni durante i processi di compressione e di espansione attraverso la valvola di laminazione, così come gli effetti delle irreversibilità connesse agli scambi di calore tra il refrigerante e le regioni calda e fredda.

La seguente checklist fornisce una guida allo studio del capitolo. Una volta terminato lo studio del testo e lo svolgimento degli esercizi a fine capitolo, il lettore dovrebbe essere in grado di:

- interpretare il significato dei termini chiave evidenziati nel testo;
- disegnare lo schema e i diagrammi  $T-s$  del ciclo Rankine, anche con risurriscaldamento e con rigenerazione;
- applicare i principi di conservazione di massa e di energia, il secondo principio e il calcolo delle proprietà per determinare

le prestazioni del ciclo Rankine, in particolare il rendimento termico, la potenza netta in uscita e la portata massica;

- discutere gli effetti sulle prestazioni del ciclo Rankine di diversi valori di pressione al generatore di vapore ad al condensatore e della temperatura di ingresso in turbina;
- tracciare i diagrammi  $T-s$  dei cicli inversi a compressione di vapore per gli impianti frigoriferi e a pompa di calore, mostrando correttamente la relazione tra la temperatura del refrigerante e le temperature delle regioni calda e fredda;
- applicare i principi di conservazione di massa ed energia, il secondo principio e il calcolo delle proprietà per determinare le prestazioni dei cicli di refrigerazione a compressione di vapore e dei cicli a pompa di calore, compresa la valutazione della potenza meccanica richiesta, del coefficiente di prestazione e della potenza frigorifera o erogata.

## Esercizi

### Ciclo Rankine

- 8.1** Si consideri un ciclo Rankine ideale avente acqua come fluido di lavoro. La pressione al condensatore è di 8 kPa e il vapore saturo entra nella turbina a (a) 18 MPa e (b) 4 MPa. La potenza netta uscente dal ciclo è di 100 MW. Determinare in ciascun caso la portata massica di vapore, in kg/h, il flusso termico scambiato al condensatore e in caldaia, in kW, e il rendimento termico.
- 8.2** Si consideri un ciclo Rankine ideale avente acqua come fluido di lavoro. Il vapore surriscaldato entra nella turbina a 8 MPa e 480 °C. La pressione al condensatore è di 8 kPa. La potenza netta uscente dal ciclo è di 100 MW. Determinare:
- (a) il flusso termico scambiato dal fluido di lavoro che attraversa la caldaia, in kW.
  - (b) il rendimento termico.
  - (c) la portata massica dell'acqua di raffreddamento, in kg/h, sapendo che entra nel condensatore a 15 °C ed esce a 35 °C, con una variazione di pressione trascurabile.
- 8.3** Si tracci il grafico di ciascuna delle quantità calcolate nel Problema 8.2 rispetto alla pressione del condensatore, nell'intervallo da 6 kPa a 0.1 MPa e si discuta il risultato ottenuto.
- 8.4** Si tracci il grafico di ciascuna delle quantità calcolate nel Problema 8.2 rispetto alla pressione della caldaia nell'intervallo da 4 MPa a 24 MPa, mantenendo la temperatura di ingresso in turbina a 480 °C. Si discuta il risultato ottenuto.
- 8.5** Si consideri un ciclo Rankine ideale avente acqua come fluido di lavoro. Il vapore saturo entra nella turbina a 18 MPa. La pressione al condensatore è di 6 kPa. Determinare:
- (a) il lavoro netto per unità di massa del vapore, in kJ/kg;

- (b) il flusso termico ricevuto dal fluido di lavoro che attraversa la caldaia, in kJ/kg di vapore;
- (c) il rendimento termico;
- (d) il flusso termico ceduto all'acqua di raffreddamento che attraversa il condensatore, in kJ/kg di vapore condensato.

- 8.6** Un impianto solare per la produzione di energia elettrica ha come fluido di lavoro refrigerante 134a che opera secondo un ciclo Rankine ideale. Il vapore saturo entra nella turbina a 60 °C e il condensatore lavora alla pressione di 6 bar. La potenza entrante nei collettori, dovuta alla radiazione solare, è di 0.4 kW per m<sup>2</sup> di collettore. Determinare la superficie dei collettori, in m<sup>2</sup>, per kW di potenza sviluppata dall'impianto.
- 8.7** Riprendere il Problema 8.2 assumendo che la turbina e la pompa abbiano un rendimento isoentropico di 85% e 70% rispettivamente. Determinare, per il ciclo così modificato:
- (a) il rendimento termico;
  - (b) la portata massica di vapore, in kg/h, che produce una potenza netta in uscita di 100 MW;
  - (c) la portata massica di acqua di raffreddamento, in kg/h, sapendo che entra nel condensatore a 15 °C ed esce a 35 °C, con variazioni di pressione trascurabili.
- 8.8** Del vapore entra nella turbina di un semplice impianto di potenza con una pressione di 10 MPa e temperatura T ed espande adiabaticamente fino a 6 kPa. Il rendimento isoentropico della turbina è 85%. Il liquido saturo esce dal condensatore a 6 kPa e il rendimento isoentropico della pompa è 82%.
- (a) Se T = 580 °C determinare il titolo del vapore all'uscita dalla turbina e il rendimento termico del ciclo.
  - (b) Tracciare il grafico delle grandezze trovate nella parte (a) rispetto a T nell'intervallo 580-700 °C.

**8.9** Del vapore surriscaldato esce dalla caldaia di una centrale elettrica a 8 MPa e 480 °C. Gli effetti dovuti alle perdite di calore e agli attriti delle tubazioni che collegano la caldaia alla turbina riducono la pressione e la temperatura all'ingresso della turbina a 7.6 MPa e 440 °C. La pressione all'uscita della turbina, che compie una trasformazione adiabatica, è di 10 kPa. Il liquido lascia il condensatore a 8 kPa e 36 °C, mentre la pressione aumenta fino a 8.6 MPa all'interno della pompa. La turbina e la pompa hanno rendimento isoentropico pari a 88%. La portata massica del vapore è 79.53 kg/s. Determinare:

- (a) la potenza netta in uscita, in kW;
- (b) il rendimento termico;
- (c) il flusso termico scambiato lungo le tubazioni che collegano la caldaia alla turbina, in kW;
- (d) la portata massica di acqua di raffreddamento, in kg/s, sapendo che entra nel condensatore a 15 °C ed esce a 35 °C, con variazioni di pressione trascurabili.

**8.10** Del vapore surriscaldato a 18 MPa e 560 °C entra nella turbina di un impianto. La pressione all'uscita della turbina è di 0.06 bar e il liquido lascia il condensatore a 0.045 bar e 26 °C. La pompa porta la pressione a 18.2 MPa. La pompa e la turbina hanno rendimento isoentropico pari a 82% e 77% rispettivamente. Determinare, per il ciclo in esame:

- (a) il lavoro netto per unità di massa di vapore, in kJ/kg;
- (b) il calore scambiato dal vapore attraversando la caldaia, in kJ/kg di vapore;
- (c) il rendimento termico;
- (d) il calore ceduto all'acqua di raffreddamento all'interno del condensatore, in kJ/kg di vapore condensato.

### Cicli con risurriscaldamento

**8.11** Del vapore a 10 MPa e 600 °C entra nel primo stadio di una turbina di un ciclo Rankine ideale con risurriscaldamento. Il vapore lascia la sezione di risurriscaldamento a 500 °C e la pressione del condensatore è di 6 kPa. Sapendo che il titolo del vapore all'uscita dal secondo stadio della turbina è 90%, determinare il rendimento termico del ciclo.

**8.12** Il ciclo Rankine ideale del Problema 8.2 viene modificato per includere un risurriscaldamento. Nel ciclo modificato il vapore si espande attraverso il primo stadio della turbina fino a 0.7 MPa e viene riscaldato nuovamente fino a 480 °C. Sapendo che la potenza netta sviluppata è di 100 MW, determinare, per il ciclo modificato:

- (a) il flusso termico trasmesso al fluido di lavoro nella caldaia, in MW;
- (b) il rendimento termico;
- (c) il flusso termico ceduto all'acqua di raffreddamento che attraversa il condensatore, in MW.

**8.13** Un ciclo Rankine ideale con risurriscaldamento utilizza acqua come fluido di lavoro. Le condizioni all'ingresso

del primo stadio della turbina sono 14 MPa e 600 °C; il vapore viene risurriscaldato a 600 °C. Sapendo che la pressione al condensatore è di 6 kPa, tracciare il grafico del rendimento termico del ciclo rispetto alla pressione di risurriscaldamento nell'intervallo da 2 a 12 MPa.

### Cicli rigenerativi

**8.14** Modificare il ciclo Rankine ideale del Problema 8.2 per includere un rigeneratore aperto che opera a 0.7 MPa. Il liquido saturo esce dal rigeneratore a 0.7 MPa. Rispondere alle stesse domande del Problema 8.2 con riferimento al ciclo modificato e discutere i risultati ottenuti.

**8.15** Un impianto di potenza opera secondo un ciclo motore rigenerativo con un rigeneratore aperto. Il vapore entra nel primo stadio della turbina a 12 MPa e 520 °C ed espande fino a 1 MPa, dove una parte del vapore viene spillata e inviata al rigeneratore che lavora a 1 MPa. La parte rimanente del vapore espande attraverso il secondo stadio della turbina fino alla pressione di 6 kPa del condensatore. Il liquido saturo esce dal rigeneratore a 1 MPa. Ipotizzando che i processi all'interno delle turbine e delle pompe siano isoentropici, determinare:

- (a) il rendimento termico del ciclo;
- (b) la portata massica nel primo stadio della turbina, in kg/h, sapendo che la potenza netta prodotta è di 330 MW.

**8.16** Confrontare i risultati del Problema 8.15 con quelli di un ciclo Rankine ideale avente le medesime condizioni di ingresso in turbina e la stessa pressione al condensatore, ma senza rigenerazione.

**8.17** Modificare il ciclo Rankine ideale del Problema 8.5 per includere del vapore surriscaldato che entra nel primo stadio della turbina a 18 MPa e 560 °C e un rigeneratore aperto che opera a 1 MPa. Il liquido saturo esce dal rigeneratore a 1 MPa. Determinare, per il ciclo così modificato:

- (a) il lavoro netto, in kJ/kg di vapore che entra nel primo stadio della turbina;
- (b) il rendimento termico;
- (c) il calore ceduto all'acqua di raffreddamento che circola nel condensatore, in kJ/kg di vapore che entra nel primo stadio della turbina.

**8.18** Rianalizzare il ciclo del Problema 8.17 considerando che ciascuno stadio della turbina e la pompa hanno rendimento isoentropico pari all'85%.

**8.19** Modificare il ciclo Rankine ideale del Problema 8.2 per includere un rigeneratore chiuso che spilla vapore a 0.7 MPa. Il condensato esce come liquido saturo a 0.7 MPa e viene costretto nel condensatore. L'acqua di alimentazione lascia il rigeneratore a 8 MPa e a temperatura uguale a quella di saturazione per 0.7 MPa. Rispondere alle stesse domande del Problema 8.2 e discutere i risultati.

**8.20** Una centrale elettrica lavora con un ciclo a vapore con rigenerazione a rigeneratore chiuso. Il vapore entra nel primo stadio della turbina a 120 bar e

520 °C ed espande fino a 10 bar, dove una parte di vapore viene spillata e inviata al rigeneratore chiuso. Il condensato esce dal rigeneratore come liquido saturo a 10 bar e passa attraverso uno scaricatore di condensa all'interno del condensatore. L'acqua di alimentazione esce dal rigeneratore a 120 bar e 170 °C. La pressione del condensatore è di 0.06 bar. Supponendo che la turbina e la pompa siano isoentropici, determinare:

- (a) il rendimento termico del ciclo;
- (b) la portata massica nel primo stadio della turbina, in kg/h, sapendo che la potenza netta sviluppata è di 320 MW.

**8.21** Considerare nuovamente il ciclo del Problema 8.20 considerando che ciascuno stadio della turbina ha rendimento isoentropico dell'82%, mentre il rendimento della pompa rimane 100%.

#### Sistemi frigoriferi a vapore

**8.22** Un ciclo frigorifero di Carnot a vapore utilizza refrigerante 134a come fluido di lavoro. Il refrigerante entra nel condensatore come vapore saturo a 28° C ed esce in condizioni di liquido saturo. L'evaporatore opera alla temperatura di -10° C. Determinare, in kJ/kg di refrigerante:

- (a) il lavoro in ingresso al compressore;
- (b) il lavoro sviluppato dalla turbina;
- (c) il calore trasmesso al refrigerante che attraversa l'evaporatore.

Qual è il coefficiente di prestazione del ciclo?

**8.23** Un ciclo frigorifero ideale a compressione di vapore opera in condizioni stazionarie con refrigerante 134a come fluido di lavoro. Il vapore saturo entra nel compressore a -10 °C e il liquido saturo esce dal condensatore a 28 °C. La portata massica di refrigerante è di 5 kg/min. Determinare:

- (a) la potenza del compressore, in kW;
- (b) il coefficiente di prestazione.

**8.24** Modificare il ciclo del Problema 8.23 in modo da avere vapore saturo a 1.6 bar in ingresso al compressore e liquido saturo a 9 bar in uscita dal condensatore. Rispondere agli stessi quesiti del Problema 8.23.

**8.25** Tracciare il grafico delle grandezze calcolate nel Problema 8.24 rispetto alla pressione dell'evaporatore nell'intervallo 0.6-4 bar, fissando la pressione del condensatore a 6, 9 e 12 bar.

**8.26** Una portata volumetrica di 1 m<sup>3</sup>/min di refrigerante 134a entra nel compressore di un sistema frigorifero ideale a compressione di vapore come vapore saturo a -16 °C. Il refrigerante lascia il condensatore a 36 °C e 10 bar. Determinare:

- (a) la potenza del compressore, in kW;
- (b) il coefficiente di prestazione.

**8.27** Un ciclo frigorifero ideale a compressione di vapore con ammoniaca come fluido di lavoro, ha la temperatura dell'evaporatore di -20 °C e la pressione del condensatore di 12 bar. Il vapore entra saturo nel compres-

sore e dal condensatore esce liquido saturo. La portata massica di refrigerante è di 3 kg/min. Determinare:

- (a) il coefficiente di prestazione;
- (b) la capacità frigorifera, in tonnellate.

**8.28** Per determinare l'effetto delle variazioni della temperatura dell'evaporatore di un ciclo frigorifero ideale a compressione di vapore si tracci il grafico dell'andamento del coefficiente di prestazione e della capacità frigorifera, in tonnellate, per il ciclo del Problema 8.27, in un intervallo di temperatura di ingresso del vapore saturo nel compressore da -10 °C a -40 °C. Tutte le altre condizioni sono le medesime considerate nel Problema 8.27.

**8.29** Per determinare l'effetto delle variazioni della pressione al condensatore su un ciclo frigorifero ideale a compressione di vapore, si tracci l'andamento del coefficiente di prestazione e della capacità frigorifera, in tonnellate, per il ciclo del Problema 8.27, nell'intervallo di pressioni al condensatore da 8 a 16 bar. Tutte le altre condizioni sono le medesime considerate nel Problema 8.27.

**8.30** Modificare il ciclo del Problema 8.24 in modo da avere un compressore con rendimento isoentropico 80% e la temperatura del liquido a 32 °C. Determinare, per il ciclo modificato:

- (a) la potenza del compressore, in kW;
- (b) il coefficiente di prestazione.

**8.31** In un sistema frigorifero a compressione di vapore circola una portata massica di 6 kg/min di refrigerante 134a, che entra nel compressore a -10 °C e 1.4 bar ed esce a 7 bar. Il compressore ha rendimento isoentropico 67%. Nel condensatore e nell'evaporatore non avvengono cadute di pressione apprezzabili. Il refrigerante esce dal condensatore a 7 bar e 24 °C. Trascurando lo scambio di calore tra il compressore e l'ambiente esterno, determinare:

- (a) il coefficiente di prestazione;
- (b) la potenza frigorifera in kW.

**8.32** Un sistema di refrigerazione a compressione di vapore, che utilizza ammoniaca come fluido operativo, ha le pressioni all'evaporatore e al condensatore pari a 2 e 12 bar rispettivamente. Il refrigerante passa attraverso ciascuno scambiatore di calore con cadute di pressione trascurabili. Le temperature all'ingresso e all'uscita del compressore sono -10 °C e 140 °C rispettivamente. La potenza termica ceduta dal refrigerante nel passaggio nel condensatore è di 15 kW e il liquido esce a 12 bar e 28 °C. Se il compressore opera adiaticamente, determinare:

- (a) la potenza in ingresso al compressore, in kW;
- (b) il coefficiente di prestazione.

#### Pompe di calore a compressione di vapore

**8.33** Una pompa di calore ideale a compressione di vapore, funzionante con refrigerante 134a, fornisce 15 kW di potenza termica necessaria per mantenere un edificio a 20 °C quando la temperatura esterna è di 5 °C. Il vapore saturo esce dall'evaporatore a 2.4 bar e il liquido saturo lascia il condensatore a 8 bar. Calcolare:

- (a) la potenza del compressore, in kW;  
 (b) il coefficiente di prestazione;  
 (c) il coefficiente di prestazione di una pompa di calore di Carnot che opera tra due serbatoi termici a 20 °C e 5 °C.

**8.34** Una pompa di calore ideale a compressione di vapore utilizza refrigerante 134a come fluido di lavoro. Il refrigerante entra nel compressore a 2.4 bar e 0 °C con portata volumetrica di 0.6 m<sup>3</sup>/min. La compressione è adiabatica fino a 9 bar e 60 °C e il liquido saturo esce dal condensatore a 9 bar. Determinare:

- (a) la potenza in ingresso al compressore, in kW;  
 (b) la capacità frigorifera, in kW;  
 (c) il coefficiente di prestazione;  
 (d) il rendimento isoentropico del compressore.

**8.35** Una pompa di calore a compressione di vapore con una potenza di riscaldamento di 500 kJ/min è azionata da un ciclo motore con rendimento termico del 25%. Il refrigerante 134a della pompa di calore è compresso da vapore saturo a -10 °C fino alla pressione del condensatore di 10 bar. Il rendimento isoentropico del condensatore è dell'80%. Il liquido entra nella valvola di laminazione a 9.6 bar e 34 °C. Nel ciclo motore, l'80% del calore è scaricato nello spazio riscaldato.

- (a) Determinare la potenza in ingresso al compressore della pompa di calore, in kW.  
 (b) Valutare il rapporto tra il calore totale fornito all'ambiente e quello in ingresso al ciclo diretto e discutere il risultato.

**8.36** La Figura P8.36 riporta lo schema di una pompa di calore residenziale operante in condizioni stazionarie. Il refrigerante R22 circola attraverso i componenti del si-

stema, i valori delle proprietà in corrispondenza degli stati numerati sono forniti in figura. Il compressore è adiabatico e le variazioni di energia cinetica e potenziale, così come le cadute di pressione nel condensatore e nell'evaporatore sono trascurabili. Determinare:

- (a) la potenza necessaria al compressore, in kW e il rendimento isoentropico di compressione;  
 (b) il coefficiente di prestazione.

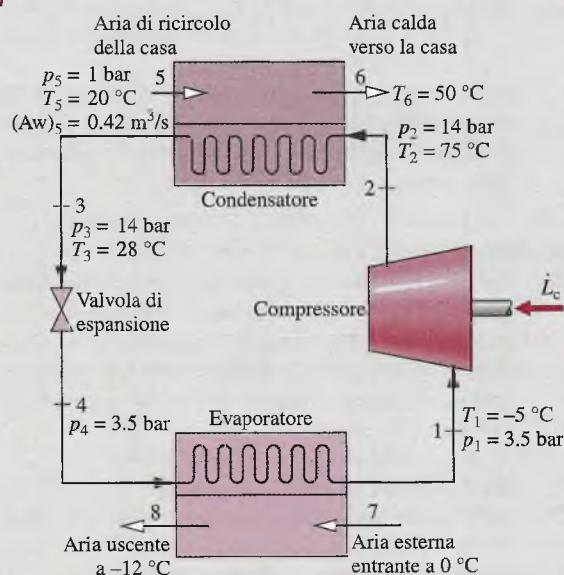


Figura P8.36

Soluzioni di alcuni esercizi e ulteriori materiali sul sito [www.ateneonline.it/moran](http://www.ateneonline.it/moran)

# 9

# Sistemi di potenza a gas

## Obiettivi del capitolo

I sistemi di potenza a vapore studiati al Capitolo 8 utilizzano un fluido di lavoro che viene ciclicamente evaporato e condensato. L'obiettivo di questo capitolo è l'analisi di cicli di potenza nei quali il fluido operatore resta sempre allo stato gassoso. Di questo gruppo fanno parte le turbine a gas e i motori a combustione interna, ad accensione comandata e ad accensione per compressione (motore Diesel). Nella prima parte del capitolo sono trattati i motori a combustione interna, mentre gli impianti di potenza con turbina a gas sono discussi nella seconda parte.

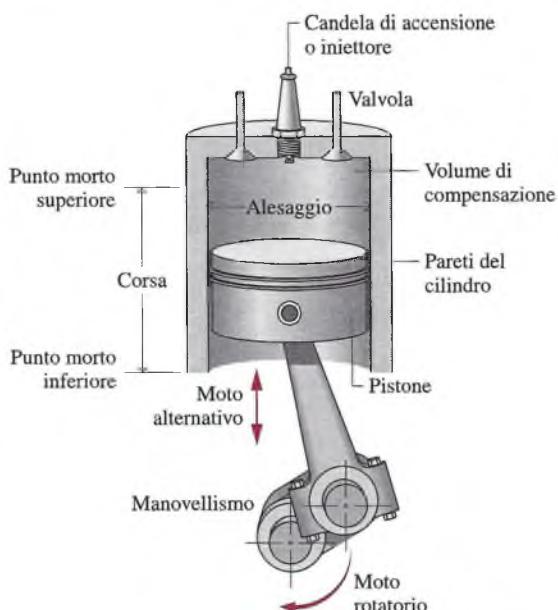
## MOTORI A COMBUSTIONE INTERNA

Questa prima parte del capitolo tratta i motori a combustione interna. Sebbene molte delle turbine a gas possano essere incluse anche nella categoria dei motori a combustione interna, il termine indica di solito i soli motori alternativi a combustione interna del tipo comunemente utilizzato nelle automobili, negli autocarri e negli autobus. Questi motori differiscono dai sistemi finora considerati perché i processi termodinamici avvengono all'interno di un sistema cilindro-pistone in funzionamento alternativo e non in una interconnessione in serie di componenti diversi.

I due principali tipi di motore a combustione interna sono i motori **ad accensione comandata (o a scintilla)** e i motori **ad accensione per compressione (o spontanea)**. Nei motori ad accensione comandata la miscela di aria e combustibile è accesa mediante una scarica elettrica prodotta da un'apposita candela, mentre nei motori ad accensione per compressione l'aria comburente viene compressa sino a livelli di pressione e temperatura sufficientemente elevati da consentire che la combustione avvenga in modo spontaneo quando il combustibile viene iniettato. I motori ad accensione comandata presentano caratteristiche in linea di massima vantaggiose per applicazioni che richiedono potenze inferiori a circa 225 kW (300 cavalli vapore); poiché hanno buone caratteristiche di leggerezza ed economicità, essi si prestano particolarmente per il settore automobilistico. I motori ad accensione spontanea, i motori Diesel, sono normalmente preferiti per applicazioni in cui siano richiesti combustibili economici e potenze relativamente elevate (autocarri pesanti, autobus, locomotori, navi, unità di potenza ausiliarie e di emergenza). Per potenze intermedie trovano applicazione entrambe le tipologie di motore.

### 9.1 Terminologia dei motori

La Figura 9.1 presenta uno schema di motore alternativo a combustione interna e mostra ■ pistone che si muove all'interno di un cilindro sul cui fondo sono presenti due valvole; l'illustrazione è corredata dalla specifica terminologia in uso nel settore dei motori alternativi. Il diametro del cilindro è denominato *alesaggio*, mentre la corsa è la distanza totale percorsa dal pistone in una direzione. Si dice che il pistone si trova al punto morto superiore



**Figura 9.1** Nomenclatura per il sistema cilindro-pistone dei motori alternativi.

quando alla sua posizione corrisponde il minimo volume libero all'interno del cilindro; tale volume minimo è anche detto *volume della camera di combustione* (nelle macchine operatrici tale volume è detto *spazio nocivo*). Quando la posizione del pistone corrisponde al massimo volume libero del cilindro, si è al punto morto inferiore. Il volume descritto dal pistone nel passaggio dal punto morto superiore al punto morto inferiore è detto *cilindrata*. Il **rapporto di compressione  $r$**  è il rapporto tra il volume libero in corrispondenza del punto morto inferiore e il volume libero in corrispondenza del punto morto superiore. Il moto alternativo del pistone è convertito in moto rotatorio mediante un meccanismo a manovella.

In un motore a combustione interna a quattro tempi, nel sistema cilindro-pistone vengono eseguiti quattro distinti processi, detti fasi per ogni due giri di manovella. La Figura 9.2 riporta un diagramma pressione-volume come rilevabile attraverso trasduttori elettr-



**Figura 9.2** Diagramma pressione-volume per un motore alternativo a combustione interna.

nici di pressione e spostamento. Con la valvola di aspirazione aperta, il pistone è nella fase di aspirazione, in cui viene immessa la carica fresca all'interno del cilindro. Per i motori a scintilla la carica è costituita da una miscela infiammabile di aria e combustibile; nei motori ad accensione spontanea la carica è invece costituita da sola aria. La successiva fase di compressione avviene con entrambe le valvole chiuse; in questa fase, a causa della compressione esercitata dal moto del pistone sulla carica, temperatura e pressione del gas all'interno del cilindro si innalzano. Ancora con entrambe le valvole chiuse, viene poi attivato il processo di combustione, cui corrisponde un ulteriore innalzamento della pressione e della temperatura della miscela gassosa. Nei motori ad accensione comandata la combustione è innescata dalla scintilla che scocca tra gli elettrodi della candela, alla fine della fase di compressione. Nei motori Diesel la combustione viene invece attivata iniettando il combustibile all'interno del cilindro contenente aria calda compressa; il processo ha inizio verso la fine della fase di compressione e si esaurisce durante la prima parte della fase di espansione. Nella fase di espansione, detta anche *fase utile*, che segue la fase di compressione, la miscela di gas combusti si espande producendo lavoro sul pistone, che viene spinto verso il punto morto inferiore. In seguito il pistone esegue la fase di scarico, nella quale i gas combusti sono espulsi dal cilindro attraverso la valvola di scarico. Molti motori di piccola taglia operano con ciclo a due tempi, nel quale aspirazione, compressione, espansione e scarico sono eseguiti nel corso di un solo giro di manovella. Sebbene i motori a combustione interna eseguano cicli meccanici, il contenuto del cilindro non esegue un ciclo termodinamico, dato che la composizione chimica della carica che entra nel sistema è sostanzialmente diversa da quella dei prodotti di scarico.

Un parametro utile per descrivere le prestazioni di un motore alternativo è la pressione media effettiva, o *pme*. La **pressione media effettiva** è la pressione teorica costante che, se agente sul pistone durante la fase di espansione, produrrebbe lo stesso lavoro netto realmente sviluppato in un ciclo:

$$p_{me} = \frac{\text{lavoro netto per ciclo}}{\text{cilindrata}} \quad (9.1)$$

Confrontando quindi due motori di eguale cilindrata, quello che presenta la pressione media effettiva più elevata produce un lavoro netto superiore e, a pari velocità di rotazione, anche una maggiore potenza.

**Analisi ad aria standard** Lo studio dettagliato delle prestazioni di un motore a combustione interna deve prendere in considerazione tutti gli aspetti essenziali dei processi che avvengono nel corso del ciclo, includendo il processo di combustione che si verifica all'interno del cilindro, gli effetti delle irreversibilità associate agli attriti e ai gradienti di pressione e temperatura, i processi di scambio termico tra i gas all'interno del cilindro e le pareti dello stesso, il lavoro richiesto per l'introduzione della carica e per l'espulsione dei prodotti di combustione. La complessità di questi e altri aspetti rilevanti dei processi coinvolti fa sì che la modellizzazione accurata dei motori a combustione interna venga svolta normalmente mediante simulazioni al computer. Un'analisi termodinamica elementare del motore a combustione interna, quindi, richiede l'introduzione di considerevoli semplificazioni. La procedura semplificata denominata **analisi ad aria standard** è caratterizzata dai seguenti elementi: (1) il fluido di lavoro è costituito da una prefissata quantità d'aria, considerata come gas ideale; (2) il processo di combustione è sostituito da un processo di scambio di calore con una sorgente esterna; (3) si eliminano i processi di aspirazione e scarico presenti nel motore reale e si completa il ciclo con un secondo processo di scambio termico a volume costante, che si assume abbia luogo mentre il pistone si trova in corrispondenza del punto morto inferiore; (4) tutti i processi si considerano internamente reversibili. Nell'**analisi ad aria standard fredda**, i calori specifici sono inoltre assunti costanti e con valore corrispondente alla temperatura ambiente. L'analisi ad aria standard consente di eliminare le complessità insite nel processo di combustione e nel cambiamento di composizione della miscela conseguente alla reazione di combustione; tali aspetti devono

invece essere necessariamente considerati in un'analisi completa della termodinamica del motore a combustione interna. Poiché l'analisi ad aria standard semplifica considerevolmente lo studio dei motori a combustione interna, i valori della pressione media effettiva, delle temperature e delle pressioni di lavoro calcolati in base a essa possono differire in modo significativo da quelli del motore reale. L'analisi ad aria standard permette in effetti solo lo studio qualitativo dei motori a combustione interna.

Nel seguito del capitolo si considereranno due cicli idealizzati come cicli ad aria standard: il ciclo Otto e il ciclo Diesel. I due cicli differiscono l'uno dall'altro solo per il modo con cui è modellizzato il processo di immissione del calore sostitutivo della fase di combustione.

## 9.2 Ciclo Otto ad aria standard

Il ciclo Otto ad aria standard è un ciclo ideale che presuppone che la somministrazione di calore avvenga istantaneamente quando il pistone si trova al punto morto superiore. Il **ciclo Otto**, tracciato sui diagrammi  $p-v$  e  $T-s$  in Figura 9.3, è costituito da una serie di quattro processi internamente reversibili. Il processo 1-2 rappresenta una compressione isoentropica dell'aria, eseguita mentre il pistone si muove dal punto morto inferiore al punto morto superiore. Il processo 2-3 è un processo a volume costante con riscaldamento dell'aria mediante calore assorbito da una fonte esterna mentre il pistone si trova al punto morto superiore. Questo processo simula, in forma semplificata, l'accensione della miscela aria-combustibile e la sua successiva rapida combustione. Il processo 3-4 è un'espansione isoentropica (fase di espansione). Il ciclo è completato dal processo 4-1 a volume costante, durante il quale l'aria cede calore mentre il pistone è al punto morto inferiore.

Poiché il ciclo Otto ad aria standard è composto da trasformazioni internamente reversibili, le aree nei diagrammi  $T-s$  e  $p-v$  in Figura 9.3 possono essere interpretate rispettivamente come quantità di calore e di lavoro scambiate. Sul diagramma  $T-s$ , l'area 2-3-a-b-2 rappresenta il calore fornito per unità di massa, e la zona 1-4-a-b-1 il calore ceduto per unità di massa. Sul diagramma  $p-v$ , l'area 1-2-a-b-1 rappresenta il lavoro per unità di massa assorbito durante il processo di compressione, e la zona 3-4-b-a-3 è il lavoro compiuto per unità di massa nel processo di espansione. In entrambi i casi, l'area racchiusa all'interno del ciclo può essere interpretata come un lavoro netto prodotto o, analogamente, come una quantità di calore netta fornita.

**Analisi dei cicli** Il ciclo Otto ad aria-standard è costituito da due processi nei quali si ha scambio di lavoro senza scambio di calore, i processi 1-2 e 3-4, e da due processi in cui si ha trasferimento di calore senza lavoro, i processi 2-3 e 4-1. Le quantità di lavoro e calore scambiate possono essere ottenute dal bilancio energetico per sistemi chiusi, trascurando le variazioni di energia cinetica e potenziale. I risultati sono:

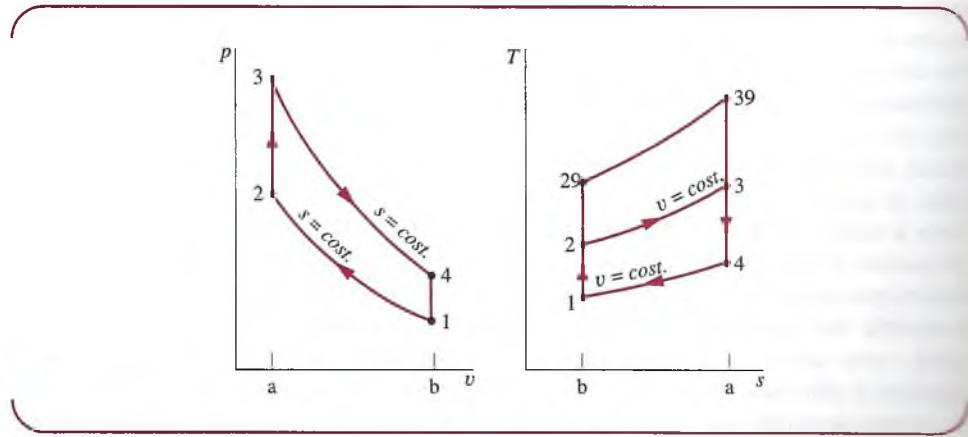


Figura 9.3 Diagrammi  $p-v$  e  $T-s$  di un ciclo Otto ad aria standard.

$$\begin{aligned}\frac{L_{12}}{m} &= u_2 - u_1, & \frac{L_{34}}{m} &= u_3 - u_4 \\ \frac{Q_{23}}{m} &= u_3 - u_2, & \frac{Q_{41}}{m} &= u_4 - u_1\end{aligned}\tag{9.2}$$

Si ponga attenzione al fatto che, scrivendo l'Equazione 9.2, si è abbandonata la consueta convenzione sui segni di calore e lavoro. Nell'analisi dei cicli è infatti spesso conveniente considerare tutti i termini di lavoro e calore come quantità positive; quindi,  $L_{12}/m$  è un numero positivo che rappresenta il lavoro in ingresso durante la compressione, e  $Q_{41}/m$  è un numero positivo che rappresenta il calore ceduto nel processo 4-1. Il lavoro netto prodotto dal ciclo è espresso come

$$\frac{L_{\text{ciclo}}}{m} = \frac{L_{34}}{m} - \frac{L_{12}}{m} = (u_3 - u_4) - (u_2 - u_1)$$

In alternativa, il lavoro netto può essere valutato come calore netto fornito

$$\frac{L_{\text{ciclo}}}{m} = \frac{Q_{23}}{m} - \frac{Q_{41}}{m} = (u_3 - u_2) - (u_4 - u_1)$$

che, riorganizzando i termini, può essere ricondotto alla forma precedente per il lavoro netto.

Il rendimento termico è il rapporto tra lavoro netto prodotto dal ciclo e calore fornito:

$$\eta = \frac{(u_3 - u_2) - (u_4 - u_1)}{u_3 - u_2} = 1 - \frac{u_4 - u_1}{u_3 - u_2}\tag{9.3}$$

Se si esegue l'analisi del ciclo Otto ad aria standard utilizzando le tabelle delle proprietà termodinamiche dell'aria standard, i valori di energia interna specifica richiesti dall'Equazione 9.3 possono essere ricavati dalle Tabelle T-9 o T-9E. Per i processi isoentropici 1-2 e 3-4 si applicano le seguenti relazioni, già introdotte nel Paragrafo 7.6.2:

$$v_{r2} = v_{rl} \left( \frac{V_2}{V_1} \right) = \frac{v_{rl}}{r}\tag{9.4}$$

$$v_{r4} = v_{r3} \left( \frac{V_4}{V_3} \right) = r v_{r3}\tag{9.5}$$

dove  $r$  è il rapporto di compressione. Si noti che  $V_3 = V_2$  e  $V_4 = V_1$ ,  $r = V_1/V_2 = V_4/V_3$ . Il parametro  $v_r$  è tabulato in Tabella T-9, in funzione della temperatura dell'aria.

Per analizzare il ciclo Otto ad aria standard fredda, si possono utilizzare per i processi isoentropici le seguenti espressioni, introdotte nel Paragrafo 7.6.2, al posto delle Equazioni 9.4 e 9.5

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} = r^{k-1} \quad (k \text{ costante})\tag{9.6}$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \left( \frac{V_3}{V_4} \right)^{k-1} = \frac{1}{r^{k-1}} \quad (k \text{ costante})\tag{9.7}$$

dove  $k$  è il rapporto tra i calori specifici  $k = c_p/c_v$ .

**Effetto del rapporto di compressione sulle prestazioni** Riferendosi al diagramma  $T-s$  della Figura 9.3, è agevole concludere che il rendimento termico del ciclo Otto aumenta con il rapporto di compressione. Infatti, un aumento nel rapporto di compressione trasforma il ciclo 1-2-3-4-1 nel ciclo 1-2'-3'-4-1, e, poiché la temperatura media a cui viene fornito il calore è maggiore nel secondo caso ed entrambi i cicli presentano la stessa quantità di calore di scarto, il ciclo 1-2'-3'-4-1 avrà il maggiore rendimento termico. L'aumento del rendimento termico con il rapporto di compressione può essere evidenziato dalla seguente

trasformazione riferita al ciclo ad aria standard fredda. Infatti, per  $c_v$  costante, l'Equazione 9.3 diventa:

$$\begin{aligned}\eta &= 1 - \frac{c_v(T_4 - T_1)}{c_v(T_3 - T_2)} \\ &= 1 - \frac{T_1}{T_2} \left( \frac{T_4/T_1 - 1}{T_3/T_2 - 1} \right)\end{aligned}$$

Dalle Equazioni 9.6 e 9.7 precedenti,  $T_4/T_1 = T_3/T_2$ , per cui

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

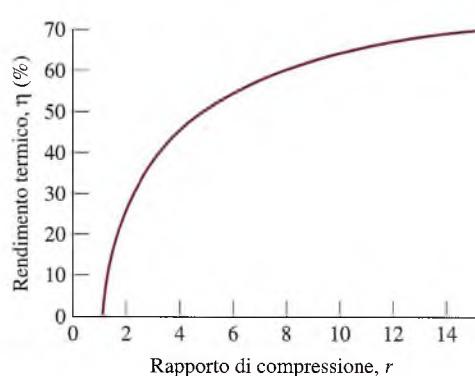
Infine, introducendo l'Equazione 9.6

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} \quad (k \text{ costante}) \quad (9.8)$$

L'Equazione 9.8 indica che il rendimento termico del ciclo Otto ad aria standard fredda è una funzione del rapporto di compressione e del rapporto tra i calori specifici. Tale correlazione è mostrata nella Figura 9.4 per  $k = 1.4$ .

La discussione precedente indica che per i motori a combustione interna è vantaggioso utilizzare elevati rapporti di compressione, e ciò corrisponde alla realtà pratica. La possibilità di autoaccensione (o "detonazione") della miscela pone tuttavia un limite superiore al rapporto di compressione dei motori ad accensione comandata. Dopo che la scintilla innesca la combustione di una parte della miscela combustibile-aria, l'aumento di pressione che accompagna tale combustione comprime la parte di miscela restante. L'autoaccensione può avvenire se la temperatura della miscela non ancora bruciata diventa troppo alta prima che la miscela venga raggiunta dalla fiamma.

Poiché la temperatura raggiunta dalla miscela aria-carburante durante la fase di compressione aumenta all'aumentare del rapporto di compressione, anche la probabilità di autoaccensione aumenta con il rapporto di compressione. L'autoaccensione può provocare onde ad alta pressione nel cilindro (riscontrabili con il tipico suono del motore che "batte in testa"), a cui conseguono una perdita di potenza e anche possibili danni al motore. I combustibili contenenti piombo tetaetile sono resistenti all'autoaccensione e quindi permettono rapporti di compressione relativamente elevati. La benzina senza piombo, di uso comune oggi per ragioni ambientali connesse alla riduzione dell'inquinamento atmosferico, limita invece i valori massimi del rapporto di compressione dei motori ad accensione comandata a circa 9. Rapporti di compressione molto superiori si possono invece raggiungere nei motori con accensione per compressione, perché in questo caso viene compressa solo aria; per questi motori sono tipici rapporti di compressione nell'ordine di 12-20. I motori



**Figura 9.4** Rendimento termico di un ciclo Otto ad aria standard fredda con  $k = 1.4$ .

ad accensione per compressione meno sofisticati possono inoltre impiegare combustibili non particolarmente raffinati, con temperature di accensione più elevate di quelle dei combustibili volatili richiesti dai motori con accensione a scintilla.

Nell'esempio seguente, si illustra l'analisi del ciclo Otto ad aria standard. I risultati sono poi confrontati con quelli ottenuti sulla base di un'analisi ad aria standard fredda.

### Analisi del ciclo Otto

### ESEMPIO 9.1

All'inizio del processo di compressione (punto morto inferiore) di un ciclo Otto ad aria-standard con rapporto di compressione pari a 8, la temperatura è di 300 K, la pressione è pari a 1.013 bar (1 atm) e il volume del cilindro è di 566 cm<sup>3</sup>. La temperatura massima durante il ciclo è di 2000 K. Si determinino: (a) la temperatura e la pressione alla conclusione di ogni fase del ciclo, (b) il rendimento termico e (c) la pressione media effettiva, in atm.

#### Soluzione

**Elementi noti** Viene eseguito un ciclo Otto ad aria standard, con un valore del rapporto di compressione fissato e con condizioni note all'inizio della fase di compressione, nonché con un valore specificato della temperatura massima raggiunta durante il ciclo.

**Da determinare** Determinare la temperatura e la pressione al termine di ciascuna fase, il rendimento termico e la pressione media effettiva in atm.

#### Schema e dati forniti

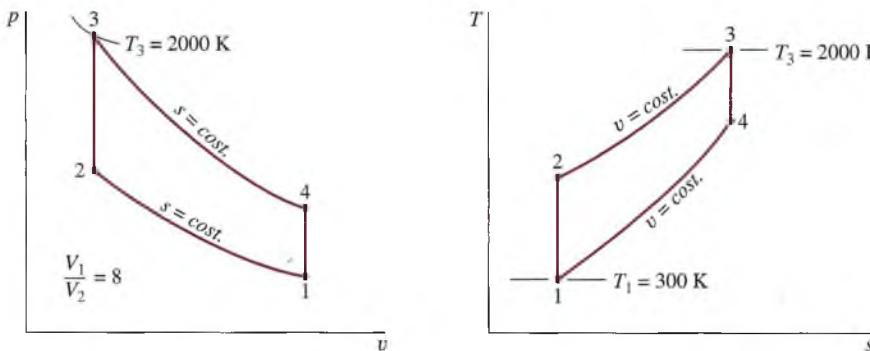


Figura E9.1

#### Ipotesi

1. L'aria contenuta entro il sistema cilindro-pistone costituisce un sistema chiuso.
2. I processi di espansione e di compressione sono adiabatici.
3. Tutti i processi sono internamente reversibili.
4. L'aria è modellizzata come gas ideale.
5. Le variazioni di energia cinetica e potenziale sono trascurabili.

**Analisi** (a) L'analisi inizia dalla determinazione della temperatura, della pressione e dell'energia interna specifica in corrispondenza di tutti gli stati principali del ciclo. A  $T_1 = 300 \text{ K}$ , la Tabella T-9 fornisce  $u_1 = 214.07 \text{ kJ/kg}$  e  $v_{r1} = 621.2$ .

Per il processo di compressione isoentropico 1-2

$$v_{r2} = \frac{V_2}{V_1} v_{r1} = \frac{v_{r1}}{r} = \frac{621.2}{8} = 77.65$$

Interpolando con  $v_{r2}$  in Tabella T-9, si ottiene  $T_2 = 673 \text{ K}$  e  $u_2 = 491.2 \text{ kJ/kg}$ . Con l'equazione di stato dei gas idealii si ha

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} \frac{V_1}{V_2} = (1013 \text{ bar}) \left( \frac{673 \text{ K}}{300 \text{ K}} \right) = 18.2 \text{ bar}$$

In alternativa, la pressione allo stato 2 può essere valutata utilizzando la relazione isoentropica:  $p_2 = p_1(p_{r2}/p_{r1})$ .

Poiché il processo 2-3 avviene a volume costante, l'equazione di stato dei gas ideali rende

$$p_3 = p_2 \frac{T_3}{T_2} = (18.19 \text{ atm}) \left( \frac{2000 \text{ K}}{673 \text{ K}} \right) = 54 \text{ bar}$$

A  $T_3 = 2000 \text{ K}$ , la Tabella T-9 fornisce  $u_3 = 1678.7 \text{ kJ/kg}$  e  $v_{r3} = 2.776$ .

Per il processo di espansione isoentropico 3-4

$$v_{r4} = v_{r3} \frac{V_4}{V_3} = v_{r3} \frac{V_1}{V_2} = 2.776(8) = 22.21$$

Interpolando in Tabella T-9 con  $v_{r4}$  si ottiene  $T_4 = 1043 \text{ K}$  e  $u_4 = 795.9 \text{ kJ/kg}$ . La pressione allo stato 4 può essere ricavata facendo uso della relazione isoentropica  $p_4 = p_3 (p_{r4}/p_{r3})$  o dell'equazione di stato dei gas ideali applicata agli stati 1 e 4. Con  $V_4 = V_1$ , l'equazione di stato fornisce

$$p_4 = p_1 \frac{T_4}{T_1} = (1.013 \text{ bar}) \left( \frac{1043 \text{ K}}{300 \text{ K}} \right)$$

**(b)** Il rendimento termico è

$$\begin{aligned} \eta &= 1 - \frac{Q_{41}/m}{Q_{23}/m} = 1 - \frac{u_4 - u_1}{u_3 - u_2} \\ &= 1 - \frac{795.9 - 214.07}{1678.7 - 491.2} = 0.51(51\%) \end{aligned}$$

**(c)** Per determinare la pressione media effettiva è necessario conoscere il lavoro netto per ciclo, cioè

$$L_{\text{ciclo}} = m[(u_3 - u_4) - (u_2 - u_1)]$$

dove  $m$  è la massa dell'aria, calcolata con l'equazione di stato dei gas ideali come segue:

$$\begin{aligned} m &= \frac{p_1 V_1}{(\bar{R}/M) T_1} \\ &= \frac{(1.013 \text{ bar})(100.000 \text{ Pa/bar})(0.566 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3)}{\left[ \left( \frac{8314 \text{ J} \cdot \text{kmol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}}{28.97 \text{ kmol/kg}} \right) 300 \text{ K} \right]} = 0.667 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \end{aligned}$$

Sostituendo i valori nell'espressione per  $L_{\text{ciclo}}$

$$L_{\text{ciclo}} = (0.667 \times 10^{-3} \text{ kg}) [(1678.7 - 795.9) - (491.2 - 214.07)] = 0.403 \text{ kJ (403 J)}$$

La cilindrata è  $V_1 - V_2$ , per cui la pressione media effettiva è data da

$$\begin{aligned} p_{\text{em}} &= \frac{L_{\text{ciclo}}}{V_1 - V_2} = \frac{L_{\text{ciclo}}}{V_1(1 - V_2/V_1)} \\ &= \frac{(403 \text{ J})}{\left[ (0.566 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3) \left( 1 - \frac{1}{8} \right) \right]} = 8.14 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 8.14 \text{ bar} \\ &= 118 \text{ lbf/in}^2 = 8.03 \text{ atm} \end{aligned}$$

- ① La soluzione utilizza la Tabella T-9 dell'aria, nella quale si tiene conto esplicitamente della variazione del calore specifico con la temperatura. La soluzione si può anche ottenere sulla base di un'analisi ad aria standard fredda, che assume costante il calore specifico. Si lascia questa seconda soluzione come esercizio; i relativi risultati sono tuttavia presentati per confronto nella seguente tabella, relativa al caso  $k = 1.4$ , che rappresenta l'aria atmosferica.

| Parametro | Ciclo ad aria standard | Ciclo ad aria standard fredda ( $k = 1.4$ ) |
|-----------|------------------------|---|
| $T_2$     | 673 K                  | 689 K                                       |
| $T_3$     | 2000 K                 | 2000 K                                      |
| $T_4$     | 1043 K                 | 871 K                                       |
| $\eta$    | 0.51 (51%)             | 0.565 (56%)                                 |
| $p_{em}$  | 8.14 bar               | 7.14 bar                                    |

### 9.3 Ciclo Diesel ad aria standard

Il ciclo Diesel ad aria standard è un ciclo ideale in cui si assume che il calore generato dalla combustione sia fornito al gas durante un processo a pressione costante che inizia con il pistone nel punto morto superiore. Il **ciclo Diesel**, mostrato sui diagrammi  $p-v$  e  $T-s$  in Figura 9.5, consiste di quattro processi internamente reversibili in serie. Il primo processo, dallo stato 1 allo stato 2, è costituito, come nel ciclo Otto, da una compressione isoentropica. A differenza di quanto previsto dal ciclo Otto, tuttavia, nel ciclo Diesel il calore non viene trasferito al fluido di lavoro a volume costante ma in un processo a pressione costante, processo 2-3, durante il quale si compie anche la prima parte della fase di espansione. L'espansione isoentropica che va dallo stato 3 allo stato 4 completa la fase di espansione. Come nel ciclo Otto, il ciclo Diesel si chiude tramite il processo 4-1 a volume costante, nel corso del quale l'aria cede calore mentre il pistone si trova al punto morto inferiore. Questo processo sostituisce le fasi di scarico e di aspirazione che avvengono nel motore reale.

Poiché il ciclo Diesel ad aria standard è composto da processi internamente reversibili, le aree sui diagrammi  $T-s$  e  $p-v$  possono essere interpretate rispettivamente come quantità di calore e di lavoro.

In particolare, sul diagramma  $T-s$ , l'area 2-3-a-b-2 rappresenta il calore fornito per unità di massa e l'area 1-4-a-b-1 è il calore ceduto per unità di massa nel corso del ciclo. Sul diagramma  $p-v$ , l'area 1-2-a-b-1 rappresenta il lavoro entrante per unità di massa durante il processo di compressione, mentre l'area 2-3-4-b-a-2 rappresenta il lavoro compiuto per unità di massa quando il pistone si muove dal punto morto superiore al punto morto inferiore. L'area interna ai cicli rappresenta comunque il lavoro netto in uscita, che è pari al calore fornito netto.

**Analisi del ciclo** Nel ciclo Diesel il calore viene fornito a pressione costante; di conseguenza, il processo 2-3 coinvolge scambio sia di lavoro sia di calore. Il lavoro è dato da

$$\frac{L_{23}}{m} = \int_2^3 p \, dv = p_2(v_3 - v_2) \quad (9.9)$$

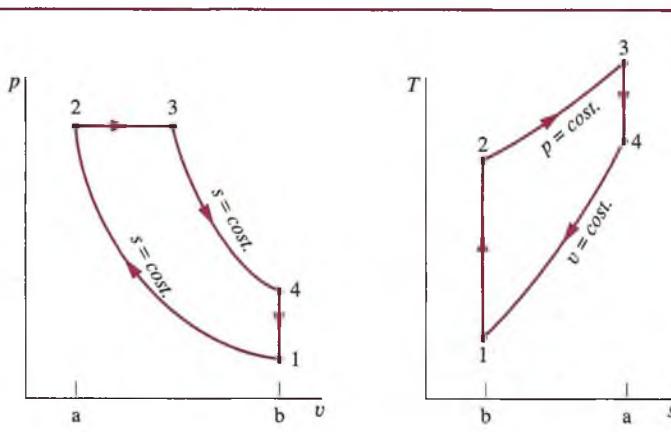


Figura 9.5 Diagrammi  $p$ - $v$  e  $T$ - $s$  di un ciclo Diesel ad aria standard.

Il calore fornito nel processo 2-3 può essere ricavato tramite un bilancio energetico di sistema chiuso

$$m(u_3 - u_2) = Q_{23} - L_{23}$$

Introducendo l'Equazione 9.9 e risolvendo rispetto al calore scambiato

$$\begin{aligned} \frac{Q_{23}}{m} &= (u_3 - u_2) + p(v_3 - v_2) = (u_3 + pv_3) - (u_2 + pv_2) \\ &= h_3 - h_2 \end{aligned} \quad (9.10)$$

dove l'entalpia specifica è stata introdotta per semplificare l'espressione. Come nel ciclo Otto, il calore uscente nel processo 4-1 è dato da

$$\frac{Q_{41}}{m} = u_4 - u_1$$

Il rendimento termico è il rapporto tra lavoro netto prodotto dal ciclo e calore fornito

$$\eta = \frac{L_{\text{ciclo}}/m}{Q_{23}/m} = 1 - \frac{Q_{41}/m}{Q_{23}/m} = 1 - \frac{u_4 - u_1}{h_3 - h_2} \quad (9.11)$$

Come avviene per il ciclo Otto, anche il rendimento termico del ciclo Diesel aumenta con il rapporto di compressione.

Per determinare il rendimento termico tramite l'Equazione 9.11 sono necessari i valori di  $\mu_1$ ,  $\mu_4$ ,  $h_2$  e  $h_3$  o, in termini equivalenti, le temperature ai principali stati del ciclo. Si determinano ora queste temperature: per valori assegnati della temperatura iniziale  $T_1$  e del rapporto di compressione  $r$ , la temperatura allo stato 2 può essere ricavata dalla seguente relazione isoentropica, ove  $v_r$  è dato

$$v_{r2} = \frac{V_2}{V_1} v_{r1} = \frac{1}{r} v_{r1}$$

Per ricavare  $T_3$ , si noti che l'equazione di stato dei gas ideali, con  $p_2 = p_3$ , si riduce a

$$T_3 = \frac{V_3}{V_2} T_2 = r_c T_2$$

dove  $r_c = V_3/V_2$ , è detto **rappporto critico**.

Poiché  $V_4 = V_1$ , il rapporto tra i volumi per il processo isoentropico 3-4 è espresso dalla

$$\frac{V_4}{V_3} = \frac{V_4}{V_2} \frac{V_2}{V_3} = \frac{V_1}{V_2} \frac{V_2}{V_3} = \frac{r}{r_c} \quad (9.12)$$

dove sono stati introdotti il rapporto di compressione e il rapporto critico  $r_c$ .

Applicando l'Equazione 9.12 con  $v_{r3}$  e  $T_3$  noti, la temperatura  $T_4$  può esser determinata per interpolazione una volta che  $v_{r4}$  è determinata dalla relazione isoentropica

$$v_{r4} = \frac{V_4}{V_3} v_{r3} = \frac{r}{r_c} v_{r3}$$

Nell'analisi ad aria fredda standard, l'espressione appropriata per la valutazione di  $T_2$  è data da

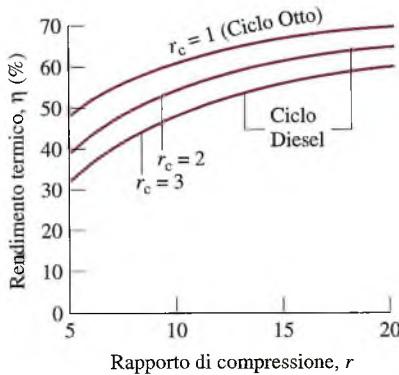
$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{k-1} = r^{k-1} \quad (k \text{ costante})$$

La temperatura  $T_4$  si trova con l'analogia formula

$$\frac{T_4}{T_3} = \left( \frac{V_3}{V_4} \right)^{k-1} = \left( \frac{r_c}{r} \right)^{k-1} \quad (k \text{ costante})$$

dove l'Equazione 9.12 è stata utilizzata per sostituire il rapporto dei volumi.

**Effetto del rapporto di compressione sulle prestazioni** Come per il ciclo Otto, il rendimento termico del ciclo Diesel aumenta all'aumentare del rapporto di compressione.



**Figura 9.6** Rendimento termico di un ciclo Diesel ad aria standard fredda con  $k = 1.4$ .

Ciò può essere evidenziato mediante una semplice analisi ad aria standard fredda, in base alla quale il rendimento termico del ciclo diesel può essere espresso come

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} \left[ \frac{r_c^k - 1}{k(r_c - 1)} \right] \quad (k \text{ costante}) \quad (9.13)$$

Dove  $r$  è il rapporto di compressione e  $r_c$  è il rapporto critico. Lasciando come esercizio i relativi sviluppi, la relazione è diagrammata in Figura 9.6 per  $k = 1.4$ . L'Equazione 9.13 per il ciclo Diesel differisce dall'Equazione 9.8 per il ciclo Otto solo per il termine tra parentesi che, per  $r_c > 1$ , è maggiore di uno. Di conseguenza, a parità di rapporto di compressione, il rendimento termico del ciclo Diesel ad aria standard fredda risulta inferiore a quello del ciclo Otto ad aria fredda standard.

Il prossimo esempio illustra l'analisi per il ciclo Diesel ad aria standard.

### Analisi del ciclo Diesel

### ESEMPIO 9.2

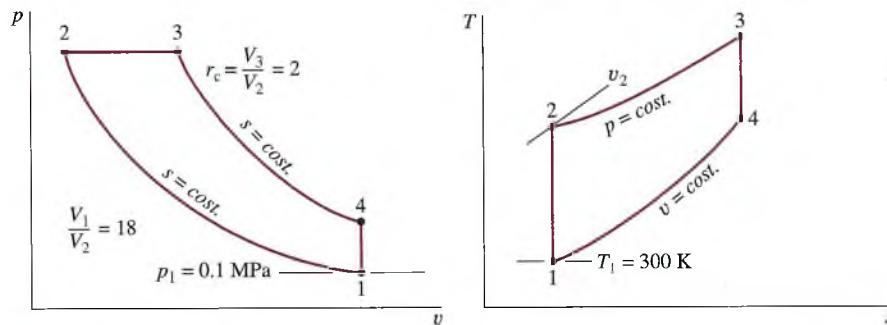
All'inizio del processo di compressione di un ciclo Diesel ad aria standard, operante con un rapporto di compressione di 18:1, la temperatura è di 300 K e la pressione è pari a 0.1 MPa. Il rapporto critico del ciclo è pari a 2. Determinare: (a) la temperatura e la pressione al termine di ogni processo del ciclo; (b) il rendimento termico; (c) la pressione media effettiva, in MPa.

#### Soluzione

**Elementi noti** Un ciclo Diesel ad aria standard viene svolto con condizioni termodinamiche note all'inizio della fase di compressione e per valori noti del rapporto critico e del rapporto di compressione.

**Da determinare** Determinare la temperatura e la pressione al termine di ogni processo, il rendimento termico e la pressione media effettiva.

#### Schema e dati forniti



**Figura E9.2**

**Ipotesi**

1. L'aria contenuta entro il sistema cilindro-pistone costituisce un sistema chiuso.
2. I processi di compressione ed espansione sono adiabatici.
3. Tutti i processi sono internamente reversibili.
4. L'aria si comporta come un gas ideale.
5. Le variazioni di energia cinetica e potenziale sono trascurabili.

**Analisi (a)** L'analisi inizia determinando le proprietà negli stati principali del ciclo. Con  $T_1 = 300 \text{ K}$  la Tabella T-9 fornisce  $w_1 = 214.07 \text{ kJ/kg}$  e  $v_{r1} = 621.2$ . Per la compressione isoentropica del processo 1-2

$$v_{r2} = \frac{V_2}{V_1} v_{r1} = \frac{v_{r1}}{r} = \frac{621.2}{18} = 34.51$$

Interpolando in Tabella T-9, si ottiene  $T_2 = 898.3 \text{ K}$  e  $h_2 = 930.98 \text{ kJ/kg}$ . Con l'equazione di stato dei gas perfetti

$$p_2 = p_1 \frac{T_2 V_1}{T_1 V_2} = (0.1) \left( \frac{898.3}{300} \right) (18) = 5.39 \text{ MPa}$$

La pressione allo stato 2 può essere determinata, in alternativa, usando la relazione isoentropica  $p_2 = p_1 (p_{r2}/p_{r1})$ .

Dal momento che il processo 2-3 avviene a pressione costante, dall'equazione di stato dei gas perfetti si ricava

$$T_3 = \frac{V_3}{V_2} T_2$$

Introducendo il rapporto critico  $r_c = V_3/V_2$

$$T_3 = r_c T_2 = 2(898.3) = 1796.6 \text{ K}$$

Dalla Tabella T-9,  $h_3 = 1999.1 \text{ kJ/kg}$  e  $v_{r3} = 3.97$ .

Per l'espansione isoentropica del processo 3-4

$$v_{r4} = \frac{V_4}{V_3} v_{r3} = \frac{V_4}{V_2} \frac{V_2}{V_3} v_{r3}$$

Introducendo  $V_4 = V_1$ , il rapporto di compressione  $r$  e il rapporto critico  $r_3$  si ottiene

$$v_{r4} = \frac{r}{r_c} v_{r3} = \frac{18}{2} (3.97) = 35.73$$

Interpolando nella Tabella T-9 con  $v_{r4}$ ,  $\mu_4 = 664.3 \text{ kJ/kg}$  e  $T_4 = 887.7 \text{ K}$ . La pressione allo stato 4, può essere determinata usando la relazione isoentropica  $p_4 = p_3 (p_{r4}/p_{r3})$  o l'equazione di stato dei gas perfetti applicata agli stati 1 e 4. Con  $V_4 = V_1$ , l'equazione di stato dei gas perfetti fornisce

$$p_4 = p_1 \frac{T_4}{T_1} = (0.1 \text{ MPa}) \left( \frac{887.7 \text{ K}}{300 \text{ K}} \right) = 0.3 \text{ MPa}$$

**(b)** Il rendimento termico si ricava mediante la relazione

$$\begin{aligned} \eta &= 1 - \frac{Q_{41}/m}{Q_{23}/m} = 1 - \frac{u_4 - u_1}{h_3 - h_2} \\ &= 1 - \frac{664.3 - 214.07}{1999.1 - 930.98} = 0.578 (57.8\%) \end{aligned}$$

**(c)** La pressione media effettiva, scritta in termini di volumi specifici, è

$$p_{\text{em}} = \frac{L_{\text{ciclo}}/m}{v_1 - v_2} = \frac{L_{\text{ciclo}}/m}{v_1(1 - 1/r)}$$

Il lavoro netto del ciclo è uguale alla quantità netta di calore fornita al ciclo

$$\begin{aligned}\frac{L_{\text{ciclo}}}{m} &= \frac{Q_{23}}{m} - \frac{Q_{41}}{m} = (h_3 - h_2) - (u_4 - u_1) \\ &= (1999.1 - 930.98) - (664.3 - 214.07) \\ &= 617.9 \text{ kJ/kg}\end{aligned}$$

Il volume specifico allo stato 1 è

$$v_1 = \frac{(\bar{R}/M)T_1}{p_1} = \frac{\left(\frac{8314}{28.97} \frac{\text{Nm}}{\text{kg K}}\right)(300 \text{ K})}{10^5 \text{ N/m}^2} = 0.861 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Sostituendo i valori

$$\begin{aligned}p_{\text{em}} &= \frac{617.9 \text{ kJ/kg}}{0.861(1 - 1/18)\text{m}^3/\text{kg}} \left| \frac{10^3 \text{ N m}}{1 \text{ kJ}} \right| \left| \frac{1 \text{ MPa}}{10^6 \text{ N/m}^2} \right| \\ &= 0.76 \text{ MPa}\end{aligned}$$

- 1 In questa soluzione si sono utilizzate le tabelle dell'aria, che tengono conto esplicitamente della variazione del calore specifico con la temperatura. Si noti che non è stato fatto uso dell'Equazione 9.13, basata sull'ipotesi di calore specifico costante, per determinare il rendimento termico. La soluzione di questo esempio mediante analisi ad aria standard fredda è lasciata come esercizio.

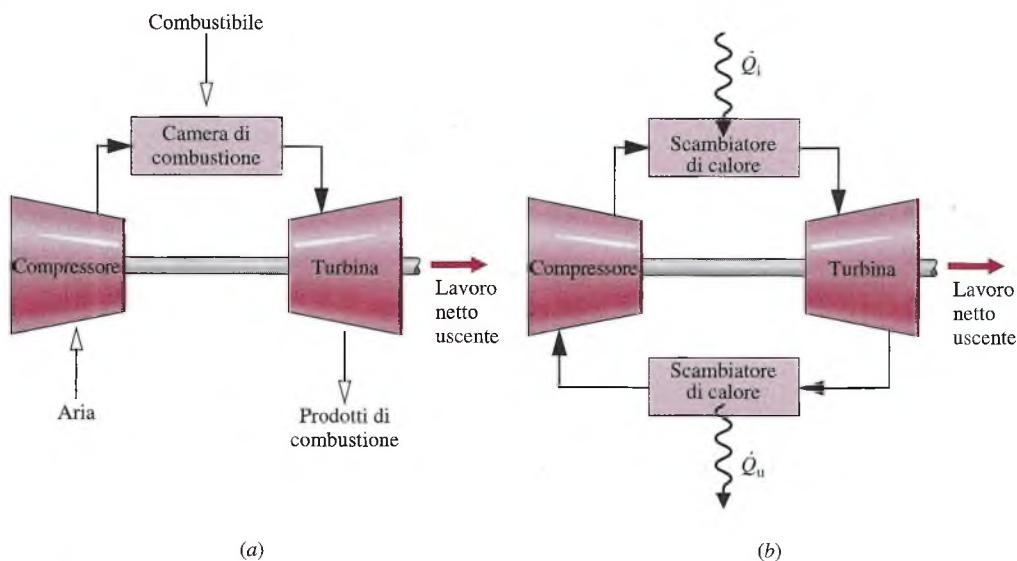
## IMPIANTI GENERATIVI CON TURBINE A GAS

Questa parte del capitolo si occupa di impianti di potenza con turbine a gas. Queste tendono a essere più leggere e più compatte di quelle a vapore impiegate nelle centrali termoelettriche, studiate nel Capitolo 8. Il favorevole rapporto peso-potenza delle turbine a gas le rende particolarmente adatte per applicazioni nel campo dei trasporti (propulsione di aerei, impianti propulsivi navali ecc.). Le turbine a gas sono anche comunemente usate per impianti statici di produzione di energia.

### 9.4 Modellizzazione degli impianti generativi a turbina

Le turbine a gas delle centrali termoelettriche possono operare sia con ciclo aperto sia con ciclo chiuso. Il ciclo aperto, rappresentato in Figura 9.7a, è quello più comunemente usato. Si tratta di un ciclo motore nel quale aria atmosferica viene continuativamente immessa in un compressore, ove viene compressa a pressioni elevate; l'aria entra poi nella camera di combustione, o combustore, dove avviene la combustione previa miscelazione con il combustibile. I prodotti di combustione, a elevata temperatura, si espandono attraversando la turbina e sono infine scaricati all'esterno del sistema. Parte del lavoro prodotto dalla turbina viene usato per alimentare il compressore, mentre la quota rimanente è disponibile per la generazione elettrica, per la propulsione di veicoli, o per altri scopi. Nel sistema rappresentato in Figura 9.7b, il fluido operatore riceve energia sotto forma di calore da una fonte esterna, per esempio un reattore nucleare raffreddato a gas. Il gas in uscita dalla turbina passa entro uno scambiatore di calore dove viene raffreddato prima di rientrare nel compressore e riprendere il ciclo.

Una idealizzazione spesso usata nello studio delle turbine a gas a ciclo aperto è quella dell'**analisi ad aria standard**. Questa idealizzazione include due importanti assunzioni: (1) il fluido operatore è aria, che si comporta come gas ideale, e (2) l'aumento di temperatura

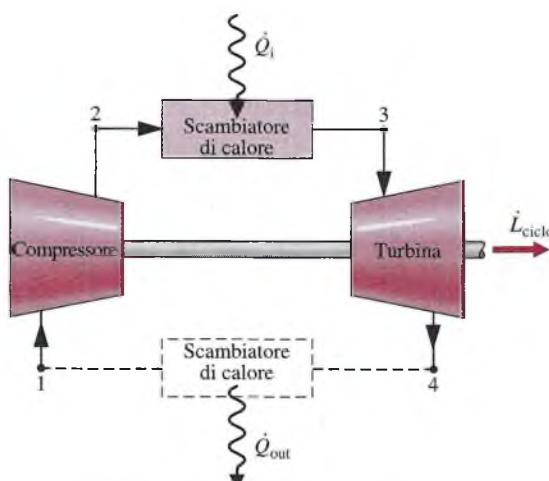


**Figura 9.7** Una semplice turbina a gas. (a) Aperta all'atmosfera. (b) Chiusa.

che deriva dalla combustione è sostituito da una equivalente quantità di calore scambiata con una fonte esterna. Con un'analisi ad aria standard, si evita di trattare i complessi processi di combustione con la variazione della composizione chimica a essi associata, e lo studio degli impianti con turbine a gas si semplifica notevolmente. I valori numerici ottenibili con le ipotesi sopra indicate forniscono tuttavia solo indicazioni qualitative sulle prestazioni dell'impianto in esame. Uno studio accurato dei sistemi con turbina a gas richiede invece informazioni dettagliate sulla combustione e sulle proprietà dei prodotti della combustione. Comunque, per semplicità, la trattazione che segue si basa sulle ipotesi dell'analisi ad aria standard.

## 9.5 Ciclo Brayton ad aria standard

La Figura 9.8 riporta uno schema del ciclo Brayton ideale ad aria standard, con indicazione della direzione dei principali scambi energetici indicata dalle frecce. In accordo con le ipo-



**Figura 9.8** Ciclo ad aria standard con turbina a gas.

tesi alla base dell'analisi ad aria standard, l'incremento di temperatura che consegue alla combustione è invece addebitato a un trasferimento di calore da una sorgente esterna al fluido di lavoro, che, nel modello ad aria standard, è aria considerata come gas ideale. Con queste idealizzazioni, l'aria entra nel compressore allo stato 1 dall'ambiente esterno e ritorna a esso allo stato 4 a una temperatura maggiore di quella ambiente. Dopo l'interazione con l'ambiente circostante, l'unità di massa d'aria scaricata torna allo stato di ingresso al compressore; si può quindi pensare che l'aria chiuda il ciclo mediante un processo termodinamico eseguito immaginando il passaggio attraverso un apposito componente. In particolare, una rappresentazione semplificata degli stati percorsi in un ciclo di questo tipo può essere creata ipotizzando che l'aria scaricata dalla turbina sia riportata allo stato iniziale di ingresso al compressore mediante uno scambiatore di calore entro il quale si trasferisce calore dal fluido di lavoro all'ambiente esterno. Tale ciclo viene detto **ciclo Brayton** ad aria standard.

### 9.5.1 Valutazione dei principali termini di scambio di calore e lavoro

Le quantità di calore e di lavoro scambiate in un ciclo con turbina a gas possono essere calcolate rapidamente semplificando i bilanci di massa ed energia per i volumi di controllo in regime stazionario. I trasferimenti di energia in questione sono positivi nella direzione indicata dalle frecce in Figura 9.8. Ipotizzando che la turbina operi adiabaticamente e trascurando i termini di energia cinetica e potenziale, il lavoro nell'unità di tempo (potenza meccanica) sviluppato per unità di massa è

$$\frac{\dot{L}_t}{\dot{m}} = h_3 - h_4 \quad (9.14)$$

dove  $\dot{m}$  indica la portata massica. Con le medesime ipotesi, la potenza meccanica del compressore per unità di massa è

$$\frac{\dot{L}_c}{\dot{m}} = h_2 - h_1 \quad (9.15)$$

Il simbolo  $\dot{L}_c$  indica potenza in ingresso e assume valore positivo. Il calore nell'unità di tempo (potenza termica) fornito al ciclo per unità di massa è

$$\frac{\dot{Q}_i}{\dot{m}} = h_3 - h_2 \quad (9.16)$$

mentre la potenza termica ceduta, sempre per unità di massa, è

$$\frac{\dot{Q}_u}{\dot{m}} = h_4 - h_1 \quad (9.17)$$

dove  $\dot{Q}_u$  è positivo.

Il rendimento termico del ciclo di Figura 9.8 è

$$\eta = \frac{\dot{L}_t/\dot{m} - \dot{L}_c/\dot{m}}{\dot{Q}_i/\dot{m}} = \frac{(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)}{h_3 - h_2} \quad (9.18)$$

Il rapporto di restituzione del lavoro del ciclo è

$$\text{rlr} = \frac{\dot{L}_c/\dot{m}}{\dot{L}_t/\dot{m}} = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_4} \quad (9.19)$$

A parità di incremento di pressione, un compressore a gas richiede una maggiore quantità di lavoro per unità di massa rispetto alla pompa impiegata nel ciclo a vapore, dato che il

volume specifico medio del gas che attraversa il compressore è di gran lunga maggiore di quello del liquido che attraversa la pompa (si veda la discussione dell'Equazione 7.43a al Paragrafo 7.8); ne consegue che una parte relativamente consistente del lavoro sviluppato dalla turbina serve ad azionare il compressore, in genere il 40-80%, mentre il rapporto di restituzione del lavoro di un ciclo a vapore è in genere dell'ordine di 1-2%.

Note le temperature agli stati del ciclo individuati dai numeri, è possibile ricavare i corrispondenti valori di entalpia specifica dalle tabelle delle proprietà termodinamiche dell'aria assunta come gas ideale, Tabella T-9 o Tabella T-9E. In alternativa, sacrificando un po' la precisione, si può trascurare la variazione dei calori specifici con la temperatura, assumendo così costanti i calori specifici. Tale analisi è detta *analisi ad aria standard fredda*. Come illustrato dalla precedente discussione relativa ai motori a combustione interna, il principale vantaggio dell'ipotesi di calori specifici costanti è che si possono ricavare espressioni più semplici per grandezze quali il rendimento termico, che possono essere utilizzate per ottenere indicazioni qualitative sulle prestazioni del ciclo evitando di utilizzare i dati tabellari.

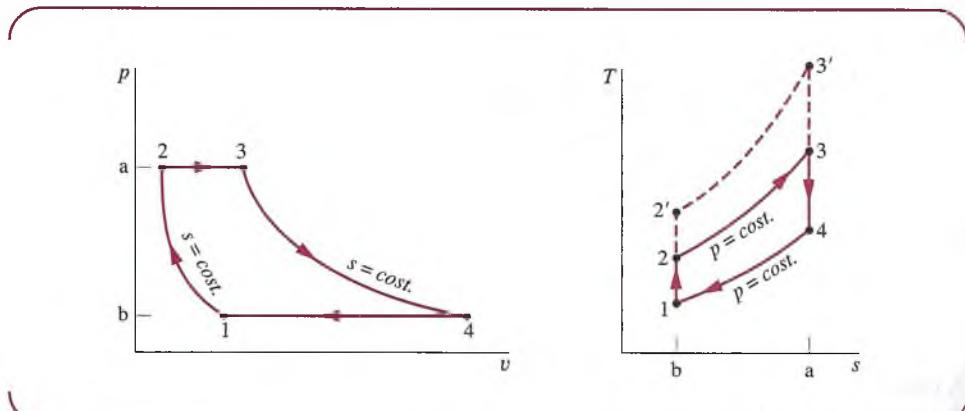
Dal momento che le Equazioni 9.14-9.19 sono state derivate dai bilanci di massa e di energia, esse si applicano indifferentemente sia in presenza sia in assenza di irreversibilità. Sebbene le irreversibilità e le perdite associate ai diversi componenti dell'impianto abbiano un effetto notevole sulle prestazioni complessive del sistema, è comunque interessante analizzare un ciclo ideale in cui si assume che tali effetti siano assenti. Un simile ciclo stabilisce il limite superiore alle prestazioni del ciclo Brayton ad aria standard, come illustrato nel seguito.

### 9.5.2 Ciclo Brayton ideale ad aria standard

Se si trascurano le irreversibilità fluidodinamiche all'interno dei componenti del ciclo Brayton, non vi sono cadute di pressione e l'aria attraversa gli scambiatori di calore a pressione costante. Se si trascurano anche le dispersioni termiche verso l'esterno, i processi eseguiti dalla turbina e dal compressore possono essere considerati isoentropici. Il ciclo ideale che ne consegue è mostrato sui diagrammi *T-s* e *p-v* in Figura 9.9.

Le aree sui diagrammi *T-s* e *p-v* in Figura 9.9 possono essere interpretate rispettivamente come quantità di calore e di lavoro per unità di massa. Sul diagramma *T-s* l'area 2-3-a-b-2 rappresenta il calore fornito per unità di massa, mentre l'area 1-4-a-b-1 rappresenta il calore ceduto per unità di massa. Sul diagramma *p-v* l'area 1-2-a-b-1 indica il lavoro assorbito dal compressore per unità di massa, mentre l'area 3-4-b-a-3 rappresenta il lavoro in uscita dalla turbina per unità di massa (Paragrafo 7.8); l'area racchiusa dal ciclo rappresenta in entrambi i diagrammi il lavoro netto in uscita, o, analogamente, la quantità netta di calore fornita.

Quando per l'analisi del ciclo Brayton ideale si utilizzano i valori ricavati dalle tabelle delle proprietà dell'aria, alle trasformazioni isoentropiche 1-2 e 3-4 si possono applicare le seguenti relazioni, introdotte nel Paragrafo 7.6.2



**Figura 9.9** Ciclo Brayton ideale ad aria standard.

$$p_{r2} = p_{r1} \frac{p_2}{p_1} \quad (9.20)$$

$$p_{r4} = p_{r3} \frac{p_4}{p_3} = p_{r3} \frac{p_1}{p_2} \quad (9.21)$$

Si ricorda che  $p_i$  è tabulata in funzione della temperatura nella Tabella T-9. Dal momento che l'aria passa all'interno degli scambiatori di calore a pressione costante, ne consegue che  $p_4 = p_3 = p_1 = p_2$ . Tale relazione è stata utilizzata per scrivere l'Equazione 9.21.

Quando il ciclo Brayton ideale viene studiato mediante l'analisi ad aria standard fredda, i calori specifici sono considerati costanti. Le Equazioni 9.20 e 9.21 vengono quindi sostituite dalle seguenti espressioni, introdotte nel Paragrafo 7.6.2

$$T_2 = T_1 \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} \quad (9.22)$$

$$T_4 = T_3 \left( \frac{p_4}{p_3} \right)^{(k-1)/k} = T_3 \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{(k-1)/k} \quad (9.23)$$

ove  $k$  è il rapporto tra i calori specifici  $k = c_p/c_v$ .

Nel prossimo esempio si illustra l'analisi di un ciclo Brayton ideale ad aria standard e si confrontano i risultati con quelli ottenuti dall'analisi ad aria standard fredda.

### Analisi del ciclo Brayton ideale

### ESEMPIO 9.3

Una portata volumetrica di  $5 \text{ m}^3/\text{s}$  di aria entra nel compressore di un ciclo Brayton ideale ad aria standard a  $100 \text{ kPa}$  e  $300 \text{ K}$ . Il rapporto di compressione è pari a 10 e la temperatura all'ingresso della turbina è di  $1400 \text{ K}$ . Determinare (a) il rendimento termico del ciclo, (b) il rapporto di restituzione del lavoro e (c) la potenza netta sviluppata, in kW.

#### Soluzione

**Elementi noti** Un ciclo Brayton ideale ad aria standard opera con condizioni di ingresso al compressore note e con valori dati della temperatura all'ingresso della turbina e del rapporto di compressione.

**Da determinare** Determinare il rendimento termico, il rapporto di restituzione del lavoro e la potenza netta sviluppata in kW.

#### Schema e dati forniti

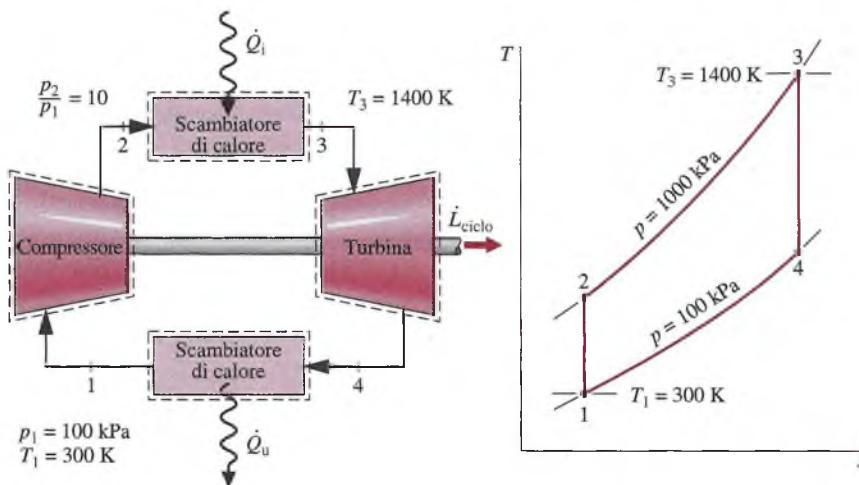


Figura E9.3

**Ipotesi**

1. Ciascun componente del ciclo costituisce un volume di controllo in condizioni stazionarie. In figura i volumi di controllo sono delimitati da linee tratteggiate.
2. La turbina e il compressore eseguono processi isoentropici.
3. Non ci sono cadute di pressione all'interno degli scambiatori di calore.
4. I termini di energia cinetica e potenziale sono trascurabili.
5. Il fluido di lavoro è aria modellizzata come gas ideale.

**Proprietà** La soluzione inizia dalla determinazione dell'entalpia specifica per ciascuno degli stati numerati del ciclo. Allo stato 1 la temperatura è di 300 K. Dalla Tabella T-9,  $h_1 = 300.19$  kJ/kg e  $p_{r1} = 1.386$ .

Poiché il processo di compressione è isoentropico, per ricavare  $h_2$  si può utilizzare la seguente relazione

$$p_{r2} = \frac{p_2}{p_1} p_{r1} = (10)(1.386) = 13.86$$

e, interpolando in Tabella T-9, si ottiene  $h_2 = 579.9$  kJ/kg.

La temperatura allo stato 3 è data ed è pari a  $T_3 = 1400$  K. Con tale temperatura, dalla Tabella T-9 si ricava l'entalpia specifica  $h_3 = 1515.4$  kJ/kg. Inoltre  $p_{r3} = 450.5$ .

L'entalpia specifica allo stato 4 è data dalla seguente relazione

$$p_{r4} = p_{r3} \frac{p_4}{p_3} = (450.5)(1/10) = 45.05$$

Interpolando i dati in Tabella T-9, si ottiene  $h_4 = 808.5$  kJ/kg.

**Analisi** (a) Il rendimento termico è

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{(\dot{L}_t/\dot{m}) - (\dot{L}_c/\dot{m})}{\dot{Q}_{in}/\dot{m}} \\ &= \frac{(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)}{h_3 - h_2} = \frac{(1515.4 - 808.5) - (579.9 - 300.19)}{1515.4 - 579.9} \\ &= \frac{706.9 - 279.7}{935.5} = 0.457 \text{ (45.7%)} \end{aligned}$$

(b) Il rapporto di restituzione del lavoro è

$$rlr = \frac{\dot{L}_c/\dot{m}}{\dot{L}_t/\dot{m}} = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_4} = \frac{279.7}{706.9} = 0.396 \text{ (39.6%)}$$

(c) La potenza netta sviluppata è

$$\dot{L}_{ciclo} = \dot{m}[(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)]$$

Per determinare la potenza netta è necessario conoscere la portata massica  $\dot{m}$ , che può essere determinata, a partire dalla portata volumetrica e dal volume specifico all'ingresso del compressore, come segue

$$\dot{m} = \frac{(Aw)_1}{v_1}$$

Poiché  $v_1 = (\bar{R}/M)T_1/p_1$ , ne discende

$$\dot{m} = \frac{(Aw)_1 p_1}{(\bar{R}/M) T_1} = \frac{(5 \text{ m}^3/\text{s})(100 \times 10^3 \text{ N/m}^2)}{\left( \frac{8314 \text{ N}\cdot\text{m}}{28.97 \text{ kg}\cdot\text{K}} \right)(300 \text{ K})} = 5.807 \text{ kg/s}$$

Infine

$$\dot{L}_{ciclo} = (5.807 \text{ kg/s})(706.9 - 279.7) \left( \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right) \left| \frac{1 \text{ kW}}{1 \text{ kJ/s}} \right| = 2481 \text{ kW}$$

- 1 Una soluzione alternativa all'uso delle tabelle del gas ideale può essere condotta con un'analisi ad aria standard fredda, nella quale si assumono costanti i calori specifici. Lasciando i calcoli per esercizio, si riportano per confronto i risultati nella tabella seguente per il caso  $k = 1.4$ , relativo ad aria atmosferica.

| Parametro                | Ciclo ad aria standard | Ciclo ad aria standard fredda ( $k = 1.4$ ) |
|--------------------------|------------------------|---|
| $T_2$                    | 574.1 K                | 579.2 K                                     |
| $T_4$                    | 787.7 K                | 725.1 K                                     |
| $\eta$                   | 0.457                  | 0.482                                       |
| rlr                      | 0.396                  | 0.414                                       |
| $\dot{L}_{\text{ciclo}}$ | 2481 kW                | 2308 kW                                     |

- 2 Il valore del rapporto di restituzione del lavoro per questa turbina è notevolmente superiore a quello del semplice ciclo a vapore dell'Esempio 8.1.

**Effetto del rapporto di compressione sul rendimento** Lo studio del ciclo Brayton ideale consente di trarre alcune conclusioni valide anche per le turbine a gas reali. La prima di esse è che il rendimento termico aumenta con il rapporto di compressione del compressore.

**Per esempio...** facendo nuovamente riferimento al diagramma  $T-s$  della Figura 9.9, si osserva che un aumento del rapporto di compressione modifica il ciclo da 1-2-3-4-1 a 1-2'-3'-4-1. Dal momento che la temperatura media a cui viene somministrato il calore è maggiore nel secondo caso, il ciclo 1-2'-3'-4-1 avrà un rendimento termico superiore. ■

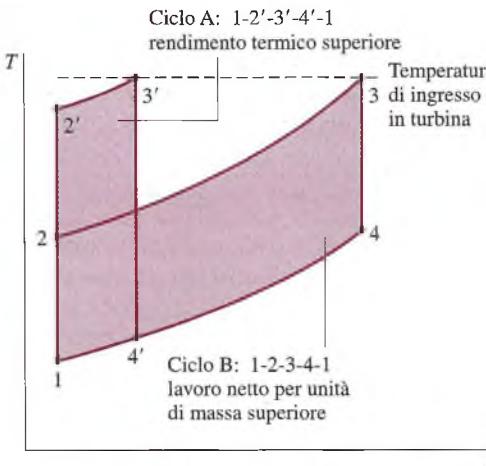
L'andamento del rendimento termico crescente con il rapporto di compressione del compressore è mostrato in Figura 9.10. Esiste un limite superiore, imposto da esigenze metallurgiche, alla temperatura dei gas all'ingresso in turbina, attualmente pari a circa 1700 K (3060°R). È pertanto utile considerare l'effetto del rapporto di compressione sul rendimento termico in un intervallo di temperatura al di sotto del valore limite. I diagrammi  $T-s$  per due cicli Brayton aventi la stessa temperatura di ingresso in turbina ma diverso rapporto di compressione sono mostrati in Figura 9.11. Il ciclo A presenta un rapporto di compressione maggiore di quello del ciclo B e quindi un maggiore rendimento termico; tuttavia il ciclo B è caratterizzato da un'area interna più grande e quindi sviluppa un lavoro netto per unità di massa più elevato. Ciò implica che il ciclo A, per sviluppare la stessa potenza netta in uscita del ciclo B, richiede una maggior portata e quindi in generale un sistema di maggiori dimensioni. Considerazioni di questo genere sono molto importanti per le turbine a gas utilizzate come motori per veicoli, in quanto in questi casi è particolarmente importante contenere il peso del motore. In tali applicazioni è desiderabile operare con valori del rapporto di compressione prossimi a quello che fornisce il lavoro più elevato per unità di massa piuttosto che al valore di massimo rendimento.



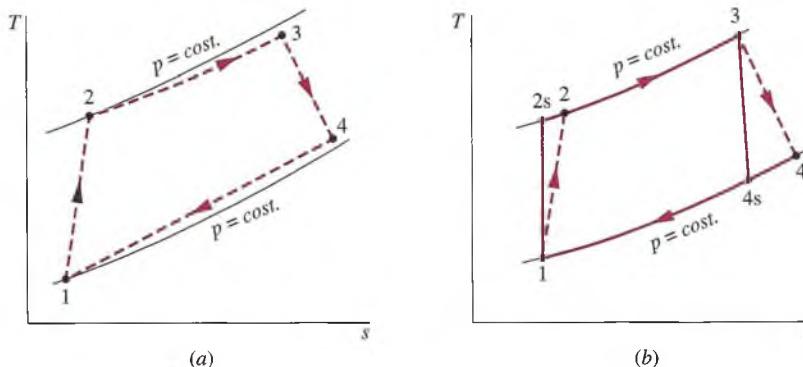
**Figura 9.10** Rendimento termico del ciclo Brayton in funzione del rapporto di compressione.

### 9.5.3 Irreversibilità e perdite nelle turbine a gas

La Figura 9.12a mostra in maniera più realistica i principali stati di un ciclo con turbina a gas ad aria standard. A causa degli effetti degli attriti all'interno della turbina e del compressore, il fluido operatore subisce un aumento di entropia nell'attraversamento di



**Figura 9.11** Cicli Brayton ideali con diversi rapporti di pressione e uguale temperatura di ingresso in turbina.



**Figura 9.12** Effetti delle irreversibilità su una turbina a gas ad aria standard.

tali componenti. Inoltre, la presenza degli attriti viscosi provoca cadute di pressione nel passaggio all'interno degli scambiatori di calore; poiché tali cadute di pressione rappresentano irreversibilità relativamente modeste, nella trattazione seguente esse saranno ignorate, assumendo quindi che il passaggio attraverso gli scambiatori di calore avvenga a pressione costante, come illustrato in Figura 9.12b. Anche le perdite di calore dai componenti dell'impianto verso l'ambiente comportano irreversibilità, tuttavia tali effetti sono normalmente di secondaria importanza e saranno pure ignorati nel seguito della trattazione.

Mano a mano che crescono le irreversibilità nella turbina e nel compressore, il lavoro sviluppato dalla turbina stessa diminuisce e aumenta il lavoro in ingresso richiesto dal compressore, con conseguente riduzione del lavoro netto sviluppato dal ciclo. Di conseguenza, se si vuole sviluppare una quantità considerevole di lavoro, è necessario utilizzare turbine e compressori a elevato rendimento. Dopo decenni di ricerche, i rendimenti delle turbine e dei compressori degli odierni impianti di potenza raggiungono l'80-90%. Facendo riferimento agli stati indicati nella Figura 9.12b, i rendimenti di turbina e compressore sono dati da

$$\eta_t = \frac{(\dot{L}_t/\dot{m})}{(\dot{L}_t/\dot{m})_s} = \frac{h_3 - h_4}{h_3 - h_{4s}} \quad (9.24)$$

$$\eta_c = \frac{(\dot{L}_c/\dot{m})_s}{(\dot{L}_c/\dot{m})} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} \quad (9.25)$$

Gli effetti delle irreversibilità nella turbina e nel compressore sono importanti, ma, in considerazione degli elevati livelli di rendimento oggi raggiunti, ormai le irreversibilità connesse al processo di combustione sono decisamente le più significative. Tuttavia, l'analisi semplificata ad aria standard non consente di tenere conto di tali irreversibilità.

L'Esempio 9.4 illustra l'effetto delle irreversibilità nella turbina e nel compressore sulle prestazioni dell'impianto.

### Ciclo Brayton con irreversibilità

### ESEMPIO 9.4

Si consideri nuovamente l'Esempio 9.3 includendo nell'analisi il fatto che la turbina e il compressore hanno un rendimento isoentropico dell'80%. Determinare, per il ciclo modificato, (a) il rendimento termico del ciclo, (b) il rapporto di restituzione del lavoro e (c) la potenza netta sviluppata in kW.

#### Soluzione

**Elementi noti** Un ciclo Brayton ad aria standard opera con condizioni note in ingresso al compressore, e con temperatura in ingresso alla turbina e rapporto di compressione noti. Il compressore e la turbina hanno rendimento isoentropico pari all'80%.

**Da determinare** Determinare il rendimento termico, il rapporto di restituzione del lavoro e la potenza netta sviluppata in kW.

#### Schema e dati forniti

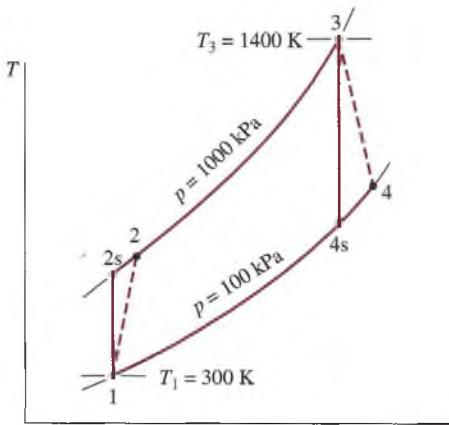


Figura E9.4

#### Ipotesi

1. Ciascun componente viene analizzato come volume di controllo in condizioni stazionarie.
2. Il compressore e la turbina sono adiabatici.
3. Non vi sono cadute di pressione negli scambiatori di calore.
4. I termini di energia cinetica e potenziale sono trascurabili.
5. Il fluido di lavoro è aria modellizzata come gas ideale.

**Analisi** (a) Il rendimento termico è dato da

$$\eta = \frac{(\dot{L}_t/\dot{m}) - (\dot{L}_c/\dot{m})}{\dot{Q}_i/\dot{m}}$$

I termini di lavoro al numeratore di questa espressione possono essere determinati utilizzando i valori del rendimento isoentropico della turbina e del compressore come segue:

La potenza meccanica della turbina per unità di massa è

$$\frac{\dot{L}_t}{\dot{m}} = \eta_t \left( \frac{\dot{L}_t}{\dot{m}} \right)_s$$

①

dove  $\eta_t$  è il rendimento della turbina. Il valore di  $(\dot{L}_t/\dot{m})_s$  è stato ricavato nella risoluzione dell'Esempio 9.3 ed è pari a 706.9 kJ/kg, per cui

$$\frac{\dot{L}_t}{\dot{m}} = 0.8(706.9) = 565.5 \text{ kJ/kg}$$

Il lavoro per unità di massa del compressore è

$$\frac{\dot{L}_c}{\dot{m}} = \frac{(\dot{L}_c/\dot{m})_s}{\eta_c}$$

dove  $\eta_c$  è il rendimento del compressore. Il valore di  $(\dot{L}_c/\dot{m})_s$  è stato ricavato nella soluzione dell'Esempio 9.3 ed è pari a 279.7 kJ/kg, da cui

$$\frac{\dot{L}_c}{\dot{m}} = \frac{279.7}{0.8} = 349.6 \text{ kJ/kg}$$

Il valore dell'entalpia specifica  $h_2$  all'uscita del compressore è necessario per determinare il denominatore dell'espressione del rendimento termico. Tale valore di entalpia può essere ricavato risolvendo

$$\frac{\dot{L}_c}{\dot{m}} = h_2 - h_1$$

ottenendo così

$$h_2 = h_1 + \dot{L}_c/\dot{m}$$

Sostituendo i valori forniti

$$h_2 = 300.19 + 349.6 = 649.8 \text{ kJ/kg}$$

La potenza termica scambiata per unità di massa è

$$\frac{\dot{Q}_i}{\dot{m}} = h_3 - h_2 = 1515.4 - 649.8 = 865.6 \text{ kJ/kg}$$

dove  $h_3$  discende dalla soluzione dell'Esempio 9.3.

Infine, il rendimento termico è

$$\eta = \frac{565.5 - 349.6}{865.6} = 0.249 (24.9\%)$$

**(b)** Il rapporto di restituzione del lavoro è

$$\text{rlr} = \frac{\dot{L}_c/\dot{m}}{\dot{L}_t/\dot{m}} = \frac{349.6}{565.5} = 0.618 (61.8\%)$$

**(c)** La portata massica è la stessa dell'Esempio 9.3. La potenza netta sviluppata dal ciclo risulta allora

②

$$\dot{L}_{\text{ciclo}} = \left( 5.807 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \right) (565.5 - 349.6) \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \left| \frac{1 \text{ kW}}{1 \text{ kJ/s}} \right| = 1254 \text{ kW}$$

- ① Si lascia come esercizio la soluzione di questo esempio sulla base dell'analisi ad aria standard fredda.
- ② Le irreversibilità nella turbina e nel compressore hanno un impatto notevole sulle prestazioni delle turbine a gas, come si può osservare confrontando i risultati di questo esempio con quelli dell'Esempio 9.3. Le irreversibilità provocano un aumento del lavoro di compressione e una diminuzione del lavoro uscente dalla turbina. Il rapporto di restituzione del lavoro aumenta e il rendimento termico del ciclo diminuisce sensibilmente.

## 9.6 Turbine a gas con rigenerazione

La temperatura dei gas di scarico di una turbina è generalmente maggiore di quella ambiente. Di conseguenza, i gas di scarico caldi hanno un potenziale di utilizzo che andrebbe irrimediabilmente perduto se essi fossero scaricati direttamente nell'ambiente. Un modo per sfruttare le potenzialità energetiche dei gas di scarico consiste nell'impiego di uno scambiatore di calore, chiamato **recuperatore**, che preriscalda l'aria in uscita dal compressore prima che questa entri nel combustore, riducendo così la quantità di combustibile necessaria al processo.

Un ciclo Brayton ad aria standard modificato per includere il recuperatore è illustrato nella Figura 9.13.

Il recuperatore è uno scambiatore di calore controcorrente, attraverso il quale i gas caldi allo scarico della turbina e l'aria che esce dal compressore passano in direzioni opposte. In condizioni ideali non si hanno cadute di pressione dovute all'attrito sulle due correnti. I gas di scarico della turbina sono raffreddati dallo stato 4 allo stato  $y$ , mentre l'aria che esce dal compressore è riscaldata dallo stato 2 allo stato  $x$ ; di conseguenza la quantità di calore da fornire al ciclo da parte di una sorgente esterna corrisponde ora al solo incremento della temperatura dell'aria dallo stato  $x$  allo stato 3, invece che dallo stato 2 allo stato 3, come avviene nel caso di un ciclo senza recuperatore. La potenza termica fornita per unità di massa è quindi data da

$$\frac{\dot{Q}_i}{m} = h_3 - h_x \quad (9.26)$$

Il lavoro netto sviluppato per unità di massa non è quindi alterato dall'aggiunta del recuperatore, ma, dato che il calore fornito è minore, il rendimento termico aumenta.

**Efficienza del recuperatore** Dall'Equazione 9.26 si può concludere che il calore esterno richiesto da una centrale termoelettrica con turbina a gas diminuisce mano a mano che l'entalpia specifica  $h_x$  aumenta, vale a dire all'aumentare della temperatura  $T_x$ . Evidentemente, in termini di combustibile risparmiato, è vantaggioso scegliere un recuperatore che fornisca il valore di temperatura più alto possibile. Per valutare il valore massimo teorico di  $T_x$ , si faccia riferimento alla Figura 9.14a, che mostra le variazioni di temperatura tipiche per la corrente calda e per la corrente fredda in uno scambiatore di calore controcorrente. Dato che, affinché il passaggio di calore avvenga, è necessaria una differenza finita di temperatura tra le correnti, la temperatura della corrente fredda alla generica posizione contrassegnata dalla coordinata  $z$  è minore di quella della corrente calda. In particolare, la temperatura della

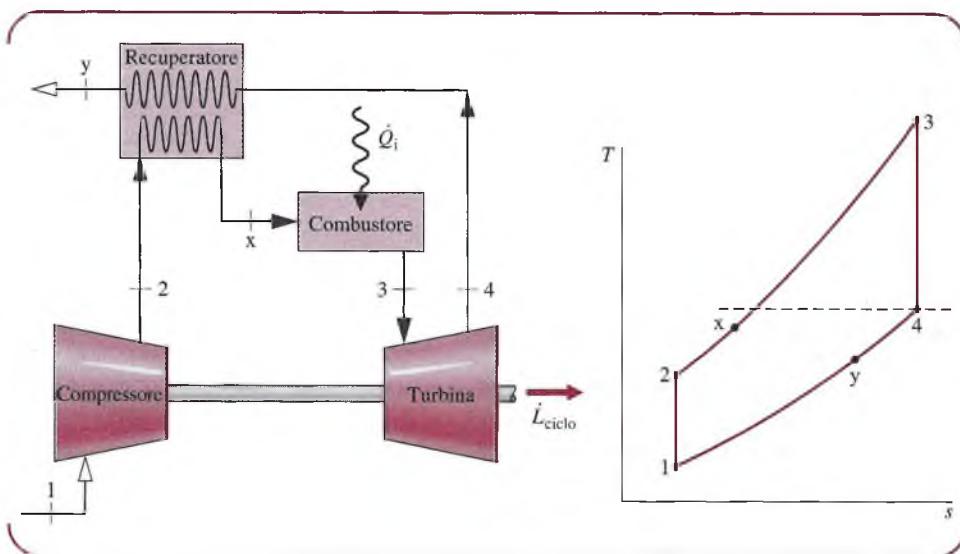
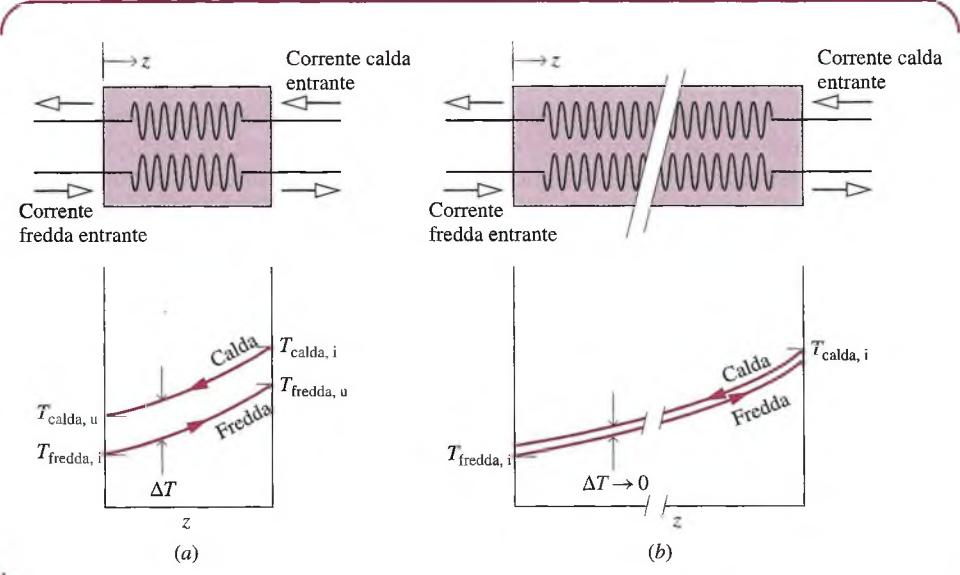


Figura 9.13 Ciclo ad aria standard con turbina a gas rigenerativa.



**Figura 9.14**  
Distribuzione della temperatura negli scambiatori di calore controcorrente. (a) Reali.  
(b) Ideali.

corrente fredda in uscita dallo scambiatore deve essere minore di quella all'ingresso della corrente calda. Aumentando la superficie dello scambiatore di calore si facilita lo scambio di calore tra le due correnti e, in ogni punto dello scambiatore, si ha una minore differenza di temperatura tra le due correnti stesse. Nel caso limite di superficie infinita, la differenza di temperatura in ogni punto si avvicina a zero, come mostrato in Figura 9.14b, e il trasferimento di calore approssima le condizioni di reversibilità. In questo caso limite, la temperatura in uscita del fluido freddo risulterebbe prossima alla temperatura di ingresso del fluido caldo. In altri termini, la massima temperatura teoricamente raggiungibile dalla corrente d'aria fredda in uscita è pari alla temperatura dell'aria calda in entrata.

Riferendosi ancora al recuperatore di Figura 9.13, si può quindi concludere, in base alla discussione relativa alla Figura 9.14, che il valore massimo teorico della temperatura  $T_x$  è pari alla temperatura  $T_4$  del gas di scarico della turbina, che si otterrebbe se il recuperatore operasse in modo reversibile. L'efficienza del recuperatore,  $\eta_{rec}$ , è un parametro che misura la deviazione di un recuperatore reale dalle condizioni ideali. Essa è definita come rapporto tra l'incremento effettivo dell'entalpia dell'aria sul lato compressore del rigeneratore e l'incremento di entalpia massimo teorico della corrente stessa.

Quindi, l'**efficienza del recuperatore** è:

$$\eta_{rec} = \frac{h_x - h_2}{h_4 - h_2} \quad (9.27)$$

Man mano che il trasferimento di calore approssima la reversibilità,  $h_x$  si avvicina a  $h_4$  e  $\eta_{rec}$  tende a 1 (100%). In pratica, i valori tipici dell'efficienza dei recuperatori variano tra il 60% e l'80%, e quindi la temperatura  $T_x$  dell'aria uscente dal lato compressore del rigeneratore è normalmente ben al di sotto della temperatura dei gas di scarico della turbina. Per incrementare l'efficienza del recuperatore al di sopra dei valori sopra indicati sarebbe necessario aumentare la superficie di scambio termico, con conseguente aumento del costo delle apparecchiature, che andrebbe ad annullare i vantaggi conseguiti in termini di risparmio di combustibile. Inoltre, maggiore è la superficie di scambio termico necessaria per aumentare l'efficienza, maggiori sono le perdite di pressione causate dagli attriti viscosi; si ha quindi in generale una diminuzione dell'efficienza dell'impianto. La scelta di aggiungere o meno un recuperatore è influenzata da considerazioni di questo tipo, e la decisione finale è esclusivamente di ordine economico. Per ulteriori approfondimenti in merito agli scambiatori di calore si rimanda al Paragrafo 17.5.

Nell'Esempio 9.5 si analizza un ciclo Brayton ad aria standard con rigeneratore e si osserva l'effetto dell'efficienza del recuperatore sul rendimento termico.

## Ciclo Brayton con recuperatore

## ESEMPIO 9.5

Viene inserito un recuperatore nel ciclo dell'Esempio 9.3. (a) Determinare il rendimento termico del ciclo se il recuperatore ha un'efficienza dell'80%. (b) Tracciare il grafico del rendimento termico rispetto all'efficienza del recuperatore nell'intervallo tra 0 e 80%.

## Soluzione

**Elementi noti** Una turbina a gas con recuperatore utilizza aria come fluido di lavoro. Lo stato all'aspirazione del compressore, la temperatura in ingresso della turbina e il rapporto di compressione sono noti.

**Da determinare** Determinare il rendimento termico per un'efficienza del recuperatore dell'80%. Tracciare inoltre il grafico del rendimento termico rispetto all'efficienza del recuperatore, variabile tra lo 0 e l'80%.

## Schema e dati forniti

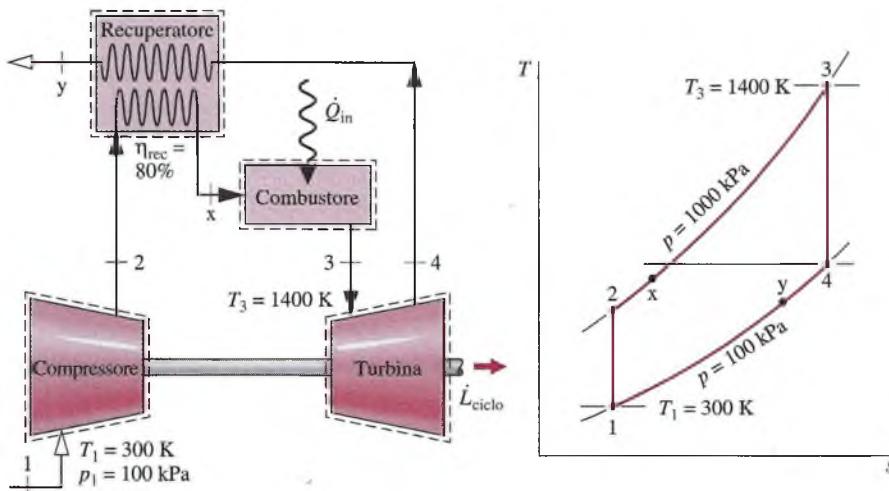


Figura E9.5a

## Ipotesi

- Ogni componente del sistema è analizzato come volume di controllo in condizioni stazionarie. In figura i volumi di controllo sono delimitati da linee tratteggiate.
- I processi del compressore e della turbina sono isoentropici.
- Non vi sono cadute di pressione negli scambiatori di calore.
- Nella parte (a) del problema l'efficienza del recuperatore è dell'80%.
- I termini di energia cinetica e potenziale sono trascurabili.
- Il fluido di lavoro è aria modellizzata come gas perfetto.

**Proprietà** I valori di entalpia specifica in corrispondenza degli stati numerati sul diagramma T-s sono stati determinati nell'Esempio 9.3:  $h_1 = 300.19 \text{ kJ/kg}$ ,  $h_2 = 579.9 \text{ kJ/kg}$ ,  $h_3 = 1515.4 \text{ kJ/kg}$ ,  $h_4 = 808.5 \text{ kJ/kg}$ .

Per ricavare l'entalpia specifica  $h_x$ , si esprime l'efficienza del recuperatore come segue:

Per definizione

$$\eta_{rec} = \frac{h_x - h_2}{h_4 - h_2}$$

Risolvendo rispetto a  $h_x$

$$\begin{aligned} h_x &= \eta_{rec}(h_4 - h_2) + h_2 \\ &= (0.8)(808.5 - 579.9) + 579.9 = 762.8 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

**Analisi** (a) Con i valori dell'entalpia specifica appena ricavati, il rendimento termico è

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \eta &= \frac{(\dot{L}_t/\dot{m}) - (\dot{L}_o/\dot{m})}{(\dot{Q}_i/\dot{m})} = \frac{(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)}{(h_3 - h_x)} \\ &= \frac{(1515.4 - 808.5) - (579.9 - 300.19)}{(1515.4 - 762.8)} \\ \textcircled{2} \quad &= 0.568 (56.8\%) \end{aligned}$$

(b) Il listato TI per la soluzione è il seguente, dove  $\eta_{rec}$  è indicato come etarec,  $\eta$  è eta,  $\dot{L}_{comp}/\dot{m}$  è Lcomp, e così via

```
//Fix the states
T1 = 300//K
p1 = 100//kPa
h1 = h_T ("Air", T1)
s1 = s_TP ("Air", T1, p1)

p2 = 1000//kPa
s2 = s_TP ("Air", T2, p2)
s2 = s1
h2 = h_T ("Air", T2)

T3 = 1400//K
p3 = p2
h3 = h_T ("Air", T3)
s3 = s_TP ("Air", T3, p3)

p4 = p1
s4 = s_TP ("Air", T4, p4)
s4 = s3
h4 = h_T ("Air", T4)

etareg = 0.8
hx = etareg * (h4 - h2) + h2

//Thermal efficiency
Lcomp = h2 - h1
Lturb = h3 - h4
Qin = h3 - hx
eta = (Lturb - Lcomp)/Qin
```

Utilizzando il pulsante **Explore** (Esplora), si fa variare etarec da 0 a 0.8 con passo 0.01 e quindi, utilizzando il pulsante **Graph** (Grafico), si ottiene il seguente grafico:

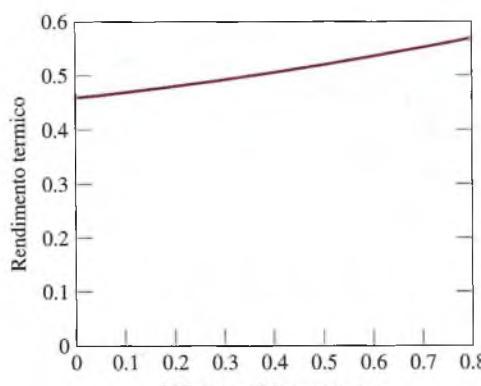


Figura E9.5b

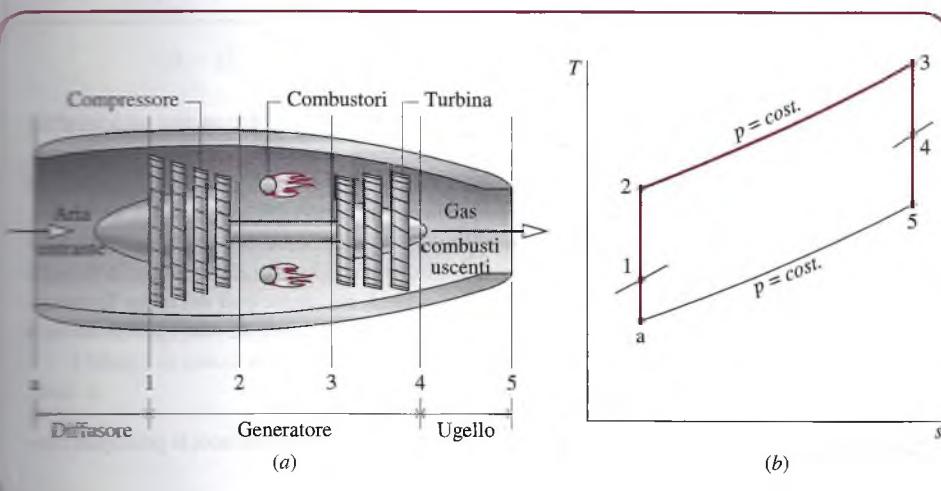
I risultati indicano che il rendimento termico del ciclo passa da 0.456 per efficienza nulla del recuperatore, valore prossimo al risultato ottenuto risolvendo l'Esempio 9.3 senza recuperatore, fino a 0.567 quando l'efficienza del recuperatore è 80%, risultato analogo a quello ottenuto nella parte (a). L'andamento è rappresentato dal grafico, che mostra come l'efficienza del recuperatore abbia un effetto notevole sul rendimento termico del ciclo.

- ① I valori del lavoro per unità di massa del compressore e della turbina rimangono invariati con l'aggiunta del recuperatore, per cui il rapporto di restituzione del lavoro e il lavoro netto sviluppato non sono influenzati da questa modifica.
- ② Confrontando il rendimento termico ottenuto con recuperatore con quello determinato nell'Esempio 9.3, risulta evidente che il rendimento termico può aumentare significativamente con l'ausilio di un recuperatore.

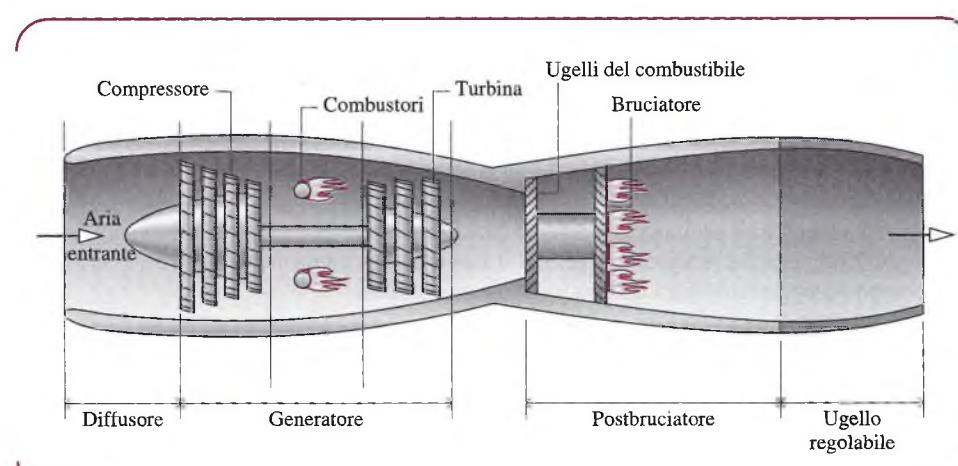
## 9.7 Turbine a gas per propulsione aeronautica

Le turbine a gas sono particolarmente adatte per la propulsione aeronautica grazie al loro notevole rapporto peso/potenza. Comunemente, per questi scopi si impiegano i **motori a turbogetto** (o a **turboreattore**). Come illustrato in Figura 9.15, questo tipo di motore è composto da tre sezioni principali: il diffusore, il generatore a gas e l'ugello. Il diffusore, posto a monte del compressore, produce un rallentamento della corrente d'aria prima dell'ingresso al motore. A questo rallentamento è correlato un incremento di pressione noto come **effetto di presa dinamica**. Il generatore a gas è costituito da compressore, combustore e turbina, che svolgono le stesse funzioni degli analoghi componenti presenti in un tradizionale impianto con turbina a gas; tuttavia, in un turboreattore la potenza prodotta dalla turbina serve solo ad azionare il compressore e gli organi ausiliari. I gas lasciano la turbina a una pressione notevolmente più alta di quella atmosferica e si espanderanno poi attraverso l'ugello, con un forte incremento di velocità, subito prima di essere scaricati in ambiente. La forza propulsiva, o spinta, è generata dalla variazione complessiva della velocità (o più precisamente della quantità di moto) del gas tra ingresso e uscita del motore.

Alcuni turboreattori sono dotati di un **postbruciatore** come quello mostrato in Figura 9.16. Si tratta essenzialmente di un dispositivo di post-riscaldamento dei gas, in cui si inietta una quantità supplementare di carburante nel gas in uscita dalla turbina, la cui combustione produce un ulteriore incremento della temperatura all'ingresso dell'ugello. Ne conseguono una maggiore velocità in uscita dall'ugello e, quindi, una spinta più elevata.



**Figura 9.15** Schema di un motore a turbogetto e diagramma  $T$ - $s$  ideale.



**Figura 9.16** Schema di un motore a turbogetto con postbruciatore.

**Analisi del turboreattore** Il ciclo ideale di un motore a turbogetto è rappresentato sul diagramma  $T-s$  in Figura 9.15b.

In coerenza con le ipotesi dell'analisi ad aria standard, il fluido di lavoro è modellizzato come gas ideale. I processi che avvengono nel diffusore, nel compressore, nella turbina e nell'ugello sono considerati isoentropici, e si assume che il combustore operi a pressione costante. Il processo isoentropico a-1 rappresenta la compressione dell'aria nel diffusore, causata dalla decelerazione che il fluido subisce in questo componente. Il processo 1-2 rappresenta invece la compressione isoentropica entro il compressore. Nel processo 2-3 viene fornito calore a pressione costante, mentre il processo 3-4 corrisponde all'espansione isoentropica in turbina; in questa fase si sviluppa lavoro. Il processo 4-5 rappresenta l'espansione isoentropica che ha luogo nell'ugello, entro il quale l'aria accelera e la pressione diminuisce. A causa delle irreversibilità, nei motori reali si verificano aumenti di entropia nei passaggi attraverso il diffusore, il compressore, la turbina e l'ugello; si ha inoltre una caduta di pressione nel passaggio attraverso il bruciatore. Ulteriori dettagli relativi alla fluidodinamica degli ugelli e dei diffusori sono forniti nei Paragrafi 12.8 e 12.10.

Nell'analisi termodinamica di un turboreattore ad aria standard, sono di solito note le seguenti grandezze: velocità all'ingresso del diffusore, rapporto di compressione del compressore, temperatura di ingresso in turbina. L'analisi si propone di determinare la velocità in uscita dall'ugello, dalla quale è possibile determinare la spinta applicando la seconda legge della dinamica nella forma valida per i volumi di controllo (Paragrafo 12.2). Gli elementi necessari per eseguire l'analisi termodinamica dei turboreattori secondo lo schema ad aria standard sono già stati introdotti; l'Esempio 9.6 ne fornisce un'applicazione.

### ESEMPIO 9.6

### Analisi di un motore a turbogetto

L'aria entra in un turboreattore alla pressione di  $11.8 \text{ lbf/in}^2$  e a  $430^\circ\text{R}$ , con una velocità d'ingresso di 620 miglia/h (909.3 ft/s). Il rapporto di compressione del compressore è pari a 8. La temperatura di ingresso in turbina è di  $2150^\circ\text{R}$  e la pressione all'uscita dell'ugello è di  $11.8 \text{ lbf/in}^2$ . Il lavoro svolto dalla turbina è pari al lavoro richiesto dal compressore. Diffusore, compressore, turbina e ugello compiono processi isoentropici e non vi sono cadute di pressione nel combustore. Considerando il funzionamento in regime stazionario, determinare la velocità d'uscita dall'ugello e la pressione in corrispondenza degli stati principali del ciclo. Si trascurino le variazioni di energia potenziale e l'energia cinetica in uscita da tutti i componenti, a esclusione dell'ugello.

#### Soluzione

**Elementi noti** Un turboreattore ideale opera in stato stazionario. Sono note le principali condizioni di funzionamento.

**Da determinare** Determinare la velocità in uscita dell'ugello, in ft/s, e la pressione, in lbf/in.<sup>2</sup>, per ogni stato principale.

**Schema e dati forniti**

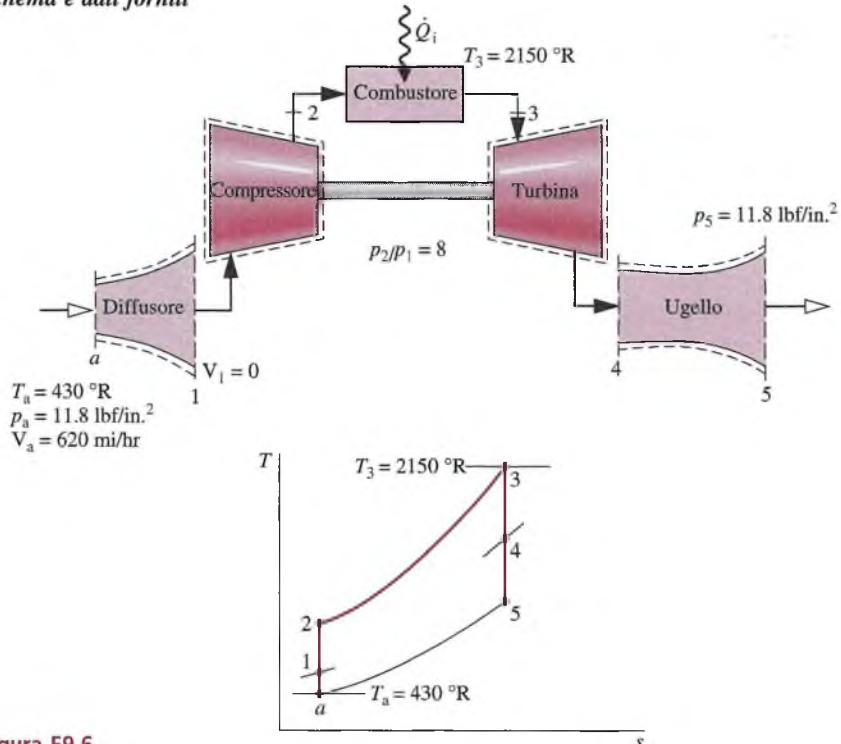


Figura E9.6

**Ipotesi**

- Ogni componente viene analizzato come volume di controllo in stato stazionario. I volumi di controllo sono rappresentati sulla figura con linee tratteggiate.
- Diffusore, compressore, turbina e ugello compiono processi isoentropici.
- Non vi sono cadute di pressione attraverso il combustore.
- Il lavoro in uscita dalla turbina è pari al lavoro richiesto dal compressore.
- Traffane che in entrata e in uscita dal motore, i termini di energia cinetica possono essere trascurati. Le variazioni di energia potenziale sono trascurabili ovunque.
- Il fluido di lavoro è aria modellizzata come gas ideale.

**Analisi** Per determinare la velocità in uscita dall'ugello, i bilanci di massa e di energia in forma stazionaria, per il volume di controllo che racchiude questo componente, si riducono a:

$$0 = \dot{Q}_c^0 - \dot{L}_{vc}^0 + \dot{m} \left[ (h_4 - h_5) + \left( \frac{w_4^0 - w_5^0}{2} \right) + g(z_4 - z_5)^0 \right]$$

dove  $\dot{m}$  è la portata massica. L'energia cinetica si annulla in virtù dell'ipotesi 5. Risolvendo rispetto a  $w_5$

$$w_5 = \sqrt{2(h_4 - h_5)}$$

Questa espressione richiede i valori delle entalpie specifiche  $h_4$  e  $h_5$  in ingresso e in uscita all'ugello. Utilizzando i dati si possono determinare questi valori di entalpia eseguendo in sequenza l'analisi di tutti i componenti a partire dal diffusore. Le pressioni agli stati principali del ciclo vengono valutate nel corso della determinazione delle entalpie  $h_4$  e  $h_5$ .

I bilanci di massa ed energia per il volume di controllo che racchiude il diffusore si riducono a

$$h_1 = h_a + \frac{w_a^2}{2}$$

con i dati in Tabella T-9E e il valore dato di  $V_e$

$$\textcircled{1} \quad h_1 = 102.7 \text{ Btu/lb} + \left[ \frac{(909.3)^2}{2} \right] \left( \frac{\text{ft}^2}{\text{s}^2} \right) \left| \frac{1 \text{ lbf}}{32.2 \text{ lb ft/s}^2} \right| \left| \frac{1 \text{ Btu}}{778 \text{ ft-lbf}} \right| \\ = 119.2 \text{ Btu/lb}$$

Interpolando in Tabella T-9E si ottiene  $p_{r1} = 1.051$ . Il flusso attraverso il diffusore è isoentropico, per cui la pressione  $p_1$  è

$$p_1 = \frac{p_{r1}}{p_a} p_a$$

Con il valore di  $p_r$  estratto dalla Tabella T-9E e il valore noto di  $p_a$

$$p_1 = \frac{1.051}{0.6268} (11.8 \text{ lbf/in.}^2) = 19.79 \text{ lbf/in.}^2$$

Utilizzando il rapporto di compressione del compressore dato, la pressione in 2 è  $p_2 = 8(19.79 \text{ lbf/in.}^2) = 158.3 \text{ lbf/in.}^2$ .

Anche il flusso attraverso il compressore è isoentropico, per cui

$$p_{r2} = p_{r1} \frac{p_2}{p_1} = 1.051(8) = 8.408$$

Interpolando in Tabella T-9E si ricava  $h_2 = 216.2 \text{ Btu/lb}$ .

La temperatura nello stato 3 è assegnata ed è pari a  $T_3 = 2150^\circ\text{R}$ . Dalla Tabella T-9 si ricava  $h_3 = 546.54 \text{ Btu/lb}$ . In virtù dell'ipotesi 3,  $p_3 = p_2$ , e, in base all'ipotesi 4, il lavoro sviluppato dalla turbina è giusto sufficiente ad azionare il compressore, per cui

$$\frac{\dot{L}_t}{\dot{m}} = \frac{\dot{L}_c}{\dot{m}}$$

oppure

$$h_3 - h_4 = h_2 - h_1$$

Risolvendo rispetto a  $h_4$

$$h_4 = h_3 + h_1 - h_2 = 546.54 + 119.2 - 216.2 \\ = 449.5 \text{ Btu/lb}$$

Interpolando in Tabella T-9E con  $h_4$ , si ricava  $p_{r4} = 113.8$ .

L'espansione attraverso la turbina è isoentropica, e quindi

$$p_4 = p_3 \frac{p_{r4}}{p_{r3}}$$

Con  $p_3 = p_2$  e  $p_r$  dalla Tabella T-9E, si ha

$$p_4 = (158.3 \text{ lbf/in.}^2) \frac{113.8}{233.5} = 77.2 \text{ lbf/in.}^2$$

Anche l'espansione attraverso l'ugello è isoentropica, con  $p_5 = 11.8 \text{ lbf/in.}^2$ , per cui

$$p_{r5} = p_{r4} \frac{p_5}{p_4} = (113.8) \frac{11.8}{77.2} = 17.39$$

Dalla Tabella T-9E, si ottiene  $h_5 = 265.8 \text{ Btu/lb}$ , che è l'ultimo valore di entalpia specifica necessario per determinare la velocità all'uscita dell'ugello.

Utilizzando i valori di  $h_4$  e di  $h_5$  appena calcolati, si ricava la velocità all'uscita dell'ugello:

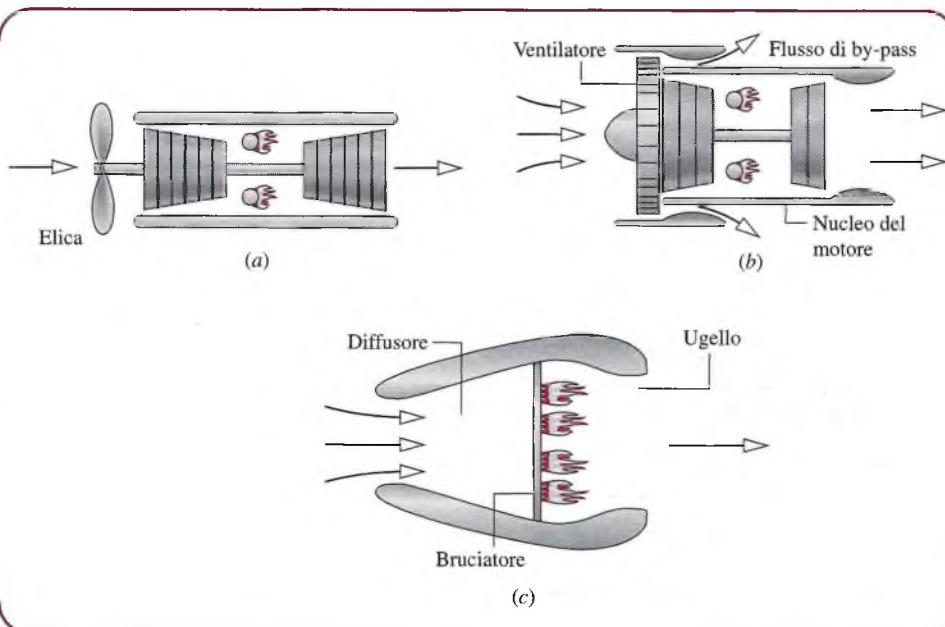
$$\textcircled{2} \quad w_5 = \sqrt{2(h_4 - h_5)} \\ = \sqrt{2(449.5 - 265.8) \frac{\text{Btu}}{\text{lb}}} \left| \frac{32.2 \text{ lb ft/s}^2}{1 \text{ lbf}} \right| \left| \frac{778 \text{ ft-lbf}}{1 \text{ Btu}} \right| \\ = 3034 \text{ ft/s (2069 mi/h)}$$

- ➊ Si osservino le conversioni di unità di misura necessarie in quest'ultima relazione e nel calcolo di  $w_5$ .
- ➋ L'incremento della velocità dell'aria prodotto dal motore aumenta la spinta propulsiva del motore stesso. Un'analisi dettagliata delle forze agenti sul motore richiede l'applicazione della legge del moto di Newton in forma adeguata allo studio dei volumi di controllo (si veda il Paragrafo 12.2).

**Altre applicazioni** Altre applicazioni delle turbine a gas si trovano nei motori turboelica e turbofan (o turboventola). Il motore a turboelica di Figura 9.17a è costituito da una turbina entro la quale avviene l'espansione dei gas fino alla pressione atmosferica. La potenza netta sviluppata è trasmessa a un'elica che, a sua volta, fornisce la spinta all'aeromobile. I motori a turboelica sono dispositivi di propulsione adatti per velocità fino a circa 600 km/h (400 miglia/h). Nel turbofan mostrato in Figura 9.17b il cuore del motore è molto simile a quello del turboreattore, e una parte della spinta si ottiene dall'espansione attraverso l'ugello. In questo sistema, tuttavia, è presente una ventola di grande diametro solidale all'albero motore e disposta anteriormente, avente lo scopo di accelerare l'aria intorno al nucleo del motore. Questo flusso di bypass fornisce un contributo addizionale di spinta particolarmente utile in fase di decollo, mentre il cuore del motore fornisce la spinta principale in navigazione di crociera. I motori turbofan sono comunemente usati per aeromobili commerciali con velocità fino a circa 1000 km/h (600 miglia/h).

Un tipo particolarmente semplice di motore, denominato autoreattore, è mostrato in Figura 9.17c. Questo motore non richiede né compressore né turbina, dato che esso sfrutta l'aumento di pressione prodotto dalla decelerazione dell'aria entro il diffusore (effetto di pressione dinamica). Tuttavia, affinché l'autoreattore possa funzionare, l'aeromobile deve essere già in volo ad alta velocità. I gas caldi e compressi in uscita dal combustore si espandono attraverso l'ugello e producono la spinta.

Nei motori finora considerati la combustione del carburante richiede l'alimentazione con aria ambiente. Per il volo ad altissima quota e per le applicazioni spaziali ciò non è più possibile; vengono quindi impiegati dei propulsori a razzo, nei quali sia il combustibile sia il comburente (per esempio l'ossigeno liquido) si trovano a bordo del velivolo. La spinta in questo caso si sviluppa facendo espandere i gas ad alta pressione ottenuti dalla combustione attraverso un ugello; i gas vengono eiettati direttamente dal razzo.



**Figura 9.17** Altri esempi di motori per velivoli. (a) Turboelica. (b) Turbofan (o turboventola). (c) Autoreattore.

## Sommario e guida allo studio

In questo capitolo si sono studiati i modelli termodinamici dei motori a combustione interna e degli impianti con turbina a gas. La modellizzazione dei cicli si è basata sull'uso di analisi ad aria standard, in cui il fluido di lavoro è aria considerata gas ideale.

I motori a combustione interna sono descritti mediante due cicli ad aria standard: il ciclo Otto e il ciclo Diesel, che si differenziano per le modalità con cui il calore viene somministrato al fluido operatore. Per tali cicli si sono valutati le quantità di lavoro e di calore scambiate e i due principali parametri di prestazione: la pressione media effettiva e il rendimento termico. Si sono anche analizzati gli effetti del rapporto di compressione del ciclo sulle prestazioni del motore.

Si sono descritti in forma semplificata gli impianti di generazione a turbina a gas, analizzati in termini di ciclo Brayton ad aria standard. Per questo ciclo si sono valutate le quantità di lavoro e di calore scambiate e i due più importanti parametri che indicano le prestazioni: il rapporto di restituzione del lavoro e il rendimento termico. Si sono anche analizzati gli effetti delle irreversibilità e del rapporto di compressione

sulle prestazioni dell'impianto. Si è inoltre trattata la turbina a gas con recuperatore.

La seguente checklist fornisce una guida allo studio del capitolo. Al termine dello studio del capitolo e della risoluzione degli esercizi a fine capitolo, il lettore deve essere in grado di:

- interpretare il significato dei termini chiave evidenziati nel testo;
- tracciare i diagrammi  $p-v$  e  $T-s$  del ciclo Otto e Diesel;
- applicare il bilancio energetico per sistemi chiusi, il secondo principio e il calcolo delle proprietà per determinare le prestazioni di questi cicli, in particolare la pressione media effettiva, il rendimento termico e gli effetti di una variazione del rapporto di compressione;
- tracciare lo schema e il diagramma  $T-s$  del ciclo Brayton e della turbina con recuperatore;
- essere in grado di applicare i bilanci di massa e di energia, il secondo principio e il calcolo delle proprietà per determinare le prestazioni dell'impianto, in particolare il rapporto di restituzione del lavoro, la potenza netta prodotta e gli effetti della variazione del rapporto di compressione del compressore.

## Esercizi

### Ciclo Otto

- 9.1** Un ciclo Otto ad aria standard ha un rapporto di compressione pari a 8.5. All'inizio della compressione  $p_1 = 100 \text{ kPa}$  e  $T_1 = 300 \text{ K}$ . Il calore fornito per unità di massa è di 1400 kJ/kg. Determinare:  
 (a) il lavoro netto, in kJ per kg di aria;  
 (b) il rendimento termico del ciclo;  
 (c) la pressione media effettiva, in kPa;  
 (d) la temperatura massima del ciclo, in K.

- 9.2** Risolvere il Problema 9.1 sulla base di un'analisi ad aria standard fredda con calori specifici valutati a 300 K.

- 9.3** All'inizio del processo di compressione di un ciclo Otto ad aria standard  $p_1 = 1 \text{ bar}$ ,  $T_1 = 290 \text{ K}$  e  $V_1 = 400 \text{ cm}^3$ . La temperatura massima del ciclo è 2200 K e il rapporto di compressione vale 8. Determinare:  
 (a) il calore fornito, in kJ;  
 (b) il lavoro netto, in kJ;  
 (c) il rendimento termico;  
 (d) la pressione media effettiva, in bar.

- 9.4** Si tracci il grafico delle grandezze specificate ricavate ai punti (a), (b), (c), (d) del Problema 9.3 rispetto al rapporto di compressione nell'intervallo da 2 a 12.

- 9.5** Risolvere il Problema 9.3 sulla base di un'analisi ad aria standard fredda con calori specifici valutati a 300 K.

- 9.6** Si consideri il ciclo del Problema 9.3 come modello dei processi che avvengono in ciascun cilindro di un motore ad accensione comandata. Sapendo che il mo-

tore ha quattro cilindri e che il ciclo si ripete 1200 volte per min in ciascuno di essi, determinare la potenza netta in uscita, in kW.

- 9.7** Un ciclo Otto ad aria standard ha un rapporto di compressione pari a 9. All'inizio della compressione  $p_1 = 95 \text{ kPa}$  e  $T_1 = 37^\circ\text{C}$ . La massa di aria è di 3 g e la massima temperatura del ciclo è di 1020 K. Determinare:  
 (a) il calore ceduto, in kJ;  
 (b) il lavoro netto, in kJ;  
 (c) il rendimento termico;  
 (d) la pressione media effettiva, in kPa.

- 9.8** Si consideri una modifica del ciclo Otto ad aria standard in cui i processi di compressione e di espansione isoentropici sono sostituiti da processi politropici con  $n = 1.3$ . Il rapporto di compressione del ciclo modificato è 9. All'inizio della compressione  $p_1 = 1 \text{ bar}$  e  $T_1 = 300 \text{ K}$ , mentre la temperatura massima del ciclo è 2000 K. Determinare:  
 (a) lo scambio di calore e lavoro per unità di massa, in kJ/kg, per ciascun processo del ciclo modificato;

- 9.9** **(b)** il rendimento termico;  
 (c) la pressione media effettiva, in bar.

- All'inizio del processo di compressione di un ciclo Otto ad aria standard  $p_1 = 1 \text{ bar}$  e  $T_1 = 300 \text{ K}$ , mentre la massima temperatura del ciclo è 2000 K. Tracciare il grafico del lavoro netto per unità di massa, in kJ/kg, del rendimento termico e della pressione media effettiva.

tiva, in bar, rispetto al rapporto di compressione nell'intervallo da 2 a 14.

- 9.10** Si analizzi l'effetto della temperatura massima del ciclo sul lavoro netto per unità di massa in cicli Otto ad aria standard con rapporti di compressione 5, 8 e 11. All'inizio della compressione  $p_1 = 1$  bar e  $T_1 = 295$  K. Si faccia variare la temperatura massima tra 1000 e 2200 K.

### Ciclo Diesel

- 9.11** La pressione e la temperatura all'inizio della compressione di un ciclo Diesel ad aria standard sono 95 kPa e 290 K rispettivamente. Alla fine della somministrazione di calore la pressione è di 6.5 MPa e la temperatura è di 2000 K. Determinare:

- (a) il rapporto di compressione;
- (b) il rapporto critico;
- (c) il rendimento termico del ciclo;
- (d) la pressione media effettiva, in kPa.

- 9.12** Si risolva il Problema 9.11 sulla base di un'analisi ad aria standard fredda con calori specifici valutati a 300 K.

- 9.13** Le condizioni all'inizio della compressione di un ciclo Diesel ad aria standard sono  $p_1 = 200$  kPa e  $T_1 = 380$  K. Il rapporto di compressione è 20 e il calore fornito per unità di massa è di 900 kJ/kg. Determinare:

- (a) la temperatura massima, in K;
- (b) il rapporto critico;
- (c) il lavoro netto per unità di massa, in kJ/kg;
- (d) il rendimento termico;
- (e) la pressione media effettiva, in kPa.

- 9.14** La cilindrata di un motore a combustione interna è di 3 litri. I processi in ciascun cilindro possono essere modellizzati come cicli Diesel ad aria standard con un rapporto critico di 2.5. Lo stato dell'aria all'inizio della compressione è individuato da  $p_1 = 95$  kPa,  $T_1 = 22^\circ\text{C}$  e  $V_1 = 3.2$  litri. Determinare il lavoro netto per ciclo, in kJ, la potenza sviluppata dal motore, in kW e il rendimento termico, sapendo che il ciclo viene eseguito 2000 volte al minuto.

- 9.15** Lo stato all'inizio della compressione di un ciclo Diesel ad aria standard è individuato da  $p_1 = 100$  kPa e  $T_1 = 310$  K, mentre il rapporto di compressione è 15. Sapendo che il rapporto critico è 1.5, trovare:

- (a) la temperatura massima, in K;
- (b) la pressione alla fine dell'espansione, in kPa;
- (c) il lavoro netto per unità di massa dell'aria, in kJ/kg;
- (d) il rendimento termico.

- 9.16** Un ciclo Diesel ad aria standard ha la temperatura massima pari a 1800 K. All'inizio della compressione  $p_1 = 95$  kPa e  $T_1 = 300$  K, mentre la massa di aria è 12 g. Sapendo che il rapporto di compressione è 15, determinare:

- (a) il lavoro netto del ciclo, in kJ;
- (b) il rendimento termico;
- (c) la pressione media effettiva, in kPa.

- 9.17** All'inizio della compressione di un ciclo Diesel ad aria standard,  $p_1 = 96$  kPa,  $V_1 = 0.016$  m<sup>3</sup> e  $T_1 = 290$  K.

Il rapporto di compressione è 15 e la massima temperatura è 1290 K. Determinare:

- (a) la massa di aria, in kg;
- (b) il calore ricevuto e ceduto per ciclo, in kJ;
- (c) il lavoro netto, in kJ e il rendimento termico.

- 9.18** All'inizio del processo di compressione di un ciclo Diesel ad aria standard,  $p_1 = 1$  bar e  $T_1 = 300$  K. Considerando la massima temperatura del ciclo pari a 1200, 1500, 1800 e 2100 K, tracciare il grafico del calore ricevuto per unità di massa, in kJ/kg, il lavoro netto per unità di massa, in kJ/kg, la pressione media effettiva, in bar, e il rendimento termico, ciascuno rispetto al rapporto di compressione nell'intervallo da 5 a 20.

### Ciclo Brayton

- 9.19** Una portata volumetrica di 5 m<sup>3</sup>/s di aria entra nel compressore di un ciclo Brayton ad aria standard a 100 kPa e 300 K. Il rapporto di compressione del compressore è 10. Sapendo che la temperatura all'ingresso della turbina è 1000 K, determinare:

- (a) il rendimento termico del ciclo;
- (b) il rapporto di restituzione del lavoro del ciclo;
- (c) la potenza netta sviluppata, in kW.

- 9.20** Una portata volumetrica di 5 m<sup>3</sup>/s di aria entra nel compressore di un ciclo Brayton ad aria standard a 100 kPa e 300 K. La temperatura all'ingresso della turbina è 1400 K e il rapporto di compressione vale 8. Determinare:

- (a) il rendimento termico del ciclo;
- (b) il rapporto di restituzione del lavoro del ciclo;
- (c) la potenza netta sviluppata, in kW.

- 9.21** Si consideri nuovamente il Problema 9.20 considerando nell'analisi che la turbina e il compressore abbiano ciascuno rendimento isoentropico 90, 80 e 70%. Tracciare il grafico, per ciascun valore del rendimento isoentropico, considerando rapporti di compressione tra 2 e 20:

- (a) del rendimento termico;
- (b) del rapporto di restituzione del lavoro del ciclo;
- (c) della potenza netta sviluppata, in kW.

- 9.22** Il compressore e la turbina di un semplice impianto a gas hanno rendimento isoentropico 90%. Il rapporto di compressione vale 12. Le temperature minima e massima del ciclo sono 290 e 1400 K rispettivamente. Sulla base di un'analisi ad aria standard, confrontare i risultati di (a) lavoro netto per unità di massa, in kJ/kg, (b) calore ceduto per unità di massa, in kJ/kg, e (c) rendimento termico rispetto alle stesse grandezze calcolate per un ciclo ideale.

### Turbine a gas con recuperatore

- 9.23** Si consideri nuovamente il Problema 9.22 includendo nel ciclo un recuperatore con efficienza 80%. Determinare:

- (a) il calore fornito per unità di massa, in kJ/kg;
- (b) il rendimento termico.

- 9.24** La Figura P9.24 mostra un impianto con turbina a gas con recuperatore. Una portata massima di 0.562 kg/s

di aria entra nel compressore a 1 bar e 27 °C e viene compressa fino a 4 bar. Il rendimento isoentropico del compressore è dell'80% e l'efficienza del recuperatore è del 90%. Tutta la potenza sviluppata dalla turbina è utilizzata per azionare il compressore. La turbina a bassa pressione fornisce il lavoro netto in uscita. Ciascuna turbina ha rendimento isoentropico 87% e la temperatura all'ingresso della turbina ad alta pressione è di 1200 K. Determinare:

- la potenza netta uscente, in kW;
- il rendimento termico;
- la temperatura dell'aria negli stati 2, 3, 5, 6 e 7, in K.

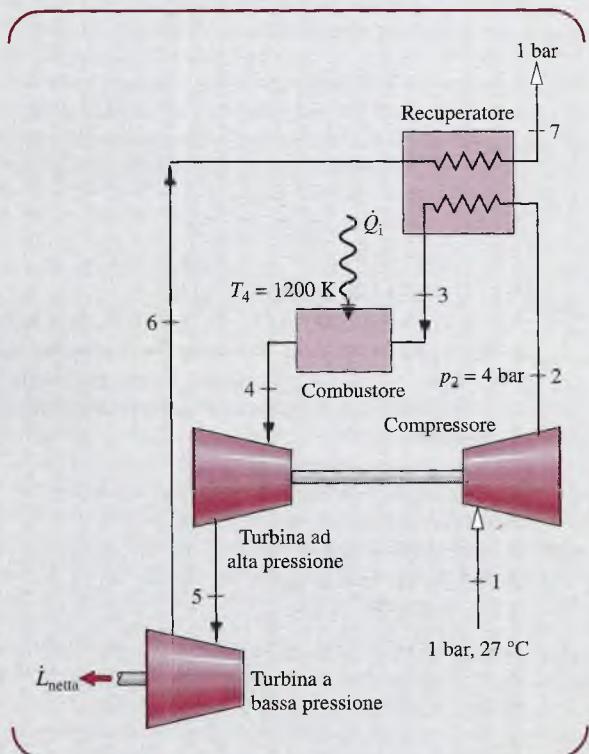


Figura P9.24

#### Turbine a gas per la propulsione nei velivoli

- 9.25** Dell'aria a 22 kPa, 220 K e 250 m/s entra in un motore a turbogetto all'altitudine di 10 000 m. Il rap-

porto di compressione del compressore è 12, mentre la temperatura all'ingresso della turbina è di 1400 K e la pressione all'uscita dell'ugello è di 22 kPa. I processi nel diffusore e nell'ugello sono isoentropici, mentre il compressore e la turbina hanno rendimento isoentropico dell'85% e dell'88% rispettivamente. Non ci sono cadute di pressione attraverso il combustore. Sulla base di un'analisi ad aria standard, determinare:

- le pressioni e le temperature in ciascuno stato principale, in kPa e K, rispettivamente;
- la velocità all'uscita dell'ugello, in m/s.

Trascurare l'energia cinetica a eccezione dell'ingresso del diffusore e dell'uscita dell'ugello.

- 9.26** Si consideri nuovamente il Problema 9.25 aggiungendo un postbruciato al turbogetto, che aumenta la temperatura all'ingresso dell'ugello fino a 1300 K. Determinare la velocità all'uscita dell'ugello, in m/s.

- 9.27** Dell'aria entra nel diffusore di un motore ad autoreattore a 25 kPa e 220 K, con una velocità di 3080 km/h e rallenta fino a una velocità trascurabile. Sulla base di un'analisi ad aria standard, il calore fornito è di 900 kJ per kg di aria che attraversa il motore. L'aria esce dall'ugello a 25 kPa. Determinare:

- la pressione all'uscita del diffusore, in kPa;
- la velocità all'uscita dell'ugello, in m/s.

Trascurare l'energia cinetica tranne che all'ingresso del diffusore e all'uscita dell'ugello.

- 9.28** Un motore a turboelica è costituito da un diffusore, un compressore, un combustore, una turbina e un ugello. La turbina trascina sia il compressore sia l'elica. L'aria entra nel diffusore con una portata volumetrica di  $83.7 \text{ m}^3/\text{s}$  a 40 kPa e 240 K e a velocità di 180 m/s, e rallenta fino a velocità quasi pari a zero. Il rapporto di compressione del compressore è 10 e il rendimento isoentropico è dell'85%. La temperatura all'ingresso della turbina è di 1140 K e il rendimento isoentropico è dell'85%. La pressione all'uscita della turbina è di 50 kPa. I processi nel diffusore e nell'ugello sono isoentropici. Utilizzando un'analisi ad aria standard, determinare:

- la potenza fornita all'elica, in MW;
- la velocità all'uscita dell'ugello, in m/s.

Trascurare l'energia cinetica tranne che all'ingresso del diffusore e all'uscita dell'ugello.

# 10

## Applicazioni di psicrometria

### Obiettivi del capitolo

Obiettivo di questo capitolo è lo studio di sistemi nei quali una miscela composta da aria secca e vapore acqueo esegue trasformazioni termodinamiche. In tali sistemi può essere presente anche acqua allo stato liquido. La conoscenza del comportamento delle miscele aria-vapore d'acqua è essenziale per l'analisi e la progettazione di apparecchiature per il condizionamento dell'aria, delle torri di raffreddamento e per l'esecuzione dei processi industriali che richiedano un controllo preciso del contenuto di vapore acqueo nell'aria. Lo studio delle trasformazioni delle miscele costituite da aria secca e vapore d'acqua è detto *psicrometria*.

### 10.1 Introduzione ai principi della psicrometria

Questo paragrafo introduce alcune definizioni e principi fondamentali per lo studio dei sistemi operanti con miscele di aria secca e vapore d'acqua.

#### 10.1.1 Aria umida

Il termine *aria umida* si riferisce a una miscela di aria secca e vapore acqueo in cui l'aria secca è trattata come se fosse una sostanza pura. Come si può verificare facendo riferimento agli opportuni valori delle proprietà termodinamiche, nelle condizioni operative normalmente riscontrabili nelle applicazioni tecniche, la miscela nel suo complesso e ciascuno dei suoi componenti si comportano come gas ideali.

La Figura 10.1 mostra un sistema costituito da aria umida che occupa un volume  $V$  alla pressione  $p$  e alla temperatura  $T$ . Si assume che la miscela nel suo complesso obbedisca all'equazione di stato dei gas ideali, per cui

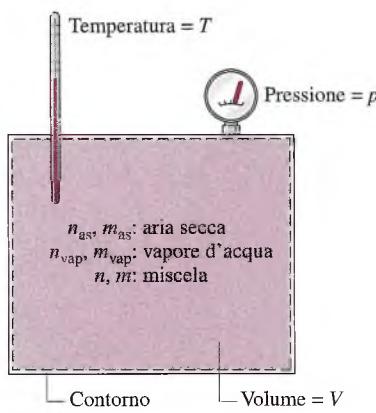


Figura 10.1 Miscela di aria secca e vapore d'acqua.

$$p = \frac{n\bar{R}T}{V} = \frac{m(\bar{R}/M)T}{V} \quad (10.1)$$

dove  $n$ ,  $m$  e  $M$  sono rispettivamente il numero di moli, la massa e la massa molecolare della miscela, e l'espressione  $n = m/M$  (Equazione 2.10) è stata utilizzata per mettere in relazione il numero di moli e la massa. Ogni componente della miscela viene considerato come se occupasse da solo il volume  $V$  alla temperatura  $T$  della miscela, esercitando una parte della pressione. Questo approccio di analisi è noto come **modello di Dalton**.

Ne consegue che la pressione di miscela è la somma delle pressioni parziali dell'aria secca e del vapore acqueo:  $p = p_{as} + p_{vap}$ . Utilizzando l'equazione di stato dei gas ideali, le pressioni parziali  $p_{as}$  e  $p_{vap}$  dell'aria secca e del vapore acqueo risultano, rispettivamente,

$$p_{as} = \frac{n_{as}\bar{R}T}{V} = \frac{m_{as}(\bar{R}/M_{as})T}{V}, \quad p_{vap} = \frac{n_{vap}\bar{R}T}{V} = \frac{m_{vap}(\bar{R}/M_{vap})T}{V} \quad (10.2)$$

dove  $n_{as}$  e  $n_{vap}$  indicano le moli di aria secca e di vapore acqueo;  $m_{as}$ ,  $m_{vap}$ ,  $M_{as}$  e  $M_{vap}$  sono le corrispondenti masse e masse molecolari. La quantità di vapore d'acqua presente è di solito molto inferiore alla quantità di aria secca; di conseguenza, i valori di  $n_{vap}$ ,  $m_{vap}$ , e  $p_{vap}$  sono piccoli rispetto ai corrispondenti valori di  $n_{as}$ ,  $m_{as}$ , e  $p_{as}$ .

Le pressioni parziali possono essere ricavate, in alternativa, utilizzando le Equazioni 10.1 e 10.2 per formare il rapporto  $p_{vap}/p$

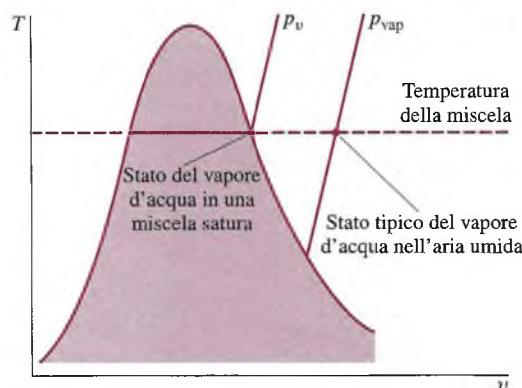
$$\frac{p_{vap}}{p} = \frac{n_{vap}\bar{R}T/V}{n\bar{R}T/V} = \frac{n_{vap}}{n} = y_{vap}$$

Si ottiene quindi

$$p_{vap} = y_{vap}p \quad (10.3)$$

dove  $y_{vap}(= n_{vap}/n)$  è la frazione molare del vapore acqueo nella miscela di aria secca e vapore acqueo. Allo stesso modo,  $p_{as} = y_{as}p$ , dove  $y_{as}$  è la frazione molare dell'aria secca nella miscela.

Uno stato tipico del vapore acqueo in aria umida è mostrato in Figura 10.2. In tale stato, individuato dalla pressione parziale  $p_{vap}$  e dalla temperatura della miscela  $T$ , il vapore risulta surriscaldato. Quando la pressione parziale del vapore d'acqua è uguale alla pressione di saturazione dell'acqua alla temperatura della miscela,  $p_v$  in Figura 10.2, la miscela è detta *satura*. L'aria satura è una miscela di aria secca e vapore d'acqua saturo. La quantità di vapore acqueo nell'aria umida varia da zero, in aria secca, fino a un massimo dipendente dalla pressione e dalla temperatura, che si raggiunge quando la miscela è satura.



**Figura 10.2** Diagramma  $T$ - $v$  per una miscela di aria secca e vapore d'acqua.

### 10.1.2 Umidità assoluta, umidità relativa ed entalpia della miscela

Il contenuto di vapore in una miscela di aria e vapore d'acqua può essere descritto mediante vari indici. Un indice fondamentale per le successive applicazioni è l'**umidità assoluta  $\omega$** , definita come il rapporto tra la massa di vapore acqueo e la massa di aria secca:

$$\boxed{\omega = \frac{m_{\text{vap}}}{m_{\text{as}}}} \quad (10.4)$$

L'umidità assoluta è a volte indicata anche come **umidità specifica** o **titolo** della miscela.

L'umidità assoluta può essere espressa in termini di pressioni parziali e masse molecolari risolvendo l'Equazione 10.2 rispetto a  $m_{\text{as}}$  e  $m_{\text{vap}}$  e sostituendo le espressioni risultanti nell'Equazione 10.4, ottenendo così

$$\omega = \frac{m_{\text{vap}}}{m_{\text{as}}} = \frac{M_{\text{vap}} p_{\text{vap}} V / \bar{R} T}{M_{\text{as}} p_{\text{as}} V / \bar{R} T} = \frac{M_{\text{vap}} p_{\text{vap}}}{M_{\text{as}} p_{\text{as}}}$$

Introducendo  $p_{\text{as}} = p - p_{\text{vap}}$  e osservando che il rapporto tra il peso molecolare dell'acqua e quello dell'aria secca è circa 0.622, l'espressione può essere scritta come

$$\boxed{\omega = 0.622 \frac{p_{\text{vap}}}{p - p_{\text{vap}}}} \quad (10.5)$$

Il contenuto di vapore può anche essere espresso in termini di **umidità relativa  $\phi$** , definita dalla relazione

$$\boxed{\phi = \left( \frac{p_{\text{vap}}}{p_v} \right)_{T,p}} \quad (10.6)$$

Le pressioni in questa espressione sono quelle evidenziate in Figura 10.2.

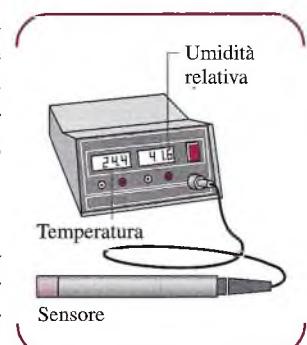
L'umidità assoluta e l'umidità relativa possono essere misurate. Per misure di laboratorio dell'umidità assoluta si può utilizzare un igrometro, in cui un campione di aria umida è esposto ad appropriate sostanze chimiche fino a che tutta l'umidità presente non viene assorbita. La quantità di vapore acqueo viene quindi determinata pesando le sostanze chimiche. La registrazione in continuo dell'umidità relativa può essere invece compiuta per mezzo di trasduttori di tipo resistivo o capacitivo, le cui caratteristiche elettriche cambiano al variare dell'umidità relativa.

**Valutazione di H e U** I valori di  $H$  e  $U$  per l'aria umida, considerata come una miscela di gas ideali, possono essere determinati sommando il contributo dato da ciascun componente nelle condizioni in cui questo si trova all'interno della miscela. Per esempio, l'entalpia  $H$  di una data quantità d'aria umida è

$$H = H_{\text{as}} + H_{\text{vap}} = m_{\text{as}} h_{\text{as}} + m_{\text{vap}} h_{\text{vap}}$$

Dividendo per  $m_a$  e introducendo l'umidità assoluta, si ottiene l'**entalpia specifica della miscela** per unità di massa di aria secca

$$\boxed{\frac{H}{m_{\text{as}}} = h_{\text{as}} + \frac{m_{\text{vap}}}{m_{\text{as}}} h_{\text{vap}} = h_{\text{as}} + \omega h_{\text{vap}}} \quad (10.7)$$



Le entalpie dell'aria secca e del vapore acqueo che compaiono nell'Equazione 10.7 sono valutate alla temperatura della miscela. Un approccio simile a quello usato per l'entalpia vale anche per la valutazione dell'energia interna dell'aria umida.

Facendo riferimento ai dati reperibili nelle tabelle delle proprietà termodinamiche o al diagramma di Mollier dell'acqua, si osserva che l'entalpia del vapore d'acqua surriscaldato a basse pressioni del vapore è molto vicina a quella del vapore saturo alla temperatura data. Pertanto, l'entalpia del vapore d'acqua  $h_{vap}$  nell'Equazione 10.7 può essere assunta pari a  $h_v$ , alla temperatura della miscela, cioè

$$h_{vap} \approx h_v(T) \quad (10.8)$$

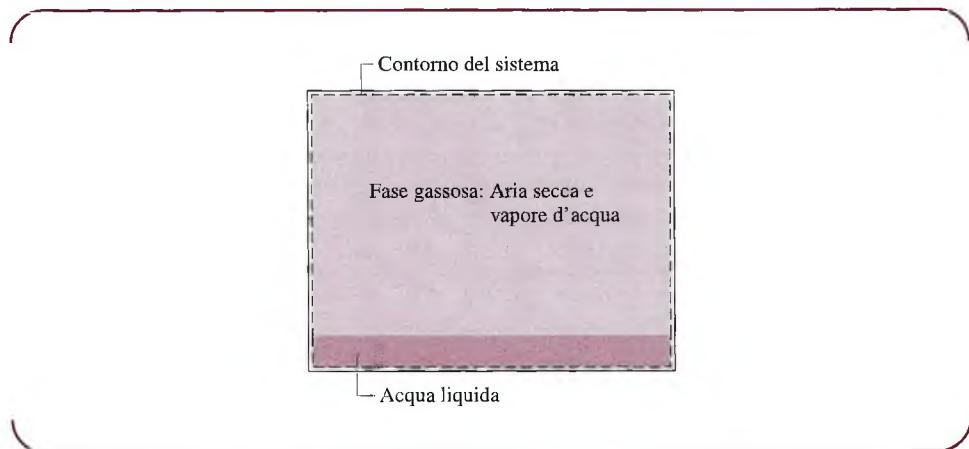
Questo approccio sarà utilizzato in tutto il resto del capitolo. Si noti che i valori dell'entalpia del vapore acqueo modellizzato come gas ideale, riportati in Tabella T-11, non devono essere utilizzati per il calcolo di  $h_{vap}$  poiché differiscono sensibilmente da quelli ricavabili dalle tabelle del vapore. La differenza può portare a errori significativi quando si studiano sistemi che contengono sia vapore acqueo sia acqua in fase liquida o solida. L'entalpia dell'aria secca  $h_{as}$  può essere invece ottenuta dalla relativa tabella delle proprietà di gas ideale, Tabella T-9 o Tabella T-9E, in quanto l'aria è sempre allo stato gassoso in tutti gli stati presi in esame nelle applicazioni tecniche ed è quindi correttamente modellizzata come gas ideale.

**Uso del software** Le proprietà dell'aria umida sono elencate nel menu *Properties (Proprietà)* del programma *Termodinamica Interattiva: TI*. Tali funzioni comprendono l'umidità assoluta, l'umidità relativa, l'entalpia specifica e l'entropia, nonché altre proprietà psicrometriche che verranno introdotte più avanti. I metodi utilizzati per determinare queste funzioni corrispondono ai metodi discussi in questo capitolo e i valori restituiti dal software corrispondono a quelli ottenibili con il calcolo manuale a partire dai valori tabulati. Più avanti nel capitolo viene illustrato l'utilizzo di *TI* per le analisi psicrometriche.

### 10.1.3 Modellizzazione dell'aria umida in equilibrio con acqua liquida

Fino a questo punto, nello studio della psicrometria si è considerata solo aria umida. Tuttavia, molti sistemi di interesse tecnico sono costituiti da una miscela di aria secca e vapore acqueo in contatto con acqua liquida. Per studiare tali sistemi sono necessarie alcune considerazioni aggiuntive.

La Figura 10.3 mostra un recipiente contenente acqua allo stato liquido, al di sopra della quale è presente una miscela di vapore acqueo e aria secca. Se non sono consentite interazioni con l'ambiente circostante, il liquido evapora finché la fase gassosa si satura e il sistema raggiunge uno stato di equilibrio. In molte applicazioni ingegneristiche, sistemi costituiti da aria umida in equilibrio con acqua allo stato liquido possono essere descritti



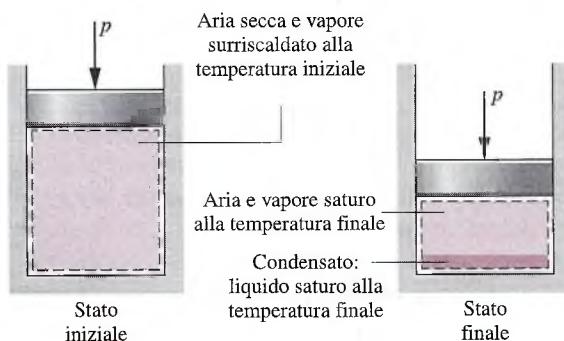
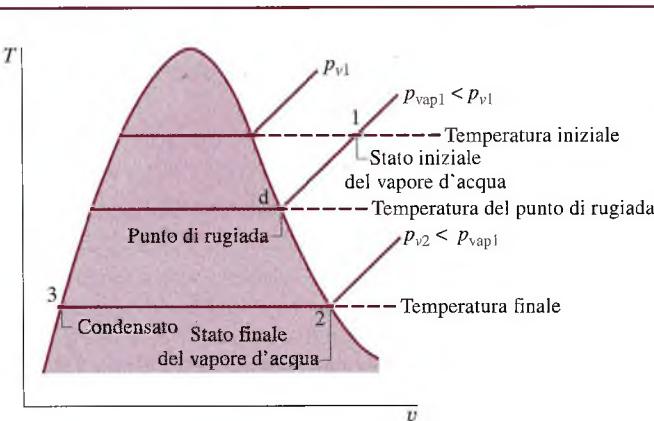
**Figura 10.3** Sistema costituito da aria umida a contatto con acqua liquida.

semplicemente e con precisione adottando le seguenti idealizzazioni: (1) L'aria secca e il vapore acqueo si comportano come gas ideali. (2) L'equilibrio tra la fase liquida e il vapore acqueo non è significativamente disturbato dalla presenza di aria, perciò la pressione parziale del vapore acqueo è uguale alla pressione di saturazione dell'acqua corrispondente alla temperatura della miscela:  $p_{vap} = p_v(T)$ .

## 10.2 Determinazione della temperatura al punto di rugiada

Un aspetto significativo del comportamento dell'aria umida è quello della parziale condensazione del vapore acqueo che si può verificare quando la temperatura si abbassa. Nella vita quotidiana si incontra frequentemente questo fenomeno, rappresentato per esempio dalla condensazione del vapore sui vetri delle finestre o sui tubi che trasportano acqua fredda. La formazione di rugiada sull'erba è un altro esempio piuttosto familiare. Per studiare tali fenomeni, si consideri un sistema costituito da aria umida che viene raffreddata a pressione costante, come mostrato in Figura 10.4. Il diagramma delle proprietà termo-dinamiche riportato in tale figura mostra i diversi stati del vapore acqueo. Inizialmente, nello stato 1, il vapore è surriscaldato. Nella prima parte del processo di raffreddamento, la pressione e la composizione dell'aria umida rimangono entrambe costanti. Di conseguenza, poiché  $p_{vap} = y_{vap}p$ , la pressione parziale del vapore acqueo rimane costante e il vapore acqueo si raffredda a pressione  $p_{vap}$  costante dallo stato 1 allo stato di saturazione d, detto *punto di rugiada*. La temperatura di saturazione corrispondente a  $p_{vap}$  è detta **temperatura di rugiada** ed è indicata in Figura 10.4.

Nella parte successiva del processo, il sistema si raffredda a una temperatura inferiore a quella di rugiada e una parte del vapore acqueo inizialmente presente condensa. Il sistema



**Figura 10.4** Stati dell'acqua in una miscela di aria umida raffreddata a pressione costante.

nello stato finale consiste in una fase gassosa costituita da aria secca e vapore acqueo in equilibrio con la fase liquida costituita da acqua. Il vapore che rimane si può considerare in condizioni di saturazione alla temperatura finale, lo stato 2 in Figura 10.4, con una pressione parziale pari alla pressione di saturazione  $p_{v2}$  che si ha in corrispondenza della temperatura finale. Si noti che la pressione parziale del vapore  $p_{v2}$  nello stato finale è inferiore a quella  $p_{v1}$  nello stato iniziale. La pressione parziale diminuisce perché la quantità di vapore acqueo presente allo stato finale è inferiore a quella dello stato iniziale, dal momento che si è verificata una condensazione.

Nel prossimo esempio si illustra l'uso delle proprietà psicrometriche introdotte finora. L'esempio considera il raffreddamento a pressione costante di aria umida.

### ESEMPIO 10.1

### Raffreddamento di aria umida a pressione costante

Un campione costituito da 1 lb di aria umida inizialmente a temperatura 70 °F e pressione 14.7 lbf/in<sup>2</sup> con il 70% di umidità relativa viene raffreddato fino a 40 °F, mantenendo la pressione costante. Determinare (a) l'umidità assoluta iniziale, (b) la temperatura di rugiada, in °F, e (c) la quantità di vapore che condensa, in lb.

#### Soluzione

**Elementi noti** Un campione di 1 lb di aria umida è raffreddato alla pressione costante di 14.7 lbf/in<sup>2</sup> da 70 °F a 40 °F. L'umidità relativa iniziale è del 70%.

**Da determinare** Determinare l'umidità assoluta, la temperatura di rugiada, in °F, e la quantità di vapore che condensa, in lb.

#### Schema e dati forniti

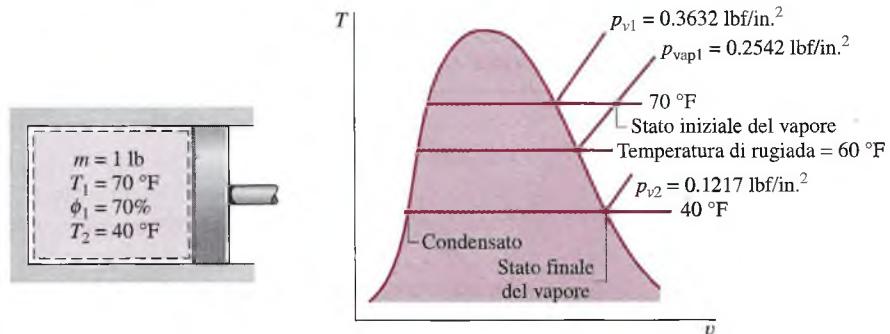


Figura E10.1

#### Ipotesi

- La fase gassosa può essere considerata una miscela di gas ideali. Ciascun componente della miscela si comporta come un gas ideale che occupa da solo il volume occupato dalla fase gassosa e si trova alla temperatura della miscela.
- Quando è presente acqua allo stato liquido, il vapore acqueo è vapore saturo alla temperatura del sistema, mentre il liquido è liquido saturo alla temperatura del sistema.

**Analisi** (a) L'umidità assoluta iniziale può essere valutata sulla base dell'Equazione 10.5. Questa richiede la pressione parziale  $p_{vap1}$  del vapore, la quale può essere determinata come segue a partire dall'umidità relativa data e da  $p_v$ . Dalla Tabella T-2E, in corrispondenza di 70 °F, si ricava:

$$p_{vap1} = \phi p_v = (0.7) \left( 0.3632 \frac{\text{lbf}}{\text{in}^2} \right) = 0.2542 \frac{\text{lbf}}{\text{in}^2}$$

Sostituendo i valori numerici nell'Equazione 10.5

$$\omega_1 = 0.622 \left( \frac{0.2542}{14.7 - 0.2542} \right) = 0.011 \frac{\text{lb (vapore)}}{\text{lb (aria secca)}}$$

(b) La temperatura del punto di rugiada è la temperatura di saturazione corrispondente alla pressione parziale  $p_{\text{vap1}}$ . Interpolando i dati in Tabella T-2E si ottiene  $T = 60^\circ\text{F}$ . La temperatura del punto di rugiada è evidenziata nel diagramma di accompagnamento.

(c) La quantità di condensato  $m_{\text{acqua}}$  è uguale alla differenza tra la quantità iniziale di vapore d'acqua nel campione  $m_{\text{vap1}}$  e la quantità finale di vapore acqueo  $m_{\text{vap2}}$ , cioè

$$m_{\text{acqua}} = m_{\text{vap1}} - m_{\text{vap2}}$$

Per determinare  $m_{\text{vap1}}$  si noti che il sistema è costituito inizialmente da 1 lb di aria secca e vapore acqueo, quindi 1 lb =  $m_{\text{as}} + m_{\text{vap1}}$  dove  $m_{\text{as}}$  è la massa di aria secca presente nel campione. Poiché  $\omega_1 = m_{\text{vap1}}/m_{\text{acqua}}$ ,  $m_{\text{acqua}} = m_{\text{vap1}}/\omega_1$ , si ottiene

$$1 \text{ lb} = \frac{m_{\text{vap1}}}{\omega_1} + m_{\text{vap1}} = m_{\text{vap1}} \left( \frac{1}{\omega_1} + 1 \right)$$

Risolvendo rispetto a  $m_{\text{vap1}}$ , si ottiene:

$$m_{\text{vap1}} = \frac{1 \text{ lb}}{(1/\omega_1) + 1}$$

Sostituendo il valore di  $\omega_1$  determinato nella parte (a):

$$m_{\text{vap1}} = \frac{1 \text{ lb}}{(1/0.011) + 1} = 0.0109 \text{ lb (vapore)}$$

La massa di aria secca presente è quindi  $m_{\text{as}} = 1 - 0.0109 = 0.9891 \text{ lb (aria secca)}$ .

A questo punto si può determinare  $m_{\text{vap2}}$ . Sotto l'ipotesi 3, la pressione parziale del vapore rimasto nel sistema allo stato finale è la pressione che si ha in condizioni di saturazione in corrispondenza di  $40^\circ\text{F}$ , cioè  $p = 0.1217 \text{ lbf/in}^2$ . Di conseguenza, l'umidità assoluta dopo il raffreddamento si determina sulla base dell'Equazione 10.5 come

$$\omega_2 = 0.622 \left( \frac{0.1217}{14.7 - 0.1217} \right) = 0.0052 \frac{\text{lb (vapore)}}{\text{lb (aria secca)}}$$

La massa del vapore acqueo presente nello stato finale è quindi

$$m_{\text{vap2}} = \omega_2 m_{\text{as}} = (0.0052)(0.9891) = 0.0051 \text{ lb (vapore)}$$

Infine, la quantità di vapore acqueo che condensa è

$$m_{\text{acqua}} = m_{\text{vap1}} - m_{\text{vap2}} = 0.0109 - 0.0051 = 0.0058 \text{ lb (condensata)}$$

1

2

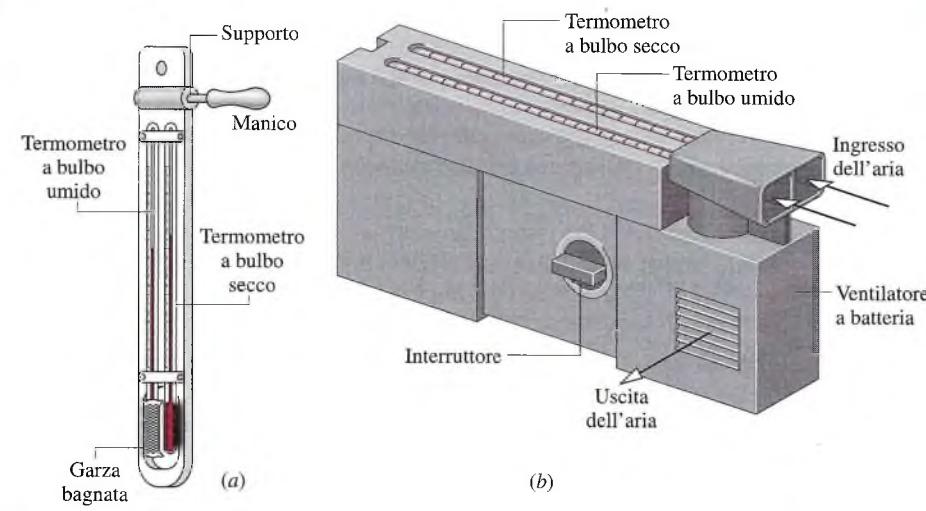
1 La quantità di vapore acqueo presente in una miscela di aria umida tipica è notevolmente inferiore alla quantità di aria secca.

2 Nello stato finale, il titolo della miscela bifase liquido-vapor d'acqua è  $x = 0.0051/0.0109 = 0.47$  (47%). L'umidità relativa della fase gassosa è pari al 100%.

## 10.3 Psicrometria: misurazione della temperatura di bulbo umido e della temperatura di bulbo secco

Per le miscele aria-vapor d'acqua a pressione normale e nell'intervallo di temperatura dell'aria atmosferica, la temperatura di bulbo umido è un importante parametro psicrometrico che può essere correlato all'umidità assoluta, all'umidità relativa e ad altri parametri psicrometrici (Paragrafo 10.4). Come si vedrà nel seguito, la temperatura di bulbo umido è direttamente misurabile.

La **temperatura di bulbo umido** è letta da un termometro a bulbo umido, che è un normale termometro a liquido in vetro, il cui bulbo è racchiuso da una garza imbevuta di acqua. Con il termine **temperatura di bulbo secco** ci si riferisce semplicemente alla temperatura che sarebbe misurata da un termometro immerso nella miscela. Spesso un termo-



metro a bulbo umido è assemblato insieme a un termometro a bulbo secco per formare uno strumento chiamato psicrometro. Lo psicrometro di Figura 10.5a è posizionato nell'aria di cui si vogliono misurare la temperatura di bulbo umido e di bulbo secco, per cui il flusso d'aria passa sopra i due termometri. Per lo psicrometro della Figura 10.5b, il flusso d'aria è mosso da un ventilatore a batteria. Se l'aria circostante non è satura, l'acqua che imbibisce la garza del termometro a bulbo umido in parte evapora e la temperatura dell'acqua residua scende al di sotto della temperatura del bulbo secco fino a che non si raggiunge una condizione stazionaria. Solo a questo punto si leggono le temperature di bulbo umido e di bulbo secco rilevate dai rispettivi termometri.

## 10.4 Diagramma psicrometrico

Una rappresentazione grafica di molte proprietà importanti dell'aria umida è fornita dai **diagrammi psicrometrici**. La Figura 10.6 mostra le principali caratteristiche di un particolare tipo di diagramma, mentre diagrammi più completi del medesimo tipo sono riportati

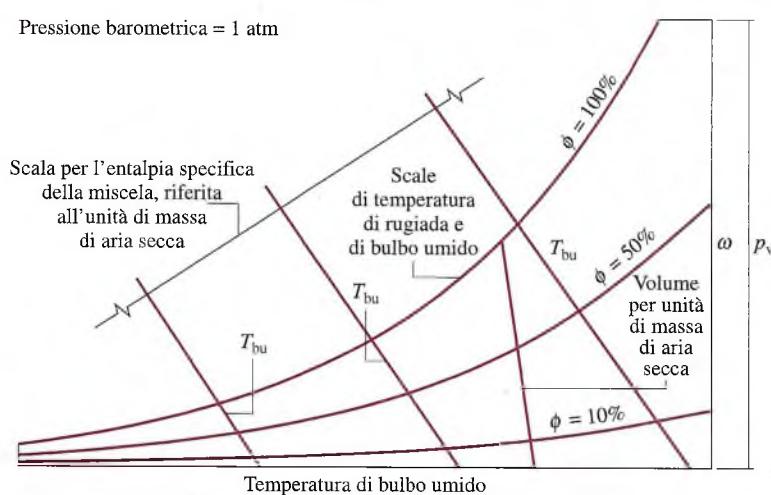


Figura 10.6 Diagramma psicrometrico.

in Figura T-4 e Figura T-4E. Tali diagrammi sono stati elaborati per aria umida alla pressione di 1 atm, ma si possono reperire anche per pressioni diverse. Se la pressione della miscela differisce di poco da 1 atm, si possono comunque utilizzare i diagrammi di Figura T-4 e Figura T-4E con un'accuratezza sufficiente per le analisi ingegneristiche. In questo testo si trascurano tali differenze.

Si considerino ora le diverse caratteristiche del diagramma psicrometrico.

- Facendo riferimento alla Figura 10.6, si osservi che l'ascissa fornisce la temperatura di bulbo secco e l'ordinata fornisce l'umidità assoluta. Per i diagrammi in unità SI, la temperatura è in °C e  $\omega$  è espressa in kg o g di vapore per kg di aria secca. Altri diagrammi (anglosassoni) forniscono la temperatura in °F e  $\omega$  in lb o grani di vapore d'acqua per lb di aria secca, dove 1 lb = 7000 grani.
- L'Equazione 10.5 mostra che, fissata la temperatura della miscela, c'è una corrispondenza diretta tra la pressione parziale del vapore d'acqua e l'umidità assoluta. Di conseguenza, in ordinata si può trovare anche la pressione del vapore, come mostrato in Figura 10.6.
- Le curve a umidità relativa costante sono di solito riportate nei diagrammi psicrometrici. Tali curve sono tracciate in Figura 10.6 per  $\phi = 100\%$ , 50% e 10%. Dal momento che il punto di rugiada è lo stato in cui la miscela diviene satura se raffreddata a pressione costante, la temperatura di rugiada può essere determinata seguendo una linea a  $\omega$  costante (ovvero a  $p_{vap}$  costante) fino a che non si incontra la curva di saturazione, corrispondente a  $\phi = 100\%$ . Per gli stati sulla curva di saturazione, la temperatura di rugiada e la temperatura di bulbo secco sono identiche.
- I diagrammi psicrometrici forniscono anche il valore dell'entalpia della miscela per unità di massa di aria secca:  $h_a + \omega h_v$ . In Figura T-4 e Figura T-4E, l'entalpia della miscela è espressa in kJ per kg di aria secca e in Btu per lb di aria secca, rispettivamente. I valori numerici forniti sui diagrammi sono determinati rispetto a specifici stati e valori di riferimento. In Figura T-4, l'entalpia dell'aria secca  $h_{as}$  è determinata rispetto a un valore zero posto a 0 °C e non a 0 K come nella Tabella T-9. Di conseguenza, invece dell'Equazione 4.47 utilizzata nella determinazione dei valori di entalpia della Tabella T-8, per determinare l'entalpia dell'aria secca da utilizzare nei diagrammi psicrometrici si deve impiegare la seguente relazione:

$$h_{as} = \int_{273.15\text{K}}^T c_{p_{as}} dT = c_{p_{as}} T(\text{°C}) \quad (10.9)$$

Dove  $c_{p_{as}}$  è il valore del calore specifico  $c_p$  dell'aria secca, assunto costante, e  $T(\text{°C})$  indica che la temperatura è espressa in °C. In Figura T-4E,  $h_a$  è stata invece determinata rispetto al valore a 0 °F utilizzando la relazione  $h_a = c_{p_{as}} T(\text{°F})$ , in cui  $T(\text{°F})$  indica che la temperatura è espressa in °F. Negli intervalli di temperatura contemplati in Figura T-4 e Figura T-4E,  $c_{p_{as}}$  può essere assunto pari a 1.005 kJ/(kg × K) e 0.24 Btu/(lb × °R) rispettivamente. Sulla Figura T-4 l'entalpia del vapor d'acqua  $h_{vap}$  è assimilata a  $h_v$  alla temperatura di bulbo secco della miscela, ricavabile dalla Tabella T-2 o dalla Tabella T-2E.

- Un altro importante parametro considerato nei diagrammi psicrometrici è la temperatura di bulbo umido, che può essere misurata facilmente (Paragrafo 10.3). Come illustrato in Figura 10.6, le linee a  $T_{bu}$  costante vanno dall'angolo superiore sinistro a quello inferiore destro del diagramma. Le linee a temperatura di bulbo umido costante approssimano le linee a entalpia costante della miscela, riferita all'unità di massa di aria secca.
- Come mostrato in Figura 10.6, i diagrammi psicrometrici forniscono anche linee che individuano il volume per unità di massa di aria secca,  $V/m_{as}$ . La Figura T-4 e la Figura T-4E, forniscono tale quantità in  $\text{m}^3/\text{kg}$  e  $\text{ft}^3/\text{lb}$  rispettivamente. Le linee a volume specifico costante si possono interpretare come rappresentative del volume di aria secca o di vapor d'acqua per unità di massa di aria secca, dal momento che ciascun componente della miscela viene considerato come se occupasse l'intero volume.

## 10.5 Analisi dei processi di condizionamento dell'aria

Lo scopo di questo paragrafo è quello di studiare i tipici processi di condizionamento dell'aria applicando i principi della psicrometria sviluppati nel presente capitolo. Esemplicazioni specifiche sono fornite negli esercizi risolti, nei quali si utilizza un approccio di analisi ai volumi di controllo in regime stazionario. In ogni esempio, per giungere alla soluzione, è impiegata la metodologia introdotta nel Paragrafo 10.5.1. Per meglio fissare i principi della psicrometria sviluppati nel capitolo, i parametri psicrometrici richiesti sono determinati in molti casi usando dati ricavati dalle tabelle fornite nell'Appendice. Si lascia come esercizio la verifica di questi valori per mezzo del diagramma psicrometrico.

### 10.5.1 Applicazione dei bilanci di massa ed energia ai sistemi di condizionamento dell'aria

L'obiettivo di questo paragrafo è illustrare l'uso dei principi di conservazione della massa e dell'energia nell'analisi di sistemi che processano miscele di aria secca e vapore d'acqua e nei quali può essere presente acqua condensata. Il medesimo approccio risolutivo utilizzato finora nelle analisi termodinamiche può essere applicato anche a questo tipo di analisi. L'unico aspetto di novità consiste nell'uso di una specifica terminologia.

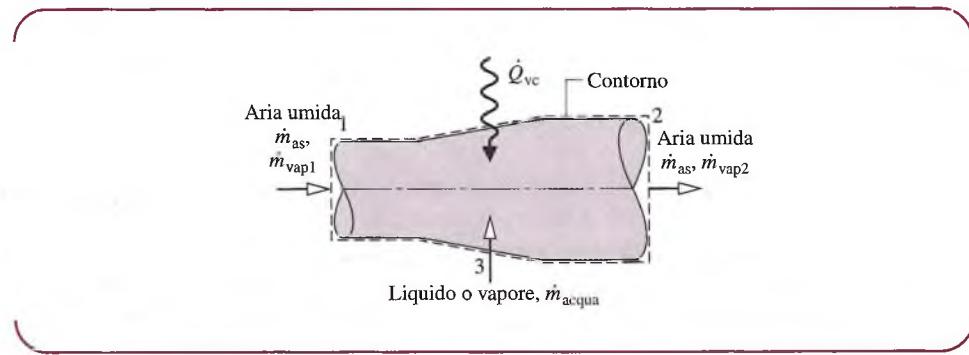
I sistemi che eseguono processi di condizionamento dell'aria come il riscaldamento, il raffrescamento, l'umidificazione o la deumidificazione sono normalmente analizzati come volumi di controllo. Per presentare un caso tipico, si faccia riferimento alla Figura 10.7, che mostra un volume di controllo con due ingressi e un'uscita operante in condizioni stazionarie. Una corrente d'aria umida entra in corrispondenza della sezione 1, una corrente d'aria umida esce in corrispondenza della sezione 2 e una corrente di sola acqua entra in corrispondenza della sezione 3. La corrente di sola acqua può essere in condizioni di liquido o di vapore. Tra il volume di controllo e l'ambiente può aver luogo uno scambio di calore nell'unità di tempo  $\dot{Q}_{vc}$ . A seconda della particolare applicazione, il valore di  $\dot{Q}_{vc}$  può essere positivo, negativo o nullo.

**Bilancio della massa** In condizioni stazionarie, le quantità di aria secca e vapor d'acqua contenute all'interno del volume di controllo non possono variare. Pertanto, per ogni sostanza individualmente considerata è necessario che la portata massica entrante sia uguale a quella uscente:

$$\dot{m}_{as1} = \dot{m}_{as2} \quad (\text{aria secca})$$

$$\dot{m}_{vap1} + \dot{m}_{acqua} = \dot{m}_{vap2} \quad (\text{acqua})$$

Per semplicità, la portata massica di aria secca viene indicata come  $\dot{m}_{as}$ . Le portate massiche del vapor d'acqua possono essere convenientemente espresse in termini di umidità assolute come  $\dot{m}_{vap1} = \omega_1 \dot{m}_{as}$  e  $\dot{m}_{vap2} = \omega_2 \dot{m}_{as}$ . Con queste espressioni, il bilancio della massa per l'acqua diviene



**Figura 10.7** Sistema di condizionamento dell'aria umida.

$$\dot{m}_{\text{acqua}} = \dot{m}_{\text{as}}(\omega_2 - \omega_1) \quad (\text{acqua}) \quad (10.10)$$

Aggiungendo acqua in 3,  $\omega_2$  sarà maggiore di  $\omega_1$ .

**Bilancio dell'energia** Assumendo  $\dot{L} = 0$  e ignorando tutti i termini di energia cinetica e potenziale, l'equazione di bilancio dell'energia si riduce, in condizioni stazionarie, a

$$0 = \dot{Q}_{\text{vc}} + (\dot{m}_{\text{as}} h_{\text{as}1} + \dot{m}_{\text{vap}1} h_{\text{vap}1}) + \dot{m}_{\text{acqua}} h_{\text{acqua}} - (\dot{m}_{\text{as}} h_{\text{as}2} + \dot{m}_{\text{vap}2} h_{\text{vap}2})$$

In questa equazione, le correnti d'aria umida entranti e uscenti sono considerate come miscelle di aria secca e vapor d'acqua assimilati a gas ideali.

L'equazione di bilancio dell'energia può essere riscritta in una forma che è particolarmente conveniente per l'analisi dei sistemi di condizionamento dell'aria. Innanzitutto, con l'Equazione 10.8 si possono valutare le entalpie in ingresso e in uscita del vapor d'acqua come le entalpie del vapore d'acqua saturo alle temperature  $T_1$  e  $T_2$ , rispettivamente, ottenendo così

$$0 = \dot{Q}_{\text{vc}} + (\dot{m}_{\text{as}} h_{\text{as}1} + \dot{m}_{\text{vap}1} h_{v1}) + \dot{m}_{\text{acqua}} h_{\text{acqua}} - (\dot{m}_{\text{as}} h_{\text{as}2} + \dot{m}_{\text{vap}2} h_{v2})$$

Quindi, con  $\dot{m}_{\text{vap}1} = \omega_1 \dot{m}_{\text{as}}$  e  $\dot{m}_{\text{vap}2} = \omega_2 \dot{m}_{\text{as}}$ , l'equazione può essere espressa come

$$0 = \dot{Q}_{\text{vc}} + \dot{m}_{\text{as}}(h_{\text{as}1} + \omega_1 h_{v1}) + \dot{m}_{\text{acqua}} h_{\text{acqua}} - \dot{m}_{\text{as}}(h_{\text{as}2} + \omega_2 h_{v2})$$

Infine, introducendo l'Equazione 10.10, l'equazione di bilancio dell'energia assume la forma

$$0 = \dot{Q}_{\text{vc}} + \dot{m}_{\text{as}}[(h_{\text{as}1} - h_{\text{as}2}) + \underline{\omega_1 h_{v1}} + (\omega_2 - \omega_1)h_{\text{acqua}} - \underline{\omega_2 h_{v2}}] \quad (10.11)$$

Il primo termine sottolineato nell'Equazione 10.11 può essere valutato tramite la Tabella T-9, che fornisce le proprietà dell'aria considerata come un gas ideale. In alternativa, dal momento che le differenze di temperatura sono normalmente piccole nella classe di sistemi in esame, il medesimo termine può essere calcolato come  $h_{\text{as}1} - h_{\text{as}2} = c_{p_{\text{as}}} (T_1 - T_2)$ , dove  $c_{p_{\text{as}}}$  è il calore specifico dell'aria secca, assunto costante. Il secondo termine sottolineato nell'Equazione 10.11 può essere determinato utilizzando i valori tabulati delle proprietà dell'acqua satura assieme ai valori noti di  $\omega_1$  e  $\omega_2$ .

**Sintesi dell'approccio di modellizzazione** Come suggerito dalla precedente trattazione, nell'analisi dei sistemi che attuano trasformazioni psicrometriche si possono adottare svariate ipotesi semplificative. Oltre all'ipotesi di stazionarietà, si assume anche che il flusso sia monodimensionale nelle zone in cui la materia attraversa il contorno del volume di controllo e che gli effetti dell'energia potenziale e cinetica siano trascurabili. Nella maggior parte dei casi, non hanno luogo interazioni di tipo lavoro. In casi particolari, possono essere poi utilizzate ulteriori semplificazioni.

### 10.5.2 Trattamento di aria umida a composizione costante

Nei sistemi di condizionamento dell'aria si prevede frequentemente di riscaldare o raffreddare una corrente di aria umida senza modificare la quantità di vapor d'acqua in essa presente. In questi casi, l'umidità assoluta  $\omega$  rimane costante, mentre variano l'umidità relativa e alcuni altri parametri dell'aria umida. L'Esempio 10.2 fornisce una semplice illustrazione di ciò utilizzando la metodologia del Paragrafo 10.5.1.

#### Riscaldamento di aria umida in un condotto

#### ESEMPIO 10.2

Dell'aria umida entra in un condotto a 10 °C, 80% di umidità relativa e con una portata volumetrica di 150 m<sup>3</sup>/min. La miscela viene riscaldata man mano che fluisce nel condotto ed esce a 30 °C, ma non viene né aggiunto né sottratto vapore acqueo e la pressione della miscela

rimane approssimativamente costante e pari a 1 bar. In condizioni stazionarie, determinare (a) la potenza termica scambiata, in kJ/min, e (b) l'umidità relativa all'uscita. Le variazioni di energia cinetica e potenziale possono essere trascurate.

### Soluzione

**Elementi noti** Aria umida, che entra in un condotto a  $10^\circ\text{C}$  e  $\phi = 80\%$  con una portata volumetrica di  $150 \frac{\text{m}^3}{\text{min}}$ , viene riscaldata a pressione costante ed esce a  $30^\circ\text{C}$ . Non viene né aggiunto né sottratto vapore acqueo.

**Da determinare** Determinare la potenza termica scambiata, in kJ/min, e l'umidità relativa all'uscita.

### Schema e dati forniti

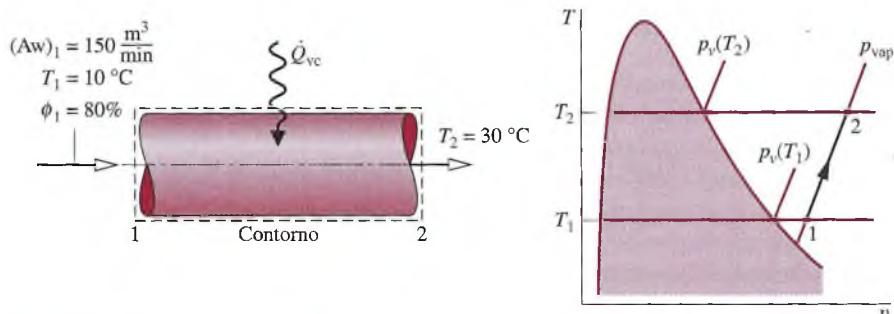


Figura E10.2a

### Ipotesi

- Il volume di controllo mostrato in figura opera in regime stazionario.
- Le variazioni di energia cinetica e potenziale tra l'entrata e l'uscita possono essere ignorate e  $\dot{L}_{vc} = 0$ .
- Le correnti entranti e uscenti di aria umida possono essere considerate come miscele di gas ideali.

**Analisi** (a) La potenza termica trasmessa  $\dot{Q}_{vc}$  può essere ricavata dai bilanci di massa e di energia. In regime stazionario, le quantità di aria secca e vapore d'acqua contenute all'interno del volume di controllo non possono variare, per cui è necessario che la portata massica entrante e quella uscente di ogni componente individualmente considerato siano uguali, ovvero

$$\dot{m}_{as1} = \dot{m}_{as2} \quad (\text{aria secca})$$

$$\dot{m}_{vap1} = \dot{m}_{vap2} \quad (\text{acqua})$$

Per semplicità, le portate massiche di aria secca e vapore acqueo sono indicate, rispettivamente, con  $\dot{m}_{as}$  e  $\dot{m}_{vap}$ . Da queste considerazioni, si può concludere che l'umidità assoluta è la stessa all'entrata e all'uscita:  $\omega_1 = \omega_2$ .

La forma stazionaria dell'equazione di bilancio dell'energia si riduce, in virtù dell'ipotesi 2, a

$$0 = \dot{Q}_{vc} - \dot{L}_{vc}^0 + (\dot{m}_{as} h_{as1} + \dot{m}_{vap} h_{vap1}) - (\dot{m}_{as} h_{as2} + \dot{m}_{vap} h_{vap2})$$

Scrivendo questa equazione, le correnti di aria umida entranti e uscenti sono considerate come miscele di aria secca e vapore acqueo trattati come gas ideali.

Risolvendo rispetto a  $\dot{Q}_{vc}$ :

$$\dot{Q}_{vc} = \dot{m}_{as}(h_{as2} - h_{as1}) + \dot{m}_{vap}(h_{vap2} - h_{vap1})$$

Notando che  $\dot{m}_{vap} = \omega \dot{m}_{as}$ , dove  $\omega$  è l'umidità assoluta, l'espressione per  $\dot{Q}_{vc}$  può essere scritta nella forma seguente:

$$\dot{Q}_{vc} = \dot{m}_{as} [(h_{as2} - h_{as1}) + \omega(h_{vap2} - h_{vap1})] \quad (1)$$

Per valutare  $\dot{Q}_{vc}$  a partire da questa espressione sono necessarie le entalpie specifiche dell'aria secca e del vapor d'acqua all'ingresso e all'uscita, la portata massica dell'aria secca e l'umidità assoluta.

Le entalpie specifiche dell'aria secca sono ottenute dalla Tabella T-9 in corrispondenza delle temperature di ingresso e di uscita  $T_1$  e  $T_2$  rispettivamente, ottenendo così  $h_{as1} = 283.1$  kJ/kg,  $h_{as2} = 303.2$  kJ/kg. Le entalpie specifiche del vapor d'acqua sono calcolabili assumendo  $h_{vap} \approx h_v$  e ricavando quindi i dati dalla Tabella T-2 a  $T_1$  e  $T_2$ , rispettivamente, ottenendo in tal caso  $h_{vap1} = 2519.8$  kJ/kg,  $h_{vap2} = 2556.3$  kJ/kg.

La portata massica dell'aria secca può essere determinata sulla base della portata volumetrica all'ingresso ( $Aw_1$ ):

$$\dot{m}_{as} = \frac{(Aw)_1}{v_{as1}}$$

In questa equazione,  $v_{as1}$  è il volume specifico dell'aria secca valutato alla temperatura  $T_1$  e alla pressione parziale dell'aria secca  $p_{as1}$ . Usando l'equazione di stato del gas ideale

$$v_{as1} = \frac{(\bar{R}/M)T_1}{p_{as1}}$$

La pressione parziale  $p_{as1}$  può essere determinata a partire dalla pressione  $p$  della miscela e dalla pressione parziale del vapor d'acqua  $p_{vap1}$ , utilizzando la relazione  $p_{as1} = p - p_{vap1}$ . Per determinare  $p_{vap1}$ , si utilizzano l'umidità relativa all'ingresso, data, e la pressione di saturazione a 10 °C, ricavata dalla Tabella T-2

$$p_{vap1} = \phi_1 p_{v1} = (0.8)(0.01228 \text{ bar}) = 0.0098 \text{ bar}$$

Dal momento che la pressione della miscela è 1 bar, ne consegue che  $p_{as1} = 0.9902$  bar. Il volume specifico dell'aria secca è quindi

$$v_{as1} = \frac{\left( \frac{8314 \text{ N}\cdot\text{m}}{28.97 \text{ kg}\cdot\text{K}} \right) (283 \text{ K})}{(0.9902 \times 10^5 \text{ N/m}^2)} = 0.82 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Utilizzando questo valore, la portata massica di aria secca è

$$\dot{m}_{as} = \frac{150 \text{ m}^3/\text{min}}{0.82 \text{ m}^3/\text{kg}} = 182.9 \text{ kg/min}$$

L'umidità assoluta  $\omega$  si può ricavare tramite la relazione

$$\begin{aligned} \omega &= 0.622 \left( \frac{p_{v1}}{p - p_{v1}} \right) = 0.622 \left( \frac{0.0098}{1 - 0.0098} \right) \\ &= 0.00616 \frac{\text{kg (vapore)}}{\text{kg (aria secca)}} \end{aligned}$$

Infine, sostituendo i valori numerici nell'Equazione (1), si ottiene

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{vc} &= 182.9[(303.2 - 283.1) + (0.00616)(2556.3 - 2519.8)] \\ &= 3717 \text{ kJ/min} \end{aligned}$$

**(b)** Gli stati del vapor d'acqua all'ingresso e all'uscita del condotto sono individuati nel diagramma  $T-v$  che accompagna l'esempio. Sia la composizione dell'aria umida sia la pressione della miscela rimangono costanti, quindi la pressione parziale del vapor d'acqua all'uscita deve uguagliare la pressione parziale del vapor d'acqua all'ingresso:  $p_{vap2} = p_{vap1} = 0.0098$  bar. L'umidità relativa all'uscita è quindi

(2)

$$\phi_2 = \frac{p_{vap2}}{p_{v2}} = \frac{0.0098}{0.04246} = 0.231 \text{ (23.1 %)}$$

dove  $p_{v2}$  si ottiene dalla Tabella T-2 in corrispondenza della temperatura di 30 °C.

(3)

**Soluzione alternativa** È possibile utilizzare un procedimento di risoluzione alternativo basato sull'utilizzo del diagramma psicrometrico. Come illustrato nello schema di diagramma psicrometrico in Figura E10.2b, lo stato dell'aria umida all'ingresso è individuato da  $\phi_1 = 80\%$  e da una temperatura di bulbo secco pari a 10 °C. Dalla soluzione della parte (a) si è appurato che l'umidità assoluta presenta lo stesso valore sia all'uscita sia all'entrata. Di conseguenza, lo stato dell'aria umida all'uscita è fissato da  $\omega_1 = \omega_2$  in presenza di una temperatura di bulbo secco di 30 °C. Da un esame della Figura T-4 si ricava che l'umidità relativa all'uscita del condotto è circa pari al 23%, in accordo con il risultato della parte (b).

La potenza termica scambiata può essere valutata tramite il diagramma psicrometrico utilizzando la seguente espressione, ottenuta rimaneggiando l'Equazione (1) della parte (a):

$$\dot{Q}_{vc} = \dot{m}_{as} [(h_{as} + \omega h_{vap})_2 - (h_{as} + \omega h_{vap})_1] \quad (2)$$

Per valutare  $\dot{Q}_{vc}$  a partire da questa espressione sono necessari i valori dell'entalpia della miscela per unità di massa di aria secca,  $(h_{as} + \omega h_{vap})$ , all'ingresso e all'uscita. Tali valori possono essere ricavati dal diagramma psicrometrico in Figura T-4, ottenendo  $(h_{as} + \omega h_{vap})_1 = 25.7 \text{ kJ/kg}$  (aria secca) e  $(h_{as} + \omega h_{vap})_2 = 45.9 \text{ kJ/kg}$  (aria secca).

Utilizzando il valore del volume specifico  $v_{as1}$ , ricavato dal diagramma in corrispondenza dello stato di ingresso, in combinazione con la portata volumetrica all'ingresso specificata, la portata massica di aria secca risulta

$$\dot{m}_{as} = \frac{150 \text{ m}^3/\text{min}}{0.81 \text{ m}^3/\text{kg(aria secca)}} = 185 \frac{\text{kg (aria secca)}}{\text{min}}$$

Sostituendo i valori nel bilancio energetico in Equazione (2), si ottiene

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{vc} &= 185 \frac{\text{kg (aria secca)}}{\text{min}} (45.9 - 25.7) \frac{\text{kJ}}{\text{kg (aria secca)}} \\ &= 3737 \frac{\text{kJ}}{\text{min}} \end{aligned}$$

che, come atteso, concorda pienamente con il risultato ottenuto nella parte (a).

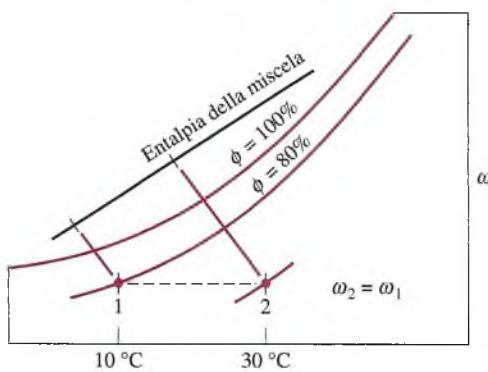


Figura E10.2b

Temperatura di bulbo secco

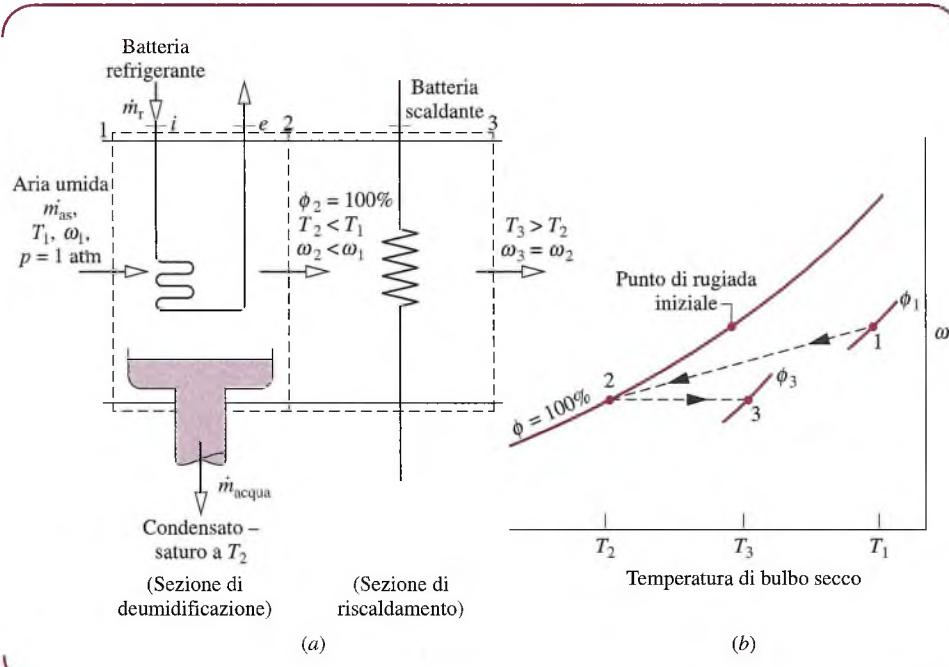
- 1 Il primo termine sottolineato in questa equazione per  $\dot{Q}_{vc}$  è valutato utilizzando le entalpie specifiche ottenute dalla tabella delle proprietà di gas ideale dell'aria, Tabella T-9. Per valutare il secondo termine sottolineato si utilizzano le tabelle delle proprietà dell'acqua saturo. Si noti che le discrepanze tra i valori di entalpia si semplificano perché entrambi i termini coinvolgono solamente differenze di entalpia. Dal momento che il calore specifico

$c_{p_{as}}$  dell'aria secca varia solo lievemente all'interno dell'intervallo compreso tra 10 e 30 °C (Tabella T-10), la variazione dell'entalpia specifica dell'aria secca potrebbe essere in alternativa valutata utilizzando  $c_{p_{as}} = 1.005 \text{ kJ/(kg} \times \text{K)}$ .

- 2 Non viene aggiunta né eliminata acqua durante il passaggio dell'aria umida attraverso il condotto, che avviene a pressione costante; di conseguenza, l'umidità assoluta  $\omega$  e le pressioni parziali  $p_{vap}$  e  $p_{as}$  rimangono costanti. Tuttavia, dal momento che la pressione di saturazione cresce con la temperatura dall'ingresso all'uscita, l'umidità relativa decresce:  $\phi_2 < \phi_1$ .
- 3 La pressione della miscela, 1 bar, differisce leggermente dalla pressione utilizzata per costruire il diagramma psicrometrico, pari a 1 atm, ma questa differenza viene trascurata.

### 10.5.3 Deumidificazione

Quando una corrente di aria umida viene raffreddata a pressione costante fino a una temperatura al di sotto del suo punto di rugiada, una parte del vapore acqueo inizialmente presente può condensare. La Figura 10.8 mostra lo schema di funzionamento di un deumidificatore che sfrutta questo principio. L'aria umida entra nello stato 1 e fluisce su una serpentina di raffreddamento in cui circola acqua fredda o un altro fluido refrigerante. Una parte del vapor d'acqua inizialmente presente nell'aria umida condensa, e dalla sezione del deumidificatore esce una miscela satura di aria umida allo stato 2. Sebbene l'acqua condensi a temperatura variabile, si assume che l'acqua condensata sia tutta raffreddata fino alla temperatura  $T_2$  prima di uscire dal deumidificatore. L'aria umida che lascia il deumidificatore, essendo in condizioni di saturazione e a temperatura inferiore rispetto a quella dell'aria umida entrante, potrebbe non essere idonea per l'immissione diretta in spazi abitati. Di conseguenza, facendo passare l'aria umida attraverso una successiva sezione di post-riscaldamento, la si può portare a una condizione che la maggior parte degli occupanti dei suddetti spazi abitati giudicherebbe confortevole. Si delinea ora la procedura per valutare la portata con cui il condensato esce e quella con cui circola il refrigerante.



**Figura 10.8**  
Deumidificazione. (a)  
Schema dell'apparecchiatura. (b)  
Rappresentazione sul  
diagramma psicrometrico.

**Bilancio di massa** La portata massica di condensato  $\dot{m}_{\text{cond}}$  può essere posta in relazione con la portata massica di aria secca  $\dot{m}_{\text{as}}$  applicando la conservazione della massa separatamente per l'aria secca e per l'acqua che attraversano il deumidificatore. In condizioni stazionarie si ha:

$$\dot{m}_{\text{as}1} = \dot{m}_{\text{as}2} \quad (\text{aria secca})$$

$$\dot{m}_{\text{vap}1} = \dot{m}_{\text{acqua}} + \dot{m}_{\text{vap}2} \quad (\text{acqua})$$

La portata massica di aria secca è indicata con  $\dot{m}_{\text{as}}$ . Risolvendo rispetto alla portata massica di condensato, si ottiene:

$$\dot{m}_{\text{acqua}} = \dot{m}_{\text{vap}1} - \dot{m}_{\text{vap}2}$$

Introducendo le relazioni  $\dot{m}_{\text{vap}1} = \omega_1 \dot{m}_{\text{as}}$  e  $\dot{m}_{\text{vap}2} = \omega_2 \dot{m}_{\text{as}}$ , la quantità di acqua condensata per unità di massa di aria secca che attraversa il dispositivo è

$$\frac{\dot{m}_{\text{acqua}}}{\dot{m}_{\text{as}}} = \omega_1 - \omega_2$$

Questa espressione richiede di conoscere le umidità assolute  $\omega_1$  e  $\omega_2$ . Dal momento che non viene aggiunta né sottratta acqua nella sezione di post-riscaldamento, dal principio di conservazione della massa si può concludere che  $\omega_2 = \omega_3$ , per cui  $\omega_3$  può essere utilizzata nell'equazione precedente al posto di  $\omega_2$ .

**Bilancio di energia** La portata massica di refrigerante attraverso la serpentina di raffreddamento  $\dot{m}_r$  può essere messa in relazione con la portata massica di aria secca  $\dot{m}_{\text{as}}$  applicando al deumidificatore l'equazione di bilancio dell'energia. Con  $\dot{L}_{\text{vc}} = 0$ , scambio di calore trascurabile attraverso le pareti e nessuna variazione significativa di energia cinetica e potenziale, l'equazione di bilancio dell'energia in condizioni stazionarie si riduce a

$$0 = \dot{m}_r(h_i - h_e) + (\dot{m}_{\text{as}}h_{\text{as}1} + \dot{m}_{\text{vap}1}h_{\text{vap}1}) - \dot{m}_{\text{acqua}}h_{\text{acqua}} - (\dot{m}_{\text{as}}h_{\text{as}2} + \dot{m}_{\text{vap}2}h_{\text{vap}2})$$

dove  $h_i$  e  $h_e$  indicano i valori di entalpia specifica del refrigerante nelle sezioni di ingresso e di uscita del deumidificatore, rispettivamente. Introducendo  $\dot{m}_{\text{vap}1} = \omega_1 \dot{m}_{\text{as}}$ ,  $\dot{m}_{\text{vap}2} = \omega_2 \dot{m}_{\text{as}}$  e  $\dot{m}_{\text{cond}} = (\omega_1 - \omega_2)\dot{m}_{\text{as}}$ , si ottiene

$$0 = \dot{m}_r(h_i - h_e) + \dot{m}_{\text{as}}[(h_{\text{as}1} - h_{\text{as}2}) + \omega_1 h_{\nu 1} - \omega_2 h_{\nu 2} - (\omega_1 - \omega_2)h_{l2}]$$

dove le entalpie specifiche del vapore d'acqua in 1 e 2 sono assimilate a quelle del vapore saturo in corrispondenza delle temperature  $T_1$  e  $T_2$  rispettivamente. Dal momento che si assume che il condensato esca come liquido saturo a temperatura  $T_2$ , si è posto  $h_{\text{cond}} = h_{l2}$ . Risolvendo rispetto alla portata massica di refrigerante per unità di massa dell'aria secca che attraversa il dispositivo, si ottiene infine:

$$\frac{\dot{m}_r}{\dot{m}_{\text{ar}}} = \frac{(h_{\text{as}1} - h_{\text{as}2}) + \omega_1 h_{\nu 1} - \omega_2 h_{\nu 2} - (\omega_1 - \omega_2)h_{l2}}{h_e - h_i}$$

Il diagramma psicrometrico in Figura 10.8b illustra alcune importanti caratteristiche del processo analizzato. Come indicato dal diagramma, l'aria umida dapprima si raffredda dallo stato 1, in cui la temperatura è  $T_1$  e l'umidità assoluta è  $\omega_1$ , fino allo stato 2, dove la miscela è satura ( $\phi_2 = 100\%$ ), la temperatura è  $T_2 < T_1$ , e l'umidità assoluta è  $\omega_2 < \omega_1$ . Durante il successivo processo di post-riscaldamento, l'umidità assoluta rimane costante, ovvero  $\omega_2 = \omega_3$ , e la temperatura aumenta fino a  $T_3$ . Dal momento che gli stati progressivamente assunti dalla corrente d'aria non sono di equilibrio, questi processi sono indicati nel diagramma psicrometrico con linee tratteggiate. Uno specifico approfondimento è fornito dall'esempio che segue.

## Deumidificatore

## ESEMPIO 10.3

Dell'aria umida a  $30^{\circ}\text{C}$  e 50% di umidità relativa entra in un deumidificatore operante in condizioni stazionarie con una portata volumetrica di  $280 \text{ m}^3/\text{min}$ . L'aria umida fluisce sopra una serpentina di raffreddamento e il vapore acqueo condensa. Il condensato esce satturo dal deumidificatore a temperatura  $10^{\circ}\text{C}$ . L'aria umida satura esce alla stessa temperatura in una corrente separata. Non si verificano dispersioni significative di energia dovute allo scambio di calore attraverso le pareti e la pressione rimane costante a 1.013 bar. Si determini (a) la portata massica dell'aria secca, in kg/min, (b) la portata di acqua condensata, in kg per kg di aria secca che scorre attraverso il volume di controllo, e (c) la potenza frigorifera richiesta, in tons.

## Soluzione

**Elementi noti** Dell'aria umida entra in un deumidificatore a  $30^{\circ}\text{C}$  e 50% di umidità relativa con una portata volumetrica di  $280 \text{ m}^3/\text{min}$ . Il condensato e l'aria umida escono in correnti separate, entrambe a  $10^{\circ}\text{C}$ .

**Da determinare** Determinare la portata massica di aria secca, in kg/min, la portata di acqua condensata, in kg per kg di aria secca, e la potenza frigorifera richiesta, in tons.

## Schema e dati forniti

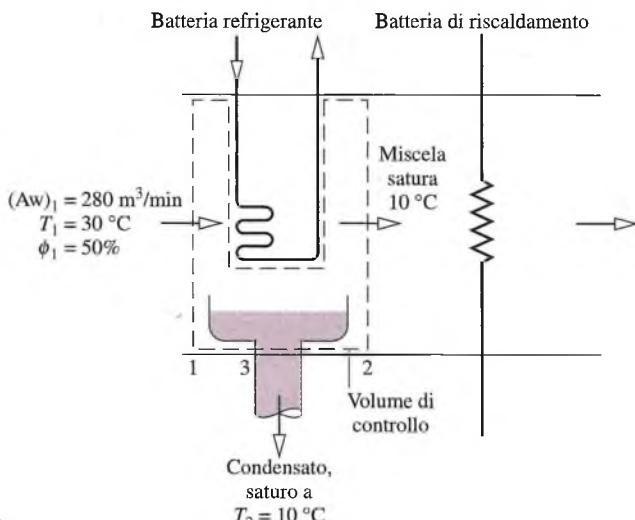


Figura E10.3

## Ipotesi

- Il volume di controllo schematizzato in figura opera in condizioni stazionarie. Le variazioni di energia cinetica e potenziale possono essere trascurate, e  $\dot{L}_{vc} = 0$ .
- Non hanno luogo significativi scambi di calore attraverso le pareti.
- La pressione rimane costante ovunque e pari a 1.013 bar.
- Nella sezione di passaggio 2, l'aria umida è satura. Il condensato esce in 3 come liquido satturo a temperatura  $T_2$ .

**Analisi** (a) In regime stazionario, le portate massiche di aria secca entranti e uscenti sono tra loro uguali. La portata massica dell'aria secca può essere determinata a partire dalla portata volumetrica all'ingresso:

$$\dot{m}_{ar} = \frac{(\dot{A}w)_1}{v_{as1}}$$

Il volume specifico dell'aria secca nella sezione di ingresso 1,  $v_{as1}$ , può essere valutato utilizzando l'equazione di stato di gas ideale, ovvero

$$\dot{m}_{\text{as}} = \frac{(Aw)_1}{(R/M_{\text{as}})(T_1/p_{\text{as}1})}$$

La pressione parziale dell'aria secca  $p_{\text{as}1}$  può essere determinata tramite la relazione  $p_{\text{as}1} = p - p_{\text{vap}1}$ . Utilizzando l'umidità relativa  $\phi_1$  all'ingresso e la pressione di saturazione a 30 °C, dalla Tabella T-2 si ricava

$$p_{\text{vap}1} = \phi_1 p_{\text{v}1} = (0.5)(0.04246) = 0.02123 \text{ bar}$$

per cui  $p_{\text{as}1} = 1.013 - 0.02123 = 0.99177 \text{ bar}$ . Sostituendo i valori nell'espressione per  $\dot{m}_{\text{as}}$  si ha

$$\dot{m}_{\text{as}} = \frac{(280 \text{ m}^3/\text{min})(0.99177 \times 10^5 \text{ N/m}^2)}{(8314/28.97 \text{ N}\cdot\text{m/kg}\cdot\text{K})(303 \text{ K})} = 319.35 \text{ kg/min}$$

**(b)** La conservazione della massa richiede per l'acqua che  $\dot{m}_{\text{vap}1} = \dot{m}_{\text{vap}2} + \dot{m}_{\text{cond}}$ . Con  $\dot{m}_{\text{vap}1} = \omega_1 \dot{m}_{\text{as}}$  e  $\dot{m}_{\text{vap}2} = \omega_2 \dot{m}_{\text{as}}$ , la portata di acqua condensata per unità di massa di aria secca è

$$\frac{\dot{m}_{\text{acqua}}}{\dot{m}_{\text{ar}}} = \omega_1 - \omega_2$$

Le umidità assolute  $\omega_1$  e  $\omega_2$  possono essere valutate utilizzando l'Equazione 10.5, per cui  $\omega_1$  è

$$\omega_1 = 0.622 \left( \frac{P_{\text{v}1}}{p_1 - P_{\text{v}1}} \right) = 0.622 \left( \frac{0.02123}{0.99177} \right) = 0.0133 \frac{\text{kg(vapore)}}{\text{kg(aria secca)}}$$

Dal momento che l'aria umida è satura a 10 °C,  $P_{\text{vap}2}$  è uguale alla pressione di saturazione a 10 °C:  $p_v = 0.01228 \text{ bar}$  dalla Tabella T-2. L'Equazione 10.5 restituisce quindi  $\omega_2 = 0.0076 \text{ kg(vapore)/kg(aria secca)}$ . Con questi valori per  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , si ottiene

$$\frac{\dot{m}_{\text{acqua}}}{\dot{m}_{\text{as}}} = 0.0133 - 0.0076 = 0.0057 \frac{\text{kg(condensata)}}{\text{kg(aria secca)}}$$

**(c)** La potenza termica  $\dot{Q}_{\text{vc}}$  scambiata tra la corrente di aria umida e la serpentina di raffreddamento può essere determinata applicando l'equazione di bilancio dell'energia. In virtù delle ipotesi 1 e 2, la forma in regime stazionario dell'equazione di bilancio si riduce a

$$0 = \dot{Q}_{\text{vc}} + (\dot{m}_{\text{as}} h_{\text{as}1} + \dot{m}_{\text{vap}1} h_{\text{vap}1}) - \dot{m}_{\text{acqua}} h_{\text{acqua}} - (\dot{m}_{\text{as}} h_{\text{as}2} + \dot{m}_{\text{vap}2} h_{\text{vap}2})$$

Con  $\dot{m}_{\text{vap}1} = \omega_1 \dot{m}_{\text{as}}$ ,  $\dot{m}_{\text{vap}2} = \omega_2 \dot{m}_{\text{as}}$  e  $\dot{m}_{\text{vap}1} = \dot{m}_{\text{vap}2} + \dot{m}_{\text{cond}}$ , l'equazione assume la forma

$$\dot{Q}_{\text{vc}} = \dot{m}_{\text{as}} [(h_{\text{as}2} - h_{\text{as}1}) - \omega_1 h_{\text{v}1} + \omega_2 h_{\text{v}2} + (\omega_1 - \omega_2) h_{l2}]$$

dove le entalpie specifiche del vapor d'acqua in 1 e 2 sono assimilate a quelle del vapore saturo secco corrispondente, rispettivamente, a  $T_1$  e  $T_2$ , mentre l'entalpia specifica del condensato uscente viene valutata come  $h_l$  a  $T_2$ . Selezionando i valori di entalpia dalle Tabelle T-2 e T-9, si ha:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\text{vc}} &= (319.35)[(283.1 - 303.2) - 0.0133(2556.3) \\ &\quad + 0.0076(2519.8) + 0.0057(42.01)] \\ &= -11.084 \text{ kJ/min} \end{aligned}$$

Dal momento che 1 ton di refrigerazione è pari a una potenza termica di 211 kJ/min (Paragrafo 8.6), la potenza frigorifera richiesta è di 52.5 tons.

- 1 Se si utilizzasse un diagramma psicrometrico per ottenere i valori numerici, questa espressione per  $\dot{Q}_{vc}$  andrebbe riformulata per ottenere

$$\dot{Q}_{vc} = \dot{m}_{as} [(h_{as} + \underline{\omega h_{vap}})_2 - (\underline{h_{as} + \omega h_{vap}})_1 + (\underline{\omega_1 - \omega_2}) h_{acqua}]$$

I termini sottolineati e le umidità assolute  $\omega_1$  e  $\omega_2$  verrebbero letti direttamente dal diagramma; l'entalpia specifica  $h_{cond}$  si potrebbe ottenere dalla Tabella T-2 come  $h_l$  a  $T_2$ .

### 10.5.4 Umidificazione

È spesso necessario aumentare il contenuto di umidità dell'aria circolante negli spazi abitati. Un modo per ottenere tale scopo è iniettare vapore nella corrente d'aria umida, o, in alternativa, immettere nell'aria acqua liquida sotto forma di spray. Entrambi i casi sono illustrati in Figura 10.9a. La temperatura dell'aria umida in uscita dall'umidificatore dipende dalle condizioni dell'acqua introdotta. Quando viene iniettato vapore a temperatura relativamente elevata, aumentano sia l'umidità sia la temperatura di bulbo secco, come illustrato nel diagramma psicrometrico di Figura 10.9b. Se viene invece immessa acqua liquida anziché vapore, l'aria umida può uscire dal deumidificatore a una temperatura inferiore a quella di ingresso, come illustrato in Figura 10.9c. L'esempio seguente illustra il caso dell'iniezione di vapore, in seguito si considera il caso dell'apporto di acqua liquida.

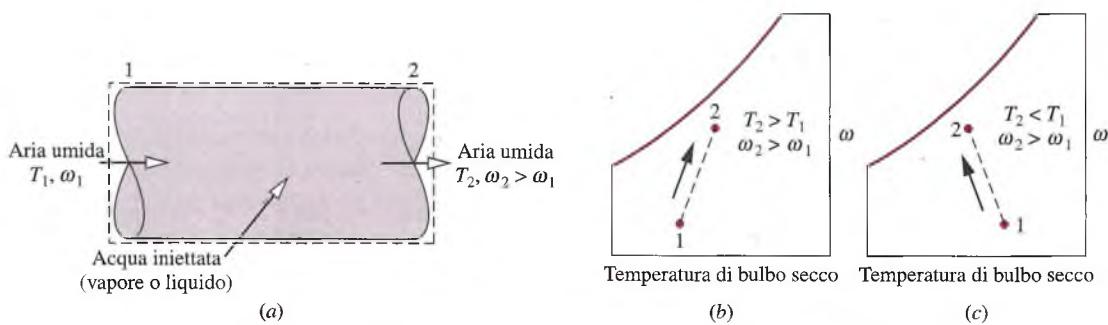


Figura 10.9 Umidificazione. (a) Volume di controllo. (b) Iniezione di vapore. (c) Iniezione di liquido.

#### Umidificatore a iniezione di vapore

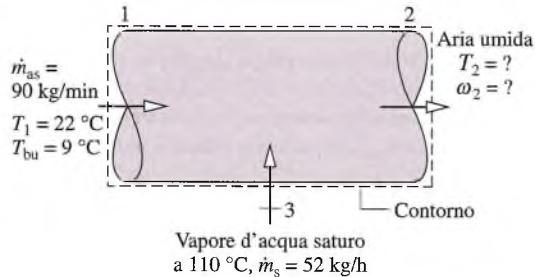
#### ESEMPIO 10.4

Aria umida con una temperatura di  $22^\circ\text{C}$  e una temperatura di bulbo umido di  $9^\circ\text{C}$  entra in un umidificatore a iniezione di vapore. La portata massica di aria secca è  $90 \text{ kg/min}$ . Nella miscela aria-vapor d'acqua viene iniettato vapor d'acqua saturo secco a  $110^\circ\text{C}$  con una portata di  $52 \text{ kg/h}$ . Non c'è scambio di calore con l'ambiente esterno e la pressione rimane costante e pari a 1 bar attraverso tutto il sistema. Usando il diagramma psicrometrico, determinare all'uscita (a) l'umidità assoluta e (b) la temperatura, in  $^\circ\text{C}$ .

#### Soluzione

**Elementi noti** Dell'aria umida entra in un umidificatore alla temperatura di  $22^\circ\text{C}$  e alla temperatura di bulbo umido di  $9^\circ\text{C}$ . La portata massica di aria secca è  $90 \text{ kg/min}$ . Vapor d'acqua saturo secco a  $110^\circ\text{C}$  viene iniettato nella miscela aria-vapor d'acqua con una portata di  $52 \text{ kg/h}$ .

**Da determinare** Utilizzando il diagramma psicrometrico, determinare all'uscita l'umidità assoluta e la temperatura, in  $^\circ\text{C}$ .

**Schema e dati forniti****Figura E10.4****Ipotesi**

- Il volume di controllo mostrato in figura opera in condizioni stazionarie. Le variazioni di energia cinetica e potenziale possono essere trascurate e si può porre  $\dot{L}_{vc} = 0$ .
- Non c'è scambio di calore con l'ambiente circostante.
- La pressione rimane costante e pari a circa 1 bar. La Figura T-4 rimane valida a questa pressione.

**Analisi** (a) L'umidità assoluta  $\omega_2$  all'uscita può essere ricavata dai bilanci della massa applicati separatamente all'aria secca e all'acqua, per cui

$$\dot{m}_{as1} = \dot{m}_{as2} \quad (\text{aria secca})$$

$$\dot{m}_{vap1} + \dot{m}_s = \dot{m}_{vap2} \quad (\text{acqua})$$

Con  $\dot{m}_{vap1} = \omega_1 \dot{m}_{as}$  e  $\dot{m}_{vap2} = \omega_2 \dot{m}_{as}$ , dove  $\dot{m}_{as}$  è la portata massica di aria secca, la seconda equazione di bilancio assume la forma:

$$\omega_2 = \omega_1 + \frac{\dot{m}_s}{\dot{m}_{as}}$$

Utilizzando la temperatura di bulbo secco all'ingresso, pari a  $22\text{ }^\circ\text{C}$ , e la temperatura di bulbo umido all'ingresso, pari a  $9\text{ }^\circ\text{C}$ , il valore dell'umidità assoluta  $\omega_1$  può essere ricavato tramite il diagramma psicrometrico in Figura T-4. Il risultato è  $\omega_2 = 0.002\text{ kg (vapore)/kg (aria secca)}$ . Questo risultato può essere verificato per esercizio. Inserendo i valori numerici nell'espressione per  $\omega_2$  si ottiene

$$\omega_2 = 0.002 + \frac{(52\text{ kg/h})|1\text{ h}/60\text{ min}|}{90\text{ kg/min}} = 0.0116 \frac{\text{kg (vapore)}}{\text{kg (aria secca)}}$$

(b) La temperatura all'uscita può essere determinata utilizzando un bilancio dell'energia. In virtù delle ipotesi 1 e 2, il bilancio dell'energia in condizioni stazionarie si riduce al caso particolare dell'Equazione 10.11:

$$0 = h_{as1} - h_{as2} + \omega_1 h_{v1} + (\omega_2 - \omega_1) h_{v3} - \omega_2 h_{v2} \quad (1)$$

Nello scrivere la relazione precedente, le entalpie specifiche del vapore d'acqua in 1 e 2 sono state assimilate a quelle del vapore saturo secco, mentre  $h_{v3}$  denota l'entalpia del vapore d'acqua saturo secco iniettato nell'aria umida.

L'Equazione (1) può essere riarrangiata nella seguente forma, adatta a un suo utilizzo in combinazione con il diagramma psicrometrico:

$$(h_{as} + \omega h_v)_2 = (h_{as} + \omega h_v)_1 + (\omega_2 - \omega_1) h_{v3} \quad (2)$$

Il primo termine a secondo membro può essere ricavato dal diagramma in Figura T-4 in corrispondenza dello stato individuato dall'intersezione della temperatura di bulbo secco all'ingresso,  $22\text{ }^\circ\text{C}$ , e della temperatura di bulbo umido all'ingresso,  $9\text{ }^\circ\text{C}$ , ottenendo così un valore di  $27.2\text{ kJ/kg (aria secca)}$ . Il secondo termine a secondo membro può essere valutato sulla

base delle umidità assolute  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , note, e del valore di  $h_{v3}$  ricavabile dalla Tabella T-2, pari a 2691.5 kJ/kg (vapore). Lo stato all'uscita è fissato da  $\omega_2$  e  $(h_{as} + \omega h_v)_2 = 53$  kJ/kg (aria secca). La temperatura all'uscita può essere poi letta direttamente dal diagramma. Il risultato è  $T_2 \approx 23.5$  °C.

- 1 Una soluzione dell'Equazione (2) utilizzando i dati nelle Tabelle T-2 e T-9 richiede una procedura iterativa. Il risultato, facilmente verificabile, è  $T_2 \approx 24$  °C.

### 10.5.5 Raffrescamento evaporativo

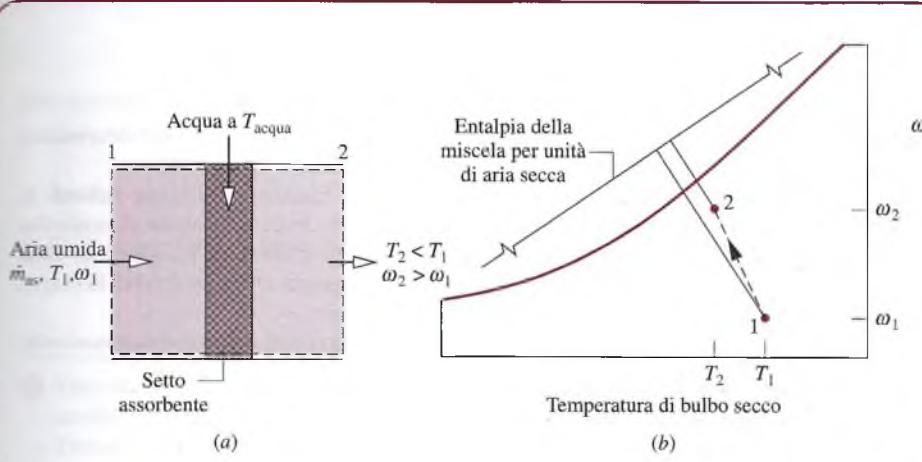
Il raffrescamento in climi caldi ma relativamente secchi può essere attuato tramite il cosiddetto **raffrescamento evaporativo**. Questo metodo implica l'introduzione di acqua liquida nell'aria sotto forma di spray oppure il passaggio dell'aria attraverso un pannello poroso che viene mantenuto impregnato di acqua, come mostrato in Figura 10.10. Per via della bassa umidità dell'aria umida che entra allo stato 1, parte dell'acqua evapora. L'energia necessaria all'evaporazione dell'acqua viene fornita dalla corrente d'aria, che vede la propria temperatura diminuire ed esce quindi allo stato 2 con una temperatura inferiore rispetto a quella della corrente di entrata. Se l'aria che entra è relativamente secca, l'umidità addizionale trasportata dalla corrente di aria umida uscente è normalmente salutare.

Trascurando lo scambio di calore con l'ambiente con lavoro, considerando  $\dot{L}_{vc}$  nullo e variazioni trascurabili dell'energia cinetica e potenziale, la forma stazionaria dei bilanci della massa e dell'energia si riduce, per il volume di controllo in Figura 10.10a, a

$$(h_{as2} + \omega_2 h_{v2}) = (\omega_2 - \omega_1) h_l + (h_{as1} + \omega_1 h_{v1})$$

dove  $h_l$  denota l'entalpia specifica del liquido che entra nel volume di controllo. Si ipotizza che tutta l'acqua liquida immessa evapiori nella corrente di aria umida. Il termine sottolineato tiene conto dell'energia introdotta assieme all'acqua liquida. Questo termine è normalmente molto più piccolo di entrambi i termini relativi all'entalpia dell'aria umida. Di conseguenza, l'entalpia dell'aria umida varia solo leggermente, come illustrato nel diagramma psicrometrico in Figura 10.10b. Ricordando che le linee a entalpia costante della miscela sono approssimabili alle linee a temperatura di bulbo umido costante (Paragrafo 10.4), ne consegue che il raffrescamento evaporativo avviene a temperatura di bulbo umido pressoché costante.

Nell'esempio seguente, si considera l'analisi di un refrigeratore evaporativo.



**Figura 10.10**  
Raffreddamento evaporativo. (a) Schema dell'apparecchiatura. (b) Rappresentazione sul diagramma psicrometrico.

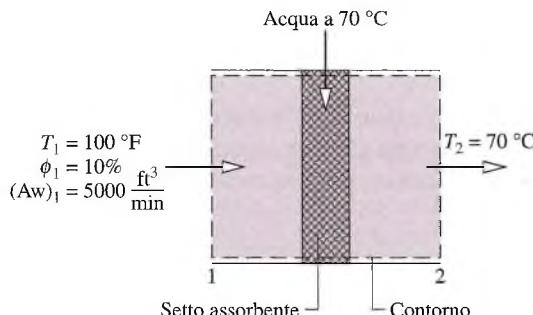
**ESEMPIO 10.5****Refrigeratore evaporativo**

Dell'aria a  $100\text{ }^{\circ}\text{F}$  e  $10\%$  di umidità relativa entra in un refrigeratore evaporativo con portata volumetrica pari a  $5000 \text{ ft}^3/\text{min}$ . L'aria umida esce dal refrigeratore a  $70\text{ }^{\circ}\text{F}$ . Dell'acqua liquida viene immessa, alla temperatura di  $70\text{ }^{\circ}\text{F}$ , impregnando il setto poroso del refrigeratore. L'acqua immessa evapora completamente nell'aria umida che attraversa l'apparato. Non c'è scambio di calore con l'ambiente circostante e la pressione rimane costante a circa  $1 \text{ atm}$  attraverso tutto il sistema. Determinare (a) la portata massica di acqua aggiunta al setto poroso, in  $\text{lb}/\text{h}$ , e (b) l'umidità relativa dell'aria umida all'uscita del refrigeratore evaporativo.

**Soluzione**

**Elementi noti** Aria a  $100\text{ }^{\circ}\text{F}$  e  $\phi = 10\%$  entra in un refrigeratore evaporativo con una portata volumetrica di  $5000 \text{ ft}^3/\text{min}$ . L'aria umida esce dal refrigeratore a  $70\text{ }^{\circ}\text{F}$ . L'acqua viene immessa nel setto poroso a  $70\text{ }^{\circ}\text{F}$ .

**Da determinare** Determinare la portata massica di acqua aggiunta al setto poroso, in  $\text{lb}/\text{h}$ , e l'umidità relativa dell'aria umida all'uscita dal refrigeratore.

**Schema e dati forniti****Figura E10.5****Ipotesi**

- Il volume di controllo mostrato in figura opera in condizioni stazionarie. Le variazioni di energia cinetica e potenziale possono essere trascurate e  $\dot{L}_{vc} = 0$ .
- Non c'è scambio di calore con l'ambiente circostante.
- L'acqua aggiunta al setto poroso entra come liquido ed evapora completamente nell'aria umida.
- La pressione rimane costante a circa  $1 \text{ atm}$ .

**Analisi** (a) Applicando la conservazione della massa separatamente all'aria secca e all'acqua, come nell'esempio precedente, si ha

$$\dot{m}_{\text{acqua}} = \dot{m}_{\text{as}}(\omega_2 - \omega_1)$$

dove  $\dot{m}_{\text{acqua}}$  è la portata massica dell'acqua liquida immessa nel setto poroso. Per determinare  $\dot{m}_{\text{acqua}}$  è necessario conoscere  $\omega_1$ ,  $\dot{m}_{\text{as}}$  e  $\omega_2$ , che vengono valutate nel seguito.

L'umidità assoluta  $\omega_1$  può essere determinata tramite l'Equazione 10.5, che richiede la conoscenza di  $p_{\text{vapt}_1}$ , la pressione parziale dell'aria umida che entra nel volume di controllo. Utilizzando l'umidità relativa data,  $\phi_1$ , e la pressione di saturazione  $p_v$  a  $T_1$ , ottenibile dalla Tabella T-2E, si ha che  $p_{\text{vapt}_1} = \phi_1 p_{v1} = 0.095 \text{ lb/in}^2$ . Ne consegue che  $\omega_1 = 0.0045 \text{ lb (vapor d'acqua)}/\text{lb (aria secca)}$ .

La portata massica di aria secca  $\dot{m}_{\text{as}}$  può essere determinata come nell'esempio precedente, utilizzando la portata volumetrica e il volume specifico dell'aria secca, per cui

$$\dot{m}_{\text{as}} = \frac{(\text{Aw})_1}{v_{\text{as}1}}$$

Il volume specifico dell'aria secca può essere determinato tramite l'equazione di stato di gas ideale. Il risultato è  $v_{as1} = 14.2 \text{ ft}^3/\text{lb}$  (aria secca). Sostituendo i valori numerici, la portata massica di aria secca è

$$\dot{m}_{as} = \frac{5000 \text{ ft}^3/\text{min}}{14.2 \text{ ft}^3/\text{lb} \text{ (aria secca)}} = 352.1 \frac{\text{lb (aria secca)}}{\text{min}}$$

Ai fini della determinazione dell'umidità assoluta  $\omega_2$ , i bilanci della massa e dell'energia in condizioni stazionarie si possono ridurre, in virtù dell'ipotesi 1, a

$$0 = (\dot{m}_{as} h_{as1} + \dot{m}_{vap1} h_{vap1}) + \dot{m}_{acqua} h_{acqua} - (\dot{m}_{as} h_{as2} + \dot{m}_{vap2} h_{vap2})$$

Seguendo lo stesso ragionamento dell'esempio precedente, tale relazione può essere riformulata come segue:

$$0 = (h_{as} + \omega h_v)_1 + (\underline{\omega_2 - \omega_1}) h_l - (h_{as} + \omega h_v)_2$$

①

dove  $h_l$  denota l'entalpia specifica dell'acqua liquida entrante nel volume di controllo a 70 °F. Risolvendo rispetto a  $\omega_2$  si ottiene:

$$\omega_2 = \frac{h_{as1} - h_{as2} + \omega_1(h_{v1} - h_l)}{h_{v2} - h_l} = \frac{c_{pas}(T_1 - T_2) + \omega_1(h_{v1} - h_l)}{h_{v2} - h_l}$$

②

dove  $c_{pas} = 0.24 \text{ Btu/lb} \times ^\circ\text{R}$ . Con i valori di  $h_l$ ,  $h_{v1}$  e  $h_{v2}$  ricavabili dalla Tabella T-2E

$$\begin{aligned} \omega_2 &= \frac{0.24(100 - 70) + 0.00405(1105 - 38.1)}{(1092 - 38.1)} \\ &= 0.0109 \frac{\text{lb (vapore)}}{\text{lb (aria secca)}} \end{aligned}$$

Sostituendo i valori di  $\dot{m}_{as}$ ,  $\omega_1$  e  $\omega_2$  nell'espressione per  $\dot{m}_{acqua}$ , si ottiene:

$$\begin{aligned} \dot{m}_{acqua} &= \left[ 352.1 \frac{\text{lb (aria secca)}}{\text{min}} \left| \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \right| \right] (0.0109 - 0.00405) \frac{\text{lb (acqua)}}{\text{lb (aria secca)}} \\ &= 144.7 \frac{\text{lb (acqua)}}{\text{h}} \end{aligned}$$

(b) L'umidità relativa dell'aria umida all'uscita può essere determinata utilizzando l'Equazione 10.6. La pressione parziale del vapor d'acqua richiesta da tale relazione può essere determinata risolvendo l'Equazione 10.5, per ottenere

$$p_{vap2} = \frac{\omega_2 p}{\omega_2 + 0.622}$$

Introducendo i valori numerici

$$p_{vap2} = \frac{(0.0109)(14.696 \text{ lbf/in.}^2)}{(0.0109 + 0.622)} = 0.253 \text{ lbf/in.}^2$$

A 70 °F, la pressione di saturazione è 0.3632 lbf/in<sup>2</sup>, per cui l'umidità relativa all'uscita è

$$\phi_2 = \frac{0.253}{0.3632} = 0.697(69.7\%)$$

① Dal momento che il termine sottolineato in questa equazione è molto più piccolo di entrambi i termini relativi all'entalpia dell'aria umida, questa rimane pressoché costante. Pertanto, il refrigeratore evaporativo opera a temperatura di bulbo umido praticamente co-

stante. Ciò può essere verificato individuando gli stati dell'aria umida entrante e uscente sul diagramma psicrometrico.

- 2 Un valore costante del calore specifico  $c_{pas}$  è stato qui utilizzato ai fini della valutazione del termine  $(h_{as1} - h_{as2})$ . Come mostrato nell'esempio precedente, questo termine può essere in alternativa valutato utilizzando la tabella delle proprietà di gas ideale dell'aria.

### 10.5.6 Miscelazione adiabatica di due correnti di aria umida

Un processo comune nei sistemi di condizionamento dell'aria consiste nella miscelazione di correnti di aria umida, come mostrato in Figura 10.11. L'obiettivo dell'analisi termodinamica di tale processo è normalmente quello di stabilire la portata e lo stato della corrente uscente a partire dalla portata e dallo stato assegnato a ognuna delle due correnti d'ingresso. Il processo di miscelazione adiabatica è governato dalle Equazioni 10.12 e seguenti.

I bilanci della massa per l'aria secca e il vapore d'acqua in regime stazionario sono, rispettivamente,

$$\dot{m}_{as1} + \dot{m}_{as2} = \dot{m}_{a3} \quad (\text{aria secca}) \quad (10.12a)$$

$$\dot{m}_{vap1} + \dot{m}_{vap2} = \dot{m}_{vap3} \quad (\text{vapore d'acqua})$$

Con  $\dot{m}_{vap} = \omega \dot{m}_{as}$  il bilancio della massa per il vapore d'acqua diviene

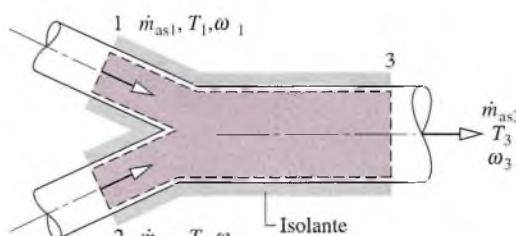
$$\omega_1 \dot{m}_{as1} + \omega_2 \dot{m}_{as2} = \omega_3 \dot{m}_{as3} \quad (\text{vapore d'acqua}) \quad (10.12b)$$

Assumendo e trascurando gli effetti dell'energia cinetica e potenziale, il bilancio dell'energia si riduce, in regime stazionario, a

$$\dot{m}_{as1}(h_{as1} + \omega_1 h_{v1}) + \dot{m}_{as2}(h_{as2} + \omega_2 h_{v2}) = \dot{m}_{as3}(h_{as3} + \omega_3 h_{v3}) \quad (10.12c)$$

dove le entalpie del vapore d'acqua entrante e del vapore d'acqua uscente sono assimilate a quelle del vapore saturo secco alle rispettive temperature di bulbo secco.

Se le portate e gli stati all'ingresso sono noti, le Equazioni 10.12 sono tre equazioni in tre incognite:  $\dot{m}_{as3}$ ,  $\omega_3$  e  $(h_{as3} + \omega_3 h_{v3})$ . La risoluzione di tale sistema di equazioni è illustrata nell'esempio seguente.



**Figura 10.11**

Miscelazione adiabatica di due correnti di aria umida.

#### ESEMPIO 10.6

#### Miscelazione adiabatica di correnti di aria umida

Una corrente di aria umida con portata di  $142 \text{ m}^3/\text{min}$ , temperatura  $5^\circ\text{C}$  e umidità assoluta  $0.002 \text{ kg}$  (vapore)/kg (aria secca), viene miscelata adiabaticamente con una seconda corrente di aria umida con portata  $425 \text{ m}^3/\text{min}$ , temperatura  $24^\circ\text{C}$  e umidità relativa  $50\%$ . La pressione

rimane costantemente pari a circa 1 bar attraverso tutto il sistema. Determinare (a) l'umidità assoluta e (b) la temperatura della corrente in uscita, in °C.

### Soluzione

**Elementi noti** Una corrente di aria umida a 5 °C, con  $\omega_1 = 0.002 \text{ kg (vapore)/kg (aria secca)}$  e portata volumetrica  $(Aw)_1 = 142 \text{ m}^3/\text{min}$ , viene miscelata adiabaticamente con una corrente di aria umida a 24 °C, con  $\phi_2 = 50\%$  e portata volumetrica  $(Aw)_2 = 425 \text{ m}^3/\text{min}$ .

**Da determinare** Determinare l'umidità assoluta e la temperatura, in °C, della corrente in uscita dal volume di controllo, dopo la miscelazione.

### Schema e dati forniti

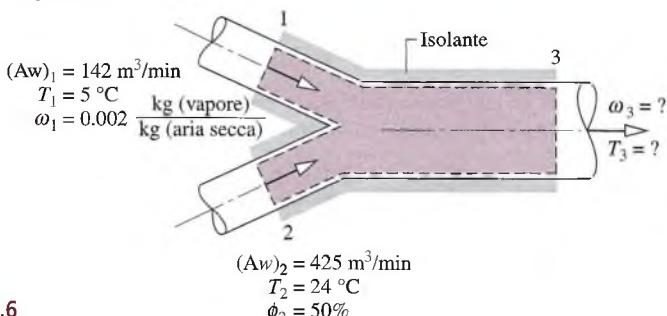


Figura E10.6

### Ipotesi

- Il volume di controllo mostrato in figura opera in condizioni stazionarie. Le variazioni di energia cinetica e potenziale sono trascurabili e  $\dot{L}_{ve} = 0$ .
- Non c'è scambio di calore con l'ambiente circostante.
- La pressione rimane costante a circa 1 bar attraverso tutto il sistema.

**Analisi** (a) L'umidità assoluta  $\omega_3$  può essere determinata tramite i bilanci della massa dell'aria secca e del vapor d'acqua

$$\dot{m}_{as1} + \dot{m}_{as2} = \dot{m}_{as3} \quad (\text{aria secca})$$

$$\dot{m}_{vap1} + \dot{m}_{vap2} = \dot{m}_{vap3} \quad (\text{vapore d'acqua})$$

Con  $\dot{m}_{vap1} = \omega_1 \dot{m}_{as1}$ ,  $\dot{m}_{vap2} = \omega_2 \dot{m}_{as2}$  e  $\dot{m}_{vap3} = \omega_3 \dot{m}_{as3}$ , il secondo di questi bilanci diviene

$$\omega_1 \dot{m}_{as1} + \omega_2 \dot{m}_{as2} = \omega_3 \dot{m}_{as3}$$

Risolvendo

$$\omega_3 = \frac{\omega_1 \dot{m}_{as1} + \omega_2 \dot{m}_{as2}}{\dot{m}_{as3}}$$

Dal momento che  $\dot{m}_{as3} = \dot{m}_{as1} + \dot{m}_{as2}$ , la relazione precedente può essere espressa come

$$\omega_3 = \frac{\omega_1 \dot{m}_{as1} + \omega_2 \dot{m}_{as2}}{\dot{m}_{as1} + \dot{m}_{as2}}$$

Per determinare  $\omega_3$  sono necessari i valori di  $\omega_2$ ,  $\dot{m}_{as1}$  e  $\dot{m}_{as2}$ . Le portate massiche di aria secca,  $\dot{m}_{as1}$  e  $\dot{m}_{as2}$ , possono essere determinate come nell'esempio precedente, utilizzando le portate volumetriche date

$$\dot{m}_{as1} = \frac{(Aw)_1}{v_{a1}}, \quad \dot{m}_{as2} = \frac{(Aw)_2}{v_{as2}}$$

I valori di  $v_{a1}$ ,  $v_{as2}$  e  $\omega_2$  si ricavano direttamente dal diagramma psicrometrico, Figura T-4. Così, per  $\omega_1 = 0.002$  e  $T_1 = 5 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $v_{a1} = 0.79 \text{ m}^3/\text{kg (aria secca)}$ . Per  $\phi_2 = 50\%$  e  $T_2 = 24 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $v_{as2} = 0.855 \text{ m}^3/\text{kg (aria secca)}$  e  $\omega_2 = 0.0094$ . Le portate massiche dell'aria secca

sono quindi  $\dot{m}_{as1} = 180 \text{ kg (aria secca)/min}$  e  $\dot{m}_{as2} = 497 \text{ kg (aria secca)/min}$ . Sostituendo i valori numerici nell'espressione per  $\omega_3$

$$\omega_3 = \frac{(0.002)(180) + (0.0094)(497)}{180 + 497} = 0.0074 \frac{\text{kg (vapore)}}{\text{kg (aria secca)}}$$

(b) La temperatura  $T_3$  della corrente in uscita può essere determinata tramite un bilancio dell'energia che, in virtù delle ipotesi 1 e 2, porta a

$$\dot{m}_{as1}(h_{as} + \omega h_{vap})_1 + \dot{m}_{as2}(h_{as} + \omega h_{vap})_2 = \dot{m}_{as3}(h_{as} + \omega h_{vap})_3 \quad (1)$$

Risolvendo

$$(h_{as} + \omega h_{vap})_3 = \frac{\dot{m}_{as1}(h_{as} + \omega h_{vap})_1 + \dot{m}_{as2}(h_{as} + \omega h_{vap})_2}{\dot{m}_{as1} + \dot{m}_{as2}} \quad (2)$$

Con  $(h_{as} + \omega h_{vap})_1 = 10 \text{ kJ/kg (aria secca)}$  e  $(h_{as} + \omega h_{vap})_2 = 47.8 \text{ kJ/kg (aria secca)}$ , dalla Figura T-4 e sulla base degli altri valori noti si ha

$$(h_{as} + \omega h_{vap})_3 = \frac{180(10) + 497(47.8)}{180 + 497} = 37.7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg (aria secca)}}$$

Questo valore per l'entalpia dell'aria umida all'uscita, combinato con il valore precedentemente calcolato di  $\omega_3$ , fissa lo stato dell'aria umida uscente. Dalla consultazione di Figura T-4 si ricava  $T_3 = 19^\circ\text{C}$ .

**Soluzione alternativa** L'uso del diagramma psicrometrico agevola la determinazione di  $T_3$ . Senza il diagramma, si potrebbe risolvere con approccio iterativo l'Equazione (2) usando i valori tabulati delle proprietà, come per l'Esempio 10.4. In alternativa,  $T_3$  può essere determinata usando il seguente listato per il programma TI, dove  $\phi_2$  è indicato come phi2, le portate volumetriche in 1 e 2 sono indicate, rispettivamente, come AV1 e AV2, e così via.

```
//Given data
T1 = 5//8C
w1 = 0.002//kg (vapor) y kg (dry air)
AV1 = 142//m3/min
T2 = 24//8C
phi2 = 0.5
AV2 = 425//m3/min
p = 1//bar

//Mass balances for water vapor and dry air:
w1 * mdot1 + w2 * mdot2 = w3 * mdot3
mdot1 + mdot2 = mdot3

//Evaluate mass flow rates of dry air
mdot1 = AV1/va1
va1 = va_Tw (T1, w1, p)
mdot2 = AV2/va2
va2 = va_Tphi (T2, phi2, p)

//Determine w2
w2 = w_Tphi (T2, phi2, p)

//The energy balance, Eq. (1), reads
mdot1 * h1 + mdot2 * h2 = mdot3 * h3
h1 = ha_Tw (T1, w1)
h2 = ha_Tphi (T2, phi2, p)
h3 = ha_Tw (T3, w3)
```

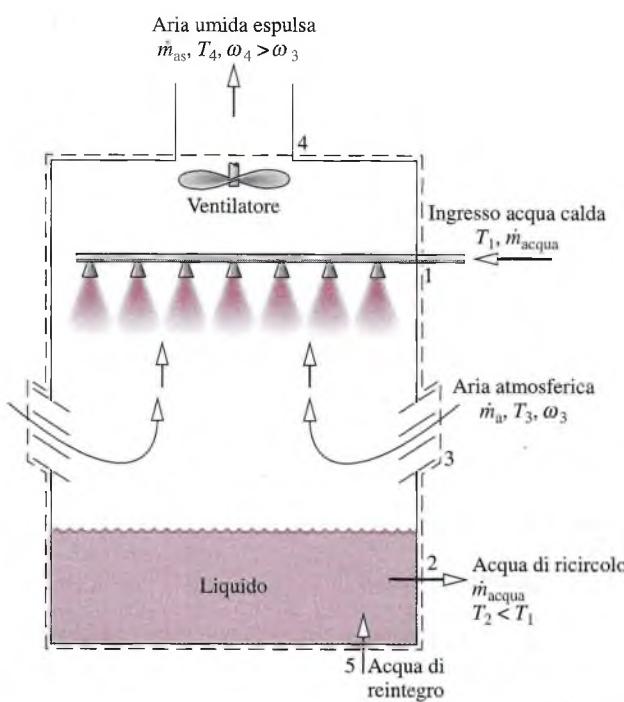
Premendo il pulsante *Solve (Risolvi)*, si ottiene  $T_3 = 19.01^\circ\text{C}$  e  $\omega_3 = 0.00745 \text{ kg (vapore)/kg (aria secca)}$ , che concorda con la soluzione ottenuta tramite il diagramma psicrometrico.

➊ Si noti qui l'uso delle funzioni speciali per l'aria umida elencate nel menu *Properties (Proprietà)* di TI.

## 10.6 Torri di raffreddamento

Gli impianti di potenza scaricano quantità considerevoli di calore nell'ambiente circostante (Capitolo 8). Generalmente si cede l'energia termica a portate d'acqua prelevate da fiumi o laghi nelle vicinanze, ma un'alternativa è offerta, in zone in cui l'acqua di raffreddamento richiesta non può essere ottenuta da fonti naturali o dove l'attenzione per l'ambiente induce a porre un limite alla temperatura alla quale l'acqua di raffreddamento può essere reimessa nell'ambiente, dalle torri di raffreddamento. Queste sono frequentemente utilizzate anche per ottenere acqua refrigerata da utilizzare in applicazioni diverse dagli impianti di potenza.

Le torri di raffreddamento possono operare in convezione naturale o forzata. Possono anche operare in controcorrente, a correnti incrociate, o con una combinazione delle due modalità. La Figura 10.12 mostra lo schema di una torre di raffreddamento operante in convezione forzata e in controcorrente. L'acqua calda che deve essere raffreddata entra in corrispondenza della sezione 1 ed è spruzzata dalla sommità della torre. L'acqua viene solitamente spruzzata attraverso una serie di ugelli, al fine di disperderla in gocce molto piccole e agevolarne l'evaporazione. L'aria atmosferica, immessa da ventilatori in corrispondenza della sezione 3, fluisce verso l'alto, in direzione opposta all'acqua che cade sotto forma di goccioline. Dal momento che le due correnti interagiscono, una piccola frazione dell'acqua evapora nell'aria umida, che esce, in corrispondenza della sezione 4, con un'umidità assoluta maggiore di quella che aveva in ingresso, in corrispondenza della sezione 3. L'energia richiesta per l'evaporazione è fornita principalmente dalla frazione del flusso di acqua liquida entrante che non evapora, con il risultato che l'acqua liquida che esce attraverso la sezione 2 viene a trovarsi a una temperatura inferiore rispetto a quella dell'acqua liquida entrante attraverso la sezione 1. Poiché parte dell'acqua entrante evapora nella corrente di aria umida, una eguale quantità di acqua liquida viene reintegrata in corrispondenza della sezione 5, in modo che la portata massica dell'acqua refrigerata nel tratto di ritorno sia uguale a quella dell'acqua calda che entra attraverso la sezione 1.



**Figura 10.12** Schema di una torre di raffreddamento.

In condizioni stazionarie, il bilancio della massa per l'aria secca e per l'acqua e il bilancio dell'energia per la torre di raffreddamento nel suo complesso forniscono informazioni sulle prestazioni dell'impianto. Nell'applicazione del bilancio energetico si trascura solitamente il calore trasferito all'ambiente circostante. L'energia assorbita dai ventilatori di una torre di raffreddamento operante in convezione forzata può essere anch'essa trascurata rispetto alle altre energie in gioco. L'esempio seguente illustra l'analisi di una torre di raffreddamento sulla base della conservazione della massa e dell'energia in combinazione con i valori tabulati delle proprietà dell'aria secca e dell'acqua.

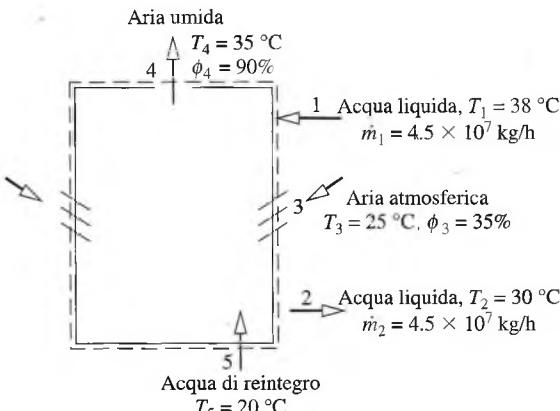
**ESEMPIO 10.7****Torre di raffreddamento di un impianto di generazione**

Acqua a  $38^{\circ}\text{C}$  che esce dal condensatore di un impianto di generazione di potenza viene introdotta in una torre di raffreddamento con una portata pari a  $4.5 \times 10^7 \text{ kg/h}$ . Una corrente di acqua raffreddata torna al condensatore dalla torre di raffreddamento con una temperatura di  $30^{\circ}\text{C}$  e la medesima portata. Dell'acqua di reintegro alla temperatura di  $20^{\circ}\text{C}$  è aggiunta con una corrente separata. L'aria atmosferica entra nella torre di raffreddamento a  $25^{\circ}\text{C}$  e  $35\%$  di umidità relativa ed esce a  $35^{\circ}\text{C}$  e  $90\%$  di umidità relativa. Determinare le portate di aria secca e di acqua di reintegro, espresse in kg/h. La torre di raffreddamento opera in condizioni stazionarie, il calore scambiato con l'ambiente e l'energia assorbita dai ventilatori possono essere entrambi trascurati, così come le variazioni di energia cinetica e potenziale. La pressione rimane costantemente intorno a 1 atm in tutto il sistema.

**Soluzione**

**Elementi noti** Un flusso di acqua liquida proveniente da un condensatore a  $38^{\circ}\text{C}$  entra nella torre di raffreddamento con portata massica nota. Una corrente di acqua raffreddata è reimessa nel condensatore a  $30^{\circ}\text{C}$  e con la stessa portata. Viene aggiunta acqua di reintegro alla temperatura di  $20^{\circ}\text{C}$ . Dell'aria atmosferica entra nell'impianto a  $25^{\circ}\text{C}$  e  $\phi = 35\%$  e dalla torre esce aria umida a  $35^{\circ}\text{C}$  e  $\phi = 90\%$ .

**Da determinare** Determinare le portate di aria secca e di acqua di reintegro, in kg/h.

**Schema e dati forniti****Figura E10.7****Ipotesi**

- Il volume di controllo mostrato nella figura opera in condizioni stazionarie. Si possono trascurare il calore scambiato con l'ambiente circostante e le variazioni di energia cinetica e potenziale, così come il lavoro dei ventilatori e delle pompe.
- Per valutare le entalpie specifiche, ogni corrente di liquido è assimilata a un liquido saturo alla temperatura specificata.
- La pressione si mantiene costantemente intorno a 1 atm in tutto il sistema.

**Analisi** Le portate richieste possono essere ricavate tramite i bilanci dell'energia e della massa. Il bilancio della massa per l'aria secca e per l'acqua, considerate separatamente, si riduce, in condizioni stazionarie, a

$$\dot{m}_{as3} = \dot{m}_{as4} \quad (\text{aria secca})$$

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_5 + \dot{m}_{vap3} = \dot{m}_2 + \dot{m}_{vap4} \quad (\text{acqua})$$

La portata di aria secca, comune ai flussi in entrata e in uscita, è denotata dal simbolo  $\dot{m}_{as}$ . Siccome  $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$ , la seconda delle equazioni precedenti diventa

$$\dot{m}_5 = \dot{m}_{vap4} - \dot{m}_{vap3}$$

Con  $\dot{m}_{vap3} = \omega_3 \dot{m}_{as}$  e  $\dot{m}_{vap4} = \omega_4 \dot{m}_{as}$ ,

$$\dot{m}_5 = \dot{m}_{as}(\omega_4 - \omega_3)$$

Conseguentemente, le due portate massiche richieste,  $\dot{m}_{as}$  e  $\dot{m}_5$ , sono correlate tra loro da questa equazione. Un'altra equazione che mette in relazione le portate è il bilancio dell'energia. Semplificando tale bilancio sulla base dell'ipotesi 1, si ottiene che

$$0 = \dot{m}_1 h_{acqua1} + (\dot{m}_{as} h_{as3} + \dot{m}_{vap3} h_{vap3}) + \dot{m}_5 h_{acqua5} - \dot{m}_2 h_{acqua2} - (\dot{m}_{as} h_{as4} + \dot{m}_{vap4} h_{vap4})$$

Assimilando le entalpie del vapore d'acqua a quelle del vapore saturo alle corrispondenti temperature e l'entalpia di ogni corrente di acqua liquida all'entalpia del liquido saturo alla medesima temperatura, l'equazione di bilancio dell'energia diviene

$$0 = \dot{m}_1 h_{l1} + (\dot{m}_{as} h_{as3} + \dot{m}_{vap3} h_{v3}) + \dot{m}_5 h_{l5} - \dot{m}_2 h_{l2} - (\dot{m}_{as} h_{as4} + \dot{m}_{vap4} h_{v4})$$

Introducendo  $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$ ,  $\dot{m}_5 = \dot{m}_{as}(\omega_4 - \omega_3)$ ,  $\dot{m}_{vap3} = \omega_3 \dot{m}_{as}$  e  $\dot{m}_{vap4} = \omega_4 \dot{m}_{as}$ , e risolvendo rispetto a  $\dot{m}_{as}$ , si ottiene

$$\dot{m}_{as} = \frac{\dot{m}_1(h_{l1} - h_{l2})}{h_{as4} - h_{as3} + \omega_4 h_{v4} - \omega_3 h_{v3} - (\omega_4 - \omega_3)h_{l5}}$$

Le umidità assolute  $\omega_3$  e  $\omega_4$  richieste da questa espressione possono essere determinate tramite l'Equazione 10.5, utilizzando le pressioni parziali del vapore d'acqua corrispondenti alle umidità relative specificate. Quindi,  $\omega_3 = 0.00688 \text{ kg (vapore)/kg (aria secca)}$  e  $\omega_4 = 0.0327 \text{ kg (vapore)/kg (aria secca)}$ .

Con le entalpie ottenibili dalle Tabelle T-2 e T-9 e conoscendo i valori di  $\omega_3$ ,  $\omega_4$  e  $\dot{m}_1$ , l'espressione per  $\dot{m}_{as}$  diventa

$$\begin{aligned} \dot{m}_{as} &= \frac{(4.5 \times 10^7)(159.21 - 125.79)}{(308.2 - 298.2) + (0.0327)(2565.3) - (0.00688)(2547.2) - (0.0258)(83.96)} \\ &= 2.03 \times 10^7 \text{ kg/h} \end{aligned}$$

Infine, sostituendo i valori noti nell'espressione per  $\dot{m}_1$ , risulta che

$$\dot{m}_5 = (2.03 \times 10^7)(0.0327 - 0.00688) = 5.24 \times 10^5 \text{ kg/h}$$

**1** L'espressione ottenuta per  $\dot{m}_{as}$  può essere riformulata come segue:

$$\dot{m}_{as} = \frac{\dot{m}_1(h_{l1} - h_{l2})}{(h_{as4} + \omega_4 h_{v4}) - (h_{as3} + \omega_3 h_{v3}) - (\omega_4 - \omega_3)h_{l5}}$$

I termini sottolineati, così come  $\omega_3$  e  $\omega_4$ , possono essere ottenuti tramite consultazione e analisi del diagramma psicrometrico.

## Sommario e guida allo studio

In questo capitolo si sono applicati i principi della termodinamica a problemi di psicrometria, che coinvolgono miscele di aria e vapore d'acqua con eventuale presenza di acqua liquida. Sono stati introdotti alcuni termini specialistici comunemente usati in psicrometria: aria umida, umidità assoluta,

umidità relativa, entalpia della miscela, punto di rugiada e temperature di bulbo umido e di bulbo secco. È stato illustrato anche il diagramma psicrometrico, che fornisce una rappresentazione grafica di importanti proprietà dell'aria umida. Sono stati inoltre riformulati, in termini di grandezze psicro-

metriche, i principi di conservazione della massa e dell'energia, e si sono prese in considerazione alcune tipiche applicazioni del condizionamento dell'aria come l'umidificazione e la deumidificazione, il raffrescamento evaporativo e la miscelazione di correnti di aria umida. Si è infine discusso il principio di funzionamento delle torri di raffreddamento.

La seguente checklist fornisce una guida allo studio di questo capitolo. Quando il lettore avrà terminato lo studio del testo e risolto gli esercizi conclusivi, dovrebbe essere in grado di:

- interpretare il significato dei termini chiave evidenziati nel testo;
- determinare l'umidità assoluta e relativa, l'entalpia della miscela e la temperatura di rugiada;
- utilizzare il diagramma psicrometrico;
- applicare i principi di conservazione della massa e dell'energia e il secondo principio della termodinamica all'analisi dei processi di condizionamento dell'aria e alle torri di raffreddamento.

## Esercizi

### Principi di psicrometria

- 10.1** Un tubo dell'acqua a 13 °C passa attraverso un seminterrato nel quale l'aria è a 21 °C. Qual è la massima umidità relativa dell'aria nel seminterrato per cui non avviene condensazione sul tubo?
- 10.2** Entrando in un'abitazione mantenuta a una temperatura di 20 °C, provenendo dall'esterno dove la temperatura è di 10 °C, si osserva che gli occhiali di una persona non si appannano. Uno psicometro indica che l'umidità relativa nell'edificio è del 55%. La lettura può essere considerata affidabile? Confermare la risposta con opportuni calcoli.
- 10.3** Una certa quantità di aria umida, inizialmente alla pressione di 1 bar e con un'umidità relativa del 60%, è compressa isotermicamente fino all'inizio della condensazione del vapor d'acqua. Si determini la pressione della miscela in bar. Ripetere il calcolo con un valore iniziale di umidità relativa del 90%.
- 10.4** Usando il diagramma psicrometrico, Figura T-4E, determinare:
  - (a) l'umidità assoluta, l'umidità relativa e l'entalpia specifica della miscela, in kJ per kg di aria secca, corrispondenti alle temperature di bulbo secco e di bulbo umido rispettivamente di 30 °C e 25 °C;
  - (b) l'umidità assoluta, l'entalpia specifica della miscela e la temperatura di bulbo umido corrispondenti a una temperatura di bulbo secco di 30 °C e a un'umidità relativa del 60%;
  - (c) la temperatura del punto di rugiada corrispondente a temperature di bulbo secco e di bulbo umido rispettivamente di 30 °C e 20 °C.
  - (d) ripetere i punti (a) e (c) utilizzando *Termodinamica Interattiva: TI*.

### Applicazioni al condizionamento dell'aria

- 10.5** Un ventilatore all'interno di un condotto isolato spinge aria umida all'uscita del condotto a 22 °C, umidità relativa del 60%, con una portata volumetrica di 0.5 m<sup>3</sup>/s. In condizioni stazionarie, la potenza in ingresso al ventilatore è di 1.3 kW. Utilizzando il diagramma psicrometrico, determinare temperatura e umidità relativa all'ingresso del condotto.

- 10.6** Dell'aria umida entra in un sistema di condizionamento, come mostrato in Figura 10.8, a 26 °C,  $\phi = 80\%$  e con una portata volumetrica di 0.47 m<sup>3</sup>/s. All'uscita della sezione di riscaldamento, l'aria è a 26 °C,  $\phi = 50\%$ . Se la macchina opera in condizioni stazionarie, trascurando gli effetti delle variazioni di energia cinetica e potenziale, determinare:
  - (a) la potenza termica asportata nella sezione di deumidificazione, in kW;
  - (b) la potenza termica ricevuta nella sezione di riscaldamento, in kW.

- 10.7** Dell'aria a 35 °C, 1 atm e 50% di umidità relativa entra in un deumidificatore che opera in condizioni stazionarie. L'aria umida satura e il condensato escono in correnti separate entrambe a 15 °C. Trascurando gli effetti di energia potenziale e cinetica determinare:
  - (a) il calore ceduto dall'aria umida in kJ per kg di aria secca;
  - (b) la quantità di acqua condensata in kg per kg di aria secca.

Controllare le risposte utilizzando i dati del diagramma psicrometrico e controllare le risposte utilizzando *Termodinamica Interattiva: TI*.

- 10.8** Un condizionatore d'aria, che opera in condizioni stazionarie, aspira aria umida a 28 °C, 1 bar e 70% di umidità relativa. L'aria umida passa dapprima attraverso una serpentina refrigerante nel deumidificatore e parte del vapore d'acqua condensa. La potenza termica trasferita fra l'aria umida e la serpentina è di 11 tons. I flussi dell'aria umida saturata e del condensato escono dal deumidificatore alla stessa temperatura. L'aria umida passa poi attraverso una batteria di riscaldamento da cui esce a 24 °C, 1 bar e 40% di umidità relativa. Trascurando gli effetti di energia potenziale e cinetica determinare:
  - (a) la temperatura dell'aria umida all'uscita del deumidificatore;
  - (b) la portata volumetrica di aria umida che entra nel condizionatore, in m<sup>3</sup>/min;
  - (c) la portata di acqua condensata, in kg/min;
  - (d) la potenza termica trasferita all'aria che passa nell'unità di riscaldamento, in kW.

**- 10.9** Un sistema di condizionamento d'aria consiste in una sezione di atomizzazione seguita da una di post-riscaldamento. L'aria umida a  $32\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $\phi = 77\%$  entra nel sistema e passa attraverso l'atomizzatore, uscendo raffreddata e saturata d'acqua. L'aria umida è poi riscaldata a  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $\phi = 45\%$  senza variazioni della quantità di vapore d'acqua presente. Ipotizzando condizioni stazionarie, determinare:

- la temperatura dell'aria umida all'uscita della sezione di atomizzazione, in  $^{\circ}\text{C}$ ;
- la variazione di quantità di vapore d'acqua nell'aria umida che attraversa il sistema, in kg per kg di aria secca.

Localizzare, su un diagramma psicrometrico, i principali stati dell'aria umida durante il trattamento.

**10.10** Dell'aria a  $35\text{ }^{\circ}\text{C}$ , 1 bar e  $10\%$  di umidità relativa entra in un refrigeratore evaporativo che opera in condizioni stazionarie. La portata volumetrica dell'aria in ingresso è  $50\text{ m}^3/\text{min}$ . Dell'acqua liquida a  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  entra nel refrigeratore ed evapora completamente. L'aria umida esce dal refrigeratore a  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$  e 1 bar. Nell'ipotesi che non ci sia significativo scambio di calore fra il dispositivo e l'ambiente circostante, determinare:

- la portata entrante di acqua liquida, in kg/min;
- l'umidità relativa dell'aria in uscita.

**- 10.11** Aria atmosferica, avente temperature di bulbo secco e di bulbo umido rispettivamente di  $33\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $29\text{ }^{\circ}\text{C}$ , entra in una camera ben isolata e si miscela, in condizioni stazionarie, con altra aria con temperature di bulbo secco e bulbo umido rispettivamente di  $16\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $12\text{ }^{\circ}\text{C}$ . La portata volumetrica della corrente a temperatura inferiore è tre volte quella dell'altra, e dal dispositivo esce una sola corrente miscelata. La pressione è ovunque costante e pari a 1 atm. Trascurando gli effetti dell'energia potenziale e cinetica, determinare per la corrente in uscita:

- l'umidità relativa;
- la temperatura, in  $^{\circ}\text{C}$ .

**- 10.12** Dell'aria a  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ , 1 bar e  $50\%$  di umidità relativa entra in una camera di miscelazione, operante in condizioni stazionarie, con una portata massica di  $3\text{ kg}/\text{min}$ , e si miscela con una corrente di aria umida satura che entra a  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$  e 1 bar con una portata massica di  $5\text{ kg}/\text{min}$ . Un'unica corrente miscelata esce alla pressione di 1 bar. Determinare l'umidità relativa e la temperatura, in  $^{\circ}\text{C}$ , del flusso uscente. Si trascurino gli effetti dell'energia cinetica e potenziale.

#### Torri di raffreddamento

**10.13** Nel condensatore di un impianto di una centrale elettrica vengono ceduti  $836\text{ MW}$  di potenza termica all'acqua di raffreddamento, che esce dal condensatore a  $40\text{ }^{\circ}\text{C}$  per entrare in una torre di raffreddamento. L'acqua, raffreddata a  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , ritorna al condensatore. L'aria atmosferica entra nella torre a  $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ , 1 atm e  $35\%$  di umidità relativa; l'aria umida esce a  $35\text{ }^{\circ}\text{C}$ , 1 atm e  $90\%$  di umidità relativa. L'acqua di reintegro è fornita a  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Nell'ipotesi di condizioni stazionarie determinare la portata massica, in  $\text{kg}/\text{s}$ , di:

- aria atmosferica entrante;
- acqua di reintegro.

Si trascurino gli effetti dell'energia cinetica e potenziale.

**10.14** Dell'acqua liquida a  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$  entra in una torre di raffreddamento a circolazione forzata operante in condizioni stazionarie. L'acqua, una volta raffreddata, esce dalla torre con una portata in massa di  $80\text{ kg}/\text{min}$  e non è prevista acqua di reintegro. Una ventola posta all'interno della torre convoglia l'aria atmosferica nella torre a  $17\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $0.098\text{ MPa}$  e  $60\%$  di umidità relativa, con una portata volumetrica di  $110\text{ m}^3/\text{min}$ . L'aria esce satura dalla torre a  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$  e  $0.098\text{ MPa}$ . La potenza in ingresso al ventilatore è di  $8\text{ kW}$ . Trascurando gli effetti dell'energia cinetica e potenziale determinare:

- la portata massica del liquido entrante, in  $\text{kg}/\text{min}$ ;
- la temperatura dell'acqua raffreddata in uscita, in  $^{\circ}\text{C}$ .

Soluzioni di alcuni esercizi e ulteriori materiali sul sito [www.ateneonline.it/moran](http://www.ateneonline.it/moran)



# Meccanica dei fluidi: statica dei fluidi

## Obiettivi del capitolo

La meccanica dei fluidi è quella disciplina, all'interno del vasto settore della meccanica applicata, che riguarda il comportamento dei fluidi in quiete o in movimento. Sia i liquidi sia i gas sono fluidi (una definizione più completa di fluido è data nel Paragrafo 12.1). Questo ambito della meccanica comprende ovviamente un vasto insieme di problemi, che spaziano dallo studio del moto del sangue all'interno dei capillari (che hanno un diametro di appena qualche micron) sino al flusso di petrolio greggio attraverso un tubo di diametro di circa 1.2 m, la cui lunghezza può superare anche i 1300 km.

I principi della meccanica dei fluidi spiegano inoltre perché gli aeroplani sono costruiti con forme affusolate e superfici lisce e perché le palle da golf sono invece caratterizzate da superfici rugose.

In aggiunta, come già discusso nel Capitolo 1, i principi e i concetti della meccanica dei fluidi sono spesso coinvolti nell'analisi e nello studio dei sistemi termici. È quindi molto probabile che il lettore, durante l'esercizio della propria professione di ingegnere, dovrà affrontare l'analisi e il progetto di sistemi che richiedono una buona conoscenza della meccanica dei fluidi. Questo materiale introduttivo fornirà al lettore una solida preparazione sugli aspetti fondamentali della meccanica dei fluidi.

In questo capitolo sarà presa in considerazione un'importante classe di problemi caratterizzati dal fatto che il fluido è in quiete. In questo caso le uniche forze agenti sono la pressione sulla superficie di una particella di fluido e il peso della particella stessa. Per tale ragione, l'obiettivo del capitolo è di analizzare la pressione, la sua variazione all'interno di un fluido in quiete e gli effetti della pressione stessa sui corpi totalmente o parzialmente immersi in un fluido.

### 11.1 Variazione della pressione in un fluido in quiete

Come già discusso brevemente nel Paragrafo 2.4.2, il termine pressione indica la forza, normale all'area unitaria, che agisce in un certo punto su un certo piano all'interno di una certa massa fluida. Lo scopo di questo paragrafo è di determinare come varia da un punto a un altro la pressione in un fluido in quiete.

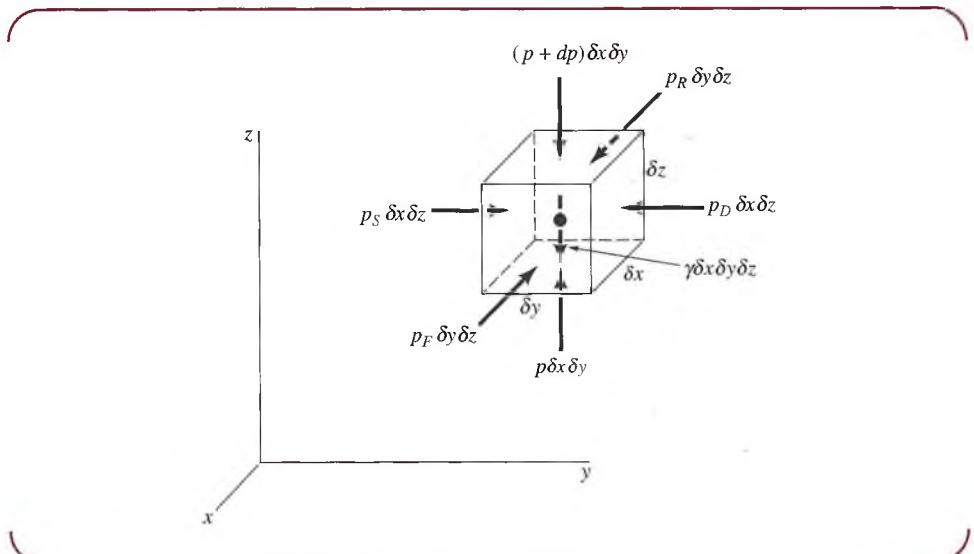
Si consideri un piccolo elemento stazionario di fluido, situato in posizione arbitraria all'interno di una massa fluida, come mostrato in Figura 11.1. Su di esso vi sono due tipologie di forze agenti: **forze superficiali** dovute alla pressione e una **forza di volume** uguale al peso di tale elemento. Il peso  $\delta\mathcal{W}$  agisce lungo il verso negativo della asse  $z$  e può essere espresso come

$$\delta\mathcal{W} = \gamma\delta x\delta y\delta z \quad (11.1)$$

dove il **peso specifico**  $\gamma = \rho g$  è il peso del fluido per unità di volume (Paragrafo 7.9).

Le forze di pressione sulle facce superiore e inferiore dell'elemento di fluido sono mostrate in Figura 11.1. Le risultanti di tali forze lungo la direzione  $x$  e  $y$  sono

$$\delta F_x = (p_R - p_F)\delta y\delta z \quad \text{e} \quad \delta F_y = (p_S - p_D)\delta x\delta z \quad (11.2)$$



**Figura 11.1** Forze di superficie e di volume agenti su un elemento infinitesimo di fluido.

dove i pedici  $S$ ,  $D$ ,  $F$  e  $R$  si riferiscono rispettivamente alle facce di sinistra, destra, fronte e retro dell'elemento di fluido.

La forza risultante nella direzione  $z$  è

$$\delta F_z = p\delta x\delta y - (p + dp)\delta x\delta y - \gamma\delta x\delta y\delta z = -dp\delta x\delta y - \gamma\delta x\delta y\delta z \quad (11.3)$$

dove  $dp$  rappresenta la differenza di pressione tra la parte superiore e inferiore dell'elemento di fluido.

Per l'equilibrio dell'elemento di fluido (poiché esso è in quiete) si ha

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum F_z = 0 \quad (11.4)$$

Combinando le forze risultanti (Equazioni 11.2 e 11.3) con le condizioni di equilibrio (Equazione 11.4), si ottiene

$$(p_R - p_F)\delta y\delta z = 0 \quad (p_S - p_D)\delta x\delta z = 0 \quad -dp\delta x\delta y - \gamma\delta x\delta y\delta z = 0$$

Quindi, nella direzione  $x$  e  $y$  risulta che  $p_R = p_F$  e  $p_S = p_D$ . Tali equazioni mostrano che la pressione non dipende da  $x$  o da  $y$ . Di conseguenza, muovendosi da un punto all'altro lungo un piano orizzontale la pressione non varia. Nella direzione  $z$ , invece, il bilancio di forze diviene  $dp = -\gamma\delta z$ , e quindi

$$\boxed{\frac{dp}{dz} = -\gamma} \quad (11.5)$$

L'Equazione 11.5 è l'equazione fondamentale dei fluidi in quiete e può essere utilizzata per determinare come cambia la pressione con la quota. Tale relazione indica anche che il gradiente verticale di pressione è negativo, e ciò significa che la pressione decresce man mano che in un fluido in quiete ci si sposta verso l'alto. Si noti che non è richiesto che  $\gamma$  sia costante. Quindi l'Equazione 11.5 vale sia per i fluidi con peso specifico costante, come i liquidi, sia per quelli, come l'aria e altri gas, il cui peso specifico può variare con la quota.

Per un fluido incompressibile ( $\rho = \text{costante}$ ), con  $g$  costante, l'Equazione 11.5 può essere integrata direttamente

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = -\gamma \int_{z_1}^{z_2} dz$$

fornendo

$$p_1 - p_2 = \gamma(z_2 - z_1) \quad (11.6)$$

dove  $p_1$  e  $p_2$  sono le pressioni alle quote  $z_1$  e  $z_2$  come mostrato in Figura 11.2.

L'Equazione 11.6 può essere riscritta in forma più compatta come

$$p_1 - p_2 = \gamma h \quad (11.7)$$

dove  $h$  è la distanza  $z_2 - z_1$ , che corrisponde alla profondità del fluido misurata verso il basso a partire dalla coordinata  $z_2$ . Questo tipo di distribuzione di pressione  $p$ , comunemente detta **distribuzione di pressione idrostatica**, assieme all'Equazione 11.7, mostra che in un fluido incompressibile la pressione varia linearmente con la profondità: la pressione deve aumentare con la profondità per sostenere il fluido sovrastante.

Dall'Equazione 11.7 si può anche osservare che la differenza di pressione tra due punti può essere specificata attraverso la loro differenza di quota  $h$  come

$$h = \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$$

In questo caso  $h$  è detta **altezza piezometrica** e si può interpretare come l'altezza di una colonna di fluido avente peso specifico  $\gamma$  necessaria per avere una differenza di pressione  $p_1 - p_2$ .

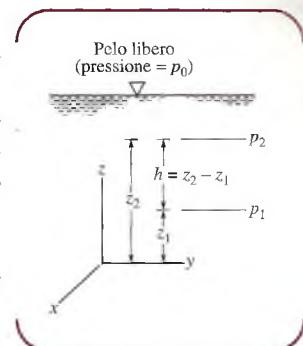
**Per esempio...** nell'acqua, con peso specifico  $\gamma = 9.80 \text{ kN/m}^3$ , una differenza di pressione  $\Delta 4.79 \text{ kN/m}^2$  è uguale a un'altezza piezometrica  $h = 4.79 \text{ kN/m}^2 / 9.80 \text{ kN/m}^3 = 0.489 \text{ m}$  di acqua.

Nelle applicazioni che coinvolgono liquidi si ha spesso una superficie libera, come mostrato in Figura 11.2, e risulta perciò conveniente utilizzare tale superficie come piano di riferimento. La pressione di riferimento  $p_0$  corrisponderà alla pressione agente sul pelo libero (che frequentemente sarà la pressione atmosferica) e quindi, se si pone  $p_2 = p_0$  nell'Equazione 11.7, ne consegue che la **distribuzione di pressione idrostatica** per la pressione  $p$  a qualsiasi profondità  $h$  rispetto al pelo libero è data da

$$p = \gamma h + p_0 \quad (11.8)$$

Come dimostrato dall'Equazione 11.8, la pressione in un fluido incompressibile in quiete dipende dalla profondità del fluido rispetto a un qualche piano di riferimento e non è influenzata dalle dimensioni o dalla forma del serbatoio o del contenitore nel quale è contenuto il fluido.

Si vuole sottolineare anche che, se il peso specifico  $\gamma$  del fluido non è costante, allora l'Equazione 11.8 non è valida e si rende necessario esplicitare in quale modo vari  $\gamma$  prima di poter integrare l'Equazione 11.5.



**Figura 11.2** Notazione per la variazione di pressione in un fluido in quiete con una superficie di pelo libero.

### Variazione della pressione con la profondità

### ESEMPIO 11.1

A causa di una falla in un serbatoio di stoccaggio interrato, dell'acqua si infiltra in profondità come mostrato in Figura E11.1. La pressione in corrispondenza della superficie di separazione tra la benzina e l'acqua e sul fondo del serbatoio sono superiori rispetto alla pressione atmosferica sulla sommità del tubo verticale aperto connesso al serbatoio. Si esprimano tali pressioni relativamente alla pressione atmosferica in unità  $\text{N/m}^2$ ,  $\text{lbf}/\text{ft}^2$  e come altezza piezometrica di acqua in m.

#### Soluzione

**Elementi noti** Benzina e acqua sono contenuti in un serbatoio di stoccaggio. Entrambi i fluidi sono in quiete.

**Da determinare** La pressione e l'altezza piezometrica all'interfaccia benzina-acqua e sul fondo del serbatoio.

**Schema e dati forniti**

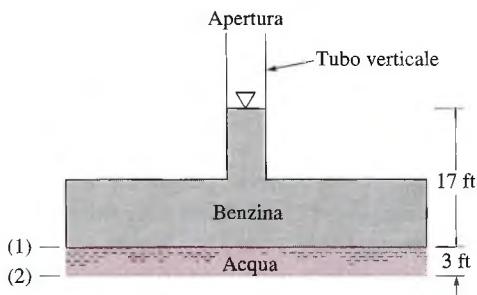


Figura E11.1

**Presupposti**

1. I fluidi si possono considerare incomprimibili
2. I fluidi sono in quiete
3. I pesi specifici dell'acqua e della benzina sono  $\gamma_{H_2O} = 9.80 \text{ kN/m}^3$  e  $\gamma_{benzina} = 6.68 \text{ kN/m}^3$ . Nota: queste e altre proprietà dei fluidi più comuni si possono reperire nelle tabelle dell'Appendice FM-1.

**Analisi** Poiché si tratta di fluidi in quiete, la distribuzione di pressione sarà idrostatica e quindi la variazione di pressione può essere determinata attraverso l'Equazione 11.8 come

$$p = \gamma h + p_0$$

Con  $p_0$  corrispondente alla pressione sulla superficie libera della benzina, la pressione all'interfaccia è:

$$p_1 = \gamma_{benzina} h_{benzina} + p_0 = \left( 6.68 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right) (17 \text{ ft}) \left| \frac{\text{m}}{3.281 \text{ ft}} \right| + p_0 = 34.61 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} + p_0$$

Se si misura la pressione relativamente a quella atmosferica

$$p_1 - p_0 = 34.7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 34.7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \left| \frac{\frac{\text{lbf}}{\text{ft}^2}}{0.04788 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} \right| = 724 \frac{\text{lbf}}{\text{ft}^2}$$

La corrispondente altezza piezometrica di acqua in  $m$  è perciò

$$\frac{p_1 - p_0}{\gamma_{H_2O}} = \frac{34.7 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{9.80 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}} = 3.54 \text{ m}$$

La medesima relazione si può ora applicare per determinare la pressione (relativamente a quella atmosferica) sul fondo del serbatoio, e cioè

$$p_2 = \gamma_{H_2O} h_{H_2O} + p_1 = \left( 980 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} \right) (3 \text{ ft}) \left| \frac{\text{m}}{3.281 \text{ ft}} \right| + 34.7 + p_0 = 43.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} + p_0$$

$$p_2 - p_0 = 43.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 43.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \left| \frac{\frac{\text{lbf}}{\text{ft}^2}}{0.04788 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} \right| = 909 \frac{\text{lbf}}{\text{ft}^2}$$

L'altezza piezometrica di acqua corrispondente è quindi

$$\frac{p_2 - p_0}{\gamma_{H^2O}} = \frac{43.5 \frac{kN}{m^2}}{9.80 \frac{kN}{m^3}} = 4.44 \text{ m}$$

- ① Si osservi che una colonna rettangolare di acqua alta 3.54 m e avente una sezione trasversale di 1 m<sup>2</sup> pesa 34.7 kN. Un'analogia colonna avente sezione di 1 ft<sup>2</sup> pesa 723.8 lbf.
- ② Le unità di misura della pressione in kN/m<sup>2</sup> sono spesso abbreviate come kPa.
- ③ Se si desiderasse esprimere tali pressioni in termini di pressione *assoluta*, dovremmo sommare la pressione atmosferica locale (in unità di misura opportune) ai risultati precedenti. Quindi, se la pressione atmosferica è 101.3 kN/m<sup>2</sup>, la pressione assoluta sul fondo del serbatoio sarà  $p_2 = (43.5 + 101.3) \text{ kN/m}^2 = 144.8 \text{ kN/m}^2$ .

## 11.2 Misure di pressione

La pressione è una caratteristica molto importante dei fluidi, pertanto non deve sorprendere il fatto che ci siano numerosi dispositivi e tecniche per misurarla.

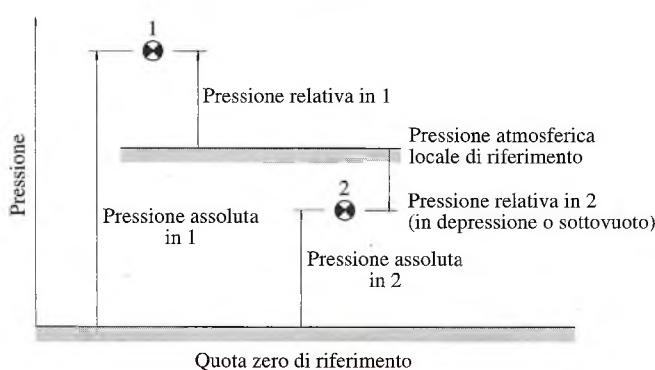
La pressione in un punto all'interno di una massa fluida può essere indicata sia in termini di **pressione assoluta** sia come **pressione relativa**. La pressione assoluta è misurata rispetto alla pressione zero, mentre la pressione relativa è misurata rispetto alla pressione atmosferica locale.

**Per esempio...** Facendo riferimento alla Figura 11.3, una pressione relativa pari a zero corrisponde a una pressione assoluta uguale a quella atmosferica locale.

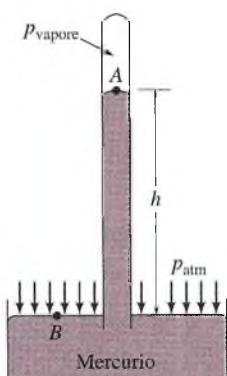
Le pressioni assolute sono sempre positive, mentre le pressioni relative possono essere sia positive sia negative a seconda che la pressione sia superiore o inferiore a quella atmosferica. Per riferirsi a una pressione relativa negativa si usa anche la locuzione *in depressione*. ■

**Per esempio...** Una pressione assoluta di 10 psi (cioè 10 lbf/in<sup>2</sup>) può essere espressa come −4.7 psi in depressione. ■

Come indicato nel Paragrafo 2.4.2, nelle analisi termodinamiche si usa la pressione assoluta. D'altra parte, nella maggior parte delle analisi della meccanica dei fluidi è conveniente e pratica comune utilizzare la pressione relativa. Per tale ragione, nella parte dei questo testo dedicata alla meccanica dei fluidi, dal Capitolo 11 fino al Capitolo 14, le pressioni saranno tipicamente relative salvo dove diversamente specificato.



**Figura 11.3**  
Rappresentazione grafica della pressione relativa e assoluta.



**Figura 11.4** Barometro a mercurio.

La misurazione della pressione atmosferica è normalmente effettuata utilizzando un **barometro** a mercurio, che, nella sua forma più semplice, consiste di un tubo di vetro chiuso da un lato e con la parte aperta immersa in un contenitore di mercurio, come mostrato in Figura 11.4. Il tubo è inizialmente riempito di mercurio (con il lato aperto rivolto verso l'alto) e viene ribaltato (con la parte aperta verso il basso) con l'estremità aperta nel mercurio. La colonna di mercurio si porta all'equilibrio in una posizione in cui il suo peso più la forza dovuta alla pressione del vapore (che si sviluppa nello spazio libero al di sopra della colonna) bilancia la forza dovuta alla pressione atmosferica. Quindi

$$p_{\text{atm}} = \gamma h + p_{\text{vapore}} \quad (11.9)$$

dove  $\gamma$  è il peso specifico del mercurio. Nella maggior parte dei casi pratici il contributo della pressione del vapore può essere trascurato in quanto molto piccolo [per il mercurio  $p_{\text{vapore}} = 0.159 \times 10^{-3}$  kN/m<sup>2</sup> (assoluta) alla temperatura di 20 °C], per cui  $p_{\text{atm}} \approx \gamma h$ . È comodo specificare la pressione atmosferica in termini di altezza  $h$  in millimetri o pollici di mercurio.

**Per esempio...** poiché la pressione atmosferica standard è di 101.3 kN/m<sup>2</sup> (assoluta) e il mercurio pesa 133.1 kN/m<sup>3</sup> ne consegue che  $h = p_{\text{atm}}/\gamma_{\text{mercurio}} = 101.3 \text{ kN/m}^2 / 133.1 \text{ kN/m}^3 = 0.761 \text{ m}$  di mercurio. ■

## 11.3 Manometri

Una tecnica standard per misurare la pressione adotta l'uso di colonne di liquido in tubi verticali o inclinati: i dispositivi per la misurazione della pressione basati su tali tecniche sono detti **manometri**. Il barometro a mercurio è un esempio di una tipologia di manometro, ma sono possibili molte altre configurazioni, a seconda della particolare applicazione. Due tipi comuni di manometro sono il piezometro e il manometro a colonna a U di liquido.

### 11.3.1 Piezometro

Il più semplice tipo di manometro consiste in un tubo verticale aperto sulla sommità e collegato al contenitore del quale si vuole conoscere la pressione, come mostrato in Figura 11.5. Poiché i manometri utilizzano colonne di fluidi in quiete, l'equazione fondamentale che descrive il loro funzionamento è l'Equazione 11.8

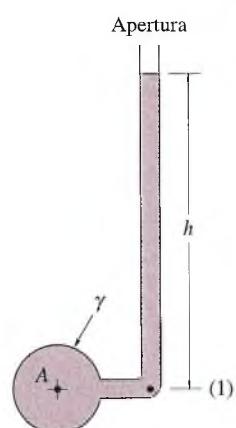
$$p = \gamma h + p_0$$

che fornisce la pressione per ogni quota all'interno di un fluido omogeneo in funzione di una pressione di riferimento  $p_0$  e della distanza verticale  $h$  tra  $p$  e  $p_0$ . Si ricordi che in un fluido in quiete la pressione aumenta man mano che ci si sposta verso il basso e decresce spostandosi verso l'alto. L'applicazione di tale equazione al piezometro di Figura 11.5 indica che la pressione relativa  $p_A$  può essere determinata, misurando solamente  $h$ , attraverso la relazione

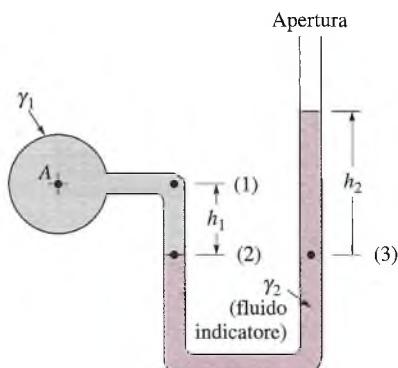
$$p_A = \gamma h$$

dove  $\gamma$  è il peso specifico del liquido nel contenitore. Si noti che, poiché il tubo è aperto sulla sommità, la pressione relativa  $p_0$  è uguale a zero. Poiché il punto (1) e il punto A all'interno del contenitore si trovano alla medesima quota, si ha che  $p_A = p_1$ .

Sebbene il piezometro sia uno strumento di misura della pressione molto semplice e accurato, presenta notevoli svantaggi. Esso infatti è utilizzabile solamente se la pressione nel contenitore è maggiore della pressione atmosferica (altrimenti viene risucchiata dell'aria all'interno del sistema) e la pressione da misurare deve essere relativamente piccola,



**Figura 11.5** Tubo piezometrico.



**Figura 11.6** Un semplice manometro a U.

in modo che la corrispondente altezza della colonna sia contenuta. Inoltre, il fluido nel contenitore di cui si misura la pressione deve essere un liquido (immiscibile e non reagente con il mercurio) e non un gas.

### 11.3.2 Manometro a U

Per superare le difficoltà appena illustrate relativamente a pressioni di misura inferiori a quella atmosferica, un altro tipo di manometro largamente utilizzato consiste in un tubo a forma di U, come mostrato in Figura 11.6. Il fluido nel manometro è detto **fluido indicatore**. Per trovare la pressione  $p_A$  in funzione delle varie altezze nella colonna, si applica l'Equazione 11.8 a tratte successive del tubo, da un'estremità del sistema fino all'altro lato del tubo. Quindi, per il **manometro a U** illustrato in Figura 11.6, si parte dal punto A; la pressione nei punti A e (1) è la stessa, e muovendosi dal punto (1) al punto (2) la pressione aumenterà di  $\gamma_1 h_1$ ; la pressione nel punto (2) è uguale alla pressione nel punto (3), poiché le pressioni alla stessa quota in una massa continua di fluido in quiete sono le stesse. Si noti che non si può semplicemente "saltare" dal punto (1) a un punto alla stessa quota nella parte destra del tubo a U, poiché essi non appartengono alla stessa massa continua di fluido di densità uniforme. Nota la pressione al punto (3), ci si sposta all'apertura del tubo, dove la pressione relativa è zero. Muovendosi in direzione verticale verso l'alto, la pressione decresce di una quantità  $\gamma_2 h_2$ . Questi diversi passaggi possono essere espressi sotto forma di equazioni come

$$p_A + \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 = 0$$

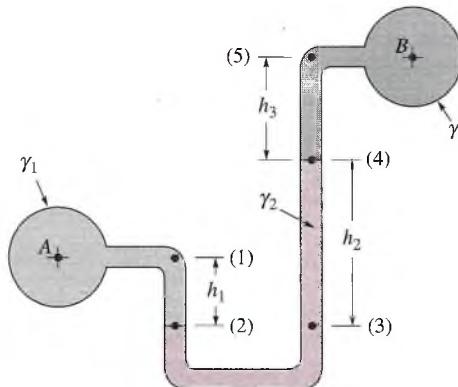
e quindi la pressione  $p_A$  può essere scritta in termini di altezze della colonna

$$p_A = \gamma_2 h_2 - \gamma_1 h_1 \quad (11.10)$$

Il principale vantaggio del manometro a U consiste nel fatto che il fluido indicatore può essere diverso da quello del contenitore nel quale si vuole misurare la pressione. Per esempio il fluido in A in Figura 11.6 può essere sia un liquido sia un gas. Se A contiene un gas, il contributo della colonna di gas  $\gamma_1 h_1$  è quasi sempre trascurabile, per cui  $p_A \approx p_2$ , e in questo caso l'Equazione 11.10 diviene

$$p_A = \gamma_2 h_2$$

Il manometro a U è anche usato per misurare la differenza di pressione tra due contenitori o tra due punti di un certo sistema. Si consideri infatti un manometro connesso tra i contenitori A e B come mostrato in Figura 11.7. La differenza di pressione tra A e B può essere trovata nuovamente partendo da un'estremità del sistema e spostandosi verso l'altra estremità.



**Figura 11.7** Manometro differenziale a U.

**Per esempio...** in A la pressione è  $p_A$ , uguale a  $p_1$ , e quando si passa al punto (2) la pressione aumenta di  $\gamma_1 h_1$ . La pressione in  $p_2$  è uguale a  $p_3$  e muovendosi verso l'alto al punto (4) la pressione decresce di  $\gamma_2 h_2$ . Analogamente, continuando a spostarsi verso l'alto dal punto (4) al punto (5) la pressione decresce di  $\gamma_3 h_3$ . Infine  $p_5 = p_B$ , poiché essi si trovano alla stessa quota. Quindi

$$p_A + \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 - \gamma_3 h_3 = p_B$$

e la differenza di pressione vale

$$p_A - p_B = \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3 - \gamma_1 h_1$$

### ESEMPIO 11.2

### Manometro a U

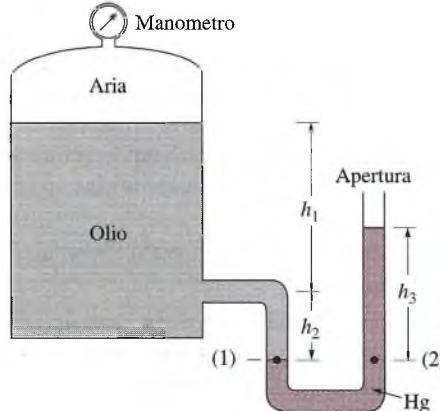
Un serbatoio chiuso contiene aria e olio compressi, come mostrato in Figura E11.2. Un manometro a U che utilizza mercurio è connesso al serbatoio come mostrato. Determinare la pressione letta sul manometro in corrispondenza delle seguenti altezze di colonna  $h_1 = 0.914$  m,  $h_2 = 0.152$  m e  $h_3 = 0.229$  m.

#### Soluzione

**Elementi noti** Le varie altezze della colonna e le proprietà dei liquidi nel manometro a U connesso al serbatoio pressurizzato.

**Da determinare** Si devono determinare le pressioni relative lette sulla sommità del serbatoio.

#### Schema e dati forniti



**Figura E11.2**

**Presupposti**

1. L'olio e il mercurio sono liquidi incompressibili.
2. La variazione di pressione nell'aria tra la superficie dell'olio e l'indicatore è trascurabile.
3. Tutti i fluidi nel sistema sono in quiete.

**Analisi** Seguendo la procedura generale di partire da un'estremità del manometro e spostarsi verso l'altra, si parte dall'interfaccia aria-olio nel serbatoio e si procede fino al lato aperto in cui la pressione relativa è zero. La pressione al livello (1) è

$$p_1 = p_{\text{aria}} + \gamma_{\text{olio}}(h_1 + h_2)$$

Tale pressione è uguale a quella del livello (2), poiché questi due punti si trovano alla stessa quota all'interno di un fluido omogeneo in quiete. Man mano che ci si sposta dal livello (2) verso l'estremità aperta, la pressione decresce di  $\gamma_{\text{Hg}}h_3$  e in corrispondenza del lato aperto la pressione relativa è zero.

Quindi l'equazione del manometro può essere espressa come

$$p_{\text{aria}} + \gamma_{\text{olio}}(h_1 + h_2) - \gamma_{\text{Hg}}h_3 = 0$$

Con i valori dati si ha

$$p_{\text{aria}} = -(8.82 \text{ kN/m}^3)(0.914 \text{ m} + 0.152 \text{ m}) + (133.28 \text{ kN/m}^3)(0.229 \text{ m})$$

per cui

$$p_{\text{aria}} = 21.12 \text{ kPa}$$

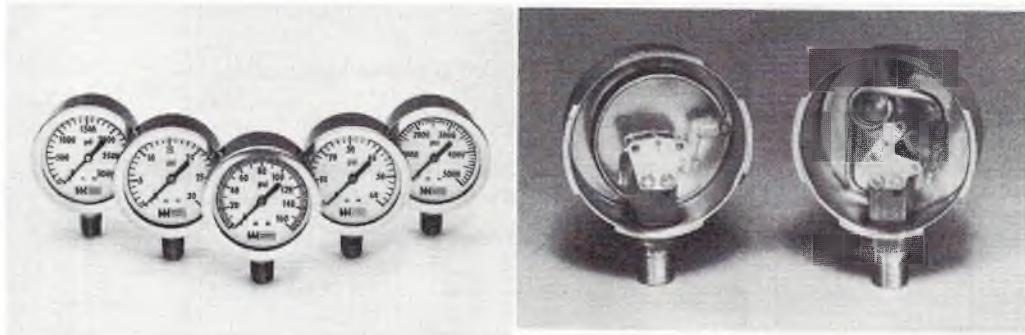
Poiché il peso specifico dell'aria è molto inferiore rispetto a quello dell'olio, l'indicatore segnerà la pressione che si è calcolata, e cioè

$$p_{\text{relativa}} = 21.12 \text{ kPa}$$

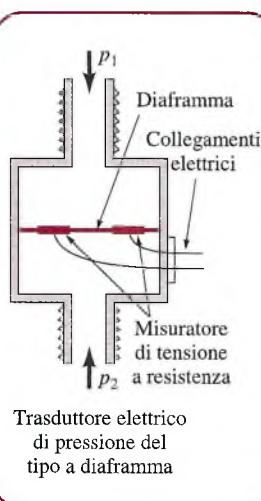
- ① I manometri possono presentare una notevole varietà di configurazioni, ma il metodo di analisi rimane lo stesso. Partendo da un'estremità del sistema ci si sposta verso l'altra semplicemente utilizzando l'equazione della distribuzione di pressione idrostatica (Equazione 11.8).

## 11.4 Strumenti di misura della pressione meccanici ed elettronici

Nonostante i manometri siano largamente usati, non sono particolarmente adatti per misurare pressioni molto elevate o pressioni che variano rapidamente nel tempo. Inoltre essi richiedono la misura di una o più altezze di colonna, il che, sebbene non sia particolarmente difficile, può richiedere molto tempo. Per superare alcuni di questi problemi, sono state sviluppate numerose tipologie di strumenti per la misurazione della pressione. La maggior parte di essi sfrutta il principio secondo cui quando una pressione agisce su una struttura elastica, la struttura si deforma e tale deformazione può essere messa in relazione all'intensità della pressione agente. Probabilmente il dispositivo di questo tipo più comunemente usato è il manometro di Bourdon, che è mostrato in Figura 11.8a. L'elemento meccanico essenziale in tale strumento è il tubo cavo ed elastico (tubo di Bourdon) che è connesso alla sorgente di pressione come indicato in Figura 11.8b. Man mano che la pressione all'interno del tubo aumenta, esso tende a raddrizzarsi e, nonostante la deformazione sia piccola, può essere trasferita all'indice su un quadrante, come illustrato in figura. Dato che è la differenza di pressione tra l'esterno del tubo (pressione atmosferica) e l'interno del tubo che provoca il movimento del tubo stesso, la pressione indicata è quella relativa. Il manometro Bourdon deve essere calibrato in modo che la lettura dell'indice indichi direttamente



**Figura 1.8** (a) Manometri Bourdon a liquido per vari intervalli di pressione. (b) Elementi interni dei manometri Bourdon. Il tubo Bourdon a forma di C è mostrato sulla sinistra; il tubo Bourdon a molla elicoidale per pressioni elevate di 1000 psi e oltre è mostrato sulla destra. (Su concessione di Weiss Instruments, Inc.)



**Figura 11.9**

la pressione in opportune unità di misura come pascal o psi. Quando si legge sul quadrante un valore nullo significa che la pressione misurata è uguale a quella atmosferica locale. Questo tipo di strumento può essere utilizzato per misurare sia pressioni relative negative (in depressione) sia pressioni positive.

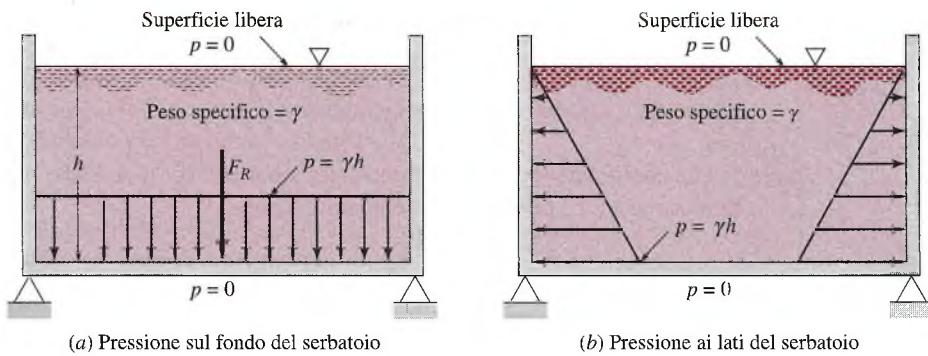
In parecchie applicazioni che richiedono misurazioni di pressione, conviene che la pressione venga misurata con un dispositivo in grado di convertire la pressione in un segnale elettrico. Potrebbe, per esempio, essere necessario monitorare in maniera continua l'andamento della pressione nel tempo. Tale tipo di strumento per la misura della pressione viene detto **trasduttore di pressione** e ve ne sono di diverse tipologie (Figura 11.9).

## 11.5 Forza idrostatica su una superficie piana

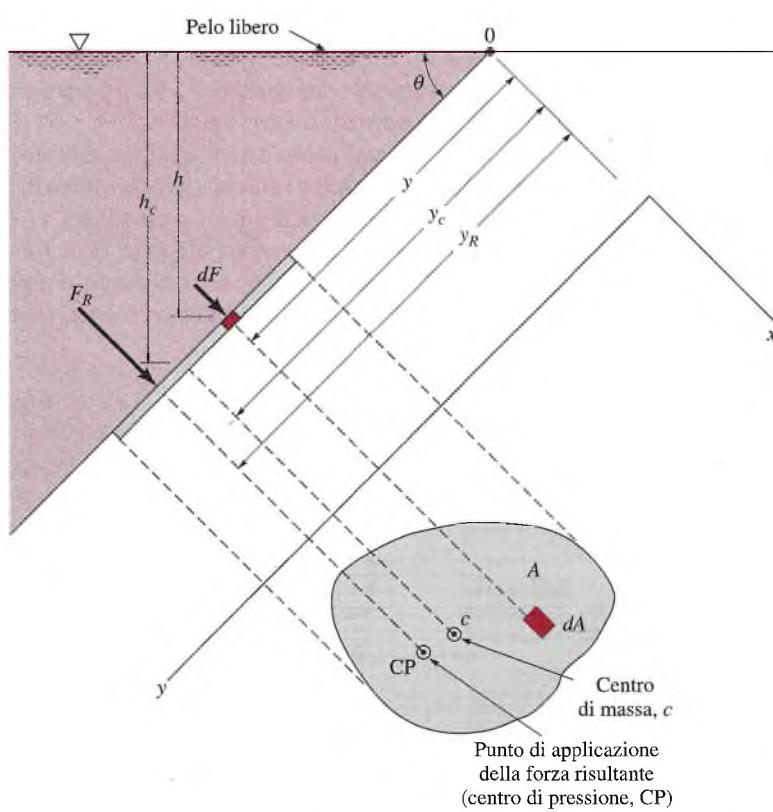
Quando una superficie viene immersa in un fluido, si sviluppano delle forze su di essa dovute alla presenza del fluido. La determinazione di tali forze è importante nel progetto di serbatoi di stoccaggio, navi, dighe e altre strutture idrauliche. Nei fluidi in quiete la forza è sempre perpendicolare alla superficie. Sappiamo anche che questa pressione varia linearmente con la profondità se il fluido è incompressibile. Per una superficie orizzontale, come per esempio il fondo di un contenitore pieno di liquido (Figura 11.10a), il modulo della forza risultante è semplicemente  $F_R = pA$ , dove  $p$  è la pressione uniforme sul fondo e  $A$  è l'area del fondo del serbatoio. Per il serbatoio aperto mostrato in figura,  $p = \gamma h$ . Si osservi che se la pressione atmosferica agisce su entrambi i lati, come illustrato, la forza risultante sul fondo è semplicemente dovuta al liquido contenuto nel recipiente. Poiché la pressione è costante e uniformemente distribuita su tutto il fondo, la forza risultante è applicata sul baricentro dell'area come evidenziato in Figura 11.10a. Si noti che, come indicato in Figura 11.10b, la pressione non è uniforme lungo le pareti verticali del serbatoio.

Nel caso più generale in cui la superficie immersa sia obliqua, come illustrato in Figura 11.11, la determinazione della forza risultante agente sull'area è più complicata. Si assuma che la superficie libera sia esposta all'atmosfera. Il piano in cui giace la superficie interseca il pelo libero a 0 e forma un angolo  $\theta$  con essa, come in Figura 11.11. Il sistema di riferimento con coordinate  $x$ - $y$  è definito in modo tale che 0 sia l'origine e che l'asse  $y$  sia diretto lungo la superficie come mostrato. L'area può avere forma qualsiasi, come indicato in figura. Si desidera determinare il verso, la posizione e il modulo della forza risultante agente su un lato di tale area e dovuta al liquido in contatto con essa.

Per qualsiasi profondità  $h$ , la forza agente su  $dA$  (l'area infinitesima di Figura 11.11) è  $dF = \gamma h dA$  ed è perpendicolare alla superficie. Allora il modulo della forza risultante



**Figura 11.10** Pressione idrostatica e forza risultante idrostatica sviluppate sul fondo di un serbatoio aperto.



**Figura 11.11** Notazione per la forza idrostatica su una superficie piana inclinata di forma arbitraria.

può essere trovata sommando queste forze infinitesime sull'intera superficie. In forma di equazione

$$F_R = \int_A \gamma h \, dA = \int_A \gamma y \sin \theta \, dA \quad (11.11)$$

dove  $h = y \sin \theta$ . Se  $\gamma$  e  $\theta$  sono costanti

$$F_R = \gamma \sin \theta \int_A y \, dA \quad (11.12)$$

L'integrale che compare nell'Equazione 11.11 è il momento del primo ordine, o momento primo della superficie rispetto all'asse  $x$  e può essere espresso come

$$\int_A y \, dA = y_c A$$

dove  $y_c$  è la coordinata del centroide misurata a partire dall'asse  $x$  che passa per 0.

L'Equazione 11.12 può allora essere scritta come

$$F_R = \gamma A y_c \sin \theta$$

Dunque, con  $h_c = y_c \sin \theta$ , come mostrato in Figura 11.11, si ottiene

$$F_R = \gamma h_c A \quad (11.13)$$

dove  $h_c$  è la distanza verticale dalla superficie del fluido al centro di massa dell'area. Si osservi che il modulo della forza è indipendente dall'angolo  $\theta$  e dipende solo dal peso specifico del fluido, dall'area totale della superficie piana e dalla profondità del centro di massa rispetto alla superficie. L'Equazione 11.13 indica che il modulo della forza risultante è uguale alla pressione al centro di massa dell'area moltiplicata per l'area totale. Poiché tutte le forze infinitesime che sono state sommate per ottenere  $F_R$  sono perpendicolari alla superficie, anche la loro risultante  $F_R$  sarà normale a tale superficie.

Sebbene si possa pensare che la forza risultante debba essere applicata al centro di massa, ciò non è vero in generale. Il punto su cui agisce la forza risultante è detto **centro di pressione** e la sua posizione rispetto al centro di massa dell'area  $A$  è indicata in Figura 11.12. Si può determinare la coordinata  $y_R$  della forza risultante integrando i momenti delle forze di pressione rispetto all'asse  $x$ . Il momento della forza risultante nel suo punto di applicazione deve essere uguale al momento della forza distribuita dovuta alla pressione, ovvero

$$F_R y_R = \int_A y \, dF = \int_A \gamma \sin \theta \, y^2 \, dA \quad (11.14)$$

dove si è usato  $dF = p \, dA = \gamma h \, dA$  e  $h = y \sin \theta$ . Si può mostrare che tale relazione per il momento porta alla seguente relazione, che fornisce la distanza  $y_R - y_c$  tra il centro di pressione e il centro di massa

$$y_R - y_c = \frac{I_{xc}}{y_c A} \quad (11.15)$$

La quantità  $I_{xc}$ , detta momento d'inerzia dell'area piana  $A$  rispetto all'asse che passa attraverso il centro di massa di  $A$ , è una proprietà geometrica dell'area  $A$ . I valori di  $I_{xc}$  che saranno utili nelle applicazioni di questo testo (rettangoli e cerchi) sono riportati in Figura 11.13. Poiché  $I_{xc}/y_c A > 0$ , l'Equazione 11.15 mostra chiaramente che il centro di pressione è sempre al di sotto del centro di massa.

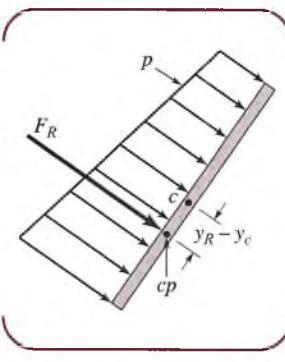


Figura 11.12

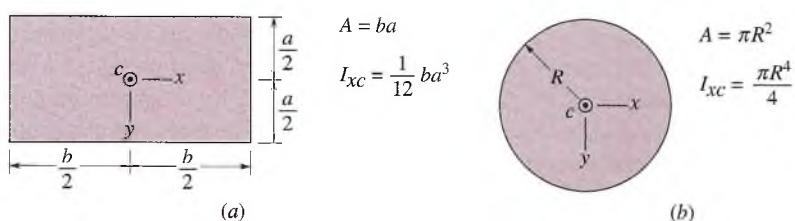


Figura 11.13 Proprietà geometriche di due forme comuni.

### Forza su una superficie piana

### ESEMPIO 11.3

Lo sportello largo 2 m e alto 4 m mostrato in Figura E11.3a è incernierato in modo tale da ruotare attorno al punto (1). Determinare, per la profondità di acqua indicata, modulo e punto di applicazione della forza esercitata sullo sportello dall'acqua.

#### Soluzione

**Elementi noti** Uno sportello rettangolare è montato su una cerniera e posizionato nella parete inclinata di un serbatoio contenente acqua.

**Da determinare** Si devono determinare modulo e punto di applicazione della forza esercitata dall'acqua sullo sportello.

#### Schema e dati forniti

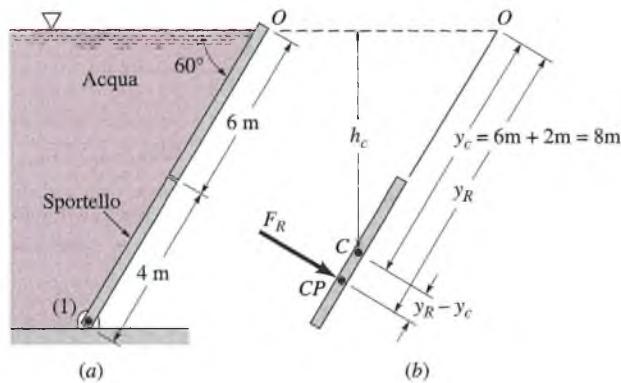


Figura E11.3

#### Presupposti

1. L'acqua è trattata come un fluido incomprimibile con peso specifico  $\gamma = 9.80 \times 10^3 \text{ N/m}^3$ .
2. L'acqua è in quiete.

**Analisi** Un metodo con cui ottenere il modulo della forza esercitata dall'acqua sullo sportello è quello di integrare la distribuzione di pressione sull'intera area dello sportello come mostrato in Equazione 11.12. Si ha allora

$$F_R = \gamma \operatorname{sen} \theta \int_A y \, dA = \gamma \operatorname{sen} \theta \int_A y b \, dy$$

dove  $b = 2 \text{ m}$  è la larghezza dello sportello. Quindi si ha

$$F_R = (9.80 \times 10^3 \text{ N/m}^3)(\operatorname{sen} 60^\circ)(2 \text{ m}) \int_{6 \text{ m}}^{10 \text{ m}} y \, dy = 5.43 \times 10^5 \text{ N}$$

1

In alternativa si può utilizzare la formula generale data nell'Equazione 11.13 e giungere al medesimo risultato in maniera più semplice. Di conseguenza, essendo  $h_c = 8 \operatorname{sen} 60^\circ \text{ m}$  (si veda la Figura E11.3), discende che

$$F_R = \gamma h_c A = (9.80 \times 10^3 \text{ N/m}^3)(8 \operatorname{sen} 60^\circ \text{ m})(2 \text{ m} \times 4 \text{ m}) = 5.43 \times 10^5 \text{ N}$$

Un modo per determinare il punto di applicazione della forza risultante è quello di usare l'Equazione 11.14, per cui

$$F_R y_R = \gamma \operatorname{sen} \theta \int_A y^2 \, dA = \gamma \operatorname{sen} \theta \int_A y^2 b \, dy$$

Poiché  $F_R = 5.43 \times 10^5$  N, si ottiene

$$(5.43 \times 10^5 \text{ N})y_R = (9.80 \times 10^3 \text{ N/m}^3)(\text{sen } 60^\circ)(2 \text{ m}) \int_{y=6 \text{ m}}^{y=10 \text{ m}} y^2 dy$$

oppure

$$y_R = 8.17 \text{ m}$$

La distanza tra il centro di pressione e il centro di massa, misurata lungo lo sportello inclinato, è quindi  $y_R - y_c = 8.17 \text{ m} - 8 \text{ m} = 0.17 \text{ m}$ .

In alternativa, si può usare la formula generale data nell'Equazione 11.15 e ottenere, in maniera più semplice, lo stesso risultato, ovvero

$$y_R = \frac{I_{xc}}{y_c A} + y_c$$

dove, dalla Figura 11.13, per lo sportello rettangolare si ha

$$I_{xc} = (ba^3)/12 = (2 \text{ m})(4 \text{ m})^3/12 = 10.67 \text{ m}^4$$

In conclusione

$$y_R = (10.67 \text{ m}^4)/[(8 \text{ m})(2 \text{ m} \times 4 \text{ m})] + 8 \text{ m} = 8.17 \text{ m}$$

- ① Si osservi che la coordinata  $y$  è diretta verso il basso a partire dal pelo libero nella direzione parallela all'area  $A$ , mentre la profondità del centro di massa  $h_c$  è misurata verticalmente verso il basso sempre a partire dalla superficie libera.

## 11.6 Spinta idrostatica

Quando un corpo è completamente immerso in un fluido o galleggia solo parzialmente sommerso, la forza risultante agente su di esso è detta **spinta idrostatica** o di galleggiamento. Si ha una forza risultante netta verticale rivolta verso l'alto poiché la pressione decresce con la profondità (si veda l'Equazione 11.8) e le forze dovute alla pressione agenti dal basso sono maggiori rispetto a quelle agenti dall'alto.

È noto dalla fisica elementare che la spinta idrostatica  $F_I$  è data dall'equazione

$$F_I = \gamma V \quad (11.16)$$

dove  $\gamma$  è il peso specifico del fluido e  $V$  è il volume del fluido spostato dal corpo. Perciò, la spinta idrostatica ha modulo uguale al peso del fluido spostato dal corpo ed è diretta verticalmente verso l'alto. Questo risultato è comunemente noto come **principio di Archimede**. La spinta di galleggiamento è applicata al centro di massa del volume spostato e il punto in cui agisce è detto **centro di spinta**.

Questi stessi risultati si applicano anche ai corpi che galleggiano immersi solo parzialmente, se il peso specifico del fluido sopra la superficie del liquido è veramente piccolo rispetto a quello del liquido in cui il corpo è immerso. Poiché il fluido al di sopra del pelo libero è solitamente aria, in tali casi la condizione è soddisfatta.

Molti problemi importanti possono essere analizzati utilizzando il concetto di spinta di galleggiamento.

**Per esempio...** si consideri una boa sferica avente diametro di 1.5 m e massa pari a 850 grammi ( $W = m g \approx 8.50 \text{ kN}$ ) che è ancorata al fondo del mare con una fune, come mostrato in Figura 11.14a. Si assuma che la boa sia completamente immersa come illustrato. In questo caso, quale sarà la tensione della fune? Per risolvere questo problema per prima cosa si disegni un diagramma di corpo libero della boa come mostrato in Figura 11.14b,

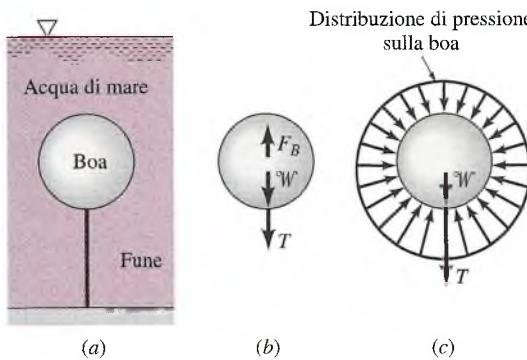


Figura 11.14

dove  $F_B$  è la spinta di galleggiamento agente sulla boa,  $W$  è il peso della boa e  $T$  è la tensione della corda. Dall'equilibrio segue che

$$T = F_B - W$$

Dall'Equazione 11.16 si ha

$$F_B = \gamma V$$

dove la Tabella FM-1 fornisce  $\gamma = 10.1 \text{ kN/m}^3$  per l'acqua di mare. Allora, con  $V = \pi d^3/6$ , la spinta idrostatica vale

$$F_B = (10.1 \times 10^3 \text{ N/m}^3)[(\pi/6)(1.5 \text{ m})^3] = 1.785 \times 10^4 \text{ N}$$

Si può ora calcolare la tensione della corda come

$$T = 1.7285 \times 10^4 \text{ N} - 0.850 \times 10^4 \text{ N} = 9.35 \text{ kN}$$

Si noti che si è sostituito l'effetto della forza dovuta alla pressione idrostatica agente sul corpo con la spinta idrostatica  $F_I$ . Un diagramma delle pressioni agenti sulla boa è mostrato in Figura 11.14c. L'effetto netto delle forze di pressione sulla superficie della boa è equivalente alla forza diretta verso l'alto e di modulo  $F_I$  (spinta idrostatica). Non si devono mai introdurre nei calcoli sia la spinta di galleggiamento sia gli effetti della pressione idrostatica: occorre utilizzare l'una o l'altra per il fatto che rappresentano lo stesso fenomeno trattato in termini diversi. ■

## Sommario e guida allo studio

In questo capitolo si è studiata la variazione della pressione in un fluido in quiete, assieme ad alcune conseguenze importanti legate a essa. Si è mostrato che per i fluidi incomprensibili in quiete la pressione varia con la profondità: tale variazione è comunemente indicata come *distribuzione di pressione idrostatica*. Si è discussa la distinzione tra pressione assoluta e relativa, assieme all'analisi dei barometri per la misurazione della pressione atmosferica.

Sono stati analizzati nel dettaglio gli strumenti di misura detti manometri, che utilizzano colonne di liquido statiche, e si è inclusa una piccola discussione sugli strumenti di misura meccanici ed elettronici. Si sono sviluppate le equazioni per determinare il modulo e il punto di applicazione della forza risultante agente su una superficie piana in contatto con un fluido in quiete. Sono stati anche richiamati l'uso del principio di Archimede e il concetto di spinta idrostatica sui corpi immersi.

La seguente checklist fornisce una guida per lo studio del capitolo. Dopo aver studiato e svolto gli esercizi a fine capitolo il lettore deve essere in grado di:

- interpretare il significato dei termini chiave evidenziati nel testo;
- calcolare la pressione a varie quote all'interno di un fluido incomprensibile in quiete;
- usare il concetto di distribuzione di pressione idrostatica per determinare le pressioni misurate dai vari tipi di manometro;
- determinare la forza idrostatica risultante agente su una superficie piana utilizzando l'Equazione 11.13 e il suo punto di applicazione usando l'Equazione 11.15;
- applicare il principio di Archimede per calcolare la forza risultante agente sui corpi sommersi o galleggianti.

## Esercizi

**Nota:** ove non specificatamente indicato nel testo, per la soluzione dei seguenti problemi utilizzare le proprietà dei fluidi riportate in Appendice FM-1.

### Pressione

- 11.1** I batiscafi sono in grado di immergersi negli oceani fino a grande profondità. Qual è la pressione a una profondità di 6 km, assumendo che l'acqua del mare abbia peso specifico costante e pari a  $10.1 \text{ kN/m}^3$ ? Eprimere il risultato in pascal e in psi.
- 11.2** La pressione del sangue è solitamente espressa come il rapporto tra la pressione massima (pressione sistolica) e la pressione minima (pressione diastolica). Tali pressioni sono comunemente misurate con un manometro a mercurio. Il valore tipico di tale rapporto riferito a un uomo è 120/70, in cui le pressioni sono espresse in mm Hg.
- Quale sarebbe il valore di queste pressioni in pascal?
  - Se gli pneumatici di un'automobile fossero gonfiati a 120 mm Hg, questo valore sarebbe sufficiente per guidare normalmente?
- 11.3** Nel lato di aspirazione di una pompa un rilevatore di pressione Bourdon indica 40 kPa di depressione. Qual è la corrispondente pressione assoluta se la pressione atmosferica locale è 100 kPa?
- 11.4** Un serbatoio cilindrico chiuso, riempito d'acqua, ha una copertura semisferica ed è collegato a un sistema di tubazioni inverso, come mostrato in Figura P11.4. Il liquido nella parte superiore del sistema di tubazioni ha un peso specifico relativo di 0.8, mentre le rimanenti parti del sistema sono piene d'acqua. Se il rilevatore di pressione indica una pressione in A di 60 kPa, determinare:
- la pressione nel tubo B
  - la pressione, in mm Hg, sulla sommità della calotta (punto C).

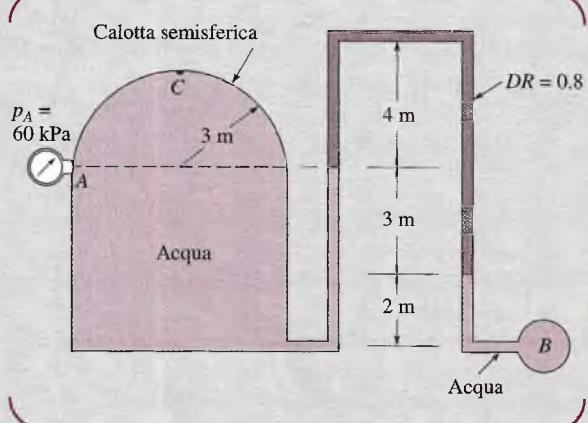


Figura P11.4

- 11.5** Il manometro a mercurio di Figura P11.5 indica un dislivello di 0.30 m quando la pressione nel tubo A è di 30 mm Hg in depressione. Determinare la pressione nel tubo B.

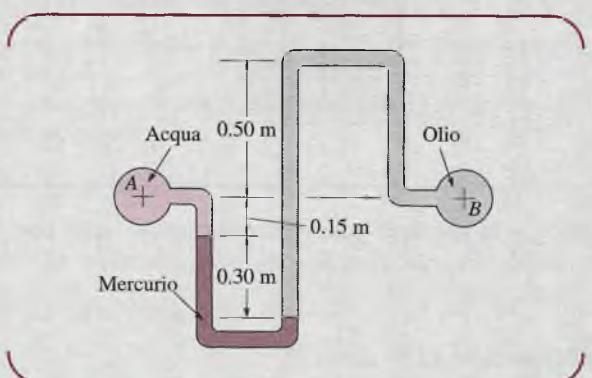


Figura P11.5

- 11.6** Uno sportello quadrato ( $4 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ ) è posizionato sulla parete inclinata di  $45^\circ$  di una diga. Lo spigolo superiore dello sportello si trova a una distanza di 8 m sulla verticale dal pelo libero dell'acqua. Si determini la forza esercitata dall'acqua sullo sportello e il suo punto di applicazione.
- 11.7** Due sportelli quadrati chiudono due aperture di un condotto connesso con un serbatoio aperto, come mostrato in Figura P11.7. Quando la profondità dell'acqua,  $h$ , raggiunge 5 m, si vuole che entrambi gli sportelli si aprano allo stesso istante. Si determini il peso dello sportello omogeneo orizzontale e la forza orizzontale,  $R$ , agente sullo sportello verticale, necessaria per mantenerlo chiuso finché non si raggiunge tale profondità di acqua. Il peso dello sportello verticale è trascurabile ed entrambi gli sportelli sono incernierati a un estremo come mostrato in figura. L'attrito nelle cerniere è trascurabile.

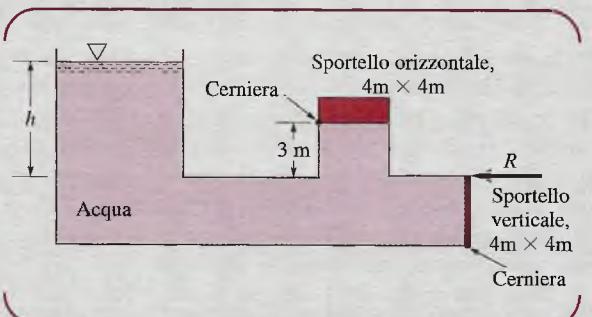


Figura P11.7

- 11.8** Lo sportello rigido OAB in Figura P11.8 è incernierato in O ed è arrestato da un supporto rigido in B. Qual è la minima forza orizzontale,  $P$ , necessaria per mantenere lo sportello chiuso se la sua larghezza è di

3 m? Si trascurino il peso dello sportello e l'attrito in corrispondenza della cerniera. Lo sportello è esposto esternamente alla pressione atmosferica.

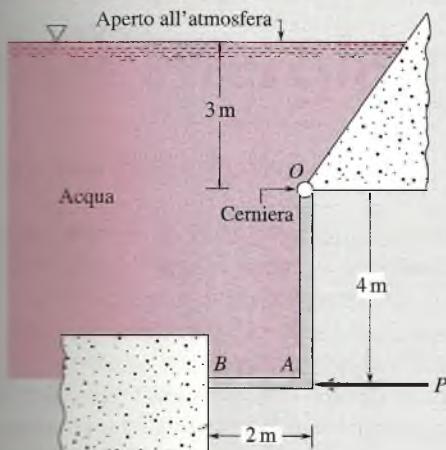


Figura P11.8

- 11.9** La diga di calcestruzzo in Figura P11.9 pesa  $23.6 \text{ kN/m}^3$  e si poggia su solide fondamenta. Si determini la forza orizzontale minima che si esercita tra la diga e le fondamenta, necessaria per impedire alla diga di scivolare in corrispondenza della profondità di acqua mostrata in figura. Si assuma che il fluido non eserciti alcuna pressione di sollevamento lungo la base e si conduca l'analisi considerando una lunghezza unitaria della diga.

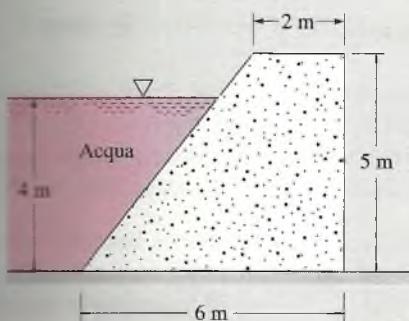


Figura P11.9

### Spinta idrostatica

- 11.10** Il pezzo di legno omogeneo AB in Figura P11.10 ha sezione trasversale di 0.15 m per 0.35 m. Si determini il peso specifico del legno e la tensione nella fune.

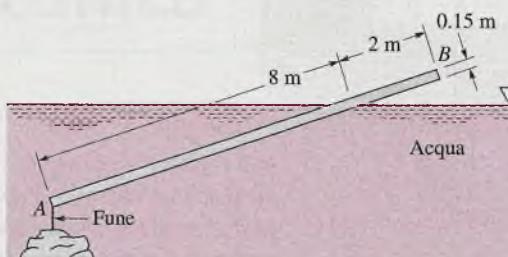


Figura P11.10

- 11.11** Un tubo di test parzialmente riempito di aria galleggia rovesciato sottosopra in una bottiglia di plastica riempita d'acqua, come mostrato in Figura P11.11. La quantità di aria nel tubo è stata calibrata in modo che esso galleggi. Il tappo della bottiglia è ben chiuso. Schiacciando leggermente la bottiglia il tubo di test affonda fino al fondo della bottiglia. Si spieghi questo fenomeno.

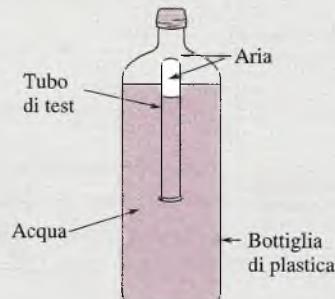


Figura P11.11



# Equazioni della quantità di moto e dell'energia meccanica

# 12

## Obiettivi del capitolo

Il comportamento di un fluido è descritto da un insieme di leggi che vengono espresse mediante un'opportuna serie di equazioni. L'applicazione di leggi quali la conservazione della massa e la seconda legge di Newton per il moto, insieme con l'applicazione dei principi della termodinamica, costituisce la base delle analisi nel campo della meccanica dei fluidi. In questo capitolo si prenderanno in considerazione tre equazioni che sono la rappresentazione matematica di tali leggi: l'equazione della quantità di moto, l'Equazione di Bernoulli e l'equazione dell'energia meccanica. Tali equazioni riguardano i fluidi in movimento, a differenza di quelle del capitolo precedente che trattano i fluidi in quiete. L'obiettivo di questo capitolo è quindi di illustrare l'applicazione di queste relazioni ai sistemi termici di interesse ingegneristico.

## 12.1 Considerazioni preliminari

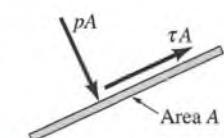
In questo paragrafo vengono presentati alcuni importanti concetti relativi al moto dei fluidi che supporteranno le analisi affrontate in questo capitolo e anche quelle dei Capitoli 13 e 14. Tali concetti comprendono le forze di superficie e di volume, la viscosità e il modello di flusso incomprimibile.

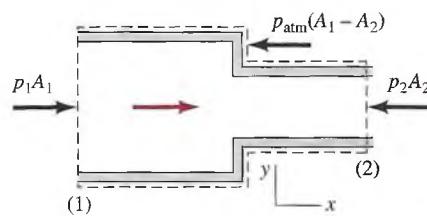
### 12.1.1 Forze di volume e di superficie

Nella meccanica dei fluidi, la forza risultante sul contenuto di un volume di controllo è in generale data dalla somma di tutte le forze di superficie e di volume agenti. L'unica forza di volume che si deve prendere in considerazione è quella connessa all'azione della gravità. Ciascuno di noi sperimenta questa forza sul proprio corpo come peso  $W$ .

**Per esempio...** Quando si lancia una palla, il suo peso è una delle forze che ovviamente ne alterano il movimento e variano la sua traiettoria. Allo stesso modo, il peso di un fluido può influenzare il suo moto. ■

Le **forze di superficie** sono esercitate sul contenuto del volume di controllo da parte di materia che si trova appena fuori dal volume di controllo in contatto con la massa situata dentro di esso. Le forze di superficie possono essere espresse in funzione delle componenti normale e tangenziale alla superficie. La componente normale della forza è  $F_{\text{normale}} = pA$ , dove  $p$  è la pressione, come introdotta nel Paragrafo 2.4.2 e ampiamente utilizzata nel Capitolo 11. Analogamente, la componente tangenziale della forza è  $F_{\text{tangenziale}} = \tau A$ , dove  $\tau$  è lo sforzo di taglio, ovvero la forza tangenziale per unità di superficie. Anche se è possibile generare uno sforzo di taglio all'interno di un corpo solido (per esempio, applicando una forza orizzontale alla sommità di un tavolo), è impossibile generare uno sforzo di taglio in un fluido senza che il fluido sia in movimento. Infatti, la **definizione di fluido** è proprio di un materiale in cui l'applicazione di qualsiasi sforzo di taglio (non importa quanto piccolo) ne provoca il movimento.





**Figura 12.1** Forze di pressione agenti su un brusco cambiamento di sezione.

Il concetto di forza di taglio sarà analizzato nel prossimo paragrafo insieme alla proprietà viscosità. Si conclude la trattazione riguardante le forze di superficie, considerando il ruolo che la pressione relativa può giocare nella determinazione delle forze che agiscono su un volume di controllo. La Figura 12.1 mostra un volume di controllo in cui è presente un restringimento orizzontale costituito da un tubo di diametro più piccolo preceduto da uno che ha un diametro maggiore. Le forze di superficie che agiscono sul volume di controllo comprendono la forza  $p_1A_1$  che agisce nella direzione del flusso e la forza opposta  $p_2A_2$ . Inoltre, come mostrato in figura, la pressione atmosferica  $p_{\text{atm}}$  agisce sulla zona anulare ( $A_1 - A_2$ ), producendo una forza di superficie  $p_{\text{atm}}(A_1 - A_2)$ , che agisce in verso opposto alla direzione del flusso. La pressione netta applicata in direzione assiale è quindi:

$$\Sigma F_x = p_1A_1 - p_2A_2 - p_{\text{atm}}(A_1 - A_2) \quad (12.1a)$$

dove  $p_1$ ,  $p_2$ , e  $p_{\text{atm}}$  sono pressioni assolute. Riordinando i termini, l'Equazione 12.1a può essere scritta in termini di pressioni relative come:

$$\Sigma F_x = (p_1 - p_{\text{atm}})A_1 - (p_2 - p_{\text{atm}})A_2$$

dove  $(p_1 - p_{\text{atm}})$  e  $(p_2 - p_{\text{atm}})$  sono le pressioni relative in (1) e (2), rispettivamente. Quindi:

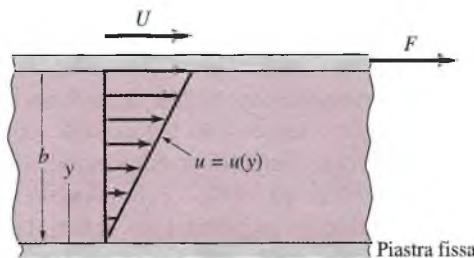
$$\Sigma F_x = p_1(\text{relativa})A_1 - p_2(\text{relativa})A_2 \quad (12.1b)$$

La forza di pressione netta può perciò essere espressa in termini di pressione assoluta, come nell'Equazione 12.1a, o di pressione relativa, come nell'Equazione 12.1b.

### 12.1.2 Viscosità

Gli sforzi di taglio giocano un ruolo importante negli sviluppi successivi che coinvolgeranno il moto dei fluidi. Di conseguenza, in questo paragrafo si fornisce il materiale di base richiesto da queste analisi.

Le caratteristiche dello sforzo di taglio dipendono dalle caratteristiche specifiche del moto. Si prenda in considerazione una lastra piana di area  $A$  situata a distanza  $b$  da una piastra parallela orizzontale fissa, con lo spazio tra le piastre occupato da un fluido viscoso. Come mostrato in Figura 12.2, una forza  $F$  applicata alla parte superiore della piastra



**Figura 12.2**  
Comportamento di un fluido tra due piastre parallele.

la fa muovere a una velocità costante  $U$ . Osservazioni sperimentali dimostrano che il fluido aderisce a entrambe le piastre e quindi la sua velocità è pari a zero su entrambe le piastre. Nello spazio tra le due piastre il profilo della velocità è lineare e dato da  $u = u(y) = Uy/b$ . La piastra in movimento esercita uno sforzo di taglio sullo strato di fluido che si trova in  $y = b$ . Allo stesso modo, il fluido che si muove più rapidamente al di sopra di ogni strato liquido tra le piastre esercita uno sforzo di taglio  $\tau$  sullo strato sottostante.

Per la maggior parte dei fluidi comuni come aria, acqua e olio motore, lo sforzo tangenziale è in buona approssimazione direttamente proporzionale al gradiente della velocità  $du/dy$ , vale a dire

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (12.2)$$

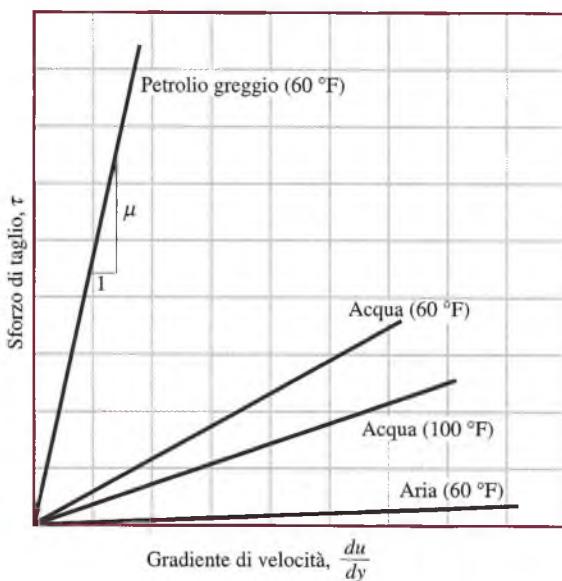
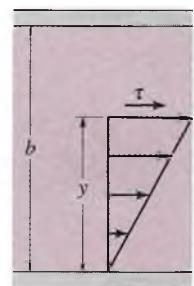
dove il fattore di proporzionalità indicato con  $\mu$  è detto **viscosità**. Tali fluidi sono detti **fluidi newtoniani**. Per il moto mostrato in Figura 12.2, dal momento che  $u = Uy/b$ , il gradiente di velocità è  $du/dy = U/b$ . Perciò, dall'Equazione 12.2, si ricava che lo sforzo di taglio esercitato su ogni strato liquido dal liquido che si trova sopra di esso è  $\tau = \mu U/b$ .

La viscosità è una proprietà fisica. Dall'Equazione 12.2, si può dedurre che l'unità di misura della viscosità è  $N \cdot s/m^2$ , o  $lbf \cdot slft^2$ . In conformità con l'Equazione 12.2, i grafici di  $\tau$  rispetto a  $du/dy$  dovrebbero essere lineari con pendenza pari alla viscosità, come illustrato nella Figura 12.3. Il valore effettivo della viscosità dipende dal tipo di fluido, e, per il particolare fluido, la viscosità è anche altamente dipendente dalla temperatura, come illustrato nella Figura 12.3, che riporta due curve per l'acqua. Valori di viscosità per diversi gas e liquidi sono elencati nelle tabelle dell'Appendice FM-1.

Molto spesso la viscosità compare in problemi di moto dei fluidi in combinazione con la densità, nella forma

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (12.3)$$

Tale rapporto è detto **viscosità cinematica** ed è indicato con il simbolo greco  $\nu$  (nu). L'unità di misura per la viscosità cinematica è  $m^2/s$ , o  $ft^2/s$ . I valori di viscosità cinematica per alcuni comuni liquidi e gas sono indicate nell'Appendice FM-1.



**Figura 12.3** Variazione lineare dello sforzo di taglio col gradiente di velocità per alcuni fluidi comuni.

In alcune applicazioni, i fluidi sono considerati perfetti o **non viscosi**, cioè si suppone che il fluido abbia viscosità nulla e gli sforzi di taglio non abbiano alcun ruolo in tali applicazioni.

### 12.1.3 Flusso incomprimibile

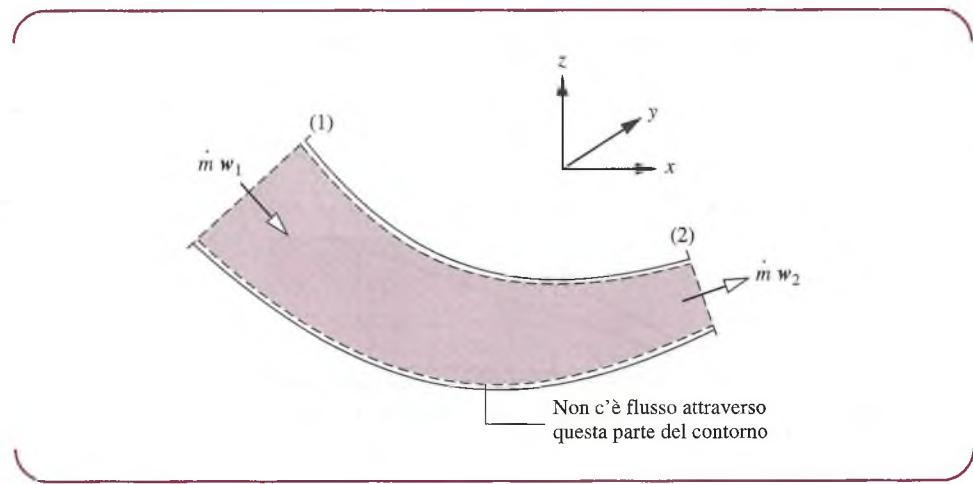
Come discusso nel Paragrafo 4.3.6, per una data temperatura la densità (e il volume specifico) dei liquidi varia poco con la pressione. Di conseguenza, per semplificare le valutazioni che coinvolgono il moto dei liquidi, si assume spesso la densità costante. Se si fa questa ipotesi, il moto viene definito **flusso incomprimibile**.

Come si è visto nei precedenti capitoli, la densità dell'aria e di altri gas può variare in maniera significativa. Eppure, l'aria in movimento può spesso essere considerata come incomprimibile a condizione che la sua velocità non sia eccessiva e che la temperatura sia quasi costante. Come regola generale, flussi d'aria con velocità inferiore a circa 100 m/s (330 ft/s o 225 miglia/h) possono essere considerati incomprimibili. A velocità superiori, la variazione di densità diventa notevole, e quindi si devono applicare i principi per i flussi comprimibili dei Paragrafi 12.8, 12.9 e 12.10.

In alcune analisi che seguiranno, il moto verrà considerato sia incomprimibile sia stazionario. Un **flusso stazionario** è un moto in cui, in una data posizione, nulla cambia con il tempo. Tale definizione è coerente con il concetto di stato stazionario discusso nel Paragrafo 5.1.

## 12.2 Equazione della quantità di moto

La **seconda legge del moto di Newton** per una singola particella di massa  $m$  si esprime con la nota formula  $\mathbf{F} = ma$ , dove  $\mathbf{F}$  è la risultante delle forze agenti sulla particella e  $a$  è il vettore accelerazione. Dato che la massa della particella risulta costante e  $a = dw/dt$ , una forma alternativa per questa equazione è  $\mathbf{F} = d(mw)/dt$ , dove  $mw$  indica la quantità di moto. La risultante delle forze sulle particelle di un fluido è perciò uguale alla variazione della quantità di moto delle particelle nel tempo. Lo scopo di questo paragrafo è di introdurre la legge di Newton in una forma appropriata per applicarla a un fluido dopo aver individuato opportunamente un volume di controllo. Si consideri il flusso attraverso il volume di controllo di Figura 12.4. Per semplicità, si assume che il volume di controllo abbia un unico ingresso, (1), un'unica uscita, (2), e che il flusso sia monodimensionale (Paragrafo 5.1). Come già detto nei Capitoli 5 e 7, il fluido scorrendo attraverso la superficie di controllo trasporta massa, energia ed entropia dentro o fuori dal volume di controllo. Allo stesso modo, il flusso trasferisce anche la quantità di moto dentro o fuori dal volume di controllo. Questi scambi si possono spiegare come



$$\left[ \begin{array}{l} \text{variazione della quantità di moto} \\ \text{nell'unità di tempo} \\ \text{dentro o fuori il volume di controllo} \\ \text{accompagnata da trasporto della massa} \end{array} \right] = \dot{m}w$$

dove  $\dot{m}$  è la portata in massa (kg/s, lb/s, o slug/s) attraverso l'ingresso o l'uscita del volume di controllo. In questa espressione, la quantità di moto per unità di massa che scorre attraverso il contorno del volume di controllo è data dal vettore velocità  $w$ . In accordo con il modello di flusso monodimensionale, il vettore è normale all'ingresso o all'uscita e orientato nella direzione del moto.

Espressa a parole, la legge di Newton per volumi di controllo è:

$$\left[ \begin{array}{l} \text{variazione della quantità} \\ \text{di moto nell'unità} \\ \text{di tempo} \\ \text{all'interno del volume} \\ \text{di controllo} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{l} \text{forza} \\ \text{risultante} \\ \text{agente sul} \\ \text{volume} \\ \text{di controllo} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{l} \text{trasferimento della quantità} \\ \text{di moto nell'unità di tempo} \\ \text{all'interno del volume} \\ \text{di controllo in concomitanza} \\ \text{con il trasporto di massa} \end{array} \right]$$

In condizioni stazionarie, la somma totale della quantità di moto contenuta nel volume di controllo è costante nel tempo. Perciò, quando si applica la legge del moto di Newton ai volumi di controllo in regime stazionario, è necessario considerare solo la quantità di moto corrispondente all'ingresso e all'uscita del flusso di materia e alle forze agenti sul volume di controllo. La legge di Newton stabilisce poi che la risultante delle forze  $F$  agente sul volume di controllo è uguale alla differenza tra la variazione della quantità di moto uscente ed entrante nel volume di controllo in concomitanza al trasporto di massa. Tutto ciò è espresso dalla seguente **equazione della quantità di moto**:

$$\mathbf{F} = \dot{m}_2 \mathbf{w}_2 - \dot{m}_1 \mathbf{w}_1 = \dot{m} (\mathbf{w}_2 - \mathbf{w}_1) \quad (12.4)$$

Dato che, in condizioni stazionarie,  $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$ , la portata massica è definita semplicemente come  $\dot{m}$ .

L'equazione della quantità di moto per un volume di controllo, Equazione 12.4, è un'equazione vettoriale. In questo testo, le componenti dei vettori sono considerate in coordinate cartesiane. In tal modo, le componenti di  $\mathbf{F}$  lungo x, y e z sono indicate con  $F_x$ ,  $F_y$  e  $F_z$ , rispettivamente, mentre le componenti della velocità  $w$  sono indicate con  $w_x$ ,  $w_y$  e  $w_z$  rispettivamente. La portata massica viene determinata attraverso la relazione  $\dot{m} = \rho A w$ , dove  $w$  è il modulo della velocità media all'ingresso o all'uscita del volume di controllo in cui si vuole calcolare la portata massica.

### 12.3 Applicazione dell'equazione della quantità di moto

In questo paragrafo si analizzano tre applicazioni dell'equazione della quantità di moto, Equazione 12.4. Le applicazioni sono state selezionate per mettere in evidenza aspetti importanti del concetto di quantità di moto. Il primo caso tratta la deviazione di un getto di liquido causata da una pala fissa.

#### Deflessione di un getto fluido

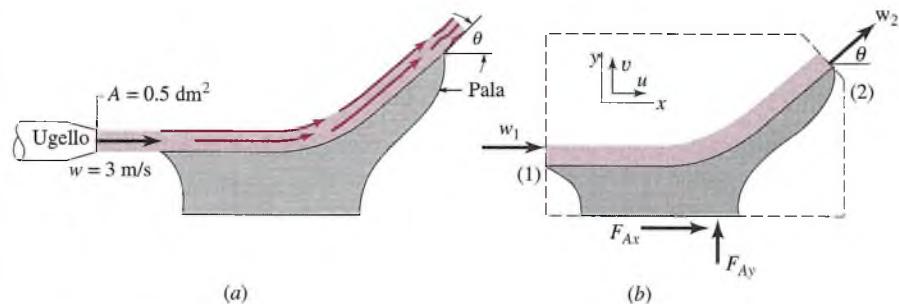
#### ESEMPIO 12.1

Come mostrato nella Figura E12.1a, un getto d'acqua esce da un ugello con velocità uniforme  $w = 3 \text{ m/s}$ , colpisce una pala, e devia di un angolo  $\theta$ . (a) Determinare la forza, in funzione di  $\theta$ , necessaria per tenere ferma la pala. (b) Discutere il risultato.

**Soluzione**

**Elementi noti** La direzione di un getto d'acqua viene modificata da una pala.

**Da determinare** Determinare, in funzione di  $\theta$ , la forza necessaria per tenere ferma la pala.

**Schema e dati forniti****Figura E12.1a****Ipotesi**

1. Il volume di controllo illustrato in figura è in stato stazionario.
2. L'acqua è incomprimibile con  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ .
3. All'ingresso e all'uscita del volume di controllo, punti (1) e (2), il flusso è monodimensionale e l'area di ogni sezione attraversata è di  $0.005 \text{ m}^2$ .
4. Su tutta la superficie del volume di controllo agisce la pressione atmosferica.
5. Il moto avviene nel piano orizzontale  $x-y$ .

**Analisi** (a) Si seleziona un volume di controllo che include la pala e una parte di acqua (si veda la Figura E12.1a) e si applica l'equazione della quantità di moto a tale volume di controllo. Le componenti  $x$  e  $y$  dell'Equazione 12.4 diventano:

$$\sum F_x = \dot{m}(u_2 - u_1) \quad (1)$$

e

$$\sum F_y = \dot{m}(v_2 - v_1) \quad (2)$$

dove  $u$  e  $v$  sono le componenti  $x$  e  $y$  della velocità, e  $\sum F_x$  e  $\sum F_y$  sono le componenti  $x$  e  $y$  della forza che agisce sul contenuto del volume di controllo. Dal momento che su tutta la superficie del volume di controllo insiste la pressione atmosferica, la forza netta di pressione sul volume di controllo è nulla. Di conseguenza, le uniche forze applicate al contenuto del volume di controllo sono le componenti  $x$  e  $y$  della forza di ancoraggio,  $F_{Ax}$  e  $F_{Ay}$  rispettivamente. Sebbene  $F_{Ax}$  e  $F_{Ay}$  siano indicate nello schema come agenti nelle direzioni  $x$  e  $y$  positive, le intensità e i versi saranno determinati nel corso dell'analisi.

Iniziamo valutando le componenti della velocità richieste dalle Equazioni (1) e (2). Nelle ipotesi 1, 2, e 3, l'equilibrio delle portate massiche per il volume di controllo indica che le ampiezze della velocità nei punti (1) e (2) sono uguali:  $w_1 = w_2 = w = 3 \text{ m/s}$ .

Conseguentemente, all'ingresso (1) si avrà  $u_1 = w$  e  $v_1 = 0$ ; all'uscita (2)  $v_2 = w \cos \theta$  e  $v_2 = w \sin \theta$ .

Le Equazioni (1) e (2) possono essere quindi così riscritte

$$F_{Ax} = \dot{m}[w \cos \theta - w] = -\dot{m}w[1 - \cos \theta] \quad (3)$$

$$F_{Ay} = \dot{m}[w \sin \theta - 0] = \dot{m}w \sin \theta \quad (4)$$

dove  $\dot{m} = \rho A w$ . Di conseguenza

$$F_{Ax} = -\rho Aw^2[1 - \cos \theta] \quad (5)$$

$$F_{Ay} = \rho Aw^2 \sin \theta \quad (6)$$

Inserendo i valori dati, le componenti della forza di ancoraggio diventano

$$F_{Ax} = -(1000 \text{ kg/m}^3)(0.005 \text{ m}^2)(3 \text{ m/s})^2(1 - \cos \theta) = -45(1 - \cos \theta) \text{ N}$$

e in modo analogo

$$F_{Ay} = 45 \sin \theta \text{ N}$$

Il segno meno nell'espressione di  $F_{Ax}$  indica che questa componente della forza di ancoraggio è esercitata verso sinistra, nella direzione negativa dell'asse  $x$ . Il segno positivo nell'espressione di  $F_{Ay}$  indica invece che questa componente è applicata nella direzione positiva dell'asse  $y$ .

(b) Il prodotto  $\dot{m}w$  nelle Equazioni (3) e (4) rappresenta la quantità di moto con la quale il fluido entra ed esce dal volume di controllo. Sebbene questo prodotto abbia lo stesso valore nei punti (1) e (2), vale a dire 45 N, la direzione è diversa. Un cambiamento di direzione richiede una forza agente, le cui componenti sono  $F_{Ax}$  e  $F_{Ay}$ .

Per esempio, se  $\theta = 90^\circ$ , le forze sono  $F_{Ax} = -45 \text{ N}$  e  $F_{Ay} = 45 \text{ N}$ . Così, come illustrato nella Figura E12.1b, la forza di ancoraggio deve opporsi alla quantità di moto del fluido entrante e fornire la quantità di moto in uscita. Se  $\theta = 180^\circ$  il getto torna indietro su se stesso e le forze sono  $F_{Ax} = 90 \text{ N}$  e  $F_{Ay} = 0$ . Come illustrato nella Figura E12.1b, la forza deve opporsi alla quantità di moto del fluido entrante e fornire la quantità di moto in uscita, nessuna delle quali ha componente  $y$ .

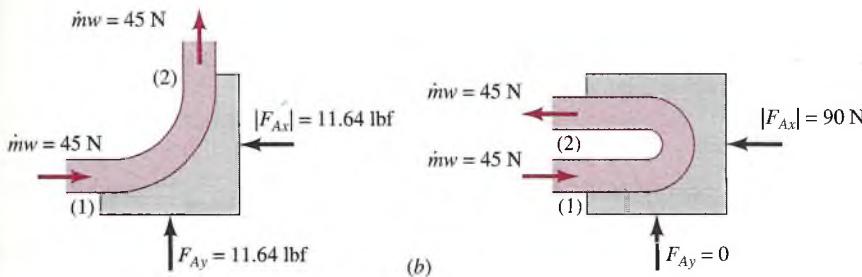


Figura E12.1b

Nell'esempio precedente la forza di ancoraggio necessaria per tenere ferma la pala è una conseguenza del cambiamento di direzione della quantità di moto del fluido. La pressione è uniforme sull'intera superficie di controllo e, pertanto, non fornisce alcun contributo alla forza. Nel prossimo esempio la pressione non sarà uniforme e sarà uno dei fattori che determineranno la forza di ancoraggio.

### Forza generata dal moto in un tratto di tubo a U

### ESEMPIO 12.2

Dell'acqua scorre attraverso un tubo orizzontale, curvato a U a  $180^\circ$ , come illustrato nella Figura E12.2a. L'area della superficie della sezione è costante pari a  $0.01 \text{ dm}^2$  in tutto il tratto a U. La velocità del fluido all'ingresso e all'uscita della curva è assiale e uguale a  $15 \text{ m/s}$ . Le pressioni relative all'ingresso e all'uscita del tratto a U sono rispettivamente  $200 \text{ N/m}^2$  e  $60 \text{ N/m}^2$ . Calcolare le componenti orizzontali ( $x$  e  $y$ ) della forza necessaria per tenere fermo il tubo a U.

**Soluzione**

**Elementi noti** Dell'acqua scorre in determinate condizioni in un tubo orizzontale, curvato a  $180^\circ$ .

**Da determinare** Determinare le componenti  $x$  e  $y$  della forza necessaria per tenere fermo il tubo.

1 **Schema e dati forniti**

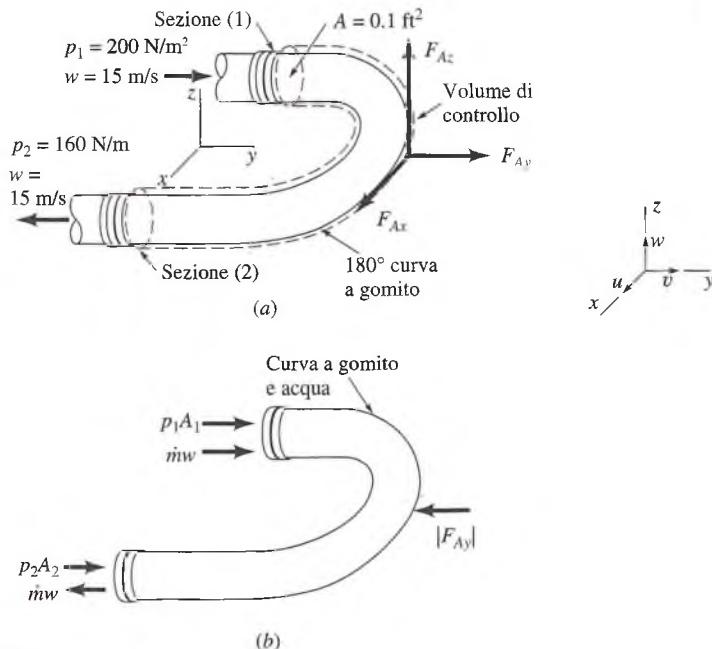


Figura E12.2

**Ipotesi**

- Il volume di controllo indicato in figura è in stato stazionario.
- L'acqua è incomprimibile con densità  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ .
- Nei punti (1) e (2) il flusso è monodimensionale e l'area di ogni sezione trasversale è di  $0.01 \text{ m}^2$ .
- Sulla parte esterna del tubo agisce la pressione atmosferica.

**Analisi** Poiché si vogliono determinare le componenti della forza di ancoraggio necessaria per tenere fermo il tubo ricurvo, un opportuno volume di controllo (si veda la linea tratteggiata in Figura E12.2a) deve contenere il tratto A e l'acqua al suo interno in uno dato istante. Le componenti della forza di ancoraggio sono  $F_{Ax}$ ,  $F_{Ay}$  e  $F_{Az}$ . Si noti che il peso dell'acqua è verticale (nella direzione negativa di  $z$ ) e non contribuisce alla componenti  $x$  e  $y$  della forza di ancoraggio. Sebbene  $F_{Ax}$  e  $F_{Ay}$  siano indicate come agenti nelle direzioni positive di  $x$  e  $y$ , rispettivamente, la loro ampiezza e il loro verso saranno determinati nel corso dell'analisi.

Poiché la pressione atmosferica agisce in modo uniforme sulla parte esterna del tubo, il suo effetto nella direzione  $x$  è nullo. Inoltre, nelle posizioni (1) e (2) non ci sono componenti  $x$  della velocità del fluido:  $u_1 = u_2 = 0$ . Di conseguenza, l'Equazione 12.4 applicata alla direzione  $x$  si riduce a:

$$F_{Ax} = 0 \quad (1)$$

1

Poiché la pressione atmosferica agisce sulla parte esterna del tubo, la forza netta di pressione esercitata sul volume di controllo nella direzione  $y$  è  $(p_1 A + p_2 A)$ , dove  $p_1$  e  $p_2$  sono le pres-

sioni relative in (1) e (2) rispettivamente. Nella sezione (1) il fluido scorre nella direzione positiva di  $y$ , perciò  $v_1 = w$ . Nella sezione (2) il flusso scorre nella direzione negativa di  $y$ , e quindi  $v_2 = -w$ . Di conseguenza, quando l'Equazione 12.4 è applicata alla direzione  $y$  si ottiene

$$\begin{aligned} F_{Ay} + p_1 A + p_2 A &= \dot{m}[v_2 - v_1] \\ &= \dot{m}[(-w) - w] \end{aligned} \quad (2)$$

e quindi

$$F_{Ay} = -2\dot{m}w - (p_1 + p_2)A \quad (3)$$

La portata massica è

$$\dot{m} = \rho Aw = (1000 \text{ kg/m}^3)(0.01 \text{ m}^2)(15 \text{ m/s}) = 150 \text{ kg/s}$$

Sostituendo quest'ultima nell'Equazione (3) insieme ai dati del testo, si ottiene

$$F_{Ay} = -2(150 \text{ kg/s})(15 \text{ m/s}) - 1000(160 + 200 \text{ N/m}^2)(0.01 \text{ m}^2) = -4500 - 3600 \text{ N} = 8100 \text{ N}$$

Il segno negativo indica che la forza è esercitata verso sinistra, nella direzione delle  $y$  negative.

- 1 Si noti che la forza di pressione è diretta verso l'interno del volume di controllo sia nella sezione di ingresso sia in quella di uscita, indipendentemente dalla direzione del moto, che è verso l'interno all'ingresso e verso l'esterno all'uscita: la pressione è una sollecitazione di compressione.
- 2 Il prodotto  $\dot{m}w$  nell'Equazione (3) rappresenta la variazione della quantità di moto all'ingresso e all'uscita del volume di controllo. Sebbene tale prodotto abbia lo stesso valore nelle posizioni (1) e (2), la direzione è diversa. Di conseguenza, come mostrato dal fattore 2 nell'Equazione (3), la forza di ancoraggio deve opporsi alla quantità di moto del fluido che entra e fornisce la quantità di moto in uscita. Tale forza deve inoltre opporsi alla forza di pressione netta che agisce sul volume di controllo. Queste forze e la variazione nel tempo della quantità di moto sono mostrate in Figura 12.2b.

In ciascuno dei due esempi precedenti, il modulo della velocità della corrente di liquido rimane costante, ma cambia la direzione. Il cambiamento di direzione richiede una forza di ancoraggio, sia che la pressione giochi un ruolo esplicito o no. Nel prossimo esempio, si determina la forza di ancoraggio in un caso in cui la direzione del flusso rimane invariata, ma il modulo della velocità aumenta nella direzione del moto. Anche la pressione e il peso sono importanti.

### Forza su un ugello

### ESEMPIO 12.3

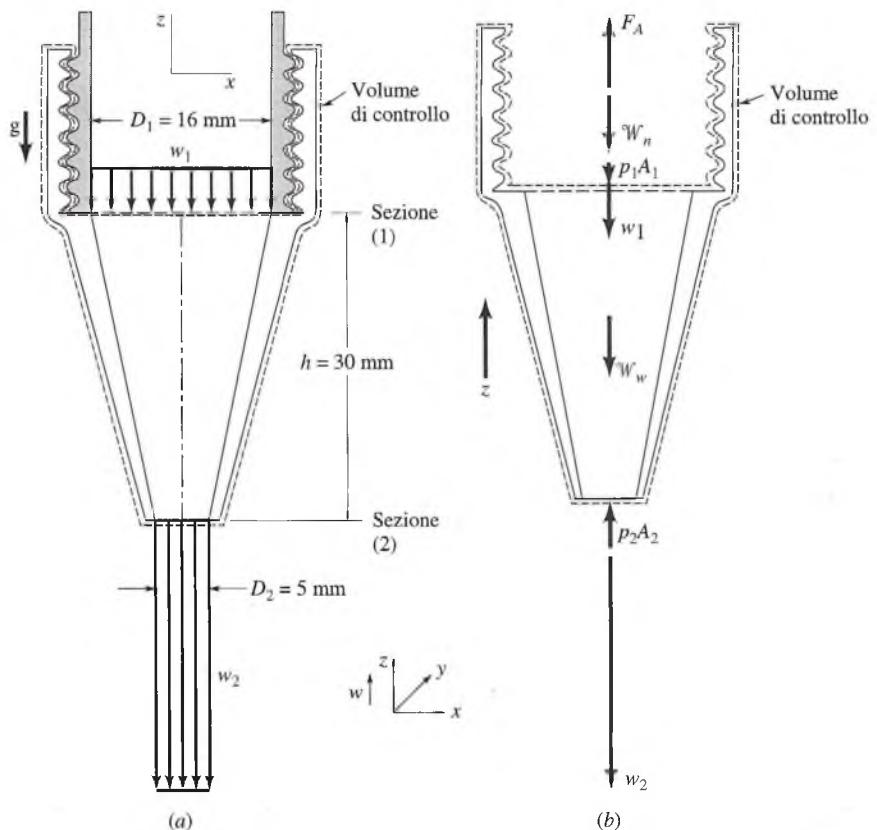
Determinare la forza di ancoraggio necessaria per tenere fermo un ugello conico attaccato all'estremità di un rubinetto di un lavandino di laboratorio (si veda la Figura E12.3a) con una portata volumetrica di acqua di 0.6 litri/s. Il peso dell'ugello è di 1 N e il peso dell'acqua contenuta nell'ugello in ogni istante è pari a 0.03 N. I diametri dell'ugello alle sezioni di ingresso e di uscita sono, rispettivamente, 16 mm e 5 mm. L'asse dell'ugello è verticale e le pressioni relative sulle sezioni (1) e (2) sono rispettivamente 464 kPa e 0.

#### Soluzione

**Elementi noti** Dell'acqua scorre verticalmente con una portata volumetrica nota attraverso un certo ugello.

**Da determinare** Determinare la forza necessaria per tenere l'ugello in posizione.

Schema e dati forniti



$F_A$  = forza di ancoraggio che tiene l'ugello al suo posto

$w_n$  = peso dell'ugello

$w_w$  = peso dell'acqua contenuta nell'ugello

$p_1$  = pressione relativa alla sezione (1)

$A_1$  = area della sezione trasversale (1)

$p_2$  = pressione relativa alla sezione (2)

$A_2$  = area della sezione trasversale (2)

Figura E12.3

**Ipotesi**

- Il volume di controllo riportato in figura è in stato stazionario.
- L'acqua è incomprimibile con densità  $\rho = 999 \text{ kg/m}^3$ .
- Nelle sezioni (1) e (2) il flusso è monodimensionale.
- L'acqua lascia l'ugello a pressione atmosferica (pressione relativa zero).

**Analisi** La forza di ancoraggio cercata,  $F_A$ , è la forza di reazione tra il rubinetto e la strozzatura dell'ugello. Per valutare questa forza si seleziona un volume di controllo che comprende tutto l'ugello e l'acqua in esso contenuta a ogni istante, come indicato nelle Figure E12.3a ed E12.3b. Tutte le forze verticali che agiscono su questo volume di controllo sono indicate nella Figura E12.3b. Poiché sulla parte esterna dell'ugello agisce la pressione atmosferica, la forza netta di pressione agente nella direzione  $z$  può essere valutata in base alle pressioni relative. L'applicazione dell'Equazione 12.4 nella direzione  $z$  fornisce

$$F_A - w_n - w_w - p_1 A_1 + p_2 A_2 = \dot{m}[w_2 - w_1] \quad (1)$$

dove  $w_1$  e  $w_2$  sono le componenti lungo l'asse  $z$  della velocità in (1) e in (2). Poiché il flusso scorre nella direzione negativa dell'asse  $z$ ,  $w_1 = -w_1$  e  $w_2 = -w_2$ . Di conseguenza, risolvendo l'Equazione (1), si ha per la forza di ancoraggio

$$F_A = \dot{m}[w_1 - w_2] + \mathcal{W}_n + \mathcal{W}_w + p_1 A_1 - p_2 A_2 \quad (2)$$

Per completare questo esempio, utilizziamo i valori indicati nel testo del problema per quantificare i termini del membro destro dell'Equazione (2).

La portata massica è:

$$\dot{m} = \rho w_1 A_1 = \rho Q = (999 \text{ kg/m}^3)(0.6 \text{ litri/s})[10^{-3} \text{ m}^3/\text{litri}] = 0.599 \text{ kg/s}$$

dove  $Q = w_1 A_1 = w_2 A_2$  è la portata volumetrica.

Perciò,

$$w_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q}{\pi(D_1^2/4)} = \frac{(0.6 \text{ litri/s})[10^{-3} \text{ m}^3/\text{litri}]}{\pi(16 \text{ mm})^2/4[1000^2 \text{ mm}^2/\text{m}^2]} = 2.98 \text{ m/s}$$

e

$$w_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{Q}{\pi(D_2^2/4)} = \frac{(0.6 \text{ litri/s})[10^{-3} \text{ m}^3/\text{litri}]}{\pi(5 \text{ mm})^2/4[1000^2 \text{ mm}^2/\text{m}^2]} = 30.6 \text{ m/s}$$

Inoltre, si ha  $\mathcal{W}_n = 1 \text{ N}$ ,  $\mathcal{W}_w = 9.03 \text{ N}$ ,  $p_1 = 464 \text{ kPa}$  e  $p_2 = 0$ . Perciò, dall'Equazione (2)

$$\begin{aligned} F_A &= (0.599 \text{ kg/s})(2.98 - 30.6) \text{ m/s} \left| \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg m/s}^2} \right| + 1 \text{ N} + 0.03 \text{ N} \\ &\quad + (464 \text{ kPa}) \left| \frac{10^3 \text{ N/m}^2}{1 \text{ kPa}} \right| \left[ \pi \left( 16 \text{ mm} \left| \frac{1 \text{ m}}{10^3 \text{ mm}} \right| \right)^2 / 4 \right] - 0 \\ &= (-16.54 + 1 + 0.03 + 93.29) \text{ N} = 77.8 \text{ N} \end{aligned}$$

1

2

Dal momento che la forza di ancoraggio,  $F_A$ , è positiva, essa agisce verso l'alto nella direzione  $z$  e quindi l'ugello sarebbe spinto fuori dal tubo se non fosse fissato saldamente.

- 1 In accordo con la discussione sugli ugelli nel Paragrafo 5.3.3, si noti che  $w_2 > w_1$ : l'acqua accelera mentre scorre attraverso l'ugello.
- 2 È istruttivo notare come la forza di ancoraggio sia influenzata dalle diverse azioni coinvolte. Come previsto, il peso dell'ugello  $\mathcal{W}_n$ , il peso dell'acqua  $\mathcal{W}_w$  e la forza di pressione al punto (1)  $p_1 A_1$ , contribuiscono tutte ad aumentare la forza di ancoraggio. Tra questi, l'effetto della pressione al punto (1) è molto più importante del peso totale. Poiché  $w_2 > w_1$ , il contributo alla forza di ancoraggio alla quantità di moto,  $\dot{m}(w_1 - w_2)$  è negativo, e riduce quindi la forza di ancoraggio.

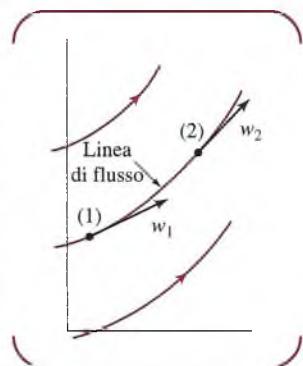
## 12.4 Equazione di Bernoulli

Nel Paragrafo 7.9 si è introdotta l'Equazione di Bernoulli come applicazione dei principi della termodinamica nel caso particolare di un volume di controllo con un ingresso e un'uscita in condizioni stazionarie. Le Equazioni 7.52b e 7.52c sono il risultato di tale sviluppo. Nella meccanica dei fluidi è consuetudine ottenere l'Equazione di Bernoulli come applicazione della seconda legge di Newton a una particella di fluido in movimento lungo una linea di flusso. Come mostrato nella Figura 12.5, le **linee di flusso** sono per definizione tangenti al vettore velocità in ogni punto del flusso. Per un moto stazionario, la linea di flusso coincide con il percorso lungo il quale si muove una particella di fluido quando si sposta da una posizione, punto (1), a un'altra posizione, punto (2).

Quando le forze di taglio causate dalla viscosità (attrito) sono trascurabili, la seconda legge di Newton assume la forma

$$(\text{forza netta di pressione}) + (\text{forza di gravità netta agente sulla particella})$$

$$= (\text{massa della particella}) \times (\text{accelerazione della particella})$$



**Figura 12.5** Linea di flusso.

Inoltre si assume che il flusso sia stazionario e il fluido incompressibile. Sotto tali ipotesi si può integrare la seconda legge di Newton lungo una linea di flusso per ottenere l'**Equazione di Bernoulli** nella forma

$$p + \frac{1}{2} \rho w^2 + \gamma z = \text{costante lungo una linea di flusso} \quad (12.5)$$

dove la coordinata  $z$  ha verso positivo diretto verso l'alto. I dettagli dello sviluppo di tale equazione sono forniti al Paragrafo 12.4.1. L'Equazione 12.5 è equivalente all'Equazione 7.52b.

### 12.4.1 Derivazione dell'Equazione di Bernoulli dalla seconda legge di Newton

Si consideri il flusso stazionario di un fluido viscoso, e si assuma che la densità rimanga costante; si ipotizzi, cioè, che il flusso sia stazionario, non viscoso e incompressibile, come mostrato in Figura 12.6.

Il moto di ciascuna particella di fluido è descritto in funzione del suo vettore velocità  $w$ , che è definito come la derivata rispetto al tempo della posizione della particella. La velocità della particella è un vettore avente un modulo, indicato con  $|w|$ , e una direzione.

Se il flusso è *stazionario*, la velocità di ciascuna particella è ovunque tangente alla traiettoria; le linee tangentì alla velocità lungo la traiettoria sono dette *linee di flusso*. Il moto della particella può essere descritto attraverso la sua distanza  $s = s(t)$  lungo la linea di flusso da un'opportuna origine. La distanza lungo la linea di flusso è legata alla velocità della particella da  $w = ds/dt$ .

Per definizione, l'accelerazione è la derivata della velocità della particella rispetto al tempo,  $a = dw/dt$ , per cui la componente dell'accelerazione nella direzione della linea di flusso è data da

$$a_s = w \frac{dw}{ds}$$

Si consideri il diagramma per una particella di fluido riportato in Figura 12.6. La particella ha lunghezza  $ds$  lungo la linea di corrente e area della sezione trasversale  $dA$  perpendicolare alla linea di flusso. Nei moti stazionari, la legge di Newton lungo la direzione della linea di flusso  $s$  può essere scritta come

$$\sum \delta F_s = \delta m a_s = \delta m w \frac{dw}{ds} = \rho ds dA w \frac{dw}{ds} \quad (12.6)$$

dove  $\sum \delta F_s$  rappresenta la somma delle componenti lungo  $s$  di tutte le forze agenti sulla particella, che ha massa  $\delta m = \rho ds dA$ , mentre  $w dw/ds$  è l'accelerazione lungo la direzione

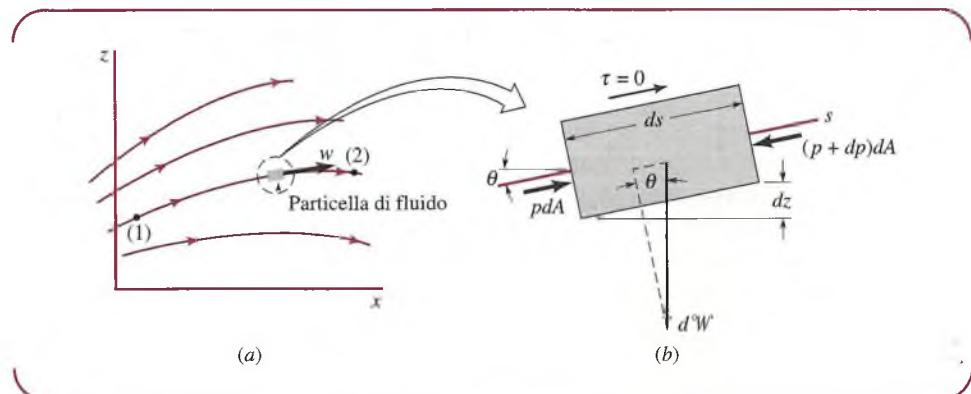


Figura 12.6

s. Si osservi che  $ds dA$  è il volume della particella. La forza di gravità (peso) della particella può essere espressa come  $\delta W = \gamma ds dA$ , dove  $\gamma$  è il peso specifico del fluido. Quindi la componente del peso lungo la direzione della linea di corrente è

$$\delta W_s = -\delta W \sin \theta = -\gamma ds dA \sin \theta$$

Se la linea di flusso è orizzontale in corrispondenza della posizione che si sta considerando, allora  $\theta = 0$  e il peso della particella non ha alcuna componente lungo di essa, e quindi non contribuisce all'accelerazione in tale direzione.

Inoltre, la forza netta di pressione sulla particella nella direzione della linea di corrente è

$$\delta F_{fp} = p dA - (p + dp)dA = -dp dA = -(dp/ds)ds dA$$

dove  $dp/ds$  è il gradiente di pressione lungo la linea di flusso. Ne consegue che la forza netta agente sulla particella lungo la linea di flusso, mostrata in Figura 12.6, è

$$\sum \delta F_s = \delta W_s + \delta F_{fp} = \left( -\gamma \sin \theta - \frac{dp}{ds} \right) ds dA \quad (12.7)$$

Combinando le Equazioni 12.6 e 12.7 si ottiene la seguente equazione del moto lungo la direzione della linea di corrente

$$-\gamma \sin \theta - \frac{dp}{ds} = \rho_w \frac{dw}{ds} \quad (12.8)$$

L'interpretazione fisica dell'Equazione 12.8 è che una variazione della velocità di una particella di fluido è accompagnata da un'opportuna combinazione di pressione e peso della particella lungo la linea di flusso.

L'Equazione 12.8 può essere riordinata e integrata come segue. Per prima cosa, dalla Figura 12.6 si osservi che lungo la linea di corrente  $\sin \theta = dz/ds$ . Inoltre, si può scrivere  $w dw/ds = \frac{1}{2} d(w^2)/ds$ . Tali relazioni, combinate con l'Equazione 12.8, forniscono il seguente risultato, valido lungo la linea di flusso:

$$-\gamma \frac{dz}{ds} - \frac{dp}{ds} = \frac{1}{2} \rho \frac{d(w^2)}{ds}$$

che si può semplificare come

$$dp + \frac{1}{2} \rho d(w^2) + \gamma dz = 0 \quad (\text{lungo una linea di flusso}) \quad (12.9)$$

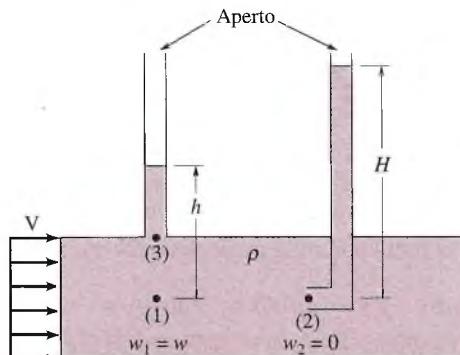
che, per densità costante, può essere integrato e porta all'Equazione di Bernoulli espressa dall'Equazione 12.5

$$p + \frac{1}{2} \rho w^2 + \gamma z = \text{costante lungo una linea di flusso}$$

## 12.4.2 Pressione statica, dinamica, di ristagno e totale

Ogni termine dell'Equazione di Bernoulli, Equazione 12.5, ha le dimensioni di una pressione: N/m<sup>2</sup>, psi, lbf/ft<sup>2</sup>. Il primo termine,  $p$ , è la pressione termodinamica effettiva del fluido che scorre. Per misurare il suo valore, ci si può spostare con il fluido, in modo da essere solidali con il suo moto. Per questo motivo,  $p$  è normalmente chiamata **pressione statica**. Un altro modo per misurare la pressione statica consiste nel forare una superficie piana e inserire un piezometro nel punto (3), come indicato in Figura 12.7.

Il terzo termine nell'Equazione 12.5,  $\gamma z$ , è detto **pressione idrostatica**, riferendosi chiaramente alla variazione di pressione idrostatica discussa nel Capitolo 11. Essa tiene conto del cambiamento di pressione dovuto a variazioni di energia potenziale del fluido in seguito di cambi di quota.



**Figura 12.7** Misurazione della pressione statica e della pressione di ristagno.

Il secondo termine nell'Equazione 12.5,  $\rho w^2/2$ , è detto **pressione dinamica**. La sua interpretazione fisica può essere vista nella Figura 12.7, considerando la pressione alla fine di un piccolo tubo inserito all'interno del flusso e rivolto a monte. Questo strumento è chiamato *Tubo di Pitot*. Esaurita la fase transitoria, il liquido riempie il tubo fino a una altezza  $H$  come mostrato in figura. Il fluido all'interno del tubo, anche quello all'imboccatura, nel punto (2), è in stato stazionario, cioè  $w_2 = 0$ , e il punto (2) è detto **punto di ristagno**.

Se si applica l'Equazione di Bernoulli fra il punto (1) e il punto (2), con  $w_2 = 0$  e assumendo che  $z_1 = z_2$ , si trova che

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2} \rho w_1^2$$

Di conseguenza la pressione  $p_2$  nel punto di ristagno è maggiore della pressione statica  $p_1$  di una quantità pari a  $\rho w_1^2/2$ , cioè la pressione dinamica. Si può mostrare che esiste un punto di ristagno in qualsiasi corpo immerso in un fluido in movimento.

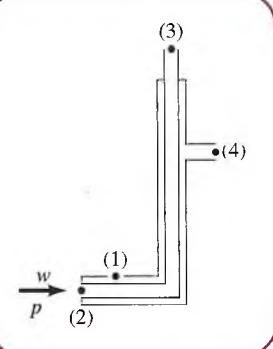
La somma delle pressioni statica, idrostatica e dinamica è detta **pressione totale**  $p_T$ . L'Equazione di Bernoulli afferma che la pressione totale è costante lungo una qualsiasi linea di flusso, cioè

$$p + \frac{1}{2} \rho w^2 + \gamma z = p_T = \text{costante lungo una linea di flusso} \quad (12.10)$$

Se i valori della pressione statica e dalla pressione di ristagno di un fluido sono noti, allora la velocità del fluido può essere calcolata. Questo è il principio su cui si basa il tubo di Pitot. Come mostrato in Figura 12.8, due tubi concentrici sono collegati a due manometri. Il tubo interno misura la pressione di ristagno in corrispondenza della sua apertura. Se la differenza di altezza fra (2) e (3) è trascurabile,  $p_2 = p_3$ . La relazione fra pressione statica, dinamica e di ristagno è quindi

$$p_3 = p + \frac{1}{2} \rho w^2$$

dove  $p$  e  $w$  sono la pressione e la velocità del fluido che scorre a monte del punto (2). Il tubo esterno è realizzato con diversi piccoli fori a distanza opportuna a partire dalla punta, in modo da misurare la pressione statica. Se la differenza di quota tra (1) e (4) è trascurabile, allora



**Figura 12.8** Tubo di Pitot.

$$p_4 = p_1 = p$$

Queste due equazioni possono essere combinate per dare

$$w = \sqrt{2(p_3 - p_4)/\rho} \quad (12.11)$$

Di conseguenza, la velocità del fluido può essere determinata misurando la differenza di pressione ( $p_3 - p_4$ ).

Una forma alternativa, ma equivalente, del Teorema di Bernoulli si ottiene dividendo ciascun termine dell'Equazione 12.5 per il peso specifico  $\gamma$ , ottenendo

$$\frac{p}{\gamma} + \frac{w^2}{2g} + z = \text{costante lungo una linea di flusso} \quad (12.12)$$

Questa equazione è equivalente all'Equazione 7.53. Ciascuno dei termini in questa equazione ha come unità di misura una lunghezza e rappresenta un certo tipo di **prevalenza**.

Il termine di elevazione,  $z$ , è legato all'energia potenziale della particella ed è detto **altezza geodetica**. Il termine di pressione,  $p/\gamma$ , è chiamato **altezza piezometrica** e rappresenta l'altezza di una colonna di fluido necessaria per produrre la pressione  $p$ . Il termine di velocità,  $w^2/2g$ , è l'**altezza cinetica** e rappresenta l'altezza necessaria perché il fluido in caduta libera (trascurando l'attrito) raggiunga la velocità di  $w$  partendo da fermo. L'Equazione di Bernoulli afferma che la somma delle altezze geodetica, piezometrica e cinetica è costante lungo una linea di flusso.

## 12.5 Ulteriore esempio dell'utilizzo dell'Equazione di Bernoulli

In questo paragrafo consideriamo l'applicazione dell'Equazione di Bernoulli per getti liberi e per flussi interni, o confinati.

**Getti liberi** Si consideri il moto di un liquido da un grande serbatoio come mostrato in Figura 12.9. Un getto di liquido di diametro  $d$  fluisce attraverso l'apertura con una velocità  $w$ . L'applicazione dell'Equazione 12.5 tra le sezioni 1 e 2 della linea di corrente fornisce:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho w_1^2 + \gamma z_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho w_2^2 + \gamma z_2 \quad (12.13)$$

Si sfrutta il fatto che:  $z_1 = h$  e  $z_2 = 0$ , il serbatoio è grande ( $w_1 \approx 0$ ), aperto verso l'atmosfera (pressione relativa  $p_1 = 0$ ) e il flusso fuoriesce come un "getto libero" a pressione atmosferica ( $p_2 = 0$  relativa). Si ottiene così:

$$\gamma h = \frac{1}{2}\rho w^2$$

oppure, dato che  $\gamma = \rho g$

$$w = \sqrt{2 \frac{\gamma h}{\rho}} = \sqrt{2gh} \quad (12.14)$$

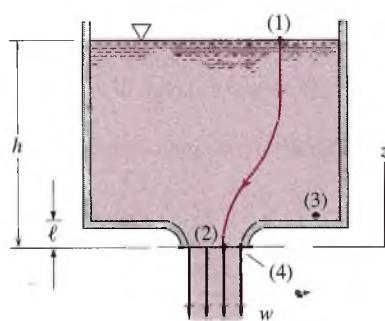


Figura 12.9 Flusso verticale da un serbatoio.

L'Equazione 12.4 può anche essere ottenuta applicando l'Equazione di Bernoulli fra i punti (3) e (4) con  $z_4 = 0$ ,  $z_3 = \ell$ . Inoltre  $w_3 = 0$ , visto che ci troviamo lontani dal foro di uscita, e dalle leggi dell'idrostatica si ottiene  $p_3 = \gamma(h - \ell)$ .

**Flussi interni** In molti casi il fluido è fisicamente confinato all'interno di un dispositivo; pertanto la pressione sul contorno non può essere imposta come è stato fatto per il getto libero nell'esempio precedente. Per le numerose situazioni del genere è necessario usare il bilancio di massa insieme all'Equazione di Bernoulli, come è illustrato nell'esempio seguente.

### ESEMPIO 12.4

### Flusso interno

Dell'acqua scorre, con portata volumetrica  $Q$ , in un condotto che si restringe, come mostrato in Figura E12.4. La differenza fra le pressioni statiche in (1) e (2) è misurata tramite un manometro differenziale a U capovolto contenente olio con un dato peso specifico,  $\gamma_o$ , inferiore a uno. Determinare la lettura del manometro  $h$ , in funzione della portata volumetrica e di altri opportuni parametri.

#### Soluzione

**Elementi noti** L'acqua scorre attraverso un tubo a sezione variabile a cui è collegato un manometro.

**Da determinare** Trovare il valore letto dal manometro in funzione della portata volumetrica.

#### 1 Schema e dati forniti

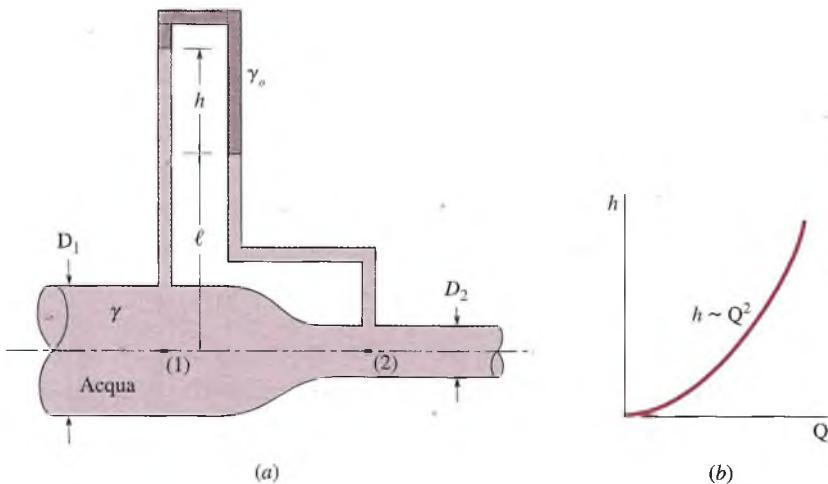


Figura E12.4

#### Ipotesi

- Il flusso è stazionario, non viscoso e incompressibile.
- I punti in cui è collegato il manometro misurano la pressione statica dell'acqua fra le sezioni (1) e (2).
- La velocità dell'acqua è uniforme (flusso monodimensionale) attraverso le sezioni (1) e (2), e  $z_1 = z_2$ .

**Analisi** Con le ipotesi di stazionarietà, non viscosità e incompressibilità del fluido, l'Equazione di Bernoulli può essere scritta per la corrente tra le sezioni (1) e (2), come

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho w_1^2 + \gamma z_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho w_2^2 + \gamma z_2 \quad (1)$$

con le ipotesi 1 e 3 e il bilancio di massa,  $\rho A_1 w_1 = \rho A_2 w_2$ , si ottiene

$$w_1 = (A_2/A_1)w_2 \quad (2)$$

e

$$Q = A_1 w_1 = A_2 w_2$$

Combinando le Equazioni (1) e (2) e notando che  $z_1 = z_2$ , si ottiene

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho w_2^2 [1 - (A_2/A_1)^2] \quad (3)$$

Questa differenza di pressione è misurata dal manometro e può essere determinata utilizzando il legame tra pressione e profondità sviluppato nel Capitolo 11. Pertanto:

$$p_1 - \gamma \ell - \gamma h + \gamma_o \gamma h + \gamma \ell = p_2$$

o

$$p_1 - p_2 = (1 - \gamma_o) \gamma h \quad (4)$$

Le Equazioni 3 e 4 possono essere combinate per ottenere il risultato voluto come di seguito riportato

$$(1 - \gamma_o) \gamma h = \frac{1}{2} \rho w_2^2 \left[ 1 - \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right]$$

o anche, dato che  $w_2 = Q/A_2$  e  $\gamma = \rho g$  e,

$$h = (Q/A_2)^2 \frac{1 - (A_2/A_1)^2}{2g(1 - \gamma_o)}$$

- 1 Vari tipi di misuratori di portata sono basati su un condotto a sezione variabile con geometria simile a quella dell'esempio. Infatti la portata  $Q$  può essere calcolata se si conosce la lettura del manometro. Si osservi che la lettura del manometro è proporzionale al quadrato della portata.

Bernoulli +  
eu. meccanica

224  
377

## 12.6 Equazione dell'energia meccanica

L'Equazione di Bernoulli presa in considerazione nei Paragrafi 12.4 e 12.5 è una forma dell'equazione dell'energia meccanica introdotta nel Paragrafo 7.9. In termini di prevalenza, l'Equazione di Bernoulli afferma che la somma dell'altezza cinetica, dell'altezza geodetica e dell'altezza piezometrica è costante lungo una linea di flusso. Le ipotesi chiave alla base di tale equazione sono: (1) il flusso è non viscoso (privo di attriti), e (2) non ci sono dispositivi meccanici come pompe o turbine all'interno del volume di controllo. Per tener conto di tali effetti si deve applicare l'equazione completa dell'energia meccanica

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{w_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2g} + z_2 + \frac{(\dot{L}_{vc}/\dot{m})}{g} + h_C \quad (7.50b)$$

dove  $h_C$ , la **perdita di carico**, tiene conto della conversione irreversibile di energia meccanica in energia interna dovuta all'attrito. Il termine  $\dot{L}_{vc}$ , che rappresenta la potenza dei dispositivi che trasferiscono l'energia meccanica attraverso il contorno del volume di controllo, può essere espresso come

$$\dot{L}_{vc} = \dot{L}_t - \dot{L}_p$$

dove  $\dot{L}_t$  è la potenza (kW, cv) ottenuta dal volume di controllo tramite una turbina, e  $\dot{L}_p$  è la potenza fornita dalla pompa. A questo punto l'Equazione 7.50b può essere scritta come

$$\boxed{\frac{p_1}{\gamma} + \frac{w_1^2}{2g} + z_1 + h_p - h_c - h_t = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2g} + z_2} \quad (12.15)$$

Dove  $(p_1/\gamma + w_1^2/2g + z_1)$  è la somma dell'altezza piezometrica, dell'altezza geodetica e dell'altezza cinetica all'ingresso del volume di controllo [sezione (1)] e  $(p_2/\gamma + w_2^2/2g + z_2)$  è la somma di queste quantità all'uscita [sezione (2)]. Nell'Equazione 12.15,  $h_p$  è la **prevalenza della pompa** e  $h_t$  è la **prevalenza della turbina**, definite da

$$\boxed{h_p = \frac{\dot{L}_p / \dot{m}}{g} = \frac{\dot{L}_p}{\gamma Q}} \quad (12.16)$$

e

$$\boxed{h_t = \frac{\dot{L}_t / \dot{m}}{g} = \frac{\dot{L}_t}{\gamma Q}} \quad (12.17)$$

dove si è usata la relazione  $\dot{m} = \rho Q$  e  $\gamma = \rho g$ .

La perdita di carico, la prevalenza della pompa e la prevalenza della turbina devono soddisfare il seguente vincolo:

$$h_c \geq 0, h_p \geq 0, h_t \geq 0 \quad (12.18)$$

La perdita di carico è zero se non ci sono effetti dovuti all'attrito all'interno del volume di controllo. La prevalenza della pompa e della turbina sono zero se non ci sono pompe e turbine all'interno del volume di controllo, altrimenti tali quantità devono essere positive. Come si può notare dall'Equazione 12.15, una pompa aggiunge altezza/prevalenza (o energia meccanica) a quella disponibile all'ingresso, mentre sia una turbina sia l'attrito riducono la prevalenza (o energia meccanica) disponibile in uscita.

## 12.7 Applicazione dell'equazione dell'energia meccanica

L'equazione dell'energia meccanica gioca un ruolo importante nella meccanica dei fluidi. Nel Capitolo 14 è utilizzata per lo studio di sistemi di tubi. In questo paragrafo verranno considerati tre esempi introduttivi: il primo di essi prevede il calcolo della perdita di carico in un tubo.

### ESEMPIO 12.5

### Perdita di carico in un tubo

Un fluido incomprimibile scorre in modo stazionario lungo il tubo mostrato in Figura E12.5. Determinare in che direzione fluisce e le perdite di carico per un tratto di tubo lungo 6 metri.

#### Soluzione

**Elementi noti** Due fori per la presa di pressione indicano l'altezza piezometrica nel tubo a diametro costante.

**Da determinare** Determinare la direzione del flusso e le perdite di carico.

**Schema e dati forniti**

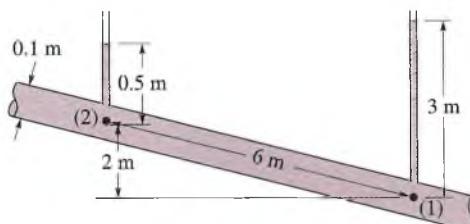


Figura E12.5

#### Ipotesi

1. Il flusso è stazionario e il fluido incomprimibile.
2. Il diametro del tubo è costante.
3. I due tubi verticali indicano le pressioni  $p_1$  e  $p_2$ .
4. Non ci sono pompe o turbine nel tratto di tubo in esame.

**Analisi** La direzione del flusso può essere determinata tenendo conto di quale direzione (a salire o a scendere) darà una perdita di carico positiva. Non è infatti possibile avere perdite di carico negative. Quindi si ipotizza che il fluido risalga la tubatura e si utilizza l'equazione dell'energia meccanica per determinare  $h_C$ . Dall'Equazione 12.15

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{w_1^2}{2g} + z_1 + h_p - h_C - h_t = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2g} + z_2 \quad (1)$$

dove  $h_p = h_t = 0$  perché non ci sono pompe o turbine. Se le sezioni di passaggio  $A_1$  e  $A_2$  rimangono costanti e il fluido è considerato incomprimibile, la conservazione della portata massica indica che  $w_1 = w_2$ . Quindi, l'Equazione (1) si riduce a

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 - h_C = \frac{p_2}{\gamma} + z_2$$

dove  $p_1/\gamma = 3 \text{ m}$ ,  $p_2/\gamma = 0.5 \text{ m}$ ,  $z_1 = 0$  e  $z_2 = 2 \text{ m}$ , e quindi

$$h_C = 0.5 \text{ m}$$

①

Dato che le perdite di carico sono positive il fluido risale nel tubo come ipotizzato.

- ① Se si fosse ipotizzato che il flusso fosse discendente lungo la tubatura, avremmo ottenuto  $h_C = -0.5 \text{ m}$ , che è impossibile in quanto viola il Secondo Principio della Termodinamica.

Nei due seguenti esempi pompe e turbine giocano un ruolo importante nella dinamica del fluido.

#### Turbina idroelettrica

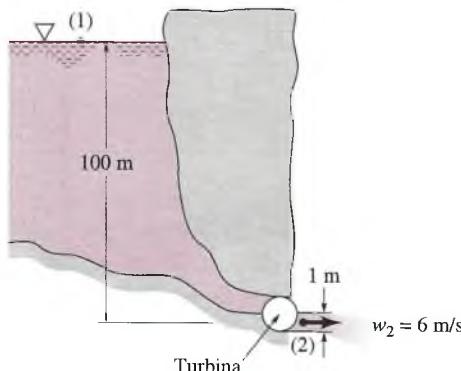
#### ESEMPIO 12.6

Determinare la massima potenza ottenibile dalla turbina idroelettrica mostrata in Figura E12.6.

#### Soluzione

**Elementi noti** Dell'acqua scorre da un lago a una turbina in condizioni note.

**Da determinare** Determinare la massima potenza che la turbina può ottenere dall'acqua.

*Schema e dati forniti***Figura E12.6***Ipotesi*

1. Il flusso è stazionario e il fluido incomprimibile, con  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ .
2. Nel punto (1) la velocità è praticamente zero perché la superficie è molto ampia e la pressione è quella atmosferica.
3. Nel punto (2) l'acqua esce a una certa velocità e come getto libero a pressione atmosferica.

**Analisi** La potenza uscente dalla turbina  $\dot{L}_t$  può essere ricavata dall'Equazione 12.17 come

$$\dot{L}_t = \gamma Q h_t \quad (1)$$

dove, dai dati forniti, la portata volumetrica risulta

$$Q = A_2 w_2 = \pi(1 \text{ m})^2(6 \text{ m/s})/4 = 4.72 \text{ m}^3/\text{s} \quad (2)$$

La prevalenza della turbina può essere ottenuta dall'Equazione 12.15, cioè

$$h_t = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{w_1^2}{2g} + z_1 - \frac{p_2}{\gamma} - \frac{w_2^2}{2g} - z_2 - h_C \quad (3)$$

Dalle ipotesi 2 e 3 risulta che  $p_1 = p_2$  e  $w_1 = 0$ . Quindi, con  $z_2 = 0$  (arbitrario) e  $z_1 = 100 \text{ m}$ , l'Equazione (3) diventa

$$\begin{aligned} h_t &= z_1 - \frac{w_2^2}{2g} - h_C = 100 \text{ m} - \frac{(6 \text{ m/s})^2}{2(9.81 \text{ m/s}^2)} - h_C \\ &= 98.2 \text{ m} - h_C \end{aligned} \quad (4)$$

Per la portata volumetrica data, la massima potenza ottenibile corrisponde con la massima prevalenza in turbina. Dall'Equazione (4) risulta chiaramente che questo accade quando non ci sono perdite di carico ( $h_C = 0$ ). Quindi,  $h_t = 98.2 \text{ m}$  e la massima potenza ottenibile è

$$\dot{L}_t = \gamma Q h_t = 9.80 \times 10^3 \text{ N/m}^3 (4.72 \text{ m}^3/\text{s})(98.2 \text{ m})$$

$$= 4.54 \times 10^6 \text{ N}\cdot\text{m/s} \left| \frac{1 \text{ kW}}{10^3 \text{ N}\cdot\text{m/s}} \right|$$

o

$$\dot{L}_t = 4.54 \times 10^3 \text{ kW}$$

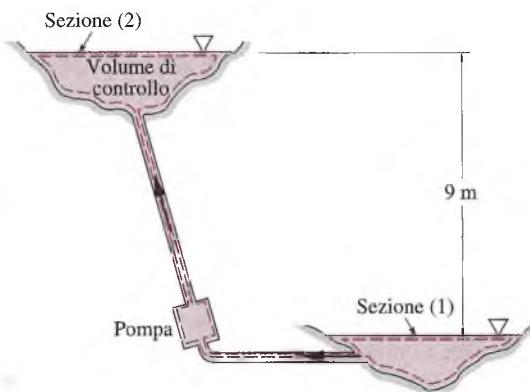
**Perdite di carico in un impianto di pompaggio.****ESEMPIO 12.7**

La pompa mostrata in Figura E12.7 cede 10 cv (7.5 kW) all'acqua pompanola con una portata  $Q = 55 \text{ l/s}$  dal bacino di valle a quello di monte. La differenza di quota tra i due bacini è di 9 m. Determinare le perdite di carico in m e in kW.

**Soluzione**

**Elementi noti** Sono note la potenza della pompa, la differenza di quota e la portata volumetrica.

**Dati determinare** Determinare le perdite di carico.

**Schema e dati forniti****Figura E12.7****Ipotesi**

- 1 Il flusso è stazionario e incomprimibile.
- 2 In corrispondenza di ciascuna superficie la pressione è atmosferica. Inoltre la velocità dell'acqua al pelo libero è praticamente zero perché la superficie è molto ampia.

**Analisi** Le perdite di carico possono essere ottenute dall'Equazione 12.15 come

$$h_C = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + z_1 - z_2 + h_p \quad (1)$$

Nel diagramma, per l'ipotesi 2, i primi due termini a destra si cancellano. Inoltre, imponendo  $z_1 = 0$  (arbitrariamente),  $z_2$  risulta uguale a 9 m. Il carico della pompa può essere ottenuto dall'Equazione 12.16 come

$$h_p = 7.5 \text{ kNm/s} / (9800 \text{ N/m}^3)(0.055 \text{ m}^3/\text{s}) = 13.9147 \text{ m}$$

Quindi l'Equazione (1) fornisce

$$h_C = 0 + 0 + 0 - 9 + 13.9147 = 4.9147 \text{ m}$$

In questo caso, una porzione della potenza immessa (13.91 m di altezza) è necessaria per innalzare la quota dell'acqua (9 m di altezza), e una porzione è necessaria per compensare le perdite di carico (4.91 m di altezza). Se espressa in termini di potenza, la perdita di carico è

$$\gamma Q h_C = (9800 \text{ N/m}^3)(0.055 \text{ m}^3/\text{s})(4.9147 \text{ m}) = 2.65 \text{ kW}$$

- 1 La porzione di potenza entrante di 2.6 kW viene irreversibilmente convertita in energia interna. I rimanenti  $7.50 \text{ kW} - 2.65 \text{ kW} = 4.85 \text{ kW}$  che la pompa fornisce all'acqua sono utilizzati per portarla dal bacino di valle a quello di monte, e questa energia meccanica è immagazzinata come energia potenziale.

## 12.8 Flusso comprimibile

In molte applicazioni di ambito ingegneristico, i gas si muovono a velocità relativamente elevate e subiscono variazioni apprezzabili della densità. I flussi attraverso gli ugelli e i diffusori nei motori a getto ne sono importanti esempi, così come vari casi di moto attraverso le gallerie del vento, i tubi per onde d'urto (*shock tubes*) e gli iniettori di vapore. Tali flussi sono **flussi comprimibili**. In questo paragrafo si introducono alcuni principi che consentono di analizzare i moti comprimibili.

### 12.8.1 Velocità del suono e numero di Mach

Un'onda sonora è un piccolo disturbo di pressione che si propaga attraverso un gas, un liquido o un solido a una velocità  $c$  che dipende dalle proprietà del mezzo. In questo paragrafo si ricaveranno delle espressioni che mettono in relazione la velocità del suono, o velocità sonica, con altre proprietà. La velocità del suono è una proprietà importante nello studio dei flussi comprimibili.

**Modello delle onde di pressione** La Figura 12.10a mostra un'onda di pressione che si muove verso destra con una velocità di ampiezza  $c$ . L'onda è generata da un piccolo spostamento di un pistone. Come indicato nella figura, la pressione, la densità e la temperatura della regione a sinistra del punto di partenza dell'onda sono diversi dai corrispondenti valori del fluido indisturbato a destra dell'onda, che sono indicati semplicemente con  $p$ ,  $\rho$  e  $T$ . Dopo il passaggio dell'onda, il fluido alla sua sinistra si trova in moto stazionario con una velocità  $\Delta w$ .

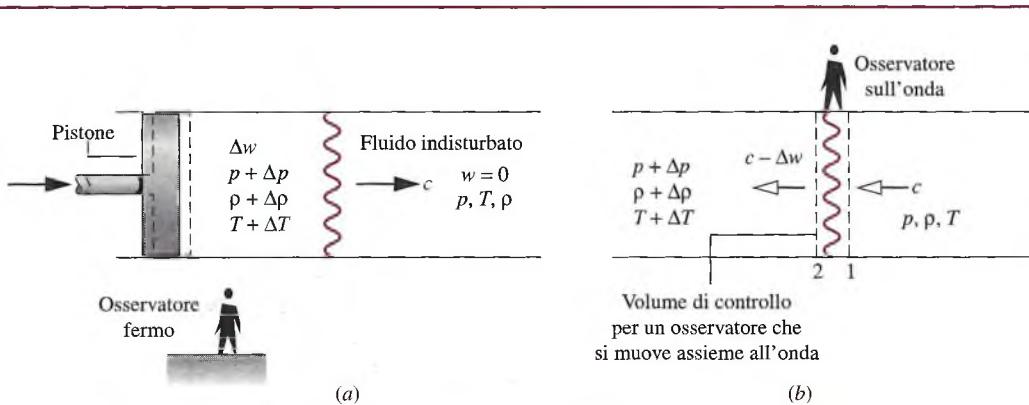
La Figura 12.10a mostra l'onda dal punto di vista di un osservatore fisso, ma è più semplice analizzare la situazione dal punto di vista di un osservatore fermo rispetto all'onda, come mostrato in Figura 12.10b. Adottando tale punto di vista, si può applicare un'analisi stazionaria al volume di controllo identificato in figura. Il fluido sembra, per un osservatore fermo rispetto all'onda, muoversi verso l'onda stazionaria dalla destra con velocità  $c$ , pressione  $p$ , densità  $\rho$  e temperatura  $T$ , e allontanarsi a sinistra con velocità  $c - \Delta w$ , pressione  $p + \Delta p$ , densità  $\rho + \Delta \rho$  e temperatura  $T + \Delta T$ .

In condizioni stazionarie, il principio di conservazione della massa per il volume di controllo si riduce a  $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$ , o

$$\rho A c = (\rho + \Delta \rho) A (c - \Delta w)$$

Riordinando si ha

$$0 = c \Delta \rho - \rho \Delta w - \cancel{\Delta \rho \Delta w}^0 \quad (12.19)$$



**Figura 12.10** Propagazione di un'onda sonora. (a) Propagazione di un'onda di pressione attraverso un fluido in quiete, rispetto a un osservatore fermo. (b) Osservatore fermo rispetto all'onda (solidale con l'onda).

Se il disturbo è piccolo, si può trascurare il terzo termine sulla destra dell'Equazione 12.19; così rimane

$$\Delta w = (c/\rho) \Delta \rho \quad (12.20)$$

Inoltre, si applica al volume di controllo l'equazione Equazione 12.4 della quantità di moto. Poiché lo spessore dell'onda è piccolo, le forze di taglio sono trascurabili, così come si può ignorare l'effetto della gravità. Quindi, le uniche forze significative agenti nella direzione del flusso sono quelle dovute alla pressione all'ingresso e all'uscita. Con tali ipotesi, la componente della quantità di moto nella direzione del moto si riduce a

$$\begin{aligned} pA - (p + \Delta p)A &= \dot{m}(c - \Delta w) - \dot{m}c \\ &= \dot{m}(c - \Delta w - c) \\ &= (\rho A c)(-\Delta w) \end{aligned}$$

o

$$\Delta p = \rho c \Delta w \quad (12.21)$$

Combinando le Equazioni 12.20 e 12.21 e risolvendo rispetto a  $c$  si ottiene

$$c = \sqrt{\frac{\Delta p}{\Delta \rho}} \quad (12.22)$$

**Onde sonore** Per tutte le onde sonore, tra cui gli assai rumorosi suoni dei motori a getto e dei gruppi rock, le differenze di pressione, densità e temperatura lungo l'onda sono relativamente piccole. In particolare  $\Delta \rho \ll \rho$ , il che giustifica l'aver trascurato il terzo termine nell'Equazione 12.19. Inoltre, il rapporto  $\Delta p/\Delta \rho$  nell'Equazione 12.22 può essere interpretato come la derivata della pressione rispetto alla densità attraverso l'onda. Gli esperimenti indicano che la relazione tra la pressione e la densità lungo un'onda sonora è pressoché isoentropica. L'espressione per la **velocità del suono** diviene allora

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s} \quad (12.23a)$$

o, in funzione del volume specifico,

$$c = \sqrt{-v^2 \left(\frac{\partial p}{\partial v}\right)_s} \quad (12.23b)$$

La velocità del suono è una proprietà intensiva il cui valore dipende dallo stato del mezzo attraverso cui il suono si propaga e, sebbene si sia ipotizzato che il suono si propaghi isoentropicamente, il mezzo in sé può compiere qualsiasi processo.

Si applichi ora l'Equazione 12.23b per determinare la velocità del suono in un caso speciale che sarà utilizzato frequentemente nel Paragrafo 12.10: un gas ideale con calore specifico costante. In tale caso, la relazione tra la pressione e il volume specifico a entropia costante è  $p v^k = \text{costante}$ , dove  $k$  è il rapporto tra i calori specifici (Paragrafo 7.6.2). Per cui  $(\partial p / \partial v)_s = kp/v$  e l'Equazione 12.23b fornisce  $c = \sqrt{kpv}$ . Combinando con l'equazione di stato dei gas ideali si ottiene

$$c = \sqrt{kRT} \quad (\text{gas ideale}) \quad (12.24)$$

**Per esempio...** Per illustrare l'applicazione dell'Equazione 12.24, si calcoli la velocità del suono in aria a 300 K (540 °R) e 650 K (1170 °R). Dalla Tabella T-10 a 300 K risulta  $k = c_p/c_v = 1.4$ , per cui

$$c = \sqrt{1.4 \left( \frac{8314 \text{ N}\cdot\text{m}}{28.97 \text{ kg}\cdot\text{K}} \right) (300 \text{ K}) \left| \frac{1 \text{ kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2}{1 \text{ N}} \right|} = 347 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left( 1138 \frac{\text{ft}}{\text{s}} \right)$$

A 650 K, si ha  $k = 1.37$  e  $c = 506 \text{ m/s}$  (1660 ft/s), come si può facilmente verificare.

**Numero di Mach** Nella trattazione seguente il rapporto tra la velocità  $w$  di un fluido che fluisce in un certo stato fisico e il valore della velocità sonica  $c$  nello stesso stato. Tale rapporto adimensionale è detto **numero di mach M**

$$M = \frac{w}{c} \quad (12.25)$$

Quando  $M > 1$ , il flusso è detto **supersonico**, mentre se  $M < 1$  il moto è **subsonico** e quando  $M = 1$  il flusso è sonico. Il termine *ipersonico* è utilizzato invece per flussi con numeri di Mach molto superiori a uno e il termine *transonico* per moti il cui numero di Mach è vicino all'unità.

### 12.8.2 Proprietà di ristagno

Quando si ha a che fare con flussi comprimibili, è spesso conveniente lavorare con proprietà valutate in uno stato di riferimento noto come **stato di ristagno**. Come discusso nel Paragrafo 12.4.2 lo stato di ristagno è lo stato che un fluido raggiunge se decelerato fino a velocità nulla. In un moto comprimibile, si può pensare che ciò accada isoentropicamente (non ci sono attriti e scambio di calore) in un diffusore che opera in regime stazionario. Da un bilancio energetico applicato a tale diffusore si può concludere che l'entalpia nello stato di ristagno associato a uno stato reale, in un flusso in cui l'entalpia specifica è  $h$ , è data da

$$h_o = h + \frac{w^2}{2} \quad (12.26)$$

L'entalpia indicata con  $h_o$  è detta **entalpia di ristagno**, mentre la pressione  $p_o$  e la temperatura  $T_o$  sono dette rispettivamente **pressione di ristagno** e **temperatura di ristagno**.

## 12.9 Flusso monodimensionale stazionario in ugelli e diffusori

Ancorché il flusso comprimibile coinvolga un gran numero di importanti applicazioni nel settore dell'ingegneria, il resto di questa presentazione riguarda solo il flusso attraverso ugelli e diffusori. Per l'analisi di altri settori di applicazione si consiglia di consultare testi specifici di fluidodinamica comprimibile.

Nel presente paragrafo si determinano le forme richieste dagli ugelli e diffusori per il flusso supersonico e subsonico. Ciò viene fatto usando i principi di conservazione della massa, dell'energia, della quantità di moto e l'entropia, insieme con le relazioni tra le proprietà. Lo studio del flusso attraverso gli ugelli è influenzato dalle variazioni delle condizioni in uscita. La presentazione si conclude con un'analisi degli urti normali, che si possono verificare nei flussi supersonici.

### 12.9.1 Effetti della variazione di area in flussi subsonici e supersonici

L'obiettivo di questo paragrafo è quello di stabilire i criteri per determinare se un ugello o diffusore debba avere forma convergente, divergente o convergente-divergente. Questa operazione viene eseguita utilizzando le equazioni differenziali relative alle variabili principali che si ottengono utilizzando bilanci di massa e bilanci energetici insieme con le relazioni tra proprietà, come fatto nel seguito.

**Equazioni differenziali che governano il problema** Consideriamo un volume di controllo che racchiude un ugello o diffusore, come mostrato nelle Figure 5.4 e 5.5. In stato stazionario, la portata massica è costante, cioè

$$\rho A w = \text{costante}$$

In forma differenziale

$$d(\rho A w) = 0$$

$$Aw d\rho + \rho Adw + \rho w dA = 0$$

o, dividendo ciascun termine per  $\rho A w$ ,

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dw}{w} + \frac{dA}{A} = 0 \quad (12.27)$$

Supponendo  $\dot{Q}_{vc} = \dot{L}_{vc} = 0$  e che siano trascurabili gli effetti dell'energia potenziale, il bilancio energetico nell'unità di tempo (Equazione 5.11b) si riduce a

$$h_2 + \frac{w_2^2}{2} = h_1 + \frac{w_1^2}{2}$$

Introducendo l'Equazione 12.26 ne consegue che le entalpie di ristagno negli stati 1 e 2 sono uguali:  $h_{o1} = h_{o2}$ .

Dal momento che ogni stato a valle dell'ingresso può essere considerato come lo stato 2, la seguente relazione tra l'entalpia specifica e l'energia cinetica deve essere soddisfatta in ogni stato:

$$h + \frac{w^2}{2} = h_{o1} \quad (\text{costante})$$

In forma differenziale questa diventa

$$dh = -w dw \quad (12.28)$$

Questa equazione mostra che quando la pressione aumenta (diminuisce) nella direzione del flusso, l'entalpia specifica deve diminuire (aumentare) nella direzione del flusso e viceversa.

In aggiunta alle Equazioni 12.27 e 12.28, che esprimono la conservazione della massa e dell'energia, si devono prendere in considerazione anche relazioni tra le proprietà (Equazione 7.8b)

$$T ds^0 = dh - \frac{dp}{\rho}$$

che si riduce a

$$dh = \frac{1}{\rho} dp \quad (12.29)$$

Tale equazione mostra che quando la pressione aumenta o diminuisce nella direzione del flusso, l'entalpia specifica cambia nella stessa maniera.

Calcolando il differenziale della relazione tra proprietà  $p = p(\rho, s)$

$$dp = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s d\rho + \left( \frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho ds^0$$

Il secondo termine si annulla nel flusso isoentropico. Introducendo l'Equazione 12.23a si ha

$$dp = c^2 d\rho \quad (12.30)$$

che mostra che, quando la pressione aumenta o diminuisce nella direzione del flusso, la densità cambia allo stesso modo.

Conclusioni aggiuntive possono essere ottenute combinando le precedenti equazioni differenziali. Combinando l'Equazione 12.28 e la 12.29 risulta

$$\frac{1}{\rho} dp = -w dw \quad (12.31)$$

che mostra che, se la velocità aumenta (diminuisce) nella direzione del flusso, la pressione deve diminuire (aumentare) nella direzione del flusso, e viceversa.

Eliminando  $dp$  dalle Equazioni 12.30 e 12.31 e combinando i risultati con l'Equazione 12.27 si ottiene

$$\frac{dA}{A} = -\frac{dw}{w} \left[ 1 - \left( \frac{w}{c} \right)^2 \right]$$

o con il *numero di Mach*  $M$

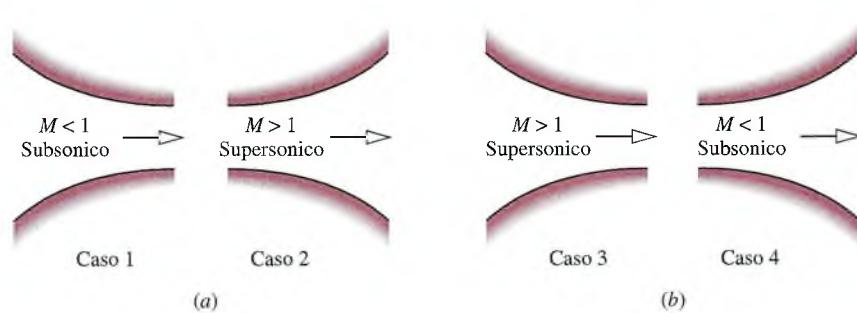
$$\boxed{\frac{dA}{A} = -\frac{dw}{w} (1 - M^2)} \quad (12.32)$$

**Variazioni dell'area con la velocità** L'Equazione 12.32 mostra come l'area deve variare al variare della velocità. Possono essere individuati i seguenti quattro casi.

- Caso 1** Ugello subsonico.  $dw > 0, M < 1 \Rightarrow dA < 0$ : il condotto converge nella direzione del flusso.
- Caso 2** Ugello supersonico.  $dw > 0, M > 1 \Rightarrow dA > 0$ : il condotto diverge nella direzione del flusso.
- Caso 3** Diffusore supersonico.  $dw < 0, M > 1 \Rightarrow dA < 0$ : il condotto converge nella direzione del flusso.
- Caso 4** Diffusore subsonico.  $dw < 0, M < 1 \Rightarrow dA > 0$ : il condotto diverge nella direzione del flusso.

Le conclusioni precedenti riguardanti la natura del flusso negli ugelli e diffusori subsonici e supersonici sono schematizzate in Figura 12.11. Dalla Figura 12.11a, si osserva che, per accelerare un fluido con flusso subsonico, è necessario un ugello convergente, ma una volta che si raggiunge il valore di  $M = 1$ , un'ulteriore accelerazione può avvenire solo in un ugello divergente. Dalla Figura 12.11b, è evidente che è necessario un diffusore convergente per rallentare un fluido che scorre in regime supersonico, ma una volta che  $M = 1$ , un'ulteriore decelerazione può avvenire solo in un diffusore divergente. Questi risultati suggeriscono che si può avere un numero di Mach pari a uno solo nel punto in cui un ugello o diffusore hanno la minima sezione trasversale. Tale posizione corrispondente alla minima area trasversale è detta **sezione di gola**.

Le analisi di questo paragrafo non hanno richiesto la scrittura di un'equazione di stato; quindi, le conclusioni valgono per tutti i gas. Inoltre, anche se le conclusioni sono state



**Figura 12.11** Effetti della variazione di area sui flussi subsonici e supersonici. (a) Ugelli:  $w$  aumenta;  $h$ ,  $p$  e  $\rho$  diminuiscono. (b) Diffusori:  $w$  diminuisce;  $h$ ,  $p$  e  $\rho$  aumentano.

ottenute nell'ipotesi di flusso isoentropico attraverso ugelli e diffusori, sono almeno qualitativamente valide per i flussi reali, perché il flusso attraverso ugelli e diffusori ben progettati è quasi isoentropico. Nella pratica si possono ottenere efficienze isoentropiche di ugello (Paragrafo 7.7) di oltre il 95%.

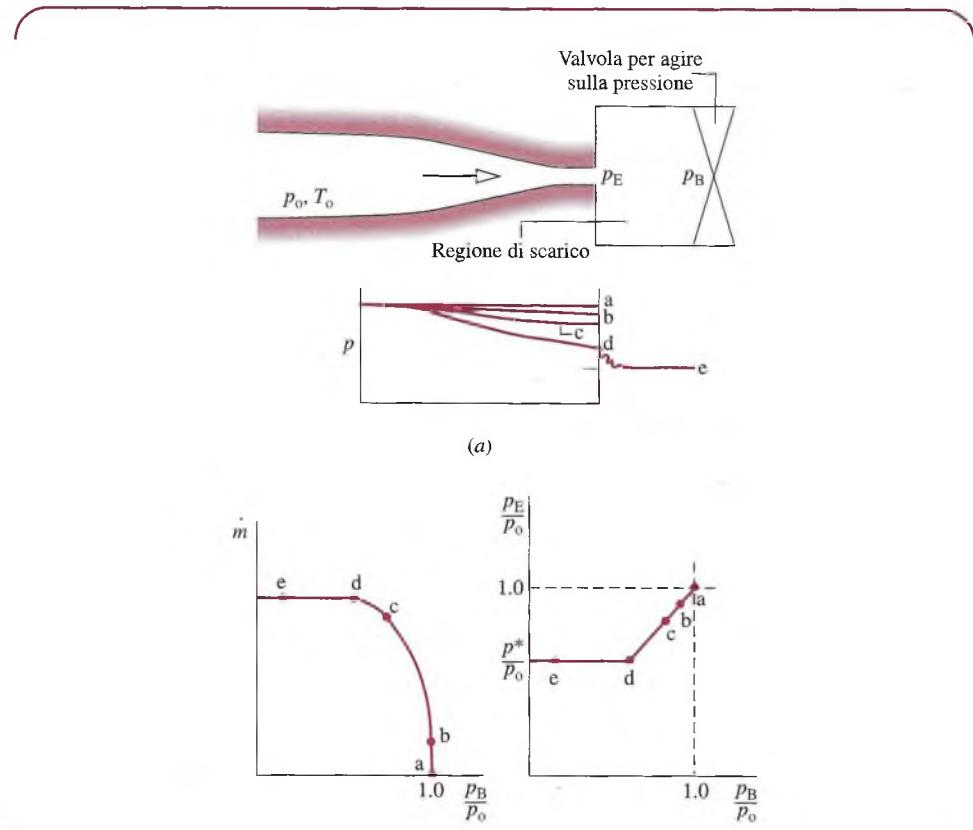
### 12.9.2 Effetti della contropressione sulla portata massica

In questo paragrafo si analizza l'effetto del variare della contropressione sulla variazione della portata massica attraverso gli ugelli. La **contropressione** è la pressione nella regione di scarico al di fuori dell'ugello. Il caso di ugelli convergenti è analizzato per primo, poi sono analizzati gli ugelli convergenti-divergenti.

**Ugelli convergenti** La Figura 12.12 mostra un condotto convergente con condizioni di ristagno in ingresso, con scarico in una regione in cui la contropressione  $p_B$  può essere variata. Per la serie di casi indicati con la lettera  $e$ , analizziamo come la portata massica  $\dot{m}$  e la pressione di uscita dell'ugello  $p_E$  varino al diminuire della contropressione pur mantenendo fisse le condizioni di ingresso.

Quando  $p_B = p_E = p_0$ , non vi è flusso, quindi  $\dot{m} = 0$ . Ciò corrisponde al caso *a* di Figura 12.12. Se la contropressione  $p_B$  viene diminuita, come nei casi *b* e *c*, ci sarà flusso attraverso l'ugello. Finché il flusso è subsonico in uscita, le informazioni relative alle variazioni delle condizioni della regione di scarico possono essere trasmesse controcorrente. Diminuzioni della contropressione quindi portano a una maggiore portata massica e a nuove variazioni di pressione all'interno dell'ugello. In ogni caso, la velocità è subsonica in tutto l'ugello e la pressione in uscita è uguale alla contropressione. All'uscita il Numero di Mach aumenta al diminuire di  $p_B$ , fino a raggiungere, all'uscita dell'ugello, un numero di Mach pari a 1. La pressione corrispondente è indicata con  $p^*$ , detta *pressione critica*. Questo caso è rappresentato dal punto *d* in Figura 12.12.

Ricordando che il numero di Mach non può essere maggiore di uno in una sezione convergente, consideriamo cosa succede quando la contropressione è ulteriormente ridotta a un valore inferiore a  $p^*$ , come rappresentato dal punto *e*. Poiché la velocità all'uscita è pari alla velocità del suono, le informazioni sul variare delle condizioni nella regione di scarico non possono più essere trasmesse controcorrente. Di conseguenza, la riduzione di  $p_B$  al di sotto di  $p^*$  non ha alcun effetto sulle condizioni del flusso nell'ugello. Né la variazione di pressione all'interno dell'ugello né la portata massica sono influenzate. In queste condizioni, l'ugello è detto **strozzato**. Quando un ugello è strozzato, la portata massica è la massima possibile per le condizioni di ristagno. Per  $p_B$  inferiore a  $p^*$ , il flusso si espanderà al di fuori dell'ugello in modo che corrisponda alla contropressione più bassa, come mo-

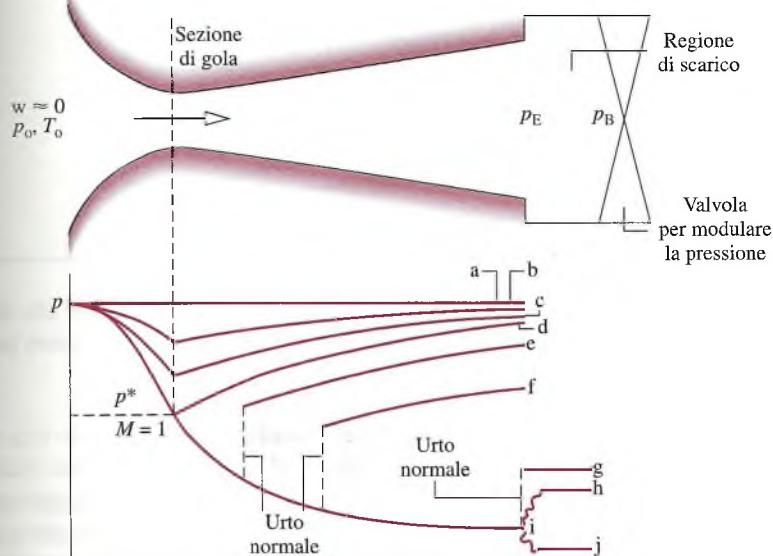


**Figura 12.12** Effetto della contropressione sulle condizioni operative di un ugello convergente.

strato dal caso *e* della Figura 12.12. La variazione di pressione all'esterno dell'ugello non può essere prevista utilizzando il modello di flusso monodimensionale.

**Ugelli convergenti-divergenti** La Figura 12.13 illustra gli effetti delle variazioni della contropressione su un ugello convergente-divergente. Nel seguito si analizza la serie di casi da *a* a *j*.

- In una prima fase si analizzano i casi indicati con *a*, *b*, *c* e *d*. Il caso *a* corrisponde a  $p_B = p_E = p_0$ , cioè non vi è alcun flusso. Quando la contropressione è leggermente inferiore a  $p_0$  (caso *b*), vi è una certa portata, e il flusso è subsonico in tutto l'ugello. In conformità con la discussione della Figura 12.11, la velocità massima e la pressione più bassa si verificano nella sezione di gola, e la parte divergente agisce come un diffusore in cui la pressione aumenta e la velocità diminuisce in direzione del flusso. Se la contropressione è ulteriormente ridotta, come nel caso *c*, la portata massica e la velocità nella sezione di gola sono maggiori rispetto a prima. Inoltre, il flusso rimane subsonico ovunque e qualitativamente simile al caso *b*. Se la contropressione è ulteriormente ridotta, il numero di Mach in gola aumenta, e si raggiunge un numero di Mach pari a 1 (caso *d*). Come prima, la velocità massima e la pressione più bassa si verificano in gola, e il tratto divergente rimane un diffusore subsonico. Tuttavia, poiché la velocità critica è sonica, l'ugello è ormai **strozzato**: la portata massica massima è stata raggiunta per le condizioni di ristagno date. Ulteriori riduzioni della contropressione non possono tradursi in un aumento della portata massica.
- Quando la contropressione è ridotta al di sotto di quella corrispondente al caso *d*, il flusso attraverso la parte convergente e nella sezione di gola rimane invariato. Le condizioni all'interno della parte divergente possono essere tuttavia alterate, come mostrano nei casi *e*, *f*, e *g*. Nel caso *e*, il fluido che passa nella sezione di gola continua a espandersi e diventa supersonico nel tratto divergente appena a valle della sezione di gola, ma in una certa posizione si verifica un brusco cambiamento nelle proprietà. Tale fenomeno



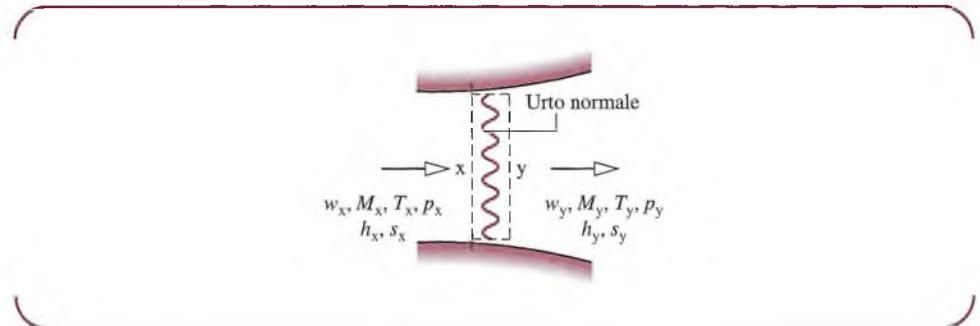
**Figura 12.13** Effetto della contropressione sulle condizioni operative di un ugello convergente-divergente.

viene detto **urto normale** e vi è un aumento rapido e irreversibile della pressione, accompagnato da una rapida diminuzione del flusso da supersonico a subsonico. A valle dell'urto, la parte divergente del condotto si comporta come un diffusore subsonico in cui il fluido continua a rallentare e la pressione aumenta fino a corrispondere alla contropressione imposta all'uscita. Se la contropressione si riduce ulteriormente (caso *f*), la posizione dell'urto si sposta a valle, ma qualitativamente il flusso rimane lo stesso del caso *e*. Con ulteriori riduzioni di pressione, la posizione dell'urto si sposta più a valle della sezione di gola fino all'uscita (caso *g*). In questo caso, il flusso è isoentropico in tutto l'ugello, con flusso subsonico nella parte convergente,  $M = 1$  alla strozzatura, e flusso supersonico nel tratto divergente. Dato che il fluido, lasciando l'ugello, passa attraverso un urto, è subsonico appena a valle della sezione di uscita.

- Infine, si devono considerare i casi *h*, *i* e *j*, in cui la contropressione è inferiore a quella corrispondente al caso *g*. In ognuno di questi casi, il flusso attraverso l'ugello non ne è influenzato. L'adeguamento alle variazioni della contropressione si verifica al di fuori dell'ugello. Nel caso *h*, la pressione diminuisce continuamente mentre il fluido si espande isoentropicamente attraverso l'ugello e poi aumenta fino al valore della contropressione fuori dall'ugello. La compressione che si verifica al di fuori dell'ugello comporta onde d'urto oblique. Nel caso *i*, il fluido si espande isoentropicamente fino alla contropressione e non si verificano urti all'interno o all'esterno dell'ugello. Nel caso *j*, il fluido si espande isoentropicamente attraverso l'ugello e quindi si espande fuori dall'ugello fino alla contropressione attraverso onde di espansione oblique. Una volta che si raggiunge la condizione per cui  $M = 1$  in corrispondenza della sezione di gola, la portata massica è fissa al valore massimo per le date condizioni di stagnazione, e quindi la portata massica è la stessa per la contropressione corrispondente ai casi da *d* a *j*. Le variazioni di pressione al di fuori dell'ugello che coinvolgono onde oblique non possono essere previste con il modello di flusso monodimensionale.

### 12.9.3 Flusso attraverso un urto normale

Si è visto che, in determinate condizioni, un cambiamento rapido e brusco dello stato del fluido, detto urto, ha luogo nella parte divergente di un ugello supersonico. In un urto *nor-*



**Figura 12.14** Volume di controllo che racchiude un urto normale.

male, tale cambiamento dello stato si verifica su un piano perpendicolare alla direzione del flusso. L'obiettivo della presente trattazione è quello di sviluppare i mezzi per determinare il cambiamento di stato in un urto normale.

**Modello per gli urti normali** Un volume di controllo che racchiude un urto normale è mostrato in Figura 12.14. Si presume che il volume di controllo sia in stato stazionario, con  $\dot{L}_{vc} = 0$ ,  $\dot{Q}_{vc} = 0$  e con effetti trascurabili dell'energia potenziale. Lo spessore della zona dell'urto è molto piccolo (dell'ordine di  $10^{-5}$  cm), pertanto non vi è alcun cambiamento significativo nella zona a cavallo dell'urto, anche se esso può verificarsi in un passaggio divergente, e le forze che agiscono contro la parete possono essere trascurate rispetto alle forze di pressione che agiscono nelle posizioni a monte e a valle indicate con x e y rispettivamente. Gli stati a monte e a valle sono legati dalle seguenti equazioni

Massa:

$$\rho_x w_x = \rho_y w_y \quad (12.33)$$

Energia:

$$h_x + \frac{w_x^2}{2} = h_y + \frac{w_y^2}{2} \quad (12.34a)$$

O

$$h_{ox} = h_{oy} \quad (12.34b)$$

Quantità di moto:

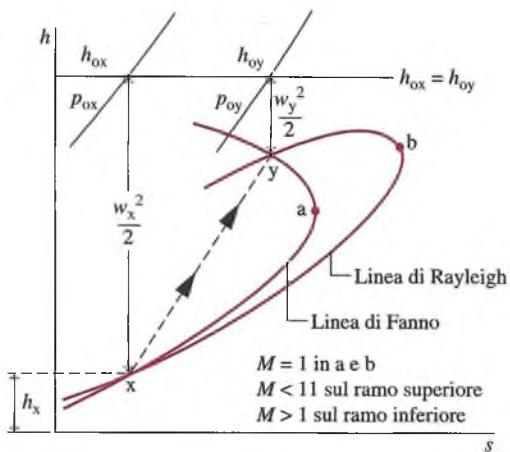
$$p_x - p_y = \rho_y w_y^2 - \rho_x w_x^2 \quad (12.35)$$

Entropia:

$$s_y - s_x = \dot{\sigma}_{vc}/\dot{m} \quad (12.36)$$

Le Equazioni 12.33, 12.34 e 12.35, combinate con le relazioni delle proprietà per il particolare fluido preso in esame, consentono di ottenere le condizioni a valle sulla base di specifiche condizioni a monte. L'Equazione 12.36, che corrisponde all'Equazione 7.30, porta all'importante conclusione che lo stato a valle *deve* avere maggiore entropia specifica rispetto allo stato a monte, ovvero  $s_y > s_x$ .

**Linee di Fanno e di Rayleigh** Le equazioni della massa e dell'energia, Equazioni 12.33 e 12.34, possono essere combinate con le relazioni tra le proprietà del particolare fluido per ottenere un'equazione che, disegnata su un diagramma  $h-s$ , è detta **linea di Fanno**. Allo stesso modo, le equazioni della massa e della quantità di moto, Equazioni 12.33 e 12.35, possono essere combinate per dare un'equazione che, disegnata su un diagramma  $h-s$ , è chiamata **linea di Rayleigh**. Le linee di Fanno e di Rayleigh sono riportate su un diagramma in coordinate  $h-s$  in Figura 12.15. Si può dimostrare che il punto di massima entropia in ciascuna linea, punti a e b, corrisponde a  $M = 1$ . È inoltre possibile dimostrare



**Figura 12.15** Punti di intersezione delle linee di Fanno e di Rayleigh: soluzione dell'equazione dell'urto normale.

che le parti superiore e inferiore di ogni linea corrispondono, rispettivamente, alla velocità subsonica e supersonica.

Lo stato a valle  $y$  deve soddisfare contemporaneamente le equazioni della massa, dell'energia, e della quantità di moto, e quindi tale stato  $y$  è determinato dall'intersezione delle linee di Fanno e di Rayleigh che passano attraverso lo stato  $x$ . Poiché  $s_y > s_x$ , si può concludere che il flusso attraverso l'urto non può che passare da  $x$  a  $y$ . Di conseguenza, la velocità passa da supersonica prima dell'urto ( $M_x > 1$ ) a subsonica dopo l'urto ( $M_y < 1$ ). Questa conclusione è coerente con la discussione dei casi  $e$ ,  $f$  e  $g$  in Figura 12.13. Un aumento significativo della pressione attraverso l'urto accompagna una diminuzione della velocità. La Figura 12.15 individua anche gli stati di ristagno a monte e a valle dell'urto. L'entalpia di ristagno non cambia lungo l'urto, ma vi è una marcata riduzione della pressione di ristagno associata al processo irreversibile che si verifica nella regione di urto normale.

## 12.10 Flusso di gas ideali con calore specifico costante in ugelli e diffusori

La trattazione del flusso attraverso ugelli e diffusori presentata nel Paragrafo 12.9 non comporta alcuna restrizione riguardante l'equazione di stato e, di conseguenza, i risultati ottenuti assumono valore generale. Concentriamo ora l'attenzione sui gas ideali caratterizzati da calore specifico costante. Questo è possibile per molti problemi in campo pratico meriti flussi attraverso ugelli e diffusori. L'ipotesi di calore specifico costante permette inoltre di formulare equazioni in forma chiusa relativamente semplici.

### 12.10.1 Funzioni di flusso isoentropico

Per iniziare si sviluppa l'equazione che lega le grandezze di un flusso comprimibile con le corrispondenti grandezze dello stato di ristagno. Nel caso di un gas ideale con  $c_p$  costante, l'Equazione 12.26 diventa

$$T_0 = T + \frac{w^2}{2c_p}$$

dove  $T_0$  è la temperatura di ristagno. Introducendo  $c_p = kR/(k-1)$  (Equazione 4.45), assieme alle Equazioni 12.24 e 12.25, la relazione tra la temperatura  $T$ , il numero di Mach  $M$  del gas e la corrispondente temperatura di ristagno  $T_0$  è

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \quad (12.37)$$

Con l'Equazione 7.34, una relazione tra la temperatura  $T$  e la pressione  $p$  del gas che scorre e le corrispondenti temperatura di ristagno  $T_0$  e pressione di ristagno  $p_0$  è

$$\frac{p_0}{p} = \left( \frac{T_0}{T} \right)^{k/(k-1)}$$

Sfruttando l'Equazione 12.37 in questa espressione, si ricava

$$\frac{p_0}{p} = \left( 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right)^{k/(k-1)} \quad (12.38)$$

Sebbene in un particolare flusso non si possano effettivamente raggiungere le condizioni soniche, è conveniente avere un'espressione che lega la sezione  $A$  a una data sezione  $A^*$  che *sarebbe* necessaria per avere flusso sonico ( $M = 1$ ) con la stessa portata massica e lo stesso stato di ristagno. Queste aree sono collegate dalla relazione

$$\rho A w = \rho^* A^* w^*$$

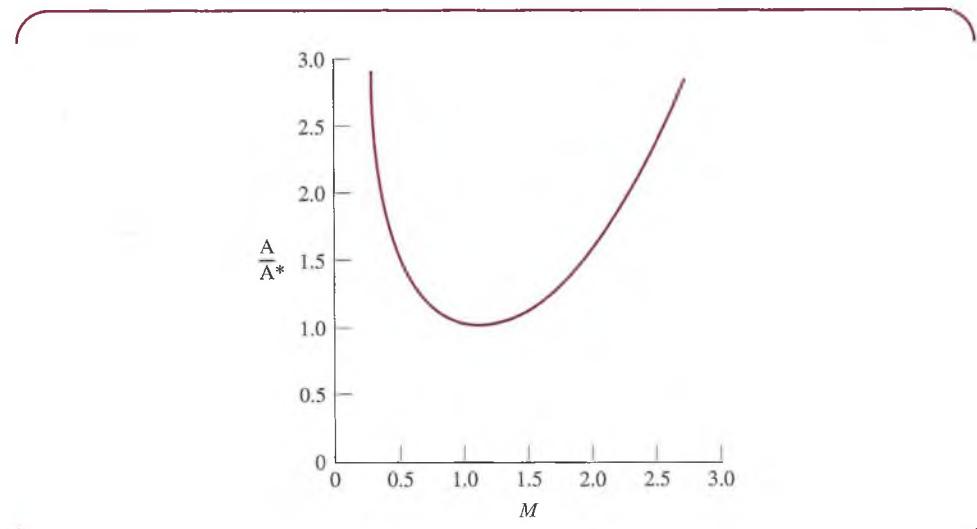
dove  $\rho^*$  e  $w^*$  sono, rispettivamente, densità e velocità con  $M = 1$ . Introducendo l'equazione di stato dei gas perfetti, assieme alle Equazioni 12.24 e 12.25, e ricavando il rapporto  $A/A^*$ , si ottiene

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \frac{p^*}{p} \left( \frac{T}{T^*} \right)^{1/2} = \frac{1}{M} \frac{p^*/p_0}{p/p_0} \left( \frac{T/T_0}{T^*/T_0} \right)^{1/2}$$

dove  $T^*$  e  $p^*$  sono, rispettivamente, temperatura e pressione con  $M = 1$ . Così, con le Equazioni 12.37 e 12.38 appena ricavate, si può scrivere

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[ \left( \frac{2}{k+1} \right) \left( 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right) \right]^{(k+1)/2(k-1)} \quad (12.39)$$

Il valore del rapporto  $A/A^*$  al variare di  $M$  è riportato in Figura 12.16 per  $k = 1.4$ . La figura mostra che a ogni valore di  $M$  corrisponde un unico valore di  $A/A^*$ . Tuttavia, per un dato valore di  $A/A^*$  diverso dall'unità ci sono due possibili valori del numero di Mach, uno subsonico e uno supersonico. Ciò è coerente con la discussione della Figura 12.11,



**Figura 12.16** Variazione di  $A/A^*$  con il numero di Mach in un flusso isoentropico con  $k = 1.4$ .

**Tabella 12.1** Funzioni di flusso isoentropico per i gas ideali con  $k = 1.4$ 

| $M$  | $T/T_0$  | $p/p_0$  | $A/A^*$  |
|------|----------|----------|----------|
| 0    | 1.000 00 | 1.000 00 | $\infty$ |
| 0.10 | 0.998 00 | 0.993 03 | 5.8218   |
| 0.20 | 0.992 06 | 0.972 50 | 2.9635   |
| 0.30 | 0.982 32 | 0.939 47 | 2.0351   |
| 0.40 | 0.968 99 | 0.895 62 | 1.5901   |
| 0.50 | 0.952 38 | 0.843 02 | 1.3398   |
| 0.60 | 0.932 84 | 0.784 00 | 1.1882   |
| 0.70 | 0.910 75 | 0.720 92 | 1.094 37 |
| 0.80 | 0.886 52 | 0.656 02 | 1.038 23 |
| 0.90 | 0.860 58 | 0.591 26 | 1.008 86 |
| 1.00 | 0.833 33 | 0.528 28 | 1.000 00 |
| 1.10 | 0.805 15 | 0.468 35 | 1.007 93 |
| 1.20 | 0.776 40 | 0.412 38 | 1.030 44 |
| 1.30 | 0.747 38 | 0.360 92 | 1.066 31 |
| 1.40 | 0.718 39 | 0.314 24 | 1.1149   |
| 1.50 | 0.689 65 | 0.272 40 | 1.1762   |
| 1.60 | 0.661 38 | 0.235 27 | 1.2502   |
| 1.70 | 0.633 72 | 0.202 59 | 1.3376   |
| 1.80 | 0.606 80 | 0.174 04 | 1.4390   |
| 1.90 | 0.580 72 | 0.149 24 | 1.5552   |
| 2.00 | 0.555 56 | 0.127 80 | 1.6875   |
| 2.10 | 0.531 35 | 0.109 35 | 1.8369   |
| 2.20 | 0.508 13 | 0.093 52 | 2.0050   |
| 2.30 | 0.485 91 | 0.079 97 | 2.1931   |
| 2.40 | 0.464 68 | 0.068 40 | 2.4031   |

dove si era trovato che è necessario un condotto convergente-divergente con una sezione minima per accelerare un flusso dalla velocità subsonica a quella supersonica.

Le Equazioni 12.37, 12.38 e 12.39 consentono di calcolare e tabulare i rapporti  $T/T_0$ ,  $p/p_0$  e  $A/A^*$  con il numero di Mach come unica variabile indipendente per un dato valore  $k$ . La Tabella 12.1 fornisce un esempio di questo tipo per  $k = 1.4$ . Tale tabella facilita l'analisi del flusso attraverso gli ugelli e diffusori. Le Equazioni 12.37, 12.38 e 12.39 possono essere facilmente valutate usando calcolatrici programmabili e software informatici come *Termodinamica Interattiva: TI*.

Nell'Esempio 12.8 viene analizzato l'effetto di contropressione sul flusso in un ugello divergente. Il primo passo dell'analisi è di verificare se il flusso è strozzato.

### Effetto della contropressione: ugello divergente

### ESEMPIO 12.8

Un ugello convergente ha una sezione di uscita di  $0.001 \text{ m}^2$ . L'aria entra nell'ugello, con velocità trascurabile, a una pressione di  $1.0 \text{ MPa}$  e con temperatura di  $360 \text{ K}$ . Supponendo che il flusso sia isoentropico e il gas ideale con  $k = 1.4$ , determinare la portata massica, in  $\text{kg/s}$ , e il numero di Mach all'uscita con contropressione di (a)  $500 \text{ kPa}$  e (b)  $784 \text{ kPa}$ .

#### Soluzione

**Elementi noti** Dell'aria fluisce isoentropicamente a partire da condizioni di ristagno specificate attraverso un ugello convergente con sezione di uscita nota.

**Da determinare** Per contropressioni di 500 kPa e 784 kPa, si devono determinare la portata massica, in kg/s, e il numero di Mach allo scarico.

**Schema e dati forniti**

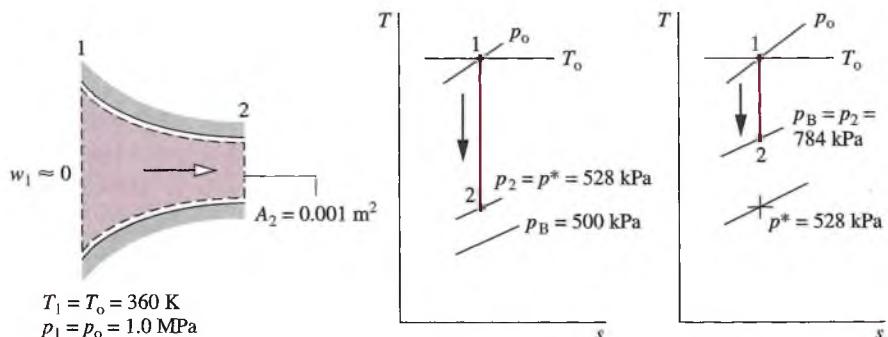


Figura E12.8

**Ipotesi**

1. Il volume di controllo mostrato in figura opera in condizioni stazionarie.
2. L'aria è considerata un gas ideale con  $k = 1.4$ .
3. Il flusso attraverso l'ugello è isoentropico.

**Analisi** Il primo passo dell'analisi è di verificare se il flusso è strozzato. Con  $k = 1.4$  e  $M = 1.0$ , l'Equazione 12.38 fornisce  $p^*/p_0 = 0.528$ . Dato che  $p_0 = 1.0 \text{ MPa}$ , la pressione critica è  $p^* = 528 \text{ kPa}$ . Quindi, per contropressioni di 528 kPa o minori, il numero di Mach è uguale a 1 all'uscita e il flusso è strozzato.

(a) Dalla considerazione precedente discende che per una contropressione di 500 kPa l'ugello è in condizione di flusso strozzato. Allo scarico,  $M_2 = 1.0$  e la pressione equivale alla pressione critica,  $p_2 = 528 \text{ kPa}$ . La portata massica assume quindi il valore massimo che può essere raggiunto dalle condizioni iniziali di ristagno. Dall'equazione di stato dei gas ideali, la portata massica è

$$\dot{m} = \rho_2 A_2 w_2 = \frac{p_2}{RT_2} A_2 w_2$$

La sezione d'uscita  $A_2$  richiesta da questa equazione è data e pari a  $10^{-3} \text{ m}^2$ . Poiché  $M = 1$  allo scarico, la temperatura di uscita può essere ricavata dall'Equazione 12.37, scritta ricavando  $T_2$

$$T_2 = \frac{T_0}{1 + \frac{k-1}{2} M^2} = \frac{360 \text{ K}}{1 + \left(\frac{1.4-1}{2}\right)(1)^2} = 300 \text{ K}$$

Poi, con l'Equazione 12.24, la velocità  $w_2$  all'uscita è

$$w_2 = \sqrt{kRT_2} \\ = \sqrt{1.4 \left( \frac{8314 \text{ N m}}{28.97 \text{ kg} \cdot \text{K}} \right) (300 \text{ K}) \left| \frac{1 \text{ kg m/s}^2}{1 \text{ N}} \right|} = 347.2 \text{ m/s}$$

e infine

$$\dot{m} = \frac{(528 \times 10^3 \text{ N/m}^2)(10^{-3} \text{ m}^2)(347.2 \text{ m/s})}{\left( \frac{8314 \text{ N m}}{28.97 \text{ kg} \cdot \text{K}} \right) (300 \text{ K})} = 2.13 \text{ kg/s}$$

(b) Dato che la contropressione di 784 kPa è maggiore della pressione critica determinata nei passaggi precedenti, il flusso attraverso l'ugello è in regime subsonico e la pressione allo sca-

rico egualgia la contropressione,  $p_2 = 784$  kPa. Il numero di Mach allo scarico può essere ricavato risolvendo l'Equazione 12.38, così da ottenere

$$M_2 = \left\{ \frac{2}{k-1} \left[ \left( \frac{p_0}{p_2} \right)^{(k-1)/k} - 1 \right] \right\}^{1/2}$$

Inserendo i valori dati

$$M_2 = \left\{ \frac{2}{1.4-1} \left[ \left( \frac{1 \times 10^6}{7.84 \times 10^5} \right)^{0.286} - 1 \right] \right\}^{1/2} = 0.6$$

Ora, noto il numero di Mach allo scarico, la temperatura corrispondente  $T_2$  all'uscita si ricava dall'Equazione 12.37 ed è pari a 336 K. La velocità d'uscita risulta quindi

$$\begin{aligned} w_2 &= M_2 c_2 = M_2 \sqrt{kRT_2} = 0.6 \sqrt{1.4 \left( \frac{8314}{28.97} \right) (336)} \\ &= 220.5 \text{ m/s} \end{aligned}$$

e la portata massica è

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \rho_2 A_2 w_2 = \frac{p_2}{RT_2} A_2 w_2 = \frac{(784 \times 10^3)(10^{-3})(220.5)}{(8314/28.97)(336)} \\ &= 1.79 \text{ kg/s} \end{aligned}$$

- 1 L'uso della Tabella 12.1 riduce parte dei calcoli richiesti nella soluzione appena presentata. È lasciato come esercizio lo sviluppo di una soluzione usando tale tabella. Si osservi inoltre che come primo passo dell'analisi resta anche in questo caso da verificare se il flusso è strozzato.

## 12.10.2 Funzioni d'urto normale

Si cerca ora di sviluppare delle equazioni in forma chiusa per le onde d'urto normali nel caso di gas ideali con calore specifico costante. In questo caso l'equazione dell'energia, Equazione 12.34b, stabilisce che non c'è variazione nella temperatura di ristagno a cavallo dell'urto,  $T_{0x} = T_{0y}$ . Quindi, tramite l'Equazione 12.37, si ottiene la seguente espressione per il rapporto tra le temperature a cavallo dell'urto:

$$\frac{T_y}{T_x} = \frac{1 + \frac{k-1}{2} M_x^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_y^2} \quad (12.40)$$

Ricordando l'Equazione 12.35 si ottiene

$$p_x + \rho_x w_x^2 = p_y + \rho_y w_y^2$$

Introducendo a questo punto l'equazione di stato dei gas perfetti, insieme alle Equazioni 12.24 e 12.25, il rapporto tra la pressione a valle dell'onda d'urto e quella a monte è dato da

$$\frac{p_y}{p_x} = \frac{1 + kM_x^2}{1 + kM_y^2} \quad (12.41)$$

Allo stesso modo l'Equazione 12.33 diventa

$$\frac{p_y}{p_x} = \sqrt{\frac{T_y}{T_x} \frac{M_x}{M_y}}$$

Combinando questa espressione con le Equazioni 12.40 e 12.41, si può ottenere la seguente equazione che lega i valori dei numeri di Mach  $M_x$  e  $M_y$  a cavallo dell'urto:

$$M_y^2 = \frac{M_x^2 + \frac{2}{k-1}}{\frac{2k}{k-1} M_x^2 - 1} \quad (12.42)$$

È spesso utile esprimere il rapporto tra le pressioni di ristagno a cavallo dell'onda d'urto  $p_{0y}/p_{0x}$ . Si verifichi per esercizio che si giunge a un'espressione di questo tipo:

$$\frac{p_{0y}}{p_{0x}} = \frac{M_x}{M_y} \left( \frac{1 + \frac{k-1}{2} M_y^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_x^2} \right)^{(k+1)/2(k-1)} \quad (12.43)$$

Poiché non vi è una variazione di sezione a cavallo dell'onda d'urto, le Equazioni 12.39 e 12.43 si possono combinare per ricavare che

$$\frac{A_x^*}{A_y^*} = \frac{p_{0y}}{p_{0x}} \quad (12.44)$$

Per dati valori di  $M_x$  e del rapporto dei calori specifici  $k$ , il numero di Mach a valle dell'onda d'urto può essere trovato attraverso l'Equazione 12.42. In tal modo, noti  $M_x$ ,  $M_y$  e  $k$ , i rapporti  $T_y/T_x$ ,  $p_y/p_x$  e  $p_{0y}/p_{0x}$  possono essere ricavati dalle Equazioni 12.40, 12.41 e 12.43. Di conseguenza, si possono costruire delle tabelle che forniscono i valori di  $M_y$ ,  $T_y/T_x$ ,  $p_y/p_x$  e  $p_{0y}/p_{0x}$  in funzione del numero di Mach  $M_x$ , unica variabile indipendente per uno specifico valore di  $k$ . La Tabella 12.2 ne è un esempio per  $k = 1.4$ .

Nell'esempio seguente si considerano gli effetti della contropressione sul flusso in un ugello convergente-divergente. I punti chiave dell'analisi saranno la verifica delle condizioni di flusso strozzato e l'eventuale esistenza di un urto normale.

**Tabella 12.2** Funzioni di urto normale per i gas ideali con  $k = 1.4$

| $M_x$ | $M_y$    | $p_y/p_x$ | $T_y/T_x$ | $p_{0y}/p_{0x}$ |
|-------|----------|-----------|-----------|-----------------|
| 1.00  | 1.000 00 | 1.0000    | 1.0000    | 1.000 00        |
| 1.10  | 0.911 77 | 1.2450    | 1.0649    | 0.998 92        |
| 1.20  | 0.842 17 | 1.5133    | 1.1280    | 0.992 80        |
| 1.30  | 0.785 96 | 1.8050    | 1.1909    | 0.979 35        |
| 1.40  | 0.739 71 | 2.1200    | 1.2547    | 0.958 19        |
| 1.50  | 0.701 09 | 2.4583    | 1.3202    | 0.929 78        |
| 1.60  | 0.668 44 | 2.8201    | 1.3880    | 0.895 20        |
| 1.70  | 0.640 55 | 3.2050    | 1.4583    | 0.855 73        |
| 1.80  | 0.616 50 | 3.6133    | 1.5316    | 0.812 68        |

(segue)

**Tabella 12.2** Funzioni di urto normale per i gas ideali con  $k = 1.4$  (continua)

| $M_x$    | $M_y$    | $p_y/p_x$ | $T_y/T_x$ | $p_{oy}/p_{ox}$ |
|----------|----------|-----------|-----------|-----------------|
| 1.90     | 0.595 62 | 4.0450    | 1.6079    | 0.767 35        |
| 2.00     | 0.577 35 | 4.5000    | 1.6875    | 0.720 88        |
| 2.10     | 0.561 28 | 4.9784    | 1.7704    | 0.674 22        |
| 2.20     | 0.547 06 | 5.4800    | 1.8569    | 0.628 12        |
| 2.30     | 0.534 41 | 6.0050    | 1.9468    | 0.583 31        |
| 2.40     | 0.523 12 | 6.5533    | 2.0403    | 0.540 15        |
| 2.50     | 0.512 99 | 7.1250    | 2.1375    | 0.499 02        |
| 2.60     | 0.503 87 | 7.7200    | 2.2383    | 0.460 12        |
| 2.70     | 0.495 63 | 8.3383    | 2.3429    | 0.423 59        |
| 2.80     | 0.488 17 | 8.9800    | 2.4512    | 0.389 46        |
| 2.90     | 0.481 38 | 9.6450    | 2.5632    | 0.357 73        |
| 3.00     | 0.475 19 | 10.333    | 2.6790    | 0.328 34        |
| 4.00     | 0.434 96 | 18.500    | 4.0469    | 0.138 76        |
| 5.00     | 0.415 23 | 29.000    | 5.8000    | 0.061 72        |
| 10.00    | 0.387 57 | 116.50    | 20.388    | 0.003 04        |
| $\infty$ | 0.377 96 | $\infty$  | $\infty$  | 0.0             |

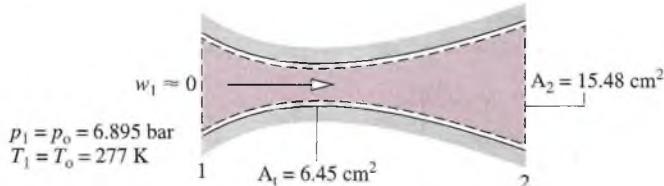
**Effetto della contropressione: ugello convergente-divergente****ESEMPIO 12.9**

Un ugello convergente-divergente operante in condizioni stazionarie ha la sezione di gola di  $6.45 \text{ cm}^2$  e una sezione di scarico di  $15.48 \text{ cm}^2$ . Dell'aria entra nell'ugello con velocità trascurabile alla pressione di 6.895 bar e alla temperatura di 277 K. Approssimando l'aria a un gas ideale con  $k = 1.4$ , determinare la portata massica, in kg/s, la pressione allo scarico, in kPa, e il numero di Mach allo scarico per ognuno dei seguenti cinque casi. (a) Flusso isoentropico con  $M = 0.7$  nella sezione di gola. (b) Flusso isoentropico con  $M = 1$  nella sezione di gola e il tratto divergente operante come un diffusore. (c) Flusso isoentropico con  $M = 1$  nella sezione di gola e il tratto divergente operante come un ugello. (d) Flusso isoentropico nell'ugello con un urto normale in corrispondenza della sezione di uscita. (e) Un urto normale localizzato nel tratto divergente in corrispondenza della sezione pari a  $13 \text{ cm}^2$ . Altrove nell'ugello il flusso è isoentropico.

**Soluzione**

**Elementi noti** A partire da condizioni di ristagno note dell'aria fluisce attraverso un ugello convergente-divergente di cui si conoscono la sezione di gola e quella di uscita.

**Da determinare** Si devono determinare portata massica, pressione e numero di Mach allo scarico per ognuno dei cinque casi richiesti.

**Schema e dati forniti****Figura E12.9**

(segue)

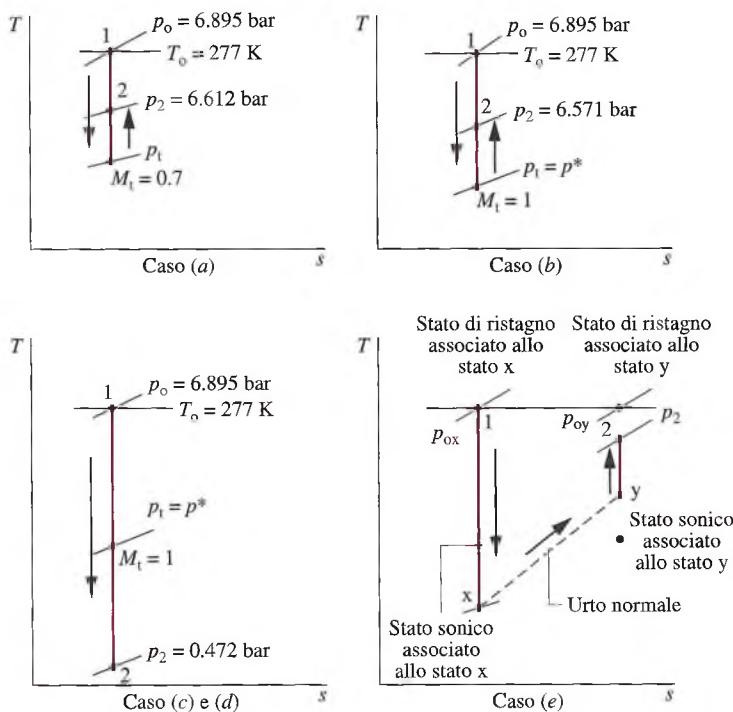


Figura E12.9 (continua)

**Ipotesi**

- Il volume di controllo mostrato in figura opera in condizioni stazionarie. Il diagramma  $T-s$  mostra gli stati all'interno dell'ugello.
- L'aria è considerata un gas ideale con  $k = 1.4$ .
- Il flusso attraverso l'ugello è sempre isoentropico, tranne nel caso e, in cui un'onda d'urto agisce nel tratto divergente.

**Analisi** (a) Il diagramma  $T-s$  riportato mostra gli stati del gas in questo caso. Sono noti i seguenti dati: il numero di Mach nella sezione di gola,  $M_s = 0.7$ , l'area della sezione di gola,  $A_s = 6.45 \text{ cm}^2 = 0.000645 \text{ m}^2$ , la sezione d'uscita,  $A_2 = 15.48 \text{ cm}^2 = 0.001548 \text{ m}^2$ . Il numero di Mach allo scarico, la temperatura  $T_2$  e la pressione  $p_2$  all'uscita possono essere determinate usando l'uguaglianza

$$\frac{A_2}{A^*} = \frac{A_2}{A_t} \frac{A_t}{A^*}$$

Con  $M_s = 0.7$ , la Tabella 12.1 fornisce un valore di  $A_s/A^* = 1.09437$ , per cui

$$\frac{A_2}{A^*} = \left( \frac{15.48 \text{ cm}^2}{6.45 \text{ cm}^2} \right) (1.09437) = 2.6265$$

Il flusso in tutto l'ugello, compreso lo scarico, è subsonico. Di conseguenza, con questo valore di  $A_2/A^*$ , la Tabella 12.1 fornisce  $M_2 \approx 0.24$ . Per  $M_2 = 0.24$ , si ha che  $T_2/T_0 = 0.988$ , e  $p_2/p_0 = 0.959$ . Poiché la temperatura e la pressione di ristagno sono, rispettivamente, di 277 K e 6.895 bar, ne consegue che  $T_2 = 273.68$  K e  $p_2 = 6.612$  bar.

La velocità allo scarico è

$$\begin{aligned} w_2 &= M_2 c_2 = M_2 \sqrt{kRT_2} \\ &= 0.24 \sqrt{[1.4(8.314 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{kmol})/28.96 \text{ g/mol})(273.68 \text{ K})]} \\ &= 79.6 \text{ m/s} \end{aligned}$$

La portata massica è

$$\dot{m} = \rho_2 A_2 w_2 = \frac{p_2}{RT_2} A_2 w_2$$

$$= \frac{(6.612 \cdot 10^5 \text{ Pa}) \cdot 0.001548 \text{ m}^2 \cdot 79.6 \text{ m/s}}{[(8.314 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{kmol})/0.02896 \text{ kg/mol}] \cdot 273.68 \text{ K}} = 1.0371 \text{ kg/s}$$

(b) Il diagramma T-s mostra gli stati del gas in questo caso specifico. Poiché  $M = 1$  nella strozzatura, si ha che  $A_s = A^*$ , e quindi  $A_2/A^* = 2.4$ . La Tabella 12.1 fornisce due valori del numero di Mach in corrispondenza di questo valore del rapporto  $A_2/A^*$ :  $M \approx 0.26$  e  $M \approx 2.4$ . In questa parte dell'esercizio il tratto divergente si comporta come diffusore, e quindi è appropriato il valore subsonico. Il risultato supersonico verrà utilizzato nella parte (c).

Quindi, dalla Tabella 12.1 si ricava che, per  $M_2 = 0.26$ ,  $T_2/T_0 = 0.986$  e  $p_2/p_0 = 0.953$ . Poiché  $T_0 = 277 \text{ K}$  e  $p_0 = 6.895 \text{ bar}$ , ne segue che  $T_2 = 273.12 \text{ K}$  e  $p_2 = 6.571 \text{ bar}$ .

La velocità allo scarico è

$$w_2 = M_2 c_2 = M_2 \sqrt{kRT_2}$$

$$= 0.26 \sqrt{(1.4) \left( \frac{1545}{28.97} \right) (493) |32.2|} = 86.13 \text{ m/s}$$

La portata massica è

$$\dot{m} = \frac{p_2}{RT_2} A_2 w_2 = \frac{(95.3)(2.4)(283)}{\left( \frac{1545}{28.97} \right) (493)} = 1.117 \text{ kg/s}$$

Questa è la massima portata massica per la geometria dell'ugello assegnata e in condizioni di ristagno: il flusso è strozzato.

(c) Il diagramma T-s mostra gli stati del gas in questo caso specifico. Come già discusso per la parte (b), il numero di Mach in uscita, per questa parte dell'esempio, è  $M_2 = 2.4$ . Usando questo valore nella Tabella 12.1 si ha che  $p_2/p_0 = 0.0684$ . Con  $p_0 = 6.895 \text{ bar}$  la pressione allo scarico sarà  $p_2 = 0.472 \text{ bar}$ . Poiché il flusso è strozzato, la portata massica è la stessa già trovata nella parte (b).

(d) Poiché l'urto normale è localizzato sulla sezione d'uscita e, a monte dell'onda d'urto, il flusso è isoentropico, il numero di Mach  $M_x$  e la pressione  $p_x$  corrispondono ai valori trovati al punto (c),  $M_x = 2.4$  e  $p_x = 0.472 \text{ bar}$ . Inoltre, grazie alla Tabella 12.2, si ricava  $M_y \approx 0.52$  e  $p_y/p_x = 6.5533$ . La pressione a valle dell'urto è  $3.093 \text{ bar}$ , e questa è anche la pressione di uscita. La portata massica è la stessa della parte (b).

(e) Il diagramma T-s mostra gli stati del gas. È noto che un'onda d'urto è localizzata nel tratto divergente, dove si ha  $A_x = 13 \text{ cm}^2$ . Dal momento che c'è un urto, il flusso è necessariamente sonico nella strozzatura, quindi  $A_x^* = A_s = 6.45 \text{ cm}^2$ . Il numero di Mach  $M_x$  può così essere trovato dalla Tabella 12.2 usando  $A_x/A_x^* = 2.01$ , pari a  $M_x = 2.2$ .

Il numero di Mach allo scarico può essere trovato utilizzando l'identità

$$\frac{A_2}{A_y^*} = \left( \frac{A_2}{A_x^*} \right) \left( \frac{A_x^*}{A_y^*} \right)$$

Introducendo l'Equazione 12.44 per sostituire  $A_x^*/A_y^*$ , essa diviene

$$\frac{A_2}{A_y^*} = \left( \frac{A_2}{A_x^*} \right) \left( \frac{p_{0y}}{p_{0x}} \right)$$

dove  $p_{0x}$  e  $p_{0y}$  sono, rispettivamente, le pressioni di ristagno prima e dopo l'urto. Con  $M_x = 2.2$ , il rapporto tra le pressioni di ristagno è ottenuto dalla Tabella 12.2 pari a  $p_{0y}/p_{0x} = 0.62812$ .

Quindi:

$$\frac{A_2}{A_y^*} = 0.88 \cdot 0.628 \cdot 6.895 = 3.81 \text{ bar}$$

Usando questo rapporto e notando che il flusso torna subsonico a valle dell'onda d'urto, la Tabella 12.2 fornisce  $M_2 \approx 0.43$ , da cui  $p_2/p_{0y} = 0.88$ .

La pressione allo scarico può essere determinata usando l'identità

$$p_2 = \left( \frac{p_2}{p_{0y}} \right) \left( \frac{p_{0y}}{p_{ox}} \right) p_{ox} = (0.88)(0.628) = 6.895 \text{ bar} = 3.810 \text{ bar}$$

Poiché il flusso è strozzato, la portata massica è sempre quella trovata al punto (b).

- 1 La parte (a) di questo esempio corrisponde ai casi contrassegnati come *b* e *c* in Figura 12.13. La parte (c) corrisponde al caso *d* in Figura 12.13, la parte (d) corrisponde al caso *g* in Figura 12.13 e la parte (e) corrisponde ai casi *e* e *f*.

## Sommario e guida allo studio

In questo capitolo sono stati trattati diversi concetti preliminari che sono essenziali nell'analisi del moto dei fluidi. Tali concetti includono le forze di superficie e le forze di volume, la viscosità, e il modello di flusso stazionario e incomprimibile.

Inoltre si è analizzata l'applicazione della seconda legge di Newton del moto per ottenere l'equazione della quantità di moto per fluidi che scorrono attraverso volumi di controllo. Per flussi stazionari, la somma di tutte le forze agenti sul contenuto del volume di controllo egualgia la differenza della quantità di moto tra l'afflusso e il deflusso attraverso la superficie del volume di controllo.

Si sono inoltre considerate due forme di bilancio dell'energia meccanica. L'Equazione di Bernoulli è valida lungo una linea di corrente per flussi stazionari, non viscosi e incompressibili, e fornisce la relazione tra pressione, quota e velocità per tali flussi. La formulazione più generale dell'equazione dell'energia meccanica può essere invece utilizzata nei casi in cui gli effetti viscosi non si possono trascurare

e dove pompe e turbine forniscono o estraggono energia meccanica al o dal fluido in moto.

La seguente checklist fornisce una guida per lo studio per questo capitolo. Una volta studiato il testo e completati gli esercizi al termine del capitolo il lettore deve essere in grado di:

- interpretare il significato dei termini chiave evidenziati nel testo;
- spiegare i concetti di forza di superficie e forza di volume;
- spiegare i concetti di viscosità e di sforzo di taglio;
- selezionare un volume di controllo e applicare le equazioni della quantità di moto per analizzare il flusso attraverso il volume di controllo;
- applicare in modo appropriato l'Equazione di Bernoulli per analizzare situazioni in cui il flusso si presta all'utilizzo di tale equazione;
- usare concetti quali perdita di carico e prevalenza di pompa e turbina nell'analisi di varie situazioni di flusso;
- applicare l'equazione dell'energia meccanica in modo appropriato per analizzare diversi tipi di flusso.

## Esercizi

**Nota:** ove non indicato diversamente nel testo del problema, nella risoluzione degli esercizi, si utilizzi i valori delle proprietà dei fluidi riportati nelle tabelle dell'Appendice MF-1. Inoltre, a eccezione dei problemi sotto la dicitura "Flusso comprimibile", tutti gli esercizi presuppongono flussi stazionari e incomprimibili.

**12.1** Del petrolio con viscosità 0.046 Pa·s è contenuto tra due piastre parallele (si veda la Figura P12.2). La pia-

stra inferiore è fissa e la piastra superiore si muove a causa dell'applicazione di una forza  $F$ . Se la distanza tra le due piastre è di 2.54 mm, qual valore di  $F$  è necessario per muovere la piastra alla velocità di 0.914 m/s? L'area effettiva della piastra superiore è di 1290.32 cm<sup>2</sup>.

**12.2** Uno strato d'acqua scorre verso il basso lungo un piano inclinato con il profilo di velocità mostrato nella

Figura P12.2. Determinare l'ampiezza e la direzione dello sforzo di taglio che l'acqua esercita sulla superficie per  $U_n = 3 \text{ m/s}$  e  $h = 0.1 \text{ m}$ .

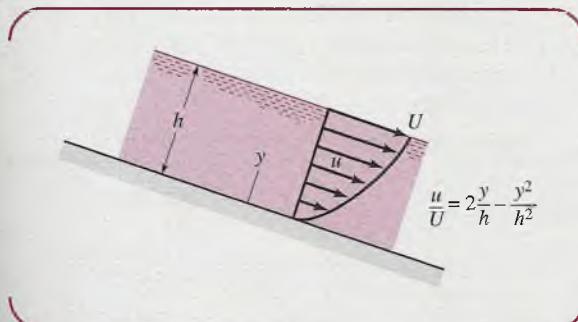


Figura P12.2

- 12.3** Un albero avente diametro di 25 mm è calettato su un cuscinetto cilindrico di larghezza 0.5 m, come mostrato in Figura P12.3. Il lubrificante che riempie lo spazio di 0.3 mm tra l'albero e l'appoggio è un olio con viscosità cinematica di  $8.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$  e peso specifico di  $8.918 \text{ kN/m}^3$ . Determinare la forza  $F$  necessaria per far ruotare l'albero alla velocità di 3 m/s, ipotizzando che la distribuzione di velocità nello spazio sia lineare.

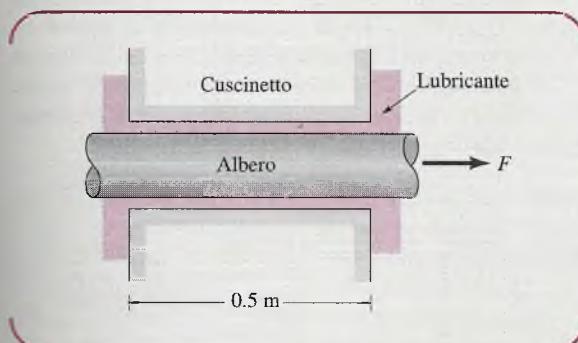


Figura P12.3

#### Bilancio di massa

- 12.4** Una turbina idroelettrica è attraversata da una portata volumetrica di  $7571 \text{ m}^3/\text{min}$ . Se la velocità media del flusso nella sezione trasversale circolare del canale che porta alla turbina non supera i  $9.14 \text{ m/s}$ , determinare il diametro minimo del condotto.

#### Equazione della quantità di moto

- 12.5** Dell'aria fuoriesce in atmosfera da un ugello, andando a colpire una piastra verticale come mostrato in Figura P12.5. Per tenere la piastra in posizione è necessaria una forza orizzontale di 9 N. Determinare la velocità di uscita  $w_1$  e la velocità all'interno del tubo  $w_2$ .

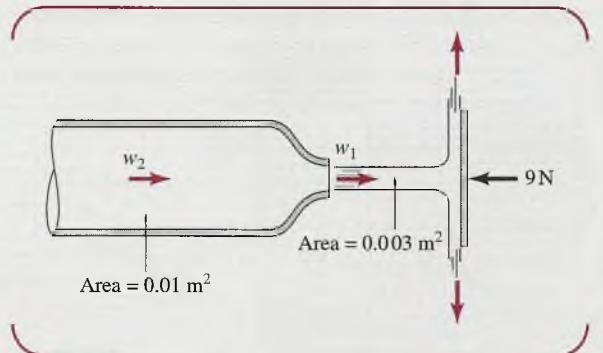


Figura P12.5

- 12.6** Una piastra circolare avente diametro di 300 mm è fissata perpendicolarmente a un getto d'aria orizzontale assialsimmetrico avente una velocità di 40 m/s e un diametro di 80 mm, come mostrato in Figura P12.6. Il foro al centro della piastra lascia passare un getto d'aria alla velocità di 40 m/s e con diametro di 20 mm. Determinare la componente orizzontale della forza necessaria per mantenere la piastra in posizione.

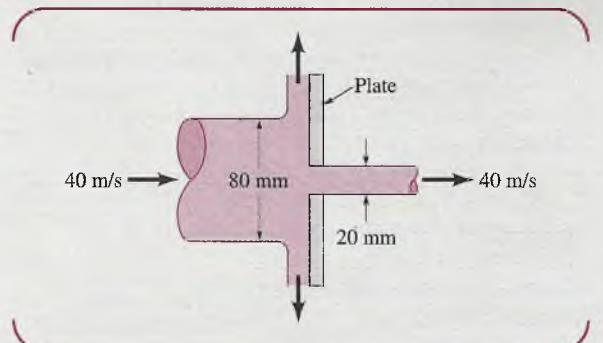


Figura P12.6

- 12.7** Un getto d'acqua avente diametro di 10 mm è deviato da un blocco rettangolare omogeneo (15 mm per 200 mm per 100 mm) che pesa 6 N, mostrato in Figura P12.7. Determinare la minima portata volumetrica necessaria per rovesciare il blocco rispetto allo spigolo O.

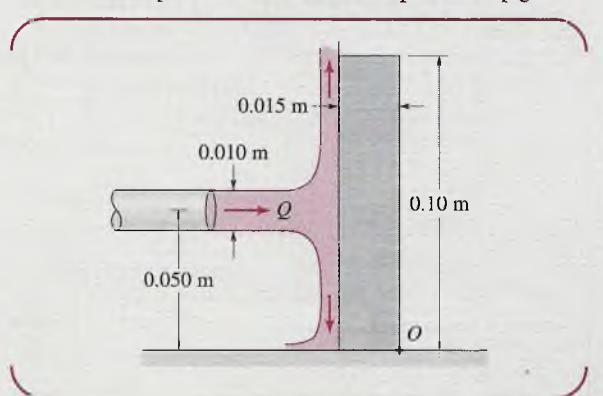


Figura P12.7

- 12.8** Due getti d'acqua si uniscono in un piano orizzontale e formano un unico getto come illustrato in Figura P12.8. Determinare la velocità  $w$  e la direzione  $\theta$  del getto finale.

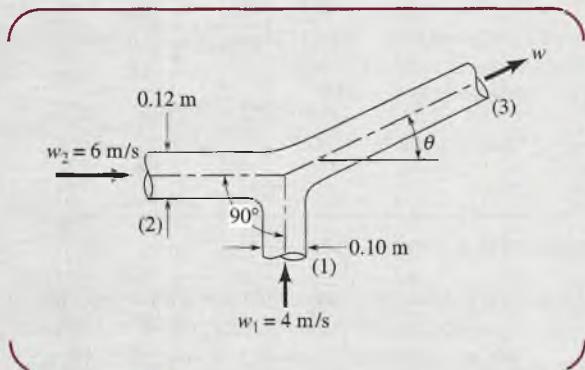


Figura P12.8

- 12.9** La *thrust vector control* è una tecnica innovativa che si può utilizzare per migliorare la manovrabilità degli aerei da guerra militari. Essa consiste nell'usare un insieme di pale all'uscita del motore a jet per deviare i gas di scarico, come mostrato in Figura P12.9. A quanto si riduce la forza di spinta (forza lungo la linea mediana dell'aereo) nel caso indicato rispetto al volo normale in cui l'espulsione dei gas è parallela alla linea mediana?

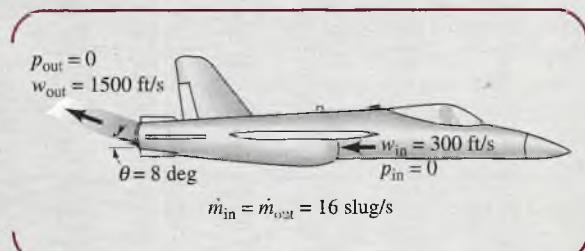


Figura P12.9

- 12.10** Un getto verticale d'acqua fuoriesce da un ugello alla velocità di 10 m/s e diametro 20 mm. Esso tiene sospesa una piastra di massa 1.5 kg come mostrato in Figura P12.10. Qual è la distanza verticale  $h$ ?

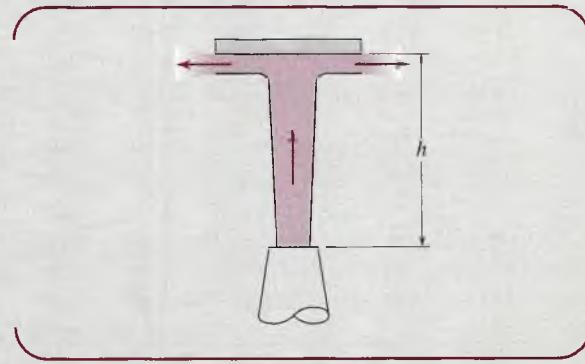


Figura P12.10

- 12.11** Dell'acqua scorre in un tubo orizzontale con diametro 61 cm, che forma un arco come mostrato in Figura P12.11. Se il tubo scarica in atmosfera ( $p_2 = 0$ ), determinare le componenti  $x$  e  $y$  della forza di ancoraggio necessaria per tenere fermo il tubo, tra le sezioni (1) e (2). La portata è  $84.95 \text{ m}^3/\text{min}$ , e la perdita di carico dovuta all'attrito tra le sezioni (1) e (2) è di 172.37 kPa.

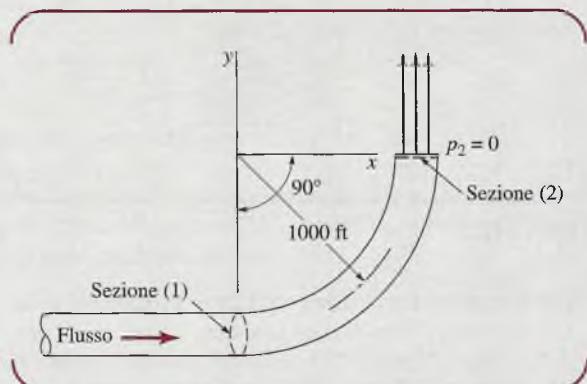


Figura P12.11

- 12.12** Dell'acqua entra nella sezione circolare (1) di un ugello che presenta una riduzione improvvisa e discontinua del diametro, come mostrato in Figura P12.12, con velocità 7.62 m/s e alla pressione di 517.12 kPa. L'acqua esce dall'ugello in atmosfera, in corrispondenza della sezione (2), in cui la velocità è di 30.48 m/s. Determinare la componente assiale della forza di ancoraggio necessaria per tenere fermo l'ugello.

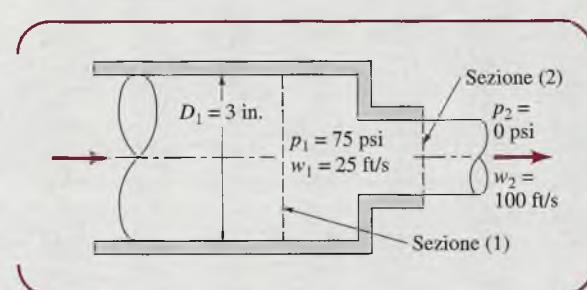


Figura P12.12

- 12.13** Un tratto di tubo convergente forma una curva a gomito di  $135^\circ$  (si veda la Figura P12.13) in un piano verticale. Il flusso nella sezione trasversale iniziale ha diametro di 400 mm nella sezione 1 e di 200 mm all'uscita del gomito (sezione 2). Il volume di passaggio tra le sezioni (1) e (2) è di  $0.2 \text{ m}^3$ . La portata volumetrica di acqua è di  $0.4 \text{ m}^3/\text{s}$  e le pressioni all'ingresso e all'uscita sono di 150 kPa e 90 kPa. La massa del gomito è di 12 kg. Calcolare la componente orizzontale (direzione  $x$ ) e verticale (direzione  $z$ ) della forza di ancoraggio necessaria per tenere il tratto di tubo in posizione.

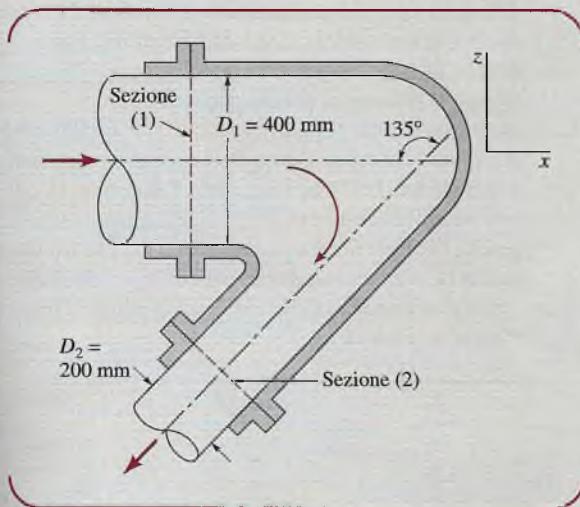


Figura P12.13

**Equazione di Bernoulli****12.14** Un deltaplano vola in aria con una velocità di 10 m/s.

- (a) Qual è la pressione nel punto di ristagno se la struttura si trova al livello del mare dove la densità dell'aria è  $1.23 \text{ kg/m}^3$ ?

(b) Ripetere il problema con il deltaplano a un'altezza di 3000 m, dove la densità è di  $0.909 \text{ kg/m}^3$ .

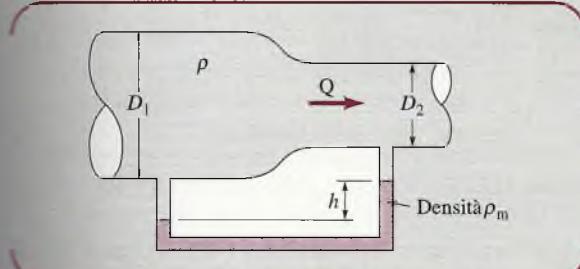
**12.15** L'ugello di una manichetta antincendio ha diametro 28.6 mm. In accordo con alcune norme antincendio, l'ugello deve essere in grado di fornire  $1.13 \text{ m}^3/\text{min}$ . Se la manichetta è collegata a un tubo flessibile con diametro 76.2 mm, quale pressione bisogna mantenere a monte dell'ugello per garantire la portata volumetrica richiesta?**12.16** Il getto d'acqua circolare uscente da un rubinetto passa da un diametro di 20 mm a un diametro di 10 mm lungo un tratto di 40 cm. Si determini la portata volumetrica.**12.17** Un fluido non viscoso scorre in condizioni stazionarie attraverso un restrinzione mostrato in Figura P12.17. Si ricavi una relazione per la velocità del fluido nel punto (2) in funzione di  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $\rho$ ,  $\rho_m$  e  $h$  assumendo il flusso incompressibile.

Figura P12.17

**12.18** Un tubo di plastica del diametro di 50 mm viene usato come sifone in un grosso serbatoio mostrato in Fi-

gura P12.18. Se la pressione all'uscita del tubo supera di 30 kPa quella al suo interno, il tubo collassa e il sifone si ferma. Trascurando gli effetti viscosi, determinare il valore minimo di  $h$  consentito affinché il sifone non si fermi.

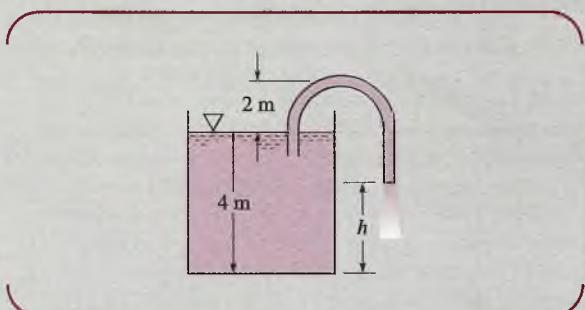


Figura P12.18

**12.19** Dell'aria in condizioni standard scorre attraverso un cammino cilindrico come mostrato in Figura P12.19. Trascurando gli effetti della viscosità e sapendo che la lettura di un manometro inclinato riempito d'acqua è di 20 mm, come indicato in figura, determinare la portata volumetrica.

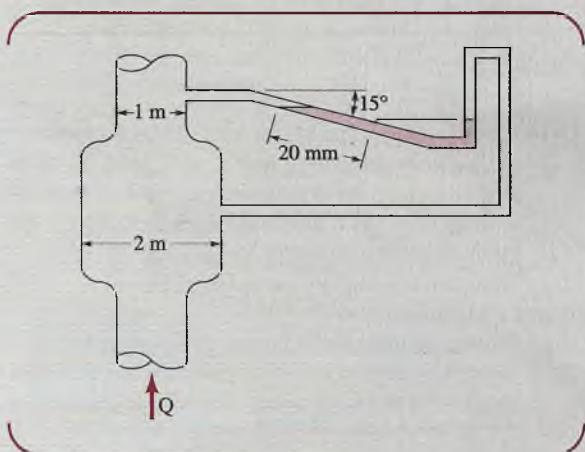


Figura P12.19

**12.20** Si determini la portata volumetrica dell'acqua che scorre attraverso il tubo di Venturi mostrato in Figura P12.20, trascurando gli effetti della viscosità.

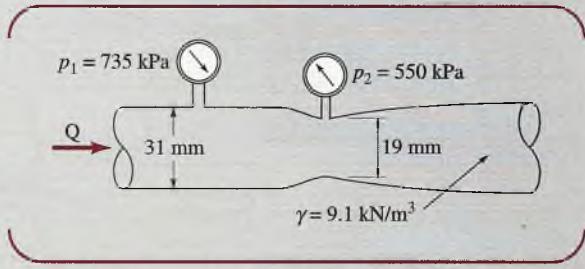


Figura P12.20

### Equazione dell'energia meccanica

**12.21** Dell'olio (peso specifico =  $8.829 \text{ kN/m}^3$ ) scorre verso il basso nel restringimento di un tubo verticale, come mostrato in Figura P12.21. Sapendo che la lettura del manometro a mercurio fornisce  $h = 120 \text{ mm}$ , determinare la portata massica, considerando il moto privo di attriti. La portata massica reale sarà inferiore o superiore al valore ideale in condizioni prive di attrito? Giustificare la risposta.

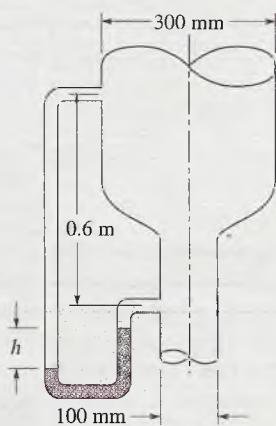


Figura P12.21

**12.22** L'ugello di una manichetta antincendio è progettato per garantire un getto d'acqua verticale di 30 m. Si calcoli la pressione di ristagno necessaria all'ingresso dell'ugello se (a) si trascurano le perdite, (b) c'è una perdita di carico di 10 m.

### Pompe e turbine

**12.23** Dell'acqua deve essere portata da un ampio bacino a un altro a quota superiore, come indicato in Figura P12.23. Le perdite di carico associate alla portata di

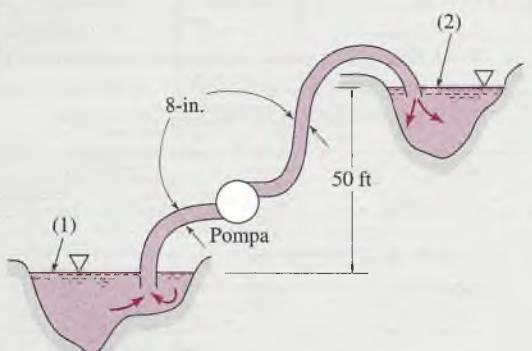


Figura P12.23

$4.25 \text{ m}^3/\text{min}$  tra la sezione (1) e (2) sono  $18.6w^2/2g$  ft, dove  $w$  è la velocità media dell'acqua nel diametro interno di 20.32 in del tubo di collegamento. Determinare la potenza di pompaggio richiesta.

**12.24** Dell'acqua scorre per gravità da un lago a un altro come rappresentato in Figura P12.24, con una portata stazionaria di  $0.378 \text{ m}^3/\text{min}$ . Qual è la perdita di carico associata al moto? Se lo stesso quantitativo di perdite di carico fosse associato al pompaggio del fluido dal lago inferiore a quello superiore, con la stessa portata volumetrica, quale sarebbe la potenza di pompaggio necessaria?

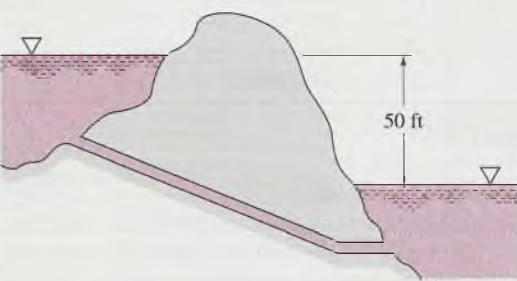


Figura P12.24

**12.25** Dell'acqua è pompata dal serbatoio mostrato in Figura P12.25a. La perdita di carico è nota e pari a  $1.2 w^2/2g$ , dove  $w$  è la velocità media nel tubo. Il produttore della pompa fornisce la curva che mette in relazione la prevalenza della pompa e la portata, come mostrato in Figura P12.25b:  $h_p = 20 - 2000Q^2$ , dove  $h_p$  è in metri e  $Q$  in  $\text{m}^3/\text{s}$ . Determinare la portata volumetrica  $Q$ .

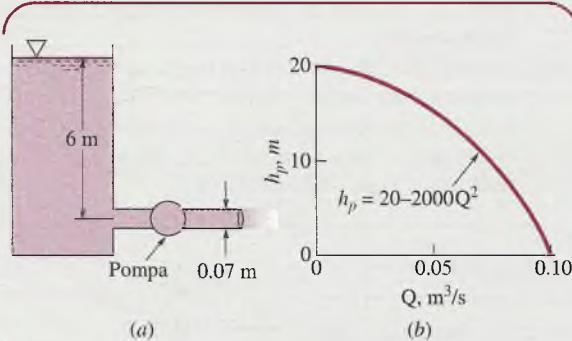


Figura P12.25

**12.26** La turbina mostrata in Figura P12.26 sviluppa 100 hp quando la portata volumetrica dell'acqua è di  $34 \text{ m}^3/\text{min}$ . Trascurando tutte le perdite di carico, determinare (a) la quota  $h$ , (b) la differenza di pressione nella turbina e (c) la portata volumetrica se si togliesse la turbina.

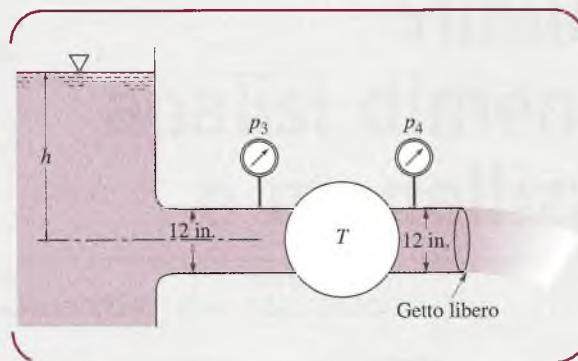


Figura P12.26

**12.27** Una turbina idraulica è alimentata con  $4.25 \text{ m}^3/\text{s}$  di acqua a 415 kPa. Un vacuometro posto all'uscita della turbina, 3 m al di sotto del baricentro della sezione di ingresso, misura 250 mmHg in depressione. Sapendo che la potenza fornita dalla turbina è di 1100 kW, calcolare la perdita di potenza causata dagli attriti. Il diametro del tubo in ingresso è in uscita è il medesimo, pari a 800 mm.

#### Flusso comprimibile

**12.28** Si vede un lampo di luce e dopo 3 secondi si sente il tuono: determinare approssimativamente quanto è lontano il fulmine.

**12.29** Un gas si espande isoentropicamente attraverso un ugello convergente da un serbatoio di vasta portata a 10 bar e 600K. Supponendo che il gas sia ideale, determinare la pressione  $p^*$  critica, in bar, e la temperatura corrispondente, in K, nel caso in cui il gas è (a) aria, (b) ossigeno ( $O_2$ ).

**12.30** Del vapore si espande isoentropicamente attraverso un ugello convergente che opera in condizioni stazionarie, da un grande serbatoio a 10.9 MPa e 360 °C. La portata massica è di 7 kg/s, il flusso è strozzato e la pressione di uscita è di 6 MPa. Determinare il diametro dell'ugello, in cm, in una posizione in cui la pressione è di 10 MPa, 8 MPa e 6 MPa, rispettivamente.

**12.31** Una miscela di gas ideali con  $k = 1.28$  e un peso molecolare di 14.8 viene fatta scorrere in un ugello convergente con  $p_o = 10 \text{ bar}$  e  $T_o = 500 \text{ K}$ , e si riversa in un ambiente in cui la pressione è 1 bar. L'area della sezione di uscita è di  $5 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ . Nell'ipotesi di flusso isoentropico e stazionario, determinare:

- (a) la temperatura di uscita del gas, in K;
- (b) la velocità di uscita del gas, in m/s;
- (c) la portata massica, in kg/s.

**12.32** Dell'aria a 1.4 bar e 280 K si espande isoentropicamente attraverso un ugello convergente ed esce in atmosfera a 1 bar. L'area della sezione di uscita è  $0.0013 \text{ m}^2$ .

- (a) Determinare la portata massica, in kg/s.

(b) Se la pressione  $p_o$  all'ingresso venisse aumentata fino a 2 bar, quale sarebbe la portata massica, in kg/s?

**12.33** Dell'aria entra in un ugello, che opera in regime stazionario, a 3 bar e 440 K, con una velocità di 145 m/s, e si espande isoentropicamente uscendo a una velocità 460 m/s. Determinare:

- (a) la pressione in uscita, in bar;
- (b) il rapporto tra l'area della sezione di uscita e quella di ingresso;
- (c) se la sezione trasversale dell'ugello è solo divergente, solo convergente o convergente-divergente.

**12.34** Un ugello convergente-divergente operante in condizioni stazionarie ha un'area della strozzatura di  $3 \text{ cm}^2$  e un'area della sezione di uscita di  $6 \text{ cm}^2$ . Dell'aria, considerabile gas ideale con  $k = 1.4$ , entra nell'ugello a 8 bar e 400 K, con numero di Mach pari a 0.2 e flusso isoentropico. Se l'ugello è strozzato, e il tratto divergente si comporta come un ugello supersonico, determinare portata massica, in kg/s, il numero di Mach, la pressione, in bar, e la temperatura in K, all'uscita. Ripetere il calcolo nel caso in cui il tratto divergente si comporti come un diffusore supersonico.

**12.35** Per l'ugello del Problema 12.34, determinare la contropressione, in bar, per cui avrebbe luogo un urto normale in corrispondenza del piano di uscita.

**12.36** Per l'ugello del Problema 12.34, un urto normale ha luogo nel tratto divergente in un punto in cui la pressione è di 2 bar. Il flusso è isoentropico, salvo che in corrispondenza dell'onda d'urto. Determinare la contropressione, in bar.

**12.37** Dell'aria, considerabile gas ideale con  $k = 1.4$ , subisce un urto normale. Le condizioni a monte sono  $p_x = 0.5 \text{ bar}$ ,  $T_x = 280 \text{ K}$ , e  $M_x = 1.8$ . Determinare:

- (a) la pressione,  $p_y$  in bar;
- (b) la pressione di ristagno,  $p_{ox}$ , in bar;
- (c) la temperatura di ristagno  $T_{ox}$ , in K.

Tracciare il grafico delle grandezze dei quesiti (a) – (c) rispetto a  $M_x$  nell'intervallo da 1.0 a 2.0. Tutte le altre condizioni a monte rimangono le stesse.

**12.38** Dell'aria a 3.4 bar, 530 K e numero di Mach 0.4 entra in un ugello convergente-divergente che opera in condizioni stazionarie. Un urto normale ha luogo nel tratto divergente in una posizione in cui il numero di Mach è  $M_x = 1.8$ . Il flusso è isoentropico, salvo che in corrispondenza dell'urto. Se l'aria si comporta come un gas ideale con  $k = 1.4$ , determinare:

- (a) la temperatura di ristagno  $T_{ox}$ , in K;
- (b) la pressione di ristagno  $p_{ox}$ , in bar;
- (c) la pressione  $p_x$ , in bar;
- (d) la pressione  $p_y$ , in bar;
- (e) la pressione di ristagno  $p_{oy}$ , in bar;
- (f) la temperatura di ristagno  $T_{oy}$ , in K.

Se l'area della strozzatura è di  $7.6 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  e la pressione in uscita è di 2.4 bar, determinare la portata massica, in kg/s, e l'area della sezione di uscita, in  $\text{m}^2$ .



# Similitudine, analisi dimensionale e modellizzazione

# 13

## Obiettivi dei capitolo

In ingegneria esistono svariati problemi pratici di meccanica dei fluidi, che, per la loro risoluzione, necessitano di dati sperimentali. Un ovvio obiettivo di ogni esperimento è quello di rendere i risultati applicabili il più possibile su larga scala. Per raggiungere tale scopo, si adotta spesso il concetto di similitudine; cioè le misurazioni effettuate su di un sistema (per esempio in laboratorio) vengono utilizzate per descrivere il comportamento di altri sistemi simili (all'esterno del laboratorio). I sistemi creati in laboratorio sono considerati, di solito, come modelli e vengono utilizzati per studiare il fenomeno d'interesse in condizioni opportunamente controllate. Dallo studio di tali modelli, vengono sviluppate formulazioni empiriche e previsioni specifiche di una o più caratteristiche per altri analoghi sistemi. Per fare ciò, è necessario stabilire la relazione che esiste tra il modello di laboratorio e un "altro" sistema. L'obiettivo di questo capitolo è proprio quello di capire come usare la similitudine, l'analisi dimensionale e la modellizzazione per semplificare l'indagine sperimentale dei problemi di meccanica dei fluidi.

### 13.1 Analisi dimensionale

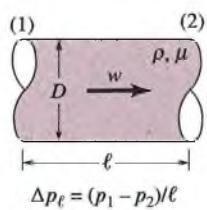
Per illustrare un tipico problema di meccanica dei fluidi, per il quale è necessaria la sperimentazione, si consideri il flusso stazionario di un fluido viscoso incompressibile attraverso un lungo tubo circolare orizzontale con pareti lisce. Una caratteristica importante di questo sistema, che potrebbe essere interessante per un ingegnere che progetta un condotto, è la caduta di pressione per unità di lunghezza che avviene lungo la tubazione a causa dell'attrito. Anche se questo sembra essere un problema relativamente semplice, esso non può generale essere risolto analiticamente (anche con l'ausilio di potenti calcolatori) senza l'utilizzo di dati sperimentali.

Il primo passo nella pianificazione di un esperimento per studiare questo problema potrebbe essere quello di decidere quali fattori, o variabili, avranno un effetto sulla caduta di pressione per unità di lunghezza,  $\Delta p_l$ , che ha come unità di misura, per esempio,  $(\text{N}/\text{m}^2)/\text{m}$  o  $\text{psi}/\text{ft}$ . Sulla base di un'analisi preliminare, incluse le osservazioni sperimentali, ci si aspetta di ricavare l'elenco delle variabili da considerare, come il diametro del tubo  $D$ , la densità del fluido  $\rho$ , la viscosità del fluido  $\mu$  e la velocità media  $w$  del fluido che scorre all'interno del tubo (si veda il Paragrafo 12.1.2 per la trattazione della proprietà di un fluido detta viscosità  $\mu$ ). A questo punto, si può esprimere questa relazione come

$$\Delta p_l = f(D, \rho, \mu, w) \quad (13.1)$$

che indica semplicemente, in termini matematici, che ci si aspetta che la perdita di pressione per unità di lunghezza sia funzione dei fattori contenuti all'interno delle parentesi. A questo punto però la natura della funzione è sconosciuta e l'obiettivo degli esperimenti che bisogna seguire è proprio quello di determinarla.

Per eseguire gli esperimenti in modo ponderato e sistematico, sarebbe necessario far variare una delle variabili, come per esempio la velocità, mentre si mantengono tutte le



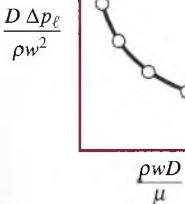


Figura 13.1

altre costanti e misurare il corrispondente calo della pressione. Quest'approccio per determinare la relazione funzionale che lega la caduta di pressione e i vari fattori che la influenzano, anche se logico nel concetto, è difficoltoso da applicare. Alcuni esperimenti sarebbero difficili da portare a termine – per esempio, sarebbe necessario variare la densità del fluido mantenendo costante la viscosità. Come si può fare? In definitiva, una volta che si siano ottenute le diverse curve, come si potrebbero combinare i dati in modo da ottenere una relazione generale tra  $\Delta p_1$ ,  $D$ ,  $\rho$ ,  $\mu$  e  $w$  che sia valida per sistemi di tubazioni simili?

Per fortuna, esiste un approccio molto più semplice a questo problema, che elimina le difficoltà appena descritte. Nei successivi paragrafi si mostrerà che, invece di lavorare con la lista iniziale di variabili, come descritto nell'Equazione 13.1, sarà possibile raccoglierle in due combinazioni di variabili dette **prodotti adimensionali** (o gruppi adimensionali o, più semplicemente, numeri adimensionali), affinché

$$\frac{D \Delta p_\ell}{\rho w^2} = \phi \left( \frac{\rho w D}{\mu} \right) \quad (13.2)$$

In tal modo, invece di dover lavorare con cinque variabili, alla fine ce ne saranno solamente due e l'esperimento consistrà semplicemente nel variare il prodotto adimensionale  $\rho w D / \mu$  e determinare il valore corrispondente di  $D \Delta p_\ell / \rho w^2$ . I risultati di questo esperimento potrebbero poi essere rappresentati in un'unica curva generale (si veda la Figura 13.1). La base per tale semplificazione, come descritto nei prossimi paragrafi, sta nel considerare le cosiddette *dimensioni* delle variabili coinvolte in un certo problema.

## 13.2 Dimensioni, omogeneità dimensionale e analisi dimensionale

### 13.2.1 Dimensioni

Poiché nello studio della meccanica dei fluidi spesso si ha a che fare con una molteplicità di caratteristiche del fluido, è necessario sviluppare un sistema per la descrizione di queste caratteristiche sia in modo qualitativo sia quantitativo. L'aspetto qualitativo serve a identificare la natura o il tipo delle caratteristiche (come lunghezza, tempo, pressione e velocità), mentre l'aspetto quantitativo ne fornisce una misura numerica. La descrizione quantitativa richiede sia un numero sia un campione a cui le diverse quantità possano essere paragonate. Uno standard per la lunghezza potrebbe essere il metro o il piede, per il tempo il secondo o l'ora e per la massa il chilogrammo o lo slug. Tali campioni sono detti unità di misura e i sistemi di unità di misura di uso comune sono descritti nel Capitolo 2. La descrizione qualitativa è invece opportunamente espressa in funzione di certe quantità primarie come la lunghezza  $L$ , il tempo  $t$ , la massa  $M$  e la temperatura  $T$ . Tali quantità primarie possono poi essere utilizzate per fornire una descrizione qualitativa di qualsiasi altra grandezza secondaria, per esempio, area  $\doteq L^2$ , velocità  $\doteq Lt^{-1}$ , densità  $\doteq ML^{-3}$  ecc, dove il simbolo  $\doteq$  è utilizzato per indicare le dimensioni delle quantità secondarie in funzione delle quantità primarie. Di conseguenza, per descrivere qualitativamente la velocità  $w$  si scriverà

$$w \doteq Lt^{-1}$$

e ciò sta a significare che “le dimensioni di una velocità sono uguali a una lunghezza divisa per il tempo”. Le quantità di base sono anche dette **dimensioni fondamentali**.

Per una grande varietà di problemi che coinvolgono la meccanica dei fluidi, sono necessarie solo le tre dimensioni fondamentali  $L$ ,  $t$  e  $M$ . In alternativa si potrebbero utilizzare  $L$ ,  $t$  e  $F$  dove  $F$  è la dimensione di base della forza. Poiché la seconda legge di Newton afferma che la forza è uguale alla massa per l'accelerazione, ne segue che  $F \doteq Mlt^{-2}$  oppure  $M \doteq Fl^{-1}t^2$ , e quindi le quantità secondarie espresse in funzione della massa  $M$  possono anche essere indicate attraverso la forza  $F$  con le relazioni pre-

**Tabella 13.1** Dimensioni associate ad alcune quantità comuni nella meccanica dei fluidi

|                          | Sistema FLt   | Sistema MLt      |
|--------------------------|---------------|------------------|
| Accelerazione            | $L t^{-2}$    | $L t^{-2}$       |
| Angolo                   | $F^0 L^0 t^0$ | $M^0 L^0 t^0$    |
| Velocità angolare        | $t^{-1}$      | $t^{-1}$         |
| Area                     | $L^2$         | $L^2$            |
| Densità                  | $FL^{-4} t^2$ | $ML^{-3}$        |
| Energia                  | $FL$          | $ML^2 t^{-2}$    |
| Forza                    | $F$           | $ML t^{-2}$      |
| Frequenza                | $t^{-1}$      | $t^{-1}$         |
| Lunghezza                | $L$           | $L$              |
| Massa                    | $FL^{-1} t^2$ | $M$              |
| Momento di una forza     | $FL$          | $ML^2 t^{-2}$    |
| Momento d'inerzia (area) | $L^4$         | $L^4$            |
| Quantità di moto         | $Ft$          | $ML t^{-1}$      |
| Potenza                  | $FL t^{-1}$   | $ML^2 t^{-3}$    |
| Pressione                | $FL^{-2}$     | $ML^{-1} t^{-2}$ |
| Peso specifico           | $FL^{-3}$     | $ML^{-2} t^{-2}$ |
| Sforzo                   | $FL^{-2}$     | $ML^{-1} t^{-2}$ |
| Tempo                    | $t$           | $t$              |
| Coppia                   | $FL$          | $ML^2 t^{-2}$    |
| Velocità                 | $L t^{-1}$    | $L t^{-1}$       |
| Viscosità (dinamica)     | $FL^{-2} t$   | $ML^{-1} t^{-1}$ |
| Viscosità (cinematica)   | $L^2 t^{-1}$  | $L^2 t^{-1}$     |
| Volume                   | $L^3$         | $L^3$            |
| Lavoro                   | $FL$          | $ML^2 t^{-2}$    |

cedenti. Per esempio, la pressione  $p$  è una forza per unità di area, e quindi  $p \doteq FL^{-2}$ , oppure, in modo equivalente,  $p \doteq ML^{-1} t^{-2}$ . La Tabella 13.1 fornisce una lista di dimensioni per un certo numero di quantità fisiche che si incontrano spesso in termodinamica e in trasmissione del calore, con una dimensione aggiuntiva, la temperatura T. Ne consegue che in tali casi si rendono necessarie quattro dimensioni di base: L, t, M e T invece delle tre dimensioni di base L, t e M utilizzate in questo capitolo di meccanica dei fluidi.

Le dimensioni delle variabili del flusso nel tubo sono  $\Delta p_l \doteq FL^{-3}$ ,  $D \doteq L$ ,  $\rho \doteq FL^{-4} t^2$ ,  $\mu \doteq FL^{-2} t$  e  $w \doteq Lt^{-1}$ . Una rapida verifica delle dimensioni dei due gruppi che compaiono nell'Equazione 13.2 indica che di fatto essi sono prodotti adimensionali, infatti

$$\frac{D \Delta p_l}{\rho w^2} \doteq \frac{L(FL^{-3})}{(FL^{-4} t^2)(Lt^{-1})^2} \doteq F^0 L^0 t^0$$

e

$$\frac{\rho w D}{\mu} \doteq \frac{(FL^{-4} t^2)(LT^{-1})(L)}{(FL^{-2} t)} \doteq F^0 L^0 t^0$$

Quindi non si è solamente ridotto il numero di variabili da cinque a due, ma i nuovi gruppi sono combinazioni adimensionali delle variabili di partenza, il che significa che i risultati saranno indipendenti dal sistema di unità di misura scelto.

### 13.2.2 Omogeneità dimensionale

Si presuppone, come premessa fondamentale, che tutte le equazioni che descrivono i fenomeni fisici siano **dimensionalmente omogenee**, e cioè che le dimensioni delle quantità al membro di sinistra delle equazioni siano le stesse di quelle a destra del segno di uguaglianza e che tutti i termini separati sommati tra loro abbiano le stesse dimensioni.

**Per esempio...** L'equazione della velocità  $w$  per un corpo uniformemente accelerato è

$$w = w_0 + at \quad (13.3)$$

dove  $w_0$  è la velocità iniziale,  $a$  è l'accelerazione e  $t$  è il tempo. In termini dimensionali tale equazione è

$$\text{Lt}^{-1} \doteq \text{Lt}^{-1} + \text{Lt}^{-2} t$$

e quindi l'Equazione 13.3 è dimensionalmente omogenea. ■

### 13.2.3 Analisi dimensionale

L'uso delle dimensioni, assieme al concetto di omogeneità dimensionale, forma la base per un approccio utile nell'analizzare un'ampia varietà di problemi ingegneristici. Tale approccio viene in genere indicato come **analisi dimensionale** ed è basato sul fatto che il numero di variabili adimensionali necessarie per descrivere un fenomeno fisico è inferiore al numero di variabili fisiche (dimensionali) coinvolte. Qualsiasi riduzione del numero delle variabili rappresenta una notevole semplificazione nell'analisi del problema.

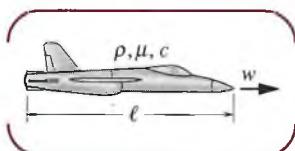
**Per esempio...** Nel problema riguardante la caduta di pressione per unità di lunghezza in un tubo liscio descritto nel Paragrafo 13.1, ci sono 5 variabili fisiche ( $\Delta p_l$ ,  $D$ ,  $\rho$ ,  $\mu$  e  $w$ ) e 2 prodotti adimensionali ( $\rho w D / \mu$  e  $D \Delta p_l / \rho w^2$ ). Per descrivere le variabili fisiche di questo problema sono necessarie, come indicato all'inizio di questo paragrafo, tre dimensioni di base (F, L e t o in alternativa M, L e t). Si noti che la differenza tra il numero di variabili fisiche (5) e il numero di dimensioni di base (3) necessarie per descriverle è uguale al numero di prodotti adimensionali (2) che servono a rappresentare il fenomeno. ■

Il numero di gruppi adimensionali necessari per descrivere un fenomeno è, come appena osservato, inferiore al numero di variabili fisiche originarie. Quindi, se per descrivere un problema sono necessarie  $k$  variabili fisiche, che coinvolgono  $r$  dimensioni di base, tale problema può essere rappresentato attraverso  $k - r$  prodotti adimensionali, detti parametri pi greco. Nell'esempio precedente si ha

$$\Pi_1 = D \Delta p_l / \rho w^2 \quad \text{e} \quad \Pi_2 = \rho w D / \mu$$

dove  $\Pi_1$  è una certa funzione di  $\Pi_2$  e cioè  $\Pi_1 = \varphi(\Pi_2)$ . La relazione funzionale tra  $\Pi_1$  e  $\Pi_2$  (per esempio la curva mostrata in Figura 13.1) è sconosciuta fino a che non si conduca un'analisi dettagliata o una sperimentazione.

Il numero di parametri pi greco necessario per descrivere un flusso dipende dalla particolare situazione.



**Per esempio...** Se si ipotizza che l'attrito  $\mathcal{D}$  agente su un certo aeroplano sia funzione della sua lunghezza  $\ell$ , della velocità  $w$  alla quale vola, della densità  $\rho$ , della viscosità  $\mu$  dell'aria e della velocità del suono in aria  $c$ , allora  $k = 6$  e quindi

$$\mathcal{D} = f(\ell, w, \rho, \mu, c)$$

ovvero per descrivere tale situazione sono necessarie sei variabili fisiche. Inoltre  $r = 3$ , ossia si possono esprimere le variabili fisiche in funzione di tre dimensioni di base (indif-

ferentemente F, L e t oppure M, L e t). Di conseguenza  $k - r = 6 - 3 = 3$ , e il flusso può essere descritto in funzione di 3 parametri pi greco come

$$\Pi_1 = \varphi(\Pi_2, \Pi_3)$$

dove, per esempio

$$\Pi_1 = \frac{\mathcal{D}}{\frac{1}{2} \rho w^2 \ell^2}, \quad \Pi_2 = \frac{\rho w \ell}{\mu}, \quad \text{e} \quad \Pi_3 = \frac{w}{c}$$

Questi tre parametri pi greco capitano frequentemente in meccanica dei fluidi e sono detti coefficiente di resistenza  $C_D$ , numero di Reynolds  $Re$  e numero di Mach  $M$  rispettivamente. Nel Paragrafo 13.5 saranno fornite informazioni aggiuntive per tali parametri pi greco e per altri termini pi greco di uso comune. ■

### 13.3 Il Teorema pi greco di Buckingham e i parametri pi greco

Un problema fondamentale nell'analisi dimensionale è sapere quanti prodotti adimensionali sono necessari per sostituire le variabili iniziali. La risposta è fornita dal seguente teorema di analisi dimensionale.

Se un'equazione espressa da  $k$  variabili è dimensionalmente omogenea, essa può essere ridotta a una relazione a  $k - r$  prodotti adimensionali indipendenti, dove  $r$  è il numero minimo di dimensioni fondamentali necessarie per descrivere le variabili.

I parametri adimensionali sono frequentemente chiamati “parametri  $\Pi$ ”, e il teorema prende il nome di **Teorema pi greco di Buckingham**. Buckingham usò il simbolo  $\Pi$  per indicare i parametri adimensionali, e tale notazione è ancora comunemente usata. Nonostante il teorema  $\Pi$  sia relativamente semplice, la sua dimostrazione non è altrettanto semplice, pertanto non verrà inclusa in questo testo.

Il teorema pi greco è basato sull'idea di omogeneità dimensionale. Essenzialmente si assume che per ogni equazione di interesse fisico con  $k$  variabili, come

$$u_1 = f(u_2, u_3, \dots, u_k)$$

le dimensioni della variabile a sinistra dell'uguale devono essere necessariamente uguale alle dimensioni di tutti i termini, presi singolarmente, che stanno a destra dell'uguale. Sapendo questo, sarà possibile risistemare l'equazione in un insieme di prodotti adimensionali (**parametri  $\Pi$** ) del tipo

$$\Pi_1 = \phi(\Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{k-r})$$

Il numero richiesto di termini pi greco è minore del numero delle variabili originarie di una quantità  $r$ , che rappresenta il numero minimo di dimensioni fondamentali necessarie per descrivere tutte le variabili originarie. Di solito, in meccanica dei fluidi, le dimensioni di base richieste per descrivere le variabili sono la massa M, la lunghezza L, e il tempo t, oppure la forza F, L e t. In alcuni casi però saranno sufficienti solo due dimensioni, per esempio L e t, o addirittura una sola, per esempio L.

Avendo come unico vincolo che i parametri  $\Pi$  debbano essere (1) in numero corretto, (2) adimensionali e (3) indipendenti, è generalmente possibile ottenere i parametri  $\Pi$  con semplici operazioni.

**Per esempio...** Per illustrare questo approccio, si consideri nuovamente la caduta di pressione per unità di lunghezza in un tubo liscio (si veda il Paragrafo 13.1). Indipendentemente

dalla tecnica utilizzata, il punto di partenza rimane sempre lo stesso: determinare le variabili fisiche, che in questo caso sono

$$\Delta p_\ell = f(D, \rho, \mu, w)$$

Successivamente, analizzando la Tabella 13.1, è possibile ricavare le dimensioni delle variabili:

$$\Delta p_\ell \doteq FL^{-3}$$

$$D \doteq L$$

$$\rho \doteq FL^{-4}t^2$$

$$\mu \doteq FL^{-2}t$$

$$w \doteq Lt^{-1}$$

Avendo  $k = 5$  variabili, che implicano  $r = 3$  dimensioni fondamentali, tale relazione potrà essere riscritta utilizzando  $k - r = 2$  parametri  $\Pi$  adimensionali.

Una volta noto il numero di parametri pi greco necessario, si può ottenere ogni termine  $\Pi$  con operazioni elementari, semplicemente considerando il fatto che ogni parametro  $\Pi$  deve essere obbligatoriamente adimensionale. Si farà in modo che  $\Pi_1$  contenga sempre la variabile dipendente, che in questo esempio è  $\Delta p_\ell$ . Dal momento che questa variabile è dimensionalmente pari a  $FL^{-3}$ , è necessario combinarla con altre variabili in modo tale da ottenere un prodotto adimensionale. Per esempio, si divide  $\Delta p_\ell$  per  $\rho$  (per eliminare F), poi per  $w^2$  (per eliminare t), e infine si moltiplica per  $D$  (per eliminare L), e si ottiene così

$$\Pi_1 = \frac{\Delta p_\ell D}{\rho w^2}$$

Successivamente si costruisce il secondo parametro  $\Pi$ , scegliendo la variabile che non è stata utilizzata in  $\Pi_1$ , che in questo caso è  $\mu$ . Si combina semplicemente  $\mu$  con le altre variabili in modo da rendere anche  $\Pi_2$  adimensionale (ma senza usare  $\Delta p_\ell$  poiché si desidera che la variabile dipendente compaia solo in  $\Pi_1$ ). Per esempio, si divide  $\mu$  per  $\rho$  (eliminando così F), poi per  $w$  (per eliminare t) e infine per  $D$  (per eliminare L), e si ottiene quindi

$$\Pi_2 = \frac{\mu}{\rho w D}$$

e infine,

$$\frac{\Delta p_\ell D}{\rho w^2} = \tilde{\phi} \left( \frac{\mu}{\rho w D} \right)$$

Sapendo che il termine  $\Pi_2$  appena calcolato è adimensionale, ne consegue che anche il suo inverso  $\rho w D / \mu$  è adimensionale. Quindi, sia la rappresentazione suddetta sia quella nell'Equazione 13.2 sono relazioni adimensionali ugualmente valide. ■

### 13.4 Metodo della ripetizione delle variabili

Per formare i prodotti adimensionali, o termini pi greco, si possono usare svariati metodi che fanno riferimento all'analisi dimensionale. In sostanza, siamo alla ricerca di un metodo

che permetterà di formare sistematicamente i parametri pi greco in modo che si possa essere certi che essi siano adimensionali, indipendenti e in numero giusto.

Il metodo che verrà descritto in dettaglio in questo paragrafo è detto metodo di ripetizione delle variabili.

Sarà utile suddividere il metodo di ripetizione delle variabili in una serie di passi distinti che possono essere seguiti per qualsiasi problema dato. Con un po' di pratica il lettore sarà in grado di completare facilmente l'analisi dimensionale per ogni problema.

- Passo 1** Elencare tutte le variabili che sono presenti nel problema. Questo passo è il più difficile ed è, ovviamente, di vitale importanza che tutte le variabili di interesse siano incluse.
- Passo 2** Esprimere ciascuna delle variabili in termini di dimensioni fondamentali. Per il tipico problema di meccanica dei fluidi le dimensioni di base saranno M, L, t o F, L, t.
- Passo 3** Determinare il numero necessario di parametri pi greco. Ciò può essere eseguito mediante il Teorema pi greco di Buckingham, che indica che il numero di termini pi è uguale a  $k - r$ , dove  $k$  è il numero delle variabili nel problema (che sono state determinate nel Passo 1) e  $r$  è il numero di dimensioni base necessarie a descrivere queste variabili (che sono state determinate nel Passo 2).
- Passo 4** Selezionare le variabili da ripetere, dove il numero richiesto è pari al numero delle dimensioni fondamentali. Quello che si sta facendo qui è selezionare dall'originale elenco delle variabili alcune di esse che possono essere combinate con altre delle restanti variabili per formare un parametro pi greco.
- Passo 5** Formare un termine pi greco moltiplicando una delle variabili non ripetute con il prodotto delle variabili ripetute, ciascuna elevata a un esponente che renda la combinazione adimensionale. Ogni parametro pi greco sarà della forma  $w_i w_1^{a_1} w_2^{b_1} w_3^{c_1}$  dove  $w_i$  è una delle variabili non ripetute;  $w_1, w_2$  e  $w_3$  sono le variabili ripetute e gli esponenti  $a_1, b_1$  e  $c_1$  sono determinati in modo tale che la combinazione risulti adimensionale.
- Passo 6** Ripetere il Passo 5 per ogni rimanente variabile non ripetuta. La serie di termini pi greco risultante corrisponderà al numero richiesto ottenuto dal Passo 3.
- Passo 7** Controllare tutti i parametri pi greco attentamente per essere sicuri che siano adimensionali.
- Passo 8** Esprimere la forma finale come una relazione tra i termini pi greco, e pensare che cosa possa significare. Tipicamente la forma finale può essere scritta come

$$\Pi_1 = \phi(\Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{k-r})$$

dove  $\Pi_1$  dovrebbe contenere la variabile dipendente al numeratore.

**Per esempio...** Per illustrare le varie fasi si consideri ancora il problema discusso in precedenza in questo capitolo, inerente il flusso stazionario di un fluido incomprensibile e viscoso attraverso un tubo lungo, circolare, liscio e orizzontale. Ciò che interessa è la caduta di pressione per unità di lunghezza,  $\Delta p_\ell$ , lungo il tubo. Seguendo il Passo 1, si devono elencare tutti le variabili pertinenti che sono coinvolte basandosi sulla conoscenza del problema. In questo problema si assume che

$$\Delta p_\ell = f(D, \rho, \mu, w)$$

dove  $D$  è il diametro del tubo,  $\rho$  e  $\mu$  sono rispettivamente la densità e la viscosità del fluido e  $w$  è la velocità media.

In seguito (Passo 2), usando la Tabella 13.1 si esprimono tutte le variabili in funzione delle dimensioni fondamentali. Con F, L e t come dimensioni di base ne consegue che

$$\Delta p_\ell = (FL^{-2})/L = FL^{-3}$$

$$D = L$$

$$\rho \doteq FL^{-4}t^2$$

$$\mu \doteq FL^{-2}t$$

$$w \doteq Lt^{-1}$$

Si possono anche usare M, L e t come dimensioni base, se desiderato, e il risultato finale sarà lo stesso. Non mescolare le dimensioni fondamentali: usare F, L e t oppure M, L e t.

Si può ora applicare il teorema pi greco per determinare il numero richiesto di parametri pi greco (Passo 3).

Un'analisi delle dimensioni delle variabili dal Passo 2 rivela che per descrivere le variabili sono richieste tre dimensioni fondamentali. Poiché ci sono cinque variabili ( $k = 5$ ) (non ci si deve dimenticare di conteggiare la variabile indipendente,  $\Delta p_\ell$ ) e tre dimensioni richieste ( $r = 3$ ), allora in accordo al teorema pi greco saranno necessari  $(5 - 3) = 2$  parametri pi greco.

Le variabili da ripetere usate solitamente per formare i termini pi greco (Passo 4) devono essere selezionate dalla lista  $D$ ,  $\rho$ ,  $\mu$  e  $w$ . Non si vuole utilizzare la variabile dipendente come una delle variabili da ripetere. Dal momento che sono necessarie tre dimensioni, si dovranno selezionare tre variabili da ripetere. Generalmente, si proverà a selezionare come variabili da ripetere quelle che sono le più semplici dimensionalmente. Per esempio, se una delle variabili ha la dimensione di una lunghezza, si sceglie come una delle variabili da ripetere. In questo esempio si usano  $D$ ,  $w$  e  $\rho$  come variabili da ripetere. Si osservi che queste variabili sono dimensionalmente indipendenti, dato che  $D$  è una lunghezza,  $w$  contiene sia la lunghezza sia il tempo e  $\rho$  contiene forza, lunghezza e tempo.

Si è ora pronti a formare i due parametri pi greco (Passo 5). Generalmente, si cercherà di iniziare con la variabile dipendente e combinarla con le variabili da ripetere per formare il primo termine pi greco, ovvero

$$\Pi_1 = \Delta p_\ell D^a w^b \rho^c$$

Dal momento che questa combinazione è adimensionale, segue che

$$(FL^{-3})(L)^a(Lt^{-1})^b(FL^{-4}t^2)^c = F^0 L^0 t^0$$

Gli esponenti  $a$ ,  $b$ ,  $c$  devono essere determinati in modo tale che l'esponente risultante per ciascuna delle dimensioni fondamentali – F, L e t – sia uguale a zero (in questo modo la combinazione risultante è adimensionale). Quindi, si può scrivere

$$1 + c = 0 \quad (\text{per } F)$$

$$-3 + a + b - 4c = 0 \quad (\text{per } L)$$

$$-b + 2c = 0 \quad (\text{per } t)$$

La soluzione del sistema di equazioni fornisce i valori desiderati per  $a$ ,  $b$  e  $c$ . Ne consegue che  $a = 1$ ,  $b = -2$ ,  $c = -1$ , e, pertanto,

$$\Pi_1 = \frac{\Delta p_\ell D}{\rho w^2}$$

Il processo viene ora ripetuto per le variabili non ripetute (Passo 6). In questo esempio c'è solamente una variabile supplementare ( $\mu$ ), così che

$$\Pi_2 = \mu D^a w^b \rho^c$$

o

$$(FL^{-2}t)(L)^a(Lt^{-1})^b(FL^{-4}t^2)^c = F^0 L^0 t^0$$

e, pertanto,

$$1 + c = 0 \quad (\text{per F})$$

$$-2 + a + b - 4c = 0 \quad (\text{per L})$$

$$1 - b + 2c = 0 \quad (\text{per t})$$

Risolvendo queste equazioni simultaneamente, ne discende che  $a = -1$ ,  $b = -1$ ,  $c = -1$ , così che

$$\Pi_2 = \frac{\mu}{Dw\rho}$$

Si noti che si finisce con il numero corretto di parametri pi greco come indicato al Passo 3.

A questo punto è necessario fermarsi e controllare per assicurarsi che i termini pi greco siano davvero adimensionali (Passo 7). Infine (Passo 8), si può esprimere il risultato dell'analisi dimensionale come

$$\frac{\Delta p_\ell D}{\rho w^2} = \tilde{\phi} \left( \frac{\mu}{Dw\rho} \right)$$

Questo risultato indica che il problema può essere studiato in funzione di questi due termini pi greco, invece che rispetto alle cinque variabili iniziali. Tuttavia, l'analisi dimensionale non fornisce la forma della funzione  $\tilde{\phi}$ , che può essere ottenuta soltanto da un opportuno insieme di esperimenti. Se si desidera, i termini pi greco possono essere riorganizzati: si può usare il reciproco di  $\mu/(Dw\rho)$ , e naturalmente l'ordine in cui si scrivono le variabili può essere modificato. Per esempio,  $\Pi_2$  potrebbe essere espresso come

$$\Pi_2 = \frac{\rho w D}{\mu}$$

e la relazione tra  $\Pi_1$  e  $\Pi_2$  come

$$\frac{D \Delta p_\ell}{\rho w^2} = \phi \left( \frac{\rho w D}{\mu} \right)$$

Questa è la forma precedentemente utilizzata nella trattazione iniziale di questo problema (Equazione 13.2). Il prodotto adimensionale  $(\rho w D)/\mu$  è un prodotto importante nella meccanica dei fluidi: è il numero di Reynolds. ■

## 13.5 Gruppi adimensionali comuni in meccanica dei fluidi

L'intestazione della Tabella 13.2 elenca variabili che compaiono comunemente nei problemi di meccanica dei fluidi. L'elenco non è esaustivo, ma indica una vasta gamma di variabili che si possono incontrare nei problemi tipici. Fortunatamente, non tutte le variabili si utilizzano in ogni problema. Comunque, quando queste variabili sono presenti, è consuetudine unirle in alcuni dei gruppi adimensionali comuni (i parametri pi greco) dati in Tabella 13.2. Queste unioni compaiono così frequentemente che a essi sono associati nomi speciali come indicato in tabella.

È spesso possibile fornire un'interpretazione fisica ai gruppi adimensionali: ciò può essere utile nel valutare la loro influenza in particolari applicazioni. L'interpretazione è basata sul rapporto di forze caratteristiche come il peso, la forza viscosa (attrito), la forza d'inerzia

**Tabella 13.2** Alcune variabili e gruppi adimensionali comuni nella meccanica dei fluidi

**Variabili:** Accelerazione di gravità  $g$ ; Lunghezza Caratteristica  $\ell$ , Densità  $\rho$ , Pressione  $p$  (o  $\Delta p$ ), Velocità del suono  $c$ , Velocità  $w$ , Viscosità  $\mu$ .

| Gruppi adimensionali      | Nome                    | Interpretazione                            | Tipi di applicazione  |
|---------------------------|-------------------------|--|---|
| $\frac{\rho w \ell}{\mu}$ | Numero di Reynolds $Re$ | forza d'inerzia<br>forza viscosa           | Importante in generale in tutti i problemi di meccanica dei fluidi      |
| $\frac{\mu}{w}$           | Numero di Froude $Fr$   | forza d'inerzia                            | Flusso su una superficie libera   |
| $\frac{w}{\sqrt{g \ell}}$ |                         | forza gravitazionale                       |   |
| $\frac{p}{\rho w^2}$      | Numero di Eulero $Eu$   | forza di pressione<br>forza d'inerzia      | Problemi in cui la pressione o le differenze di pressione sono notevoli |
| $\frac{w}{c}$             | Numero di Mach $M$      | forza d'inerzia<br>forza di comprimibilità | Flussi in cui è notevole la variazione di densità                       |

(massa per l'accelerazione), che possono essere importanti in un particolare flusso. Così come indicato in Tabella 13.2, il numero di Reynolds,  $Re$ , uno dei parametri adimensionali più importanti nella meccanica dei fluidi, rappresenta una misura del rapporto tra gli effetti dell'inerzia e quelli viscosi. Se per un determinato flusso il numero di Reynolds è elevato, l'inerzia del fluido domina sugli effetti viscosi, mentre per flussi con  $Re$  piccolo, sono prevalenti gli effetti viscosi.

**Per esempio...** Quando si mescola la panna in una tazza di caffè, il numero di Reynolds è dell'ordine di  $Re = \rho w \ell / \mu \approx 10.000$ . L'inerzia è dominante e il caffè continua a ruotare nella tazza anche dopo che è stato rimosso il cucchiaino. D'altra parte, il numero di Reynolds associato al rimescolamento di una tazza contenente una melassa molto viscosa sarebbe caratterizzato da un numero di Reynolds  $Re \approx 1$  e il moto cesserebbe quasi subito dopo aver tolto il cucchiaino. ■

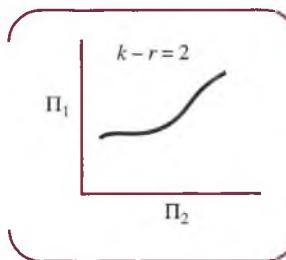
La Tabella 13.2 riporta altri comuni parametri adimensionali e i corrispondenti rapporti tra le forze.

## 13.6 Correlazione tra dati sperimentali

Una delle più importanti applicazioni dell'analisi dimensionale è quella di fornire un aiuto per un'efficiente manipolazione, interpretazione e correlazione di dati sperimentali. Poiché il campo della meccanica dei fluidi fa un grande affidamento sui dati sperimentali, non sorprende che l'analisi dimensionale sia uno strumento molto importante in questo campo. Come evidenziato precedentemente, l'analisi dimensionale non può dare una risposta completa a ogni problema, poiché essa fornisce i gruppi adimensionali che descrivono il fenomeno, ma non le specifiche relazioni tra di essi. Per determinare tali relazioni è necessario ottenere opportuni dati sperimentali. Il grado di difficoltà di questo processo dipende dal numero di termini pi greco coinvolti e dalla natura degli esperimenti. I problemi più semplici sono ovviamente quelli che implicano il minor numero di termini pi greco. Per esempio, se un dato fenomeno può essere descritto tramite due parametri pi greco come

$$\Pi_1 = \phi(\Pi_2)$$

la relazione funzionale tra le variabili può essere determinata facendo variare  $\Pi_2$  e misurando il corrispondente valore di  $\Pi_1$ . In questo caso i risultati possono essere comodamente visualizzati in forma grafica disegnando l'andamento di  $\Pi_1$  rispetto a  $\Pi_2$ . Va evidenziato



il fatto che la curva risultante ha validità “universale” per il particolare fenomeno studiato. Ciò sta a significare che se le variabili e la risultante analisi dimensionale sono corretti, allora esiste un'unica relazione tra  $\Pi_1$  e  $\Pi_2$ .

In aggiunta alla presentazione grafica dei dati, è possibile (e auspicabile) ricavare un'equazione empirica che leggi  $\Pi_1$  e  $\Pi_2$  utilizzando metodi di interpolazione. Queste considerazioni sono illustrate nell'Esempio 13.1.

### Correlazione di dati relativi al flusso in una tubatura

### ESEMPIO 13.1

Si determinano sperimentalmente la relazione tra la caduta di pressione per unità di lunghezza lungo una tubatura liscia e orizzontale e le variabili che influenzano tale riduzione di pressione. Il valore della riduzione di pressione è stato misurato in laboratorio per un tubo liscio di lunghezza pari a 1.524 m e diametro di 1.26 cm. Il fluido utilizzato è acqua a 15.6 °C ( $\mu = 1.12 \cdot 10^{-3}$  Pa·s,  $\rho = 995.956$  kg/m<sup>3</sup>). Sono state effettuate otto prove nelle quali è stata fatta variare la velocità ed è stato misurato il corrispondente valore della caduta di pressione. I risultati sono mostrati nella seguente tabella:

| Esperimento         | 1      | 2      | 3       | 4       | 5        | 6        | 7        | 8        |
|---------------------|--------|--------|---------|---------|----------|----------|----------|----------|
| Velocità            | 0.3566 | 0.5944 | 0.8870  | 1.7800  | 3.3924   | 5.1572   | 7.1140   | 8.7569   |
| Caduta di pressione | 299.73 | 746.93 | 1479.50 | 5075.31 | 15752.61 | 32606.46 | 57456.31 | 82832.85 |

Utilizzare questi dati per ottenere una relazione generale tra la caduta di pressione per unità di lunghezza e le altre variabili.

#### Soluzione

**Elementi noti** Sono forniti i dati sperimentali che mettono in relazione la caduta di pressione e la velocità per un flusso di acqua attraverso una tubatura liscia.

**Da determinare** Basandosi sui dati sperimentali forniti, determinare una relazione empirica tra la caduta di pressione per unità di lunghezza e le altre variabili che caratterizzano la riduzione di pressione.

#### Ipotesi

- Le variabili utilizzate nell'analisi sono corrette, cioè, non sono state incluse variabili estranee né sono state omesse variabili significative.
- I dati sperimentali sono accurati.

**Analisi** Il primo passo è effettuare un'analisi dimensionale durante la fase di progetto *pri-*ma che gli esperimenti siano effettivamente condotti. Come è stato discusso nel Paragrafo 13.1, si ipotizza che la caduta di pressione per unità di lunghezza,  $\Delta p_\ell$ , sia funzione del diametro della tubatura  $D$ , della densità del fluido  $\rho$ , della viscosità del fluido  $\mu$ , e della velocità  $w$ . Quindi

$$\Delta p_\ell = f(D, \rho, \mu, w)$$

che, come mostrato precedentemente, può essere scritto in forma adimensionale come

$$\frac{D \Delta p_\ell}{\rho w^2} = \phi \left( \frac{\rho w D}{\mu} \right)$$

Per determinare le caratteristiche della relazione, è necessario variare il numero di Reynolds,  $\rho w D / \mu$ , e misurare il corrispondente valore di  $D \Delta p_\ell / \rho w^2$ . I numeri di Reynolds potrebbero essere variati cambiando una qualsiasi delle variabili  $\rho$ ,  $w$ ,  $D$ , o  $\mu$ , o qualunque loro combinazione. In ogni caso, il modo più semplice per farlo è variare la velocità, poiché questo per-

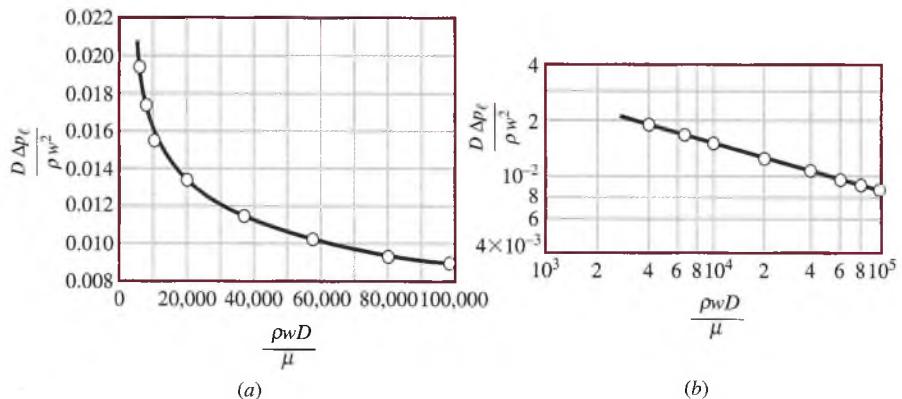


Figura E13.1

metterà di usare lo stesso fluido e la medesima tubatura. Basandosi sui dati forniti, i valori per i due parametri pi greco possono essere calcolati con i risultati:

| Esperimento                  | 1                  | 2                  | 3                  | 4                  | 5                  | 6                  | 7                  | 8                  |
|------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| $D \Delta p_\ell / \rho w^2$ | 0.0196             | 0.0176             | 0.0156             | 0.0133             | 0.0114             | 0.0102             | 0.00945            | 0.00892            |
| $\rho w D / \mu$             | $3.99 \times 10^3$ | $6.65 \times 10^3$ | $9.94 \times 10^3$ | $1.94 \times 10^4$ | $3.80 \times 10^4$ | $5.78 \times 10^4$ | $7.97 \times 10^4$ | $9.81 \times 10^4$ |

Questi sono gruppi adimensionali, perciò i loro valori sono indipendenti dal sistema di unità di misura utilizzato purché venga applicato un sistema coerente. Per esempio, se la velocità è in ft/s, allora il diametro andrà espresso in piedi e non in pollici o metri.

La Figura E13.1a mostra una rappresentazione grafica dei due parametri pi greco. La correlazione sembrerebbe abbastanza buona, e se così non fosse, ciò suggerirebbe che si sono commessi degli errori di misura o che probabilmente si è trascurata una variabile significativa. La curva mostrata in Figura E13.1a rappresenta la relazione generale tra la caduta di pressione e gli altri fattori nell'intervallo dei numeri di Reynolds tra  $4.01 \times 10^3$  e  $9.85 \times 10^4$ . Quindi, per questo intervallo di numeri di Reynolds non è necessario ripetere le prove per tubature di altre dimensioni o altri fluidi, fatta l'ipotesi che le variabili indipendenti ( $D$ ,  $\rho$ ,  $\mu$ ,  $w$ ) siano le uniche importanti.

Poiché la relazione tra  $\Pi_1$  e  $\Pi_2$  è non lineare, non è immediatamente deducibile quale forma di equazione empirica dovrebbe essere utilizzata per descrivere la relazione stessa, ma se gli stessi dati sono rappresentati in scala logaritmica, come mostrato Figura E13.1b, essi formano una linea retta, il che suggerisce che una forma appropriata dell'equazione possa essere  $\Pi_1 = A \Pi_2^n$  dove  $A$  e  $n$  sono costanti empiriche da determinare dai dati utilizzando una corretta tecnica di interpolazione, come un metodo di regressione non lineare. Per i dati forniti in questo esempio, una buona interpolazione può essere ottenuta con l'equazione

$$\Pi_1 = 0.150 \Pi_2^{-0.25}$$

che porta a

$$\frac{D \Delta p_\ell}{\rho w^2} = 0.150 \left( \frac{\rho w D}{\mu} \right)^{-1/4}$$

- 1 Nel 1911, H. Blasius, studioso tedesco di meccanica dei fluidi, stabilì un'equazione empirica simile alla precedente che è ampiamente utilizzata per ricavare la caduta di pressione in tubature lisce nell'intervallo  $4 \times 10^3 < Re < 10^5$ . Quest'equazione può essere espressa nella forma

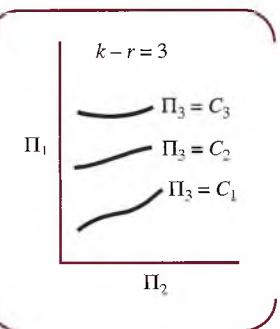
$$\frac{D \Delta p_\ell}{\rho w^2} = 0.1582 \left( \frac{\rho w D}{\mu} \right)^{-1/4}$$

che è la cosiddetta formula di Blasius, basata su numerosi risultati sperimentali dello stesso tipo di quelli forniti in questo esempio. Il flusso nelle tubature è trattato con maggior dettaglio nel prossimo capitolo, in cui è mostrato come la rugosità delle tubature (che introduce un'altra variabile) possa modificare i risultati forniti in questo esempio, che riguarda tubature lisce.

All'aumentare del numero di parametri pi greco richiesti, diventa più difficile rappresentare i risultati in un'opportuna forma grafica e determinare una particolare equazione empirica che descriva il fenomeno. Per problemi che riguardano tre termini pi greco

$$\Pi_1 = \phi(\Pi_2, \Pi_3)$$

è ancora possibile mostrare le relazioni tra i dati su semplici grafici rappresentando le famiglie di curve. Questo è un modo esaustivo ed efficiente per rappresentare i dati in maniera generale (il diagramma di comprimibilità generalizzato della Figura 4.9 ne è un esempio). È anche possibile determinare un'equazione empirica atta a relazionare i tre parametri pi greco. In ogni caso, al crescere del numero di termini pi greco, assieme a un generale aumento della difficoltà del problema in esame, sia la rappresentazione grafica sia la ricerca di un'equazione empirica adatta diventano ingestibili. Per questi problemi più complessi, è spesso più fattibile utilizzare modelli per ricavare le caratteristiche specifiche del sistema piuttosto che cercare di sviluppare relazioni generali. Il prossimo paragrafo illustra per l'appunto il concetto di modellizzazione.



## 13.7 Modellizzazione e similitudine

In meccanica dei fluidi spesso si utilizzano modellizzazioni. Infatti i più importanti progetti che riguardano strutture, aeroplani, imbarcazioni, fiumi, porti, dighe, inquinamento dell'aria e dell'acqua, ecc., richiedono frequentemente l'adozione di modelli. Sebbene il termine **modello** sia utilizzato in molti contesti diversi, il "modello in termini ingegneristici" in genere rispetta la seguente definizione: un **modello** è una rappresentazione di un sistema fisico che può essere utilizzata per prevedere il comportamento di un sistema in determinate condizioni. Il sistema fisico per cui si formulano delle previsioni è detto **prototipo**. Nonostante i modelli matematici e informatici si possano ricondurre a tale definizione, l'interesse di questo testo riguarda i modelli fisici, e cioè i modelli che assomigliano al prototipo ma sono in generale diversi per dimensioni, possono implicare fluidi diversi e spesso operano in condizioni differenti (pressioni, velocità ecc.). Generalmente, inoltre, il modello è più piccolo del prototipo e quindi può essere comodamente utilizzato in laboratorio e risulta meno costoso da costruire e da utilizzare rispetto al prototipo. Dopo aver elaborato un modello valido, è possibile prevedere il comportamento del prototipo in determinate condizioni di funzionamento.

Nei prossimi paragrafi saranno sviluppate delle procedure per elaborare dei modelli in modo tale che il modello e il prototipo abbiano lo stesso comportamento. Si può facilmente derivare la teoria dei modelli applicando i principi dell'analisi dimensionale, per cui, come illustrato nel Paragrafo 13.4, si consideri un problema che può essere descritto in funzione di un insieme di parametri pi greco come

$$\Pi_1 = \phi(\Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_n) \quad (13.4)$$

Nel formulare tale relazione, è necessario conoscere solo la natura generale del fenomeno fisico e le variabili di interesse, mentre non sono necessari i valori delle variabili (dimensione dei componenti, proprietà dei fluidi, ecc.) per eseguire l'analisi dimensionale. Quindi l'Equazione 13.4 si applica a qualsiasi sistema governato dalle stesse variabili. Se l'Equazione 13.4 descrive il comportamento di un certo prototipo, si può scrivere una relazione simile per il modello di tale prototipo, per cui

$$\Pi_{1m} = \phi(\Pi_{2m}, \Pi_{3m}, \dots, \Pi_{nm}) \quad (13.5)$$

dove la forma della funzione sarà la stessa se il modello e il prototipo riguardano lo stesso fenomeno. Le variabili o parametri pi greco privi del pedice  $m$  si riferiscono al prototipo, mentre il pedice  $m$  è utilizzato per indicare le variabili o parametri pi greco del modello.

I parametri pi greco si possono sviluppare in modo tale che  $\Pi_1$  contenga la variabile che deve essere predetta dall'osservazione compiuta sul modello. Perciò il modello è progettato e opera nelle seguenti condizioni di progetto del modello, dette anche **vincoli di similitudine o leggi di modellizzazione**:

$$\begin{aligned}\Pi_{2m} &= \Pi_2 \\ \Pi_{3m} &= \Pi_3 \\ &\vdots \\ \Pi_{nm} &= \Pi_n\end{aligned}\tag{13.6}$$

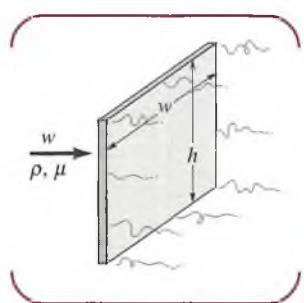
e poiché la forma di  $\phi$  è la stessa per il modello e per il prototipo, ne consegue che

$$\Pi_1 = \Pi_{1m}\tag{13.7}$$

L'Equazione 13.7 è l'**equazione predittiva** desiderata e indica che i valori misurati di  $\Pi_{1m}$  ottenuti con il modello saranno uguali ai corrispondenti  $\Pi_1$  del prototipo se i parametri pi greco sono i medesimi.

Per illustrare la procedura, si consideri il problema di determinare la resistenza aerodinamica  $\mathcal{D}$  su una piastra rettangolare sottile (di dimensioni  $d \times h$ ) perpendicolare alla velocità del fluido  $w$ . Si assuma che la resistenza sia funzione di  $d$ ,  $h$ ,  $w$ , della viscosità  $\mu$  e della densità  $\rho$  del fluido, così che

$$\mathcal{D} = f(d, h, \mu, \rho, w)$$



Poiché tale problema coinvolge 6 variabili fisiche, che possono essere descritte in funzione di 3 dimensioni fondamentali ( $M$ ,  $L$ ,  $t$  o  $F$ ,  $L$ ,  $t$ ), esso può essere scritto in funzione di 3 parametri pi greco come

$$\frac{\mathcal{D}}{d^2 \rho w^2} = \phi \left( \frac{d}{h}, \frac{\rho d w}{\mu} \right)\tag{13.8}$$

dove  $\rho d w / \mu$  è noto come numero di Reynolds.

Si può ora progettare un modello che potrebbe essere usato per predire il comportamento di un certo prototipo (che ha presumibilmente dimensioni diverse rispetto al modello). Dal momento che la relazione espressa dall'Equazione 13.8 vale sia per prototipo sia per il modello, si presume che l'Equazione 13.8 governi il prototipo, con una relazione simile

$$\frac{\mathcal{D}_m}{d_m^2 \rho_m w_m^2} = \phi \left( \frac{d_m}{h_m}, \frac{\rho_m d_m w_m}{\mu_m} \right)\tag{13.9}$$

per il modello. Le leggi di modellizzazione (requisiti di similitudine) sono quindi

$$\frac{d_m}{h_m} = \frac{d}{h} \quad \frac{\rho_m d_m w_m}{\mu_m} = \frac{\rho d w}{\mu}$$

La dimensione del modello è ottenuta dalla prima condizione, il che indica che

$$d_m = \frac{h_m}{h} d\tag{13.10}$$

Si è liberi di scegliere il rapporto tra le altezze  $h_m/h$  voluto per la prova del modello (per esempio  $1/2$  della dimensione del modello o  $1/10$  della dimensione del modello), ma poi

La larghezza del modello della piastra,  $d_m$ , è fissata in accordo con l'Equazione 13.10. Ciò assicura che il modello è geometricamente in scala.

Il secondo requisito di similitudine indica che il modello e il prototipo devono essere utilizzati con lo stesso numero di Reynolds, e quindi la velocità necessaria per il modello si ottiene dalla relazione

$$w_m = \frac{\mu_m}{\mu} \frac{\rho}{\rho_m} \frac{d}{d_m} w \quad (13.11)$$

Si noti che questa progettazione del modello richiede non solo una scala geometrica, come specificato dall'Equazione 13.10, ma anche il corretto dimensionamento della velocità in conformità con l'Equazione 13.11. Questo risultato è tipico della maggior parte delle progettazioni di modelli – nella progettazione c'è molto più di un semplice ridimensionamento della geometria.

Se si soddisfano i requisiti di similitudine, l'equazione predittiva per la resistenza è

$$\frac{\mathcal{D}}{d^2 \rho w^2} = \frac{\mathcal{D}_m}{d_m^2 \rho_m w_m^2}$$

$$\mathcal{D} = \left( \frac{d}{d_m} \right)^2 \left( \frac{\rho}{\rho_m} \right) \left( \frac{w}{w_m} \right)^2 \mathcal{D}_m \quad (13.12)$$

Pertanto, una resistenza  $\mathcal{D}_m$  misurata sul modello deve essere moltiplicata per il rapporto tra i quadrati delle larghezze, il rapporto tra le densità del fluido e il rapporto tra i quadrati della velocità per ottenere il valore previsto della resistenza  $\mathcal{D}$  sul prototipo.

Generalmente, per ottenere una similitudine tra comportamento del modello e del prototipo, tutti i corrispondenti parametri pi greco tra modello e prototipo devono essere uguali.

**Per esempio...** Si assume che dell'aria che scorre con una velocità di 20 m/s perpendicolarmente a una piastra di un prototipo alta 2 m e larga 1 m deve essere modellizzata da una piastra alta 0.2 m in acqua. I parametri per il modello e il prototipo sono indicati nella seguente tabella.

|           | $d$ , m | $h$ , m | $\mu$ , N · s/m <sup>2</sup> | $\rho$ , kg/m <sup>3</sup> | $w$ , m/s | $\mathcal{D}$ , N |
|-----------|---------|---------|------------------------------|----------------------------|-----------|-------------------|
| Prototipo | 1       | 2       | $1.79 \times 10^{-5}$        | 1.23                       | 20        | ?                 |
| Modello   | ?       | 0.2     | $1.12 \times 10^{-3}$        | 999                        | ?         | $\mathcal{D}_m$   |

Nella tabella ci sono tre punti interrogativi, uno per ciascuno dei tre parametri pi greco. Per garantire la similitudine, la larghezza della piastra modello,  $d_m$ , viene determinata dall'Equazione 13.10 come

$$d_m = (0.2/2)(1 \text{ m}) = 0.1 \text{ m}.$$

Inoltre, per ottenere che il flusso che scorre sulla piastra modello sia simile al flusso che interessa la piastra prototipo, si ottiene la velocità dell'acqua del modello dall'Equazione 13.11 come

$$w_m = (1.12 \times 10^{-3}/1.79 \times 10^{-5})(1.23/999)(1/0.1)(20 \text{ m/s}) = 15.4 \text{ m/s}$$

Infine, quando modello e prototipo operano nelle condizioni simili di cui sopra, la resistenza prevista sulla piastra prototipo può essere determinata dall'Equazione 13.12 come

$$\mathcal{D} = (1/0.1)^2 (1.23/999) (20/15.4)^2 \mathcal{D}_m = 0.208 \mathcal{D}_m$$

in cui  $\mathcal{D}_m$  viene determinata dall'esperimento sul modello in acqua. ■

**ESEMPIO 13.2****Modello della pompa**

La potenza in ingresso  $\dot{L}_p$  necessaria per far funzionare una pompa centrifuga è una funzione del diametro  $D$  e della velocità angolare  $\omega$  della girante della pompa, della portata volumetrica  $Q$  e della densità  $\rho$  del fluido pompato. I dati per una particolare prova di un modello di pompa avente diametro di 203.2 mm sono riportati nella tabella sottostante.

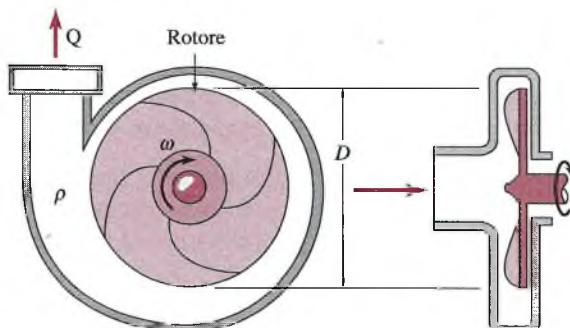
| $D_m$ , mm | $\omega_m$ , giri/minuto | $Q_m$ , litri/s | $\rho_m$ , kg/m <sup>3</sup> | $\dot{L}_{pm}$ , kW |
|------------|--------------------------|-----------------|------------------------------|---------------------|
| 203.2      | 1200                     | 65.978          | 995.9549                     | 9.056               |

Si desidera costruire una pompa più grande, geometricamente simile alla prima, con  $D = 304.8$  mm. Sulla base dei precedenti dati sperimentali per la pompa più piccola, prevedere la potenza necessaria per azionare la pompa di 304.8 mm di diametro a 1000 giri/min in condizioni di flusso simili a quelle della pompa piccola. In ogni caso il fluido di lavoro è acqua.

**Soluzione**

**Elementi noti** Sono note le variabili che influenzano la potenza della pompa e alcuni valori del prototipo (pompa da 304.8 mm di diametro) e del modello (pompa da 203.2 mm di diametro).

**Da determinare** Si deve determinare la potenza necessaria per azionare la pompa più grande in condizioni simili a quelle della pompa più piccola.

**Schema e dati forniti****Figura E13.2****Ipotesi**

- Le variabili fisiche indicate come quelle di cui la potenza della pompa è una funzione sono corrette.
- Il modello e il prototipo delle pompe sono geometricamente simili.

**Analisi** Dalla definizione del problema si può scrivere che

$$\dot{L}_p = f(D, \omega, Q, \rho)$$

Si osservi che ci sono cinque variabili fisiche che possono essere scritte in funzione di tre dimensioni fondamentali (M, L, T o F, L, t), per cui il flusso può essere descritto in termini di due parametri pi greco adimensionali come

$$C_p = \phi(C_Q) \quad (1)$$

dove  $C_p = \dot{L}_p / (\rho \omega^3 D^5)$  è il coefficiente di potenza e  $C_Q = Q / (\omega D^3)$  è il coefficiente di flusso. Un semplice controllo delle dimensioni coinvolte mostra che questi termini sono di fatto adimensionali.

In condizioni di flusso simili, il coefficiente di flusso per il prototipo della pompa deve essere lo stesso di quello per il modello della pompa, cioè

$$\frac{Q}{\omega D^3} = \left( \frac{Q}{\omega D^3} \right)_m$$

dove il pedice  $m$  si riferisce al modello. In tal modo, la portata volumetrica del prototipo deve essere

$$\begin{aligned} Q &= (\omega/\omega_m)(D/D_m)^3 Q_m \\ &= (100 \text{ rpm}/1200 \text{ rpm})(304.8 \text{ mm}/203.2 \text{ mm})^3 (65.978 \text{ l/s}) = 183,56 \text{ litri/s} \end{aligned}$$

Dall'Equazione 13.1, se i coefficienti di flusso del modello e del prototipo sono gli stessi, allora anche i coefficienti di potenza del modello e del prototipo sono gli stessi, e cioè

$$\frac{\dot{L}_p}{\rho\omega^3 D^5} = \left( \frac{\dot{L}_p}{\rho\omega^3 D^5} \right)_m$$

Quindi, la potenza necessaria per azionare il prototipo di 304.8 mm di diametro è

$$\dot{L}_p = (\rho/\rho_m)(\omega/\omega_m)^3(D/D_m)^5 \dot{L}_{pm}$$

Poiché  $\rho = \rho_m$  (entrambe pompano acqua), si ottiene la potenza del prototipo come

$$\dot{L}_p = (1,000 \text{ rpm}/1,200 \text{ rpm})^3 (304.8 \text{ mm}/203.2 \text{ mm})^5 (9.056 \text{ KW}) = 39.80 \text{ kW}$$

Tra gli altri parametri di interesse nella progettazione delle pompe vi è la prevalenza  $h_p$  della pompa. Questo parametro può essere messo in forma adimensionale come coefficiente di prevalenza  $C_h$ , dove

$$C_h = \frac{gh_p}{\omega^2 D^2}$$

Come per il coefficiente di potenza, anche il coefficiente di prevalenza è una funzione del coefficiente di flusso  $C_Q$ . Quindi, se i coefficienti di flusso del modello e del prototipo sono uguali, allora  $C_h = C_{hm}$ , o

$$\frac{gh_p}{\omega^2 D^2} = \left( \frac{gh_p}{\omega^2 D^2} \right)_m$$

Essendo  $g_m = g$ , ne discende che

$$h_p = (\omega/\omega_m)^2 (D/D_m)^2 h_{pm}$$

e quindi, per il modello e il prototipo di pompa di questo esempio, si ha

$$h_p = (1000 \text{ rpm}/1200 \text{ rpm})^2 (304.8 \text{ mm}/203.2 \text{ mm})^2 h_{pm} = 1.56 h_{pm}$$

cioè la pompa di 304.8 mm di diametro, che opera in condizioni simili a quelle riportate nella tabella di cui sopra per la pompa di 203.2 mm di diametro, produrrà un aumento di prevalenza di 1.56 volte superiore a quello della pompa più piccola.

- 1 Se il prototipo con diametro di 304.8 mm non fosse geometricamente simile al modello con diametro 203.2 mm, sarebbe inopportuno utilizzare i valori del modello per predire il comportamento del prototipo.
- 2 La potenza calcolata precedentemente è valida solo per le condizioni operative del prototipo della pompa. Conducendo una serie di esperimenti in diverse condizioni operative, si potrebbe ottenere una previsione del comportamento della pompa prototipo in un certo intervallo di condizioni operative.

2

## Sommario e guida allo studio

Molti problemi pratici in ambito ingegneristico che riguardano la meccanica dei fluidi richiedono, per la loro risoluzione, dati sperimentali, per cui studi e sperimentazione di laboratorio giocano un ruolo fondamentale in questo campo.

È importante sviluppare valide procedure per la progettazione degli esperimenti in modo che essi risultino efficienti, completi e quanto più applicabili possibile. Per ottenere questo risultato si ricorre spesso al concetto di similitudine, con

riferimento al quale le misure effettuate in laboratorio possono essere utilizzate per prevedere il comportamento di sistemi simili. In questo capitolo si è utilizzata l'analisi dimensionale per la realizzazione di esperimenti che siano d'aiuto per la correlazione di dati sperimentali e come base per la realizzazione di un modello fisico.

L'analisi dimensionale semplifica un certo problema descritto da un gruppo di variabili riducendole a un numero minimo necessario che bisogna considerare. Oltre a inferiori numericamente, le nuove variabili sono prodotti adimensionali ottenuti da quelle iniziali. Tipicamente queste nuove variabili adimensionali sono molto più semplici da utilizzare nella realizzazione di un esperimento. Ciò mostra come l'uso di variabili adimensionali possa essere di aiuto nella pianificazione di un esperimento e di supporto nella correlazione dei dati sperimentali.

Per i problemi nei quali interviene un gran numero di variabili si ricorre all'uso di modelli fisici. I modelli sono usati per fare specifiche previsioni dai test di laboratorio piuttosto

che formulare una generica legge per descrivere il fenomeno fisico di interesse. La corretta progettazione di un modello è un imperativo che deve consentire una previsione accurata di altri sistemi simili, ma generalmente più ampi. Ciò mostra come l'analisi dimensionale possa essere usata per la valida elaborazione di un modello.

La seguente checklist fornisce una guida allo studio per questo capitolo. Alla fine dello studio del testo e dopo aver completato gli esercizi alla fine del capitolo il lettore deve essere in grado di:

- interpretare il significato dei termini chiave evidenziati nel testo;
- formare un insieme di variabili adimensionali a partire da un insieme di variabili fisiche;
- usare variabili adimensionali come supporto per interpretare e correlare dati sperimentali;
- stabilire un insieme di leggi di modellizzazione e di equazioni di previsione per un modello, in modo da poter prevedere il comportamento di un altro sistema simile (il prototipo).

## Esercizi

**Nota:** ove non diversamente specificato nel testo del problema, per la risoluzione utilizzare i valori delle proprietà dei fluidi riportate nelle tabelle dell'Appendice FM-1.

### Variabili adimensionali

**13.1** Il numero di Reynolds,  $\rho w D / \mu$ , è un parametro molto importante nella meccanica dei fluidi. Verificare che il numero di Reynolds è adimensionale, usando, per le dimensioni fondamentali, sia il sistema FLt sia quello MLt, e determinare il suo valore per acqua che scorre alla velocità di 2 m/s attraverso un tubo con un diametro di 0.0254 m.

**13.2** Alcune variabili comuni nella meccanica dei fluidi sono: portata volumetrica  $Q$ , accelerazione di gravità  $g$ , viscosità  $\mu$ , densità  $\rho$ , e lunghezza  $\ell$ . Quali delle seguenti combinazioni di tali variabili sono adimensionali?

- $Q^2/g\ell^2$ .
- $\rho Q/\mu\ell$ .
- $g\ell^2/Q$ .
- $\rho Q\ell/\mu$ .

### Formare parametri adimensionali

**13.3** L'aumento di pressione  $\Delta p$  all'interno di una pompa può essere espresso come:

$$\Delta p = f(D, \rho, \omega, Q)$$

dove  $D$  è il diametro del rotore,  $\rho$  la densità del fluido,  $\omega$  la velocità di rotazione e  $Q$  la portata volumetrica. Determinare un insieme opportuno di parametri adimensionali.

**13.4** La resistenza  $D$  di una piastra a forma di rondella posizionata perpendicolarmente al flusso di un fluido può essere espressa come

$$\mathcal{D} = f(d_1, d_2, w, \mu, \rho)$$

dove  $d_1$  è il diametro esterno,  $d_2$  quello interno,  $w$  la velocità del fluido,  $\mu$  la viscosità e  $\rho$  la densità. Sono stati realizzati alcuni esperimenti in galleria del vento per determinare l'attrito. Quali parametri adimensionali bisognerebbe utilizzare per organizzare tali dati?

**13.5** La velocità  $w$  di una particella sferica che affonda lentamente in un liquido molto viscoso può essere espressa come

$$w = f(d, \mu, \gamma, \gamma_s)$$

dove  $d$  è il diametro della particella,  $\mu$  la viscosità del liquido e  $\gamma$  e  $\gamma_s$  sono i pesi specifici del liquido e della particella, rispettivamente. Sviluppare un insieme di parametri adimensionali che possa essere utilizzato per studiare questo problema.

**13.6** Assumere che la resistenza aerodinamica  $\mathcal{D}$  su un aereo che vola a velocità supersonica sia funzione della sua velocità  $w$ , della densità del fluido  $\rho$ , della velocità del suono  $c$  e di una serie di lunghezze  $\ell_1, \dots, \ell_i$  che descrivono la geometria del veicolo. Sviluppare un insieme di parametri greci che potrebbero essere usati per studiare sperimentalmente come la resistenza è influenzata dai fattori elencati.

### Metodo di ripetizione delle variabili

**13.7** Un improvviso restringimento all'interno di un tubo ne modifica il diametro da  $D_1$  a  $D_2$ . La caduta di pressione  $\Delta p$  che avviene a cavallo della gola è funzione di  $D_1$  e  $D_2$  e della velocità  $w$  nel condotto più largo, della densità del fluido  $\rho$  e della viscosità  $\mu$ . Utilizzando

zare  $D_1$ ,  $w$  e  $\mu$  come variabili di ripetizione per determinare un insieme di parametri adimensionali adatto al problema. Perché non sarebbe corretto inserire come variabile addizionale la velocità nel tratto di tubo più stretto?

- 13.8** Si ipotizzi che la potenza  $\dot{L}$ , richiesta per azionare una ventola, sia funzione del diametro della ventola  $D$ , della densità dell'aria  $\rho$ , della velocità rotazionale  $\omega$  e della portata volumetrica  $Q$ . Si usino  $D$ ,  $\omega$  e  $\rho$  come variabili di ripetizione per determinare un insieme opportuno di parametri pi greco.

- 13.9** Si richiede di determinare l'altezza delle onde quando il vento soffia su un lago. L'altezza delle onde  $H$  è assunta come una funzione della velocità del vento  $w$ , della densità dell'acqua  $\rho$ , della densità dell'aria  $\rho_a$ , della profondità dell'acqua  $d$ , della distanza dalla spiaggia  $\ell$  e dell'accelerazione di gravità  $g$ , come illustrato in Figura P13.9. Si usino  $d$ ,  $w$  e  $\rho$  come variabili di ripetizione per determinare un insieme adatto di parametri pi greco che possano essere utilizzati per descrivere questo problema.

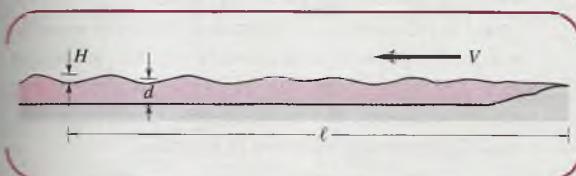


Figura P13.9

#### Usare l'analisi dimensionale – Generale

- 13.10** La caduta di pressione attraverso un tappo cavo posizionato in un tubo circolare in cui fluisce del liquido (si veda la Figura P13.10) può essere espressa come

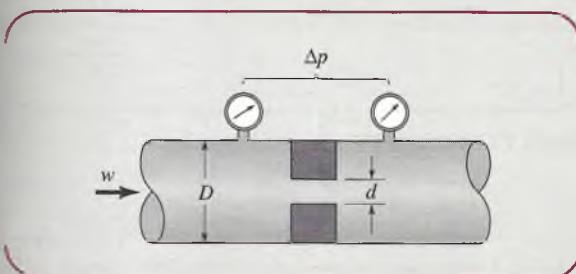


Figura P13.10

$$\Delta p = f(\rho, w, D, d)$$

dove  $\rho$  è la densità del fluido e  $w$  la velocità nel tubo. La seguente tabella riporta alcuni dati sperimentali ottenuti con  $D = 0.061$  m,  $\rho = 1027$  kg/m<sup>3</sup> e  $w = 0.61$  m/s:

| Test             | 1     | 2     | 3    | 4     |
|------------------|-------|-------|------|-------|
| $d$ (m)          | 0.018 | 0.024 | 0.03 | 0.046 |
| $\Delta p$ (kPa) | 23.64 | 7.48  | 3    | 0.6   |

Utilizzando opportuni parametri adimensionali, si tracci il grafico, su scala logaritmica, del risultato di questi esperimenti. Si usi una tecnica di interpolazione per determinare un'equazione generale per  $\Delta p$ . Quali sono i limiti di applicabilità dell'equazione?

- 13.11** La caduta di pressione per unità di lunghezza  $\Delta p_\ell = \Delta p/\ell$ , espressa in (N/m<sup>2</sup>)/m, per il flusso di sangue attraverso un tubo orizzontale di piccolo diametro, è funzione della portata volumetrica  $Q$ , del diametro  $D$  e della viscosità del sangue  $\mu$ . Da una serie di esperimenti, in cui  $D = 2$  mm e  $\mu = 0.004$  N·s/m<sup>2</sup>, sono stati ricavati i seguenti dati, dove il  $\Delta p$  indicato è stato misurato su tutta la lunghezza,  $\ell = 300$  mm.

| $Q(\text{m}^3/\text{s})$ | $p(\text{N}/\text{m}^2)$ |
|--------------------------|--------------------------|
| $3.6 \times 10^{-6}$     | $1.1 \times 10^4$        |
| $4.9 \times 10^{-6}$     | $1.5 \times 10^4$        |
| $6.3 \times 10^{-6}$     | $1.9 \times 10^4$        |
| $7.9 \times 10^{-6}$     | $2.4 \times 10^4$        |
| $9.8 \times 10^{-6}$     | $3.0 \times 10^4$        |

Si esegua un'analisi dimensionale per questo problema e si faccia uso dei dati forniti per determinare una generica relazione tra  $\Delta p_\ell$  e  $Q$  che sia valida anche per altri valori di  $D$ ,  $\ell$  e  $\mu$ .

- 13.12** Quando un fluido molto viscoso scorre lentamente su una piastra verticale di altezza  $h$  e di larghezza  $d$  (si veda la Figura P13.12), la pressione lungo la superficie della piastra aumenta. Si assuma che la pressione  $p$  nel mezzo della piastra sia funzione del peso e della larghezza della piastra stessa, della velocità di attacco  $w$  e della viscosità del fluido  $\mu$ . Si faccia uso dell'analisi dimensionale per determinare come la pressione  $p$  cambia quando la velocità del fluido  $w$  raddoppia.

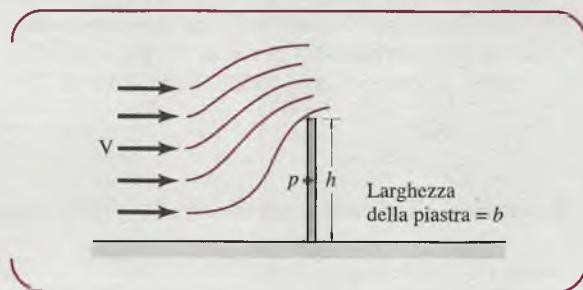


Figura P13.12

- 13.13** La viscosità  $\mu$  di un liquido può essere misurata determinando il tempo  $t$  necessario affinché una sfera di diametro  $d$  percorra una distanza  $\ell$  in un cilindro verticale di diametro  $D$ , contenente il liquido. Si assuma che

$$t = f(\ell, d, D, \mu, \Delta\gamma)$$

dove  $\Delta\gamma$  è la differenza in peso specifico tra la sfera e il liquido. Si usi l'analisi dimensionale per mostrare

come  $t$  sia legato a  $\mu$  e si descriva come si può utilizzare un'apparecchiatura per misurare la viscosità.

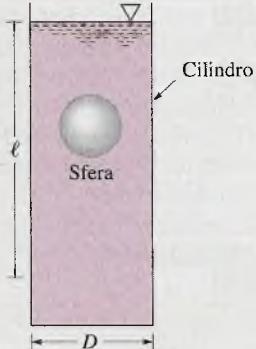


Figura P13.13

- 13.14** La forza di galleggiamento  $F_B$  agente su un corpo immerso in un fluido è una funzione del peso specifico  $\gamma$  del fluido e del volume  $V$  del corpo. Si mostri, tramite l'analisi dimensionale, che la forza di galleggiamento deve essere direttamente proporzionale al peso specifico.

#### Usare l'analisi dimensionale – Modelli

- 13.15** La realizzazione del modello di un canale è basata sulla similitudine del numero di Froude, dove  $Fr = w/(gy)^{1/2}$  è funzione della velocità dell'acqua,  $w$ , della profondità dell'acqua,  $y$ , e dell'accelerazione di gravità,  $g$ . Se la profondità del canale è di 3 m e la profondità del modello è di 100 mm, a quale valore di velocità del canale corrisponde una velocità del modello di 2 m/s?
- 13.16** L'attrito su un riflettore parabolico del diametro di 2 m, dovuto a un vento che soffia a 80 km/h, viene determinato attraverso un esperimento nella galleria del vento utilizzando un modello geometricamente simile di antenna del diametro di 0.4 m. Sia per il modello sia per il prototipo viene utilizzata aria standard.

Assumendo la similitudine del numero di Reynolds, a che velocità dell'aria dovrebbe essere effettuato l'esperimento sul modello?

Con tutte le condizioni di similitudine soddisfatte, la resistenza agente sul modello è stata misurata pari a 179 N. Qual è l'attrito previsto per il prototipo dell'antenna?

- 13.17** Un parcheggio quadrato di lato  $w$  è delimitato su tutti i lati da una recinzione di altezza  $d$ , con un solo lato aperto di larghezza  $b$ , come mostrato in Figura P13.17. Durante un'intensa pioggia, l'area si riempie d'acqua e si vuole determinare il tempo  $t$  necessario affinché l'acqua defluisca completamente dall'area una volta smesso di piovere. Per studiare questo problema viene utilizzato un modello in scala, e si assume che

$$t = f(w, b, d, g, \mu, \rho)$$

dove  $g$  è l'accelerazione di gravità,  $\mu$  è la viscosità del fluido e  $\rho$  è la densità del fluido.

Un'analisi dimensionale indica che due parametri adimensionali sono  $b/w$  e  $d/w$ . Che altri parametri adimensionali sono necessari?

Per un modello geometricamente simile, in scala 1:10, qual è la relazione tra il tempo di deflusso del modello e il corrispondente tempo di deflusso del parcheggio reale? Si assuma che tutti i requisiti di similitudine siano soddisfatti. Nel modello, può essere usata acqua? Spiegare e giustificare la risposta.

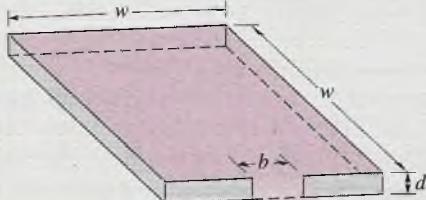


Figura P13.17

# Flussi interni ed esterni

## Obiettivi del capitolo

I problemi di meccanica dei fluidi in movimento possono essere suddivisi in problemi di flussi interni o esterni. I moti dei fluidi entro spazi confinati sono considerati flussi interni. Esempi di flussi interni sono quelli attraverso tubi, condotti, valvole e tutte le tipologie di raccordi tra tubazioni. I flussi che lambiscono corpi completamente circondati da fluidi sono considerati invece flussi esterni. Esempi di flussi esterni sono quelli generati da fluidi che scorrono intorno ad aeroplani, automobili, edifici e sottomarini. L'obiettivo di questo capitolo è di studiare i flussi interni di un fluido viscoso attraverso sistemi di tubazioni e i flussi esterni attorno a forme geometriche comuni.

## FLUSSI INTERNI

La prima parte del capitolo riguarda i flussi di fluidi viscosi all'interno di un sistema di tubazioni. La Figura 14.1 mostra alcuni componenti tipici di un sistema di tubazioni, comprendente le tubature stesse, in generale di diametri diversi, i diversi raccordi usati per collegare le singole tubature, i dispositivi di controllo del flusso, cioè le valvole, e le pompe o le turbine che forniscono o ricavano energia meccanica dal fluido.

Prima di applicare in alcuni esempi le equazioni che governano i flussi interni ai tubi, si devono introdurre i concetti fondamentali che riguardano i flussi interni. Ove non esplicitamente indicato, si considereranno tubi circolari e completamente riempiti con un unico fluido.

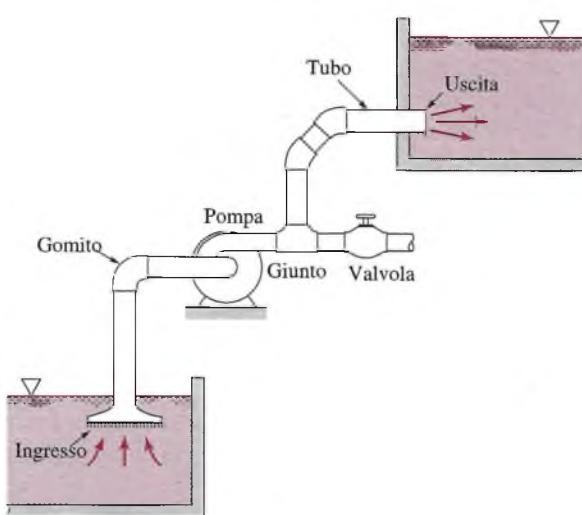


Figura 14.1 Tipici componenti di un sistema di tubazioni.

## 14.1 Caratteristiche generali del flusso in un tubo

### 14.1.1 Flusso laminare o turbolento

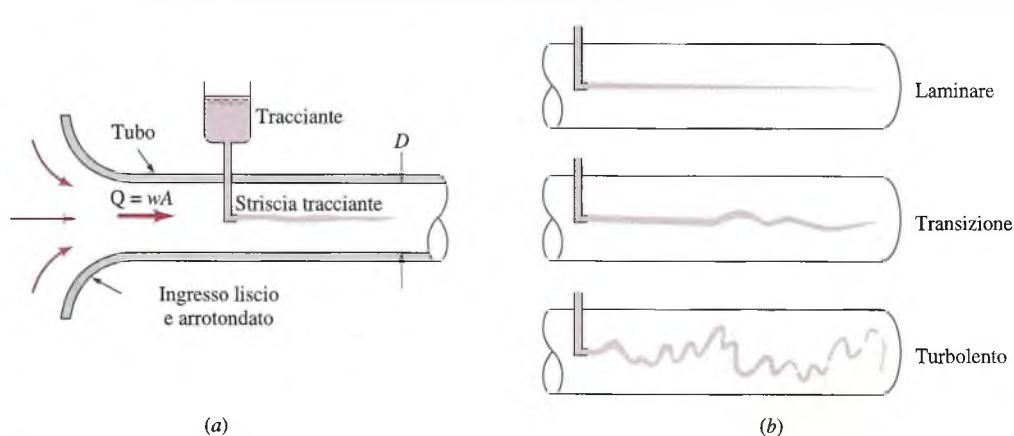
Il flusso di un fluido in un tubo può avvenire in regime laminare o turbolento. Osborne Reynolds, scienziato e matematico inglese, fu il primo a distinguere la differenza tra i due tipi di moto usando il semplice apparato sperimentale schematizzato in Fig.14.2a. Per portate “abbastanza piccole” la traccia lasciata dal colorante resta ben definita lungo il fluido in cui è immersa, con un leggero dissolvimento dovuto alla diffusione molecolare del colorante nell’acqua circostante. Per portate “intermedie”, la striscia di colorante varia il suo percorso nel fluido con oscillazioni nel tempo, e si può osservare un comportamento irregolare in zone localizzate della scia. Per portate “sufficientemente elevate” la striscia di colorante diventa quasi subito indistinta e inizia a espandersi in modo casuale attraverso l’intero tubo. Le caratteristiche di questi tre regimi di moto, definiti **regime laminare**, **regime di transizione** e **regime turbolento**, sono rappresentate in Fig.14.2b. Nel precedente paragrafo, il termine *portata* dovrebbe essere sostituito dal numero di Reynolds,  $Re = \rho w D / \mu$ , dove  $w$  è la velocità media nel tubo. Vale a dire che il regime di moto nel tubo è laminare, di transizione o turbolento a seconda che il numero di Reynolds sia *abbastanza piccolo*, *intermedio* o *sufficientemente grande*. Infatti la portata del fluido non è il solo fattore che determina le caratteristiche del moto: anche la densità, la viscosità e le dimensioni del tubo giocano un ruolo importante. La combinazione di questi parametri costituisce il numero di Reynolds. Come osservato nel Capitolo 13.5, il numero di Reynolds è la misura dell’importanza relativa degli effetti inerziali e viscosi nel moto del fluido.

In molte applicazioni ingegneristiche di flussi in tubi circolari, risultano appropriati i valori seguenti: il moto è laminare se il numero di Reynolds è inferiore a circa 2100-2300. Il regime è turbolento se il numero di Reynolds è maggiore di circa 4000. Tra i due valori limite il fluido è in regime di transizione e passa da moto laminare a moto turbolento.

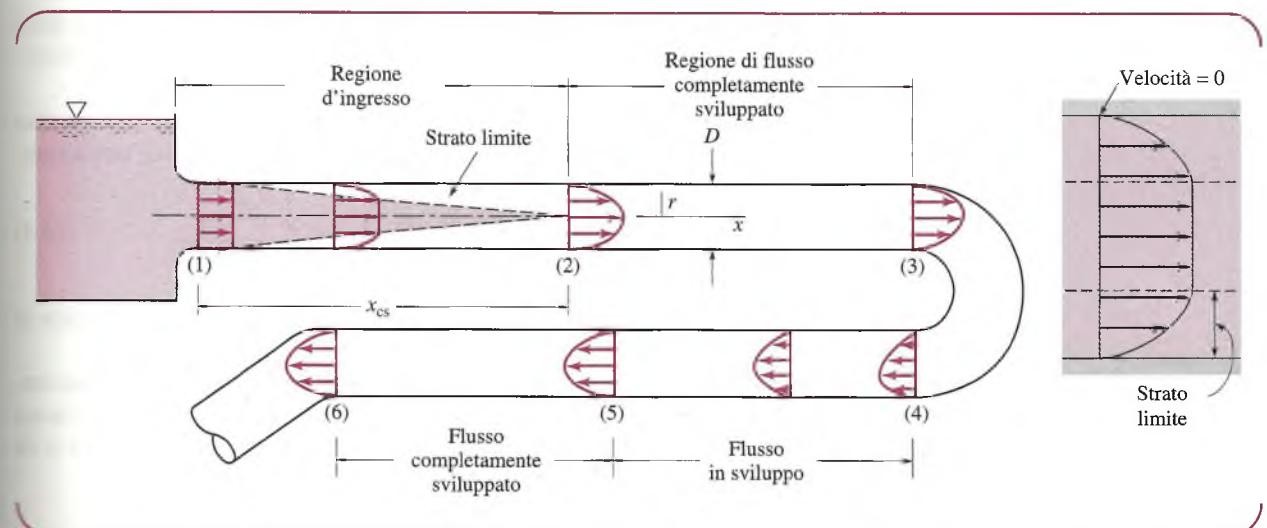
### 14.1.2 Regione d’ingresso e flusso completamente sviluppato

La regione di moto in prossimità dell’ingresso del fluido in un tubo è detta regione d’ingresso ed è illustrata in Figura 14.3.

In diversi casi pratici, il fluido entra nel tubo in corrispondenza della sezione d’ingresso, sezione 1, con un profilo di velocità quasi uniforme, come mostrato in figura. Gli effetti viscosi gli impediscono di scorrere sulle pareti, e quindi, indipendentemente dal fatto che il fluido sia aria oppure un olio molto viscoso, esso ha velocità nulla in corrispondenza



**Figura 14.2** (a) Esperimento per illustrare i tipi di flusso. (b) Tipiche tracce di colorante.



**Figura 14.3** Regione d'ingresso, flusso in fase di sviluppo e flusso completamente sviluppato all'interno di un sistema di tubi.

delle pareti del tubo. Come mostrato in Fig.14.3, lungo le pareti del condotto si crea lo strato limite, in cui gli effetti viscosi hanno un peso notevole e all'interno del quale il profilo di velocità varia con la distanza  $x$  dall'imbocco del tubo fino a che il fluido raggiunge la fine della regione d'ingresso (sezione 2), al di là della quale il profilo di velocità non cambia più con la posizione  $x$ . Lo strato limite aumenta in spessore fino a occupare completamente il tubo e il moto è detto completamente sviluppato.

La forma del profilo della velocità nel tubo dipende dal fatto che il regime sia laminare o turbolento; anche la lunghezza d'ingresso  $x_{cs}$  dipende dal regime del flusso. Lunghezze d'ingresso tipiche sono date da

$$\frac{x_{cs}}{D} = 0.05 Re \quad (\text{regime laminare}) \quad (14.1)$$

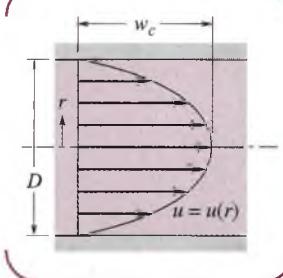
$$10 \leq \frac{x_{cs}}{D} \leq 60 \quad (\text{regime turbolento}) \quad (14.2)$$

Una volta che il fluido raggiunge la fine della regione d'ingresso (sezione 2 della Figura 14.3), la velocità mediata nel tempo è funzione solo della distanza  $r$  dal centro del tubo e indipendente dalla distanza assiale  $x$ . Ciò è vero finché le caratteristiche geometriche del condotto non cambiano per una variazione di diametro, di curvatura, o per la presenza di una valvola o di altri componenti (sezione 3). Il flusso tra (2) e (3) è completamente sviluppato. Successivamente, tra (3) e (4) il profilo di velocità medio dipende nuovamente dalla coordinata assiale, e in (4) il fluido comincia il graduale ritorno al regime completamente sviluppato (sezione 5); lo stesso profilo si mantiene fino al raggiungimento del successivo componente del sistema (sezione 6).

## 14.2 Flusso laminare completamente sviluppato

Il moto in tratti rettilinei di tubo è frequente nella pratica. Se il flusso è completamente sviluppato, stazionario e laminare e il fluido è newtoniano, si può calcolare analiticamente che la distribuzione di velocità nel tubo è data dall'equazione

$$u(r) = w_c \left[ 1 - \left( \frac{2r}{D} \right)^2 \right] \quad (\text{regime laminare}) \quad (14.3)$$



dove  $u(r)$  è la velocità a una distanza  $r$  dalla mezzeria del tubo,  $D$  è il diametro del tubo, e  $w_c$  è la velocità al centro della sezione. Questo importante risultato indica che la distribuzione di velocità è parabolica nel caso di regime laminare.

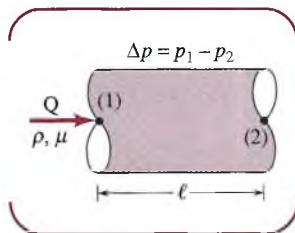
Lo stesso tipo di calcolo rivela che la relazione tra la portata volumetrica  $Q$  attraverso il tubo e la caduta di pressione  $\Delta p = p_1 - p_2$  lungo il tubo stesso è data dall'equazione

$$Q = \frac{\pi D^4 \Delta p}{128 \mu \ell} \quad (\text{regime laminare}) \quad (14.4)$$

dove  $\mu$  è la viscosità del fluido e  $\ell$  è la lunghezza del tubo attraverso cui si verifica la caduta di pressione.

L'Equazione 14.4 è comunemente indicata come **Legge di Poiseuille**. È opportuno sottolineare che tali risultati sono limitati a regime laminare completamente sviluppato (moto in cui il numero di Reynolds è inferiore a circa 2100-2300 lontano dagli imbocchi o da cambiamenti di geometria) in un tubo orizzontale.

Le Equazioni 14.3 e 14.4 sono ricavate analiticamente nel Paragrafo 14.3.



**Per esempio...** Per illustrare l'applicazione dell'Equazione 14.4, si consideri il seguente problema: un olio con viscosità  $\mu = 0.40 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$  e densità  $\rho = 900 \text{ kg}/\text{m}^3$  scorre attraverso un tubo di diametro  $D = 0.020 \text{ m}$ . Quale variazione di pressione  $\Delta p$  su una lunghezza  $\ell = 10 \text{ m}$  è necessaria per produrre una portata volumetrica  $Q = 2.0 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ ? Se il numero di Reynolds è inferiore a 2100, il regime è laminare e vale l'Equazione 14.4. La velocità media è  $w = Q/A = (2.0 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s})/[\pi (0.020 \text{ m})^2]/4 = 0.0637 \text{ m/s}$ . Combinando tale velocità con la densità, la viscosità e il diametro, il numero di Reynolds risulta  $Re = \rho w D / \mu = 2.87 < 2100$ . Quindi, il regime è laminare e dall'Equazione 14.4, con  $\ell = 10 \text{ m}$ , si ricava che la variazione di pressione è

$$\begin{aligned} \Delta p &= \frac{128 \mu \ell Q}{\pi D^4} \\ &= \frac{128(0.40 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2)(10.0 \text{ m})(2.0 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s})}{\pi(0.020 \text{ m})^4} \end{aligned}$$

ovvero

$$\Delta p = 20,400 \text{ N}/\text{m}^2 \left| \frac{1 \text{ kPa}}{10^3 \text{ N}/\text{m}^2} \right| = 20.4 \text{ kPa} \blacksquare$$

### 14.3 Caratteristiche del flusso laminare nei tubi

La conoscenza del profilo di velocità permette di ricavare altre grandezze come la variazione di pressione in direzione assiale e la portata volumetrica. In questo paragrafo si approfondiscono le conoscenze relative al regime laminare elaborando l'Equazione 14.3 del profilo di velocità in regime laminare completamente sviluppato e la Legge di Poiseuille (Equazione 14.4).

Si consideri l'elemento di fluido all'istante  $t$  mostrato in Figura 14.4a. Si tratta di un cilindro circolare di fluido di lunghezza  $\ell$  e raggio  $r$  centrato sull'asse del tubo orizzontale di diametro  $D$ . A causa della velocità non uniforme lungo il tubo, la base inizialmente piatta del cilindro di fluido al tempo  $t$  viene distorta al tempo  $t + \delta t$ , cioè quando l'elemento fluido si è spostato in una nuova posizione lungo la tubatura, come mostrato in figura. Se il flusso fosse completamente sviluppato e stazionario, la distorsione su ogni faccia del cilindro sarebbe la medesima e nessuna parte di fluido sarebbe soggetta ad accelerazioni durante il moto. Nel caso laminare e stazionario ogni particella di fluido scorre parallela alle pareti con velocità costante. Le particelle di fluido contigue hanno velocità diverse; la velocità infatti varia con il raggio  $r$  e tale variazione, combinata con la viscosità del fluido, produce uno sforzo di taglio (si veda il Paragrafo 12.1.2).

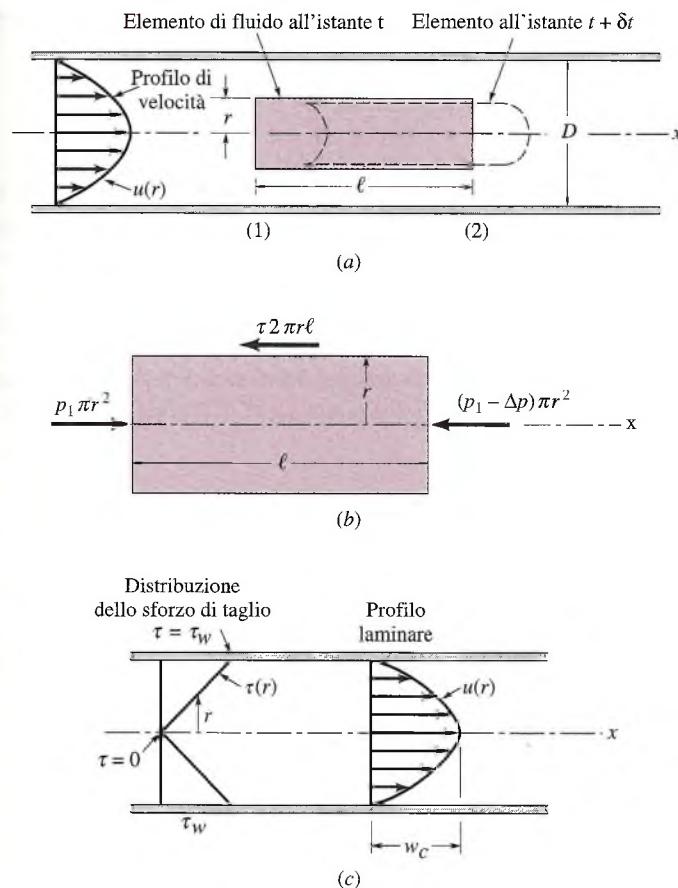


Figura 14.4

Quando gli effetti gravitazionali sono trascurabili, la pressione è costante lungo ogni sezione verticale del tubo, benché essa vari lungo il tubo tra una sezione e la successiva. Perciò, se la pressione è  $p = p_1$  nella sezione (1), sarà  $p_2 = p_1 - \Delta p$  nella sezione (2). Si è già anticipato il fatto che la pressione diminuisce nella direzione del moto, quindi  $\Delta p > 0$ . Come indicato in Figura 14.4b, il fluido che si muove più lentamente, all'esterno dell'elemento di fluido considerato, esercita una forza sulla superficie del cilindro uguale a  $\tau 2\pi r\ell$ , dove  $\tau$  è lo sforzo di taglio (forza per unità d'area). Lo sforzo di taglio è funzione del raggio dell'elemento cilindrico,  $\tau = \tau(r)$ .

Isolando un cilindro di fluido come mostrato in Figura 14.1b e applicando la seconda legge di Newton,  $F_x = ma_x$  essendo il fluido in moto uniforme, quindi non accelerato,  $a_x = 0$  e quindi nelle condizioni di flusso orizzontale completamente sviluppato si verifica un bilanciamento tra la pressione e gli sforzi di taglio. Ciò può essere scritto come

$$(p_1)\pi r^2 - (p_1 - \Delta p)\pi r^2 - (\tau)2\pi r\ell = 0$$

che semplificato fornisce

$$\frac{\Delta p}{\ell} = \frac{2\tau}{r} \quad (14.5)$$

Né  $\Delta p$  né  $\ell$  dipendono dal raggio  $r$ , e quindi anche  $2\tau/r$  deve essere indipendente da  $r$ , cioè,  $\tau = Cr$ , dove  $C$  è una costante. Per  $r = 0$  (al centro del tubo) non c'è sforzo di taglio ( $\tau = 0$ ). Per  $r = D/2$  (in corrispondenza delle pareti del tubo) lo sforzo di taglio è massimo,

indicato con  $\tau_w$  e detto **sforzo di taglio alla parete**. Quindi  $\tau_w = C(D/2)$ , fornisce  $C = 2\tau_w/D$ . La distribuzione dello sforzo di taglio lungo tutto il tubo è perciò una funzione lineare della coordinata radiale

$$\tau = \frac{2\tau_w r}{D} \quad (14.6)$$

come indicato in Figura 14.4c. Come si è visto dalle Equazioni 14.5 e 14.6, la variazione di pressione e lo sforzo di taglio sono legati dalla seguente relazione

$$\Delta p = \frac{4\ell\tau_w}{D} \quad (14.7)$$

Per un flusso laminare di un fluido newtoniano, lo sforzo di taglio è semplicemente proporzionale al gradiente di velocità (vedi Paragrafo 12.1.2). Nella notazione associata al caso in esame diventa

$$\tau = -\mu \frac{du}{dr} \quad (14.8)$$

Il segno negativo è necessario perché  $\tau > 0$  quando  $du/dr < 0$  (la velocità diminuisce andando dal centro del tubo fino alle pareti).

Combinando tra loro la seconda legge di Newton del moto (Equazione 14.5) e la definizione di fluido newtoniano (Equazione 14.8), si ottiene

$$\frac{du}{dr} = -\left(\frac{\Delta p}{2\mu\ell}\right)r$$

che può essere integrata per fornire il profilo di velocità come segue

$$\int du = -\frac{\Delta p}{2\mu\ell} \int r dr$$

ovvero

$$u = -\left(\frac{\Delta p}{4\mu\ell}\right)r^2 + C_1$$

dove  $C_1$  è una costante. Siccome il fluido è viscoso, esso aderisce alle pareti del tubo (condizione di non scorrimento, in inglese *no-slip condition*), quindi  $u = 0$  per  $r = D/2$ , per cui  $C_1 = (\Delta p/16\mu\ell)D^2$  e il profilo di velocità può essere scritto come

$$u(r) = \left(\frac{\Delta p D^2}{16\mu\ell}\right) \left[1 - \left(\frac{2r}{D}\right)^2\right] = w_c \left[1 - \left(\frac{2r}{D}\right)^2\right] \quad (14.9)$$

dove  $w_c$  è la velocità alla mezzeria della sezione del tubo

$$w_c = \frac{\Delta p D^2}{16\mu\ell}$$

Questo profilo di velocità, rappresentato in Figura 14.4c, è parabolico rispetto alla coordinata radiale  $r$  e ha un valore massimo di velocità  $w_c$  in corrispondenza della mezzeria del tubo e un minimo (zero) lungo le pareti. La portata volumetrica lungo il tubo può essere ottenuta integrando il profilo di velocità lungo il tubo stesso. Siccome il flusso è simmetrico rispetto alla mezzeria, la velocità è costante su elementi di area piccola costituiti da anelli di raggio  $r$  e spessore  $dr$ , per cui

$$Q = \int u \, dA = \int_{r=0}^{r=R} u(r) 2\pi r \, dr = 2\pi w_c \int_0^R \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] r \, dr$$

svilupto

$$Q = \frac{\pi R^2 w_c}{2}$$

Per definizione, la velocità media è data dalla portata volumetrica divisa per l'area della sezione trasversale:  $w = Q/A = Q/\pi R^2$ . Quindi, utilizzando l'espressione precedente per le velocità in corrispondenza della mezzeria del tubo, la velocità media e la portata volumetrica possono essere scritte, rispettivamente, come

$$w = \frac{\pi R^2 w_c}{2\pi R^2} = \frac{w_c}{2} = \frac{\Delta p D^2}{32\mu\ell}$$

$$Q = \frac{\pi D^4 \Delta p}{128\mu\ell}$$

che è l'Equazione 14.4. Questo tipo di moto è detto **regime di Hagen-Poiseuille** e l'Equazione 14.4, come anticipato precedentemente, è comunemente indicata come Legge di Poiseuille.

## 14.4 Flusso turbolento completamente sviluppato

Nei paragrafi precedenti si sono discusse le principali caratteristiche del moto laminare completamente sviluppato all'interno dei tubi. Nella maggior parte delle situazioni di interesse pratico, però, la combinazione delle proprietà del fluido (densità e viscosità), il diametro del tubo e la portata sono tali che il regime risulta turbolento e non laminare. Si rende pertanto necessario analizzare alcune importanti caratteristiche di tale tipo di moto.

### 14.4.1 Transizione da regime laminare a turbolento

Per ogni geometria di moto esistono uno o più parametri adimensionali che, se risultano inferiori a un certo valore limite, danno luogo a regime laminare; se sono invece maggiori di un certo numero il regime risulta turbolento. Il valore del numero di Reynolds deve essere inferiore a circa 2100-2300 per il regime laminare e maggiore di 4000 circa per il regime turbolento.

La Figura 14.5 mostra un tipico andamento della velocità nel tempo  $u = u(t)$  misurata in una posizione fissata del flusso turbolento in un tubo. La funzione  $u(t)$  si presenta irregolare e con caratteristiche casuali, tipiche del regime turbolento. La dimensione di grandezze quali la caduta di pressione e l'intensità di importanti fenomeni quali lo scambio termico dipendono fortemente dall'esistenza e dalla natura di tali fluttuazioni turbolente.

Per esempio, i fenomeni di mescolamento nel trasporto di calore e di massa sono molto più intensi nel regime di moto turbolento rispetto a quello laminare. Il moto voracioso dell'acqua in una pentola riscaldata su un fornello, anche se non è portata fino all'ebollizione, è molto efficace nel trasportare energia e massa attraverso il fluido. Invece nel regime laminare, caratterizzato da particelle che scorrono ordinatamente in strati paralleli uno sopra l'altro, il moto stocastico e il mescolamento hanno luogo solo a livello molecolare e provocano scambi di calore, massa e quantità di moto relativamente contenuti.

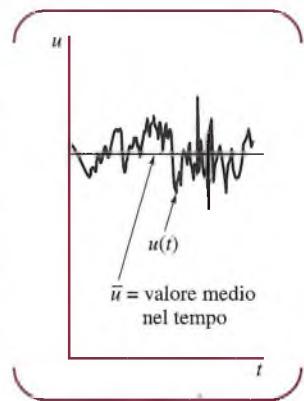


Figura 14.5 Fluttuazioni turbolente e velocità media nel tempo.

### 14.4.2 Profilo di velocità nel regime turbolento

Nonostante si siano ricavate molte importanti informazioni sul profilo della velocità media in regime turbolento attraverso l'analisi dimensionale, gli esperimenti e gli studi di carattere semiempirico, non esistono a tutt'oggi equazioni generalmente riconosciute per tale profilo.

Una correlazione empirica usata frequentemente e relativamente semplice da applicare è la **legge del profilo turbolento di velocità**

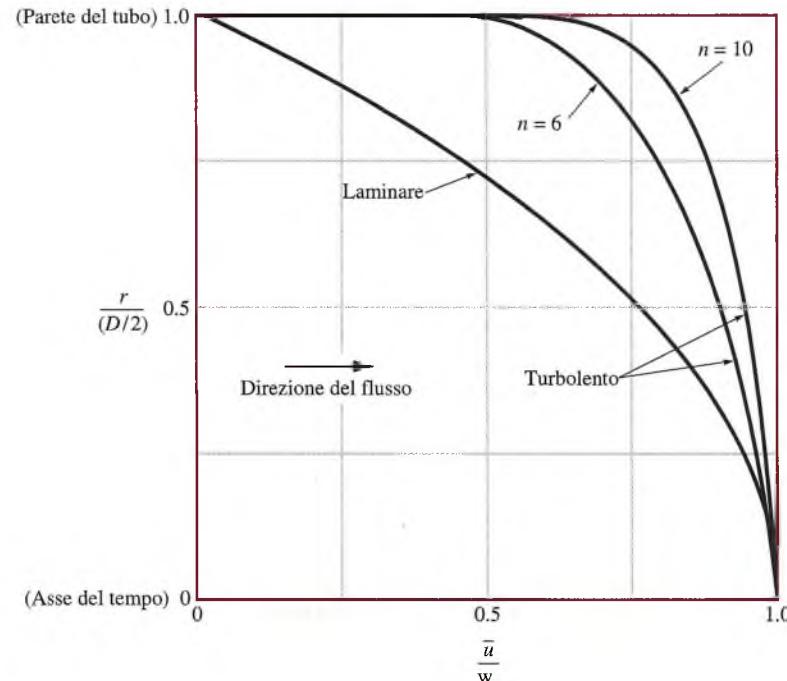
$$\frac{\bar{u}}{w_c} = \left(1 - \frac{r}{(D/2)}\right)^{1/n} \quad (\text{regime turbolento}) \quad (14.10)$$

dove  $\bar{u}$  è la velocità media nel tempo a una distanza  $r$  del centro del tubo (si veda la Figura 14.5) e  $w_c$  è la velocità al centro della sezione. In questa rappresentazione, il valore di  $n$  è funzione del numero di Reynolds, con valori tipici compresi tra  $n = 6$  e  $n = 10$ . Alcuni profili di velocità in regime turbolento sono riportati in Figura 14.6. Si osservi che i profili turbolenti sono più piatti di quelli caratteristici del regime laminare.

Si osservi anche che il gradiente di velocità  $du/dy$  in corrispondenza delle pareti è maggiore nel moto laminare, per cui, lo sforzo di taglio è maggiore in regime turbolento rispetto a quello in regime laminare.

## 14.5 Perdite di carico nei tubi

La maggior parte delle analisi sui flussi turbolenti nei tubi sono basate su formule sperimentali e semiempiriche, con dati convenientemente espressi in forma adimensionale. Spesso però è necessario determinare la perdita di carico  $h_C$  che si verifica in un moto all'interno di un tubo, per la quale si può utilizzare l'equazione dell'energia meccanica (Equazione 12.15). Come mostrato nella Figura 14.1, una tipica rete di tubazioni consiste in tubi di varia lunghezza connessi attraverso vari tipi di componenti (valvole, gomiti,



**Figura 14.6** Tipici profili di velocità per regimi laminari e regimi turbolenti all'interno di tubi.

ecc.). La perdita di carico complessiva per il sistema è la somma delle perdite di carico provocate dagli effetti viscosi lungo i tubi, dette **perdite distribuite**,  $h_{C,distr}$ , e delle perdite nei vari componenti, dette **perdite concentrate** (o **localizzate**, o **accidentali**),  $h_{C,conc}$ , ovvero

$$h_C = h_{C,distr} + h_{C,conc}$$

### 14.5.1 Perdite distribuite

Le perdite distribuite sono associate agli effetti dell'attrito viscoso del fluido che scorre in un tubo rettilineo e possono essere espresse in funzione di

$$h_{C,distr} = F(w, D, \ell, \varepsilon, \mu, \rho)$$

dove  $w$  è la velocità media,  $\ell$  è la lunghezza del tubo,  $D$  è il diametro del tubo e  $\varepsilon$  è la lunghezza caratteristica della scabrezza (o rugosità) della superficie interna del tubo. Mentre la perdita di carico o caduta di pressione per il regime laminare è indipendente dalla scabrezza di un tubo (la scabrezza non appare nell'Equazione 14.4), è necessario includere questo parametro quando si considera un flusso turbolento. La precedente espressione per la perdita di carico in funzione delle altre variabili fisiche può essere espressa come

$$h_{C,distr} = f \frac{\ell w^2}{D 2g}$$

(14.11)

dove  $f$  è detto **fattore d'attrito**. L'Equazione 14.11 è detta **Equazione di Darcy-Weisbach**. Il fattore d'attrito adimensionale  $f$  è funzione di due altri termini adimensionali: il numero di Reynolds,  $Re = \rho w D / \mu$ , che a sua volta dipende dal diametro del tubo, e la **scabrezza relativa** (o **rugosità relativa**),  $\varepsilon/D$ , per cui  $f = f(Re, \varepsilon/D)$ . Come mostrato nell'Equazione 14.11, la perdita di carico in un tubo rettilineo è proporzionale al fattore di attrito  $f$ , al rapporto tra lunghezza e diametro  $l/D$  e alla velocità al quadrato tramite il termine  $w^2/2g$ .

La Figura 14.7 mostra la dipendenza di  $f$  da  $Re$  e  $\varepsilon/D$  determinata sperimentalmente. Tale grafico è detto **diagramma di Moody**. La Tabella 14.1 riporta valori tipici della scabrezza  $\varepsilon$  per vari tipi di tubi nuovi e puliti superficialmente.

Da un'analisi della Figura 14.7, si possono formulare le osservazioni riportate nel seguente.

Per regimi laminari il fattore d'attrito è indipendente dalla scabrezza relativa ed è solo funzione del numero di Reynolds:

$$f = 64/Re \quad (\text{laminare}, Re < 2100) \quad (14.12)$$

Tale dipendenza di  $f$  da  $Re$  per i regimi laminari è deducibile anche analiticamente a partire dalle equazioni del Paragrafo 14.3.

Per regime completamente turbolento, in cui il numero di Reynolds è relativamente grande, il fattore d'attrito è indipendente dal numero di Reynolds ed è funzione solo della scabrezza relativa,  $f = f(\varepsilon/D)$ .

Osservando la Figura 14.7 si nota che tra il regime laminare e il regime completamente turbolento il fattore d'attrito dipende sia dal numero di Reynolds sia dalla scabrezza relativa.

Per l'intero intervallo del regime turbolento, il fattore di attrito può essere letto dal diagramma di Moody o ricavato dalla **formula di Colebrook**

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left( \frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right) \quad (\text{turbolento}) \quad (14.13)$$

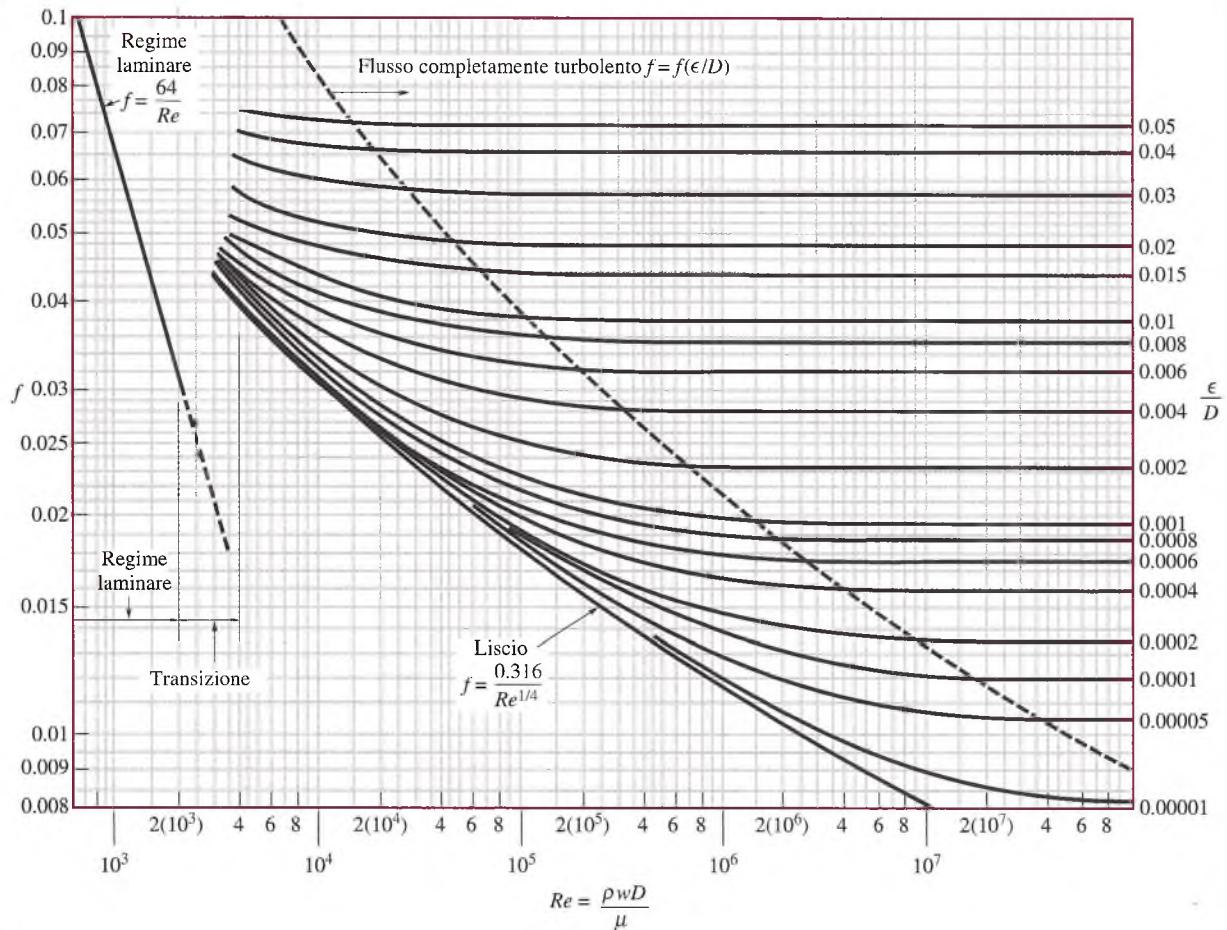


Figura 14.7 Fattori d'attrito in funzione del numero di Reynolds e scabrezza relativa per tubi circolari – diagramma di Moody.

Tabella 14.1 Scabrezza equivalente per tubi nuovi

| Tubo                                | Scabrezza equivalente |              |
|-------------------------------------|-----------------------|--------------|
|                                     | Piedi                 | Millimetri   |
| Acciaio rivettato                   | 0.003-0.03            | 0.9-9.0      |
| Calcestruzzo                        | 0.001-0.01            | 0.3-3.0      |
| Listello di legno                   | 0.0006-0.003          | 0.18-0.9     |
| Ghisa                               | 0.00085               | 0.26         |
| Acciaio galvanizzato                | 0.0005                | 0.15         |
| Acciaio commerciale o ferro saldato | 0.00015               | 0.045        |
| Tubo trafiletto                     | 0.000005              | 0.0015       |
| Plastica, vetro                     | 0.0 (liscio)          | 0.0 (liscio) |

che è una relazione empirica. Per tubi lisci ( $\epsilon = 0$ ) il fattore d'attrito è dato dalla **formula di Blasius**

$$f = 0.316/Re^{1/4} \quad (\text{turbolento, } \epsilon = 0) \quad (14.14)$$

## Flusso turbolento – Fattore d'attrito

## ESEMPIO 14.1

Dell'aria in condizioni standard scorre attraverso la sezione orizzontale di 4 mm di diametro di un tubo con una velocità media  $w = 50 \text{ m/s}$ . Determinare la caduta di pressione in 0.1 m di lunghezza del tubo.

**Soluzione**

**Elementi noti** Aria in condizioni standard attraversa la sezione orizzontale di un tubo con una certa velocità.

**Da determinare** Determinare la caduta di pressione.

**Ipotesi**

1. L'aria è un fluido incomprimibile con densità  $\rho = 1.23 \text{ kg/m}^3$  e una viscosità  $\mu = 1.79 \times 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$  (vedere l'Appendice FM-1).
2. Il flusso è stazionario e completamente sviluppato.
3. Le perdite concentrate sono nulle poiché si considera solo una porzione rettilinea di tubo.

**Analisi** L'equazione dell'energia meccanica (Equazione 12.15), per questo sistema può essere scritta come

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{w_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2g} + z_2 + h_C \quad (1)$$

dove i punti (1) e (2) sono localizzati all'interno del tubo a una distanza di 0.1 m tra loro.

Dato che la densità e l'area del tubo sono costanti, il bilancio della massa dimostra che  $w_1 = w_2$ . Inoltre il tubo è orizzontale, per cui  $z_1 = z_2$ . Dall'Equazione 14.11,  $h_C = f(\ell/D)(V^2/2g)$  per cui, con  $\Delta p = p_1 - p_2$ , l'Equazione 1 diviene

$$\Delta p = \gamma h_C = \rho g h_C = f \frac{\ell}{D} \frac{1}{2} \rho w^2 \quad (2)$$

Sostituendo i dati, il numero di Reynolds è

$$Re = \frac{\rho w D}{\mu} = \frac{(1.23 \text{ kg/m}^3)(50 \text{ m/s})(0.004 \text{ m})}{1.79 \times 10^{-5} \text{ Ns/m}^2} \left| \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg m/s}^2} \right| = 13,700$$

che indica che il regime è turbolento.

Per moti turbolenti  $f = f(Re, \varepsilon/D)$ , dove, dalla Tabella 14.1,  $\varepsilon = 0.0015 \text{ mm}$ , cosicché  $\varepsilon/D = 0.0015/4 = 0.000375$ . Dal diagramma di Moody, con  $Re = 1.37 \times 10^4$  e  $\varepsilon/D = 0.000375$  si ottiene  $f = 0.028$ , per cui, dall'Equazione 2

$$\Delta p = f \frac{\ell}{D} \frac{1}{2} \rho w^2 = (0.028) \frac{(0.1 \text{ m})}{(0.004 \text{ m})} \frac{1}{2} (1.23 \text{ kg/m}^3)(50 \text{ m/s})^2 \left| \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg m/s}^2} \right| \left| \frac{1 \text{ kPa}}{10^3 \text{ N/m}^2} \right|$$

o

$$\Delta p = 1.076 \text{ kPa}$$

- 1 Un metodo alternativo per determinare il fattore d'attrito per regimi turbolenti sarebbe quello di utilizzare la formula di Colebrook, Equazione 14.13, da cui si ha

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left( \frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right) = -2.0 \log \left( \frac{0.000375}{3.7} + \frac{2.51}{1.37 \times 10^4 \sqrt{f}} \right)$$

o

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2.0 \log \left( 1.01 \times 10^{-4} + \frac{1.83 \times 10^{-4}}{\sqrt{f}} \right)$$

Una semplice soluzione iterativa di questa equazione fornisce  $f = 0.0291$ , che è in accordo (entro l'accuratezza di lettura del grafico) con il valore del diagramma di Moody, ovvero  $f = 0.028$ .

### 14.5.2 Perdite concentrate

Le perdite dovute ai componenti nelle tubazioni (oltre ai tubi stessi) sono dette perdite concentrate (o localizzate, o accidentali) e vengono normalmente espresse attraverso un termine adimensionale detto **coefficiente di perdita**  $K_C$ :

$$h_{C\text{conc}} = K_C \frac{w^2}{2g} \quad (14.15)$$

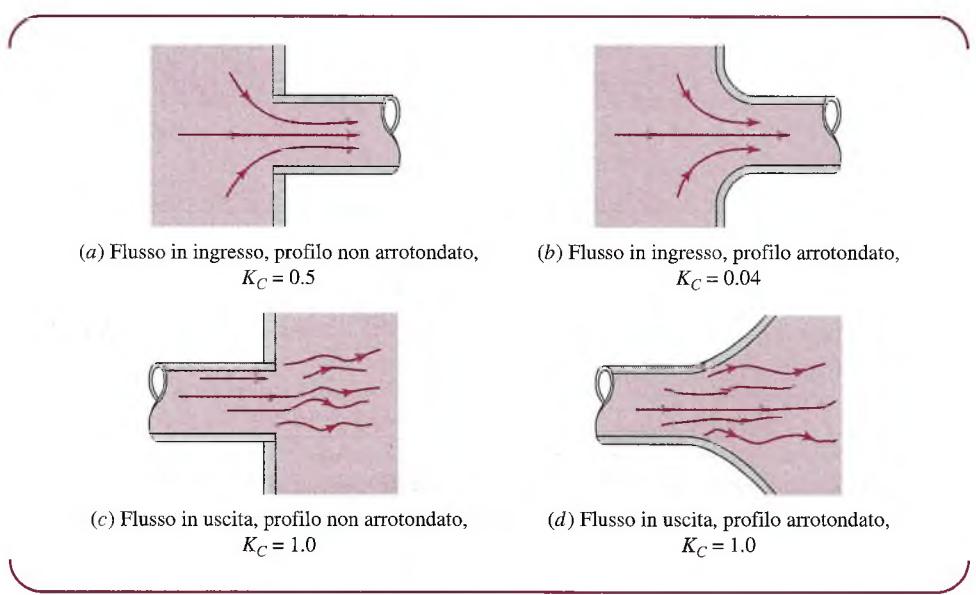
I valori numerici dei coefficienti di perdita per vari componenti (gomiti, valvole, entrate ecc.) sono determinati sperimentalmente.

Molti sistemi di tubazioni contengono varie sezioni di transito in cui il diametro del tubo varia da un valore a un altro. Ogni cambiamento dell'area della sezione contribuisce a perdite che non sono conteggiate nelle perdite d'attrito. I casi limite riguardano il moto in un tubo da un serbatoio (un ingresso) o da un tubo in un serbatoio (un'uscita). Alcuni coefficienti di perdita per l'ingresso e l'uscita sono riportati in Figura 14.8.

Un'altra categoria importante di componenti dei sistemi di tubazioni è quella dei racordi per tubazioni commercialmente disponibili, come gomiti, riduttori, valvole e filtri. Il valore di  $K_C$  per tali componenti dipende fortemente dalla forma e solo in minima parte dal numero di Reynolds, per flussi caratterizzati da elevato numero di Reynolds. Quindi, per esempio, il coefficiente di perdita per un gomito di  $90^\circ$  dipende dal fatto che le giunture siano filettate o flangiate, ma è, con buona approssimazione, indipendente dal diametro del tubo, dalla portata o dalle proprietà del fluido, e quindi è indipendente dal numero di Reynolds. La Tabella 14.2 riporta valori tipici di  $K_C$  per tali componenti.

### 14.6 Esempi di calcolo dei flussi nei tubi

Nei precedenti paragrafi di questo capitolo si sono discussi concetti riguardanti il calcolo dei flussi nei tubi. Lo scopo di questo paragrafo è invece quello di applicare tali concetti teorici alla soluzione di vari problemi pratici. La procedura di soluzione per i problemi di moto nei tubi dipende prevalentemente da quali parametri sono indipendenti (quelli noti) e quali sono dipendenti (quelli da determinare). Le due più comuni tipologie di problemi sono analizzate nel seguito.



**Figura 14.8** Valori del coefficiente di perdita per tipici flussi di ingresso e di uscita.

**Tabella 14.2** Coefficiente di perdita per i componenti dei tubi

| Componente            | $K_C$                                 |      |
|-----------------------|---------------------------------------|------|
| a. Gomiti             | Regolare 90°, flangiato               | 0.3  |
|                       | Regolare 90°, tagliato                | 1.5  |
|                       | Lungo raggio 90°, flangiato           | 0.2  |
|                       | Lungo raggio 90°, tagliato            | 0.7  |
|                       | Lungo raggio 45°, flangiato           | 0.2  |
|                       | Regular 45°, threaded                 | 0.4  |
| b. Curva a 180°       | Curva a 180°, flangiata               | 0.2  |
|                       | Curva a 180°, tagliata                | 1.5  |
|                       |                                       |      |
| c. Raccordi a T       | Flusso lineare, flangiato             | 0.2  |
|                       | Flusso lineare, tagliato              | 0.9  |
|                       | Flusso ramificato, flangiato          | 1.0  |
|                       | Flusso ramificato, tagliato           | 2.0  |
| d. Raccordi, tagliati | 0.08                                  |      |
| e. Valvole            |                                       |      |
|                       | A sfera, completamente aperta         | 10   |
|                       | Angolare, completamente aperta        | 2    |
|                       | Serranda, completamente aperta        | 0.15 |
|                       | Valvola a palla, completamente aperta | 0.05 |

Nei problemi di Tipo 1 si specificano la portata volumetrica o la velocità media desiderate e si determinano la differenza di pressione necessaria, la prevalenza della pompa, la prevalenza di una turbina, o le perdite di carico. Per esempio, se per una lavastoviglie che è connessa a un riscaldatore attraverso un sistema di tubi è richiesta una portata volumetrica di 8 litri/min, che pressione è necessario raggiungere nel riscaldatore dell'acqua?

Nei problemi di Tipo 2 si indica la pressione motrice applicata (o, in alternativa, la perdita di carico) e si determina la portata volumetrica. Per esempio, quanti litri/min di acqua calda sono richiesti dalla lavastoviglie se la pressione all'interno del riscaldatore è di 4 bar e sono note le caratteristiche del sistema di tubi (lunghezza, diametro, rugosità, numero di gomiti, ecc.)?

### Caduta di pressione con perdite di carico distribuite e concentrate (Tipo 1)

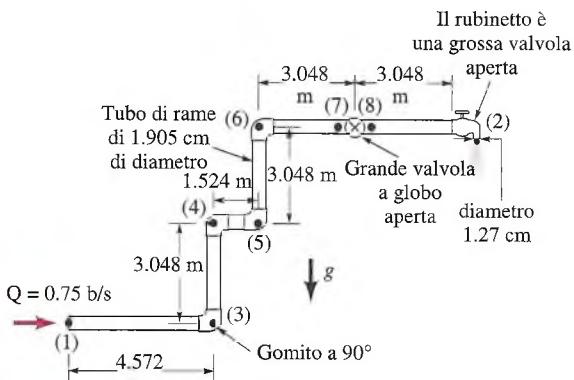
### ESEMPIO 14.2

In un edificio, dell'acqua a 15.6 °C ( $\rho = 999 \text{ kg/m}^3$  e  $\mu = 1.12 \times 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ ) fluisce dal sottosuolo fino al secondo piano attraverso un tubo di rame di 1.905 cm (0.01905 m) di diametro con una portata  $Q = 0.756 \text{ l/s}$ , ed esce attraverso un rubinetto con diametro di 1.27 cm, come mostrato in Figura E14.2. Determinare la pressione nel punto (1) considerando sia le perdite di carico distribuite sia le concentrate.

**Soluzione**

**Elementi noti** Dell'acqua, con proprietà note, scorre con una certa portata attraverso un sistema di tubazioni contenente sezioni di tubi e raccordi vari.

**Da determinare** Determinare la pressione alla sezione di ingresso del sistema di tubazioni.

**Schema e dati forniti****Figura E14.2****Ipotesi**

1. L'acqua è trattata come un fluido incompressibile.
2. Il flusso è stazionario e completamente sviluppato nei tratti rettilinei di tubo.
3. L'acqua scorre dal rubinetto sotto forma di getto libero a pressione atmosferica.

**Analisi** La velocità del fluido nel tubo è

$$w_1 = Q/A_1 = Q/(\pi D^2/4) = (0.000756 \text{ m}^3/\text{s})/[\pi (0.01905 \text{ m})^2/4] = 2.652 \text{ m/s}$$

Come si può verificare, ne consegue che

$$\begin{aligned} Re &= \frac{\rho w D}{\mu} = \frac{(999 \text{ kg/m}^3)(2.652 \text{ m/s})(0.01905 \text{ m})}{1.12 \times 10^{-3} \text{ NS/m}^2} \\ &= 45,000 \end{aligned}$$

per cui il flusso è turbolento.

L'equazione che si usa per descrivere il moto è la seguente forma dell'equazione dell'energia meccanica (Equazione 12.15):

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{w_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2g} + z_2 + h_C$$

dove  $z_1 = 0$ ,  $z_2 = 6.096 \text{ m}$ ,  $p_2 = 0$ ,  $\gamma = pg = 9800 \text{ N/m}^3$ . La velocità della corrente all'uscita dal rubinetto è  $w_2 = Q/A_2 = (0.000756 \text{ m}^3/\text{s})/[\pi (0.0127 \text{ m})^2/4] = 5.968 \text{ m/s}$ . Risolvendo rispetto a  $p_1$

$$p_1 = \gamma z_2 + \frac{1}{2}\rho(w_2^2 - w_1^2) + \gamma h_C \quad (1)$$

Se le perdite fossero state solo le perdite distribuite, la perdita di carico sarebbe stata

$$h_C = f \frac{\ell}{D} \frac{w_1^2}{2g}$$

Dalla Tabella 14.1 si ricava che la rugosità per un tubo di rame di diametro 1.905 cm è  $\epsilon = 0.0015 \text{ mm}$ , per cui  $\epsilon/D = 8 \times 10^{-5}$ . Con questo valore di  $\epsilon/D$  e con il numero di Reynolds calcolato ( $Re = 45000$ ), il valore di  $f$  che si ottiene dall'abaco di Moody è  $f = 0.0215$ . Si osservi che l'Equazione di Colebrook (Equazione 14.13) fornisce lo stesso risultato per  $f$ . La lunghezza totale del tubo è  $l = (4.572 + 3.048 + 1.524 + 3.048 + 6.096) \text{ m} = 18.288 \text{ m}$ , e l'Equazione 1 fornisce

$$\begin{aligned}
 p_1 &= \gamma z_2 + \frac{1}{2} \rho (W_2^2 - W_1^2) + \rho f \frac{\ell}{D} \frac{W_1^2}{2} \\
 &= (9800 \text{ N/m}^3) (6.096 \text{ m}) + (999 \text{ kg/m}^3)/2 [(5.968 \text{ m/s})^2 - (2.652 \text{ m/s})^2] \text{ N/kg m/s}^2 + \\
 &\quad + (999 \text{ kg/m}^3) (0.0215) (18.288 \text{ m}/0.01905 \text{ m}) [(2.652 \text{ m/s})^2/2] \text{ N/kg m/s}^2 = \\
 &= (59.741 + 14.278 + 72.509) \text{ kPa} = 146.527 \text{ kPa}
 \end{aligned}$$

2

Se si includono le perdite distribuite e concentrate, l'Equazione 1 diviene

$$p_1 = \gamma z_2 + \frac{1}{2} \rho (w_2^2 - w_1^2) + f \gamma \frac{\ell}{D} \frac{w_1^2}{2g} + \sum \rho K_C \frac{w_1^2}{2}$$

La somma dei primi tre termini, che tengono conto del cambiamento di quota, della variazione di energia cinetica e delle perdite distribuite, è stata determinata a 1.46527 bar. L'ultimo termine tiene conto delle perdite concentrate. Si ottiene, pertanto:

$$p_1 = 146.527 \text{ kPa} + \sum \rho K_C w_1^2 / 2$$

I coefficienti di perdita dei vari componenti ( $K_C = 1.5$  per ogni gomito,  $K_C = 10$  per le valvole a sfera aperta,  $K_C = 2$  per le valvole ad angolo aperto) sono ottenuti dalla Tabella 14.2, per cui

$$\sum \rho K_C w_1^2 / 2 = (999 \text{ kg/m}^3)(2.652 \text{ m/s})^2/2[10 + 4(1.5) + 2] \text{ N/kg m/s}^2 = 63.235 \text{ kPa}$$

Combinando le Equazioni 2 e 3 si ottiene la caduta di pressione totale come

$$p_1 = 63.235 \text{ kPa} + 146.527 \text{ kPa} = 209.762 \text{ kPa}$$

- 1 Le perdite di carico rivestono un ruolo importante nell'analisi del flusso in un sistema di tubi. In questo esempio un semplice calcolo rivela che, se si fossero trascurate le perdite (e cioè  $f = 0$  e  $\sum K_C = 0$ ), la pressione sarebbe stata  $p_1 = \gamma z_2 + \rho (w_2^2 - w_1^2)/2 = 73.83$  kPa. Confrontandola con il valore di  $p_1 = 209.762$  kPa che è stato calcolato tenendo conto delle perdite distribuite e concentrate, è evidente che trascurando le perdite di carico si commette un grave errore.
- 2 Poiché si è utilizzata la pressione relativa nel punto (2), e cioè  $p_2 = 0$ , anche il risultato ottenuto per  $p_1$  è espresso come pressione relativa.

### Flusso nei tubi con pompe (Tipo 1)

### ESEMPIO 14.3

Del petrolio greggio a  $60^\circ\text{C}$  con  $\gamma = 8443.271 \text{ N/m}^3$ ,  $\rho = 860.68 \text{ kg/m}^3$  e  $\mu = 3.83 \times 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$  (circa quattro volte la viscosità dell'acqua) viene pompato attraverso un oleodotto in Alaska lungo 1286 km, con tubi di acciaio di diametro 1.219 m, a una portata massima di  $Q = 2.4$  milioni di barili/giorno =  $3.313 \text{ m}^3/\text{s}$ , o  $w = Q/A = 2.838 \text{ m/s}$ . Determinare la potenza fornita al fluido dalla pompa per far funzionare questo sistema.

#### Soluzione

**Elementi noti** Del petrolio greggio con proprietà note è pompato attraverso una lunga tubazione di diametro costante e con una certa portata volumetrica.

**Da determinare** Determinare la potenza fornita al fluido dalla pompa per far funzionare questo sistema.

#### Schema e dati forniti



Figura E14.3

**Ipotesi**

1. Il petrolio è considerato un fluido incompressibile con le proprietà date nel testo del problema.
2. Il flusso è completamente sviluppato e stazionario.
3. Il petrolio viene pompato da un grande serbatoio aperto sito a livello del mare fino a un altro grande serbatoio sempre a livello del mare.
4. Dato che il diametro del serbatoio è molto grande rispetto a quello del tubo, le velocità nelle sezioni (1) e (2),  $w_1$  e  $w_2$ , sono molto inferiori alla velocità  $w$  all'interno del tubo, e quindi possono essere trascurate.
5. A causa dell'enorme rapporto fra lunghezza e diametro del tubo le perdite concentrate sono considerate trascurabili rispetto alle distribuite all'interno del tubo.

**Analisi** Dall'equazione dell'energia meccanica (Equazione 12.15) si ottiene

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{w_1^2}{2g} + z_1 + h_p = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2g} + z_2 + h_C \quad (1)$$

dove i punti (1) e (2) rappresentano posizioni all'interno dei grandi serbatoi alle due estremità della linea. La prevalenza della pompa,  $h_p = \dot{L}_p/mg$ , è la prevalenza fornita al petrolio dalla pompa;  $\dot{L}_p$  è la potenza fornita al fluido dalle pompe. Si osservi che  $h_p > 0$  e  $\dot{L}_p > 0$ : la pompa fornisce energia meccanica al flusso. Con  $z_1 = z_2$  (l'ingresso e l'uscita del fluido sono allo stesso livello),  $p_1 = p_2 = w_1 = w_2 = 0$  (grandi serbatoi aperti) e  $h_C = h_{C, \text{distr}} = (f\ell/D)(w^2/2g)$ , l'Equazione 1 diventa

$$h_p = h_C = f \frac{\ell w^2}{D 2g} \quad (2)$$

Dalla Tabella 14.1,  $\varepsilon = 0.045 \text{ mm}$  e quindi  $\varepsilon/D = 3.69 \times 10^{-5}$ . Sostituendo i dati

$$\begin{aligned} Re &= \rho w D / \mu = (860.68 \text{ kg/m}^3)(2.838 \text{ m/s})(1.219 \text{ m}) / (3.83 \times 10^{-3} \text{ N s/m}^2) \text{ N/kg} \\ &\quad m/s^2 = 7.77 \times 10^5 \end{aligned}$$

per cui, analizzando la Figura 14.7, il coefficiente di attrito risulta  $f = 0.0125$  e l'Equazione 2 fornisce

$$h_p = 0.0125 (1286000 \text{ m}/1.219 \text{ m})(2.838 \text{ m/s})^2/[2 (9.81 \text{ m/s}^2)] = 5409 \text{ m}$$

Applicando l'Equazione 12.16 la potenza richiesta è

$$\dot{L}_p = \gamma Q h_p,$$

o

$$= (8443.271 \text{ N/m}) (3.313 \text{ m}^3/\text{s}) (5409 \text{ m}) \text{ MW}/10^6 \text{ Nm/s} = 151 \text{ MW}$$

- 1 Si può dare un'indicazione dell'importanza relativa che hanno le perdite di carico distribuite e quelle concentrate considerando il rapporto  $h_{C, \text{distr}}/h_{C, \text{conc}} = [(f\ell/D)w^2/2g]/[K_C w^2/2g] = (f\ell/D)/K_C$ , che è direttamente proporzionale al rapporto lunghezza/diametro. Per l'oleodotto in Alaska si ha  $\ell/D = (1286 \text{ km})/(1.219 \text{ m}) = 1.05 \times 10^6 \gg 1$ , per cui risulta ragionevole trascurare le perdite di carico concentrate.

- 2 Ci sono molte ragioni per le quali non risulta conveniente mettere in movimento del petrolio con un'unica pompa di tale taglia. La prima è che non si trovano in commercio pompe di tale prevalenza, la seconda è che, se la pompa fosse posizionata all'inizio del tubo vicino al serbatoio, dall'applicazione dell'equazione dell'energia meccanica dall'uscita della pompa fino alla fine del tubo si otterebbe che la pressione in uscita dalla pompa dovrebbe essere  $p = 45.669 \text{ Mpa}$ , e nessun tubo di 1.2 m di diametro di quelli usati negli oleodotti riuscirebbe a sopportare una tale pressione.

Per ottenere il flusso desiderato l'impianto contiene in realtà 12 stazioni di pompaggio posizionate in punti strategici lungo il tubo, e ciascuna stazione di pompaggio contiene quattro pompe, di cui tre lavorano contemporaneamente e la quarta è di riserva per i casi di emergenza.

I problemi di moto nelle tubazioni in cui è richiesto di determinare la portata volumetrica per una serie di condizioni date (problemi di Tipo 2) spesso richiedono tecniche di soluzione per tentativi. Ciò avviene perché è necessario conoscere il valore del coefficiente di attrito per effettuare i calcoli, ma il coefficiente di attrito è a sua volta funzione della velocità (portata) in relazione al numero di Reynolds, che non è nota. La procedura di risoluzione è indicata nell'Esempio 14.14.

### Portata in un tubo (Tipo 2)

### ESEMPIO 14.4

In accordo con le indicazioni del produttore di un'apparecchiatura, l'uscita di 10.16 cm di diametro di un'asciugatrice per abiti non può alimentare più di 6.1 m di tubo e quattro gomiti a 90°. In tali condizioni, determinare la portata volumetrica dell'aria, sapendo che la pressione relativa dell'asciugatrice è 0.508 cm di acqua.

Si assuma che sia il peso specifico sia la viscosità cinematica dell'aria riscaldata siano costanti e uguali a  $\gamma = 11.1375 \text{ N/m}^3$  e  $\nu = \mu/\rho = 1.66296 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ , rispettivamente, e che la rugosità della superficie del tubo sia equivalente a quella dell'acciaio galvanizzato.

#### Soluzione

**Elementi noti** Dell'aria riscaldata, con proprietà note, viene forzata a passare attraverso un sistema di tubi connessi a un'asciugatrice per abiti, la cui pressione è nota.

**Da determinare** Determinare la portata volumetrica di aria attraverso il sistema di tubi.

#### Schema e dati forniti

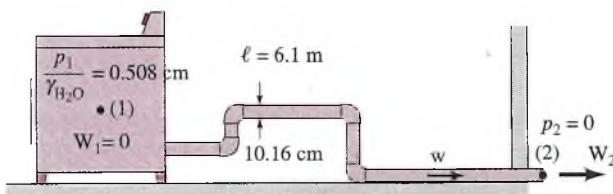


Figura E14.4

#### Ipotesi

1. L'aria è rappresentata come un fluido incompressibile le cui proprietà sono indicate nel testo del problema.
2. Il flusso è stazionario e completamente sviluppato nelle sezioni rettilinee dei tubi.
3. Il coefficiente di perdita all'ingresso del tubo è 0.5 e quello di ciascun gomito è 1.5.
4. La velocità dell'aria all'interno dell'asciugatrice, che è relativamente elevata, è molto più piccola di quella all'interno dei tubi, e quindi può essere trascurata. Si trascura anche la variazione di quota tra le sezioni (1) e (2).

**Analisi** L'applicazione dell'equazione dell'energia meccanica (Equazione 12.15) tra l'interno dell'asciugatrice, sezione (1), e l'uscita del tubo, sezione (2), fornisce

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{w_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2g} + z_2 + h_C \quad (1)$$

dove

$$h_C = f \frac{\ell}{D} \frac{w^2}{2g} + \sum K_C \frac{w^2}{2g}$$

In conseguenza delle ipotesi precedenti,  $z_1 = z_2$ ,  $w_1 = 0$  e la velocità nei tubi,  $w$ , è uguale alla velocità in uscita  $w_2$ . Perciò l'Equazione 1 diviene

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{w^2}{2g} \left[ 1 + f \frac{\ell}{D} + \sum K_C \right] \quad (2)$$

- 1 In tale espressione,  $K_C = 0.5$  all'ingresso e  $K_C = 1.5$  per ogni gomito. Inoltre,  $p_2 = 0$  e  $p_1/\gamma_{H2O} = 0.508$  cm, ovvero

$$p_1 = (0.508 \text{ cm}) m/10^2 \text{ cm} (9802.26 \text{ N/m}^3) = 49.795 \text{ Pa}$$

Quindi, con  $\gamma = 11.1375 \text{ N/m}^3$ , l'Equazione 1 diviene

$$(49.795 \text{ N/m}^2)/(11.1375 \text{ N/m}^3) = [1 + f 6.1 \text{ m}/0.1016 \text{ m} + 0.5 + 4 (1.5)] w^2/2 (9.81 \text{ m/s}^2)$$

o

$$87.793 \text{ m}^2/\text{s}^2 = (7.5 + 60f) w^2 \quad (3)$$

con  $w$  in m/s.

Il valore di  $f$  dipende dal numero di Reynolds  $Re$ , che a sua volta dipende da  $w$ , che è un'incognita. Con  $\nu = \mu/\rho = 1.66296 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ , si ottiene

$$Re = wD/\nu = w (0.1016 \text{ m})/(1.66296 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})$$

o

$$Re = (6109.57 \text{ s/m}) w \quad (4)$$

Sul diagramma di Moody i valori di  $f$  saranno ricavabili da una sola curva, corrispondente ai valori di  $\varepsilon/D = (0.15 \text{ mm})/(101.6 \text{ mm}) = 0.0015$  (si veda la Tabella 14.1 per il valore di  $\varepsilon$ ).

Di fatto si hanno tre relazioni [Equazioni 3, 4 e la curva  $\varepsilon/D = 0.0015$  del diagramma di Moody (Figura 14.7)] dalle quali si possono ricavare le incognite  $f$ ,  $Re$  e  $w$ . Ciò può essere fatto facilmente attraverso un calcolo iterativo come il seguente.

Il procedimento più semplice è in generale quello di ipotizzare un valore per  $f$ , calcolare  $w$  dall'Equazione 3, calcolare  $Re$  dall'Equazione 4 e trovare il valore di  $f$  sul diagramma di Moody in corrispondenza del valore di  $Re$ . Se il valore di  $f$  ipotizzato e quello di  $f$  determinato sull'abaco non corrispondono entro un margine di errore (o tolleranza) prefissato, non si è ancora giunti alla soluzione delle tre equazioni. Sebbene si possa scegliere uno qualsiasi dei valori di  $f$ ,  $w$  o  $Re$  come valore di partenza, è in genere più semplice partire dal valore di  $f$  perché spesso il valore corretto di  $f$  cade nella regione del diagramma di Moody in cui il valore di  $f$  è quasi indipendente dal valore di  $Re$ .

Perciò si ipotizza che  $f = 0.022$ , approssimativamente il limite superiore di  $Re$  per la scabrezza relativa data. Dall'Equazione 3 si ottiene

$$w = [(87.793 \text{ m}^2/\text{s}^2)/(7.5 + 60 (0.022))]^{1/2} = 3.170 \text{ m/s}$$

e dall'Equazione 4

$$Re = (6109.57 \text{ s/m}) (3.170 \text{ m/s}) = 19367$$

- 2 Con tali  $Re$  e  $\varepsilon/D$ , la Figura 14.7 fornisce  $f = 0.029$ , che non è uguale al valore ipotizzato  $f = 0.022$  (sebbene sia molto vicino). Si tenta ancora, stavolta con l'ultimo valore di  $f$  ottenuto, e cioè  $f = 0.029$ , che fornisce  $w = 3.0772 \text{ m/s}$  e  $Re = 18800$ . Con tali valori, la Figura 14.7 fornisce  $f = 0.029$ , che corrisponde al valore di tentativo. Si conclude perciò che la soluzione è  $w = 3.0772 \text{ m/s}$ , o

$$Q = Aw = \pi/4 (0.1016 \text{ m})^2 (3.170 \text{ m/s}) = 0.0249 \text{ m}^3/\text{s}$$

**Soluzione alternativa** Si osservi che la necessità di utilizzare una risoluzione iterativa deriva dal fatto che una delle equazioni  $f = f(Re, \varepsilon/D)$  è espressa in forma grafica (dal diagramma di Moody). Se la dipendenza di  $f$  da  $Re$  e  $\varepsilon/D$  fosse scritta sotto forma di equazione, la dipendenza grafica verrebbe eliminata e la tecnica risolutiva sarebbe più semplice. Nel caso di regime turbolento, si può utilizzare, in alternativa al diagramma di Moody, l'Equazione di Colebrook, ma anche questo caso si richiede una soluzione iterativa a causa della complessità dell'equazione. Come viene discusso in seguito nel testo, una procedura iterativa si presta ottimamente alla soluzione attraverso l'uso di un calcolatore.

Si prendono le Equazioni 3 e 4 e si applica l'Equazione di Colebrook (Equazione 14.13) al posto dell'abaco di Moody, con  $\varepsilon/D = 0.0015$ , e si ottiene

$$1/\sqrt{f} = -2\log (\varepsilon/D/3.7 + 2.51/Re\sqrt{f}) = -2\log (4.05 \cdot 10^{-4} + 2.51/Re\sqrt{f})$$

Dall'Equazione 3 si ottiene che  $w = [87.793/(7.5 + 60f)]^{1/2}$  m/s, che, combinata con l'Equazione 4, fornisce approssimativamente

$$Re = 57200/\sqrt{7.5 + 60f}$$

La combinazione dell'Equazioni 5 e 6 porta a un'unica equazione che consente di ricavare f

$$1/\sqrt{f} = -2\log(4.05 \cdot 10^{-4} + 4.39 \cdot 10^{-5}\sqrt{(60 + 7.5/f)})$$

Un semplice metodo iterativo per la soluzione dell'equazione fornisce  $f = 0.029$ , in accordo con il risultato ottenuto attraverso il diagramma di Moody.

- Il coefficiente di perdita all'ingresso tiene conto del fatto che, tra la sezione (1) e la sezione (2), il fluido entra nel tubo uscendo dall'asciugatrice. Il coefficiente di perdita all'uscita invece non è stato incluso nel calcolo perché la sezione (2) si trova all'uscita del tubo, dove il fluido ha ancora l'energia cinetica che aveva nel tubo ( $w_2 = w$ ). Se il punto (2) fosse al di fuori del tubo, nella stanza o nell'ambiente esterno dove  $w_2 = 0$ , allora sarebbe necessario includere la perdita di carico in uscita dal tubo.
- Si osservi che le perdite di carico concentrate secondarie sono in questo esempio notevoli a causa della lunghezza relativamente contenuta del tubo rispetto al suo diametro:  $\ell/D = 6.1/0.102 = 59.8$ . Il rapporto tra le perdite concentrate e quelle distribuite in questo caso vale  $K_C/(f\ell/D) = 6.5/[0.0029(59.8)] = 37.481$ . I gomiti e l'ingresso nel tubo causano una perdita di carico decisamente superiore a quella dovuta alle perdite di carico distribuite nel tubo stesso.

## 14.7 Misura della portata volumetrica in un tubo

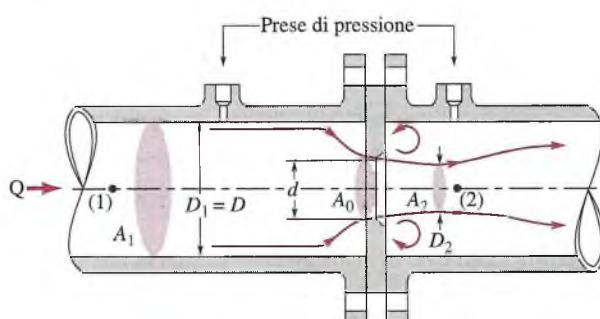
Le Figure 14.9 e 14.11 riportano tre dei più comuni dispositivi per la misura della portata volumetrica istantanea all'interno dei tubi: il misuratore di portata a diaframma, il boccaglio e il venturimetro. Ciascuno di questi strumenti funziona sulla base del principio per cui una diminuzione della sezione trasversale del tubo provoca un aumento della velocità e una contemporanea caduta di pressione. Le correlazioni tra la variazione di pressione e la velocità forniscono il metodo con cui effettuare la misura di portata volumetrica.

Un tipico misuratore di pressione a diaframma è costruito inserendo un diaframma con un foro tra due flange di un tubo, come mostrato in Figura 14.9. Considerando un flusso incompressibile tra le sezioni (1) e (2), il bilancio di massa fornisce

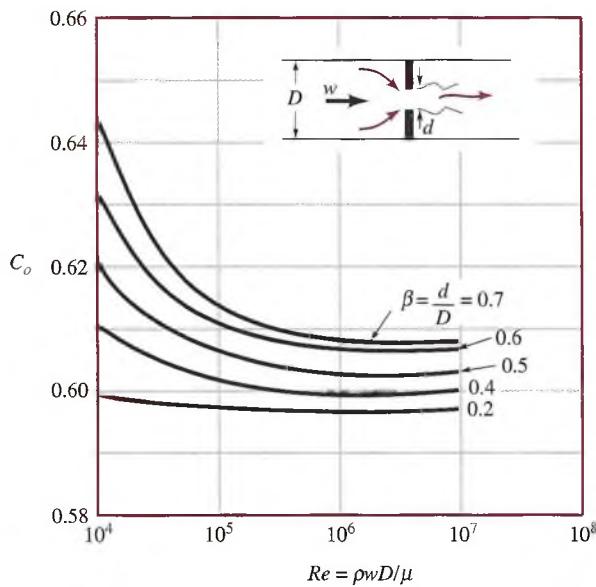
$$Q = A_1 w_1 = A_2 w_2$$

e l'equazione dell'energia meccanica è

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{w_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2g} + h_C$$



**Figura 14.9** Tipica struttura dei misuratori di portata a diaframma.



**Figura 14.10** Coefficiente di efflusso per misuratori di portata a diaframma.

Basandosi sui risultati dei paragrafi precedenti di questo capitolo, ci si aspetta che ci sia una perdita di carico tra le sezioni (1) e (2). Quindi, si consideri dapprima un gas ideale in cui  $h_C = 0$ . In tale caso si combinano le due espressioni precedenti per ottenere la portata ideale  $Q_{\text{ideale}}$  in assenza di irreversibilità

$$Q_{\text{ideale}} = A_2 w_2 = A_2 \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho(1 - \beta^4)}} \quad (14.16)$$

dove  $\beta = D_2/D_1$ .

Ci si aspetterebbe che gli effetti dell'attrito lungo il dispositivo riducano la portata volumetrica rispetto al valore ideale dato dall'Equazione 14.16, ed è esattamente così. Per tener conto degli effetti dovuti alla non idealità del processo, si utilizza un coefficiente di efflusso dal diaframma  $C_o$ , basato sull'area del foro nella piastra  $A_0$ , per cui

$$Q = C_o A_0 \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho(1 - \beta^4)}} \quad (14.17)$$

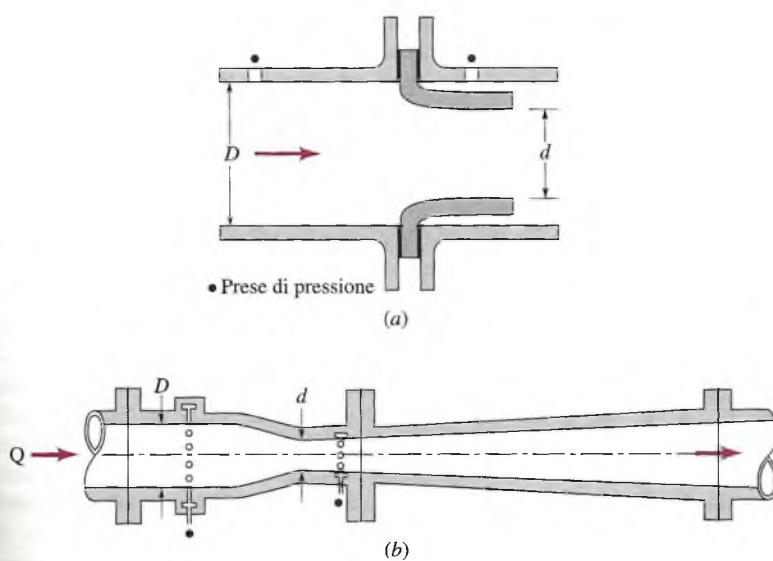
dove  $A_0 = \pi d^2/4$ . Il valore di  $C_o$  è una funzione di  $\beta = d/D$  e del numero di Reynolds  $Re = \rho w D / \mu$ , dove  $w = Q/A_1$ . La Figura 14.10 riporta alcuni valori tipici per  $C_o$ .

Come indicato precedentemente, esistono altri due dispositivi per la misura della portata (il boccaglio e il venturimetro), basati anch'essi sul medesimo principio e mostrati in Figura 14.11. La portata volumetrica attraverso tali strumenti è di nuovo governata dall'Equazione 14.17, ma i coefficienti di efflusso sono diversi da quelli del misuratore di portata a diaframma. Poiché il boccaglio e il venturimetro introducono perdite di carico decisamente più contenute, i coefficienti di efflusso sono più elevati, con valori tipici dell'ordine di 0.98.

#### ESEMPIO 14.5

#### Misuratore di portata a diaframma

Dell'alcool etilico scorre in un tubo di diametro  $D = 60$  mm in una raffineria. La caduta di pressione lungo un diaframma ( $d = 30$  mm) utilizzato per misurare la portata volumetrica attraverso il tubo è  $\Delta p = 4.0$  kPa. Determinare la portata volumetrica.



**Figura 14.11** Tipici flussimetri: (a) flussimetro a ugello e (b) venturimetro.

### Soluzione

**Elementi noti** Sono noti la dimensione del diaframma, la caduta di pressione e il coefficiente di efflusso (dalla Figura 14.10).

**Da determinare** Determinare la portata volumetrica.

#### Ipotesi

- 1 L'alcool etilico è trattato come un fluido incomprimibile con  $\rho = 1.19 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$  (si veda l'Appendice MF-1).
- 2 Il flusso è stazionario.
- 3 Si applica l'Equazione 14.17 del misuratore di portata a diaframma.

**Analisi** Si può esprimere il numero di Reynolds in funzione della portata volumetrica  $Q$  come

$$\begin{aligned} Re &= \frac{\rho w D}{\mu} = \frac{4\rho Q}{\pi D \mu} = \frac{4(789 \text{ kg}/\text{m}^3) Q (\text{m}^3/\text{s})}{\pi(0.06 \text{ m})(1.19 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2)} \left| \frac{1 \text{ N}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2} \right| \\ &= (1.41 \times 10^7 \text{ s}/\text{m}^3) Q \end{aligned} \quad (1)$$

**Incognite**  $B = d/D = 30 \text{ mm}/60 \text{ mm} = 0.5$ , per cui, dall'Equazione 14.17, si ha

$$\begin{aligned} Q &= C_o A_o \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho(1 - \beta^4)}} = C_o \frac{\pi}{4} (0.03 \text{ m})^2 \sqrt{\frac{2(4 \times 10^3 \text{ N}/\text{m}^2)}{(789 \text{ kg}/\text{m}^3)(1 - 0.5^4)}} \\ &= (0.00232 \text{ m}^3/\text{s}) C_o \end{aligned} \quad (2)$$

Dal momento che  $D_0$  dipende da  $Re$  (si veda la Figura 14.10), che a sua volta dipende dalla portata volumetrica  $Q$ , è necessario utilizzare una soluzione iterativa. Si osservi che questo tipo di problema è analogo a quello per il flusso all'interno dei tubi in cui sia incognita la portata volumetrica, con il fattore di attrito  $f$  dipendente dal numero di Reynolds attraverso il diagramma di Moody.

In genere è più semplice ipotizzare un valore per  $C_o$  e calcolare  $Q$  dall'Equazione 2, determinare  $Re$  dall'Equazione 1 e ricavare il valore di  $C_o$  dalla Figura 14.10. Se il valore di  $C_o$  ipotizzato e quello trovato non coincidono entro un margine di errore (o tolleranza) prefissato, il valore ipotizzato non è corretto e si deve ripetere la procedura con il nuovo valore di  $C_o$ .

Dalla Figura 14.10 si osserva che un valore tipico per  $C_o$  quando  $\beta = 0.5$  è 0.605, per cui, come primo valore di tentativo, si sceglie  $C_o = 0.605$  e dall'Equazione 2 si ha

$$Q = 0.00232(0.605) = 0.00140 \text{ m}^3/\text{s}$$

mentre dall'Equazione 1 si ottiene

$$Re = (1.41 \times 10^7 \text{ s/m}^3)(0.00140 \text{ m}^3/\text{s}) = 1.97 \times 10^4$$

Con questo valore di  $Re$  e  $\beta = 0.5$ , la Figura 14.10 fornisce  $C_0 = 0.613$ , che non è esattamente uguale al valore ipotizzato. Come valore per il secondo tentativo si sceglie allora  $C_0 = 0.613$ , che fornisce  $Q = 0.00142 \text{ m}^3/\text{s}$  e  $Re = 2.00 \times 10^4$ . Con tali valori, la Figura 14.10 fornisce  $C_0 = 0.613$ , che è identico al valore ipotizzato. La portata volumetrica è allora

$$Q = 0.00142 \text{ m}^3/\text{s}$$

- 1 Se si usa frequentemente il misuratore di portata, è conveniente sostituire il coefficiente di efflusso di Figura 14.10 con un'equazione equivalente,  $C_0 = C_0(\beta, Re)$ , e utilizzare un computer per ottenere la soluzione con procedura iterativa. Equazioni di questo tipo sono disponibili in letteratura. Questo metodo di procedere è simile a quello di utilizzare l'Equazione di Colebrook al posto del diagramma di Moody per i problemi di attrito all'interno dei tubi.

Esistono numerosi altri dispositivi per misurare la portata volumetrica all'interno dei tubi. Molti di essi sfruttano principi diversi da quelli dei misuratori di portata a diaframma, bocagli e venturimetri. In taluni casi è necessario conoscere, al posto della portata volumetrica istantanea, la quantità (volume o massa) di fluido che è passata attraverso il tubo in un certo intervallo di tempo, e a tale scopo esistono numerosi dispositivi. Tra essi, i contatori volumetrici a disco oscillante (o contalitri) vengono usati per determinare la quantità di acqua utilizzata all'interno delle abitazioni o la quantità di carburante pompata nel serbatoio della propria automobile, mentre i contatori a due membrane servono a determinare la quantità di gas naturale fornita alle caldaie degli edifici.

## FLUSSI ESTERNI

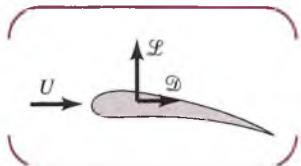
In questa parte del capitolo si considerano vari aspetti del moto su corpi che sono immersi in un fluido. Esempi tipici di flussi esterni sono il flusso d'aria attorno ad aerei e automobili, la caduta dei fiocchi di neve, oppure il flusso d'acqua attorno a sottomarini o pesci. In tali situazioni l'oggetto è completamente circondato dal fluido e i flussi si dicono flussi esterni.

Un corpo immerso in un fluido in movimento viene sottoposto a una forza risultante dovuta all'interazione tra il corpo e il fluido che lo circonda. È possibile fissare un sistema di coordinate solidale al corpo e trattare il problema come se fosse il fluido a scorrere su di un corpo fermo, con velocità  $U$  detta velocità indisturbata.

La forza risultante nella direzione della velocità relativa è chiamata *resistenza*  $D$  e la forza risultante normale alla velocità relativa è chiamata *portanza*  $L$ . La portanza e la resistenza sono spesso ottenute tramite il **coefficiente adimensionale di resistenza**  $C_D$  e il **coefficiente di portanza**  $C_L$ , che sono definiti come segue

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho U^2 A} \quad \text{and} \quad C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U^2 A} \quad (14.18)$$

dove  $A$  è l'area caratteristica dell'oggetto. Tipicamente l'area caratteristica è l'area frontale<sup>1</sup>, cioè l'area proiettata vista da un osservatore che osserva l'oggetto da una dire-



<sup>1</sup> Nota del curatore. Per la precisione, l'area caratteristica  $A$  è l'area frontale solo per corpi tozzi. Nel caso di corpi aerodinamici l'area di riferimento è la superficie alare.

zione parallela alla velocità relativa. I valori del coefficiente di portanza e del coefficiente di resistenza sono determinati attraverso un'opportuna analisi, tramite tecniche numeriche, o più frequentemente a partire da dati sperimentali.

I flussi esterni su corpi riguardano un'enorme varietà di fenomeni meccanici legati ai fluidi. Per un oggetto di forma assegnata, le caratteristiche del moto possono dipendere in maniera molto marcata da diversi parametri, come dimensioni, orientamento, velocità e proprietà del fluido. Come discusso nel Capitolo 13, per semplificare la presentazione e l'organizzazione dei dati e per caratterizzare più facilmente le proprietà del flusso, alcuni parametri fisici sono forniti in forma di parametri adimensionali.

**Per esempio...** È conveniente utilizzare il coefficiente di portanza adimensionale e quello di resistenza adimensionale dell'Equazione 14.18 piuttosto che la portanza e la resistenza. ■

## 14.8 Strato limite su una piastra piana

Probabilmente l'esempio più semplice di moto esterno è il flusso stazionario incomprimibile su una piastra piana parallela al moto, come illustrato nella Figura 14.12. Il fluido raggiunge il piano con una velocità indisturbata  $U$  uniforme. Dal momento che la viscosità del fluido non è nulla, ne consegue che il fluido deve aderire alla superficie solida della piastra, condizione limite di non scorrimento (*no slip*). Tale condizione, osservata sperimentalmente, è molto intuitiva per fluidi viscosi come il miele ma è ugualmente valida per tutti i fluidi, anche per quelli quali acqua e aria, che non appaiono altrettanto viscosi.

Come indicato in Figura 14.12, il fatto che il fluido aderisca alla superficie richiede l'esistenza di una regione all'interno del flusso in cui la velocità del fluido varia da zero, in corrispondenza della superficie, a  $U$ , a una certa distanza da essa. Questo strato relativamente sottile, prossimo alla superficie, è detto **strato limite**. Al di fuori dello strato limite il fluido scorre con una velocità  $U$  parallela alla piastra come se essa non fosse presente.

In ogni posizione  $x$  lungo il piano, si definisce **spessore dello strato limite**  $\delta(x)$  la distanza dalla piastra in cui la velocità del fluido è compresa all'interno di una percentuale arbitraria della velocità a monte  $U$ . Come mostrato in Figura 14.13, si dice che tale valore arbitrario è 0.99 (cioè 99%). Così  $u = 0$  quando  $y = 0$  e  $u = 0.99U$  quando  $y = \delta$ , e il profilo di velocità varia in  $x$  e  $y$ :  $u = u(x, y)$  all'interno dello spessore dello strato limite.

È possibile apprezzare la struttura del moto nello strato limite considerando quello che succede a una particella di fluido che scorre all'interno dello strato limite. Come indicato in Figura 14.12, una piccola particella rettangolare conserva la sua forma originale quando

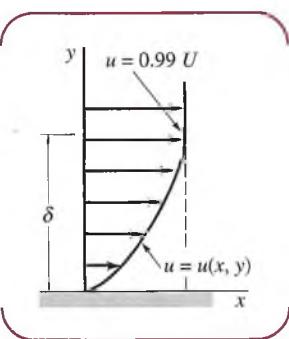


Figura 14.13 Spessore dello strato limite.

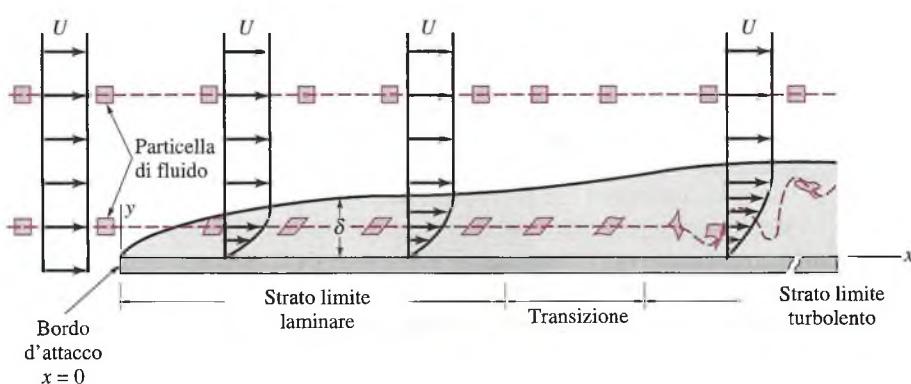


Figura 14.12 Distorsione di una particella di fluido quando scorre nello strato limite.

scorre nel flusso uniforme all'esterno dello strato limite. Una volta entrata nello strato limite, la particella comincia a distorcere a causa del gradiente di velocità all'interno dello strato limite; la parte superiore della particella assume una velocità maggiore rispetto alla parte inferiore. A una certa distanza a valle dal bordo d'ingresso, il moto del fluido all'interno dello strato limite passa da laminare a turbolento, facendo sì che la particella si distorce ancora di più a causa della natura caotica della turbolenza.

### 14.8.1 Caratteristiche dello strato limite laminare

Si possono calcolare diverse caratteristiche del flusso nello strato limite. Si può dimostrare per esempio che lo spessore dello strato limite laminare lungo un piano è dato da

$$\delta(x) = 5 \sqrt{\frac{\nu x}{U}} \quad (\text{laminare}) \quad (14.19)$$

dove  $\nu = \mu/\rho$  è la viscosità cinematica. Si osservi che lo spessore dello strato limite aumenta nella direzione del moto ( $x$  crescente) e diminuisce quando la velocità  $U$  aumenta o la viscosità cinematica  $\nu$  decresce.

Inoltre, per una piastra di lunghezza  $\ell$  e larghezza  $b$ , la resistenza  $\mathcal{D}$  su un lato può essere espressa in funzione del coefficiente di attrito  $C_D$  come

$$C_D = \frac{\mathcal{D}}{\frac{1}{2} \rho U^2 b \ell} = \frac{1.328}{\sqrt{Re_\ell}} \quad (\text{laminare}) \quad (14.20)$$

dove  $Re_\ell = U_\ell/\nu$  rappresenta il numero di Reynolds basato sulla lunghezza della piastra. Si osservi che le Equazioni 14.19 e 14.20 sono valide esclusivamente per gli strati limite laminari.

### 14.8.2 Transizione del flusso da laminare a turbolento su una piastra piana

I risultati analitici forniti dalle Equazioni 14.19 e 14.20 si limitano ai moti negli strati limite laminari lungo una piastra piana e concordano abbastanza bene con i risultati sperimentali fino al punto in cui il flusso nello strato limite non inizia la transizione alla turbolenza. Una transizione al regime turbolento si verificherà per qualsiasi velocità della corrente libera e per ogni fluido a patto che la piastra sia abbastanza lunga. Il parametro che determina la transizione al regime turbolento è il numero di Reynolds; in questo caso il numero di Reynolds è basato sulla distanza dal bordo d'attacco sulla piastra,  $Re = Ux/\nu$ .

Il valore del numero di Reynolds nella zona di transizione dipende in modo abbastanza complesso da diversi parametri, inclusa la scabrezza della superficie, la curvatura della stessa (non è lo stesso su una piastra piana o una sfera) e dall'entità del disturbo nel flusso al di fuori dello strato limite. Su una piastra piana con un bordo d'attacco arrotondato in condizioni tipiche di laboratorio, la **transizione** avviene a una distanza  $x_c$  dal bordo d'ingresso ed è data in funzione del numero di Reynolds critico  $Re_{x_c} = Ux_c/\nu = 5 \times 10^5$ .

#### ESEMPIO 14.6

#### Spessore dello strato limite e transizione

Un fluido scorre in maniera stazionaria su una piastra piana con una velocità  $U = 3.048 \text{ m/s}$ . Approssimativamente in quale posizione lo strato limite diverrà turbolento e quanto sarà spesso lo strato limite in quel punto se il fluido è (a) acqua a  $15.5^\circ\text{C}$ , (b) aria in condizioni standard, o (c) glicerina a  $20^\circ\text{C}$ ?

**Soluzione**

**Elementi noti** I fluidi a contatto della piastra hanno velocità relativa nulla e formano uno strato limite.

**Da determinare** Determinare la posizione del punto di transizione e lo spessore dello strato limite in tale posizione.

**Ipotesi**

1. Il flusso nello strato limite è laminare fino al punto di transizione.
2. La transizione a flusso turbolento avviene a  $Re_{x_c} = 5 \times 10^5$ .
3. I valori per le viscosità del fluido ottenute dall'Appendice MF-1 sono dati dalla tabella riportata più sotto.

**Analisi** Per ogni fluido, lo spessore dello strato limite laminare si trova con l'Equazione 14.19 come

$$\delta(x) = 5 \sqrt{\frac{\nu x}{U}} \quad (1)$$

Lo strato limite rimane laminare fino a

$$x_c = \nu Re_{x_c}/U = \nu (5 \times 10^5)/(3.048 \text{ m/s}) = 1.640 \times 10^5 \text{ s/m } \nu$$

Combinando le Equazioni 1 e 2, lo spessore dello strato limite nel punto di transizione è

$$\delta(x_c) = 5[\nu (1.640 \times 10^5 \nu)/3.048]^{1/2} = 1159.804 \text{ s/m } \nu$$

I valori di  $x_c$  e  $\delta(x_c)$  risultanti sono elencati nella tabella sottostante assieme ai valori di  $\nu$  ottenuti dall'Appendice MF-1.

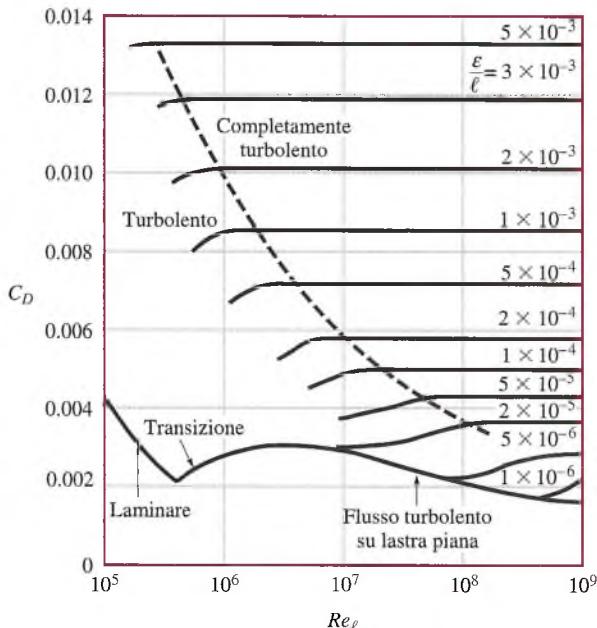
| Fluido       | $\nu(\text{m}^2/\text{s})$ | $x_c(\text{m})$ | $\delta(x_c)(\text{m})$ |
|--------------|----------------------------|-----------------|-------------------------|
| a. Acqua     | $1.124 \times 10^{-6}$     | 0.1843          | 0.00130                 |
| b. Aria      | $1.146 \times 10^{-5}$     | 2.394           | 0.0133                  |
| c. Glicerina | $1.189 \times 10^{-3}$     | 194.996         | 1.379                   |

- 1 Come evidenziato dai dati, il flusso si mantiene laminare su una porzione maggiore di piastra piana se si aumenta la viscosità. In ogni caso, il flusso nello strato limite alla fine diventerà turbolento, a patto che la piastra piana sia abbastanza lunga. Analogamente lo spessore dello strato limite diventa maggiore se aumenta la viscosità.

1

### 14.8.3 Flusso nello strato limite turbolento

La struttura del flusso nello strato limite turbolento è molto complessa, caotica e irregolare. Tale flusso ha in comune molte delle caratteristiche descritte per il flusso turbolento all'interno dei tubi nel Paragrafo 14.4. In particolare, la velocità in ogni posizione nel flusso è non stazionaria e la variazione della velocità nel tempo ha un andamento irregolare. Il flusso può essere pensato come un insieme disordinato di vortici intrecciati di diverse dimensioni e velocità angolari. Le diverse quantità coinvolte (cioè massa, quantità di moto, energia) sono trasportate a valle come in uno strato limite laminare, ma nel caso del flusso turbolento esse vengono anche trasportate attraverso lo strato limite (in direzione perpendicolare alla piastra piana) a causa del moto macroscopico associato alla presenza dei vortici turbolenti. Il mescolamento turbolento dovuto alla presenza dei vortici e del moto irregolare indotto da essi è decisamente maggiore rispetto a quello laminare, che è dovuto esclusivamente al moto browniano delle mole-



**Figura 14.14** Fattore d'attrito per una piastra piana parallela alla velocità a monte.

cole. Una conseguenza di questi fenomeni è che la resistenza per un flusso nello strato limite turbolento lungo una piastra piana è considerevolmente maggiore rispetto a quella nello strato limite laminare.

A causa della complessità del flusso nello strato limite turbolento, per il calcolo del coefficiente di resistenza è necessario utilizzare una relazione empirica. In generale, il coefficiente di resistenza  $C_D = \frac{1}{2} \rho U^2 A$ , per una piastra piana di lunghezza  $\ell$ , larghezza  $b$ , e area  $A = \ell \cdot b$ , è una funzione del numero di Reynolds  $Re_\ell$  e della scabrezza relativa  $\varepsilon/\ell$ , dove  $\varepsilon$  è la scabrezza della superficie. La Figura 14.14 mostra i risultati di numerosi esperimenti eseguiti per valori dei parametri di interesse che variano entro margini molto ampi. Per il moto nello strato limite laminare, il coefficiente di resistenza è funzione unicamente del numero di Reynolds; la scabrezza della superficie non è rilevante, analogamente al regime laminare all'interno di un tubo. Nei flussi turbolenti, la scabrezza della superficie influenza invece lo sforzo di taglio e quindi il coefficiente di resistenza in maniera simile al flusso turbolento all'interno di un tubo. I valori di scabrezza  $\varepsilon$  per diversi materiali si possono ottenere dalla Tabella 14.1.

#### ESEMPIO 14.7

#### Resistenza su una piastra piana

Un pezzo di compensato di  $1.219 \times 2.438$  m è assicurato sul portabagagli di una macchina che viaggia attraverso aria a una velocità di 25 m/s. Stimare la resistenza causata dallo sforzo di taglio sulla parte superiore del compensato.

#### Soluzione

**Elementi noti** Dell'aria scorre sopra un pezzo di compensato di  $1.219 \times 2.438$  m a una velocità di 25 m/s.

**Da determinare** Determinare la resistenza sulla superficie superiore del compensato.

#### Ipotesi

- La superficie superiore del compensato è parallela al flusso dell'aria a monte, che ha una velocità di 25 m/s.

2. I lacci usati per legare il compensato al portabagagli non interferiscono significativamente con il flusso dello strato limite lungo la superficie del compensato.
3. La scabrezza della superficie del compensato è  $\varepsilon = 0.9 \text{ mm}$  (si veda la Tabella 14.1).
4. L'aria è in condizioni standard con  $\rho = 1.23 \text{ kg/m}^3$  e  $\mu = 1.79 \times 10^{-5} \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$  (si veda l'Appendice MF-1).
5. Il lato lungo 2.438 m del bordo del compensato è allineato parallelamente alla strada.

**Analisi** Se, come ipotizzato, il compensato è allineato esattamente in maniera parallela al flusso a monte di esso, allora la resistenza  $D$  causata dallo sforzo di taglio sulla superficie superiore del compensato può essere determinata da

$$D = \frac{1}{2} \rho U^2 \ell b C_D \quad (1)$$

dove il coefficiente di resistenza  $C_D$  è funzione della scabrezza relativa  $\varepsilon/\ell$  e del numero di Reynolds  $Re_\ell = \rho U \ell / \mu$  come dato in Figura 14.14. Inoltre,  $A = \ell b = 1.219 \times 2.438 \text{ m}^2 = 2.972 \text{ m}^2$ .

Con i dati forniti si ottiene

$$Re_\ell = \rho U \ell / \mu = (1.23 \text{ kg/m}^3)(25 \text{ m/s})(2.438 \text{ m}) / (1.79 \times 10^{-5} \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2) = 4.18 \times 10^6$$

e

$$\varepsilon/D = 0.9 \text{ mm} / 1000 \text{ m} = 3.7 \times 10^{-4}$$

Così come osservato nella Figura 14.14, il flusso dello strato limite è in regime turbolento e il coefficiente di resistenza letto in figura è approssimativamente  $C_D = 0.0066$ . Quindi, dall'Equazione 1

$$D = (1/2)(1.23 \text{ kg/m}^3)(25 \text{ m/s})^2(2.438 \text{ m})(1.219 \text{ m})(0.0066) |1\text{N}/1 \text{ kg}\cdot\text{m/s}^2| = 7.540 \text{ N}$$

- ➊ In realtà la velocità dell'aria che passa sul compensato non è uguale alla velocità a monte dell'aria che si avvicina all'auto, perché l'aria accelera nel momento in cui passa sopra l'auto. Inoltre l'aria, dopo essere passata sopra il tettuccio e il parabrezza, probabilmente non è più allineata in modo parallelo al compensato. Questo fatto può notevolmente influenzare la componente assiale e quella verticale della forza applicata (resistenza e portanza) della forza applicata sul compensato.
- ➋ Se lo stesso compensato di  $1.219 \times 2.438 \text{ m}$  fosse allineato parallelamente alla strada con il lato lungo 1.219 m, il numero di Reynolds, che è basato sulla lunghezza  $\ell = 1.219 \text{ m}$ , sarebbe minore di un fattore 2 ( $Re_\ell = 2.09 \times 10^6$  invece di  $4.19 \times 10^6$ ), e il corrispondente coefficiente di resistenza sarebbe in qualche modo più piccolo ( $C_D = 0.0062$  al posto di 0.0066, si veda la Figura 14.14). In definitiva, la resistenza è una funzione dell'orientamento della piastra (bordo corto o lungo parallelo al flusso). Questo risultato deriva dal fatto che lo sforzo di taglio è funzione della distanza dal bordo d'attacco della piastra.
- ➌ Se il compensato fosse estremamente liscio,  $\varepsilon/D = 0$ , il coefficiente di resistenza si ridurrebbe approssimativamente a  $C_D = 0.0030$  e la resistenza diminuirebbe approssimativamente a  $D = 3.427 \text{ N}$ .

## 14.9 Caratteristiche generali dei flussi esterni

Le caratteristiche del moto di un fluido su una piastra piana avente spessore trascurabile sono state discusse nel Paragrafo 14.8. Come precedentemente discusso, nel caso di corpi con spessore non trascurabile si presentano ulteriori fenomeni. In particolare, per tali corpi ci sono due contributi alla resistenza: la **resistenza d'attrito** e la **resistenza di pressione**.

Mentre il fluido scorre sul corpo, gli effetti viscosi esercitano la propria azione in due modi. La prima è l'applicazione diretta della forza d'attrito viscoso causata dallo sforzo di taglio agente sul corpo: la resistenza d'attrito. L'altra è legata al fatto che gli sforzi di taglio nel fluido in moto influenzano notevolmente il percorso delle particelle di fluido attorno al corpo. Tale effetto legato all'attrito produce una caduta di pressione nella direzione

del moto, che determina, di conseguenza, una pressione inferiore sul retro dell'oggetto rispetto al fronte. Ciò produce la resistenza alla pressione.

La resistenza totale è

$$\mathcal{D} = \frac{1}{2} \rho U^2 A C_D \quad (14.21)$$

dove  $\rho$  è la densità del fluido,  $U$  è la velocità a monte,  $A$  è l'area frontale e  $C_D$  è il coefficiente d'attrito. Come per il caso della piastra piana discusso in precedenza, il coefficiente d'attrito è funzione di parametri adimensionali come il numero di Reynolds e la scabrezza relativa della superficie.

Si consideri il moto di un fluido incomprimibile attorno a un cilindro con asse perpendicolare alla direzione del moto. In questo caso il coefficiente d'attrito è funzione solamente del numero di Reynolds, come mostrato in Figura 14.15 (la figura fornisce anche i valori del coefficiente d'attrito per un flusso lungo una sfera). Come osservato dall'Equazione 14.21, la forza resistente è proporzionale a  $C_D$  attraverso un fattore  $U^2$ . Perciò, sebbene il valore di  $C_D$  possa diminuire all'aumentare del numero di Reynolds, la resistenza tende a crescere all'aumentare della velocità a monte (cioè all'aumentare del numero di Reynolds).

La Figura 14.16 mostra cinque casi numerati da (A) a (E), mentre la Figura 14.16 riporta i corrispondenti percorsi. Il caso (A) corrisponde a numeri di Reynolds contenuti ( $Re < 1$ ). In tale caso il moto è fondamentalmente simmetrico attorno alla sfera. Per valori del numero di Reynolds leggermente superiori [ $Re \approx 10$ , caso (B)], si perde la simmetria e si forma una regione di separazione stazionaria nella parte posteriore del cilindro. Per valori del numero di Reynolds ancora superiori [ $Re \approx 100$ , caso (C)], la regione di separazione aumenta, diventa instabile e forma una *scia* oscillante, con vortici che si separano alternativamente dalla zona superiore e inferiore del cilindro. Se il numero di Reynolds è sufficientemente grande [casi (D) e (E)], si forma una scia turbolenta dietro al cilindro.

La scia è il risultato della **separazione dello strato limite**, un fenomeno per cui a partire da una certa posizione (il punto di separazione) il fluido che scorre attorno all'oggetto non continua nella direzione parallela alla superficie solida ma devia lontano da essa. Il risultato è una scia in depressione sul retro del cilindro. A causa della posizione del punto di separazione nelle diverse condizioni, quando lo strato limite è laminare [caso (D) della Figura 14.16] la scia è ampia, ma se lo strato limite è turbolento [caso (E) nella Figura 14.16] la scia è più stretta. L'assottigliamento della scia quando lo strato limite diviene turbolento è causa della presenza di un minimo locale nella curva di  $C_D$  rispetto a  $Re$  in Figura 14.15 in corrispondenza dell'intervallo  $10^5 < Re < 10^6$ .

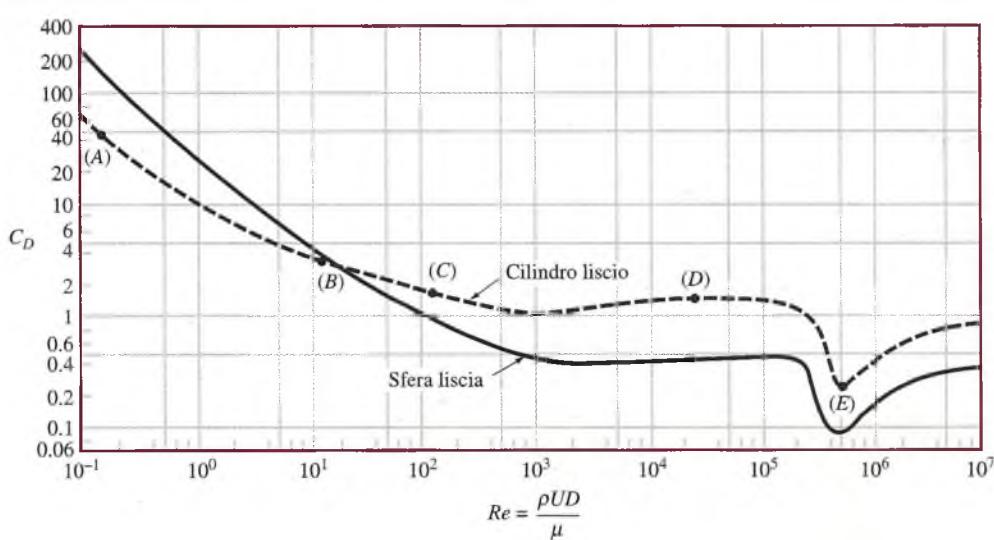
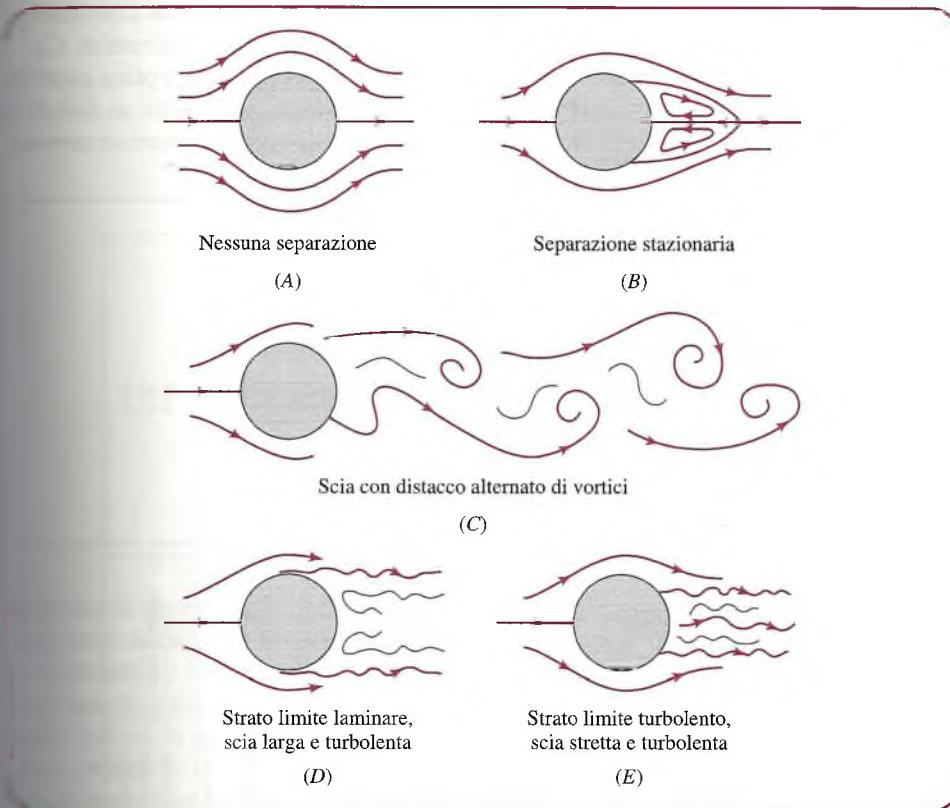


Figura 14.15 Coefficiente di resistenza in funzione del numero di Reynolds per un cilindro circolare liscio e per una sfera liscia.



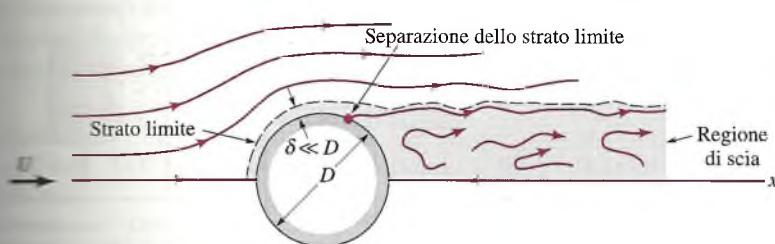
**Figura 14.16** Tipiche traiettorie del flusso su un cilindro circolare.

La Figura 14.17 mostra il flusso attorno a un cilindro per  $Re = 10^5$ , corrispondente al caso (D) appena analizzato. La figura evidenzia uno strato limite relativamente sottile ( $\delta \ll D$ ), la zona di separazione dello strato limite e la scia in depressione dietro al cilindro.

La stessa della Figura 14.16 suggerirebbe correttamente che la resistenza di pressione sia significativa nei casi come (D) e (E), per i quali si forma la scia in depressione. D'altra parte, nel caso di numeri di Reynolds piccoli, come il caso (A), non c'è regione di separazione e il contributo della resistenza di pressione alla resistenza totale è inferiore a quello dovuto alla resistenza d'attrito. Man mano che il numero di Reynolds cresce e si forma la scia dietro al cilindro, la resistenza di pressione aumenta e assume un ruolo più importante nel comporre la resistenza totale. Nel caso in cui il numero di Reynolds sia sufficientemente elevato, la resistenza di pressione diventa prevalente.

## 14.10 Valori del coefficiente d'attrito

La maggior parte delle informazioni relative alla resistenza sono il risultato di numerosi esperimenti condotti con le gallerie del vento, tunnel d'acqua, vasche per carene e altri di-



**Figura 14.17** Flusso su un cilindro circolare,  $Re = 10^5$ .

spositivi sperimentali utilizzati per misurare la resistenza su modelli in scala. Tipicamente, il risultato per una data forma è dato come coefficiente di resistenza aerodinamica  $C_D$ .

La Figura 14.14 fornisce i valori del coefficiente d'attrito per una piastra piana parallela alla corrente a monte. La Figura 14.15 fornisce invece i valori per il moto su cilindri e sfere di scabrezza nulla. La Figura 14.18 riporta i valori per vari oggetti di interesse comune.

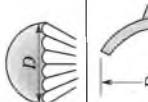
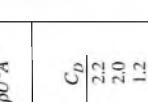
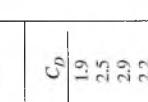
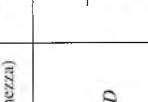
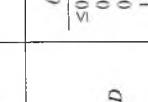
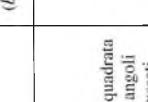
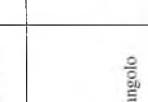
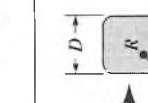
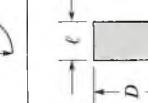
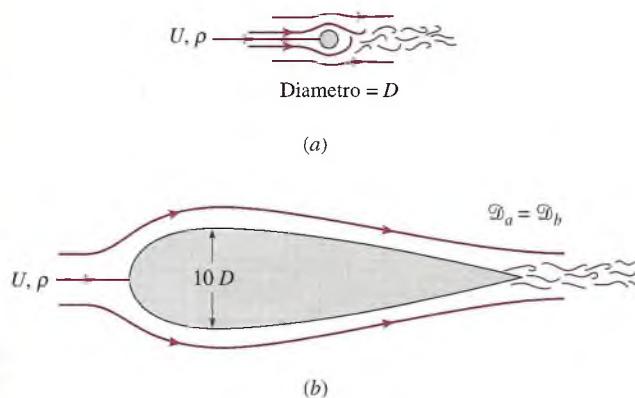
| Forma   | Area di riferimento<br>( $b = \text{lunghezza}$ ) | Coefficiente d'attrito<br>$C_D = \frac{\eta}{\frac{1}{2} \rho U^2 A}$   | Forma   | Superficie<br>di riferimento   | Coefficiente d'attrito<br>$C_D$  |
|---|---|---|---|--|--|
|  | $A = bD$  | $R/D$   $C_D$<br>0   2.2<br>0.02   2.0<br>0.17   1.2<br>0.33   1.0      |  | Paracadute   | $A = \frac{\pi}{4} D^2$<br>1.4   |
|  | $A = bD$  | $\ell/D$   $C_D$<br>≤ 0.1   2.3<br>0.5   1.9<br>0.65   2.5<br>3.0   1.3 |  | Riflettore<br>parabolico<br>poroso   | $A = \frac{\pi}{4} D^2$<br>Porosità<br>→   1.42<br>←   0.95<br>Porosità = $\frac{\text{area libera al passaggio}}{\text{area totale}}$ |
|  | $A = bD$  | $\ell/D$   $C_D$<br>≤ 0.1   2.3<br>0.5   1.9<br>0.65   2.5<br>3.0   1.3 |  | Person<br>media  | In piedi<br>Seduto<br>Accucciato   |
|  | $A = bD$  | $\ell/D$   $C_D$<br>≤ 0.1   2.3<br>0.5   1.9<br>0.65   2.5<br>3.0   1.3 |  | Bicicletta<br>Ciclista eretto  | $A = 5.5 \text{ ft}^2$<br>1.1  |
|  | $A = bD$  | $\ell/D$   $C_D$<br>≤ 0.1   2.3<br>0.5   1.9<br>0.65   2.5<br>3.0   1.3 |  | Posizione da corsa<br>Ciclisti in scia   | $A = 3.9 \text{ ft}^2$<br>0.88   |
|  | $A = bD$  | $\ell/D$   $C_D$<br>≤ 0.1   2.3<br>0.5   1.9<br>0.65   2.5<br>3.0   1.3 |  | Bicicletta carenata  | $A = 5.0 \text{ ft}^2$<br>0.50   |
|  | $A = D^2$   | $\ell/D$   $C_D$<br>≤ 0.1   2.3<br>0.5   1.9<br>0.65   2.5<br>3.0   1.3 |  | Camion con rimorchio<br>Carenatura<br>Rivestimento                             | $A = 3.9 \text{ ft}^2$<br>0.12   |
|  | $A = \frac{\pi}{4} D^2$                           | $\ell/D$   $C_D$<br>≤ 0.1   2.3<br>0.5   1.9<br>0.65   2.5<br>3.0   1.3 |  | Camion con rimorchio<br>Carenatura<br>Rivestimento                             | $A = 5.0 \text{ ft}^2$<br>0.06   |
|  | $A = \frac{\pi}{4} D^2$                           | $\ell/D$   $C_D$<br>≤ 0.1   2.3<br>0.5   1.9<br>0.65   2.5<br>3.0   1.3 |  | Albero<br>$U = 10 \text{ m/s}$<br>$U = 20 \text{ m/s}$<br>$U = 30 \text{ m/s}$ | $A = 3.9 \text{ ft}^2$<br>0.76   |
|  | $A = \frac{\pi}{4} D^2$                           | $\ell/D$   $C_D$<br>0.5   1.1<br>1.0   0.93<br>2.0   0.83<br>4.0   0.85 |  | Albero<br>$U = 10 \text{ m/s}$<br>$U = 20 \text{ m/s}$<br>$U = 30 \text{ m/s}$ | $A = 3.9 \text{ ft}^2$<br>0.26   |
|  | $A = \frac{\pi}{4} D^2$                           | $\ell/D$   $C_D$<br>0.5   1.1<br>1.0   0.93<br>2.0   0.83<br>4.0   0.85 |  | Albero<br>$U = 10 \text{ m/s}$<br>$U = 20 \text{ m/s}$<br>$U = 30 \text{ m/s}$ | $A = 3.9 \text{ ft}^2$<br>0.20   |

Figura 14.18 Coefficienti d'attrito tipici per oggetti di interesse comune;  $Re = 10^4$ .



**Figura 14.19** Due oggetti di differenti dimensioni che hanno la stessa forza d'attrito: (a) cilindro circolare  $C_D = 1.2$  e (b) profilo aerodinamico  $C_D = 0.12$ . La lunghezza di ciascun oggetto è  $b$ .

Si dovrebbe ricordare che i valori riguardanti la bicicletta da corsa di questa tabella sono stati utilizzati nella discussione sulla potenza nel Paragrafo 3.2.2.

È chiaro che il coefficiente d'attrito di un oggetto dipende dalla sua forma, con forme che possono essere classificate come aerodinamiche o tozze. Le forme aerodinamiche sono quelle per cui la separazione dello strato limite avviene solo all'estremità posteriore del corpo, mentre su quelle tozze c'è separazione dello strato limite sul corpo e si forma una scia di dimensioni trasversali dello stesso ordine di grandezza delle dimensioni del corpo. Nel caso dei corpi aerodinamici come i profili alari la resistenza di pressione è minima e la resistenza è principalmente dovuta all'attrito.

**Per esempio...** La forza resistente totale sul profilo bidimensionale aerodinamico di lunghezza  $b$  mostrato in Figura 14.19 è la stessa del cilindro circolare (anch'esso di lunghezza  $b$ ) mostrato in scala. Anche se il profilo è 10 volte più grande del cilindro ( $A_{\text{profilo}} = 10Db$  e  $A_{\text{cilindro}} = Db$ ), il suo coefficiente d'attrito è 10 volte più piccolo. Per il profilo aerodinamico non c'è separazione dello strato limite, e quindi la scia è molto corta, al contrario del cilindro circolare più piccolo, la cui scia in depressione è circa pari alla larghezza del cilindro.

Per il profilo, la resistenza d'attrito dà il contributo principale della resistenza totale, mentre per il cilindro è prevalente la resistenza di pressione. ■

### Resistenza aerodinamica su un automobile

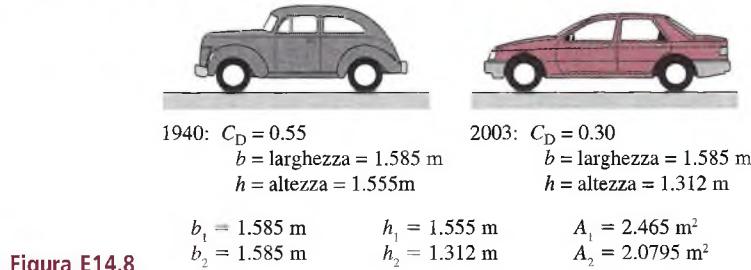
### ESEMPIO 14.8

Come discusso nel Paragrafo 1.2.2, si può diminuire il consumo di carburante di un'automobile riducendo la resistenza aerodinamica del veicolo, soprattutto alle alte velocità. Come indicato nella Figura E14.8, attraverso la cura di diversi aspetti della progettazione aerodinamica del veicolo (dalla forma complessiva del veicolo all'utilizzo di maniglie incassate nelle portiere), è stato possibile abbassare il coefficiente d'attrito da un valore tipico di 0.55 per un modello di una vettura del 1940 a 0.30 per un modello del 2003. Per ciascuno dei modelli presentati nella figura, determinare la resistenza aerodinamica e la potenza necessarie per superare questa resistenza aerodinamica alla velocità di 65 miglia orarie = 29.06 m/s.

#### Soluzione

**Elementi noti** Dell'aria fluisce su due auto con coefficienti d'attrito noti a una velocità di 29.06 m/s;

**Da determinare** Determinare la resistenza su ciascuna delle automobili e la potenza necessaria per superare tale resistenza.

*Schema e dati forniti***Figura E14.8***Ipotesi*

1. Le vetture viaggiano a una velocità costante di 29.06 m/s, in una giornata senza vento.
2. L'aria è in condizioni standard con  $\rho = 1.23 \text{ kg/m}^3$  e  $\mu = 1.79 \times 10^{-5} \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$  (vedi Appendice MF-1).
3. La potenza  $\dot{L}$  necessaria per superare la resistenza aerodinamica  $D$  è pari alla velocità massima per la resistenza aerodinamica,  $\dot{L} = U D$ , e si sceglie pertanto di trascurare la resistenza dovuta al rotolamento dei pneumatici.

*Analisi* La resistenza sull'automobile può essere calcolata dalla formula

$$D = \frac{1}{2} \rho U^2 A C_D \quad (1)$$

- 1 dove i coefficienti d'attrito sono dati in Figura E14.8. L'area frontale è  $A = b \cdot h$ , dove  $b$  è la larghezza della vettura e  $h$  è la sua altezza.

Perciò, dai dati forniti per il modello del 1940, dall'Equazione 1 si ottiene

$$D = (1/2)(1.23 \text{ kg/m}^3)(29.06 \text{ m/s})^2(2.465 \text{ m}^2)(0.55) \text{ N} = 704.0219 \text{ N}$$

Analogamente, per il modello del 2003

$$D = (1/2)(1.23 \text{ kg/m}^3)(29.06 \text{ m/s})^2(2.0795 \text{ m}^2)(0.30) \text{ N} = 323.957 \text{ N}$$

- La potenza necessaria per vincere la resistenza si ottiene dall'equazione  $\dot{L} = U D$ . Quindi per il modello del 1940 si ha

$$= wD = (29.06 \text{ m/s}) 704.0219 \text{ N} = 20.457 \text{ kW}$$

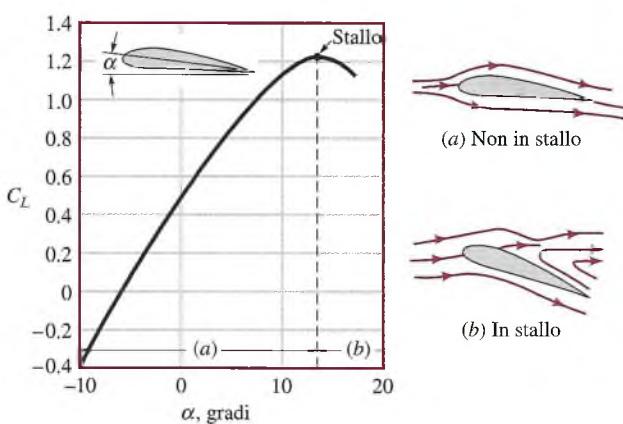
mentre per il modello 2003

$$= (29.06 \text{ m/s}) 323.957 \text{ N} = 9.414 \text{ kW}$$

- 1 Dal momento che  $D \approx A C_D$ , la diminuzione della resistenza e della potenza necessaria per il modello del 2003 rispetto al modello del 1940 è dovuta a due fattori: (1) La sezione frontale più piccola ( $A_{2003} = 2.07736 \text{ m}^2$  rispetto all' $A_{1940} = 2.46388 \text{ m}^2$ ); (2) la forma più aerodinamica con un coefficiente d'attrito aerodinamico più basso ( $C_{D,2003} = 0.30$  rispetto al  $C_{D,1940} = 0.55$ ).
- 2 Si noti che la potenza necessaria per vincere la resistenza aerodinamica è  $\dot{L} = U D = \frac{1}{2} \rho U^3 A C_D$  proporzionale al cubo della velocità. Quindi, la potenza necessaria per vincere la resistenza aerodinamica a 29.06 m/s è di  $(29.06/24.59)^3 = 1.65$  volte maggiore rispetto a 24.59 m/s (55 mph = 88 km/h). Guidare ad alta velocità è meno efficiente dal punto di vista energetico rispetto a guidare a una velocità inferiore.

## 14.11 Portanza

Qualsiasi corpo che si muova in un fluido è soggetto a una forza netta esercitata dal fluido su di esso. Per oggetti simmetrici con asse di simmetria diretto nella stessa direzione del flusso questa forza sarà nella direzione della corrente e darà luogo alla resistenza  $D$ . Se l'oggetto non è simmetrico (o se non produce un flusso simmetrico, come il moto attorno



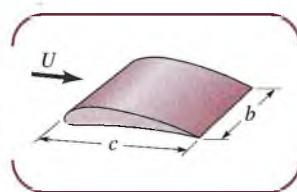
**Figura 14.20** Valori tipici del coefficiente di portanza in funzione dell'angolo di attacco.

a una sfera rotante), la forza esercitata dal fluido può avere una componente non nulla in direzione ortogonale al flusso, dando così luogo alla portanza  $\mathcal{L}$ .

Il parametro più importante che influenza la portanza è la forma dell'oggetto, e la progettazione di dispositivi di forma adeguata per la generazione di portanza ha richiesto un considerevole sforzo tecnico e scientifico. I più comuni dispositivi che generano una portanza (profili alari, pale di eliche e ventilatori e spoiler nelle automobili) operano nel vasto intervallo di numeri di Reynolds nel quale gli effetti viscosi sono confinati negli strati limite e nelle regioni di scia. La maggior parte della portanza deriva dalla pressione che agisce sulla superficie.

Dal momento che la maggior parte dei profili alari ha una sezione trasversale ridotta, è abitudine usare il piano alare  $A = b \cdot c$  nella definizione del coefficiente di portanza, in cui  $b$  è la lunghezza del profilo alare (tra le estremità dell'ala) e  $c$  è la lunghezza della corda (distanza tra bordo d'attacco e bordo d'uscita). Tipici coefficienti di portanza sono dell'ordine dell'unità, e quindi la forza di portanza è dell'ordine della pressione dinamica moltiplicata per il piano alare dell'ala,  $\mathcal{L} \approx (\rho U^2/2)A$ . Il **carico alare**, definito come la media della portanza per unità di area dell'ala  $\mathcal{L}/A$ , pertanto, cresce con la velocità.

**Per esempio...** Il carico alare del velivolo di Wright del 1903 era di  $1.5 \text{ lbf}/\text{ft}^2$ , mentre quello di un velivolo dei giorni nostri, un Boeing 747, è di  $150 \text{ lbf}/\text{ft}^2$ . Il carico sull'ala di un calabrone è circa  $1 \text{ lbf}/\text{ft}^2$ .



Come indicato in Figura 14.20, il coefficiente di portanza per un'ala è funzione dell'angolo di attacco  $\alpha$ . Per piccoli angoli d'attacco, il coefficiente di portanza cresce con  $\alpha$ , e l'aria scorre parallelamente all'ala, senza separazione dello strato limite. Sebbene i profili alari siano classificati come corpi aerodinamici, tuttavia, per angoli d'attacco sufficientemente grandi, si possono comportare come corpi tozzi, nel senso che la separazione dello strato limite avviene sulla superficie superiore dell'ala. Questa condizione, detta stallo, è una situazione potenzialmente pericolosa, perché in queste condizioni il coefficiente di portanza diminuisce improvvisamente. La pericolosità dello stallo è maggiore alle basse altitudini, quando non c'è sufficiente margine di manovra perché l'aereo recuperi l'improvvisa perdita di portanza.

### Volo con la potenza umana

### ESEMPIO 14.9

Nel 1977 il Gossamer Condor (Figura E14.9) è stato il primo velivolo azionato con la potenza di un uomo a completare il percorso richiesto di otto giri attorno a due punti situati a una

distanza di 0.805 km (0.5 mi) l'uno dall'altro. I dati seguenti si riferiscono a tale velivolo: velocità di volo =  $U = 4.572 \text{ m/s}$ , lunghezza dell'ala =  $b = 29.6 \text{ m}$ , lunghezza della corda =  $c = 2.286 \text{ m}$  (media), peso (incluso il pilota) =  $\mathcal{W} = 934 \text{ N}$ . Determinare il coefficiente di portanza  $C_L$ .

### Soluzione

*Elementi noti* Sono noti i dati relativi al velivolo.

*Da determinare* Determinare il coefficiente di portanza necessario.

### Schema e dati forniti

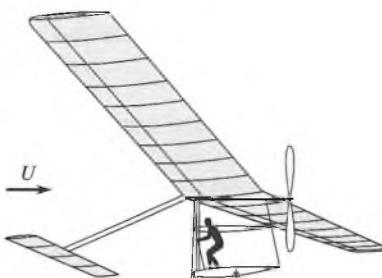


Figura E14.9

### Ipotesi

1. L'aereo vola a velocità costante a un'altitudine costante.
2. Le altre parti dell'aereo (per esempio la fusoliera o la coda) che non siano le ali non contribuiscono alla portanza.
3. Il velivolo viaggia in aria in condizioni standard con  $\rho = 1.23 \text{ kg/m}^3$  (si veda l'Appendice MF-1).

*Analisi* In condizioni di volo stazionario la portanza deve essere bilanciata esattamente dal peso ovvero

$$\mathcal{W} = \mathcal{L} = \frac{1}{2} \rho U^2 A C_L$$

Per cui si ha

$$C_L = \frac{2\mathcal{W}}{\rho U^2 A}$$

① dove  $A = b \cdot c = 66.8 \text{ m}^2$ ,  $\mathcal{W} = 934 \text{ N}$  e  $\rho = 1.23 \text{ kg/m}^3$ . Ciò fornisce

$$C_L = \frac{2(934 \text{ kg m/s}^2)}{[(1.23 \text{ kg/m}^3)(4.572 \text{ m/s})^2(66.8 \text{ m}^2)]} \text{ N/m}^2 = 1.09 \text{ N/m}^2$$

o

②  $C_L = 1.09$

① Il carico alare di questo velivolo è solamente  $\mathcal{W}/A = 934 \text{ N}/66.8 \text{ m}^2 = 13.98 \text{ N/m}^2$ , molto meno di quello dell'aereo di Wright del 1903 ( $71.82 \text{ N/m}^2$ ) o dell'ala di un'ape ( $47.88 \text{ N/m}^2$ ).

② Il coefficiente di portanza calcolato è coerente con i dati del profilo alare di Figura 14.20.

## Sommario e guida allo studio

In questo capitolo si è analizzata l'applicazione dei principi della meccanica dei fluidi a moti interni attraverso tubi e a flussi esterni attorno a corpi di forma diversa.

Si è osservato come il moto in un condotto dipenda dai parametri del sistema, come per esempio il diametro del tubo, la lunghezza e il materiale di cui è costituito, le proprietà del fluido come viscosità e densità, la caduta di pressione o perdita di carico lungo il condotto, le differenze di quota lungo il tubo e l'energia meccanica che dispositivi come pompe e turbine forniscono o sottraggono al fluido. Si sono considerate le caratteristiche sia dei regimi laminari sia di quelli turbolenti, e si è visto come l'analisi di un sistema di tubazioni possa essere abbastanza diversa in relazione al tipo di flusso che si verifica.

Si sono descritte le interazioni generali tra un oggetto e il moto del fluido che lo circonda in termini di pressione e forze viscose e lo strato limite che si sviluppa lungo la superficie dell'oggetto. Si è indicato come le caratteristiche dello strato limite (cioè laminare o turbolento, separato o non separato) influenzino la resistenza sul corpo. Si è discusso come sia possibile determinare la portanza e la resistenza dei corpi investiti da una corrente attraverso l'uso dei coefficienti di portanza e resistenza.

La seguente checklist fornisce una guida allo studio per questo capitolo. Una volta completato lo studio del testo e lo svolgimento degli esercizi a fine capitolo il lettore deve essere capace di:

- interpretare il significato dei termini chiave evidenziati nel testo;
- determinare se il regime in un condotto è laminare o turbolento;
- determinare il coefficiente d'attrito utilizzando la formula di Colebrook o l'abaco di Moody;
- utilizzare il concetto di coefficiente di attrito e i coefficienti per le perdite concentrate per determinare la velocità del moto e la perdita di carico per flussi completamente sviluppati in tubazioni;
- discutere la natura dello strato limite su lastra piana;
- determinare la resistenza d'attrito su piastra piana sia per strato limite laminare sia turbolento;
- discutere come vari fattori influenzino il coefficiente d'attrito;
- determinare la portanza e la resistenza su un corpo in funzione dei suoi coefficienti di portanza e resistenza.

## Esercizi

**Nota:** nella risoluzione dei problemi, ove non diversamente specificato nel testo, si utilizzino i valori delle proprietà dei fluidi riportati nelle tabelle dell'Appendice MF-1.

nomometro differenziale a U viene utilizzato per misurare la caduta di pressione lungo il tubo. Determinare l'intervallo di valori di  $h$  per cui il regime è laminare.

### Numero di Reynolds e lunghezza d'ingresso

- 14.1** Una portata di 0.004 kg/s di biossido di carbonio a 20 °C e 550 kPa (pressione assoluta) scorre in un tubo. Determinare il diametro massimo consentito affinché il regime rimanga turbolento.

### Regime laminare all'interno di tubi

- 14.2** Dell'acqua scorre all'interno di un tubo orizzontale avente diametro 1 mm, al quale sono collegate due prese di pressione distanti 1 m. Qual è la massima caduta di pressione consentita affinché il flusso rimanga laminare?
- 14.3** Un fluido scorre attraverso due tubi orizzontali di uguale lunghezza connessi tra loro per formare un tubo lungo  $2\ell$ . Il regime è laminare e completamente sviluppato. La caduta di pressione nel primo tubo è 1.24 volte maggiore a quella nel secondo tubo. Sapendo che il diametro del primo tubo è  $D$ , determinare il diametro del secondo tubo.
- 14.4** Dell'olio (peso specifico = 8900 N/m<sup>3</sup>, viscosità = 0.10 N·s/m<sup>2</sup>) scorre in un tubo orizzontale di 23 mm di diametro, come mostrato in Figura P14.4. Un ma-

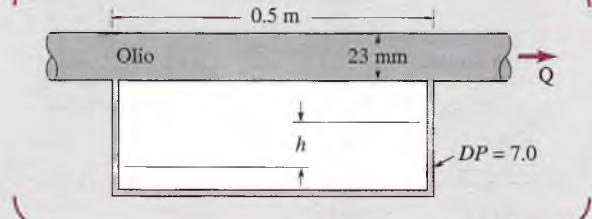


Figura P14.4

- 14.5** Un fluido viscoso scorre in un tubo avente diametro 0.10 m, e si misura una velocità di 0.8 m/s a una distanza di 0.012 m dalle pareti del tubo. Sapendo che il regime è laminare, determinare la velocità al centro del tubo e la portata volumetrica.

### Regime turbolento all'interno dei tubi – Coefficienti d'attrito

- 14.6** Determinare la caduta di pressione in un tubo orizzontale nuovo in ghisa lungo 100 m e avente diametro

di 0.20 m, contenente acqua che scorre alla velocità di 1.7 m/s.

- 14.7** Una portata volumetrica di  $0.001 \text{ m}^3/\text{s}$  di benzina scorre in un tubo liscio avente diametro 40 mm. Si dimostri che il regime è turbolento. Quale sarebbe il rapporto tra le perdite di carico per il moto considerato rispetto a quello del regime laminare?

#### Perdite di carico concentrate

- 14.8** Dell'aria scorre attraverso la sottile rete metallica (settore poroso) mostrata in Figura P14.8, con una velocità media di 1.50 m/s nel tubo. Determinare il coefficiente di perdita per la rete.

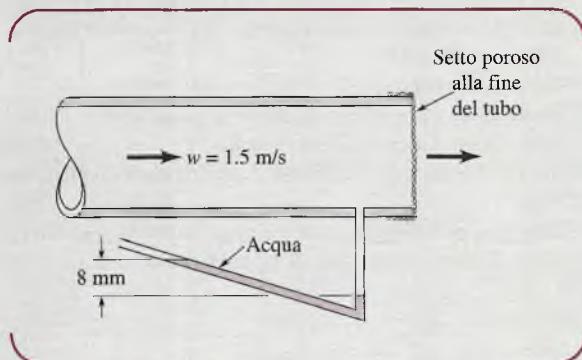


Figura P14.8

#### Flusso nei tubi – Pompe/Turbine

- 14.9** La pompa mostrata in Figura P14.9 fornisce una potenza di 25 kW all'acqua ed eroga una portata volumetrica di  $0.04 \text{ m}^3/\text{s}$ .

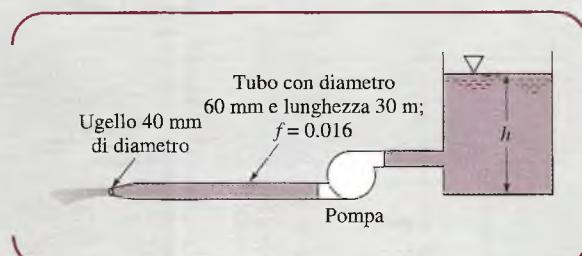


Figura P14.9

- Determinare la profondità  $h$  dell'acqua nel serbatoio.
- Determinare la portata nel caso in cui si togliesse la pompa. Si assuma  $f = 0.016$  per entrambi i casi e si trascurino le perdite di carico concentrate.

#### Flusso nei tubi – Tipo 2

- 14.10** Un tubo da giardino di gomma liscio, lungo 10 m e con diametro 15 mm, viene usato per scaricare l'acqua di una piscina, come mostrato in Figura P14.10. Qual è la portata volumetrica uscente dalla vasca? Si assuma  $K_C = 0.8$  per le perdite di carico concentrate all'ingresso del tubo.

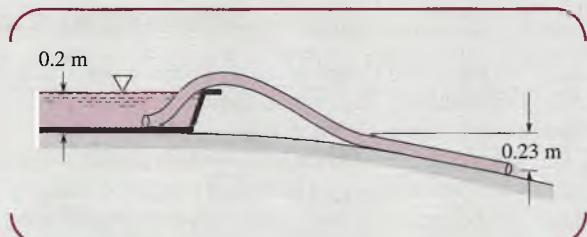


Figura P14.10

- 14.11** Dell'acqua scorre attraverso il tubo mostrato in Figura P14.11. Determinare la tensione netta nei bulloni sospeso che le ruote su cui è posato il tubo sono prive d'attrito.

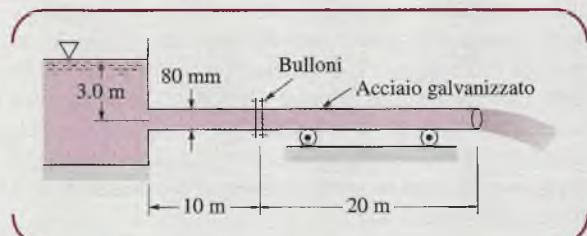


Figura P14.11

#### Strato limite – Flusso esterno

- 14.12** Una piastra piana liscia con lunghezza  $\ell = 6 \text{ m}$  e larghezza  $b = 4 \text{ m}$  è immersa in una massa d'acqua avente velocità di corrente indisturbata  $U = 0.5 \text{ m/s}$ . Determinare lo spessore dello strato limite al centro e al bordo di uscita della piastra. Si ipotizzi che il regime sia laminare nello strato limite.

- 14.13** Un fluido viscoso scorre su una piastra piana in modo tale che lo spessore dello strato limite a 1.3 m dal bordo d'attacco sia 12 mm. Determinare lo spessore dello strato limite alle distanze di 0.20, 2.0 e 20 m dal bordo d'attacco, considerando il regime laminare.

- 14.14** La resistenza netta sulla faccia superiore di due piastrelle (ciascuna di dimensioni  $\ell \times \ell/2$ ) parallele alla corrente indisturbata, mostrate in Figura P14.14a, è  $\mathcal{D}$ . Determinare la resistenza (in funzione di  $\mathcal{D}$ ) che le due piastrelle eserciterebbero se fossero collegate tra loro come indicato nella Figura P14.14b. Si ipotizzi che il regime sia laminare e si commenti, dal punto di vista fisico, la risposta data.

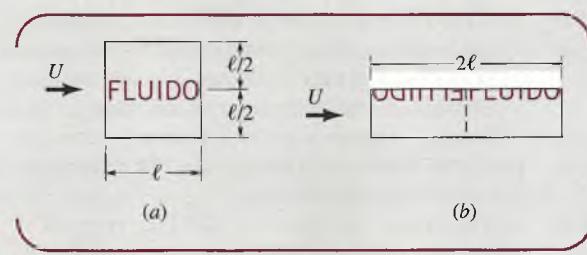


Figura P14.14

- 14.15** Se la resistenza su un lato di una piastra piana parallela alla corrente indisturbata è  $D$  quando la velocità della corrente libera è  $U$ , quale sarà la resistenza quando la corrente libera è  $2U$  o  $U/2$ , in regime laminare?

**Risistenza**

- 14.16** Determinare il momento flettente necessario alla base dell'asta di una bandiera alta 30 m e avente diametro 0.12 m per tenerla in posizione con un vento che soffia a 20 m/s.

- 14.17** Due ciclisti viaggiano a 30 km/h attraverso dell'aria ferma. Qual è la percentuale di potenza necessaria al secondo ciclista per vincere la resistenza aerodinamica sapendo che viaggia appena dietro al primo rispetto a quando corrono l'uno a fianco all'altro? Trascurare

tutte le forze che non siano la resistenza aerodinamica dell'aria (si utilizzi la Figura P14.18 per il coefficiente d'attrito).

- 14.18** Un cavo di 12 mm di diametro è vincolato con forza a una serie di pali distanti 60 m ciascuno. Determinare la forza orizzontale che il cavo esercita su ciascun palo quando la velocità del vento è di 30 m/s in direzione perpendicolare a esso.

- 14.19** Una pallina da ping pong avente diametro 38.1 mm e peso 0.0245 N viene liberata dal fondo di una piscina. Quale sarà la velocità di risalita verso la superficie?

- 14.20** La potenza  $\dot{L}$  necessaria per vincere la resistenza aerodinamica su un veicolo che viaggia alla velocità  $U$  varia in maniera proporzionale a  $U^n$ . Qual è il valore corretto per  $n$ ? Discutere la risposta.

Soluzioni di alcuni esercizi e ulteriori materiali sul sito [www.ateneonline.it/moran](http://www.ateneonline.it/moran)



# Trasmissione del calore: modalità, equazioni e bilanci energetici

15

## Obiettivi del capitolo

Dallo studio della termodinamica si è appreso che l'energia può essere trasferita attraverso le interazioni tra il sistema e l'ambiente circostante. Tali interazioni includono lo scambio di energia sotto forma di calore e lavoro, così come attraverso il trasporto di massa. La termodinamica si occupa degli stati finali dei processi durante i quali ha luogo l'interazione e avvengono scambi di calore e lavoro netti. La meccanica dei fluidi tratta invece la natura del moto di un fluido e le forze presenti all'interno di esso o al confine tra fluido e solidi. Nei prossimi capitoli si estenderà l'analisi della termodinamica e della meccanica dei fluidi attraverso lo studio delle modalità di trasmissione del calore e saranno sviluppate le relazioni per calcolare le potenze termiche scambiate.

L'obiettivo di questo capitolo è di gettare le basi comuni tra le modalità di scambio termico per conduzione (Capitolo 16), convezione (Capitolo 17) e irraggiamento (Capitolo 18), iniziando col chiedersi: *Cos'è la trasmissione del calore e quali sono le caratteristiche dell'energia scambiata sotto forma di calore?* Per prima cosa si vuole aiutare il lettore a comprendere i concetti fondamentali e i principi che governano i processi di trasmissione del calore, in seguito si illustrerà come risolvere i problemi relativi ai sistemi termici in ambito ingegneristico attraverso la conoscenza dei processi di scambio termico e l'applicazione del primo principio della termodinamica.

## 15.1 Modalità di trasmissione del calore: origini fisiche ed equazioni

Una semplice, seppur generale, definizione fornisce una risposta sufficiente alla domanda: *Cos'è la trasmissione del calore?*

*La trasmissione del calore è il transito di energia che avviene a causa di una differenza di temperatura.*

Ogni volta che esiste una differenza di temperatura all'interno di un mezzo o tra i mezzi, si verifica uno scambio di calore. Ci si riferisce ai vari tipi di processi di trasmissione del calore come modalità, che nel seguito saranno indicate come: conduzione, convezione e irraggiamento.

### 15.1.1 Conduzione

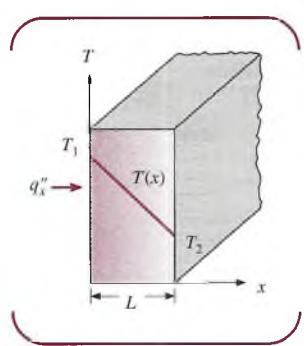
Quando in un mezzo stazionario, che può essere un solido o un fluido, è presente un gradiente di temperatura si usa il termine **conduzione** per indicare che lo scambio di calore avverrà attraverso il mezzo. La comprensione del meccanismo fisico della conduzione richiede conoscenze di struttura della materia, basandosi su concetti di attività atomica e molecolare: tali attività generano e sostengono gli scambi di energia che avvengono dalle molecole più energetiche a quelle meno energetiche tramite interazioni tra le particelle.

Si consideri un gas che occupa lo spazio compreso tra due superfici mantenute a temperature diverse e si supponga che il moto medio sia nullo. Si associa la temperatura in ciascun punto all'energia della molecola gassosa. Questa energia è legata al moto casuale traslazionale, come pure ai moti rotazionali e vibrazionali interni alle molecole.

Le temperature più elevate sono associate a maggiori energie molecolari e quando molecole vicine collidono, come accade molto frequentemente, avviene uno scambio di energia dalle particelle più energetiche a quelle meno energetiche. In presenza di un gradiente di temperatura lo scambio di energia per conduzione avviene nel verso decrescente della temperatura. Si può parlare di questo trasferimento netto di energia dato dal movimento molecolare come diffusione di energia. La situazione è pressoché la stessa nei liquidi, anche se le molecole sono più ravvicinate e le interazioni molecolari sono più forti e più frequenti. In un solido, la conduzione è attribuita all'attività atomica sotto forma di vibrazioni reticolari e migrazione di elettroni. Le importanti proprietà associate al fenomeno della conduzione saranno trattate nel Capitolo 16.

Il fenomeno della conduzione di calore si riscontra in molti episodi della vita quotidiana.

**Per esempio...** La parte finale di un cucchiaio di metallo improvvisamente immerso in una tazza di caffè caldo sarà riscaldato a causa della conduzione di energia attraverso il cucchiaio. In una giornata invernale c'è un notevole scambio di energia tra una stanza riscaldata e l'aria esterna, causato principalmente dalla conduzione di calore attraverso le pareti che separano l'aria della stanza da quella esterna. ■



**Figura 15.1** Trasmissione del calore monodimensionale per conduzione.

È possibile quantificare la trasmissione del calore tramite opportune equazioni. Tali equazioni possono essere usate per calcolare la quantità di energia trasferita per unità di tempo. Per la conduzione del calore, l'equazione fondamentale è nota come **legge di Fourier**. Per una piastra piana monodimensionale, come quella in Figura 15.1, con una distribuzione di temperatura  $T(x)$ , l'equazione è espressa come

$$q''_x = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad (15.1)$$

Il flusso di calore  $q''_x (\text{W}/\text{m}^2)$  è il calore scambiato nell'unità di tempo nella direzione  $x$  per unità di superficie perpendicolare alla direzione di trasferimento ed è proporzionale al gradiente di temperatura  $dT/dx$ , in questa direzione. La costante di proporzionalità  $\lambda$  è una proprietà di trasporto conosciuta come **conduttività termica** ( $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ), ed è una caratteristica termofisica del materiale di cui sono fatte le superfici. Il segno negativo è una conseguenza del fatto che il calore è trasferito in direzione della diminuzione di temperatura.

Nelle condizioni stazionarie illustrate nella Figura 15.1, dove la distribuzione di temperatura è lineare, la temperatura e il flusso di calore, rispettivamente, possono essere espressi come

$$\frac{dT}{dx} = \frac{T_2 - T_1}{L} \quad q''_x = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{L}$$

Si può scrivere la stessa equazione del flusso anche nella forma

$$q''_x = \lambda \frac{T_1 - T_2}{L} = \lambda \frac{\Delta T}{L} \quad (15.2)$$

Si osservi che questa equazione fornisce un **flusso di calore specifico**, che è la quantità di calore scambiata nell'unità di tempo per unità di superficie. Il **flusso di calore** per conduzione,  $q_x$  (W) attraverso una superficie piana di area  $A$  è quindi il prodotto del flusso per la superficie  $q_x = q''_x \cdot A$ .

## Equazione del flusso di calore: legge di Fourier

## ESEMPIO 15.1

La parete di un forno industriale è composta da mattoni dello spessore di 15 cm aventi conduttività termica di 1.7 W/(m·K). Alcune misurazioni, compiute in regime stazionario, indicano una temperatura di 1400 e 1150 K sulle facce interna ed esterna rispettivamente. Qual è il flusso termico attraverso la parete, sapendo che le sue dimensioni sono  $0.5 \times 1.2$  m?

**Soluzione**

**Elementi noti** Sono noti lo spessore della parete, la conduttività termica e le temperature superficiali in regime stazionario.

**Da determinare** Determinare il flusso termico che attraversa la parete.

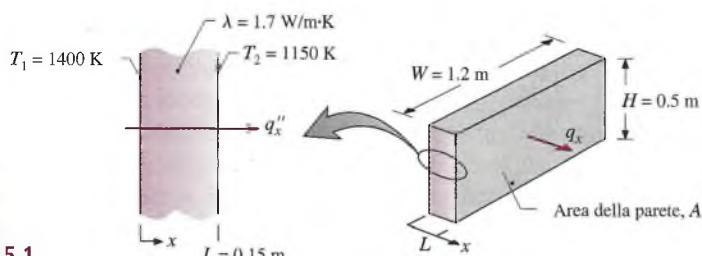
**Schema e dati forniti**

Figura E15.1

**Ipotesi**

1. Condizioni stazionarie.
2. Conduzione monodimensionale attraverso la parete.
3. Conduttività termica costante.

**Analisi** Dal momento che la trasmissione del calore attraverso il muro avviene per conduzione, si può determinare il flusso termico attraverso la legge di Fourier. Applicando l'Equazione 15.2 si ottiene

$$q''_x = \lambda \frac{\Delta T}{L} = 1.7 \text{ W/m·K} \times \frac{250 \text{ K}}{0.15 \text{ m}} = 2833 \text{ W/m}^2$$

Il flusso termico specifico rappresenta la quantità di calore trasmessa nell'unità di tempo per unità di area ed è uniforme sulla superficie della parete. Il flusso termico attraverso l'intera parete di area  $A = H \times W$  è quindi

$$q_x = (HW) q''_x = (0.5 \text{ m} \times 1.2 \text{ m}) 2833 \text{ W/m}^2 = 1700 \text{ W}$$

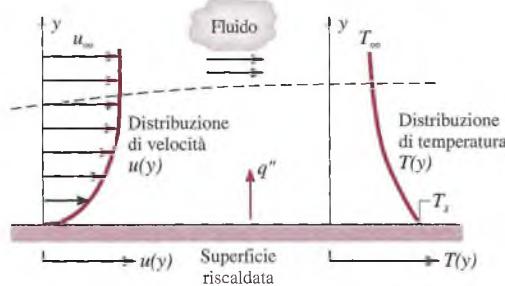
- Si osservi la direzione del flusso termico e la differenza tra flusso termico specifico e flusso termico.

**15.1.2 Convezione**

Il termine **convezione** si riferisce allo scambio di calore che avviene tra una superficie e un fluido che si trovano a differente temperatura e in moto relativo l'uno rispetto all'altra.

La modalità di scambio di calore per convezione è data da due meccanismi. Oltre allo scambio energetico causato dai movimenti molecolari casuali (conduzione), l'energia viene trasferita anche per trasporto di massa ovvero dal moto macroscopico del fluido. Questo movimento di fluido è associato al fatto che, in un certo istante, un grande numero di molecole si sta muovendo collettivamente contribuendo, in presenza di un gradiente di temperatura, allo scambio di calore. Dato che le molecole conservano il loro movimento casuale lo scambio totale di calore è quindi dato da una sovrapposizione di: scambi energetici





**Figura 15.2** Sviluppo dello strato limite fluidodinamico e termico durante lo scambio termico per convezione.

causati dal movimento casuale delle molecole e dal movimento macroscopico del fluido. Si è soliti usare il termine convezione quando ci si riferisce a questo scambio cumulativo e il termine advezione quando ci si riferisce al movimento di massa del fluido.

Si è appreso nel Paragrafo 14.8 che, in caso di moto di un liquido su una superficie, gli effetti della viscosità sono importanti nello strato limite fluidodinamico (di velocità) e, per un fluido newtoniano, gli sforzi di taglio dovuto all'attrito sono proporzionali al gradiente di velocità. Trattando la convezione nel Capitolo 17, si studierà lo strato limite termico, la regione in cui è presente una distribuzione di temperatura, il cui valore varia da quella del fluido  $T_\infty$  a quella della superficie  $T_s$  (Figura 15.2). La valutazione dei fenomeni negli strati limite è essenziale per capire gli scambi di calore per convezione, ed è per questa ragione che la meccanica dei fluidi giocherà un ruolo fondamentale nella successiva analisi della convezione.

Lo scambio di calore per convezione può essere classificato a seconda della natura del flusso. Si parla di **convezione forzata** quando il flusso è causato da mezzi esterni, come un ventilatore, una pompa o il vento. Al contrario, nella convezione **libera** (o **naturale**) il moto è dato dalle forze di galleggiamento, che derivano da differenze di densità causate dalle variazioni di temperatura nel fluido. Si parla anche di flusso **interno** ed **esterno**. Come discusso nel Capitolo 14, il flusso esterno è associato a corpi immersi, come nel caso di moto su piastre, cilindri e lamine. Nei flussi interni, il moto è vincolato dalle superfici del tubo o del canale. Si è visto che i fenomeni legati allo strato limite fluidodinamico sono abbastanza diversi, e quindi è ragionevole aspettarsi che i processi di convezione per i due tipi di regime siano diversi.

Indipendentemente dalla particolare natura del processo di scambio di calore per convezione, l'equazione del flusso termico specifico, nota come **Legge di Newton** (a volte **Legge di Newton del raffreddamento** o **Legge di Newton per la convezione**), è

$$q'' = h(T_s - T_\infty) \quad (15.3a)$$

Dove  $q''$ , il flusso termico specifico ( $\text{W/m}^2$ ), è proporzionale alla differenza tra le temperature del fluido e della superficie, rispettivamente  $T_\infty$  e  $T_s$ , e la costante di proporzionalità  $h$  ( $\text{W/m}^2\cdot\text{K}$ ) è detta **coefficiente di scambio termico per convezione**. Quando si usa l'Equazione 15.3a, si considera positivo il flusso di calore per convezione se il trasferimento di calore è dalla superficie ( $T_s > T_\infty$ ) e negativo se il trasferimento di calore è verso la superficie ( $T_s < T_\infty$ ). Comunque, se  $T_s > T_\infty$ , nulla impedisce di esprimere la Legge di Newton come

$$q'' = h(T_\infty - T_s) \quad (15.3b)$$

in questo caso il flusso termico di calore è positivo verso la superficie. La scelta tra l'Equazione 15.3a e 15.3b dipende dal contesto di un particolare problema.

Il coefficiente convettivo dipende dalle condizioni nello strato limite, che viene influenzato dalla geometria della superficie, dalla natura del moto del fluido e da una varietà di

**Tabella 15.1** Valori tipici del coefficiente di scambio termico convettivo

| Processo            | $h$ (W/m <sup>2</sup> · K) |
|---------------------|----------------------------|
| Convezione naturale |                            |
| Gas                 | 2-25                       |
| Liquidi             | 50-1000                    |
| Convezione forzata  |                            |
| Gas                 | 25-250                     |
| Liquidi             | 100-20.000                 |

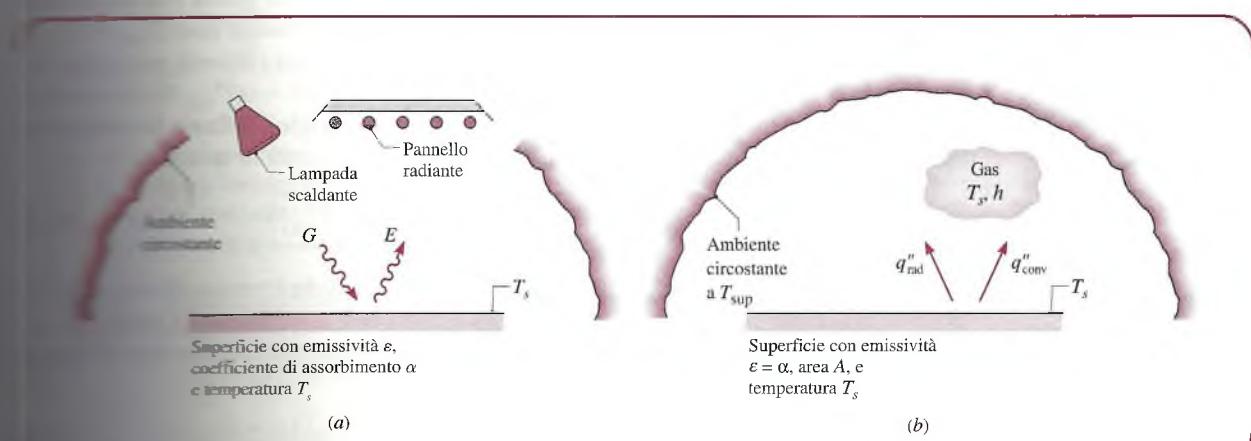
proprietà termodinamiche e di trasporto. Qualsiasi studio sulla convezione si riduce in ultima analisi a uno studio del modo con cui si può determinare  $h$ . Sebbene la considerazione di questi argomenti sia ripresa nel Capitolo 17, lo scambio termico per convezione compare frequentemente come condizione limite nella soluzione di problemi sulla conduzione (Capitolo 16). Nella soluzione di questi problemi, si presume che  $h$  sia noto, utilizzando i valori riportati nella Tabella 15.1.

### 15.1.3 Irraggiamento

La terza modalità di scambio di calore si chiama *irraggiamento termico*. Tutte le superfici a temperatura finita emettono energia sotto forma di onde elettromagnetiche. Perciò, in assenza di mezzi interposti, c'è un trasferimento netto di calore per irraggiamento tra due superfici a diversa temperatura.

L'*irraggiamento termico* è energia emessa dalla materia che si trova a una certa temperatura. Sebbene ci si concentrerà sull'irraggiamento tra superfici solide, l'emissione può avvenire anche tra liquidi e gas. Indipendentemente dallo stato della materia, l'emissione può essere attribuita a cambiamenti delle configurazioni elettroniche degli atomi o delle molecole. L'energia del campo di radiazione è trasportata da onde elettromagnetiche (anche da fotoni). Mentre lo scambio di calore per conduzione o convezione richiede la presenza di un mezzo materiale, l'irraggiamento non ne ha bisogno, anzi lo scambio per irraggiamento avviene in maniera più efficiente nel vuoto.

Si considerino i processi di scambio per irraggiamento per la superficie della Figura 15.3. La radiazione emessa dalla superficie ha origine dall'energia interna della materia



**Fig. 15.3** Scambio termico per irraggiamento: (a) in corrispondenza di una superficie in termini di irradiazione  $G$  dovuta a fonti sorgenti radiative e al potere emissivo  $E$  delle superfici, e (b) tra una superficie piccola e grigia e l'ambiente circostante

delimitata dalla superficie stessa, e il coefficiente con il quale l'energia è irradiata per unità di superficie è detto **potere emissivo**  $E$  della superficie. C'è un limite massimo al potere emissivo che è dato dalla **legge di Stefan-Boltzmann**

$$E_n = \sigma T_s^4 \quad (15.4)$$

dove  $T_s$  è la temperatura assoluta in K della superficie e  $\sigma$  è la costante di Stefan-Boltzmann ( $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ ). Una superficie che emette una tale quantità di energia è detta **radiatore ideale o corpo nero**.

Il flusso di calore emesso per irraggiamento da una superficie reale è inferiore rispetto a quello di un corpo nero alla stessa temperatura ed è dato da

$$E = \varepsilon \sigma T_s^4 \quad (15.5)$$

dove  $\varepsilon$  è una proprietà radiativa della superficie detta **emissività**, e il suo valore è compreso tra 0 e 1. Questa proprietà fornisce una misura di quanto efficientemente una superficie emette energia rispetto a un corpo nero. Essa dipende fortemente dalla finitura e dal materiale che costituisce la superficie. Alcuni valori rappresentativi sono riportati nel Capitolo 18.

La radiazione può anche essere incidente su una superficie e può originare da una sorgente speciale, come il sole, o da altre superfici a cui la superficie di interesse è esposta. Indipendentemente dalla fonte, si calcola il flusso con che incide su un'area ( $\text{W}/\text{m}^2$ ) della superficie ed è detto **irradiazione G** (Figura 15.3a).

Una parte o tutta la radiazione può essere assorbita dalla superficie, aumentando così l'energia interna del materiale. Conoscendo una proprietà delle superfici detta **coefficiente di assorbimento  $\alpha$** , è possibile stabilire la quantità di energia assorbita nell'unità di tempo per unità di superficie, che è

$$G_{\text{ass}} = \alpha G \quad (15.6)$$

dove  $0 \leq \alpha \leq 1$ . Se  $\alpha < 1$ , una parte della radiazione non sarà assorbita e verrà riflessa o trasmessa.

Si osservi che il valore di  $\alpha$  dipende dalla natura della radiazione e dalla superficie stessa. Per esempio, il coefficiente di assorbimento di una superficie nei confronti della radiazione solare può differire da quella della radiazione emessa dai muri di una fornace o da una lampada a incandescenza.

Un caso speciale che ricorre frequentemente comporta scambi radiativi tra una piccola superficie a  $T_s$  e una più grande e isoterma che la circonda completamente. L'**ambiente circostante** può, per esempio, essere costituito dalle pareti di una stanza o di una fornace la cui temperatura  $T_{\text{sup}}$  differisce da quella della superficie inclusa in essa ( $T_{\text{sup}} \neq T_s$ ). Si vedrà nel Capitolo 18 che, per una condizione del genere, l'irraggiamento può essere approssimato come l'emissione da un corpo nero a  $T_{\text{sup}}$ , per cui  $G = \sigma T_{\text{sup}}^4$ . Se la superficie viene considerata una di quelle per cui  $\alpha = \varepsilon$  (detta **corpo grigio**), il **flusso termico netto per irraggiamento** che lascia dalla superficie, espresso per unità di area, è

$$q''_{\text{irr}} = \varepsilon E_n(T_s) - \alpha G = \varepsilon \sigma (T_s^4 - T_{\text{sup}}^4) \quad (15.7)$$

Questa espressione ci fornisce la differenza tra l'energia interna che è emessa attraverso l'emissione di radiazione e quella che si è accumulata a causa dell'assorbimento di radiazione.

Ci sono svariate applicazioni per cui è conveniente esprimere lo scambio netto di energia per irraggiamento nella forma

$$q_{\text{irr}} = h_{\text{irr}} A (T_s - T_{\text{sup}}) \quad (15.8)$$

dove, con l'Equazione 15.7, il **coefficiente di scambio termico per irraggiamento**  $h_{\text{irr}}$  è

$$h_{\text{irr}} = \varepsilon \sigma (T_s + T_{\text{sup}})(T_s^2 + T_{\text{sup}}^2) \quad (15.9)$$

In tal modo si è rappresentato lo scambio termico per irraggiamento in maniera simile alla convezione, nel senso che si è linearizzata l'equazione dell'irraggiamento, rendendo il trasferimento di calore proporzionale a una differenza di temperatura piuttosto che alla differenza tra due temperature elevate alla quarta. Da notare comunque che  $h_{\text{irr}}$  dipende fortemente dalla temperatura, mentre la dipendenza del coefficiente di scambio termico per convezione  $h$  dalla temperatura è generalmente bassa.

Le superfici della Figura 15.3 possono anche dare vita a fenomeni di convezione di calore simultanei allo scambio per irraggiamento se è presente un gas. Per le condizioni indicate in Figura 15.3b, il flusso termico totale che lascia la superficie è quindi

$$q = q_{\text{conv}} + q_{\text{irr}} = hA(T_s - T_\infty) + \varepsilon A\sigma(T_s^4 - T_{\text{sup}}^4) \quad (15.10)$$

### Equazioni del flusso termico per gli scambi convettivi e per irraggiamento

### ESEMPIO 15.2

Un tubo non isolato trasporta vapore attraverso un ambiente di grandi dimensioni in cui la temperatura dell'aria e delle pareti è 25 °C. Il diametro esterno del tubo è di 70 mm, la temperatura superficiale è di 200 °C e l'emissività vale 0.8. Quali sono il potere emissivo e l'irraggiamento da parte della superficie? Se il coefficiente di scambio termico associato alla convezione naturale è 15 W/(m<sup>2</sup> · K) e la superficie è grigia, qual è il flusso termico scambiato dalla superficie per metro di lunghezza del tubo?

#### Soluzione

**Elementi noti** Un tubo non isolato di diametro, emissività e temperatura superficiale noti attraversa una stanza di cui si conoscono la temperatura delle pareti e dell'aria.

**Da determinare** Determinare il potere emissivo  $E$  e l'irraggiamento, oltre al flusso termico scambiato per metro lineare di tubo.

#### Schema e dati forniti

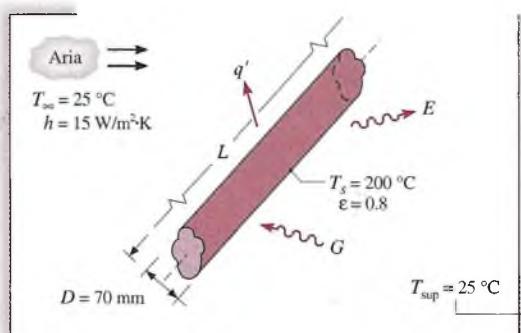


Figura E15.2

#### Ipotesi

- Condizioni stazionarie.
- Lo scambio termico per irraggiamento tra tubo e ambiente è quello di un corpo piccolo in grande ambiente.
- Il corpo è grigio e l'emissività e il coefficiente di assorbimento sono uguali.

**Analisi** Si può determinare il potere emissivo della superficie attraverso l'Equazione 15.5, mentre l'irradiazione è  $G = \sigma T_{\text{sup}}^4$ , e quindi

$$E = \varepsilon \sigma T_s^4 = 0.8(5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(473 \text{ K})^4 = 2270 \text{ W/m}^2$$

$$G = \sigma T_{\text{sup}}^4 = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4 (298 \text{ K})^4 = 447 \text{ W/m}^2$$

Lo scambio di calore avviene per convezione tra il tubo e l'aria ambiente e per irraggiamento tra esso e le pareti, e quindi  $q = q_{\text{conv}} + q_{\text{irr}}$  e dall'Equazione 15.10, con  $A = \pi D L$

$$q = h(\pi DL)(T_s - T_\infty) + \epsilon(\pi DL)\sigma(T_s^4 - T_{\text{sup}}^4)$$

Il flusso termico scambiato per unità di lunghezza del tubo è allora

$$\begin{aligned} ① \quad q' &= \frac{q}{L} = 15 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} (\pi \times 0.07 \text{ m}) (200 - 25)^\circ\text{C} + 0.8(\pi \times 0.07 \text{ m}) 5.67 \times \\ &\quad \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4 (473^4 - 298^4) \text{ K}^4 \\ ② \quad q' &= 577 \text{ W/m} + 421 \text{ W/m} = 998 \text{ W/m} \end{aligned}$$

- ① Si osservi che la temperatura può essere espressa in  $^\circ\text{C}$  o  $\text{K}$  quando si determina la differenza di temperatura per il flusso termico convettivo (o conduttivo), mentre nel calcolo del flusso termico per irraggiamento le temperature devono necessariamente essere espresse in kelvin ( $\text{K}$ ).
- ② In questa situazione il flusso termico convettivo e per irraggiamento sono paragonabili in quanto  $T_s$  è elevata rispetto a  $T_{\text{sup}}$  e il coefficiente convettivo (per convezione naturale) è contenuto. Per valori inferiori di  $T_s$  e per valori superiori di  $h$  associati alla convezione forzata, in genere si possono trascurare gli effetti dell'irraggiamento. Si può determinare il coefficiente di scambio termico per irraggiamento attraverso l'Equazione 15.9 e, nelle condizioni di questo problema, è  $h_{\text{irr}} = 11 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ .

## 15.2 Applicazione del primo principio alla trasmissione del calore

Gli oggetti dell'analisi della termodinamica, della meccanica dei fluidi e della trasmissione del calore sono decisamente complementari.

**Per esempio...** Dal momento che tratta in dettaglio la quantità di energia trasferita sotto forma di calore nell'unità di tempo, il tema della trasmissione di calore potrebbe essere visto come un'estensione della termodinamica. Comunque, per parecchi problemi di scambio termico, il principio di conservazione di energia introdotto nel Capitolo 3 è uno strumento essenziale. ■

In questo testo, si sono utilizzati il principio di conservazione dell'energia in forma di bilanci energetici che comunemente si incontrano in termodinamica (Paragrafi 3.6 e 5.2) e l'equazione dell'energia meccanica usata in meccanica dei fluidi (Paragrafo 12.6). In questo paragrafo, il principio di conservazione dell'energia sarà applicato nella forma di equazione dell'energia interna (Paragrafo 7.10), comunemente usata in trasmissione del calore.

Si consideri l'applicazione dell'equazione dell'energia interna al sistema indicato dalla linea tratteggiata in Figura 15.4. Sono importanti i **termini di energia interna** identificati sulla figura nella notazione usata in trasmissione del calore:

$\dot{E}_i, \dot{E}_u$  energia interna trasferita nell'unità di tempo dentro e fuori, rispettivamente, attraverso la superficie del sistema a causa dello scambio di calore  
 $\dot{E}_g$  energia interna generata nell'unità di tempo all'interno del sistema  
 $\dot{E}_{\text{acc}}$  energia interna immagazzinata nell'unità di tempo all'interno del sistema.

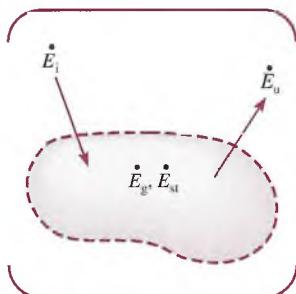


Figura 15.4

Conservazione dell'energia di un sistema. Applicazione in un istante di tempo.

Di conseguenza il **bilancio energetico nell'unità di tempo** è scritto come

$$\dot{E}_i + \dot{E}_g - \dot{E}_u = \dot{E}_{\text{acc}} \quad (15.11a)$$

L'Equazione 15.11a si riferisce all'istante di tempo generico. Una forma alternativa che si applica a un processo si ottiene integrando l'Equazione 15.11a sull'intervallo di tempo  $\Delta t$ , ed è

$$E_i + E_g - E_u = \Delta E_{\text{acc}} \quad (15.11b)$$

Le Equazioni 15.11a e 15.11b indicano che il flusso entrante di energia interna e la generazione aumentano la quantità di energia interna immagazzinata nel sistema, mentre il flusso uscente agisce in modo da diminuire l'energia interna immagazzinata.

I termini di flusso entrante e flusso uscente sono **fenomeni di superficie**, cioè sono associati esclusivamente a processi che avvengono al contorno o sulla superficie del sistema. Una situazione comune implica flusso di energia entrante e uscente causato da conduzione, convezione e/o irraggiamento. Nelle situazioni che coinvolgono il moto dei fluidi attraverso la superficie di un volume di controllo si applicherà l'equilibrio energetico del volume di controllo, Equazioni 5.10 e 5.11.

Come si è osservato nel Paragrafo 7.10, il termine di **energia interna generata** tiene conto della conversione di energia meccanica in energia interna, incluso il passaggio di corrente attraverso una resistenza elettrica, così come altri effetti come l'assorbimento elettromagnetico e le reazioni chimiche e nucleari.

**Per esempio...** e si verifica una reazione chimica esotermica all'interno di un sistema, la temperatura potrebbe aumentare spontaneamente in tutto il volume a causa della generazione locale di energia interna innescata dalla reazione. ■

Ognuno dei fenomeni che portano alla generazione di energia interna può essere rappresentato come se avvenisse in modo distribuito nel volume e la generazione di energia interna fosse proporzionale al volume stesso. Per questa ragione ci si riferisce a essi come **fenomeni volumetrici**. Se la generazione di energia interna  $\dot{E}_g(\text{W})$  si verifica uniformemente in tutto il volume  $V (\text{m}^3)$ , si può definire tale grandezza come **potenza volumetrica generata**  $\dot{q} (\text{W/m}^3)$

$$\dot{q} = \frac{\dot{E}_g}{V} \quad (15.12)$$

Nel caso di un flusso di corrente elettrica attraverso una resistenza, la potenza generata è anche detta **potenza elettrica dissipata** e può essere espressa come

$$\dot{E}_g = I^2 R_e \quad (15.13a)$$

dove  $I$  è la corrente, in ampere (A), e  $R_e$  è la resistenza elettrica, in ohm ( $\Omega$ ), e l'energia interna generata nell'unità di tempo è espressa in watt (W). Quando la resistenza viene espressa per unità di lunghezza del conduttore elettrico, ovvero  $R'_e = R_e/L$ , allora l'Equazione 15.13a assume la forma

$$\dot{E}_g = I^2 R'_e L \quad (15.13b)$$

Il termine di **energia interna immagazzinata** rappresenta l'energia interna accumulata nel sistema (o persa da esso) nell'unità di tempo. Nelle applicazioni considerate qui, la variazione di energia interna viene spesso associata all'aumento (o diminuzione) della temperatura in differenti punti all'interno del sistema. In alcuni casi, si prendono in considerazione i cambiamenti di fase da liquido saturo (o da solido) a vapore saturo a pressione costante. In tali circostanze non si ha variazione di temperatura. Per i sistemi in condizioni stazionarie, il termine di energia interna accumulata si riduce a zero.

Le Equazioni 15.11a e 15.11b vengono utilizzate per sviluppare forme più specifiche del principio di conservazione dell'energia per particolari applicazioni di trasmissione del calore, come illustrato nei seguenti esempi.

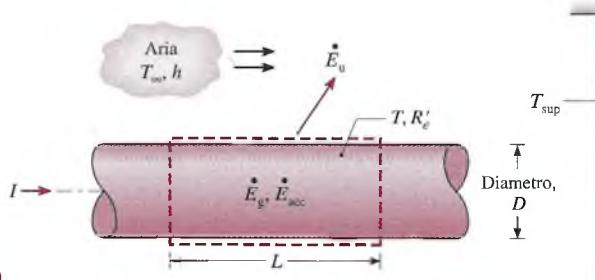
**ESEMPIO 15.3****Applicazione del primo principio nell'unità di tempo**

Un lungo cavo conduttore avente diametro  $D$  e resistenza elettrica per unità di lunghezza  $R'_e$  è inizialmente in equilibrio termico con l'aria ambiente e con l'ambiente circostante. Questa condizione di equilibrio viene disturbata nel momento in cui una corrente elettrica  $I$  passa attraverso il conduttore. Sviluppare un'equazione che potrebbe essere usata per calcolare la variazione della temperatura del cavo nel tempo durante il passaggio di corrente.

**Soluzione**

**Elementi noti** La temperatura di un cavo varia nel tempo a causa del passaggio di una corrente elettrica.

**Da determinare** Determinare un'equazione che esprima la variazione di temperatura nel tempo per il conduttore.

**Schema e dati forniti****Figura E15.3a****Ipotesi**

- La temperatura  $T$  del cavo è uniforme in ogni istante.
- Le proprietà sono costanti.
- Lo scambio per radiazione tra superficie esterna del cavo e ambiente circostante si può considerare come corpo piccolo e superficie grigia in grande ambiente isotermo.

**Analisi** Il primo principio della termodinamica può spesso essere utilizzato per determinare una temperatura sconosciuta. In questo caso i termini rilevanti includono il calore scambiato per convezione e irraggiamento dalla superficie, l'energia interna generata a causa del passaggio di energia elettrica attraverso il conduttore e la variazione di energia interna. Dal momento che si vuole determinare la variazione della temperatura nell'unità di tempo, il primo principio dovrebbe essere applicato nell'istante di tempo e quindi, applicando l'Equazione 15.11a a un sistema di lunghezza  $L$  con riferimento al conduttore, ne consegue che

$$\dot{E}_g - \dot{E}_u = \dot{E}_{acc}$$

dove la generazione di energia causata dal riscaldamento della resistenza elettrica è data dall'Equazione 15.13b

$$\textcircled{1} \quad \dot{E}_g = I^2 R'_e$$

Il flusso di energia uscente dalla superficie è causato dalla convezione e dall'irraggiamento è dato dall'Equazione 15.10

$$\dot{E}_u = h(\pi DL)(T - T_\infty) + \epsilon\sigma(\pi DL)(T^4 - T_{sup}^4)$$

Applicando l'Equazione 4.20, la variazione di energia immagazzinata causata dal cambiamento di temperatura è

$$\dot{E}_{acc} = \frac{dU}{dt} = \rho c V \frac{dT}{dt}$$

Dove  $\rho$  e  $c$  rappresentano rispettivamente la densità e il calore specifico del materiale del conduttore e  $V = (\pi D^2/4) L$  è il volume del cavo.

Sostituendo le equazioni della potenza nel bilancio energetico, ne consegue che

$$I^2 R'_e L - h(\pi D L)(T - T_\infty) - \epsilon \sigma (\pi D L)(T^4 - T_{\text{sup}}^4) = \rho c \left( \frac{\pi D^2}{4} \right) L \frac{dT}{dt}$$

Di conseguenza la variazione della temperatura del cavo nell'unità di tempo è

$$\frac{dT}{dt} = \frac{I^2 R'_e - \pi D h (T - T_\infty) - \pi D \epsilon \sigma (T^4 - T_{\text{sup}}^4)}{\rho c (\pi D^2 / 4)}$$

2

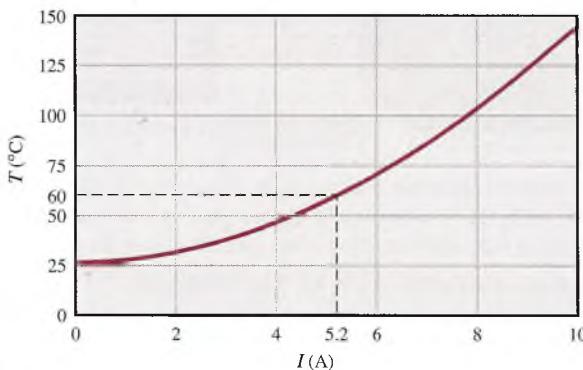
- ② La generazione di energia interna si verifica uniformemente all'interno del sistema e potrebbe essere espressa in termini di potenza volumetrica generata  $\dot{q}$  (W/m<sup>3</sup>). L'energia generata nell'unità di tempo per l'intero sistema è quindi  $\dot{E}_g = \dot{q}V$ , dove  $\dot{q} = I^2 R'_e / (\pi D^2 / 4)$ .
- ③ L'equazione differenziale per  $dT/dt$  potrebbe essere risolta attraverso integrazione numerica. Una condizione stazionaria viene raggiunta per  $dT/dt = 0$ . La temperatura del filo viene quindi determinata risolvendo un'equazione algebrica della forma

$$0 = I^2 R'_e - \pi D h (T - T_\infty) - \pi D \epsilon \sigma (T^4 - T_{\text{sup}}^4)$$

3

5

- ④ Per le condizioni ambientali fisse ( $h$ ,  $T_\infty$ ,  $T_{\text{sup}}$ ), così come un filo di geometria ( $D$ ) e proprietà note, la temperatura stazionaria dipende dalla potenza generata e di conseguenza dal valore della corrente elettrica. Si consideri un filo di rame non isolato ( $D = 1$  mm,  $\epsilon = 0.8$ ,  $R'_e = 0.4$ ) in un ambiente di grandi dimensioni isotermo ( $T_{\text{sup}} = 300$  K) attraverso il quale circola l'aria di raffreddamento ( $h = 100$  W/(m<sup>2</sup> · K),  $T_\infty = 300$  K). Sostituendo questi valori nel bilancio energetico in regime stazionario del Commento 2, è stata calcolata la temperatura del cavo per correnti nell'intervallo  $0 \leq I \leq 10$  A e si sono ottenuti i seguenti risultati:



4

5

Figura E15.3b

- ⑤ Se per ragioni di sicurezza viene prescritta una temperatura massima di funzionamento  $T = 60$  °C, la corrente non deve superare i 5.2 A (Figura E15.3b). A questa temperatura, il calore trasmesso per irraggiamento (0.6 W/m) è molto inferiore rispetto allo scambio di calore per convezione (10.4 W/m). Quindi, se si volesse operare con una corrente maggiore, pur mantenendo la temperatura del filo entro il limite di sicurezza, il coefficiente di convezione dovrebbe essere aumentato, aumentando la velocità di circolazione dell'aria. Per  $h = 250$  W/(m<sup>2</sup> · K), il massimo valore ammissibile di corrente potrebbe arrivare a 8.1 A.
- ⑥ Il software *Trasmissione del calore interattiva (TCI)* in dotazione con il testo è particolarmente utile per risolvere le equazioni come quella del bilancio energetico del Commento 2 e per generare i risultati grafici del Commento 3. Per applicare *TCI* a tale scopo, si deve digitare il bilancio energetico nell'area di lavoro (*Workspace*) utilizzando il seguente formato privo di simboli

$$0 = I^2 R'_e - \pi D * h * (T - T_{\text{inf}}) - \pi D * \epsilon * \sigma * (T^4 - T_{\text{sup}}^4)$$

Quindi, si devono digitare le variabili in ingresso note e premere *Solve* per trovare  $T$ . Per determinare  $T$  nell'intervallo di correnti di funzionamento,  $0 \leq I \leq 10$  A, utilizzare le funzionalità di *Explore*. Si può rappresentare  $T$  rispetto a  $I$  utilizzando la funzione *Graph*. Si dovrebbero mettere delle etichette sulle ascisse e sulle ordinate per fornire un aspetto professionale. Vedere il file "Cose che dovrresti sapere su TI e TCI" disponibile sul sito per consigli su come utilizzare TCI per risolvere i problemi di scambio termico di questo testo.

### ESEMPIO 15.4

### Applicazione del primo principio in un intervallo di tempo

Una massa  $m$  di ghiaccio alla temperatura di fusione ( $T_f = 0$  °C) è contenuta in una cavità cubica di larghezza  $W$ . La parete della cavità ha uno spessore  $L$  e una conduttività termica  $\lambda$ . Se la superficie esterna della parete è a una temperatura  $T_s > T_f$ , ricavare un'espressione per il tempo necessario affinché il ghiaccio si scioglia completamente.

#### Soluzione

**Elementi noti** Sono noti la massa e la temperatura del ghiaccio, le dimensioni, la conduttività termica e la temperatura della superficie esterna del contenitore.

**Da determinare** Determinare il tempo necessario per lo scioglimento.

#### Schema e dati forniti

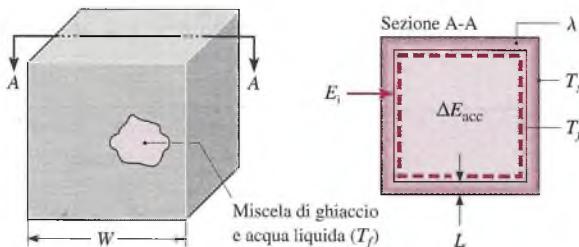


Figura E15.4

#### Ipotesi

- La superficie interna della parete è a  $T_f$  per tutto il processo.
- La conduzione del calore attraverso la parete è stazionaria e monodimensionale.
- La superficie di scambio termico della parete è circa  $W^2$  ( $L \ll W$ ).
- Le proprietà sono costanti.

**Analisi** Dal momento che si deve determinare il tempo di scioglimento  $t_s$  del ghiaccio, si deve applicare il primo principio sull'intervallo di tempo  $\Delta t = t_s$ . Quindi, applicando l'Equazione 15.11b al sistema costituito da ghiaccio e acqua liquida, ne consegue che

$$\textcircled{1} \quad E_i = \Delta E_{\text{acc}}$$

dove l'aumento dell'energia interna accumulata nel sistema è dovuto solamente alla variazione di energia interna associata alla conversione dallo stato solido a quello liquido. La trasmissione del calore avviene per conduzione dal ghiaccio attraverso la parete del contenitore, e poiché la differenza di temperatura a cavallo del muro rimane ( $T_s - T_f$ ) durante il processo di liquefazione, la potenza termica trasmessa per conduzione attraverso la parete rimane costante

$$q_{\text{cond}} = \lambda(6W^2) \frac{T_s - T_f}{L}$$

Se la quantità di energia entrante è

$$E_i = \left[ \lambda(6W^2) \frac{T_s - T_f}{L} \right] t_m$$

La quantità di energia richiesta dal cambiamento di fase per unità di massa di solido è detta *calore latente di fusione  $u_{sl}$* . Poiché l'aumento di energia accumulata è

$$\Delta E_{acc} = mu_{sl}$$

Sostituendo nell'espressione del primo principio discende che

$$t_m = \frac{mu_{sl} L}{6W^2 \lambda(T_s - T_f)} \quad (2)$$

- ① Se il ghiaccio inizialmente fosse stato sottoraffreddato, ci sarebbero state parecchie complicazioni nel calcolo. Il termine di energia accumulata avrebbe dovuto includere la variazione di energia interna necessaria per portare il ghiaccio dalle condizioni di sottoraffreddato alla temperatura di fusione e durante tale processo, si verifica un gradiente di temperatura all'interno del ghiaccio.
- ② Si consideri una cavità con larghezza  $W = 200$  mm, spessore della parete  $L = 10$  mm e conduttività termica  $\lambda = 0.05$  W/(m·K). La massa di ghiaccio contenuta nella cavità è

$$m = \rho(W - 2L)^3 = 920 \text{ kg/m}^3 (0.200 - 0.020)^3 \text{ m}^3 = 5.37 \text{ kg}$$

Se la temperatura della superficie esterna è  $T_s = 20$  °C, il tempo necessario per lo scioglimento è

$$t_m = \frac{5.37 \text{ kg} \times 334,000 \text{ J/kg} \times 0.01 \text{ m}}{6(0.200 \text{ m})^2 \times 0.05 \text{ W/m·K} (20 - 0)^\circ\text{C}} = 74,730 \text{ s} = 20.8 \text{ h} \quad (3)$$

La densità e il calore latente di fusione del ghiaccio sono rispettivamente  $\rho = 920 \text{ kg/m}^3$  e  $u_{sl} = 334 \text{ kJ/kg}$ .

- ③ Si osservi che le unità di misura K e °C si semplificano nelle espressioni per il calcolo di  $t_m$ . Tale cancellazione avviene nelle analisi di trasmissione del calore tutte le volte che le due unità di misura vengono utilizzate per esprimere differenze di temperatura e compaiono al numeratore e al denominatore di una espressione.

### 15.3 Bilancio energetico superficiale

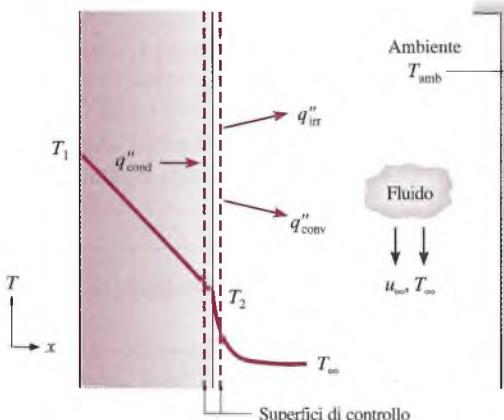
Si ha frequentemente occasione di applicare la conservazione di energia alla superficie di mezzo. In questo caso particolare, la superficie di controllo non include massa o volume, come mostrato in Figura 15.5.

Di conseguenza, i termini relativi alla generazione e all'accumulo nell'espressione della conservazione dell'energia, Equazione 15.11a, non sono più rilevanti ed è solo necessario considerare fenomeni di superficie. In tal caso la conservazione dell'energia diviene

$$\dot{E}_i - \dot{E}_n = 0 \quad (15.14)$$

che viene detto **bilancio energetico di superficie**. L'Equazione 15.14 indica che l'energia trasferita alla superficie nell'unità di tempo è uguale all'energia trasferita dalla superficie nell'unità di tempo. Anche se nel mezzo si può avere generazione di energia, tale processo non influenza il bilancio energetico superficiale. Inoltre il bilancio energetico superficiale vale sia in regime stazionario sia in transitorio.

**Figura 15.5** Il bilancio di conservazione dell'energia in corrispondenza della superficie di un mezzo.



In Figura 15.5 sono indicati tre processi di trasmissione del calore per la superficie di controllo. Su base unitaria di superficie, sono: conduzione dal centro alla superficie di controllo ( $q''_{\text{cond}}$ ), convezione dalla superficie al fluido ( $q''_{\text{conv}}$ ), e scambio netto per irraggiamento tra superficie e l'ambiente circostante ( $q''_{\text{rad}}$ ). Il bilancio superficiale di energia prende allora la forma

$$q''_{\text{cond}} - q''_{\text{conv}} - q''_{\text{rad}} = 0 \quad (15.15)$$

e si può esprimere ciascun termine usando l'equazione appropriata, Equazioni 15.2, 15.3 e 15.7.

### ESEMPIO 15.5

#### Applicazione del bilancio energetico superficiale nel caso di diverse modalità di scambio termico

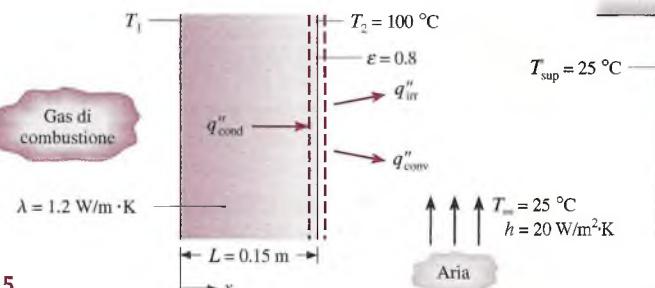
I gas caldi di combustione di una fornace sono separati dall'aria e dall'ambiente circostante, che si trovano a  $25^\circ\text{C}$ , da una parete in mattoni con spessore  $0.15\text{ m}$ . Il mattone ha conduttività termica di  $1.2\text{ W}(\text{m} \cdot \text{K})$  ed emissività superficiale pari a  $0.8$ . In condizioni stazionarie si misura la temperatura della superficie esterna e risulta uguale a  $100^\circ\text{C}$ . Lo scambio termico per convezione naturale, dovuto all'aria che lambisce la superficie, è caratterizzato da un coefficiente convettivo  $h = 20\text{ W}(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ . Qual è la temperatura della superficie interna del mattone?

#### Soluzione

**Elementi noti** Sono note la temperatura, la conduttività termica e l'emissività della parete esterna di una fornace, nonché le condizioni dell'ambiente circostante.

**Da determinare** Determinare la temperatura  $T_1$  della superficie interna della parete.

#### Schema e dati forniti



**Figura E15.5**

**Ipotesi**

1. Condizioni stazionarie.
2. Trasmissione del calore monodimensionale attraverso la parete.
3. Lo scambio termico radiativo tra la superficie esterna della parete e l'ambiente circostante si può considerare come quello di un corpo piccolo grigio e diffuso in grande ambiente isotermo.

**Analisi** Si può ricavare la temperatura  $T_1$  della superficie interna applicando il bilancio energetico alla superficie esterna, per cui, dall'Equazione 15.14 si ha

$$\dot{E}_i - \dot{E}_u = 0$$

e ne discende che, per unità di area,

$$q''_{\text{cond}} - q''_{\text{conv}} - q''_{\text{irr}} = 0$$

oppure, risistemando e sostituendo dalle Equazioni 15.2, 15.3a e 15.7

$$\lambda \frac{T_1 - T_2}{L} = h(T_2 - T_\infty) + \varepsilon\sigma(T_2^4 - T_{\text{sup}}^4)$$

Infine, sostituendo opportunamente i valori numerici delle varie grandezze, si trova

$$\begin{aligned} 1.2 \text{ W/m}\cdot\text{K} \frac{(T_1 - 373) \text{ K}}{0.15 \text{ m}} &= 20 \text{ W/m}^2\cdot\text{K} (373 - 298) \text{ K} \\ &\quad + 0.8(5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\cdot\text{K}^4)(373^4 - 298^4) \text{ K}^4 \\ &= 1500 \text{ W/m}^2 + 520 \text{ W/m}^2 = 2020 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

e risolvendo rispetto a  $T_1$  si trova la temperatura della superficie interna della parete

$$T_1 = 373 \text{ K} + \frac{0.15 \text{ m}}{1.2 \text{ W/m}\cdot\text{K}} (2020 \text{ W/m}^2) = 625 \text{ K} = 352^\circ\text{C}$$

①

②

- 1 Si osservi che il contributo dell'irraggiamento rispetto allo scambio termico totale è significativo. Il contributo relativo diminuirebbe se aumentasse  $h$  e/o diminuisse  $T_2$ .
- 2 Applicando bilanci energetici che comportino scambi termici per irraggiamento e altre modalità di trasmissione del calore, è buona norma esprimere tutte le temperature in kelvin. Tale modalità è necessaria se la temperatura incognita compare nel termine relativo all'irraggiamento e in uno o più degli altri termini.

### Solidificazione di un rivestimento attraverso una sorgente di radiazioni

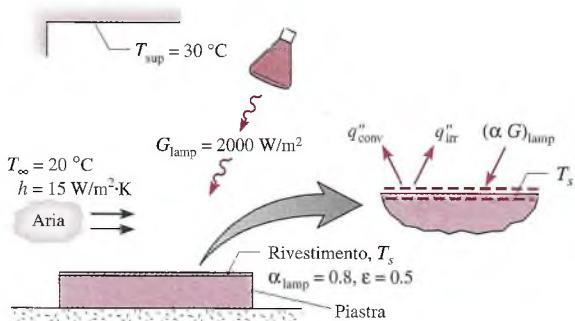
### ESEMPIO 15.6

Si solidifica il rivestimento di una piastra esponendolo a una lampada a infrarossi che fornisce una radiazione di  $2000 \text{ W/m}^2$ . Lo strato assorbe l'80% dell'irraggiamento da parte della lampada e ha un'emissività di 0.50. Esso è anche esposto al flusso d'aria e a un ampio ambiente alle temperature di  $20^\circ\text{C}$  e  $30^\circ\text{C}$  rispettivamente. Il coefficiente convettivo tra il rivestimento e l'aria ambiente è di  $15 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K)}$  e la parete retrostante della piastra è isolata. Qual è la temperatura della piastra?

#### Soluzione

**Elementi noti** Un rivestimento con proprietà radiative note viene solidificato attraverso l'irraggiamento da parte di una lampada. La trasmissione del calore tra il rivestimento e l'ambiente circostante avviene per irraggiamento e convezione.

**Da determinare** Si deve determinare la temperatura  $T_s$  della piastra.

**Schema e dati forniti****Figura E15.6****Ipotesi**

- Condizioni stazionarie.
- Lo scambio di calore attraverso la parte posteriore della piastra è trascurabile.
- La piastra è un corpo piccolo in grande ambiente. Il rivestimento è diffuso e grigio con coefficiente di assorbimento  $\alpha = \epsilon = 0.5$  rispetto alla radiazione dell'ambiente circostante.
- Il coefficiente di assorbimento della lampada è  $\alpha_{\text{lamp}} = 0.8$ .

**Analisi** Dal momento che il processo avviene in condizioni stazionarie e non c'è trasmissione del calore attraverso la parte posteriore della piastra, la piastra e il rivestimento sono entrambi a  $T_s$ . Di conseguenza, si può determinare la temperatura del rivestimento individuando una superficie di controllo in corrispondenza della superficie esposta della piastra e applicando l'Equazione 15.14

$$\dot{E}_i - \dot{E}_u = 0$$

Considerando l'energia entrante dovuta alla radiazione della lampada e quella uscente dovuta alla convezione e all'irraggiamento netto verso l'ambiente, ne discende che

$$(\alpha G)_{\text{lamp}} - q''_{\text{conv}} - q''_{\text{irr}} = 0$$

Sostituendo le Equazioni 15.3a e 15.7, otteniamo

$$(\alpha G)_{\text{lamp}} - h(T_s - T_{\infty}) - \epsilon \sigma (T_s^4 - T_{\text{sup}}^4) = 0$$

Sostituendo i valori numerici

$$0.8 \times 2000 \text{ W/m}^2 - 15 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} (T_s - 293) \text{ K} -$$

$$- 0.5 \times 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4 (T_s^4 - 303^4) \text{ K}^4 = 0$$

e risolvendo in maniera iterativa, si ottiene la temperatura del rivestimento

$$T_s = 377 \text{ K} = 104^{\circ}\text{C}$$

- 1 La temperatura del rivestimento (piastra) potrebbe essere innalzata aumentando  $T_{\infty}$  e  $T_{\text{amb}}$  così come diminuendo la velocità dell'aria e quindi il coefficiente di scambio termico convettivo.

**ESEMPIO 15.7****Identificare le modalità di scambio termico rilevanti**

Un contenitore chiuso e riempito di caffè caldo si trova in una stanza in cui l'aria e le pareti hanno una certa temperatura. Identificare tutte le modalità di scambio termico che contribui-

seono al raffreddamento del caffè. Discutere quali sono le caratteristiche che contribuirebbero a migliorare la progettazione del contenitore.

### Soluzione

**Elementi noti** Del caffè caldo è separato dall'ambiente circostante più freddo attraverso una bottiglia di plastica, un'intercapedine d'aria e un rivestimento di plastica.

**Da determinare** Determinare i processi di scambio termico rilevanti.

### Schema e dati forniti

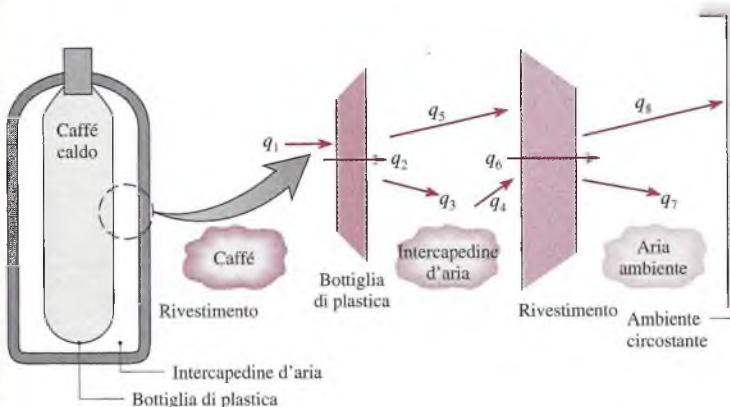


Figura E15.7

**Analisi** Le modalità di trasmissione del calore dal caffè sono le seguenti:

- $q_1$ : convezione naturale dal caffè alla bottiglia
- $q_2$ : conduzione attraverso la bottiglia
- $q_3$ : convezione naturale tra la bottiglia e l'aria dell'intercapedine
- $q_4$ : convezione naturale tra l'aria dell'intercapedine e il rivestimento
- $q_5$ : scambio termico netto per irraggiamento tra la superficie esterna della bottiglia e quella interna del rivestimento
- $q_6$ : conduzione attraverso il rivestimento
- $q_7$ : convezione naturale tra il rivestimento e l'aria ambiente
- $q_8$ : scambio termico netto per irraggiamento tra la superficie esterna del rivestimento e l'ambiente circostante

- 1 Si possono ottenere dei miglioramenti nella progettazione del contenitore con (1) uso di superfici in alluminio (basso emissive) per la bottiglia e il rivestimento in modo da ridurre la radiazione netta, e (2) fare il vuoto all'interno dell'intercapedine d'aria o utilizzare un materiale di riempimento che riduca la convezione libera.

1

### Sommario e guida allo studio

Anche se la maggior parte degli argomenti di questo capitolo saranno trattati in modo più approfondito in quelli successivi, il lettore dovrebbe avere ora una panoramica dell'argomento. In particolare, dovrebbe conoscere le diverse modalità di trasmissione del calore e le loro origini fisiche. Inoltre, data una situazione fisica, dovrebbe essere in grado di identificare

i fenomeni rilevanti di trasporto (si veda l'Esempio 15.7) e dovrebbe essere in grado di usare le equazioni nell'unità di tempo nella Tabella 15.2 (si veda la pagina seguente) per il calcolo della potenza scambiata. Il principio di conservazione dell'energia svolge un ruolo importante nella trasmissione del calore e, come in termodinamica e in meccanica dei flui-

**Tabella 15.2** Riassunto dei processi di scambio termico

| Modalità   | Meccanismi  | Equazione  | Numero dell'equazione | Proprietà di trasporto o coefficiente                          |
|------------|---|--|-----------------------|--|
| Conduzione | Trasmissione di energia dovuta all'attività molecolare/atomica  | $q''(\text{W/m}^2) = -\lambda \frac{dT}{dx}$   | (15.1)                | $\lambda(\text{W/m} \cdot \text{K})$                           |
| Convezione | Trasmissione di energia dovuta al moto molecolare (conduzione) più trasmissione di energia dovuta al trasporto di massa (advezione)     | $q''(\text{W/m}^2) = h(T_s - T_\infty)$  | (15.3a)               | $h(\text{W/m}^2 \cdot \text{K})$                               |
| Radiazione | Trasmissione di energia attraverso onde elettromagnetiche; scambio termico radiativo, corpo piccolo diffuso e grigio in grande ambiente | $q''(\text{W/m}^2) = \varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{\text{sup}}^4)$<br>o $q''(W) = h_{\text{irr}}(T_s - T_{\text{sup}})$ | (15.7)<br>(15.8)      | $\varepsilon$<br>$h_{\text{irr}}(\text{W/m}^2 \cdot \text{K})$ |

di, l'identificazione accurata dei sistemi, dei volumi di controllo e delle superfici di controllo è molto importante. Il principio di conservazione dell'energia può essere utilizzato con le equazioni della potenza per risolvere i numerosi problemi di trasmissione del calore.

La seguente checklist fornisce una guida allo studio di questo capitolo. Al termine dello studio del testo e dello svolgimento dei problemi a fine capitolo si dovrebbe essere in grado di:

- interpretare il significato dei termini chiave evidenziati nel testo;
- identificare i meccanismi fisici associati alla trasmissione del calore per conduzione, convezione e irraggiamento;
- spiegare la differenza tra flusso di calore e flusso di calore specifico e indicare le opportune unità di misura;
- scrivere la legge di Fourier e spiegare il suo ruolo negli scambi di calore;

- spiegare cos'è la conduttività termica e indicarne le unità di misura;
- scrivere la legge di Newton del raffreddamento e spiegare il ruolo svolto dal coefficiente di scambio termico convettivo;
- scrivere la legge di Stefan-Boltzmann e individuare quali unità di misura di temperatura devono essere utilizzate con tale legge;
- spiegare cosa sono l'emissività e il coefficiente di assorbimento e il ruolo che essi svolgono nello scambio di calore per irraggiamento;
- scrivere il principio di conservazione dell'energia interna di un sistema nell'unità di tempo e identificare i termini che rappresentano fenomeni di superficie e volumetrici;
- scrivere il bilancio energetico superficiale e individuare i termini che lo compongono.

## Esercizi

### Conduzione

**15.1** Il massetto orizzontale in calcestruzzo di un seminterrato è lungo 11 m, largo 8 m e ha spessore 0.20 m. Durante l'inverno le temperature nominali della superficie superiore e inferiore sono rispettivamente 17 °C e 10 °C. Sapendo che il calcestruzzo ha conduttività termica 1.4 W/(m × K), qual è la potenza termica scambiata attraverso il massetto?

**15.2** Una sezione di materiale isolante di area 10 m<sup>2</sup> e spessore 2.5 cm trasmette una potenza termica di 3 kW. Se la temperatura della superficie interna (calda) è di 415 °C e la conduttività termica del materiale è 0.2 W/(m × K), qual è la temperatura della superficie esterna?

**15.3** Una parete in calcestruzzo, avente superficie di 20 m<sup>2</sup> e spessore 0.30 m, separa una stanza climatizzata dall'ambiente esterno. La temperatura della superficie interna della parete viene mantenuta a 25 °C e la conduttività termica del calcestruzzo è 1 W/(m × K).

(a) Determinare la potenza termica trasmessa attraverso la parete quando la temperatura esterna varia nell'intervallo tra -15 °C e 38 °C, che corrispondono agli estremi di temperatura invernale ed estiva rispettivamente. Si tracci un grafico dei risultati.

(b) Sul grafico si disegni anche l'andamento della potenza termica in funzione della temperatura della superficie esterna della parete, per conduttività termiche del materiale che vanno da 0.75 a 1.25

$\text{W}/(\text{m} \times \text{K})$ . Illustrare la famiglia di curve che si è ottenuta.

- 15.4** Il flusso termico attraverso una lastra di legno, con spessore 50 mm, le cui superfici interna ed esterna sono a 40 e 20 °C rispettivamente, è di 40  $\text{W}/\text{m}^2$ . Qual è la conduttività termica del legno?

- 15.5** Il compartimento di un congelatore è costituito da una cavità cubica avente lato 2 m. Si ipotizzi che la base inferiore sia completamente isolata. Qual è lo spessore minimo di isolante ( $\lambda = 0.030 \text{ W}/(\text{m} \times \text{K})$ ) che si deve applicare alla base superiore e alle pareti laterali per garantire una potenza termica scambiata inferiore a 500 W quando le superfici interna ed esterna sono rispettivamente a -10 e 35 °C?

### Convezione

- 15.6** La custodia di un transistor di potenza, avente lunghezza  $L = 10 \text{ mm}$  e diametro  $D = 12 \text{ mm}$ , è raffreddata da una corrente d'aria alla temperatura  $T_\infty = 25^\circ\text{C}$ , come mostrato in Figura P15.6. In condizioni tali da mantenere un coefficiente convettivo medio  $h = 100 \text{ W}/(\text{m}^2 \times \text{K})$  sulla superficie della custodia, qual è il flusso termico  $P_e$  massimo che è possibile dissipare se la temperatura  $T_s$  della superficie non supera gli 85 °C?

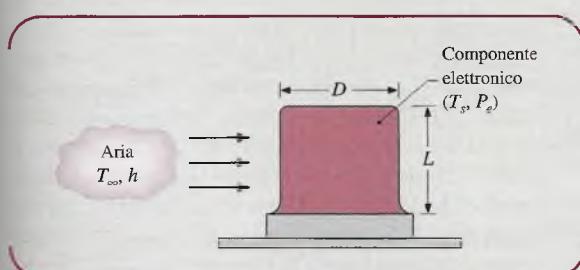


Figura P15.6

- 15.7** Un riscaldatore elettrico a cartuccia è costituito da un cilindro di lunghezza  $L = 200 \text{ mm}$  e diametro esterno 20 mm. In condizioni operative normali dissipava 2 kW essendo immerso in acqua a 20 °C che scorre garantendo un coefficiente convettivo  $h = 5000 \text{ W}/(\text{m}^2 \times \text{K})$ . Trascurando la trasmissione del calore attraverso la faccia superiore e quella inferiore del cilindro, determinare la temperatura  $T_s$  della superficie. Se il flusso d'acqua termina inavvertitamente, ma il riscaldatore continua a operare, la sua superficie è esposta ad aria a 20 °C con coefficiente convettivo  $h = 50 \text{ W}/(\text{m}^2 \times \text{K})$ . Qual è la temperatura superficiale corrispondente? Quali sarebbero le conseguenze?

- 15.8** Il controllo di temperatura di un'asciugatrice per abiti consiste in un interruttore bimetallico installato su un riscaldatore elettrico fissato su una piastra isolata (Figura P15.8). L'interruttore è tarato per aprirsi a 70 °C, temperatura massima per l'asciugatrice. Per far sì che l'asciugatrice lavori a temperature dell'aria inferiori,

si fornisce sufficiente potenza in modo che l'interruttore raggiunga 70 °C ( $T_{set}$ ) quando la temperatura  $T_\infty$  dell'aria è inferiore a  $T_{set}$ . Se il coefficiente di scambio termico convettivo tra l'aria e l'interruttore a essa esposto, avente area 30  $\text{mm}^2$ , è  $25 \text{ W}/(\text{m}^2 \times \text{K})$ , quanta potenza aggiuntiva  $P_e$  è necessaria se la temperatura desiderata dell'asciugatrice è  $T_x = 50^\circ\text{C}$ ?

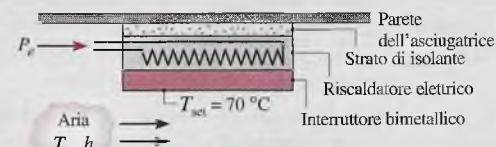


Figura P15.8

- 15.9** Si può determinare il coefficiente di scambio termico in convezione naturale su una sottile piastra piana verticale riscaldata, sospesa in aria ferma, osservando la variazione nel tempo della temperatura della piastra man mano che si raffredda. Ipotizzando che la piastra sia isoterma e che lo scambio termico per irraggiamento con l'ambiente circostante sia trascurabile, determinare il coefficiente convettivo all'istante di tempo in cui la temperatura della piastra è di 225 °C e la variazione di temperatura con il tempo ( $dT/dt$ ) è  $-0.022 \text{ K/s}$ . L'aria ambiente è a 25 °C e la piastra misura  $0.3 \times 0.3 \text{ m}$ , con una massa di 3.75 kg e calore specifico  $2770 \text{ J}/(\text{kg} \times \text{K})$ .

- 15.10** Un chip quadrato, avente larghezza  $w = 5 \text{ mm}$ , è montato su un substrato in modo tale che la sua parte inferiore e le sue pareti laterali siano isolate, mentre la superficie superiore è esposta al flusso di un refrigerante a  $T_\infty = 15^\circ\text{C}$ . Per ragioni di affidabilità, la temperatura del componente non può superare  $T = 85^\circ\text{C}$ . Se il refrigerante è aria e il corrispondente coefficiente convettivo è  $h = 200 \text{ W}/(\text{m}^2 \times \text{K})$ , qual è la massima potenza che può dissipare il componente? Se il refrigerante è un liquido dielettrico per cui  $h = 3000 \text{ W}/(\text{m}^2 \times \text{K})$ , qual è la potenza massima dissipabile?

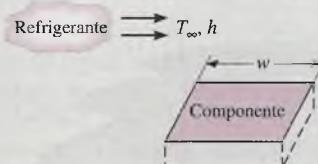


Figura P15.10

### Irraggiamento

- 15.11** Una sonda spaziale sferica avente diametro 0.5 m contiene dei componenti elettronici che dissipano

150 W. Se la superficie della sonda ha emissività 0.8 e la sonda non riceve radiazione dal sole o dallo spazio profondo, qual è la temperatura della sua superficie?

**15.12** Una superficie di area  $0.5 \text{ m}^2$ , emissività 0.8 e temperatura  $150^\circ\text{C}$  è posizionata in un ambiente ampio in cui è stato fatto il vuoto e le cui pareti sono a  $25^\circ\text{C}$ . Qual è la potenza termica emessa dalla superficie? Qual è la radiazione netta scambiata tra la superficie e le pareti dell'ambiente?

**15.13** Una camera a vuoto viene utilizzata per rivestire microcircuiti elettronici con sottili film conduttori, e comprende un basamento, mantenuto a  $T_s = 300 \text{ K}$  da una resistenza elettrica, e una copertura, mantenuta a  $77 \text{ K}$  da un circuito refrigerante contenente azoto liquido ( $\text{LN}_2$ ). L'azoto entra come liquido saturo, evapora ed esce come vapore saturo. Il basamento, isolato nella parte inferiore, ha diametro 0.3 m ed emissività  $\varepsilon = 0.25$ .

- Quanta potenza elettrica  $P_e$  è necessaria per scalolare il basamento?
- Quale portata di azoto è necessaria sapendo che il calore latente di evaporazione ( $h_{lv}$ ) è  $125 \text{ kJ/kg}$ ?
- Per ridurre il consumo di azoto liquido, si propone di ricoprire il basamento con un sottile foglio di alluminio ( $\varepsilon = 0.09$ ). Quale sarebbe l'effetto desiderato?

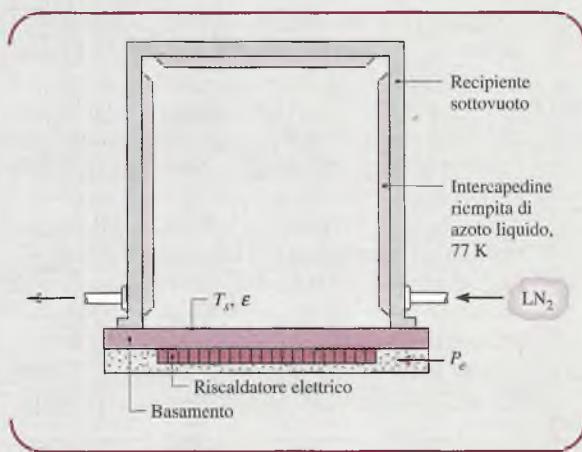


Figura P15.13

**15.14** Un tubo industriale non isolato, lungo 25 m e con diametro 100 mm, che trasporta vapore surriscaldato, percorre un edificio le cui pareti e la cui aria interna sono a  $25^\circ\text{C}$ . Il vapore pressurizzato mantiene le pareti del tubo alla temperatura di  $150^\circ\text{C}$ , e il coefficiente convettivo associato alla convezione naturale è  $h = 10 \text{ W}/(\text{m}^2 \times \text{K})$ . L'emissività della superficie è  $\varepsilon = 0.8$ . Qual è la potenza termica scambiata dal tubo? Se si applicasse un rivestimento basso emissivo ( $\varepsilon = 0.10$ ) alla superficie esterna del tubo, la potenza termica scambiata varierebbe in maniera significativa?

**15.15** Una strumentazione ha la superficie esterna sferica di diametro  $D = 100 \text{ mm}$  ed emissività  $\varepsilon = 0.25$ . La strumentazione è posizionata in un ampio ambiente per simulazioni, le cui pareti sono mantenute a  $77 \text{ K}$ . Se il campo operativo dei componenti elettronici è ristretto all'intervallo  $40 \leq T \leq 85^\circ\text{C}$ , qual è l'intervallo di potenza dissipata consentito? Si disegnino i risultati su un grafico mostrando l'influenza delle variazioni di emissività, considerando valori di 0.20 e 0.30.

#### Bilancio energetico e modalità di scambio termico

**15.16** Si consideri il tubo che trasporta vapore dell'Esempio 15.2. Si vuole trovare un metodo per ridurre lo scambio di calore con l'ambiente e vengono proposte soluzioni. La prima prevede di ridurre il movimento dell'aria attorno alla superficie esterna del tubo, e quindi, conseguentemente, di ridurre il coefficiente convettivo di un fattore due. La seconda opzione prevede invece di ricoprire la superficie esterna del tubo con una vernice basso emissiva ( $\varepsilon = 0.4$ ). Quale delle due opzioni è la migliore?

**15.17** Il processo di solidificazione dell'Esempio 15.6 prevede l'esposizione della piastra alla radiazione di una lampada a infrarossi e il concomitante raffreddamento per convezione e irraggiamento con l'ambiente circostante. In alternativa, al posto della lampada, si può ottenere il riscaldamento inserendo la piastra in un forno le cui pareti (ambiente circostante) sono mantenute a temperatura elevata. Le pareti si trovano a  $200^\circ\text{C}$ , la temperatura dell'aria sulla piastra è caratterizzata da  $T_x = 20^\circ\text{C}$  e  $h = 15 \text{ W}/(\text{m}^2 \times \text{K})$  e il rivestimento ha emissività  $\varepsilon = 0.5$ . Qual è la temperatura del rivestimento?

**15.18** Si consideri il filo elettrico dell'Esempio 15.3 in condizioni stazionarie. Come suggerito nel Commento 3, si può controllare la temperatura del filo variando la velocità dell'aria che lo lambisce, modificando, di conseguenza, il valore del coefficiente di scambio convettivo. Per considerare gli effetti del coefficiente convettivo si tracci un grafico di  $T$  rispetto a  $I$  per valori di  $h = 50, 100$  e  $250 \text{ W}/(\text{m}^2 \times \text{K})$ . Variazioni dell'emissività superficiale del cavo avrebbero ripercussioni significative sulla temperatura del filo?

**15.19** Dell'ossigeno liquido, che ha la temperatura di ebollizione di  $90 \text{ K}$  e calore latente di evaporazione ( $h_{lv}$ ) di  $214 \text{ kJ/kg}$ , viene conservato in un contenitore sferico la cui superficie esterna ha diametro 500 mm e temperatura  $-10^\circ\text{C}$ . Il contenitore è alloggiato in un laboratorio in cui l'aria e le pareti sono a  $25^\circ\text{C}$ . Se l'emissività superficiale è 0.20 e il coefficiente convettivo associato alla convezione naturale in corrispondenza della superficie esterna del contenitore è di  $10 \text{ W}/(\text{m}^2 \times \text{K})$ , qual è la portata, in  $\text{kg/s}$ , con cui si deve ventilare il vapore di ossigeno per mantenerlo in condizioni stazionarie?

**15.20** In una stazione orbitante nello spazio, un insieme di componenti elettronici è alloggiato in un compartimento avente superficie  $A_s = 1 \text{ m}^2$  ed esposto allo spazio. In condizioni di funzionamento nominali, i componenti elettronici dissipano  $1 \text{ kW}$ , che viene totalmente trasmesso allo spazio profondo ( $0 \text{ K}$ ). Se l'emissività superficiale è  $1.0$  e la superficie non è esposta al sole, qual è la temperatura, in condizioni stazionarie? Se la superficie è esposta a un flusso solare di  $750 \text{ W/m}^2$  e il coefficiente di assorbimento del sole è di  $0.25$ , qual è, in condizioni stazionarie, la temperatura?

**15.21** Un dispositivo elettronico di potenza è montato su un dissipatore che ha una superficie esposta di  $0.045 \text{ m}^2$  e un'emissività di  $0.80$  (Figura P15.21). Quando il dispositivo dissipava una potenza totale di  $20 \text{ W}$  e l'aria dell'ambiente circostante è a  $27^\circ\text{C}$ , la temperatura media del dissipatore è di  $42^\circ\text{C}$ . Quale temperatura media avrebbe il dissipatore se il dispositivo dissipasse una potenza di  $30 \text{ W}$ , nelle stesse condizioni ambientali?

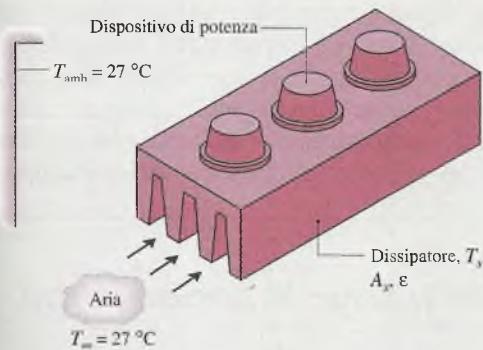


Figura P15.21

**15.22** Una piastra di vetro a  $600^\circ\text{C}$  è raffreddata facendo scorrere su di essa aria, in modo tale che il coefficiente convettivo sia  $h = 50 \text{ W}/(\text{m}^2 \times \text{K})$ . Per evitare che si crepi, il gradiente di temperatura durante il processo non deve superare i  $15^\circ\text{C}/\text{mm}$  in qualsiasi punto del vetro. Sapendo che la condutività termica del vetro è  $1.4 \text{ W}/(\text{m} \times \text{K})$  e che l'emissività superficiale è  $0.8$ , qual è la temperatura più bassa possibile per l'aria utilizzata per il raffreddamento? Si ipotizzi che la temperatura dell'aria sia uguale a quella dell'ambiente circostante.

**15.23** Un resistore elettronico è connesso a una batteria, come mostrato in figura. Dopo un breve transitorio, il resistore assume una temperatura quasi uniforme stazionaria di  $95^\circ\text{C}$ , mentre la batteria e i fili di collegamento si mantengono alla temperatura ambiente di  $25^\circ\text{C}$ . Trascurare la resistenza elettrica dei cavi.

(a) Considerare il resistore come un sistema delimitato da una superficie di controllo a cui si applica

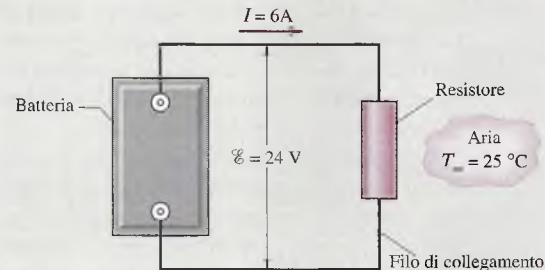


Figura P15.23

l'Equazione 15.11a. Determinare i valori corrispondenti di  $\dot{E}_{in}(\text{W})$ ,  $\dot{E}_g(\text{W})$ ,  $\dot{E}_{out}(\text{W})$  e  $\dot{E}_{st}(\text{W})$ . Se la superficie di controllo contiene l'intero sistema, quali sono i valori di  $\dot{E}_{in}$ ,  $\dot{E}_g$ ,  $\dot{E}_{out}$  e  $\dot{E}_{st}$ ?

- (b) Se la potenza elettrica viene dissipata in maniera uniforme lungo il resistore, che è un cilindro di diametro  $D = 60 \text{ mm}$  e lunghezza  $L = 250 \text{ mm}$ , qual è la potenza volumetrica generata  $\dot{q}(\text{W}/\text{m}^3)$ ?
- (c) Trascurando l'irraggiamento da parte del resistore, qual è il coefficiente convettivo?

### Identificare i processi

**15.24** Nell'analizzare le prestazioni di un sistema termico, l'ingegnere deve essere in grado di identificare i processi di scambio termico rilevanti, perché solo in tal modo può quantificare in maniera corretta il comportamento del sistema. Su schemi che rappresentino i differenti sistemi elencati di seguito, si indichino i vari processi di scambio termico tramite frecce. Si risponda anche alle domande contenute nel testo del problema.

- (a) Identificare i processi di scambio termico e determinare la temperatura di una pavimentazione in asfalto durante una giornata estiva. Scrivere il bilancio energetico per la superficie dell'asfalto.
- (b) Si consideri la porzione esposta del proprio corpo (per esempio gli avambracci se si indossa una maglietta a maniche corte) mentre si è seduti in una stanza. Identificare tutti i processi di scambio termico che avvengono in corrispondenza della superficie della propria pelle.
- (c) Si desidera risparmiare combustibile e denaro e si mantiene il termostato della propria casa a  $15^\circ\text{C}$  durante i mesi invernali; si è in grado di tollerare tali condizioni ambientali se la temperatura dell'aria esterna non supera i  $-10^\circ\text{C}$ , e si prova freddo se la temperatura dell'ambiente scende sotto tale valore. Riesci a immaginare tale situazione?
- (d) Si usa una termocoppia a giunzione per misurare la temperatura di una corrente calda di gas che scorre attraverso un condotto, inserendo la giunzione nella corrente di gas (Figura P15.24). La su-

la superficie del condotto è raffreddata in modo tale che la temperatura sia molto inferiore a quella del gas. Identificare gli scambi termici in corrispondenza della superficie della termocoppia. La giunzione misurerà una temperatura inferiore, uguale o superiore a quella effettiva del gas? Uno schermo alla radiazione consiste in un piccolo tubo aperto all'estremità che contiene la giunzione della termocoppia, consentendo il passaggio del gas in esso. Come può l'uso di tale schermo radiativo migliorare l'accuratezza della termocoppia nella misurazione della temperatura?

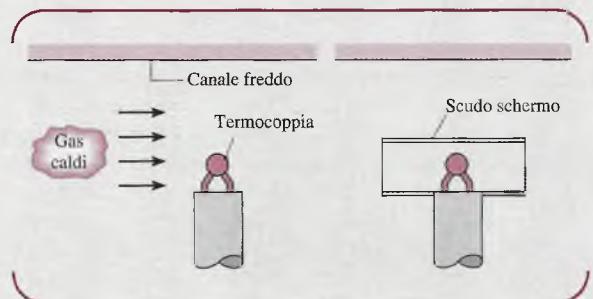


Figura P15.24

Soluzioni di alcuni esercizi e ulteriori materiali sul sito [www.ateneonline.it/moran](http://www.ateneonline.it/moran)

# 16

# Scambio di calore per conduzione

## Obiettivi del capitolo

Nel Capitolo 15 si è appreso che il fenomeno dello scambio termico per conduzione è governato dalla Legge di Fourier. Mediante tale legge si può anche conoscere il modo in cui la temperatura varia all'interno del mezzo, detto *distribuzione di temperatura*, e si può determinare il flusso di calore. L'obiettivo dell'analisi della conduzione è la determinazione della distribuzione di temperatura in un mezzo, che deriva dalle condizioni imposte al suo contorno.

Il primo obiettivo di questo capitolo è capire come si può utilizzare l'equazione del calore, basata sulla Legge di Fourier e sul rispetto della legge di conservazione dell'energia, per ottenere la distribuzione di temperatura in un mezzo in regime stazionario e in regime transitorio. Il secondo obiettivo è mostrare come si possono usare i circuiti termici per modellare un flusso di calore in regime stazionario per geometrie semplici come lastra piana, cilindro, sfera e superfici estese (alette). Il terzo obiettivo è risolvere i problemi di conduzione in regime variabile utilizzando il metodo delle capacità concentrate, che è adatto quando si può usare una singola temperatura per caratterizzare la risposta nel tempo offerta dal mezzo in corrispondenza di una variazione delle condizioni al contorno. Quando si deve considerare l'influenza dello spazio, si utilizza la soluzione analitica dell'equazione del calore.

## 16.1 Introduzione all'analisi della conduzione

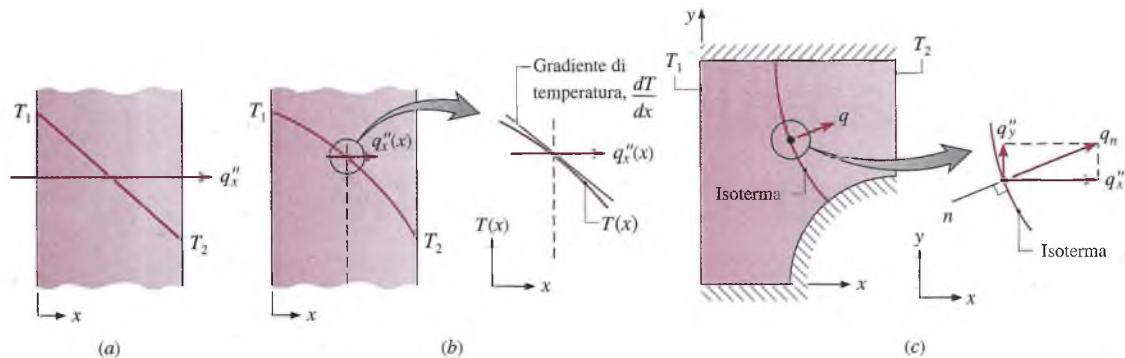
L'analisi della conduzione riguarda la determinazione della distribuzione di temperatura all'interno di un mezzo per determinate condizioni al contorno. Nota la distribuzione di temperatura, si può determinare la distribuzione del flusso di calore utilizzando la Legge di Fourier.

### 16.1.1 Approfondimento sulla Legge di Fourier

Nel Paragrafo 15.1.1, si è introdotta la Legge di Fourier, Equazione 15.1, che mette in relazione il flusso di calore (in  $\text{W}/\text{m}^2$ ) lungo la direzione  $x$  (cioè la potenza termica per unità di area perpendicolare alla direzione del flusso) con il prodotto della conduttività termica (in  $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ) e del gradiente di temperatura  $dT/dx$  (in  $\text{K}/\text{m}$ ) lungo la direzione  $x$

$$q_x'' = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad (16.1)$$

La Legge di Fourier, come scritto sopra, implica che il flusso termico sia una quantità direzionale. La Figura 16.1a illustra la relazione tra il sistema di coordinate, la direzione del flusso di calore e il gradiente di temperatura in una dimensione. Se la distribuzione di temperatura è lineare, il gradiente è costante e perciò il flusso di calore è costante:  $q_x''$  è indipendente da  $x$ . Quando la distribuzione di temperatura non è lineare con la coordinata  $x$ , come mostrato in Figura 16.1b, il gradiente non è più costante e conseguentemente il flusso termico sarà funzione della coordinata  $x$ ,  $q_x''(x)$ . Più avanti si studierà quali condizioni portino a una temperatura non lineare e a una distribuzione **non costante** di flusso termico.



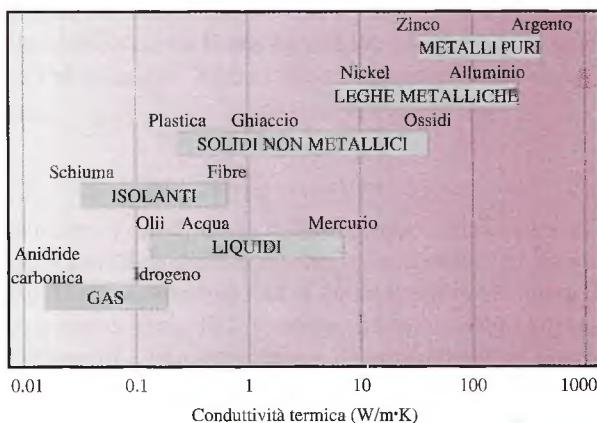
**Figura 16.1** Legame tra flusso termico, gradiente di temperatura e sistema di coordinate. Distribuzione di temperatura monodimensionale: (a) Lineare con flusso di calore costante. (b) Non lineare con flusso di calore variabile. (c) Vettore del flusso termico normale a un'isoterma in un sistema di coordinate bidimensionali.

Si consideri l'oggetto in Figura 16.1c, entro il quale si sta verificando conduzione bidimensionale. Si noti la linea di temperatura costante, a cui si dà il nome di "isoterma", vicino al punto medio dell'oggetto. Il flusso termico  $\mathbf{q}''$ , una quantità vettoriale, è in direzione normale all'isoterma. Il flusso termico è mantenuto da un gradiente di temperatura in direzione "n", e può essere espresso in funzione delle sue componenti nelle direzioni  $x$  e  $y$ :

$$\mathbf{q}'' = \mathbf{q}_x'' + \mathbf{q}_y''$$

Ognuna delle componenti del flusso termico potrà essere espressa in funzione del corrispondente gradiente. In questo testo si tratta solo la conduzione monodimensionale, ma i concetti appresi si possono estendere ai casi bidimensionali e tridimensionali.

L'origine della Legge di Fourier è fenomenologica, cioè essa è stata sviluppata a partire da fenomeni osservati (generalizzazione di un gran numero di prove sperimentali) anziché derivata da principi basilari. L'espressione definisce un'importante proprietà del materiale, la conduttività termica (vedi Figura 16.2), una delle numerose proprietà termofisiche (o di trasporto) che si incontreranno nell'analisi della conduzione. I valori tabulati delle proprietà termofisiche necessarie alla soluzione dei problemi di scambio termico sono fornite nell'Appendice HT per materiali tecnici selezionati (HT-1), materiali comuni (HT2), gas



**Figura 16.2** Valori tipici della conduttività termica per diversi materiali (solidi, liquidi e gassosi) in condizioni normali di temperatura e pressione.

(HT3), liquidi saturi (HT4), acqua satura (HT5). Molti dei problemi suggeriti mostrano come usare queste tabelle in maniera corretta.

### 16.1.2 Equazione del calore

Si consideri ora il modo in cui si può determinare, in un mezzo, la distribuzione di temperatura derivante dalle condizioni imposte al contorno.

Verrà determinata la distribuzione di temperatura  $T(x, t)$  associata a un flusso termico monodimensionale (coordinate cartesiane) in un mezzo omogeneo in condizioni stazionarie soggetto a una generazione di energia ( $\text{W/m}^3$ , si veda l'Equazione 15.12), distribuita in maniera uniforme in tutto il suo volume. Si definisce un sistema di dimensioni infinitesime (elemento), si identificano le trasformazioni che inducono scambi di energia rilevanti, introducendo le appropriate equazioni e applicando il principio di conservazione della massa. Il risultato è un'equazione differenziale la cui soluzione per le condizioni iniziali fornisce la distribuzione di temperatura nel mezzo.

#### L'equazione del calore: derivazione

Il primo passo è definire un sistema di dimensioni infinitesime (elemento),  $dx \cdot 1 \cdot 1$ , avente una larghezza  $dx$  e superficie trasversale unitaria normale alla direzione  $x$ , come mostrato in Figura 16.3. Scegliendo di formulare la prima legge in un istante di tempo, il passo successivo è quello di identificare i processi energetici che sono rilevanti per il sistema.

#### Flussi di calore per conduzione entranti e uscenti dal sistema

$$\dot{E}_i'' = q_x'' \quad \dot{E}_u'' = q_{x+dx}''$$

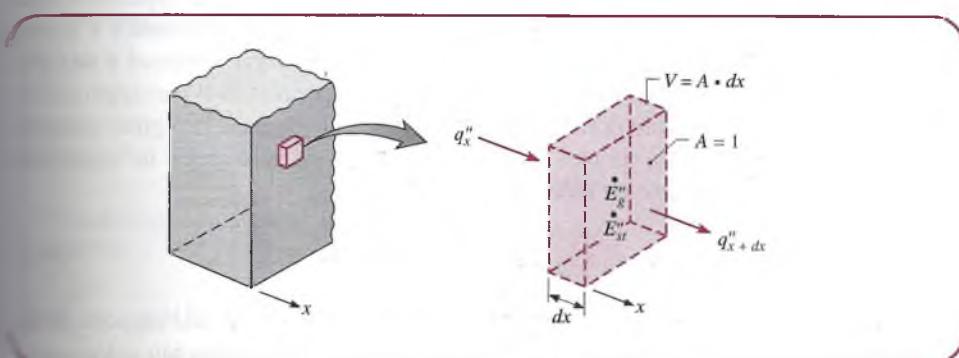
La potenza termica scambiata per conduzione sulla superficie di controllo ( $x + dx$ ) può essere espressa come una serie di Taylor trascurando i termini di ordine superiore

$$q_{x+dx}'' = q_x'' + \frac{\partial q_x''}{\partial x} dx$$

dove il flusso di calore  $q_x''$  è dato dalla Legge di Fourier, Equazione 16.1, ma il gradiente è scritto come una derivata parziale dato che la temperatura è funzione della coordinata  $x$  e del tempo.

#### Energia generata all'interno del sistema nell'unità di tempo

$$\dot{E}_g'' = \dot{q}(dx)$$



**Figura 16.3** Sistema infinitesimo  $dx \cdot 1 \cdot 1$  per l'analisi della conduzione monodimensionale in un sistema di coordinate cartesiane.

### Variazione dell'energia all'interno del sistema nell'unità di tempo

$$\dot{E}_{st}'' = \rho(dx)c \frac{\partial T}{\partial t}$$

Sostituendo nel principio di conservazione dell'energia su un intervallo base, Equazione 15.11a, le espressioni sopra ricavate per gli scambi di energia e riordinando, il bilancio energetico differenziale ha la forma

$$\begin{aligned} \dot{E}_i'' + \dot{E}_g'' - \dot{E}_u'' &= \dot{E}_{st}'' \\ q_x'' + \dot{q}(dx) - \left( q_x'' + \frac{\partial}{\partial x} \left( -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right) &= \rho(dx)c \frac{\partial T}{\partial t} \\ \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \dot{q} &= \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \end{aligned} \quad (16.2)$$

L'Equazione 16.2 è l'**equazione del calore**. L'equazione del calore stabilisce che, in qualsiasi punto del mezzo monodimensionale, l'energia scambiata per conduzione nell'unità di tempo in un volume unitario più l'energia volumetrica generata nell'unità di tempo deve essere uguale alla variazione di energia nell'unità di tempo immagazzinata all'interno del volume.

### L'equazione del calore: risultati

Per il precedente caso di conduzione monodimensionale con generazione di energia distribuita sul volume, l'**equazione del calore** è

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \dot{q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (16.2)$$

dove la temperatura è funzione della coordinata  $x$  e del tempo,  $T(x, t)$ .

In questo testo, si mostreranno solo le soluzioni per i casi in regime variabile. Comunque, si deriverà la soluzione per la formulazione in regime stazionario dell'equazione della trasmissione del calore per i seguenti casi.

#### Regime stazionario, con generazione di energia volumetrica

$$\frac{d}{dx} \left( \lambda \frac{dT}{dx} \right) + \dot{q} = 0 \quad (16.3)$$

#### Regime stazionario, senza generazione di energia volumetrica

$$\frac{d}{dx} \left( \lambda \frac{dT}{dx} \right) = 0 \quad (16.4)$$

dove la temperatura dipende soltanto dalla coordinata  $x$ ,  $T(x)$

Si noti la presenza delle proprietà  $\rho$ ,  $c$  e  $\lambda$  nell'equazione del calore, Equazione 16.2. Il prodotto  $\rho \cdot c$  ( $J/m^3K$ ) è comunemente chiamato **capacità termica volumica** e misura l'attitudine di un materiale a immagazzinare energia. La conduttività termica è una proprietà di trasporto che misura l'attitudine di un materiale a permettere il passaggio del calore. Nell'analisi dello scambio di calore per convezione e conduzione in regime variabile, il rapporto tra la conduttività termica  $\lambda$  e la capacità termica volumica è un'importante proprietà di trasporto denominata **diffusività termica** ( $m^2/s$ )

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c} \quad (16.5)$$

Essa misura la capacità del materiale di condurre energia in relazione alla capacità di immagazzinare energia. I materiali con un valore di  $\alpha$  elevato rispondono più velocemente

alle variazioni dell'ambiente termico, mentre materiali con un valore di  $\alpha$  basso rispondono più lentamente, impiegando più tempo a raggiungere un nuovo equilibrio termico.

### 16.1.3 Condizioni al contorno e condizioni iniziali

Per determinare la distribuzione di temperatura in un mezzo, è necessario risolvere l'equazione del calore. La soluzione dipende dalle condizioni esistenti al contorno del mezzo e, quando il fenomeno dipende dal tempo, la soluzione dipende dalle condizioni esistenti nel mezzo allo stato iniziale. Riguardo alle **condizioni al contorno**, ci sono diverse possibilità che si possono esprimere semplicemente in forma matematica. Dato che l'equazione del calore, Equazione 16.1, è del secondo ordine rispetto alle coordinate spaziali, per descrivere il sistema si devono esprimere due condizioni al contorno. Dato che l'equazione è del primo ordine rispetto al tempo, si deve specificare solo una condizione, definita **condizione iniziale**.

La Tabella 16.1 riassume i tre tipi di condizioni al contorno comuni nello scambio di calore. Le condizioni sono specificate sulla superficie  $x = 0$  per sistemi monodimensionali. Lo scambio di calore avviene lungo la direzione delle  $x$  positive con la distribuzione di temperatura, che può essere dipendente dal tempo, indicata come  $T(x, t)$ .

**Primo tipo** *Temperatura uniforme della superficie.* Questa condizione è ben approssimata, per esempio, quando la superficie è soggetta a convezione, con un elevato coefficiente convettivo. Tale condizione si verifica anche in presenza di ebollizione o condensazione e in entrambi i casi la superficie rimane alla temperatura di cambiamento di fase.

**Secondo tipo** *Flusso termico costante sulla superficie.* Il flusso termico è in relazione al gradiente di temperatura della superficie attraverso la Legge di Fourier. Questa condizione può essere realizzata depositando un film sottile o mettendo un riscaldatore elettrico sulla superficie, o irradiando la superficie con una lampada scaldante. Uno speciale caso di questa condizione corrisponde alla superficie perfettamente isolata, o adiabatica, per la quale il gradiente è nullo. Se c'è una simmetria nella distribuzione di temperatura, una superficie corrispondente al massimo o al minimo della temperatura, può anche rappresentare una superficie adiabatica.

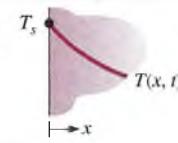
**Terzo tipo** *Condizione di convezione sulla superficie.* Questa condizione corrisponde all'esistenza di riscaldamento (o raffreddamento) convettivo sulla superficie, ottenuto dal bilancio di energia sulla superficie, come discusso nel Paragrafo 15.3.

## 16.2 Conduzione in regime stazionario

Usando l'equazione del calore per fenomeni stazionari, si determinerà la distribuzione di temperatura per pareti piane monodimensionali e sistemi radiali. Verrà introdotto il concetto

**Tabella 16.1** Condizioni al contorno per l'equazione del calore sulla superficie ( $x = 0$ )

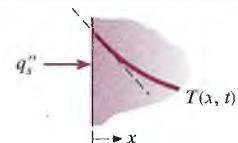
1. Temperatura superficiale costante  
 $T(0, t) = T_s$  (16.6)



2. Flusso termico superficiale costante

(a) Flusso di calore finito

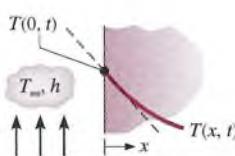
$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = q_s'' \quad (16.7)$$



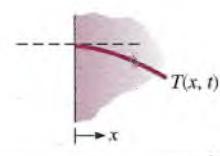
(b) Superficie adiabatica o isolata

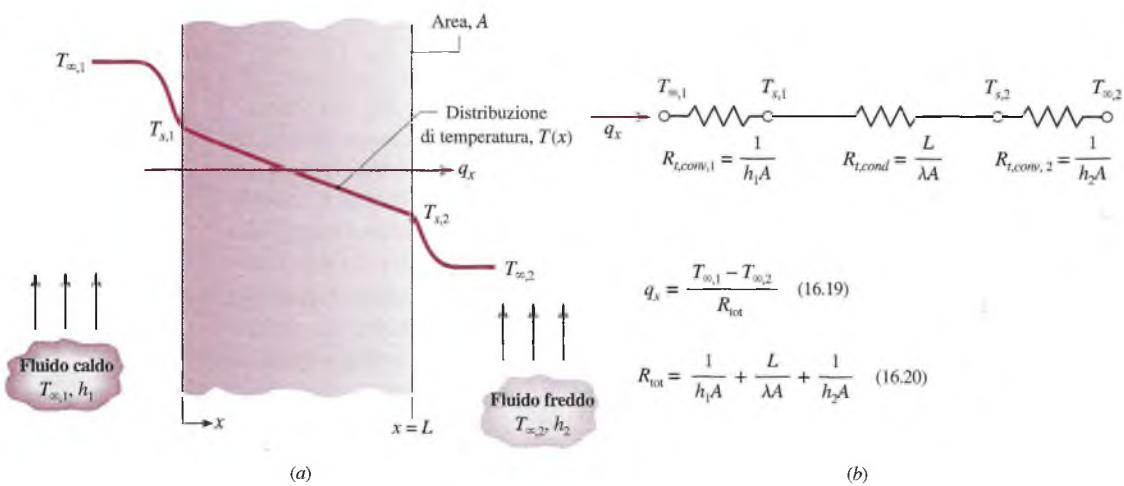
3. Condizione di convezione sulla superficie

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = h[T_\infty - T(0, t)] \quad (16.9)$$



$$\frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \quad (16.8)$$





**Figura 16.4** Flusso termico attraverso una parete piana. (a) Distribuzione di temperatura. (b) Circuito termico equivalente.

di resistenza termica, utile per rappresentare i sistemi e le loro condizioni al contorno mediante un circuito termico equivalente.

### 16.2.1 Parete piana

Nella conduzione monodimensionale in lastra piana in regime stazionario, la temperatura è funzione solo della coordinata  $x$ , e il passaggio di calore avviene solo lungo questa direzione. In Figura 16.4a, una parete piana separa due fluidi a temperature differenti. Lo scambio di calore avviene per convezione dal fluido caldo a  $T_{\infty,1}$  a una superficie della parete a  $T_{s,1}$ , per conduzione attraverso la parete e per convezione dall'altra superficie della parete a  $T_{s,2}$  verso il fluido freddo a  $T_{\infty,2}$ . Si considerano dapprima le condizioni all'interno della parete. Verrà determinata per prima cosa la distribuzione di temperatura, dalla quale si può ottenere l'andamento del flusso di calore e la potenza termica scambiata attraverso la lastra piana.

#### Distribuzione di temperatura

La distribuzione di temperatura nella parete può essere determinata risolvendo l'equazione del calore con le condizioni al contorno appropriate. Per la condizione in regime stazionario e senza generazione di energia all'interno della parete, l'equazione del calore assume la forma dell'Equazione 16.4

$$\frac{d}{dx} \left( \lambda \frac{dT}{dx} \right) = 0$$

Si noti che il termine tra parentesi rappresenta il flusso termico. Ne consegue che, per la conduzione monodimensionale attraverso una parete piana senza generazione, il flusso termico è una costante, indipendente dalla  $x$ . Se la condutività termica del materiale della parete è costante l'equazione deve essere integrata due volte per ottenere la soluzione generale

$$T(x) = C_1 x + C_2 \quad (16.10)$$

Per ottenere le costanti di integrazione,  $C_1$  e  $C_2$ , devono essere introdotte delle condizioni al contorno. Si impongono condizioni del primo tipo in  $x = 0$  e  $x = L$ , ottenendo

$$T(0) = T_{s,1} \quad e \quad T(L) = T_{s,2}$$

Applicando la condizione  $x = 0$  alla soluzione generale consegue che

$$C_2 = T_{s,1}$$

Allo stesso modo, in  $x = L$

$$T_{s,2} = C_1 L + C_2 = C_1 L + T_{s,1}$$

per cui

$$C_1 = \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{L}$$

Sostituendo nella soluzione generale, la distribuzione di temperatura è dunque

$$T(x) = (T_{s,2} - T_{s,1}) \frac{x}{L} + T_{s,1} \quad (16.11)$$

Da questo risultato è evidente che per conduzione monodimensionale in regime stazionario in una parete piana senza generazione di energia e conduttività termica costante, la temperatura varia linearmente con la  $x$ .

Ora che è nota la distribuzione di temperatura, si può utilizzare la Legge di Fourier, Equazione 16.1, per determinare il flusso di calore per conduzione ( $\text{W}/\text{m}^2$ ):

$$q_x'' = -\lambda \frac{dT}{dx} = \frac{\lambda}{L} (T_{s,1} - T_{s,2}) \quad (16.12)$$

Per la parete piana,  $A$  è l'area di parete perpendicolare alla direzione del passaggio di calore ed è una costante indipendente da  $x$ , e quindi la potenza termica ( $\text{W}$ ) è

$$q_x = q_x'' A = \frac{\lambda}{L} A (T_{s,1} - T_{s,2}) \quad (16.13)$$

Le Equazioni 16.12 e 16.13 indicano che sia il flusso termico sia la potenza termica sono costanti e indipendenti da  $x$ .

Si noti che le temperature superficiali in  $x = 0$  e in  $x = L$  sono state utilizzate come condizioni al contorno, anche se è la temperatura del fluido, e non le temperature delle superfici, a essere generalmente nota. Comunque, dato che le temperature del fluido adiacente e della parete sono facilmente messe in relazione attraverso un bilancio energetico (si veda il Paragrafo 15.3), è semplice esprimere le equazioni dalla Equazione 16.11 alla Equazione 16.13 in funzione delle temperature del fluido piuttosto che della superficie. In alternativa, si possono ottenere risultati analoghi utilizzando direttamente dei bilanci energetici per la superficie come condizioni al contorno del terzo tipo nella valutazione delle costanti dell'Equazione 16.10 (si veda il Problema 16.7).

### Resistenza termica e circuiti termici

L'Equazione 16.13 suggerisce un concetto molto importante, e cioè che esiste un'analogia tra la conduzione del calore e della corrente elettrica: come una resistenza elettrica è associata a una conduzione elettrica, una resistenza termica può essere associata a una conduzione termica. Definendo la resistenza come il rapporto tra il potenziale e il corrispondente scambio nell'unità di tempo, dall'Equazione 16.13 segue che la **resistenza termica di conduzione per una parete piana** è

$$R_{t,\text{cond}} \equiv \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{q_x} = \frac{L}{\lambda A} \quad (16.14)$$

In modo simile, per conduzione elettrica nello stesso sistema, la Legge di Ohm fornisce una resistenza elettrica nella forma

$$R_e = \frac{\mathcal{E}_{s,1} - \mathcal{E}_{s,2}}{I} = \frac{L}{\sigma_e A} \quad (16.14)$$

dove il potenziale è  $\mathcal{E}_{s,1} - \mathcal{E}_{s,2}$  (differenza di potenziale elettrico), la corrente è  $I$  (corrente elettrica) e  $\sigma_e$  è la conducibilità elettrica. L'analogia tra calore e corrente elettrica è evidente confrontando le Equazioni 16.14 e 16.15.

Una resistenza termica può inoltre essere associata a uno scambio di calore per convezione su una superficie. Dalla Legge di Newton per la convezione si ha che

$$q = hA(T_s - T_\infty) \quad (16.15)$$

e la **resistenza termica per convezione da una superficie** è dunque

$$R_{t,conv} = \frac{T_s - T_\infty}{q} = \frac{1}{hA} \quad (16.16)$$

La rappresentazione attraverso i circuiti fornisce uno strumento utile sia per comprendere sia per risolvere numericamente i problemi di scambio termico. Il circuito termico equivalente per parete piana con convezione superficiale mostrato in Figura 16.4b è formato da elementi resistivi e nodi che rappresentano superfici o temperature del fluido. Il flusso termico può essere determinato con considerazioni che riguardano gli elementi e i nodi del circuito, presi separatamente o combinati in gruppi.

Poiché  $q_x$  è costante attraverso tutto il circuito termico, risulta

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{s,1}}{1/h_1 A} = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{L/\lambda A} = \frac{T_{s,2} - T_{\infty,2}}{1/h_2 A} \quad (16.17)$$

La potenza termica può essere espressa in funzione della differenza totale di temperatura  $T_{\infty,1} - T_{\infty,2}$  e della resistenza termica totale  $R_{tot}$ :

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{R_{tot}} \quad (16.18)$$

Poiché le resistenze di conduzione e convezione sono in serie e possono essere sommate, ne consegue che la **resistenza termica totale** è

$$R_{tot} = R_{t,conv,1} + R_{t,cond} + R_{t,conv,2} = \frac{1}{h_1 A} + \frac{L}{\lambda A} + \frac{1}{h_2 A} \quad (16.19)$$

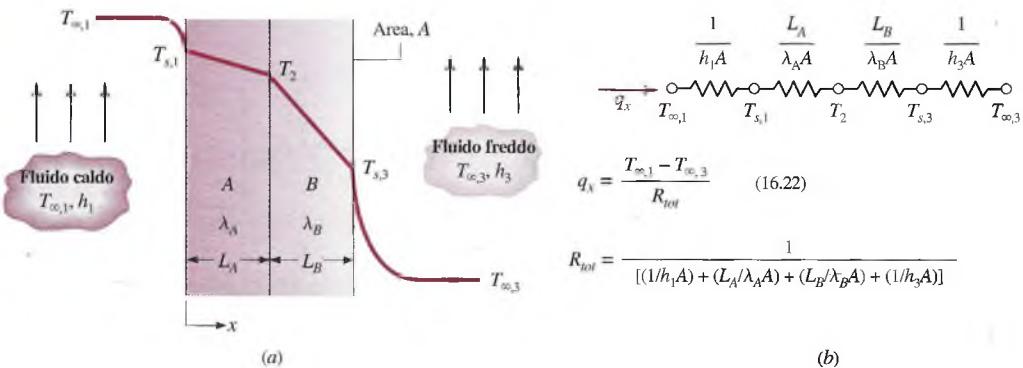
Se una superficie è esposta a un ambiente circostante isotermo e di dimensioni molto superiori alla superficie stessa (Paragrafo 15.1.3), può esistere un'altra modalità di scambio termico e la relativa resistenza. In particolare, la radiazione scambiata tra la superficie e l'ambiente circostante può essere rilevante e può essere determinata dall'Equazione 15.13. Ne consegue che la **resistenza termica per irraggiamento** può essere definita come

$$R_{t,rad} = \frac{T_s - T_{sup}}{q_{rad}} = \frac{1}{h_{rad} A} \quad (16.20)$$

dove  $h_{rad}$ , il coefficiente di irraggiamento linearizzato, è determinato dall'Equazione 15.13. La radiazione superficiale e la resistenza convettiva lavorano in parallelo e, se  $T_\infty = T_{sup}$ , possono essere combinate tra loro per ottenere l'effettiva resistenza superficiale.

### La parete composita

Per trattare sistemi più complessi, come per esempio le pareti composite, si possono anche utilizzare i circuiti termici. Queste pareti possono riguardare un qualsiasi numero di strati.



**Figura 16.5** Parete composita in serie. (a) Convezione su entrambe le superfici. (b) Circuito termico equivalente.

stenze termiche in serie e in parallelo a seconda del numero dei diversi strati di materiale. Si consideri il muro composito in serie di Figura 16.5; la potenza termica monodimensionale per questo sistema può essere espressa come

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,3}}{R_{\text{tot}}} \quad (16.22)$$

in cui  $T_{\infty,1} - T_{\infty,3}$  è la differenza di temperatura totale e  $R_{\text{tot}}$  include tutte le resistenze termiche. Da ciò

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,3}}{[(1/h_1A) + (L_A/\lambda_A A) + (L_B/\lambda_B A) + (1/h_3A)]} \quad (16.23)$$

In alternativa, la potenza termica può essere messa in relazione con la differenza di temperatura e la resistenza associata a ogni elemento. Per esempio

$$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{s,1}}{(1/h_1A)} = \frac{T_{s,1} - T_2}{(L_A/\lambda_A A)} = \frac{T_2 - T_{s,3}}{(L_B/k_B A)} \quad (16.24)$$

Quando si ha a che fare con sistemi composti è spesso utile lavorare con il **coefficiente di scambio termico totale  $U$**  (detto anche **trasmittanza termica**), che è definito da un'espressione analoga alla Legge di Newton per la trasmissione del calore, ossia

$$q_x = UA \Delta T \quad (16.25)$$

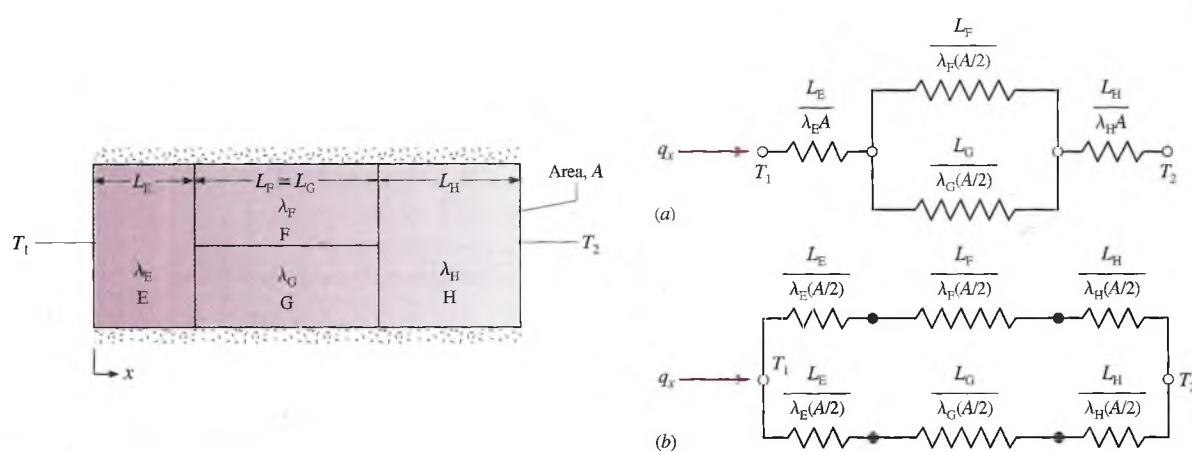
in cui  $\Delta T$  è la differenza di temperatura totale. La trasmittanza termica è legata al coefficiente di resistenza termica totale: dalle Equazioni 16.22 e 16.25 si nota che  $UA = 1/R_{\text{tot}}$ . Quindi, per la parete composita di Figura 16.5,

$$U = \frac{1}{R_{\text{tot}}A} = \frac{1}{[(1/h_1) + (L_A/k_A) + (L_B/\lambda_B) + (1/h_3)]} \quad (16.26)$$

In generale si può scrivere

$$R_{\text{tot}} = \frac{\Delta T}{q} = \frac{1}{UA} \quad (16.27)$$

Le pareti composite possono essere inoltre descritte mediante configurazioni in serie e in parallelo, e il flusso termico può essere determinato mediante una rete composta da resistenze termiche disposte in serie e in parallelo.



**Figura 16.6** Parete composita con materiali in serie-parallelo con convezione su entrambe le superfici e circuiti termici equivalenti:  
(a) Le superfici normali alla direzione  $x$  sono isoterme. (b) Le superfici parallele alla direzione  $x$  sono adiabatiche.

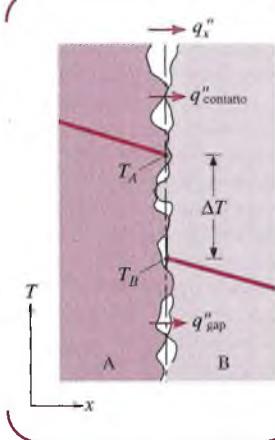
Le pareti composite possono anche essere caratterizzate da configurazioni in serie-parallelo come quella mostrata in Figura 16.6. Per molte applicazioni, spesso è ragionevole supporre condizioni mono-dimensionali. Fatta salva questa ipotesi, possono essere usati due diversi circuiti termici. Per il caso (a) si presume che le superfici normali alla direzione  $x$  siano isoterme, mentre per il caso (b) si presume che le superfici parallele alla direzione  $x$  siano adiabatiche. Differenti risultati sono ottenuti per  $R_{tot}$ , e il corrispondente valore di  $q$  rappresenta il calore reale scambiato nell'unità di tempo.

Queste differenze aumentano all'aumentare di  $|\lambda_F - \lambda_G|$ , mentre gli effetti multidimensionali diventano più significativi.

### La resistenza di contatto

Occorre a questo punto osservare che, nei sistemi composti, la caduta di temperatura in corrispondenza dell'interfaccia tra i materiali può essere apprezzabile. Questa variazione di temperatura è da attribuirsi alla **resistenza termica di contatto**  $R_{t,c}$ . L'effetto è mostrato in Figura 16.7, e per un'unità di area dell'interfaccia tale resistenza è definita come

$$R''_{t,c} = \frac{T_A - T_B}{q''_x} \quad (16.28)$$



**Figura 16.7** Caduta di temperatura dovuta alla resistenza termica di contatto.

La presenza di una resistenza di contatto non trascurabile è dovuta principalmente agli effetti della rugosità. I punti di contatto sono infatti intervallati da spazi che possono essere riempiti con mezzi di interfaccia, come gas, grassi, oppure colle. Il trasferimento di calore è perciò dovuto sia alla conduzione attraverso l'area reale di contatto sia alla conduzione e/o irraggiamento attraverso i vuoti. La resistenza di contatto può essere vista come due resistenze in parallelo, dovute ai punti di contatto e ai vuoti. L'area di contatto è tipicamente piccola e, specialmente per superfici ruvide, il maggior contributo di resistenza è prodotto dai vuoti. Nei problemi presentati in questo libro, si trascurerà la resistenza di contatto se non diversamente specificato.

Studi esaustivi sull'argomento sono disponibili in letteratura, specialmente per problemi di controllo termico in applicazioni elettroniche e spaziali. I valori delle resistenze termiche per alcune interfacce solido/solido particolarmente rappresentative sono raccolti in Tabella 16.2.

**Tabella 16.2** Resistenza termica di contatto di interfacce solido/solido rappresentative

| Interfaccia   | $R''_{t,c} \times 104$<br>( $\text{m}^2 \text{K/W}$ ) | Interfaccia   | $R''_{t,c} \times 104$<br>( $\text{m}^2 \text{K/W}$ ) |
|---|---|---|---|
| Chip in silicio/alluminio in aria<br>(27-500 kN/m <sup>2</sup> ) <sup>a</sup> | 0.3-0.6   | Alluminio/alluminio con rivestimento metallico (Pb)                             | 0.01-0.1  |
| Chip in silicio/alluminio con 0.02 mm di resina epossidica                    | 0.2-0.9   | Alluminio/alluminio con Dow Corning 340 grasso (~100 kN/m <sup>2</sup> )        | ~0.07   |
| Alluminio/alluminio con un foglio di indio (~100 kN/m <sup>2</sup> )          | ~0.07   | Acciaio inox/acciaio inox con Dow Corning 340 grasso (~3500 kN/m <sup>2</sup> ) | ~0.04   |
| Acciaio inox/acciaio inox con foglio di indio                                 | ~0.04   | Ottone/ottone con 15 m saldature di stagno                                      | 0.025-0.14  |

<sup>a</sup> Indica la pressione applicata alle superfici di accoppiamento.

### Analisi di un circuito termico – Parete piana

### ESEMPIO 16.1

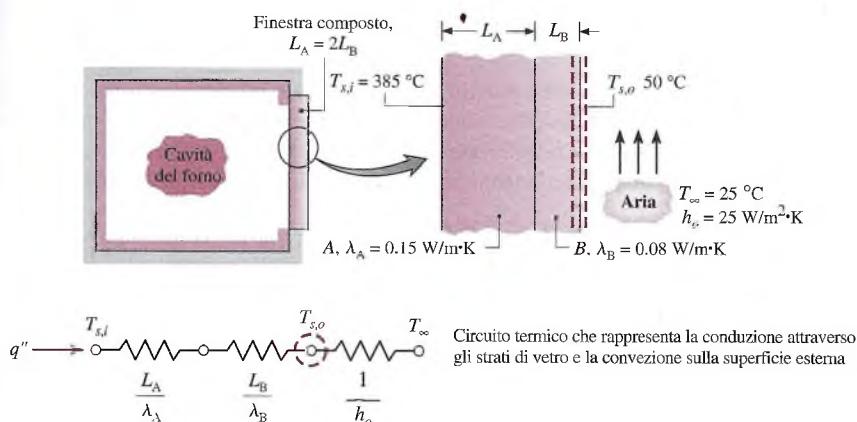
Un produttore di elettrodomestici propone un progetto di un forno autopulente che prevede l'uso di una finestra composita che separa la cavità del forno dall'aria della stanza. Il materiale composito consiste di due plastiche resistenti alle alte temperature (A e B) di spessore  $L_A = 2L_B$  e di conduttività termiche  $\lambda_A = 0.15 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$  e  $\lambda_B = 0.08 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$  rispettivamente. Durante il processo di auto-pulizia, la temperatura interna della finestra,  $T_{s,i}$ , è pari a 385 °C, mentre la temperatura della stanza,  $T_\infty$ , è di 25 °C, e il coefficiente di convezione esterna è pari a 25 W/(m<sup>2</sup>K). Qual è il minimo spessore  $L = L_A + L_B$  necessario per assicurare una temperatura sulla superficie esterna minore o uguale a 50 °C nelle ipotesi di regime stazionario? Questa temperatura non deve essere superata per ragioni di sicurezza.

#### Soluzione

**Elementi noti** Le proprietà e le relative dimensioni dei materiali plastici usati per la finestra composita del forno e le condizioni termiche durante il processo di auto-pulizia.

**Da determinare** Lo spessore  $L$  del composito necessario per garantire la sicurezza del processo.

#### Schema e dati forniti

**Figura E16.1**

#### Ipotesi

1. Il sistema opera in condizioni stazionarie.
2. La conduzione attraverso la finestra è monodimensionale.
3. La resistenza di contatto tra le plastiche è trascurabile.
4. L'irraggiamento attraverso la finestra è trascurabile.
5. Le plastiche sono omogenee con proprietà costanti.

**Analisi** Il circuito termico equivalente può essere costruito osservando che la resistenza al passaggio del calore attraverso la finestra composita verso l'aria dell'ambiente è associata alla conduzione all'interno della plastica e alla convezione sulla superficie esterna. Dato che la temperatura esterna del vetro,  $T_{s,0}$ , è assegnata, lo spessore richiesto del vetro si ottiene applicando un bilancio termico sulla superficie (vedi superfici di controllo nello schema). Faccendo riferimento al circuito equivalente, si riconosce che un bilancio energetico nel nodo a temperatura  $T_{s,0}$  corrisponde a un bilancio energetico della superficie. Quindi, il flusso termico entrante nel nodo (superficie) è equivalente al flusso termico uscente dal nodo (superficie), per cui il passaggio di calore può essere espresso come

$$q'' = \frac{T_{s,i} - T_{s,0}}{L_A/\lambda_A + L_B/\lambda_B} = \frac{T_{s,0} - T_\infty}{1/h_o}$$

Con  $L_B = L_A/2$  e sostituendo i valori numerici, si trova  $L_A$

$$\frac{(385 - 50)^\circ\text{C}}{(L_A/0.15 + 0.5L_A/0.08) \text{ m}\cdot\text{K}/\text{W}} = \frac{(50 - 25)^\circ\text{C}}{(1/25) \text{ m}^2\cdot\text{K}/\text{W}}$$

$$L_A = 0.0415 \text{ m}$$

Quindi, lo spessore richiesto per la finestra composita è

$$L = L_A + L_B = (0.0415 + 0.5 \times 0.0415) \text{ m} = 0.0622 \text{ m} = 62.2 \text{ mm}$$

### ESEMPIO 16.2

### Chip in silicio su un substrato

Un sottile chip in silicio e un sottile substrato di alluminio spesso 8 mm sono separati da un giunto epossidico con una resistenza termica  $R''_{t,c} = 0.9 \times 10^{-4} \text{ m}^2\cdot\text{K}/\text{W}$ . Il chip e il substrato hanno entrambi un lato di 10 mm, e le loro superfici esposte sono raffreddate dall'aria, che si trova a una temperatura di  $25^\circ\text{C}$  e presenta un coefficiente di convezione di  $100 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ . Se il chip dissipava una potenza elettrica  $P_e'' = 10^4 \text{ W}$  in condizioni normali, sarà in grado di operare sotto una temperatura massima ammissibile di  $85^\circ\text{C}$ ?

#### Soluzione

**Elementi noti** Dimensioni, potenza dissipata, e temperatura massima ammissibile di un chip in silicio, spessore del substrato e resistenza termica del giunto epossidico. Condizioni al contorno convettive in corrispondenza delle superfici esposte del chip e del substrato.

**Da determinare** Determinare se la temperatura del chip,  $T_c$ , eccede il massimo consentito.

#### Schema e dati forniti

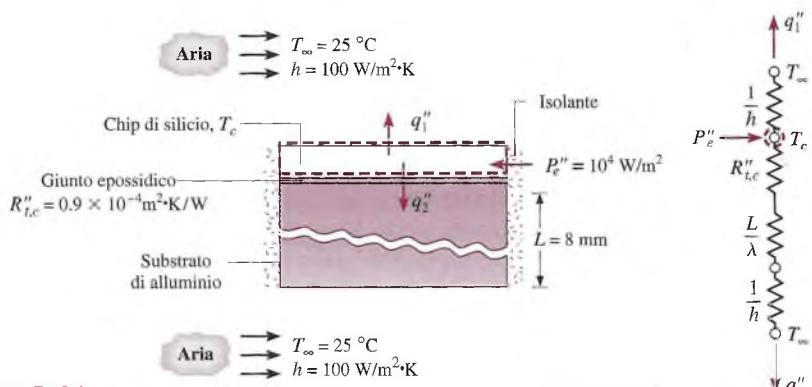


Figura E16.2

**Ipotesi**

- 1 Condizioni stazionarie.
- 2 Conduzione monodimensionale.
- 3 Chip isotermo con resistenza termica trascurabile.
- 4 Irraggiamento con l'ambiente circostante trascurabile.
- 5 Proprietà costanti.

**Proprietà** Tabella HT-1, alluminio puro ( $T \approx 350\text{K}$ ):  $\lambda = 238 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ .

**Analisi** La potenza elettrica dissipata nel chip è trasferita all'aria direttamente dalla superficie esposta e indirettamente attraverso la giunzione con il substrato. Facendo un bilancio energetico su una superficie di controllo sul chip (vedi linee tratteggiate nello schema e nel circuito termico), ne consegue che sulla base di un'unità di area

$$P_e'' = q_1'' + q_2'' = \frac{T_c - T_\infty}{(1/h)} + \frac{T_c - T_\infty}{R_{t,c}'' + (L/\lambda) + (1/h)}$$

Ordinando l'equazione e sostituendo i valori numerici, la temperatura del chip è

$$\begin{aligned} T_c &= T_\infty + P_e'' \left[ \frac{1}{(1/h)} + \frac{1}{R_{t,c}'' + (L/\lambda) + (1/h)} \right]^{-1} \\ T_c &= 25^\circ\text{C} + 10^4 \text{W/m}^2 \times \left[ \frac{1}{(1/100)} + \frac{1}{0.9 \times 10^{-4} + (0.008/238) + (1/100)} \right]^{-1} \text{m}^2\cdot\text{K/W} \\ T_c &= 25^\circ\text{C} + \left[ \frac{1}{100 \times 10^{-4}} + \frac{1}{(0.9 + 3.4 + 100) \times 10^{-4}} \right]^{-1} \times 10^4 \text{C} \end{aligned}$$

$$T_c = 25^\circ\text{C} + 50.3^\circ\text{C} = 75.3^\circ\text{C}$$

Quindi il chip opera al di sotto della temperatura massima ammissibile.

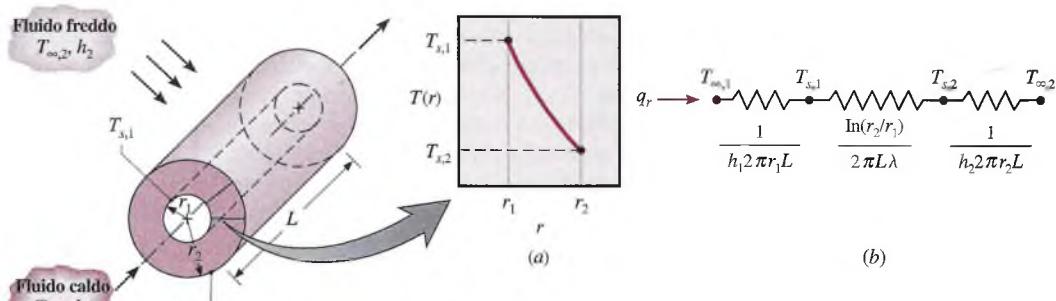
- ➊ Si noti che è stata utilizzata la Tabella dell'Appendice HT-1 per ottenere il valore della conduttività termica dell'alluminio puro, e che essa è stata valutata in corrispondenza della temperatura media stimata del substrato
- ➋ Le resistenze termiche di conduzione del giunto e del substrato sono molto più basse della resistenza convettiva. La resistenza del giunto dovrebbe crescere fino al valore irrealistico di  $50 \times 10^{-4} \text{ m}^2\text{K/W}$  prima che il valore massimo di temperatura del chip sia superato.

### 16.2.2 Sistemi radiali monodimensionali

I sistemi cilindrici e sferici spesso sono soggetti a gradienti di temperatura solo nella direzione radiale e possono quindi essere trattati come sistemi monodimensionali. Come era stato mostrato per la parete piana, questi sistemi possono essere analizzati utilizzando l'equazione del calore per ottenere la distribuzione di temperatura e la potenza termica. In questo paragrafo, si presentano i risultati che si utilizzano per costruire i circuiti termici equivalenti dei sistemi radiali.

#### Il cilindro

Una configurazione comune è il cilindro cavo le cui superfici interna ed esterna sono esposte a fluidi a differente temperatura (Figura 16.8). Per condizioni in regime stazionario



**Figura 16.8** Cilindro cavo con convezione sulla superficie. (a) Distribuzione logaritmica della temperatura. (b) Circuito termico equivalente.

senza generazione di energia, la distribuzione di temperatura nel sistema in coordinate cilindriche è la seguente:

$$T(r) = \frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{\ln(r_1/r_2)} \ln\left(\frac{r}{r_2}\right) + T_{s,2} \quad (16.29)$$

Si noti che la distribuzione di temperatura associata alla conduzione radiale attraverso un cilindro è logaritmica, non lineare come per la parete piana nelle stesse condizioni. La distribuzione logaritmica è mostrata in Figura 16.8a.

La formulazione della Legge di Fourier per il sistema di coordinate cilindriche è

$$q_r = -\lambda A_r \frac{dT}{dr} = -\lambda (2\pi r L) \frac{dT}{dr} \quad (16.30)$$

in cui  $A_r = 2\pi r L$  è l'area normale alla direzione del flusso di calore. Mediante l'applicazione di un bilancio energetico su una superficie di controllo del cilindro in corrispondenza di qualunque raggio, si conclude che la potenza termica scambiata (non il flusso termico) è costante lungo la direzione radiale.

Se la distribuzione di temperatura, Equazione 16.29, viene ora sostituita nella Legge di Fourier, Equazione 16.30, si ottiene l'espressione della *potenza termica scambiata*

$$q_r = \frac{2\pi L \lambda (T_{s,1} - T_{s,2})}{\ln(r_2/r_1)} \quad (16.31)$$

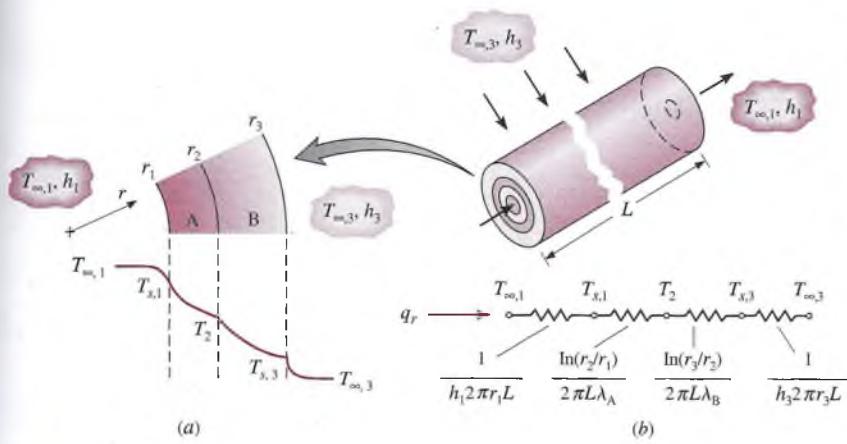
Da questo risultato è evidente che, per la conduzione radiale, la **resistenza termica in una parete cilindrica** assume la seguente forma:

$$R_{t,cond} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L \lambda} \quad (16.32)$$

Questa resistenza è mostrata nel circuito in serie di Figura 16.8b con le resistenze convettive in corrispondenza delle superfici esterne e interne.

Si consideri ora il sistema cilindrico composito di Figura 16.9. In analogia alla trattazione della parete piana composita e trascurando le resistenze di contatto, la potenza termica scambiata può essere espressa come

$$q_r = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,3}}{\frac{1}{2\pi r_1 L h_1} + \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L \lambda_A} + \frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi L \lambda_B} + \frac{1}{2\pi r_3 L h_3}} \quad (16.33)$$



**Figura 16.9** Cilindro cavo composito con convezione su entrambe le superfici: *a)* Distribuzione di temperatura. *b)* Circuito termico equivalente.

Il risultato precedente può essere anche espresso in termini del coefficiente di scambio termico totale:

$$q_r = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,3}}{R_{\text{tot}}} = UA(T_{\infty,1} - T_{\infty,3}) \quad (16.34)$$

Se  $U$  è definito in termini di area interna,  $A_1 = 2\pi r_1 L$ , le Equazioni 16.33 e 16.34 possono essere uguagliate tra loro per ottenere

$$U_1 = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{r_1}{\lambda_A} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{r_1}{\lambda_B} \ln \frac{r_3}{r_2} + \frac{r_1}{r_3} \frac{1}{h_3}} \quad (16.35)$$

Questa definizione è arbitraria, e il coefficiente totale può essere anche definito in termini di  $A_3$  o di qualsiasi area intermedia. Si noti che

$$U_1 A_1 = U_2 A_2 = U_3 A_3 = R_{\text{tot}}^{-1} \quad (16.36)$$

e le specifiche formule per  $U_2$  e  $U_3$  possono essere dedotte dalle Equazioni 16.33 e 16.34.

### La sfera

Si consideri l'involucro sferico di Figura 16.10, le cui superfici interna ed esterna sono mantenute rispettivamente a  $T_{s,1}$  e  $T_{s,2}$ . Per condizioni stazionarie senza generazione di energia, la distribuzione di temperatura è

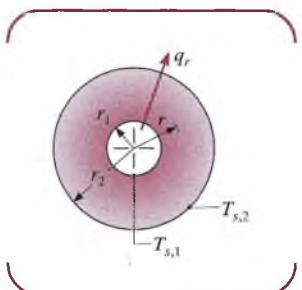
$$T(r) = \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{1 - (r_1/r_2)} [1 - (r_1/r)] + T_{s,1} \quad (16.37)$$

La Legge di Fourier per un sistema di coordinate sferiche è espressa nella forma seguente:

$$q_r = -\lambda A_r \frac{dT}{dr} = -\lambda (4\pi r^2) \frac{dT}{dr} \quad (16.38)$$

in cui  $A_r = 4\pi r^2$  è l'area normale alla direzione del flusso di calore. Applicando un bilancio energetico a una superficie di controllo sferica di raggio qualunque, si trova che la potenza termica scambiata per conduzione (non il flusso termico) è costante lungo la direzione radiale.

Se la distribuzione di temperatura, Equazione 16.37, viene combinata con la Legge di Fourier, Equazione 16.38, si ottiene l'espressione della potenza termica



**Figura 16.10**

**Tabella 16.3** Soluzioni stazionarie monodimensionali dell'equazione del calore ( $q = 0$  e costante) e resistenze termiche associate

|   | Parete piana   | Parete cilindrica  | Parete sferica  |
|---|--|--|---|
| Equazione del calore                                | $\frac{d}{dx} \left( \frac{dT}{dx} \right) = 0 \quad (16.4)$ | $\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) = 0$  | $\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0$             |
| Distribuzione di temperatura <sup>a</sup>           | $T_{s,1} - \Delta T \frac{x}{L}$ (16.11)                     | $T_{s,2} + \Delta T \frac{\ln(r_2/r_1)}{\ln(r_1/r_2)}$ (16.29) | $T_{s,1} - \Delta T \left[ \frac{1 - (r_1/r)}{1 - (r_1/r_2)} \right]$ (16.37) |
| Flusso termico specifico $q''$                      | $\lambda \frac{\Delta T}{L}$ (16.12)                         | $\frac{k\Delta T}{r \ln(r_2/r_1)}$                             | $\frac{k\Delta T}{r^2[(1/r_1) - (1/r_2)]}$                                    |
| Flusso termico $q$                                  | $\lambda A \frac{\Delta T}{L}$ (16.13)                       | $\frac{2\pi L k \Delta T}{\ln(r_2/r_1)}$ (16.31)               | $\frac{4\pi k \Delta T}{(1/r_1) - (1/r_2)}$ (16.39)                           |
| Resistenza termica per conduzione $R_{\text{cond}}$ | $\frac{L}{\lambda A}$ (16.14)                                | $\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L k}$ (16.32)                        | $\frac{(1/r_1) - (1/r_2)}{4\pi \lambda}$ (16.40)                              |
| Resistenza termica per convezione $R_{\text{conv}}$ | $\frac{1}{hA}$ (16.17)                                       | $\frac{1}{h(2\pi r_2 L)}$ (16.41)                              | $\frac{1}{h(4\pi r_2^2)}$ (16.42)   |

<sup>a</sup> La differenza di temperatura  $\Delta T$  è definita come  $\Delta T = T_{s,1} - T_{s,2}$ . Si vedano le Figure 16.4, 16.8 e 16.10 per le rappresentazioni geometriche delle pareti.

$$q_r = \frac{4\pi \lambda (T_{s,1} - T_{s,2})}{(1/r_1) - (1/r_2)} \quad (16.39)$$

Da questo risultato è evidente che, per la conduzione radiale, la **resistenza termica in una parete sferica** ha la seguente formulazione:

$$R_{t,\text{cond}} = \frac{1}{4\pi \lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (16.40)$$

Le sfere composite possono essere trattate nello stesso modo delle pareti piane e cilindriche, con la scrittura appropriata della resistenza totale e del coefficiente di scambio termico totale.

### 16.2.3 Sommario dei risultati della conduzione monodimensionale

Molti problemi di interesse tecnologico si possono ridurre al caso della conduzione monodimensionale in regime stazionario in pareti piane, cilindriche o sferiche senza generazione di energia. I risultati chiave per queste tre geometrie sono riassunti in Tabella 16.3, nella quale  $\Delta T$  si riferisce alla differenza di temperatura  $T_{s,1} - T_{s,2}$ , tra le superfici interna ed esterna, come vengono identificate nelle Figure 16.4, 16.8, e 16.10.

#### ESEMPIO 16.3

#### Analisi del circuito termico di un sistema sferico

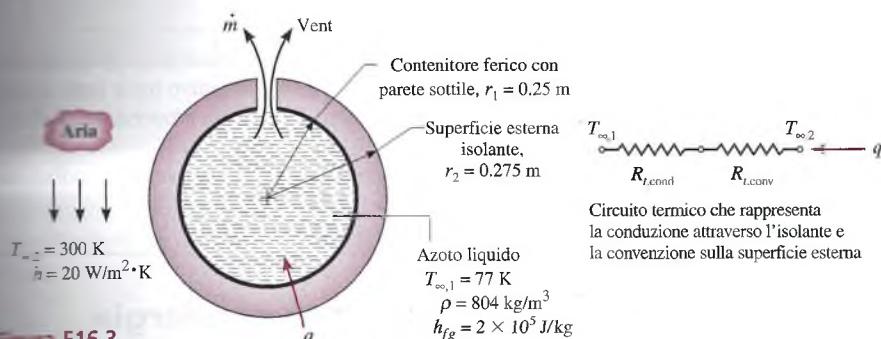
Un contenitore sferico con parete metallica sottile è utilizzato per contenere azoto liquido a 77 K. Il contenitore ha un diametro di 0.5 m ed è ricoperto da un rivestimento isolante riflettente composto di polvere di silice. L'isolamento è spesso 25 mm, e la sua superficie esterna è esposta all'aria dell'ambiente a 300K. Il coefficiente di convezione è noto e vale 20 W/m<sup>2</sup>K. Il calore di vaporizzazione e la densità dell'azoto liquido valgono rispettivamente  $2 \times 10^5$  J/kg e 804 kg/m<sup>3</sup>.

- (a) Qual è la potenza termica scambiata con l'azoto liquido?
- (b) Qual è la velocità di ebollizione del liquido (litri/giorno)?

**Soluzione**

**Elementi noti** L'azoto liquido è conservato in un contenitore sferico che è isolato ed esposto all'aria di un ambiente.

**Da determinare** (a) La potenza termica scambiata dall'azoto. (b) La velocità di ebollizione dell'azoto liquido.

**Schemi e dati forniti****Figura E16.3****Ipotesi**

- 1 Scambio di calore in regime stazionario.
- 2 Trasmissione monodimensionale in direzione radiale.
- 3 Resistenza al flusso termico attraverso la parete e dal contenitore dell'azoto trascurabile.
- 4 Irraggiamento tra la superficie esterna e l'ambiente circostante trascurabile.

**Proprietà** dalla Tabella HT-2, polvere di silicio (300 K):  $\lambda = 0.0017 \text{ W/(m·K)}$

**Analisi** (a) Dalla terza ipotesi, e come mostrato sopra, gli unici elementi del circuito termico sono le resistenze dovute alla conduzione attraverso l'isolante e la convezione in corrispondenza della superficie esterna, dove, dalla Tabella 16.3

$$R_{t,cond} = \frac{1}{4\pi\lambda} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad R_{t,conv} = \frac{1}{h4\pi r_2^2}$$

La potenza termica trasferita all'azoto è quindi

$$q = \frac{T_{\infty,2} - T_{\infty,1}}{(1/4\pi\lambda)[(1/r_1) - (1/r_2)] + (1/h4\pi r_2^2)}$$

$$q = \frac{(300 - 77) \text{ K}}{\left[ \frac{1}{4\pi(0.0017 \text{ W/m·K})} \left( \frac{1}{0.25 \text{ m}} - \frac{1}{0.275 \text{ m}} \right) + \frac{1}{(20 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}) 4\pi(0.275 \text{ m})^2} \right]}$$

$$q = \frac{223}{17.02 + 0.05} \text{ W} = 13.06 \text{ W}$$

(b) La trasmissione del calore all'azoto liquido fornisce energia per vaporizzare l'azoto per ebollizione

$$q = \dot{m}h_{fg}$$

La quantità di azoto che bolle nell'unità di tempo è

$$\dot{m} = \frac{q}{h_{lv}} = \frac{13.06 \text{ J/s}}{2 \times 10^5 \text{ J/kg}} = 6.53 \times 10^{-5} \text{ kg/s}$$

La portata giornaliera è

$$\dot{m} = 6.53 \times 10^{-5} \text{ kg/s} \left| \frac{3600 \text{ s}}{\text{h}} \right| \left| \frac{24 \text{ h}}{\text{day}} \right| = 5.64 \text{ kg/day}$$

oppure sulla base della portata volumica

$$\textcircled{2} \quad \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{5.64 \text{ kg/giorno}}{804 \text{ kg/m}^3} = 0.007 \text{ m}^3/\text{giorno} \left| \frac{10^3 \text{ litri}}{\text{m}^3} \right| = 7 \text{ litri/giorno}$$

- ① Finché  $R_{t,conv} \ll R_{t,cond}$ , il contributo prevalente alla resistenza termica totale è dovuto alla conduzione all'interno dell'isolante. Anche se il coefficiente convettivo fosse stato ridotto di un fattore 10, incrementando la resistenza convettiva della stessa proporzione, l'effetto sull'ebollizione sarebbe piccolo.
- ② Con un contenitore del volume di  $(4/3)(\pi r_1^3) = 0.065 \text{ m}^3 = 65 \text{ litri}$ , il tasso di evaporazione giornaliero ammonta a  $7 \text{ litri}/65 \text{ litri} = 10.8\%$  della capacità.

## 16.3 Conduzione con generazione di energia

Nel paragrafo precedente sono stati considerati i problemi di conduzione per i quali la distribuzione della temperatura in un mezzo è determinata esclusivamente dalle condizioni al contorno del mezzo. Per questa situazione è stata studiata la conduzione all'interno del mezzo e la trasmissione del calore attraverso le superfici mediante le resistenze considerate come facenti parte di circuiti termici.

Si considera ora l'effetto supplementare sulla distribuzione di temperatura di processi che possono avvenire all'interno del mezzo. In particolare verranno trattate geometrie semplici, soggette a una generazione di energia nell'unità di tempo uniforme all'interno del volume  $\dot{q}(\text{W/m}^3)$  derivante da trasformazioni di conversione di energia come descritto nel Paragrafo 15.2. Per queste situazioni non si può rappresentare il mezzo come un circuito termico, ma si devono risolvere le equazioni del calore per ottenere la distribuzione di temperatura e da qui il flusso di calore.

### 16.3.1 Parete piana

Si considera la superficie piana di Figura 16.11a, in cui vi è una generazione di energia per unità di volume uniforme ( $\dot{q}$  è costante) e le superfici sono mantenute a  $T_{s,1}$  e  $T_{s,2}$ . Per condutività termica  $\lambda$  costante, la scrittura più idonea dell'equazione di calore, l'Equazione 16.3, è la seguente:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{\lambda} = 0$$

La soluzione generale per la distribuzione di temperatura è

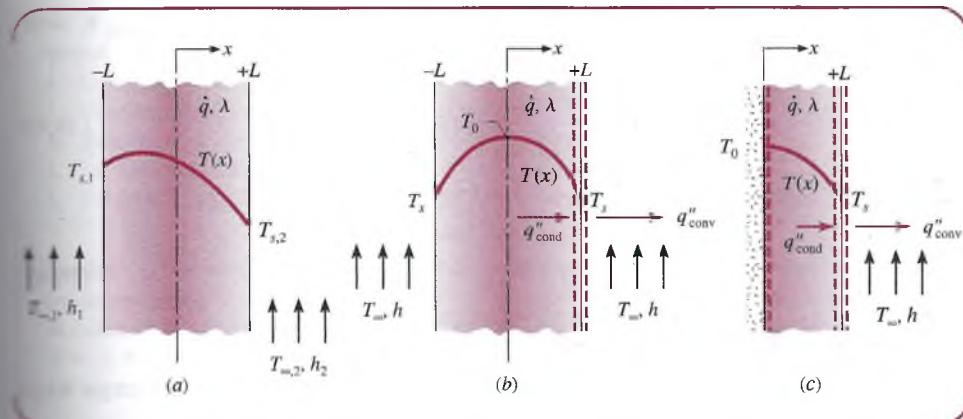
$$T = -\frac{\dot{q}}{2\lambda}x^2 + C_1x + C_2 \quad (16.43)$$

dove  $C_1$  e  $C_2$  sono le costanti di integrazione. In alternativa si può verificare che l'Equazione 16.43 è effettivamente una soluzione per l'equazione di calore. Per le condizioni al contorno indicate in Figura 16.11a

$$T(-L) = T_{s,1} \quad \text{and} \quad T(L) = T_{s,2}$$

le costanti possono essere calcolate e assumono la forma

$$C_1 = \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{2L} \quad \text{e} \quad C_2 = \frac{\dot{q}}{2\lambda}L^2 + \frac{T_{s,1} + T_{s,2}}{2}$$



**Figura 16.11**  
Conduzione in una parete piana con generazione uniforme di energia.  
Distribuzione di temperatura per (a)  
Condizioni al contorno asimmetriche, Equazione 16.44, (b) Condizioni al contorno simmetriche, Equazioni 16.45-16.47 e (c) Superficie adiabatica del piano medio, Equazioni 16.45-16.47.

La distribuzione di temperatura in caso di condizioni al contorno asimmetriche, Figura 16.11a, è

$$T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2\lambda} \left( 1 - \frac{x^2}{L^2} \right) + \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{2} \frac{x}{L} + \frac{T_{s,1} + T_{s,2}}{2} \quad (16.44)$$

Il flusso di calore in ogni punto della parete può essere determinato combinando l'Equazione 16.44 con la Legge di Fourier. Si noti comunque che con la generazione di energia il flusso di calore non è più indipendente da x. Inoltre la distribuzione di temperatura non è lineare, ma è una funzione quadratica di x.

Il risultato precedente si semplifica quando entrambe le superfici sono mantenute alla stessa temperatura  $T_{s,1} = T_{s,2} = T_s$  come mostrato in Figura 16.11b. La distribuzione di temperatura è quindi simmetrica rispetto al piano di mezzeria, ed è data da

$$T(x) = \frac{\dot{q}L^2}{2\lambda} \left( 1 - \frac{x^2}{L^2} \right) + T_s \quad (16.45)$$

La temperatura massima sarà presente nel piano di mezzeria  $x = 0$ :

$$T(0) \equiv T_0 = \frac{\dot{q}L^2}{2\lambda} + T_s \quad (16.46)$$

In questo caso la distribuzione della temperatura, Equazione 16.45, può essere espressa anche come

$$\frac{T(x) - T_0}{T_s - T_0} = \left( \frac{x}{L} \right)^2 \quad (16.47)$$

È importante notare che, in corrispondenza del piano di simmetria in Figura 16.11b, il gradiente di temperatura è uguale a zero  $(dT/dx)_{x=0} = 0$ . Dunque non vi è trasmissione di calore attraverso questo piano, che può essere rappresentato dalla superficie adiabatica rappresentata in Figura 16.11c. Una conseguenza di questo risultato è che l'Equazione 16.45 può essere anche applicata alle pareti piane perfettamente isolate su un lato ( $x = 0$ ) e mantenute a temperatura costante  $T_s$  sull'altro lato ( $x = L$ ).

Per usare i precedenti risultati, la temperatura superficiale  $T_s$  deve essere nota. Tuttavia, la situazione comune è quella in cui è nota la temperatura  $T_\infty$  di un fluido adiacente alla parete e non la temperatura superficiale  $T_s$ . Diviene così necessario mettere in relazione  $T_s$  a  $T_\infty$ . Questa relazione viene ricavata applicando il bilancio di energia in corrispondenza della superficie. Si consideri la superficie in corrispondenza di  $x = L$  per la parete piana simmetrica (Figura 16.11b) o per la parete piana isolata (Figura 16.11c).

L'equazione del bilancio di energia sulla superficie ha la forma  $\dot{q}''_{\text{cond}} = \dot{q}''_{\text{conv}}$  e, sostituendo le equazioni:

$$-\lambda \frac{dT}{dx} \Big|_{x=L} = h(T_s - T_\infty) \quad (16.48)$$

Utilizzando l'Equazione 16.45 si ottiene il gradiente di temperatura in  $x = L$

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}L}{h} \quad (16.49)$$

Quindi  $T_s$  può essere calcolata dalla conoscenza di  $T_\infty$ ,  $\dot{q}$ ,  $L$  e  $h$ .

L'Equazione 16.49 può essere ottenuta anche applicando un bilancio di energia totale sulla parete piana di Figura 16.11b o 16.11c.

**Per esempio...** rispetto alla superficie di controllo della parete di Figura 16.11c, l'energia generata all'interno del muro deve essere bilanciata dall'energia uscente per convezione attraverso il contorno. L'Equazione 15.11 si riduce a:

$$\dot{E}_g = \dot{E}_u \quad (16.50)$$

oppure, per unità di superficie

$$\dot{q}L = h(T_s - T_\infty) \quad (16.51)$$

e, risolvendo per  $T_s$ , si ottiene l'Equazione 16.49. ■

### ESEMPIO 16.4

### Generazione di energia in una parete piana

Un muro è composto da due materiali A e B. La parete di materiale A è soggetta a una generazione di energia uniforme pari a  $\dot{q} = 1.5 \times 10^6 \text{ W/m}^3$ ; inoltre si ha  $\lambda_A = 75 \text{ W/m}\cdot\text{K}$  e lo spessore  $L_A$  è pari a 50 mm. Il muro di materiale B non ha generazione di calore, con  $\lambda_B = 150 \text{ W/m}\cdot\text{K}$  e spessore  $L_B = 20 \text{ mm}$ . La superficie interna del materiale A è ben isolata, mentre la superficie esterna del materiale B è raffreddata da un getto d'acqua a temperatura  $T_\infty = 30^\circ\text{C}$  e  $h = 1000 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$ .

- (a) Determinare la temperatura  $T_0$  della superficie isolata e la temperatura  $T_2$  della superficie raffreddata.
- (b) Disegnare la distribuzione di temperatura nel materiale composito in regime stazionario.

#### Soluzione

**Elementi noti** Una parete piana di materiale A con generazione di energia interna è isolata su un lato e collegata a una seconda parete di materiale B, priva di generazione di energia e soggetta a raffreddamento per convezione.

**Da determinare** (a) Temperatura interna ed esterna della parete composita. (b) Disegnare la distribuzione di temperatura nel materiale composito in regime stazionario.

#### Schema e dati forniti

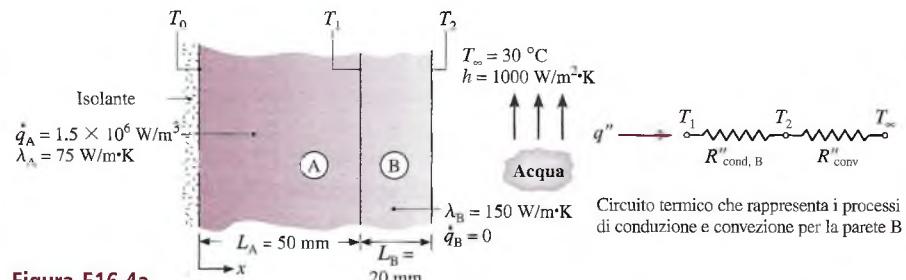


Figura E16.4a

**Ipotesi**

- 1 Condizioni stazionarie.
- 2 Conduzione monodimensionale in direzione x.
- 3 Resistenza di contatto trascurabile tra le due pareti.
- 4 La superficie interna di A è adiabatica.
- 5 Proprietà costanti per i materiali A e B.

**Lisi** (a) La temperatura  $T_2$  della superficie esterna può essere ottenuta effettuando un bilancio energetico di un sistema sul materiale B (Figura E16.4b). Dato che non c'è generazione di calore in questo materiale, ne consegue che, in condizioni stazionarie e per unità di superficie, il flusso di calore all'interno del materiale a  $x = L_A$  deve eguagliare il flusso di calore dal materiale per convezione a  $x = L_A + L_B$ . Dunque

$$q'' = h(T_2 - T_\infty) \quad (1)$$

■ Flusso di calore  $q''$  può essere determinato utilizzando il secondo bilancio energetico sul materiale A. In particolare, dato che la superficie in  $x = 0$  è adiabatica, non c'è flusso interno e l'energia generata per unità di tempo deve essere uguale al flusso uscente. Di conseguenza, per unità di superficie si ha

$$\dot{q}L_A = q'' \quad (2)$$

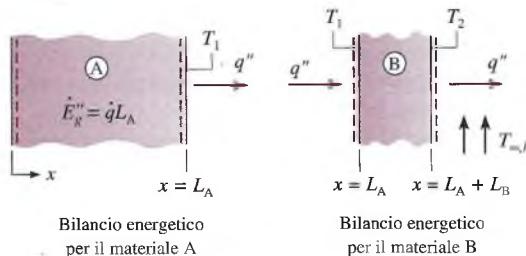


Figura E16.4b

Bilancio energetico per il materiale A

Bilancio energetico per il materiale B

Combinando le Equazioni 1 e 2, la temperatura della superficie esterna è

$$T_2 = T_\infty + \frac{\dot{q}L_A}{h} = 30^\circ\text{C} + \frac{1.5 \times 10^6 \text{ W/m}^3 \times 0.05 \text{ m}}{1000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}} = 105^\circ\text{C}$$

Dall'Equazione 16.46, la temperatura sulla superficie isolata è

$$T_0 = \frac{\dot{q}L_A^2}{2\lambda_A} + T_1 \quad (3)$$

dove  $T_1$  si può ottenere dal circuito termico mostrato in Figura E16.4a, che rappresenta i processi di convezione e conduzione della parete B. Cioè

$$T_1 = T_\infty + (R_{\text{cond},B}'' + R_{\text{conv}}'') q''$$

dove le resistenze per unità di superficie sono

$$R_{\text{cond},B}'' = \frac{L_B}{\lambda_B} \quad R_{\text{conv}}'' = \frac{1}{h}$$

Da qui, la temperatura in corrispondenza dell'interfaccia del composito è

$$T_1 = 30^\circ\text{C} + \left( \frac{0.02 \text{ m}}{150 \text{ W/m}\cdot\text{K}} + \frac{1}{1000 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}} \right) (1.5 \times 10^6 \text{ W/m}^3) 0.05 \text{ m}$$

$$T_1 = 30^\circ\text{C} + 85^\circ\text{C} = 115^\circ\text{C}$$

Sostituendo nell'Equazione 3, la temperatura della superficie interna del materiale composito è

$$\textcircled{2} \quad T_0 = \frac{1.5 \times 10^6 \text{ W/m}^3 (0.05 \text{ m})^2}{2 \times 75 \text{ W/mK}} + 115^\circ\text{C} = 25^\circ\text{C} + 115^\circ\text{C} = 140^\circ\text{C}$$

(b) Dalle condizioni fisiche assegnate, la distribuzione di temperatura nel materiale composito ha le seguenti caratteristiche, come mostrato:

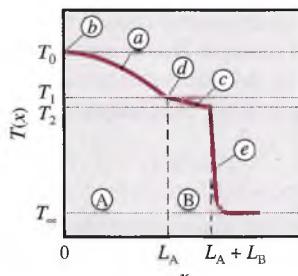


Figura E16.4c

- (a) parabolica nel materiale A;
- (b) pendenza nulla sul contorno isolato;
- (c) lineare nel materiale B;
- (d) variazione di pendenza  $= \lambda_B/\lambda_A$  sull'interfaccia.

- 1** Il materiale A, essendo soggetto a generazione di energia, non può essere rappresentato da un elemento di un circuito termico.
- 2** Dato che la resistenza alla trasmissione del calore per convezione è significativamente maggiore di quella dovuta alla conduzione all'interno del materiale B,  $R''_{\text{conv}}/R''_{\text{cond}} = 7.5$ , la differenza di temperatura superficie-fluido è maggiore della caduta di temperatura attraverso il materiale B,  $(T_2 - T_\infty)/(T_1 - T_2) = 7.5$ . Questo risultato è coerente con la distribuzione di temperatura disegnata in Figura E16.4c.

### 16.3.2 Sistemi radiali con generazione di energia

La generazione di energia può verificarsi in una varietà di geometrie radiali. Si consideri il lungo cilindro solido di Figura 16.12, che potrebbe rappresentare un filo conduttore di corrente o un elemento di combustibile in un reattore nucleare. Per le condizioni in regime stazionario l'energia generata nell'unità di tempo all'interno del cilindro deve essere uguale alla potenza termica trasmessa per convezione dalla superficie del cilindro al fluido in movimento. Questa condizione permette di mantenere la temperatura della superficie a un valore fisso  $T_S$ .

Per determinare la distribuzione di temperatura radiale nel cilindro, si inizia con la formulazione dell'equazione del calore. Seguendo la stessa metodologia utilizzata nel Para-

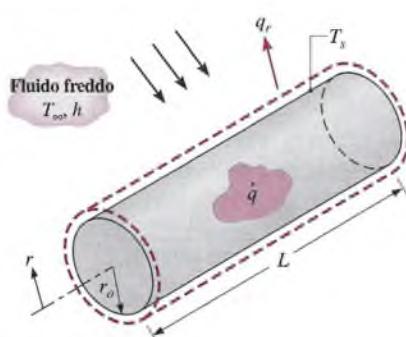


Figura 16.12

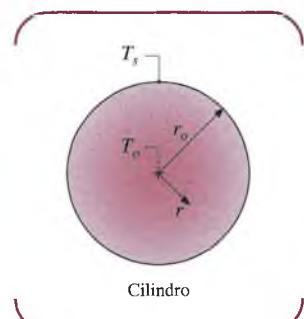
Conduzione in un cilindro solido con generazione di calore uniforme.

16.1.2 per la parete piana, il bilancio energetico è scritto per un sistema differenziale bidimensionale, in un sistema di coordinate radiali (cilindriche). Con una conduttività termica costante, l'**equazione del calore** per un cilindro ha la forma seguente:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) + \frac{\dot{q}}{\lambda} = 0 \quad (16.52)$$

Separando le variabili e assumendo una generazione uniforme di energia, questa espressione può essere integrata per ottenere

$$r \frac{dT}{dr} = -\frac{\dot{q}}{2\lambda} r^2 + C_1 \quad (16.53)$$



Ripetendo la procedura, la soluzione generale per la distribuzione di temperatura diventa

$$T(r) = -\frac{\dot{q}}{4\lambda} r^2 + C_1 \ln r + C_2 \quad (16.54)$$

Per ottenere le costanti di integrazione  $C_1$  e  $C_2$ , applichiamo le condizioni al contorno

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=0} = 0 \quad \text{e} \quad T(r_o) = T_s$$

La prima condizione risulta dalla simmetria. Cioè, per il cilindro solido la linea di mezzeria è una linea di simmetria per la distribuzione di temperatura e il gradiente di temperatura deve essere zero. Si ricorda che condizioni simili esistono nel piano mediano di una parete sotto le condizioni al contorno simmetriche (Figura 16.11b). Dalla condizione di simmetria  $r = 0$  e dall'Equazione 16.53, è evidente che  $C_1 = 0$ . Utilizzando le condizioni al contorno superficiali a  $r = r_o$  con l'Equazione 16.54, si ottiene

$$C_2 = T_s + \frac{\dot{q}}{4\lambda} r_o^2$$

Perciò la distribuzione di temperatura è

$$T(r) = \frac{\dot{q} r_o^2}{4\lambda} \left( 1 - \frac{r^2}{r_o^2} \right) + T_s \quad (16.55)$$

Valutando l'Equazione 16.55 in corrispondenza della linea di mezzeria e dividendo il risultato per l'Equazione 16.55, si ottiene la distribuzione della temperatura in forma adimensionale

$$\frac{T(r) - T_s}{T_o - T_s} = 1 - \left( \frac{r}{r_o} \right)^2 \quad (16.56)$$

Dove  $T_o$  è la temperatura della linea di mezzeria. Il flusso termico lungo ogni raggio del cilindro può essere valutato utilizzando l'Equazione 16.55 con la Legge di Fourier.

Per collegare la temperatura della superficie,  $T_s$ , alla temperatura del fluido freddo,  $T_\infty$ , possono essere utilizzati sia un bilancio energetico di superficie sia un bilancio energetico globale. Scegliendo il secondo approccio,  $-\dot{E}_u + \dot{E}_g = 0$ , si ottiene

$$-h(2\pi r_o L)(T_s - T_\infty) + \dot{q}(\pi r_o^2 L) = 0$$

Oppure, riscrivendo, si trova

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q} r_o}{2h} \quad (16.57)$$

Per determinare la temperatura radiale nella sfera, si dovrebbe utilizzare lo stesso approccio utilizzato per il cilindro. La forma appropriata dell'equazione del calore per una sfera in un sistema di coordinate radiali (sferiche) è

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\dot{q}}{\lambda} = 0 \quad (16.58)$$

che ha la soluzione generale

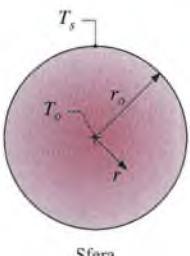
$$T(r) = -\frac{\dot{q}r^2}{6\lambda} + \frac{C_1}{r} + C_2$$

Dalla condizione di simmetria nel centro, e con una temperatura superficiale specificata, le condizioni al contorno sono

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=0} = 0 \quad \text{e} \quad T(r_o) = T_s$$

Perciò la distribuzione di temperatura è

$$T(r) = \frac{\dot{q}r_o^2}{6\lambda} \left( 1 - \frac{r^2}{r_o^2} \right) + T_s \quad (16.59)$$



Applicando un bilancio energetico globale alla sfera, si ottiene la formulazione che mette in relazione la temperatura della superficie con la temperatura del fluido freddo.

$$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}r_o}{3h} \quad (16.60)$$

### ESEMPIO 16.5

### Rifiuti radioattivi incapsulati

Dei residui radioattivi sono confezionati in un tubo di acciaio inox con raggio interno ed esterno pari rispettivamente a  $r_1 = 200$  mm e  $r_2 = 250$  mm. I rifiuti forniscono una generazione uniforme nell'unità di tempo di  $1 \times 10^5$  W/m<sup>3</sup>, mentre la superficie esterna del tubo è esposta al flusso del liquido refrigerante per cui  $h = 500$  W/m<sup>2</sup>K e  $T_\infty = 25$  °C. Determinare la temperatura massima all'interno del sistema.

#### Soluzione

**Elementi noti** Il tubo contiene residui radioattivi con una generazione uniforme di energia nell'unità di tempo, raffreddati sulla superficie esterna.

**Determinare** Temperatura massima nel sistema.

#### Schema e dati forniti

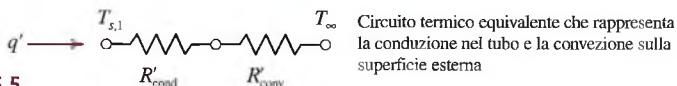
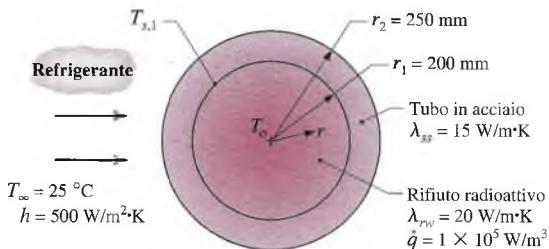


Figura E16.5

Circuito termico equivalente che rappresenta la conduzione nel tubo e la convezione sulla superficie esterna

**Ipotesi**

1. Condizioni stazionarie.
2. Conduzione radiale monodimensionale.
3. Generazione uniforme di energia volumica nei residui.
4. Proprietà costanti.

**Analisi** La massima temperatura nel sistema avviene nei residui radioattivi in corrispondenza della linea di mezzeria,  $T(0) = T_0$ . Dall'Equazione 16.55 per la distribuzione nei residui con  $r = 0$ , si trova

$$T_0 = \frac{\dot{q}r_1^2}{4\lambda_{rw}} + T_{s,1} \quad (1)$$

dove  $T_{s,1} = T(r_1)$ . Utilizzando il circuito termico mostrato sopra, il flusso termico per unità di lunghezza del tubo si può esprimere come

$$q' = \frac{T_{s,1} - T_\infty}{R'_{cond} + R'_{conv}} \quad (2)$$

dove  $R'_{cond}$  e  $R'_{conv}$  rappresentano le resistenze di conduzione e convezione della parete del tubo, rispettivamente Equazione 16.32 ed Equazione 16.41.

$$R'_{cond} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi\lambda_{s,i}} = \frac{\ln(250/200)}{2\pi \times 15 \text{ W/m}\cdot\text{K}} = 2.37 \times 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{K/W}$$

$$R'_{conv} = \frac{1}{h(2\pi r_2)} = \frac{1}{15 \text{ W/m}\cdot\text{K}(2\pi \times 0.250 \text{ m})} = 1.27 \times 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{K/W}$$

Da un bilancio energetico globale sui residui si ottiene

$$q' = \dot{q}(\pi r_2^2) = 1 \times 10^5 \text{ W/m}^3 (\pi \times 0.250^2) \text{ m}^2 = 1.257 \times 10^4 \text{ W/m}$$

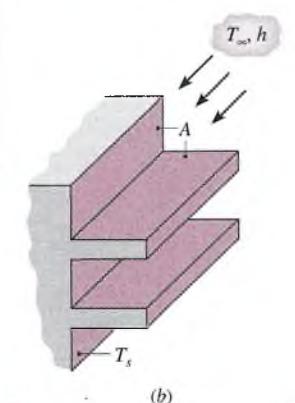
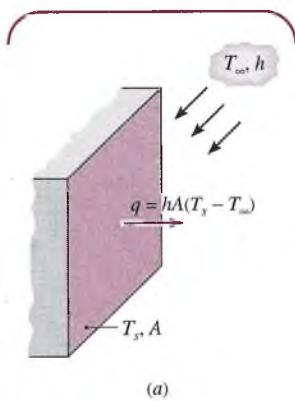
Riscrivendo l'Equazione 2, e sostituendo i valori numerici, la temperatura della superficie dei residui è

$$T_{s,1} = T_\infty + q'(R'_{cond} + R'_{conv}) = 25^\circ\text{C} + 1.257 \times 10^4 \text{ W/m} (2.37 + 1.27) \times 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{K/W}$$

$$T_{s,1} = (25 + 45.8)^\circ\text{C} = 70.8^\circ\text{C}$$

da cui la temperatura nella linea di mezzeria, Equazione 1, è

$$T_0 = \frac{1 \times 10^5 \text{ W/m}^3 (0.200 \text{ m})^2}{4 \times 20 \text{ W/m}\cdot\text{K}} + 70.8^\circ\text{C} = 50.0^\circ\text{C} + 70.8^\circ\text{C} = 121^\circ\text{C}$$

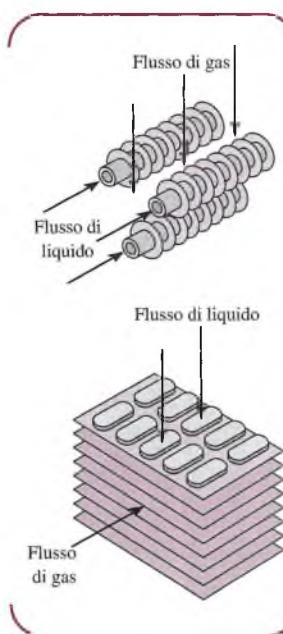


## 16.4 Trasmissione del calore da superfici estese: le alette

In molte applicazioni industriali si cerca di aumentare la quantità di calore trasferita nell'unità di tempo da una superficie solida a un fluido adiacente. Si consideri la parete piana di Figura 16.13a. Se  $T_s$  è fissa, la quantità di calore scambiato può essere incrementata aumentando la velocità del fluido, che comporta un incremento del coefficiente convettivo  $h$ , e/o aumentando la differenza di temperatura fra superficie e fluido ( $T_s - T_\infty$ ). Tuttavia ci sono molte situazioni per cui questi cambiamenti possono risultare insufficienti, troppo costosi e/o impraticabili.

Di conseguenza, un'altra opzione è mostrata in Figura 16.13b; il flusso termico scambiato nell'unità di tempo può essere aumentato incrementando l'area della superficie at-

**Figura 16.13** Utilizzo delle alette per incrementare il flusso termico da una parete piana. (a) Superficie liscia. (b) Superficie alettata.



**Figura 16.14** Schema di un tipico tubo alettato negli scambiatori di calore.

traverso cui si verifica la convezione. Questo si può ottenere introducendo delle alette che si estendono dalla parete nel fluido circostante. Il trasferimento del calore si verifica per conduzione all'interno delle alette, e per convezione dalla superficie delle alette.

La conduttività termica del materiale delle alette ha un effetto significativo sulla distribuzione della temperatura lungo l'aletta, e perciò influenza il livello di incremento del flusso di calore scambiato nell'unità di tempo. Idealmente, il materiale dell'aletta dovrebbe avere una elevata conduttività termica per limitare le variazioni di temperatura dalla base all'estremità. Per conduttività termica tendente a infinito l'intera aletta dovrebbe essere alla temperatura della superficie di base, in modo tale da raggiungere il massimo incremento di calore scambiato.

Il lettore dovrebbe avere già familiarità con diverse applicazioni delle alette, per esempio le alette per il raffreddamento di teste dei motori montati su motociclette o su falciatrici per il prato, o per raffreddare trasformatori elettrici di potenza, o i tubi alettati utilizzati per promuovere lo scambio di calore tra l'aria e il fluido di lavoro di un condizionatore d'aria o di una pompa di calore. Due tipiche configurazioni di tubo alettato sono mostrate in Figura 16.14.

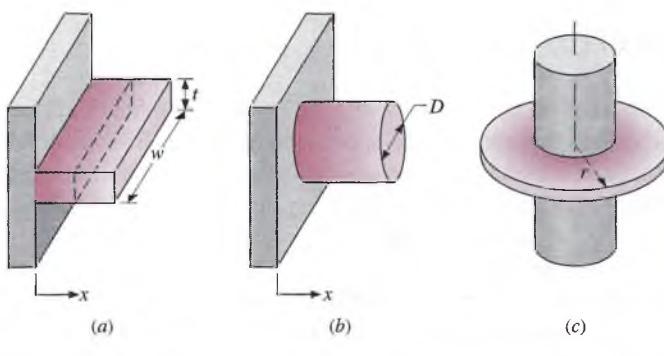
Mentre ci sono numerose configurazioni di alette con differenti metodi di attacco alla superficie, nella trattazione verranno considerati due tipi comuni ampiamente usati nei sistemi termici. Per prima verrà considerata l'aletta piana, che è una superficie estesa attaccata a una parete piana.

Esempi di questo tipo includono l'aletta piana con sezione rettangolare, Figura 16.15a, e l'aletta cilindrica con sezione circolare, Figura 16.15b. A causa della geometria uniforme della sezione, una semplice analisi fornisce una comprensione dei processi conduttivo-conveettivi, come l'espressione per la distribuzione della temperatura e il flusso di calore dell'aletta. In un secondo momento verranno considerate le alette anulari, Figura 16.15c, una superficie estesa che è attaccata lungo una circonferenza a un cilindro (tubo o canna). Siccome in quest'ultimo caso l'analisi è molto più complicata, verranno introdotti valori convenzionali che sono ampiamente usati nella pratica ingegneristica per determinare la quantità di calore trasferita da un'aletta.

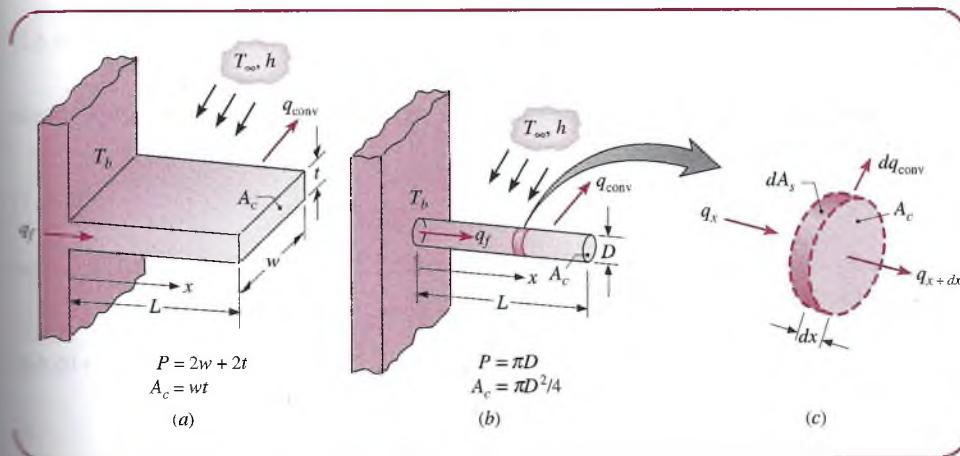
Nel prossimo paragrafo verrà svolta un'analisi sullo scambio termico per conduzione e convezione sulle alette a sezione uniforme per ottenere la distribuzione delle temperature. Usando i risultati di questa analisi nel Paragrafo 16.4.2, si otterrà il flusso di calore uscente da un'aletta, e nel Paragrafo 16.4.3 verranno identificati i parametri utili per valutare le prestazioni delle alette nelle applicazioni pratiche.

#### 16.4.1 Analisi dello scambio termico per conduzione e convezione

È di interesse tecnico conoscere come una particolare superficie estesa o la collocazione di un'aletta possa migliorare il trasferimento di calore da una superficie al fluido circostante.



**Figura 16.15**  
Configurazioni dell'aletta.  
Alette piane con sezione trasversale uniforme: (a)  
Alette piane rettangolari e (b) Alette piane cilindriche.  
(c) Aletta anulare con sezione trasversale rettangolare.



**Figura 16.16** Aletta piana di sezione trasversale uniforme. (a) Aletta rettangolare. (b) Aletta cilindrica. (c) Bilancio energetico di un elemento infinitesimo lungo l'aletta piana.

Per determinare la potenza termica associata a un'aletta, si deve prima ottenere la distribuzione di temperatura lungo l'aletta. Come si è fatto per la conduzione delle analisi precedenti, si definirà un opportuno volume infinitesimo (elemento), si identifieranno i processi rilevanti e si eseguirà un bilancio energetico per ottenere un'equazione differenziale, la cui soluzione fornisce la distribuzione della temperatura.

Si considerino l'aletta rettilinea rettangolare e l'aletta rettilinea cilindrica di Figura 16.16a, b. L'analisi di tali geometrie è semplificata se vengono fatte determinate ipotesi: in particolare conviene assumere condizioni monodimensionali in direzione longitudinale anche se la conduzione all'interno dell'aletta è in realtà bidimensionale. In pratica, tuttavia, le alette sono sottili e cambiamenti di temperatura in direzione longitudinale sono molto maggiori di quelli in direzione trasversale. In aggiunta, si considerano condizioni in regime stazionario, si suppone che la condutività termica sia costante, che lo scambio di radiazione dalla superficie sia trascurabile, che gli effetti di generazione siano assenti, e che il coefficiente di scambio termico convettivo  $h$  sia uniforme su tutta la superficie.

Applicando il principio di conservazione dell'energia, l'Equazione 15.11a, all'elemento differenziale di Figura 16c si ottiene

$$q_x - q_{x+dx} - dq_{\text{conv}} = 0 \quad (16.61)$$

Nella Legge di Fourier, il flusso termico per convezione in  $x$  è

$$q_x = -\lambda A_c \frac{dT}{dx}$$

ove  $A_c$  è l'area della sezione trasversale. Utilizzando una serie di Taylor troncata al secondo di accuratezza, il flusso termico per conduzione in  $x + dx$  si può esprimere come

$$q_{x+dx} = q_x + \frac{dq_x}{dx} dx$$

Sostituendo dalla Legge di Fourier per  $q_x$  ne consegue che

$$q_{x+dx} = -\lambda A_c \frac{dT}{dx} + \lambda A_c \frac{d}{dx} \left( \frac{dT}{dx} \right) dx$$

Il flusso termico per convezione si può esprimere come

$$dq_{\text{conv}} = h dA_s (T - T_\infty) = h P (T - T_\infty) dx$$

dove  $dA_s$  è l'area della superficie dell'elemento infinitesimo di grandezza  $dx$  lungo la direzione  $x$ , e  $P$  è il perimetro. Sostituendo le precedenti equazioni nel bilancio energetico, l'Equazione 16.61, si ottiene

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{\lambda A_c}(T - T_\infty) = 0 \quad (16.62)$$

Per semplificare la formulazione di questa equazione, si trasforma la variabile dipendente definendo una temperatura d'eccesso  $\theta$  come

$$\theta(x) \equiv T(x) - T_\infty \quad (16.63)$$

Dato che  $T_\infty$  è costante,  $d\theta/dx = dT/dx$ . Sostituendo l'Equazione 16.63 nell'Equazione 16.62 si ottiene dunque

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - m^2\theta = 0 \quad (16.64)$$

dove il parametro dell'aletta,  $m$ , è definito come

$$m \equiv \sqrt{\frac{hP}{\lambda A_c}} \quad (16.65)$$

L'Equazione 16.64 è lineare, omogenea, del secondo ordine con coefficienti costanti. La sua soluzione generale è della forma:

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \quad (16.66)$$

Sostituendo si può verificare che l'Equazione 16.66 è una soluzione dell'Equazione 16.62.

#### 16.4.2 Distribuzione della temperatura sull'aletta e flusso termico

Nel paragrafo precedente sono state applicate le leggi di conservazione dell'energia a un elemento infinitesimo (sistema) in alette di sezione trasversale uniforme, Figura 16.17a, b, analizzando i processi di conduzione e convezione. Si è definita una **temperatura d'eccesso** come

$$\theta = T(x) - T_\infty \quad (16.63)$$

e si è identificato il **parametro identificativo delle alette** come

$$m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A_c}} \quad (16.65)$$

dove  $P$  e  $A_C$  sono rispettivamente il perimetro e l'area della sezione trasversale.

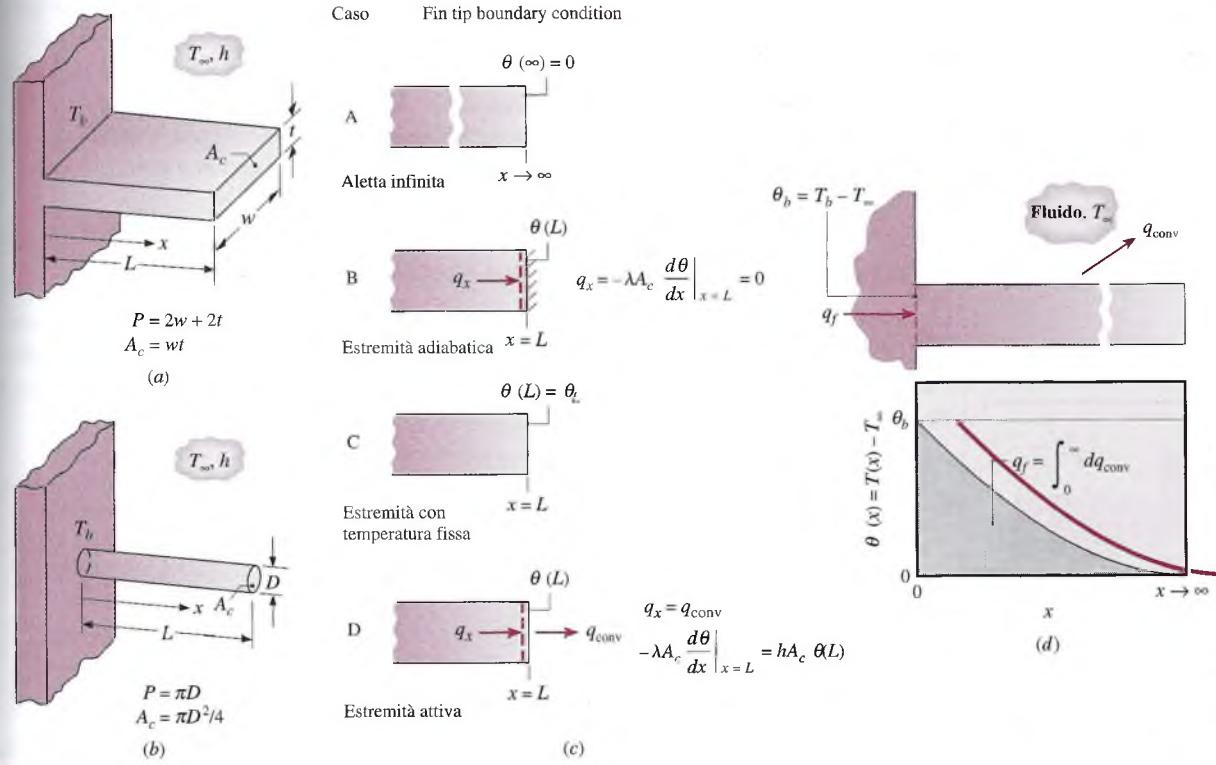
Con il procedimento seguito è stata ottenuta un'equazione differenziale di secondo grado, lineare, omogenea e a coefficienti costanti, la cui sua soluzione generale ha la forma seguente:

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \quad (16.66)$$

dove  $C_1$  e  $C_2$  sono costanti arbitrarie. Per ottenere la distribuzione di temperatura dell'aletta è necessario stimare le costanti arbitrarie in base a due condizioni al contorno rappresentative del fenomeno fisico.

Per ottenere la distribuzione della temperatura nell'aletta, si consideri il caso A, Figura 16.17c, l'aletta infinita. A  $x = \infty$ , la temperatura della punta deve egualizzare quella del fluido, dunque questa condizione al contorno ha la forma:

$$\theta(\infty) = T(\infty) - T_\infty = 0$$



**Figura 16.17** Conduzione e convezione in un'aletta piana a sezione trasversale uniforme. (a) Aletta rettangolare. (b) Aletta cilindrica. (c) Quattro comuni condizioni al contorno in punta; si veda anche la Tabella 16.4. (d) Distribuzione di temperatura per aletta infinita. ( $x \rightarrow \infty$ ).

Per la seconda condizione al contorno, si stabilisce la temperatura alla base dell'aletta,  $T(0) = T_b$ :

$$\theta(0) = T_b - T_\infty \equiv \theta_b$$

Sostituendo la condizione al contorno corrispondente alla punta dell'aletta nella soluzione generale, Equazione 16.66, si ha:

$$0 = C_1 e^\infty + C_2 e^{-\infty}$$

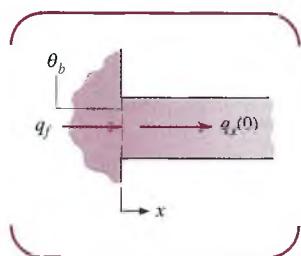
Ne segue che  $C_1 = 0$ . Sostituendo la condizione al contorno alla base dell'aletta,  $x = 0$ , si ottiene:

$$\theta_b = C_1 e^0 + C_2 e^{-0}$$

e, con  $C_1 = 0$ , ne segue che  $C_2 = \theta_b$ . Di conseguenza la distribuzione della temperatura nell'**aletta infinita** è:

$$\theta(x) = \theta_b e^{-mx} \quad (16.67)$$

che è rappresentata schematicamente in Figura 16.17d. Si noti che il gradiente di temperatura decresce al crescere di  $x$ . Questa tendenza è una conseguenza della riduzione del calore scambiato per conduzione,  $q_x(x)$ , al crescere di  $x$  dovuto al continuo scambio termico per convezione attraverso la superficie.



Il flusso di calore delle alette può essere valutato in due modi alternativi; entrambi implicano il calcolo della distribuzione della temperatura. Il primo comporta l'applicazione della Legge di Fourier alla base dell'aletta,  $x = 0$ , come mostrato in Figura 16.18:

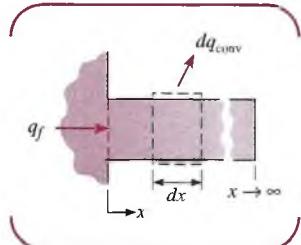
$$q_f = -\lambda A_c \frac{dT}{dx} \Big|_{x=0} = -\lambda A_c \frac{d\theta}{dx} \Big|_{x=0} = -\lambda A_c (-m\theta_b e^{-m(0)})$$

Con l'Equazione 16.65 il flusso di calore nell'aletta diventa:

**Figura 16.18**

$$q_f = \sqrt{hP\lambda A_c} \theta_b \quad (16.68)$$

La conservazione dell'energia impone che la trasmissione di calore per convezione,  $q_{conv}(x)$ , debba essere uguale al calore trasferito per conduzione attraverso la base dell'aletta,  $q_f$ . Utilizzando la Legge di Newton per il raffreddamento come mostrato in Figura 16.19, si ha



$$q_f = q_{\text{conv}} = \int_0^{\infty} dq_{\text{conv}}$$

$$q_f = \int_0^{\infty} h[T(x) - T_{\infty}]Pdx = \int_0^{\infty} h\theta(x)Pdx = hP\theta_b \int_0^{\infty} e^{-mx} dx = hPm^{-1}\theta_b$$

**Figura 16.19**

$$q_f = \sqrt{hPkA_c} \theta_b$$

che concorda con l'Equazione 16.68. Si noti che il precedente integrale per il flusso di calore convettivo rappresenta l'area sotto la curva della distribuzione della temperatura,  $\theta$  vs.  $x$ , come mostrato in Figura 16.17d.

Allo stesso modo, ma attraverso una trattazione matematica più complessa, si può ottenere la distribuzione di temperatura dell'aletta e il flusso di calore scambiato per gli altri casi rappresentati in Figura 16.17c.

Questi risultati sono riportati in Tabella 16.4. Si noti inoltre che questi risultati possono essere usati per determinare la resistenza termica per un'aletta.

**Tavola 16.4** Distribuzione di temperatura e flusso di calore scambiato da alette di sezione costante

| Caso | Condizione all'estremità <sup>a</sup> ( $x = L$ )                      | Distribuzione di temperatura <sup>b</sup>                               | Flusso di calore scambiato dall'aletta <sup>c</sup>  |
|------|--|---|--|
| A    | Aletta infinita ( $L \rightarrow \infty$ ):<br>$\theta(L) = 0$         | $e^{-mx}$<br>$m = \sqrt{\frac{hP}{kA_c}}$                               | (16.67) $M = \sqrt{hPkA_c} \theta_b$ (16.68)   |
| B    | Adiabatica:<br>$d\theta/dx _{x=L} = 0$                                 | $\frac{\cosh m(L-x)}{\cosh mL}$   | (16.69) $M \tanh mL$ (16.70) <sup>d</sup>  |
| C    | Temperatura fissata:<br>$\theta(L) = \theta_L$                         | $\frac{(\theta_L/\theta_b) \sinh mx + \sinh m(L-x)}{\sinh mL}$          | (16.71) $M \frac{(\cosh mL - \theta_L/\theta_b)}{\sinh mL}$ (16.72)                            |
| D    | Flusso di calore per convezione:<br>$h\theta(L) = -kd\theta/dx _{x=L}$ | $\frac{\cosh m(L-x) + (h/mk) \sinh m(L-x)}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL}$ | (16.73) $M \frac{\sinh mL + (h/mk) \cosh mL}{\cosh mL + (h/mk) \sinh mL}$ (16.74) <sup>e</sup> |

<sup>a</sup> Si veda la Figura 16.17b per i bilanci energetici superficiali.

<sup>b</sup> Definizione della differenza di temperatura  $\theta = T - T_\infty$  e  $\theta_b = \theta(0) = T_b - T_\infty$

<sup>c</sup> La resistenza termica dell'aletta è definita come  $R_{tf} = \theta_b/q_f$ ; si veda l'Equazione 16.76.  $q_f$  —————— 

<sup>d</sup> Una tabella delle funzioni iperboliche è reperibile nell'Appendice HT-6.

<sup>e</sup> In alternativa, usare i risultati per l'aletta con estremità adiabatica, Equazione 16.70, con la lunghezza corretta per le alette rettangolari e  $L_c = L + (D/4)$  per le alette a punta.

Invece di utilizzare l'espressione per un'aletta piana con estremità non adiabatica, Equazione 16.74 (Tabella 16.4), si possono ottenere previsioni accurate usando i risultati relativi a un'aletta con estremità adiabatica, Equazione 16.70, inserendo nei calcoli una lunghezza corretta secondo l'espressione  $L_c = L + (t/2)$  per un'aletta rettangolare e  $L_c = L + (D/4)$  per un'aletta a punta. La correzione è basata sull'assunzione dell'equivalenza tra il calore trasferito per convezione dall'estremità dell'aletta reale e quello trasferito da una ipotetica aletta più lunga ma con una estremità adiabatica.

### Aletta infinita

### ESEMPIO 16.6

Un'asta molto lunga di 5 mm di diametro ha un'estremità mantenuta a 100 °C. La superficie cilindrica laterale dell'asta è esposta all'aria di un ambiente a 25 °C con un coefficiente di scambio termico per convezione pari a 100 W/(m<sup>2</sup>K).

(a) Ipotizzando una lunghezza infinita, determinare la distribuzione di temperatura, in regime stazionario, lungo l'asta nel caso in cui questa sia costruita in puro rame, in lega di alluminio 2024, o in acciaio inox tipo AISI 316. Qual è il corrispondente flusso di calore proveniente dall'asta?

(b) Quanto deve essere lunga l'asta perché l'ipotesi di lunghezza infinita produca una stima ragionevole della perdita di calore?

#### Soluzione

**Elementi noti** Asta lunga e a sezione circolare esposta all'aria di un ambiente.

**Da determinare** (a) Distribuzione della temperatura e flusso di calore nell'aletta nelle ipotesi che l'asta sia in rame, in lega di alluminio o in acciaio inox. (b) Quanto deve essere lunga l'asta perché sia corretto ipotizzare una lunghezza infinita.

#### Schema e dati forniti

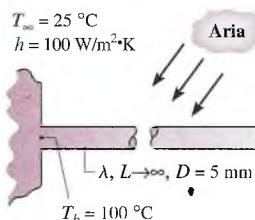


Figura E16.6a

#### Ipotesi

1. Condizioni stazionarie.
2. Conduzione monodimensionale lungo l'asta.
3. Asta infinitamente lunga.
4. Radiazione scambiata con l'ambiente circostante trascurabile.
5. Coefficiente di scambio termico uniforme.
6. Proprietà costanti.

**Proprietà** Tabella HT-1, rame [ $T = (T_b + T_\infty)/2 = 62.5 \text{ }^\circ\text{C} \approx 335\text{K}$ ]:  $\lambda = 398 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ . Tabella HT-1, lega di alluminio 2024 (335 K):  $\lambda = 180 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ . Tabella HT-1, acciaio inox, AISI 316 (335 K):  $\lambda = 14 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ .

**Analisi** (a) Ipotizzando un'aletta infinitamente lunga, le distribuzioni di temperatura possono essere determinate dall'Equazione 16.67, che può essere espressa come

$$T = T_\infty + (T_b - T_\infty)e^{-mx}$$

dove  $m = (hP/kA_C)^{1/2} = (4h/\lambda D)^{1/2}$ . Sostituendo  $h$ ,  $D$  e la conduttività rispettivamente del rame, della lega di alluminio e dell'acciaio inox, il valore di  $m$  è 14.2, 21.2 e 75.6 m<sup>-1</sup>.

La distribuzione di temperatura può essere calcolata e tracciata come mostrato in Figura E16.6b.

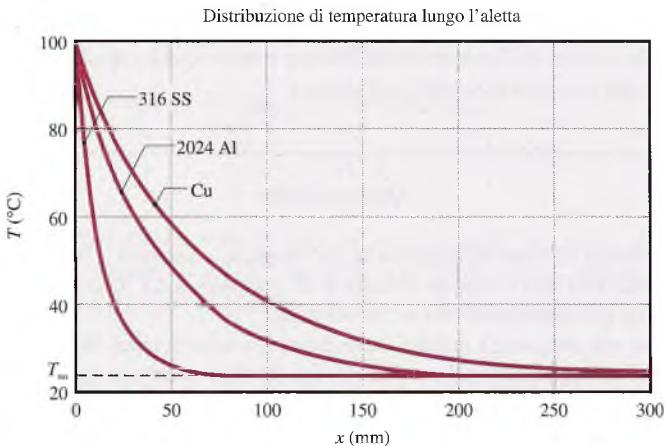


Figura E16.6b

Dall'Equazione 16.68, il flusso di calore dell'aletta è

$$q_f = \sqrt{hP\lambda A_c} \theta_b$$

Quindi per l'asta di rame,

$$q_f = [100 \text{ W/m}^2\text{K}(\pi \times 0.005 \text{ m})(398 \text{ W/m}\cdot\text{K}) (\pi/4(0.005 \text{ m})^2)]^{1/2} (100 - 25)^\circ\text{C}$$

$$q_f = 8.3 \text{ W}$$

①

In modo simile, per l'asta in lega di alluminio o acciaio inox, rispettivamente, i flussi di calore dell'aletta sono  $q_f = 5.6 \text{ W}$  e  $q_f = 1.6 \text{ W}$ .

(b) Dalla distribuzione di temperatura in Figura E16.6b, è evidente che c'è un piccolo incremento di flusso termico associato al prolungamento della lunghezza dell'asta oltre 250, 150 e 50 mm, rispettivamente, per il rame, per la lega di alluminio e per l'acciaio inox. Si noti inoltre che le aree sotto la distribuzione della temperatura sono proporzionali alla potenza termica scambiata dall'aletta per i tre materiali (si veda anche la Figura 16.17d).

- ① Commenti Dato che non c'è perdita di calore dalla punta di un'asta infinitamente lunga, una stima della validità di questa approssimazione può essere fatta confrontando le Equazioni 16.70 e 16.68 (Tabella 16.4). Per un'approssimazione soddisfacente, l'espressione fornisce risultati equivalenti se  $\tanh mL \geq 0.99$  o  $mL \geq 2.65$ . Quindi un'asta può essere considerata di lunghezza infinita se:

$$L \geq \frac{2.65}{m} = 2.65 \left( \frac{\lambda A_c}{hP} \right)^{1/2}$$

Per il rame:

$$L \geq 2.65 \left[ \frac{398 \text{ W/m}\cdot\text{K} \times (\pi/4)(0.005 \text{ m})^2}{100 \text{ W/m}^2\text{K} \times \pi(0.005 \text{ m})} \right]^{1/2} = 187 \text{ mm}$$

I risultati per la lega di alluminio e l'acciaio inox sono  $L \geq 126 \text{ mm}$  e  $L \geq 35 \text{ mm}$ , rispettivamente. Le stime per una lunghezza infinita, basate sullo studio della distribuzione di temperatura di Figura E16.6b e riassunte nella parte (b), sono ragionevolmente simili all'approccio quantitativo basato sul flusso di calore dell'aletta.

### 16.4.3 Parametri delle prestazioni di un'aletta

A questo punto dovrebbe essere chiaro che le alette sono usate per incrementare la potenza termica scambiata da una superficie aumentandone l'area effettiva. In ogni caso l'aletta in sé rappresenta una resistenza conduttiva al trasferimento di calore dalla superficie. Per questa ragione non c'è la certezza che il flusso termico aumenti attraverso l'uso di un'aletta. Una valutazione di questo aspetto può essere fatta valutando l'**efficienza  $\varepsilon_f$  dell'aletta**, che è definita come il rapporto tra la potenza termica scambiata dall'aletta e la potenza termica scambiata dalla superficie in assenza della stessa. Cioè

$$\boxed{\varepsilon_f = \frac{q_f}{hA_c\theta_b}} \quad (16.75)$$

dove  $A_c$  è l'area della sezione trasversale dell'aletta. L'efficienza di un'aletta a sezione trasversale costante, soggetta a tutte le quattro condizioni all'estremità, può essere ottenuta dividendo per  $hA_c\theta_b$  l'opportuna espressione di  $q_f$  in Tabella 16.4. In ogni progetto razionale il valore di  $\varepsilon_f$  dovrebbe essere il più grande possibile e, in generale, l'uso di alette è raramente giustificato a meno che  $\varepsilon_f \geq 2$ .

**Per esempio...** L'efficienza delle alette infinitamente lunghe in rame, in lega di alluminio e in acciaio inox dell'Esempio 16.4 è rispettivamente 56.4, 38.0 e 10.9. ■

Le prestazioni di un'aletta possono essere valutate anche in termini di resistenza termica. Trattando la differenza tra la temperatura della base e del fluido come il potenziale che causa il fenomeno, la **resistenza di un'aletta** può essere definita come

$$\boxed{R_{t,f} = \frac{\theta_b}{q_f}} \quad (16.76)$$

Questo risultato è estremamente utile, in particolare quando si rappresenta una superficie alettata come elemento di un circuito termico. Si noti che, in accordo con le condizioni all'estremità dell'aletta, l'espressione appropriata per  $q_f$  è ottenibile dalla Tabella 16.4.

Dividendo l'Equazione 16.76 per l'espressione per la resistenza termica dovuta alla convezione alla base esposta,

$$R_{t,b} = \frac{1}{hA_c} \quad (16.77)$$

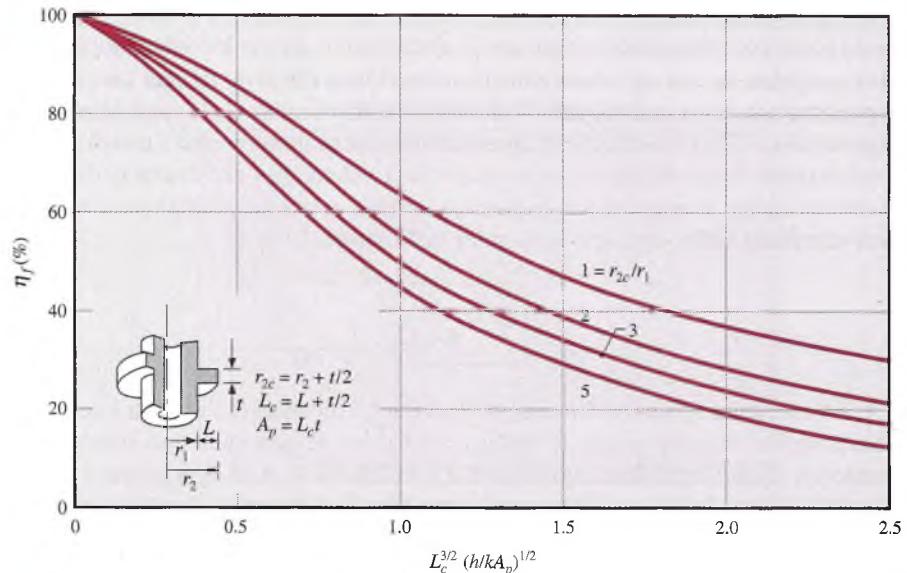
e sostituendo dall'Equazione 16.75, ne consegue che

$$\boxed{\varepsilon_f = \frac{R_{t,b}}{R_{t,f}}} \quad (16.78)$$

Quindi l'efficienza di un'aletta può essere interpretata come un rapporto di resistenze termiche; per incrementare  $\varepsilon_f$  è necessario ridurre la resistenza conduttivo-conveettiva dell'aletta. Se l'aletta è utilizzata per incrementare il trasferimento di calore, la sua resistenza non deve superare quella della base esposta.

Un'altra misura delle prestazioni dell'aletta è fornita dal rendimento dell'aletta  $\eta_f$ . Il "potenziale" che causa lo scambio per convezione è la differenza di temperatura tra la base ( $x = 0$ ) e il fluido,  $\theta_b = T_b - T_\infty$ . Quindi la massima potenza termica scambiata è quella che esisterebbe se l'intera superficie dell'aletta fosse alla temperatura della base:  $q_{max} = hA_f\theta_b$ , dove  $A_f$  è la superficie totale dell'aletta.

In realtà, dato che ogni aletta è caratterizzata da una resistenza di conduzione finita, deve esistere un gradiente di temperatura lungo l'aletta e le condizioni precedenti sono ideali. Una definizione di **rendimento dell'aletta** è quindi:



**Figura 16.20** Efficienza di aletta anulare a sezione trasversale rettangolare.

$$\eta_f \equiv \frac{q_f}{q_{\max}} = \frac{q_f}{hA_f\theta_b} \quad (16.79)$$

**Per esempio...** Il rendimento di aletta dell'asta di rame lunga 250 mm dell'Esempio 16.4, con  $A_f = PL$ , è:

$$\eta_f = \frac{8.3 \text{ W}}{100 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}(\pi \times 0.005 \text{ m} \times 0.250 \text{ m})(100 - 25)^\circ\text{C}} = 0.28$$

Nel caso di alette di sezione trasversale uniforme, l'espressione di Tabella 16.4 per il flusso di calore può essere usata per calcolare il rendimento di aletta  $\eta_f$ . Per alette a sezione trasversale non uniforme, una espressione del genere è così complessa che i professionisti, per ottenere valutazioni del rendimento dell'aletta, usano grafici ottenuti da soluzioni analitiche o di tipo empirico, per esempio in funzione di parametri geometrici e di coefficienti convettivi. Un esempio di questo tipo di grafico è riportato in Figura 16.20 per l'aletta anulare di sezione trasversale rettangolare (si veda anche Figura 16.15c). Noto  $\eta_f$  conviene usare l'Equazione 16.79 per calcolare la potenza termica scambiata dall'aletta.

### ESEMPIO 16.7

### Raffreddamento ad alette per transistor

Lo scambio di calore da un transistor può essere aumentato inserendolo in un cilindro cavo di alluminio ( $\lambda = 200 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ ) avente 12 alette integrate longitudinalmente sulla sua superficie esterna. Il raggio del transistor e la sua altezza sono rispettivamente  $r_1 = 2 \text{ mm}$  e  $H = 6 \text{ mm}$ , mentre le alette sono lunghe  $L = r_3 - r_2 = 10 \text{ mm}$  e hanno spessore uniforme  $t = 0.7 \text{ mm}$ . Lo spessore del cilindro di base è  $r_2 - r_1 = 1 \text{ mm}$ , e la resistenza di contatto del cilindro all'interfaccia del transistor è  $R''_{t,c} = 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{K/W}$ . L'aria a  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$  scorre sulla superficie dell'aletta fornendo un coefficiente convettivo approssimativamente uniforme,  $h = 25 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ .

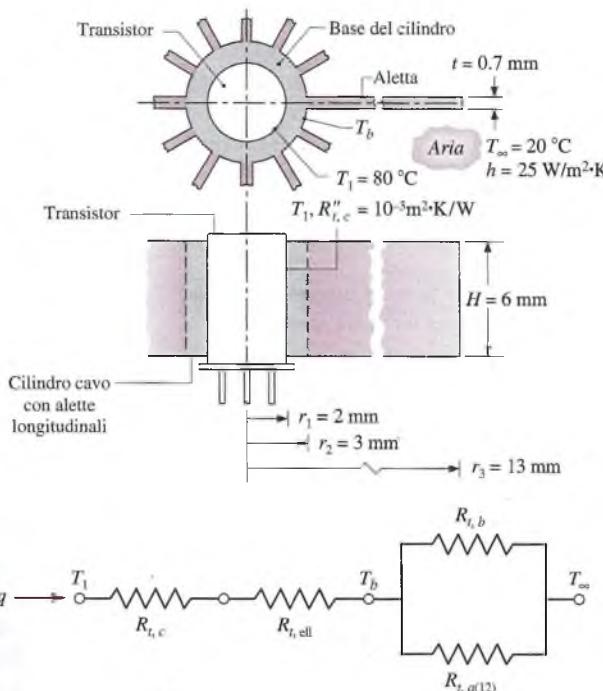
(a) Ipotizzando uno scambio termico monodimensionale lungo la direzione radiale, schematizzare il circuito termico equivalente per lo scambio termico dall'interfaccia cilindro-transistor ( $r = r_1$ ) verso l'aria. Indicare chiaramente ogni resistenza.

(b) Valutare ciascuna resistenza del circuito precedente. Se la temperatura superficiale del transistor è  $T_1 = 80^\circ\text{C}$ , qual è la potenza termica trasferita dall'alettatura (cilindro + alette)?

**Soluzione**

**Elementi noti** Le dimensioni del cilindro alettato in alluminio inserito attorno al transistor. Resistenza di contatto tra il cilindro e il transistor. Condizioni di convezione superficiale e temperatura superficiale del transistor.

**Da determinare** (a) Il circuito termico equivalente. (b) La potenza termica scambiata dall'alettatura (cilindro + alette).

**Schema e dati forniti**

Circuito termico che rappresenta i processi di scambio termico associati al cilindro cavo alettato

**Figura E16.7**

**Ipotesi**

1. Condizioni stazionarie.
2. Calore trasferito trascurabile dalla superficie superiore e inferiore del transistor.
3. Trasmissione monodimensionale radiale attraverso il cilindro.
4. Radiazione scambiata tra le superfici e l'ambiente trascurabile.
5. Proprietà costanti.

**Analisi** Il circuito termico mostrato sopra tiene conto della resistenza di contatto tra la superficie del transistor e il cilindro,  $R_{t,c}$ , della conduzione attraverso il cilindro,  $R_{t,cyl}$ , della convezione dalle basi del cilindro non alettate,  $R_{t,b}$ , e della conduzione-convezione dalle dodici alette,  $R_{t,a(12)}$ . Si noti che  $R_{t,a(12)}$  rappresenta la resistenza di 12 alette in un circuito disposto in parallelo. Gli elementi  $R_{t,b}$  e  $R_{t,a(12)}$  rappresentano il flusso di calore in direzione parallela percorso dalla superficie esterna del cilindro ( $r_2$ ) per convezione e attraverso le alette.

Le resistenze termiche associate all'interfaccia cilindro-transistor e al cilindro cavo (Equazione 16.32) sono

$$R_{t,c} = \frac{R''_{t,c}}{2\pi r_1 H} = \frac{10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}}{2\pi(0.002 \text{ m})(0.006 \text{ m})} = 13.3 \text{ K/W}$$

$$R_{t,ell} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi H k} = \frac{\ln(3/2)}{2\pi(0.006 \text{ m})(200 \text{ W/m}\cdot\text{K})} = 0.054 \text{ K/W}$$

Per un'aletta singola, la resistenza termica segue dall'Equazione 16.76 con Equazione 16.74 (Tabella 16.4, condizioni di estremità non adiabatica) per la potenza termica scambiata da un'aletta.

$$R_{t,a} = \frac{\theta_h}{q_f} = \left[ (hPkA_c)^{1/2} \frac{\sinh mL + (h/m\lambda) \cosh mL}{\cosh mL + (h/m\lambda) \sinh mL} \right]^{-1}$$

Con  $P = 2(H + t) = 13.4 \text{ mm} = 0.0134 \text{ m}$  e  $A_c = t \times H = 4.2 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ , si valutano i parametri

$$m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda A_c}} = \left( \frac{25 \text{ W/m}^2\text{K} \times 0.0134 \text{ m}}{200 \text{ W/m}\text{K} \times 4.2 \times 10^{-6} \text{ m}^2} \right)^{1/2} = 20.0 \text{ m}^{-1}$$

$$mL = 20 \text{ m}^{-1} \times 0.01 \text{ m} = 0.20$$

$$\frac{h}{m\lambda} = \frac{25 \text{ W/m}^2\text{K}}{20 \text{ m}^{-1} \times 200 \text{ W/m}\text{K}} = 0.00625$$

$$(hP\lambda A_c)^{1/2} = (25 \text{ W/m}^2\text{K} \times 0.0134 \text{ m} \times 200 \text{ W/m}\text{K} \times 4.2 \times 10^{-6} \text{ m}^2)^{1/2} = 0.0168 \text{ W/K}$$

Sostituendo i valori numerici e facendo uso della Tabella HT-6 per valutare le funzioni iperboliche, la resistenza termica per un'aletta singola è

$$R_{t,a} = \left[ \frac{0.0168 \text{ W/K} (0.201 + 0.00625 \times 1.020)}{1.020 + 0.00625 \times 0.201} \right]^{-1} = 293 \text{ K/W}$$

Quindi, la resistenza termica di 12 alette in una configurazione con circuito parallelo è

$$R_{t,a(12)} = \frac{R_{t,a}}{12} = 24.4 \text{ K/W}$$

Per la base esposta del cilindro, la resistenza termica dovuta alla convezione è

$$R_{t,b} = \frac{1}{h(2\pi r_2 - 12t)H} = \frac{1}{25 \text{ W/m}^2\text{K} (2\pi \times 0.003 - 12 \times 0.0007) \text{ m} \times 0.006 \text{ m}}$$

$$R_{t,b} = 638 \text{ K/W}$$

Per resistenze in parallelo delle 12 alette,  $R_{t,a(12)}$ , e convezione dalla base esposta,  $R_{t,b}$ , come mostrato nel circuito termico di Figura B16.7, la resistenza equivalente è

$$R_{\text{equiv}} = [1/R_{t,a(12)} + 1/R_{t,b}]^{-1} = [(24.4)^{-1} + (638)^{-1}]^{-1} = 23.5 \text{ K/W}$$

Così la resistenza totale del cilindro alettato è

$$R_{\text{tot}} = R_{t,c} + R_{t,\text{ell}} + R_{\text{equiv}} = (13.3 + 0.054 + 23.5) \text{ K/W} = 36.9 \text{ K/W}$$

e la potenza termica scambiata attraverso l'alettatura (cilindro + alette) è

$$q = \frac{T_1 - T_\infty}{R_{\text{tot}}} = \frac{(80 - 20)^\circ\text{C}}{36.9 \text{ K/W}} = 1.63 \text{ W}$$

- 1 La resistenza di convezione sulla superficie del transistor senza il cilindro alettato è  $R_{\text{tran}} = (2\pi r_1 H h)^{-1} = 531 \text{ K/W}$ . Quindi c'è un vantaggio considerevole usando le alette.

## 16.5 Conduzione in regime variabile

Molte applicazioni di scambio termico coinvolgono la conduzione in regime variabile (o conduzione non stazionaria), dovuta a una variazione nel tempo delle condizioni all'interno del sistema e/o dell'ambiente circostante. In questo paragrafo, verrà analizzata la conduzione in regime variabile dovuta a un cambiamento delle condizioni al contorno convettive.

**Per esempio...** Una barra di metallo caldo, improvvisamente rimossa da una fornace e raffreddata in un bagno liquido di capacità termica molto elevata, subisce un fenomeno di conduzione mentre la superficie è raffreddata a causa di uno scambio termico per convezione (Figura 16.21). La barra alla fine raggiunge una condizione di equilibrio con una temperatura uniforme uguale a quella del bagno.

L'obiettivo in questo paragrafo è di sviluppare metodi per determinare la dipendenza dal tempo della distribuzione di temperatura all'interno di un oggetto durante il processo transitorio, come pure la determinazione dello scambio di calore fra l'oggetto e il suo ambiente.

Il metodo di analisi dipende dalla natura dei gradienti di temperatura all'interno dell'oggetto durante il processo transitorio. Se la temperatura dell'oggetto è approssimativamente uniforme, può essere usata un'unica temperatura per caratterizzare la risposta dell'oggetto nel tempo al cambiamento delle condizioni al contorno convettive. Si utilizza un bilancio energetico complessivo, detto **metodo delle capacità concentrate**, per determinare la variazione di temperatura con il tempo (Paragrafo 16.5.1). Dato che i termini per la validità del metodo possono essere stabiliti chiaramente, il metodo può applicarsi con sicurezza in alcuni casi.

Se ci sono differenze di temperatura apprezzabili all'interno dell'oggetto durante il processo transitorio, si devono considerare gli effetti spaziali e si deve determinare la distribuzione di temperatura risolvendo l'equazione del calore. Verranno considerate le soluzioni per i solidi finiti (pareti piane e sistemi radiali, cilindri allungati e sfere) nei Paragrafi 16.5.2 e 16.5.3 e per i solidi semi-infiniti nel Paragrafo 16.5.4.

### 16.5.1 Metodo delle capacità concentrate

Si consideri ancora la barra di metallo caldo che subisce il processo di raffreddamento nel bagno freddo. La barra è inizialmente a una temperatura uniforme  $T_i$  e viene improvvisamente immersa in un bagno liquido di temperatura inferiore,  $T_\infty < T_i$  (Figura 16.21). Se il raffreddamento inizia al tempo  $t = 0$ , la temperatura della barra,  $T(t)$ , diminuirà per il tempo  $t > 0$ , fino a raggiungere  $T_\infty$ . La temperatura della barra diminuisce man mano che si riduce la sua energia interna a causa dello scambio di calore per convezione della barra nel bagno liquido. L'ipotesi più importante del metodo delle capacità concentrate è che la temperatura del solido sia approssimativamente uniforme in tutti gli istanti del processo transitorio. Per ora si ipotizza che l'ipotesi sia verificata; in seguito verranno determinate le circostanze in cui l'ipotesi della temperatura uniforme è valida.

#### Andamento della temperatura nel tempo: bilancio energetico

Poiché è stato ipotizzato che un singolo valore di temperatura sia sufficiente per caratterizzare il solido della Figura 16.21 durante il processo transitorio, si può determinare la risposta della temperatura formulando un bilancio energetico globale sul solido. Questo bilancio metterà in relazione la potenza termica scambiata per convezione sulla superficie con la variazione nell'unità di tempo dell'energia interna. Applicando l'Equazione 15.11a al sistema della Figura 16.21, questo requisito prende la forma:

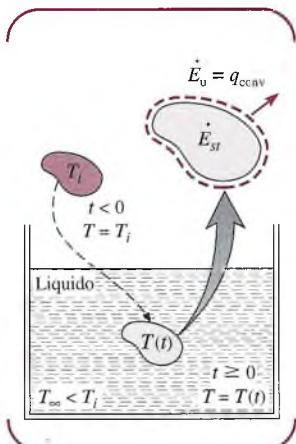
$$-\dot{E}_u = \dot{E}_{st} \quad (16.80)$$

oppure:

$$-hA_s(T - T_\infty) = \rho V c \frac{dT}{dt} \quad (16.81)$$

Introducendo la differenza di temperatura

$$\theta \equiv T - T_\infty \quad (16.82)$$



**Figura 16.21**  
Raffreddamento di un metallo caldo durante la forgia.

e riconoscendo che  $(d\theta/dT) = (dT/dt)$ , ne consegue che:

$$\frac{\rho V c}{h A_s} \frac{d\theta}{dt} = -\theta$$

Separando le variabili e integrando dalle condizioni iniziali, per cui  $t = 0$  e  $T(0) = T_i$ , si ottiene:

$$\frac{\rho V c}{h A_s} \int_{\theta_i}^{\theta} \frac{d\theta}{\theta} = - \int_0^t dt$$

dove

$$\theta_i \equiv T_i - T_\infty \quad (16.83)$$

Valutando l'integrale, l'**andamento della temperatura nel tempo** ha la forma:

$$\frac{\rho V c}{h A_s} \ln \frac{\theta_i}{\theta} = t \quad (16.84)$$

Riorganizzando per ottenere la temperatura in forma esplicita:

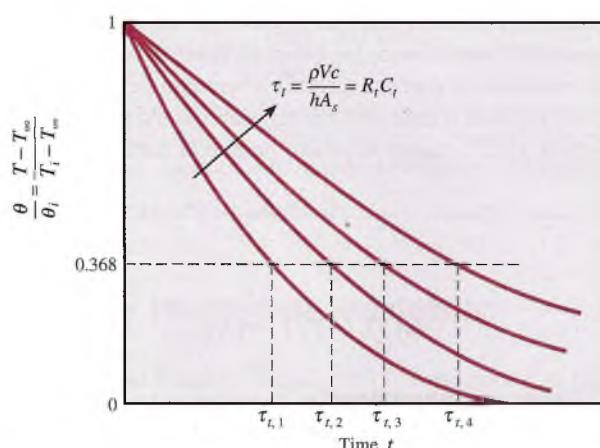
$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \exp \left[ - \left( \frac{h A_s}{\rho V c} \right) t \right] \quad (16.85)$$

Si può usare l'Equazione 16.84 per determinare il tempo richiesto affinché il solido raggiunga una certa temperatura  $T$  oppure, viceversa, si può applicare l'Equazione 16.85 per valutare la temperatura raggiunta dal solido a un certo istante  $t$ .

I risultati precedenti indicano che la differenza fra le temperature del solido e del fluido devono diminuire esponenzialmente a zero mentre il tempo  $t$  tende all'infinito. Questo comportamento è indicato in Figura 16.22. Dall'Equazione 16.85 è inoltre evidente che la quantità  $(\rho V c / h A_s)$  può essere interpretata come una **costante di tempo termica**, che ha la forma:

$$\tau_t = \left( \frac{1}{h A_s} \right) (\rho V c) = R_t C_t \quad (16.86)$$

dove  $R_t$  è la resistenza allo scambio termico per convezione e  $C_t$  è la **capacità termica concentrata** del solido. Ogni aumento di  $R_t$  o  $C_t$  indurrà un solido a rispondere più len-



**Figura 16.22** Risposta di temperatura in regime variabile per diverse costanti di tempo  $\tau_t$ , nel caso di trattazione a capacità concentrate.

tamente ai cambiamenti nel suo ambiente termico e aumenterà il tempo richiesto per raggiungere l'equilibrio termico ( $\theta = 0$ ).

Per determinare l'energia totale scambiata  $Q$  (J) fino a un certo tempo  $t$ , si scrive semplicemente:

$$Q = \int_0^t q dt = hA_s \int_0^t \theta dt$$

Sostituendo per  $\theta$  dall'Equazione 16.85 e integrando, si ottiene:

$$Q = (\rho V c) \theta_i \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \right] \quad (16.87)$$

### Validità del metodo delle capacità concentrate

È importante determinare le condizioni nelle quali il metodo delle capacità concentrate può essere usato con ragionevole accuratezza. Per sviluppare un criterio adatto, si consideri la conduzione in regime stazionario attraverso una parete piana di area  $A$  (Figura 16.23). Anche se si ipotizzano condizioni stazionarie, successivamente si vedrà come questo criterio sia subito estendibile ai processi transitori. Una superficie è mantenuta a una temperatura  $T_{s,1}$  e l'altra superficie è esposta a un liquido della temperatura  $T_\infty < T_{s,1}$ . La temperatura di questa superficie sarà un certo valore intermedio,  $T_{s,2}$ , per cui  $T_\infty < T_{s,2} < T_{s,1}$ . Quindi, in condizioni stazionarie il bilancio energetico di superficie, Equazione 15.14 espressa come  $q_{cond} = q_{conv}$ , si riduce a:

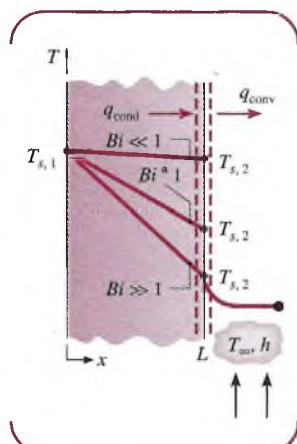
$$\frac{\lambda A}{L} (T_{s,1} - T_{s,2}) = hA (T_{s,2} - T_\infty)$$

dove  $\lambda$  è la conduttività termica del solido. Riordinando si ottiene:

$$\frac{T_{s,1} - T_{s,2}}{T_{s,2} - T_\infty} = \frac{(L/\lambda A)}{(1/hA)} = \frac{R_{cond}}{R_{conv}} = \frac{hL}{k} = Bi \quad (16.88)$$

La quantità  $(hL/\lambda)$  che compare nell'Equazione 16.88 è un parametro adimensionale, il **Numero di Biot**, e svolge un ruolo fondamentale nei problemi di conduzione che coinvolgono anche effetti di convezione sulla superficie. Per conseguenza dell'Equazione 16.88 e come illustrato nella Figura 16.23, il Numero di Biot fornisce una misura della caduta di temperatura nel solido relativa alla differenza di temperatura fra la superficie e il liquido. Si notino specialmente le condizioni che corrispondono a  $Bi \ll 1$ . I calcoli indicano che, per queste condizioni, è ragionevole ipotizzare una distribuzione di temperatura uniforme attraverso un solido in ogni istante durante il processo transitorio. Questo risultato può anche essere spiegato attraverso l'interpretazione del Numero di Biot come rapporto tra le resistenze termiche, Equazione 16.88. Se  $Bi \ll 1$ , la resistenza convettiva all'interno del solido è molto più piccola della resistenza convettiva attraverso lo strato limite del fluido. Quindi l'ipotesi di una distribuzione uniforme della temperatura è ragionevole.

Il significato del Numero di Biot nei fenomeni di conduzione non stazionaria può essere illustrato dall'esempio che segue. Si consideri la parete piana della Figura 16.23, che si trova inizialmente alla temperatura uniforme  $T_i$  ed è soggetta a convezione termica dall'istante in cui viene immersa in un fluido di temperatura  $T_\infty < T_i$ . L'andamento della temperatura nel solido in funzione della posizione e del tempo,  $T(x, t)$ , è rappresentato per le condizioni estreme  $Bi \ll 1$  e  $Bi \gg 1$ . Per  $Bi \ll 1$  i gradienti di temperatura all'interno del solido sono piccoli e  $T(x, t) \approx T(t)$ . In questo caso quasi tutta la differenza di temperatura misura tra la superficie del solido e il fluido. La temperatura del solido rimane con buona approssimazione uniforme mentre la sua temperatura decresce fino a raggiungere  $T_\infty$ . Queste condizioni corrispondono alle ipotesi di validità del metodo delle capacità concentrate.



**Figura 16.23** Effetto del Numero di Biot nella valutazione della distribuzione di temperatura in regime variabile in una parete piana con convezione su entrambi i lati.

Per  $Bi \gg 1$ , invece, la differenza di temperatura attraverso il solido è molto maggiore di quella fra la superficie e il fluido. In queste condizioni, gli effetti spaziali all'interno del solido sono importanti e si deve usare l'equazione del calore per ottenere la distribuzione della temperatura.

Quando si affronta un problema di conduzione in regime variabile che riguarda un cambiamento improvviso di temperatura ambientale, si deve calcolare il Numero di Biot. Se il seguente **criterio di validità** è soddisfatto

$$Bi = \frac{hL_c}{\lambda} < 0.1 \quad (16.89)$$

l'errore commesso utilizzando il metodo delle capacità concentrate è piccolo. Per convenienza, è consuetudine definire la **lunghezza caratteristica**,  $L_c$ , di Equazione 16.89 come il rapporto tra il volume del solido e l'area della superficie

$$L_c = \frac{V}{A_s} \quad (16.90)$$

Una definizione di questo genere facilita il calcolo di  $L_c$  per i solidi di forme complicate e si riduce alla metà dello spessore per una parete piana di spessore  $2L$  (Figura 16.24), a  $r_0/2$  per un cilindro lungo e a  $r_0/3$  per una sfera.

Infine, si noti che, con  $L_c = V/A_s$ , e con la diffusività termica  $\alpha = \lambda/\rho c$  dall'Equazione 16.5, il termine esponenziale tra parentesi di Equazione 16.85 può essere espresso come:

$$\frac{hA_s t}{\rho V c} = \frac{ht}{\rho c L_c} = \frac{hL_c}{\lambda} \frac{\lambda}{\rho c} \frac{t}{L_c^2} = \frac{hL_c}{\lambda} \frac{\alpha t}{L_c^2}$$

oppure:

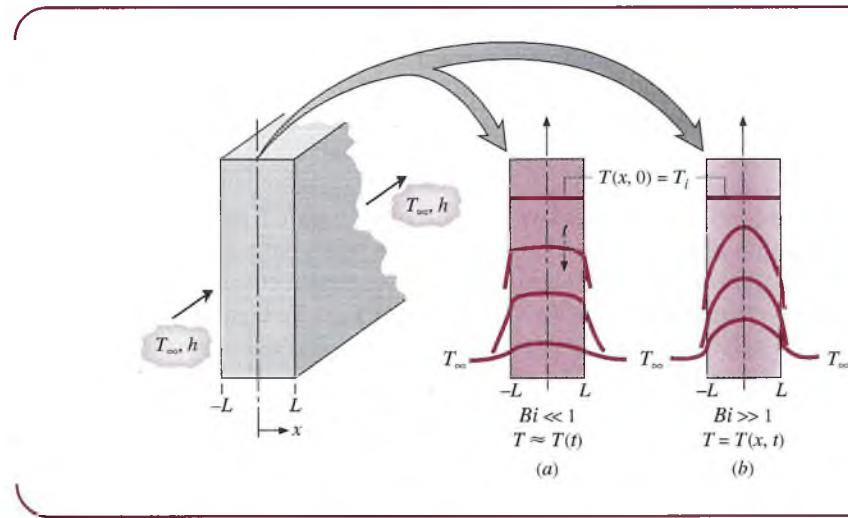
$$\frac{hA_s t}{\rho V c} = Bi \cdot Fo \quad (16.91)$$

dove  $Bi = hL/\lambda$  e  $Fo$  rappresenta il Numero di Fourier

$$Fo = \frac{\alpha t}{L_c^2} \quad (16.92)$$

**Figura 16.24**

Distribuzione di temperatura in regime variabile per Numeri di Biot estremi in una parete piana simmetricamente raffreddata attraverso convezione. (a)  $Bi \ll 1$ , corrispondente alla condizione richiesta per applicare il metodo delle capacità concentrate, e (b)  $Bi \gg 1$ , condizione per cui gli effetti spaziali sono importanti.



Il Numero di Fourier è un tempo adimensionale che, con il Numero di Biot, caratterizza i problemi di conduzione in regime variabile. Sostituendo l'Equazione 16.91 nella 16.85, si ottiene:

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = \exp(-Bi \cdot Fo) \quad (16.93)$$

### Metodo delle capacità concentrate: processo di raffreddamento

#### ESEMPIO 16.8

Durante una serie di misure per la valutazione delle caratteristiche dei materiali, delle sfere di vetro dielettriche di 12.5 mm di diametro vengono rimosse da un forno alla temperatura uniforme di 225 °C. Le sfere vengono raffreddate da una corrente d'aria a  $T_{\infty} = 20$  °C, e il coefficiente convettivo è 25 W/(m<sup>2</sup>K). Qual è la temperatura dopo 6 minuti?

#### Soluzione

**Elementi noti** Una sfera di vetro a temperatura uniforme viene raffreddata rapidamente con un processo di raffreddamento per convezione.

**Da determinare** La temperatura del vetro dopo 6 minuti.

#### Schema e dati forniti

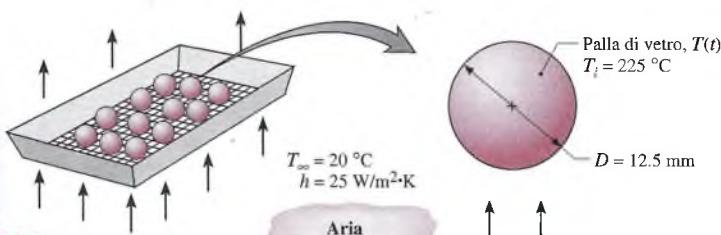


Figura E16.8

**Proprietà** Tabella HT-2, vetro, Pyrex (300 K):  $\rho = 2225 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 835 \text{ J/(kg·K)}$ ,  $\lambda = 1.4 \text{ W/(m·K)}$ .

**Analisi** Per stabilire la validità del metodo a capacità concentrate, si calcola il Numero di Biot. Dall'Equazione 16.90, la lunghezza caratteristica della sfera è

$$L_c = \frac{V}{A_s} = \frac{\pi D^3 / 6}{\pi D^2} = \frac{D}{6}$$

e utilizzando l'Equazione 16.89 si determina il Numero di Biot

$$Bi = \frac{hL_c}{\lambda} = \frac{h(D/6)}{1.4} = \frac{25 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} (0.0125 \text{ mm}/6)}{1.4 \text{ W/m·K}} = 0.037$$

Di conseguenza,  $Bi < 0.1$ , per cui si può considerare che la temperatura all'interno delle sfere è uniforme durante il processo. Applicando l'Equazione 16.85, con  $L_c = D/6$ , la temperatura  $T(t)$  dopo 6 min è

$$\begin{aligned} \frac{T(t) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} &= \exp \left[ - \left( \frac{h}{\rho L_c c} \right) t \right] \\ \frac{T(t) - 20^\circ\text{C}}{(225 - 20)^\circ\text{C}} &= \exp \left[ - \left( \frac{25 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}}{2225 \text{ kg/m}^3 (0.0125 \text{ m}/6) 835 \text{ J/kg}} \right) 360 \text{ s} \right] \end{aligned}$$

$$T(t) = 20^\circ\text{C} + (225 - 20)^\circ\text{C} \times 0.0978 = 40.0^\circ\text{C}$$

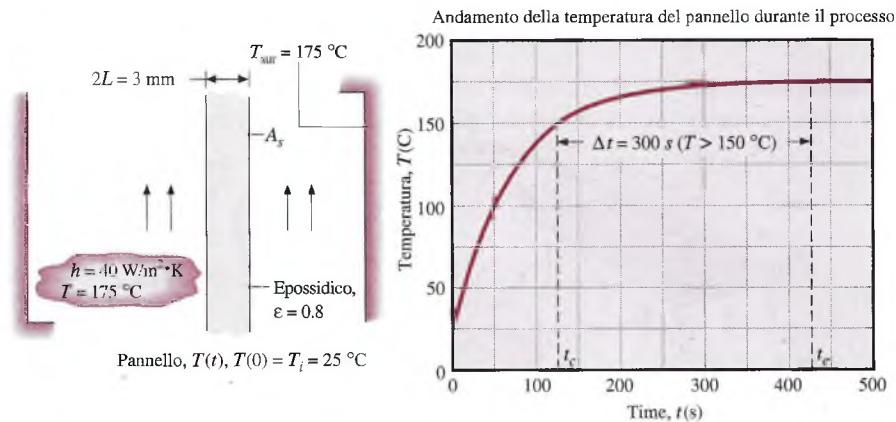
**ESEMPIO 16.9****Variazione nel tempo della temperatura di trattamento di un manufatto**

Un pannello in lega di alluminio avente spessore  $3 \text{ mm}$  ( $\rho = 2770 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 875 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ ,  $\lambda = 177 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ ) è rifinito su entrambi i lati con un rivestimento epossidico che deve essere vulcanizzato a circa  $T_c = 150^\circ\text{C}$  per almeno 5 minuti. L'operazione di vulcanizzazione viene condotta in un grosso forno con aria a  $175^\circ\text{C}$  e coefficiente convettivo  $h = 40 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Il rivestimento ha un'emissività  $\epsilon = 0.8$  e la temperatura delle pareti del forno è  $175^\circ\text{C}$ , con un coefficiente radiativo efficace  $h_{\text{rad}} = 12 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Se il pannello è posizionato nel forno con una temperatura iniziale di  $25^\circ\text{C}$ , dopo quanto tempo  $t_c$  il processo di vulcanizzazione è completo?

**Soluzione**

**Elementi noti** Condizioni operative di un processo di riscaldamento nel quale un pannello in alluminio rivestito viene mantenuto alla temperatura di vulcanizzazione  $T_c = 150^\circ\text{C}$  per almeno 5 minuti.

**Da determinare** Il tempo  $t_c$  necessario per completare il processo di vulcanizzazione.

**Schema e dati forniti****Figura E16.9****Ipotesi**

- La temperatura del pannello è uniforme in ogni istante.
- La resistenza termica del rivestimento epossidico è trascurabile.
- Lo scambio termico per irraggiamento con l'ambiente circostante è caratterizzato dal coefficiente radiativo efficace  $h_{\text{rad}}$ .
- Proprietà costanti.

**Analisi** Durante il processo di vulcanizzazione, la superficie del pannello è sottoposta a un flusso  $q_{\text{conv}}$  per convezione da fluido a  $T_\infty$  e uno scambio  $q_{\text{rad}}$  per irraggiamento con l'ambiente circostante a  $T_{\text{amb}} = T_\infty$ . Il flusso termico totale dalla superficie del pannello è

$$\textcircled{3} \quad q = q_{\text{conv}} + q_{\text{rad}} = (h + h_{\text{rad}}) A_s (T - T_\infty)$$

dove  $h$  e  $h_{\text{rad}}$  sono il coefficiente convettivo e quello radiativo efficace, rispettivamente, e  $(h + h_{\text{rad}})$  rappresenta il coefficiente di scambio termico combinato convettivo e radiativo. Per verificare la validità del metodo a parametri concentrati, si inizia col calcolare il Numero di Biot, Equazione 16.89, utilizzando il coefficiente combinato di scambio termico

$$\textcircled{1} \quad Bi = \frac{(h + h_{\text{rad}}) L_c}{c} = \frac{(40 + 12) \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}) (0.0015 \text{ m})}{177 \text{ W}/(\text{m}\text{K})} = 4.68 \times 10^{-4}$$

Dal momento che  $Bi < 0.1$ , il metodo delle capacità concentrate fornisce risultati accettabili. Dall'Equazione 16.84, il tempo necessario affinché il pannello raggiunga la temperatura di vulcanizzazione è

$$t_c = \frac{\rho V c}{h A_s} \ln \frac{\theta_i}{\theta} = \frac{\rho L_c}{(h + h_{rad})} \ln \frac{T_i - T_\infty}{T_c - T_\infty}$$

$$t_c = \frac{2770 \text{ kg/m}^3 \times 0.0015 \text{ mm} \times 875 \text{ J/kg}\cdot\text{K}}{(40 + 12) \text{ W/m}^2\cdot\text{K}} \ln \frac{25 - 175}{150 - 175} = 125 \text{ s}$$

Il pannello raggiunge la temperatura di vulcanizzazione di 150 °C in 125 s, per cui il tempo necessario per completare i 5 minuti di vulcanizzazione è

$$t_e = t_c + 5 \times 60 \text{ s} = (125 + 300) \text{ s} = 425 \text{ s}$$

- 1 Si osservi che la lunghezza caratteristica  $L_c = V/A_s$  utilizzata nell'analisi è la metà della larghezza  $L$  della piastra.
- 2 L'andamento nel tempo della temperatura del pannello è mostrato nel grafico in Figura E16.9. Si noti che alla fine del processo di vulcanizzazione il pannello ha raggiunto la temperatura delle pareti e dell'aria del forno. Se si volesse ridurre il tempo di vulcanizzazione, quali parametri si dovrebbero modificare?
- 3 Il coefficiente linearizzato di scambio termico per irraggiamento tra il pannello e l'ambiente circostante è stato determinato con l'Equazione 15.9. La stima di  $h_{rad}$  è basata sulla temperatura media del pannello durante il processo di riscaldamento,  $T_{avg} = (T_c + T_i)/2 = 87.5 \text{ }^\circ\text{C} = 360.5 \text{ K}$ ,

$$h_{rad} = \varepsilon \sigma (T_{us} + T_{sup})(T_{us}^2 + T_{sup}^2)$$

$$h_{rad} = 0.8(5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\cdot\text{K}^4)(360.5 + 448)(360.5^2 + 448^2)\text{K}^3 = 12.1 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$$

Si ricorda che nei calcoli è necessario fare uso delle temperature assolute.

- 4 Per una maggiore accuratezza dei risultati, invece di trattare  $h_{rad}$  come una costante durante il processo di riscaldamento, si può scrivere il bilancio energetico, Equazione 16.81, per includere la potenza termica scambiata per irraggiamento, Equazione 15.7

$$-q_{conv} - q_{rad} = \dot{E}_{st}$$

$$-h A_s (T - T_\infty) - \varepsilon \sigma A_s (T^4 - T_{sur}^4) = \rho V c \frac{dT}{dt}$$

Questa equazione differenziale è difficile da risolvere e valutare analiticamente. *Trasmisone del Calore Interattiva (TCI)* include una funzione, DER ( $T, t$ ), che può essere utilizzata per integrare numericamente equazioni differenziali del primo ordine. Dopo aver premuto il pulsante *Risolvi*, occorrerà specificare i limiti d'integrazione della variabile indipendente  $t$ , l'incremento temporale  $\Delta t$ , e anche le condizioni iniziali (CI). Risolvendo in questo modo l'equazione differenziale dell'esempio, si ottiene  $t_C = 124 \text{ s}$ , il che suggerisce che il valore del coefficiente della radiazione linearizzato è stato valutato adeguatamente. *Promemoria:* utilizzare la temperatura assoluta nei calcoli del bilancio di energia. Per suggerimenti sull'utilizzo di TCI in questa applicazione, disponibile sul sito web del volume (*Cose che Dovreste Sapere su IT e TCI*).

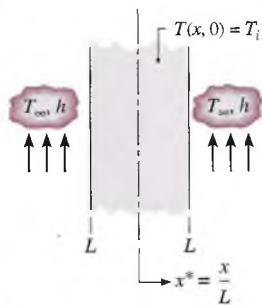
### 16.5.2 Parete piana con convezione

Quando  $Bi > 0.1$  la temperatura del solido non può essere rappresentata da un singolo valore che varia durante il transitorio, e il metodo delle capacità concentrate fornisce risultati molto difformi dalla realtà.

Si consideri la parete piana di spessore  $2L$  della Figura 16.25 sottoposta a conduzione monodimensionale in direzione  $x$ . La parete si trova inizialmente alla temperatura uniforme  $T(x,0) = T_i$  e improvvisamente è immersa in un fluido alla temperatura  $T_\infty \neq T_i$ . Si può ottenere la risultante distribuzione di temperatura in funzione della posizione e del tempo,  $T(x, t)$ , risolvendo l'equazione del calore con le opportune condizioni al contorno.

2

4



**Figura 16.25** Parete piana con temperatura iniziale uniforme soggetta a convezione improvvisa.

### 16.5.3 Equazione del calore: forma adimensionale

Nel Paragrafo 16.1.2 si è derivata l'equazione del calore per condizioni non stazionarie, monodimensionali (in direzione  $x$ ), Equazione 16.2. Per proprietà costanti, senza produzione di energia interna, l'equazione del calore si riduce a

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (16.94)$$

dove la diffusività termica è stata definita nell'Equazione 16.5 come

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c}$$

Per risolvere questa equazione differenziale e valutare la distribuzione della temperatura,  $T(x, t)$ , è necessario specificare una condizione iniziale e due condizioni al contorno. Per la parete piana della Figura 16.25, queste condizioni sono:

$$\text{Condizione iniziale:} \quad T(x, 0) = T_i \quad (16.95)$$

$$\text{Condizione al contorno per } x = 0: \quad \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (16.96)$$

$$\text{Condizione al contorno per } x = L: -k \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=L} = h[T(L, t) - T_\infty] \quad (16.97)$$

L'Equazione 16.95 presuppone una distribuzione uniforme di temperatura al tempo  $t = 0$ . L'Equazione 16.96 soddisfa le condizioni di simmetria per il piano mediano della parete, e l'Equazione 16.97 descrive la condizione a cui è soggetta la superficie per il tempo  $t > 0$ .

Risulta evidente che, oltre a dipendere da  $x$  e  $t$ , le temperature all'interno della parete dipendono anche da un certo numero di parametri fisici. In particolare:

$$T = T(x, t, T_i, T_\infty, L, \lambda, \alpha, h) \quad (16.98)$$

Conviene risolvere il problema in forma adimensionale. Ciò può essere fatto organizzando le variabili rilevanti delle equazioni che governano il fenomeno in opportuni gruppi adimensionali. Si consideri la variabile dipendente  $T$ . Se la differenza di temperatura  $\theta = T - T_\infty$  viene divisa per la differenza massima possibile  $\theta_i = T_i - T_\infty$ , la temperatura adimensionale può essere definita come

$$\theta^* \equiv \frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} \quad (16.99)$$

Di conseguenza,  $\theta^*$  deve rimanere nell'intervallo  $0 \leq \theta^* \leq 1$ . Una coordinata spaziale adimensionale può essere definita come

$$x^* = \frac{x}{L} \quad (16.100)$$

dove  $L$  è il semi-spessore della parete piana. Il tempo adimensionale

$$Fo = \frac{\alpha t}{L^2} \quad (16.101)$$

è definito in termini del Numero di Fourier, Equazione 16.92. Lavorando sulle condizioni al contorno in corrispondenza di  $x = L$ , Equazione 16.97, si può identificare il gruppo adimensionale che rappresenta il Numero di Biot

$$Bi = \frac{hL}{\lambda} \quad (16.102)$$

Si ricordi dall'Equazione 16.88 che il Numero di Biot è il rapporto tra la resistenza termica di conduzione all'interno del solido e la resistenza convettiva del fluido attraverso lo strato limite del fluido.

In forma adimensionale, si può esprimere la dipendenza funzionale di  $\theta^*$  come

$$\theta^* = f(x^*, Fo, Bi) \quad (16.103)$$

Una simile dipendenza funzionale, senza la variazione di  $x^*$ , è stata ottenuta per il metodo delle capacità concentrate, come mostrato nell'Equazione 16.93.

Confrontando le Equazioni 16.98 e 16.103, diventa evidente il notevole vantaggio associato al riscrivere il problema in forma adimensionale. L'Equazione 16.103 implica che, per una geometria prescritta, la temperatura in regime variabile  $\theta^*$  è una funzione universale di  $x^*, Fo$  e  $Bi$ . Cioè, la soluzione adimensionale assume una forma prescritta indipendentemente dai valori particolari di  $T_o, T_\infty, L, \lambda, \alpha, h$ . Dato che questa generalizzazione semplifica notevolmente la presentazione e l'utilizzazione delle soluzioni in regime variabile, le variabili adimensionali sono largamente utilizzate nei paragrafi successivi.

### Soluzione per la distribuzione di temperatura

Nel paragrafo precedente è stato mostrato che la soluzione adimensionale per la distribuzione transitoria della temperatura è una funzione di  $x^*$ , di  $Fo$  e di  $Bi$ . Cioè:

$$\theta^* = f(x^*, Fo, Bi) \quad (16.103) \quad \left\{ \begin{array}{l} x^* = x/L \\ Fo = \alpha t/L^2 \end{array} \right. \quad (16.101)$$

$$Bi = hL/k \quad (16.102)$$

dove  $x^*$  è la coordinata spaziale adimensionale,  $Fo$  è il tempo adimensionale (Numero di Fourier, Equazione 16.92) e  $Bi$  è il rapporto delle resistenze termiche (Numero di Biot, Equazione 16.88).

Diverse tecniche matematiche possono essere utilizzate per ottenere le soluzioni esatte per tali problemi della conduzione, e le soluzioni sono tipicamente sotto forma di serie infinite. Tuttavia, eccezion fatta per i valori bassi del Numero di Fourier,  $Fo < 0.2$ , le serie infinite possono essere approssimate al primo termine. Utilizzando l'approssimazione al primo termine, la forma adimensionale della distribuzione di temperatura è

$$\boxed{\theta^* = C \exp(-\zeta^2 Fo) \cos(\zeta x^*)} \quad (16.104a)$$

o in alternativa:

$$\theta^* = \theta_0^* \cos(\zeta x^*) \quad (16.104b)$$

dove  $\theta_0^* = (T_o - T_\infty)/(Ti - T_\infty)$  rappresenta la temperatura adimensionale del piano medio ( $x^* = 0$ ), cioè:

$$\theta_0^* = C \exp(-\zeta^2 Fo) \quad (16.105)$$

Un'importante implicazione dell'Equazione 16.104b è che la dipendenza della temperatura dal tempo in ogni punto all'interno della parete è la stessa di quella della temperatura del piano medio. I coefficienti  $C$  e  $\zeta$  sono dati in Tabella 16.5 per alcuni Numeri di Biot.

### Trasferimento dell'energia totale

In molte situazioni è utile conoscere l'energia totale che entra o lascia la parete nell'istante generico del processo transitorio. Il requisito della conservazione dell'energia, Equazione

**Tabella 16.5** Coefficienti utilizzati nell'approssimazione al primo termine della soluzione basata sullo sviluppo in serie per la conduzione monodimensionale in regime variabile nella parete piana

| Parete piana    |        |        |      |        |        |       |        |        |  |
|-----------------|--------|--------|------|--------|--------|-------|--------|--------|--|
| Bi <sup>a</sup> | ζ      | C      | Bi   | ζ      | C      | Bi    | ζ      | C      |  |
| 0.01            | 0.0998 | 1.0017 | 0.25 | 0.4801 | 1.0382 | 5.0   | 1.3138 | 1.2402 |  |
| 0.02            | 0.1410 | 1.0033 | 0.30 | 0.5218 | 1.0450 | 6.0   | 1.3496 | 1.2479 |  |
| 0.03            | 0.1732 | 1.0049 | 0.4  | 0.5932 | 1.0580 | 7.0   | 1.3766 | 1.2532 |  |
| 0.04            | 0.1987 | 1.0066 | 0.5  | 0.6533 | 1.0701 | 8.0   | 1.3978 | 1.2570 |  |
| 0.05            | 0.2217 | 1.0082 | 0.6  | 0.7051 | 1.0814 | 9.0   | 1.4149 | 1.2598 |  |
| 0.06            | 0.2425 | 1.0098 | 0.7  | 0.7506 | 1.0919 | 10.0  | 1.4289 | 1.2620 |  |
| 0.07            | 0.2615 | 1.0114 | 0.8  | 0.7910 | 1.1016 | 20.0  | 1.4961 | 1.2699 |  |
| 0.08            | 0.2791 | 1.0130 | 0.9  | 0.8274 | 1.1107 | 30.0  | 1.5202 | 1.2717 |  |
| 0.09            | 0.2956 | 1.0145 | 1.0  | 0.8603 | 1.1191 | 40.0  | 1.5325 | 1.2723 |  |
| 0.10            | 0.3111 | 1.0160 | 2.0  | 1.0769 | 1.1795 | 50.0  | 1.5400 | 1.2727 |  |
| 0.15            | 0.3779 | 1.0237 | 3.0  | 1.1925 | 1.2102 | 100.0 | 1.5552 | 1.2731 |  |
| 0.20            | 0.4328 | 1.0311 | 4.0  | 1.2646 | 1.2287 | ∞     | 1.5707 | 1.2733 |  |

<sup>a</sup> Bi = hL/λ per la parete piana. Si veda la Figura 16.25.

15.11b, può essere applicato per l'intervallo di tempo limitato dallo stato iniziale ( $t = 0$ ) e in qualunque momento da  $t > 0$ .

$$E_i - E_u = \Delta E_{st} \quad (16.106)$$

Identificando con  $E_u$  l'energia scambiata dalla parete  $Q$ , e fissando  $E_i = 0$  e  $\Delta E_{st} = E(t) - E(0)$  segue:

$$Q = -[E(t) - E(0)] \quad (16.107a)$$

oppure:

$$Q = - \int \rho c [T(x, t) - T_i] dV \quad (16.107b)$$

dove l'integrale è calcolato sul volume della parete. È conveniente rendere adimensionale questo risultato introducendo la quantità

$$Q_o = \rho c V (T_i - T_\infty) \quad (16.108)$$

che è l'energia interna iniziale della parete relativa alla temperatura del fluido. Questa quantità rappresenta anche la massima energia che sarebbe scambiata se il processo continuasse fino al tempo  $t = \infty$ . Quindi, presupponendo le proprietà costanti, il rapporto fra l'energia totale trasferita dalla parete nell'intervallo di tempo  $t$  e l'energia massima scambiabile è

$$\frac{Q}{Q_o} = \int \frac{-(T(x, t) - T_i)}{T_i - T_\infty} \frac{dV}{V} = \frac{1}{V} \int (1 - \theta^*) dV \quad (16.109)$$

Sviluppando una formulazione approssimativa della distribuzione di temperatura per la parete piana, Equazione 16.104a, l'integrazione indicata dall'Equazione 16.109 può essere utilizzata per ottenere l'espressione dello scambio di energia

$$\frac{Q}{Q_o} = 1 - \frac{\sin \zeta}{\zeta} \theta_o^* \quad (16.110)$$

dove  $\theta_o^*$  può essere calcolata tramite l'Equazione 16.105, utilizzando la Tabella 16.5 per i valori dei coefficienti C e ζ.

## Considerazioni aggiuntive

I risultati precedenti possono applicarsi anche a una parete piana di spessore  $L$ , che è isolata su un lato ( $x^* = 0$ ) e che è sottoposta a trasporto convettivo sull'altro lato ( $x^* = +1$ ). Questa equivalenza è una conseguenza del fatto che, sia per la condizione di simmetria sia per quella di adiabaticità a  $x^* = 0$ , la condizione al contorno è sempre della forma  $\partial\theta^*/\partial X^* = 0$ .

I risultati precedenti possono essere usati anche per determinare la risposta transitoria di una parete piana a un cambiamento improvviso della temperatura sulla superficie. Il processo è equivalente ad avere un coefficiente infinito di convezione, e dunque un Numero di Biot infinito ( $Bi = \infty$ ), e la temperatura del fluido  $T_\infty$  è sostituita dalla prescritta temperatura superficiale  $T_s$ .

Per concludere, si nota che le rappresentazioni grafiche dell'approssimazione al primo termine, citate come i **diagrammi di Gröber** e di **Heisler**, sono sviluppate e presentate nell'Appendice HT-7.

Sebbene i grafici collegati forniscano i mezzi più convenienti per la soluzione dei problemi della conduzione in regime variabile, per  $Fo > 0.2$  può essere ottenuta una migliore accuratezza usando le Equazioni 16.104 e 16.110.

### Parete piana sottoposta a un processo improvviso di riscaldamento convettivo

### ESEMPIO 16.10

Una lastra polimerica di 50 mm di spessore è sospesa mediante un sistema di trasporto che conduce la lastra attraverso un forno per il trattamento termico. La lastra è alla temperatura costante di 25 °C prima di entrare nel forno e viene sottoposta a convezione mediante l'aria calda del forno a temperatura 175 °C e coefficiente convettivo di 100 W/(m<sup>2</sup>K). Le proprietà termofisiche del polimero sono:  $\rho = 2325 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 800 \text{ J/(kg·K)}$  e  $\lambda = 1 \text{ W/(m·K)}$ .

- (a) Quali sono i Numeri di Biot e Fourier dopo 10 minuti dall'entrata della lastra nel forno?
- (b) A  $t = 10$  min, qual è la temperatura nel piano medio della lastra e sulla sua superficie?
- (c) Qual è il flusso termico  $q''$  (W/m<sup>2</sup>) verso la lastra dall'aria del forno a  $t = 10$  min?
- (d) Quanta energia per unità di area è stata trasferita dall'aria del forno alla piastra al tempo  $t = 10$  min?

#### Soluzione

**Elementi noti** La lastra polimerica è sottoposta a un'improvvisa variazione delle condizioni convettive sulla superficie.

**Da determinare** (a) Numeri di Biot e di Fourier dopo 10 minuti. (b) La temperatura nel piano medio e sulla superficie della piastra a  $t = 10$  min. (c) Flusso di calore verso la piastra a  $t = 10$  min. (d) L'energia trasferita verso la lastra per unità di superficie dopo 10 min.

#### Schema e dati forniti

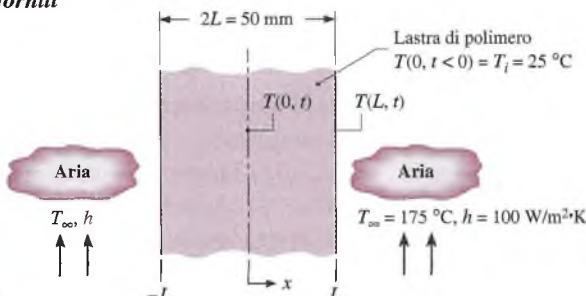


Figura E16.10a

#### Ipotesi

- 1 La lastra polimerica può essere approssimata con una parete piana, con conduzione monodimensionale, sottoposta a un riscaldamento convettivo simmetrico.
- 2 Scambio termico per irraggiamento con l'ambiente circostante trascurabile.
- 3 Proprietà costanti.

**Proprietà** Polimero (assegnato)  $\rho = 2325 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 800 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ ,  $\lambda = 1.0 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ ; dalle Equazioni 16.15,  $\alpha = \lambda/\rho c = 1.0 \text{ W/(m}\cdot\text{K})/(2325 \text{ kg/m}^3 \times 800 \text{ J/kg}\cdot\text{K}) = 5.38 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$

**Analisi** A  $t = 10 \text{ min}$ , i Numeri di Biot e di Fourier sono valutati con le Equazioni 16.102 e 16.101, rispettivamente. Perciò

$$Bi = \frac{hL}{\lambda} = \frac{100 \text{ W/m}^2\text{K} \times 0.025 \text{ m}}{1.0 \text{ W/m}\cdot\text{K}} = 2.50$$

$$Fo = \frac{\alpha t}{L^2} = \frac{5.38 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s} \times 10 \text{ min}}{(0.025 \text{ m})^2} \left| \frac{60 \text{ s}}{\text{min}} \right| = 0.516$$

**(b)** Con  $Bi = 2.50$ , l'utilizzo del metodo delle capacità concentrate è inappropriato. Comunque, dato che  $Fo > 0.2$  e le condizioni transitorie nella piastra corrispondono a quelle nella parete piana di spessore  $2L$ , i risultati desiderati possono essere ottenuti da un'approssimazione al primo termine. Perciò, la temperatura nel piano medio,  $T(0, t)$ , si può determinare dall'Equazione 16.105

$$\theta_o^* = \frac{T_o - T_\infty}{T_i - T_\infty} = C \exp(-\zeta^2 Fo)$$

dove, con  $Bi = 2.50$ , i coefficienti sono  $\zeta = 1.1347$  e  $C = 1.1949$  dalla Tabella 16.5. Con  $Fo = 0.516$  si ha

$$\theta_o^* = 1.1949 \exp[-(1.1347)^2 \times 0.516] = 0.615$$

Perciò, dopo 10 min, la temperatura nel piano medio è

$$T(0, 10 \text{ min}) = T_\infty + \theta_o^*(T_i - T_\infty) = 175^\circ\text{C} + 0.615(25 - 175)^\circ\text{C} = 83^\circ\text{C}$$

La temperatura superficiale,  $T(L, t)$ , può essere determinata dall'Equazione 16.104b, con  $x^* = x/L = 1$

$$\textcircled{1} \quad \theta^* = \frac{T(x^*, t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \theta_o^* \cos(\zeta x^*) = 0.615 \cos(1.1347) = 0.257$$

$$T(L, 10 \text{ min}) = 175^\circ\text{C} + 0.257(25 - 175)^\circ\text{C} = 136^\circ\text{C}$$

**(c)** Lo scambio termico verso la lastra sulla superficie più esterna a  $x = L$  avviene per convezione, e in ogni istante  $t$  il flusso di calore si può ottenere dalla Legge di Newton per il raffreddamento. Perciò al tempo  $t = 10 \text{ min}$  si avrà

$$\textcircled{2} \quad q''_x(L, 10 \text{ min}) = q''_L = h[T(L, 10 \text{ min}) - T_\infty]$$

$$q''_L = 100 \text{ W/m}^2\text{K}[136 - 175]^\circ\text{C} = -3860 \text{ W/m}^2$$

**(d)** Lo scambio di energia verso la piastra nell'intervallo intorno ai 10 minuti si può ottenere dalle Equazioni 16.108 e 16.110. Con

$$\frac{Q}{Q_o} = 1 - \frac{\sin(\zeta)}{\zeta} \theta_o^* = 1 - \frac{\sin(1.1347)}{1.1347} \times 0.615 = 0.509$$

e con lo scambio di energia massimo

$$Q_o = \rho c V(T_i - T_\infty)$$

dove  $V = AL$ , l'energia per unità di superficie è

$$Q'' = 0.509 \times 2325 \text{ kg/m}^3 \times 800 \text{ J/kg}\cdot\text{K} \times 0.025 \text{ m}(25 - 175)^\circ\text{C}$$

$$\textcircled{3} \quad Q'' = -3.55 \times 10^6 \text{ J/m}^2$$

- 1 Le distribuzioni di temperatura nei grafici sottostanti rappresentano le condizioni: (a)  $T(x, 10 \text{ min})$  come funzione della coordinata  $x$ , e (b)  $T(0, t)$  e  $T(L, t)$  come funzione del tempo  $t$ .

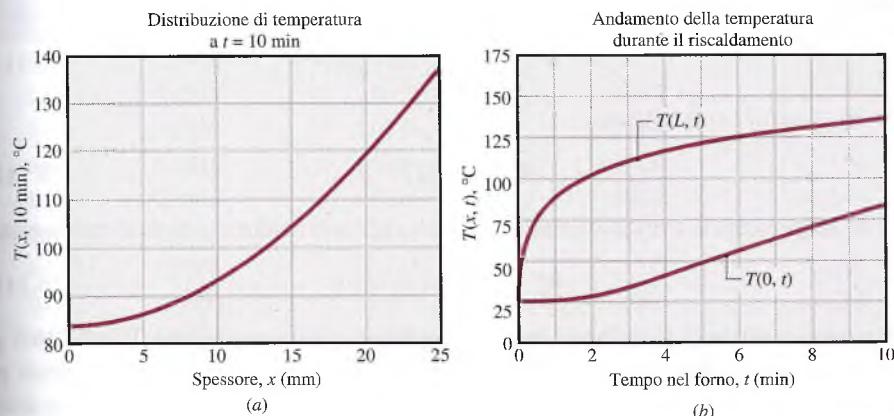


Figura E16.10b

- 2 Il segno meno associato a  $q''_L$  e  $Q''$  implica che la direzione del flusso termico avviene dall'aria calda alla lastra.  
 3 I risultati precedenti potrebbero anche essere ottenuti applicando i diagrammi di Heisler e di Gröber in Appendice HT-7. Per esempio, utilizzando la Figura HT-7.1 con  $\text{Bi}^{-1} = 0.4$  e  $Fo = 0.516$ , il corrispondente valore della temperatura nel piano medio è di  $85^\circ\text{C}$ . Per  $x^* = 1$  e  $\text{Bi}^{-1} = 0.4$ , la Figura HT-7.2 fornisce  $\theta(L, 10 \text{ min})/\theta_0(10 \text{ min}) \approx 0.4$ . Ne consegue che la temperatura della superficie è

$$T_L(L, 10 \text{ min}) \approx T_\infty + 0.4[T_o(10 \text{ min}) - T_\infty]$$

$$T_L(L, 10 \text{ min}) \approx 175^\circ\text{C} + 0.38[85 - 175]^\circ\text{C} = 139^\circ\text{C}$$

e il flusso termico sulla superficie è  $q''_L \approx -3600 \text{ W/m}^2$ . Con  $\text{Bi} = 2.50$  e  $\text{Bi}^2 \text{Fo} = 3.23$ , la Figura HT-7.3 fornisce  $Q/Q_0 \approx 0.48$ . Sostituendo dall'Equazione 16.108, ne consegue che la potenza termica scambiata per unità di area è

$$Q'' \approx 0.48 \rho c L (T_i - T_\infty) = -3.35 \times 10^6 \text{ J/m}^2$$

I risultati ottenuti appaiono sufficientemente conformi all'approssimazione al primo termine.

#### 16.5.4 Sistemi radiali con convezione

Per un cilindro infinito o una sfera di raggio  $r_0$  (Figura 16.26), a una temperatura iniziale uniforme e sottoposti a improvvise modificazioni delle condizioni convettive, si possono ottenere risultati simili a quelli del Paragrafo 16.5.2. Cioè, si può ottenere una serie infinita di soluzioni esatte per la dipendenza temporale della distribuzione di temperatura radiale, ma per la maggior parte delle condizioni può essere utilizzata un'approssimazione al primo termine. Il cilindro infinito è una idealizzazione che permette l'ipotesi di conduzione monodimensionale in direzione radiale. Si tratta di una ragionevole approssimazione per i cilindri aventi  $L/r_0 \geq 10$ .

#### Distribuzioni di temperatura

Per il cilindro infinito e la sfera, le serie di soluzioni per l'equazione del calore può di nuovo essere approssimata con un termine unico per  $Fo > 0.2$ . Quindi, come per il caso

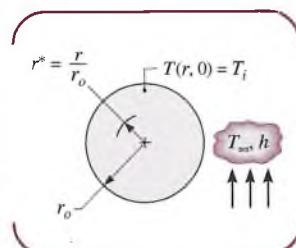


Figura 16.26 Cilindro infinito o sfera con una temperatura iniziale uniforme soggetta a convezione improvvisa.

della parete piana, la dipendenza della temperatura dal tempo in qualsiasi punto all'interno del sistema radiale è la stessa di quella dell'asse mediano o del baricentro.

**Cilindro infinito** L'approssimazione al primo termine per la distribuzione di temperatura adimensionale è

$$\theta^* = C \exp(-\zeta^2 Fo) J_0(\zeta r^*) \quad (16.111a)$$

dove  $Fo = \alpha t / r_0^2$ , e riscrivendo

$$\theta^* = \theta_o^* J_0(\zeta r^*) \quad (16.111b)$$

dove  $\theta_o^*$  rappresenta la temperatura adimensionale dell'asse mediano e ha la forma seguente:

$$\theta_o^* = C \exp(-\zeta^2 Fo) \quad (16.111c)$$

I valori dei coefficienti  $C$  e  $\zeta$  sono stati individuati e sono elencati nella Tabella 16.6 per una serie di Numeri di Biot.  $J_0$  è la funzione di Bessel del primo tipo, di ordine zero, e può essere valutata analiticamente mediante la Tabella HT-6 o utilizzando *IHT* funzione intrinseca  $J_0(x)$ .

**Sfera** L'approssimazione al primo termine per la distribuzione di temperatura adimensionale è

$$\theta^* = C \exp(-\zeta^2 Fo) \frac{1}{\zeta r^*} \sin(\zeta r^*) \quad (16.112a)$$

oppure

$$\theta^* = \theta_o^* \frac{1}{\zeta r^*} \sin(\zeta r^*) \quad (16.112b)$$

dove  $\theta_o^*$  rappresenta la temperatura adimensionale nel centro e ha la forma seguente:

$$\theta_o^* = C \exp(-\zeta^2 Fo) \quad (16.112c)$$

I valori dei coefficienti  $C$  e  $\zeta$  sono stati individuati e sono elencati nella Tabella 16.6 per una serie di Numeri di Biot.

### Energia totale scambiata

Come per la parete piana nel Paragrafo 16.5.2, il principio di conservazione dell'energia può essere utilizzato per determinare l'energia totale scambiata dal cilindro infinito o dalla sfera nell'intervallo di tempo da 0 a  $t$ . Sostituendo dalle soluzioni, Equazioni 16.111b e 16.112b, e introducendo  $Q_0$  dall'Equazione 16.108, i risultati sono i seguenti:

### Cilindro infinito

$$\frac{Q}{Q_o} = 1 - \frac{2\theta_o^*}{\zeta} J_1(\zeta) \quad (16.113)$$

### Sfera

$$\frac{Q}{Q_o} = 1 - \frac{3\theta_o^*}{\zeta^3} [\sin(\zeta) - \zeta \cos(\zeta)] \quad (16.114)$$

I valori della temperatura nel centro,  $\theta_o^*$ , sono determinati dalle Equazioni 16.111c o 16.112c utilizzando i coefficienti della Tabella 16.6 per il sistema appropriato.  $J_1$  è la funzione di

**Tabella 16.6** Coefficienti utilizzati nell'approssimazione al primo termine della soluzione basata sullo sviluppo in serie per la conduzione monodimensionale in regime variabile nella sfera e nel cilindro infinito

| $Bi^a$   | Cilindro infinito |        | Sfera   |        |
|----------|-------------------|--------|---------|--------|
|          | $\zeta$           | C      | $\zeta$ | C      |
| 0.01     | 0.1412            | 1.0025 | 0.1730  | 1.0030 |
| 0.02     | 0.1995            | 1.0050 | 0.2445  | 1.0060 |
| 0.03     | 0.2439            | 1.0075 | 0.2989  | 1.0090 |
| 0.04     | 0.2814            | 1.0099 | 0.3450  | 1.0120 |
| 0.05     | 0.3142            | 1.0124 | 0.3852  | 1.0149 |
| 0.06     | 0.3438            | 1.0148 | 0.4217  | 1.0179 |
| 0.07     | 0.3708            | 1.0173 | 0.4550  | 1.0209 |
| 0.08     | 0.3960            | 1.0197 | 0.4860  | 1.0239 |
| 0.09     | 0.4195            | 1.0222 | 0.5150  | 1.0268 |
| 0.10     | 0.4417            | 1.0246 | 0.5423  | 1.0298 |
| 0.15     | 0.5376            | 1.0365 | 0.6608  | 1.0445 |
| 0.20     | 0.6170            | 1.0483 | 0.7593  | 1.0592 |
| 0.25     | 0.6856            | 1.0598 | 0.8448  | 1.0737 |
| 0.30     | 0.7465            | 1.0712 | 0.9208  | 1.0880 |
| 0.4      | 0.8516            | 1.0932 | 1.0528  | 1.1164 |
| 0.5      | 0.9408            | 1.1143 | 1.1656  | 1.1441 |
| 0.6      | 1.0185            | 1.1346 | 1.2644  | 1.1713 |
| 0.7      | 1.0873            | 1.1539 | 1.3525  | 1.1978 |
| 0.8      | 1.1490            | 1.1725 | 1.4320  | 1.2236 |
| 0.9      | 1.2048            | 1.1902 | 1.5044  | 1.2488 |
| 1.0      | 1.2558            | 1.2071 | 1.5708  | 1.2732 |
| 2.0      | 1.5995            | 1.3384 | 2.0288  | 1.4793 |
| 3.0      | 1.7887            | 1.4191 | 2.2889  | 1.6227 |
| 4.0      | 1.9081            | 1.4698 | 2.4556  | 1.7201 |
| 5.0      | 1.9898            | 1.5029 | 2.5704  | 1.7870 |
| 6.0      | 2.0490            | 1.5253 | 2.6537  | 1.8338 |
| 7.0      | 2.0937            | 1.5411 | 2.7165  | 1.8674 |
| 8.0      | 2.1286            | 1.5526 | 1.7654  | 1.8921 |
| 9.0      | 2.1566            | 1.5611 | 2.8044  | 1.9106 |
| 10.0     | 2.1795            | 1.5677 | 2.8363  | 1.9249 |
| 20.0     | 2.2881            | 1.5919 | 2.9857  | 1.9781 |
| 30.0     | 2.3261            | 1.5973 | 3.0372  | 1.9898 |
| 40.0     | 2.3455            | 1.5993 | 3.0632  | 1.9942 |
| 50.0     | 2.3572            | 1.6002 | 3.0788  | 1.9962 |
| 100.0    | 2.3809            | 1.6015 | 3.1102  | 1.9990 |
| $\infty$ | 2.4050            | 1.6018 | 3.1415  | 2.0000 |

<sup>a</sup>  $Bi = hr_o/k$  per il cilindro infinito e la sfera. Si veda la Figura 16.26.

Bessel del primo tipo, del primo ordine, e può essere valutata analiticamente mediante la Tabella HT-6 o utilizzando la funzione intrinseca  $J_1(x)$  in IHT.

### Considerazioni aggiuntive

Per quanto riguarda la parete piana, i risultati precedenti possono essere usati per prevedere la risposta in regime variabile del cilindro lungo e della sfera sottoposte a un im-

provviso cambiamento della temperatura *superficiale*. Vale a dire, è assegnato un infinito Numero di Biot, e la temperatura del fluido  $T_\infty$  è sostituita dalla temperatura superficiale costante  $T_S$ .

La rappresentazione grafica delle approssimazioni al primo termine è fornita in Appendice HT-7.

### ESEMPIO 16.11

### Tempra di un elemento sferico in bagno d'olio

Una sfera di 10 mm di diametro, inizialmente in equilibrio a 400 °C in un forno, viene improvvisamente inserita in un bagno d'olio ben mescolato, che opera a 20 °C con un coefficiente di convezione di 6000 W/(m<sup>2</sup>K). Le proprietà termofisiche dei materiali sono:  $\rho = 3000 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 1000 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ ,  $\alpha = 6.66 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  e  $\lambda = 20 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ . Calcolare il tempo  $t_c$  necessario affinché il centro della sfera si raffreddi a 50 °C.

#### Soluzione

**Elementi noti** Valori di temperatura per il raffreddamento di una sfera.

**Da determinare** Tempo  $t_c$  richiesto per il raffreddamento.

#### Schema e dati forniti

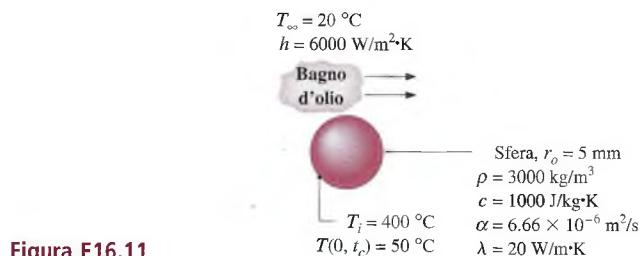


Figura E16.11

#### Ipotesi

1. Condizione monodimensionale in direzione  $r$ .
2. Proprietà costanti.

**Analisi** Per determinare se il metodo delle capacità concentrate può essere utilizzato, viene calcolato il Numero di Biot utilizzando l'Equazione 16.89, con  $L_c = r_0/3$ :

$$Bi_{lcm} = \frac{h(r_0/3)}{\lambda} = \frac{6000 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}(0.005 \text{ m}/3)}{20 \text{ W/m}\cdot\text{K}} = 0.50$$

Il metodo delle capacità concentrate non può essere utilizzato in quanto  $Bi_{lcm} > 0.1$ . Gli effetti spaziali sono significativi e si deve impiegare l'approssimazione al primo termine per il calcolo. Il tempo impiegato affinché la temperatura nel centro raggiunga i 50 °C, cioè  $T(0, t_c) = 50 \text{ }^\circ\text{C}$ , può essere ottenuto riscrivendo l'Equazione 16.112c

$$Fo = -\frac{1}{\zeta^2} \ln \left[ \frac{\theta_o^*}{C} \right] = -\frac{1}{\zeta^2} \ln \left[ \frac{1}{C} \times \frac{T(0, t_c) - T_\infty}{T_i - T_\infty} \right]$$

dove  $t_c = Fo \cdot r_0^2 / \alpha$ . Per l'approssimazione al primo termine il Numero di Biot è definito come

$$Bi = \frac{hr_o}{\lambda} = \frac{6000 \text{ W/m}^2\cdot\text{K} \times 0.005 \text{ m}}{20 \text{ W/m}\cdot\text{K}} = 1.50$$

La Tabella 16.6 fornisce  $C = 1.376$  e  $\zeta = 1800$ . Ne consegue che il Numero di Fourier è

$$Fo = \frac{1}{(1.800)^2} \ln \left[ \frac{1}{1.376} \times \frac{(50 - 20)^\circ\text{C}}{(400 - 20)^\circ\text{C}} \right] = 0.88$$

e il tempo impiegato dal centro della sfera a raggiungere i 50 °C è

$$t_c = Fo \frac{r_o^2}{\alpha} = 0.88 \frac{(0.005 \text{ m})^2}{6.66 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 3.3 \text{ s}$$

- 1 La temperatura della superficie della sfera a  $t_c = 3.3$  s si può ottenere dall'Equazione 16.112c. Con  $\theta^* = 0.079$  e  $r^* = 1$ , si trova

$$\theta^*(r_o) = \frac{T(r_o, t_c) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \frac{0.079}{1.800} \sin(1.800) = 0.0427$$

e

$$T(r_o, t_c) = 20^\circ\text{C} + 0.0427(400 - 20)^\circ\text{C} = 36^\circ\text{C}$$

Si noti che la differenza tra le temperature della superficie e del centro della sfera è di 14 °C, ovvero, come previsto dal valore di Bi, gli effetti spaziali sono apprezzabili durante il processo di tempra.

### 16.5.5 Solido semi-infinito

Un'altra semplice geometria per cui si possono ottenere soluzioni analitiche è il solido semi-infinito. Poiché, in linea di principio, questo tipo di solido si estende all'infinito in una sola direzione, è caratterizzato da una singola superficie di bordo (Figura 16.27). Se è imposto un improvviso cambiamento delle condizioni su questa superficie, si verificherà una conduzione transitoria, monodimensionale all'interno del solido. Il solido semi-infinito fornisce una idealizzazione utile per molti problemi pratici. Esso può essere usato per determinare il trasferimento di calore in regime variabile vicino alla superficie della terra o di approssimare la risposta transitoria di un solido finito, come una lastra molto spessa.

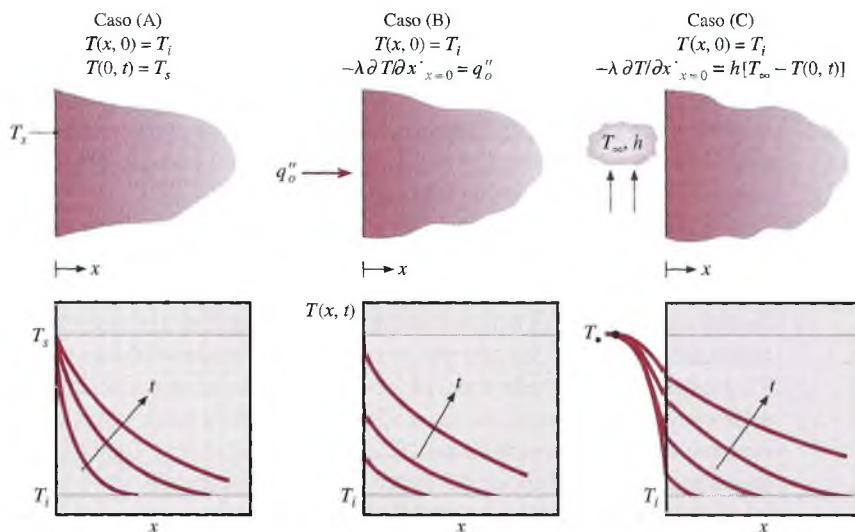


Figura 16.27 Temperatura in regime variabile in un solido semi-infinito per tre condizioni superficiali: temperatura di superficie costante, flusso termico sulla superficie costante e convezione superficiale.

L'equazione del calore per conduzione in regime variabile in un solido semi-infinito è data dall'Equazione 16.2 senza generazione di energia ( $\dot{q} = 0$ ). La condizione iniziale è  $T(x,0) = T_i$  e la condizione al contorno interna ha la forma seguente:

$$T(x \rightarrow \infty, t) = T_i$$

cioè, lontano dalla superficie e durante il processo transitorio, la temperatura rimane al suo valore iniziale  $T_i$ .

Le soluzioni in forma chiusa sono state ottenute per tre condizioni sulla superficie, istantaneamente applicate per  $t = 0$ . Queste condizioni sono mostrate in Figura 16.27. Esse includono: (a) l'applicazione di una temperatura superficiale costante  $T_s \neq T_i$ ; (b) l'applicazione di un flusso di calore superficiale costante; (c) l'esposizione della superficie verso un fluido caratterizzato da  $T_\infty \neq T_i$  e con un coefficiente di convezione  $h$ . Le distribuzioni della temperatura per questi tre casi sono mostrate in Figura 16.27 e le soluzioni analitiche sono riassunte nel seguito.

**Caso A Superficie a temperatura costante:  $T(0, t) = T_s$**

$$\frac{T(x, t) - T_s}{T_i - T_s} = \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \quad (16.115)$$

$$q''_s(t) = \frac{\lambda(T_s - T_i)}{\sqrt{\pi \alpha t}} \quad (16.116)$$

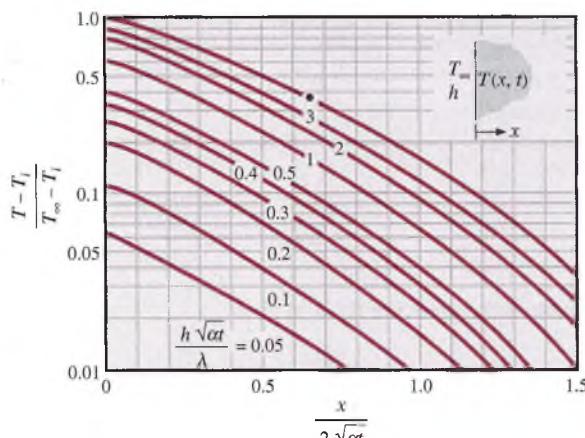
**Caso B Flusso di calore costante sulla superficie:  $q''_s = q''_o$**

$$T(x, t) - T_i = \frac{2q''_o(\alpha t/\pi)^{1/2}}{\lambda} \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right) - \frac{q''_o x}{\lambda} \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \quad (16.117)$$

$$\begin{aligned} \text{Caso C Convezione superficiale: } & -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = h[T_\infty - T(0, t)] \\ & \frac{T(x, t) - T_i}{T_\infty - T_i} = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \\ & - \left[ \exp\left(\frac{hx}{\lambda} + \frac{h^2 \alpha t}{\lambda^2}\right) \right] \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + \frac{h\sqrt{\alpha t}}{\lambda}\right) \end{aligned} \quad (16.118)$$

La funzione gaussiana dell'errore,  $\operatorname{erf} w$ , è definita nell'Appendice HT-6, che fornisce anche i valori tabulati per l'argomento  $w$ . La funzione complementare dell'errore,  $\operatorname{erfc} w$ , è definita come  $\operatorname{erfc} w = 1 - \operatorname{erf} w$ . Queste funzioni possono essere valutati anche utilizzando le funzioni intrinseche ERF(x) ed ERFC(x) di IHT.

Gli andamenti di temperatura nel tempo per i tre casi sono mostrati in Figura 16.27, e si può notare una chiara differenza nelle soluzioni. Nel Caso A le temperature all'interno del mezzo approssimano monotonicamente la temperatura superficiale  $T_s$  all'aumento di  $t$ , mentre l'entità del gradiente di temperatura superficiale, e quindi il flusso di calore sulla superficie, diminuisce con  $t^{-1/2}$ . Al contrario, per un flusso di calore costante sulla superficie (caso B), l'Equazione 16.117 rivela che  $T(0, t) = T_s(t)$  cresce monotonicamente come  $t^{1/2}$ . Per il caso della convezione superficiale (caso C), la temperatura della superficie e le temperature all'interno del mezzo approssimano  $T_\infty$  al crescere del tempo. Quando  $T_s$  approssima  $T_\infty$ , vi è, naturalmente, una riduzione del flusso di calore superficiale,  $(t) = h[T_\infty - T_s(t)]$ . Gli andamenti di temperatura calcolati dall'Equazione 16.118 sono tracciati in Figura 16.28. Il risultato corrispondente a  $h = \infty$  è equivalente a quello associato a un cambiamento improvviso della temperatura superficiale, caso A. Cioè, per  $h = \infty$ , la superficie raggiunge istantaneamente la temperatura imposta del fluido ( $T_s = T_\infty$ ), e con il secondo termine sul lato destro dell'Equazione 16.118 che si riduce a zero, il risultato è equivalente all'Equazione 16.115.



**Figura 16.28**  
Andamento della temperatura in un solido semi-infinito con convezione sulla superficie.

### Conduttrice d'acqua soggetta a un'improvvisa variazione di temperatura superficiale

### ESEMPIO 16.12

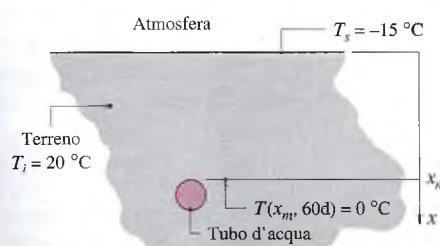
Nelle condotte idriche in posa, i servizi devono essere progettati tenendo conto della possibilità di congelamento nei periodi freddi. Anche se il problema di determinare la temperatura nel suolo in funzione del tempo è complicato a causa del mutare delle condizioni della superficie, si possono fare stime ragionevoli basandosi sull'ipotesi di temperatura superficiale costante per un periodo prolungato di clima freddo. Si determini la minima profondità  $x_m$  necessaria per evitare il congelamento della tubazione, nel caso in cui il suolo, a partire da una temperatura iniziale uniforme di  $20^\circ\text{C}$ , venga sottoposto a un raffreddamento con temperatura superficiale costante di  $-15^\circ\text{C}$  per 60 giorni.

#### Soluzione

**Elementi noti** Temperatura assegnata sulla superficie del suolo inizialmente a  $20^\circ\text{C}$ .

**Da determinare** Minima profondità del condotto per evitare il congelamento  $x_m$ .

#### Schema e dati forniti



**Figura E16.12**

- 1 Condizione monodimensionale in  $x$ .
- 2 Terreno considerato come un solido semi-infinito.
- 3 Proprietà costanti.

**Dati:** Tabella HT-3. Terreno (300K):  $\rho = 2050 \text{ kg/m}^3$ ,  $\lambda = 0.52 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ ,  $c = 1840 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ ,  $\alpha = k/\rho c = 0.138 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ .

**Analisi** Le condizioni assegnate corrispondono a quelle del caso A di Figura 16.27, e la risposta transitoria della temperatura del terreno è regolata dall'Equazione 16.115. Quindi, al tempo  $t = 60$  giorni dopo la variazione di temperatura superficiale,

$$\frac{T(x_m, t) - T_s}{T_i - T_s} = \operatorname{erf}\left(\frac{x_m}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$$

$$\frac{0 - (-15)}{20 - (-15)} = 0.429 = \operatorname{erf}\left(\frac{x_m}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$$

Utilizzando la Tabella nell'Appendice HT-6, si trova

$$\frac{x_m}{2\sqrt{\alpha t}} = 0.40$$

e la profondità minima per evitare il congelamento nella condotta dell'acqua è

$$x_m = 0.80\sqrt{\alpha t} = 0.80 \left[ (0.138 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}) (60 \text{ giorni}) \left| \frac{3600 \text{ s}}{\text{h}} \right| \left| \frac{24 \text{ h}}{\text{giorno}} \right| \right]^{1/2} = 0.68 \text{ m}$$

## Sommario e guida allo studio

In numerose applicazioni ingegneristiche avvengono scambi di calore monodimensionali in regime stazionario. Il metodo di analisi con circuiti termici è un approccio efficace per risolvere questo genere di problemi.

Il lettore dovrebbe essere in grado di fare uso dei circuiti termici e delle espressioni per le resistenze conduttrive delle geometrie più comuni, come la parete piana, il cilindro cavo e la sfera, così come delle resistenze termiche per altre forme di scambio tra cui la convezione sulle superfici, lo scambio per irraggiamento tra superficie e ambiente circostante, la resistenza termica di contatto tra strati, e la potenza termica scambiata da un'aletta. Utilizzando queste diverse resistenze il lettore dovrebbe essere in grado di costruire circuiti termici rappresentativi di un sistema e delle sue condizioni al contorno, che potranno essere utilizzati per ricavare le temperature e i flussi di calore.

Il lettore dovrebbe inoltre avere familiarità con le modalità di soluzione dell'equazione del calore e della Legge di Fourier per ottenere le distribuzioni di temperatura e i corrispondenti flussi di calore. Inoltre, dovrebbe riconoscere gli effetti che la produzione volumetrica di energia ha sulle distribuzioni di temperatura e di flusso di calore.

Quando ci si confronta con la conduzione in regime variabile, è importante calcolare prima il Numero di Biot,  $Bi$ , misura della resistenza termica di conduzione interna rapportata alla resistenza termica di convenzione esterna. Se  $Bi < 0.1$ , la distribuzione della temperatura all'interno dell'oggetto può essere descritta da una singola temperatura e si può utilizzare il metodo delle capacità concentrate per ottenere l'evoluzione temporale della temperatura. Tuttavia, se il Numero di Biot non soddisfa questo criterio, devono essere considerati gli effetti spaziali. Sono stati introdotti risultati

analitici al primo termine per la parete piana, il cilindro infinito e la sfera. Sono state fornite soluzioni analitiche per la distribuzione di temperatura nel solido semi-infinito, inizialmente a una temperatura uniforme, e sottoposto improvvisamente a tre tipi di condizioni al contorno.

La seguente checklist fornisce una guida allo studio per questo capitolo. Una volta completati lo studio del testo e la risoluzione dei problemi di fine capitolo, si dovrebbe essere in grado di:

- interpretare il significato dei termini chiave evidenziati nel testo;
- spiegare perché la distribuzione di temperatura per la conduzione monodimensionale in regime stazionario in una parete piana senza generazione di energia volumetrica è lineare; si dovrebbe anche essere in grado di spiegare se il flusso di calore è costante, indipendente dalla coordinata direzionale in una parete piana, cilindro cavo e sfera cava;
- definire la resistenza termica e individuare le resistenze termiche per questi fenomeni e rappresentarli in un circuito termico: conduzione in una parete piana; convezione da una superficie a un fluido; scambi radiativi tra una superficie e l'ambiente circostante; contatto di interfaccia tra le superfici; stabilire se sia corretto includere un solido sottoposto a una generazione volumetrica di energia in un'analisi con circuito termico;
- scrivere un'espressione della differenza di temperatura in regime stazionario tra la superficie esposta e il fluido, per il caso di una parete piana di spessore  $L$  sottoposta a generazione volumetrica di energia che possiede una superficie perfettamente isolata e l'altra esposta a un fenomeno di convezione ( $T_\infty, h$ ); si dovrebbe inoltre essere in grado

di determinare la differenza di temperatura, nel caso in cui entrambe le superfici siano esposte alla convezione termica, e delineare la distribuzione della temperatura per entrambi i casi;

- disegnare la distribuzione della temperatura in un'aletta piana ( $T_b > T_\infty$ ) per due casi: efficienza del 100%, bassa efficienza.
- fornire l'interpretazione fisica del Numero di Biot e del Numero di Fourier;

- elencare i parametri adimensionali che vengono utilizzati per rappresentare la distribuzione di temperatura per conduzione transitoria monodimensionale in parete piana, lungo cilindro o sfera, con convezione sulla superficie;
- disegnare la distribuzione della temperatura (coordinate  $T-x$ ) per una parete piana inizialmente a una temperatura uniforme sottoposta a un improvviso cambiamento delle condizioni di convezione; mostrare le distribuzioni per la condizione iniziale, la condizione finale e due istanti intermedi.

## Esercizi

**Nota:** a meno che non sia indicato nel testo del problema, si utilizzino i valori delle proprietà termofisiche necessarie fornite nelle apposite tabelle dell'Appendice HT quando si risolvono questi problemi.

### Legge di Fourier ed equazione del calore

- 16.1** Si considerino condizioni stazionarie di conduzione monodimensionale in una parete piana con conduttività termica  $\lambda = 50 \text{ W/m}\cdot\text{K}$  e spessore  $L = 0.25 \text{ m}$ , senza generazione di energia. Determinare il flusso termico e la grandezza incognita per ciascun caso e schematizzare la distribuzione di temperatura, indicando la direzione del flusso di calore.
- 16.2** Nel sistema mostrato in Figura P16.2 avviene conduzione monodimensionale in regime stazionario senza generazione di energia interna. La conduttività termica è  $25 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$  e lo spessore  $L$  è  $0.5 \text{ m}$ . Determinare le grandezze incognite per ogni singolo caso nella tabella allegata e disegnare la distribuzione della temperatura, indicando la direzione del flusso di calore.

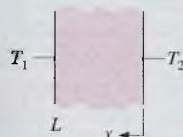


Figura P16.2

| Caso | $T_1$  | $T_2$ | $dT/dx$<br>(K/m) | $q''_x$<br>(W/m <sup>2</sup> ) |
|------|--------|-------|------------------|--------------------------------|
| 1    | 400 K  | 300 K |                  |                                |
| 2    | 100 °C |       | -250             |                                |
| 3    | 80 °C  |       | +200             |                                |
| 4    |        | -5 °C |                  | 4000                           |
| 5    |        | 30 °C |                  | -3000                          |

**16.3** Un sistema monodimensionale, senza generazione di energia, ha uno spessore di 20 mm con le superfici mantenute a 275 e 325 K. Determinare il flusso termico attraverso il sistema se questo è realizzato in (a) alluminio puro, (b) acciaio al carbonio, (c) AISI 316 acciaio inox, (d) vetroceramica, (e) Teflon, (f) calcestruzzo.

- 16.4** Si osserva che la distribuzione di temperatura in regime stazionario in una parete monodimensionale, con conduttività pari a  $50 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$  e spessore pari a 50 mm, è  $T (\text{°C}) = a + bx^2$ , dove  $a = 200 \text{ °C}$ ,  $b = -2000 \text{ °C}/\text{m}^2$  e  $x$  è espresso in metri.
- Qual è l'energia volumetrica generata nell'unità di tempo nella parete?
  - Determinare il flusso di calore in corrispondenza delle due facce. In quale modo questi flussi di calore sono correlati all'energia volumetrica generata nell'unità di tempo?

**16.5** La distribuzione di temperatura attraverso una parete di 0.3 m di spessore a un determinato istante di tempo è  $T(x) = a + bx + cx^2$ , dove  $T$  è in gradi Celsius e  $x$  è in metri,  $a = 200 \text{ °C}$ ,  $b = -200 \text{ °C}/\text{m}$ , e  $c = 30 \text{ °C}/\text{m}^2$ . La parete ha una conduttività termica di  $1 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ .

- Sulla base di un'unità di superficie, determinare la potenza termica all'interno e all'esterno della parete e l'energia accumulata dal muro nell'unità di tempo.
- Se la superficie fredda è esposta a un fluido a  $100 \text{ °C}$ , qual è il coefficiente di scambio termico convettivo?

**16.6** In una parete piana di spessore pari a 50 mm e conduttività termica costante di  $5 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$  si verifica conduzione monodimensionale in regime stazionario con generazione di energia uniforme (Figura P16.6). Per queste condizioni, la distribuzione di temperatura ha la forma  $T(x) = a + bx + cx^2$ . La superficie a  $x = 0$  ha temperatura  $T(0) = T_0 = 120 \text{ °C}$  ed è sottoposta a convezione con un flusso per cui  $T_\infty = 20 \text{ °C}$  e  $h = 500 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . La superficie a  $x = L$  è ben isolata.

- Applicando un bilancio energetico globale alla parete, calcolare l'energia generata nell'unità di tempo,  $q$ .

- (b) Determinare i coefficienti a, b e c applicando le condizioni al contorno alla distribuzione di temperatura assegnata. Utilizzare i risultati per calcolare e riportare in un grafico la distribuzione di temperatura.

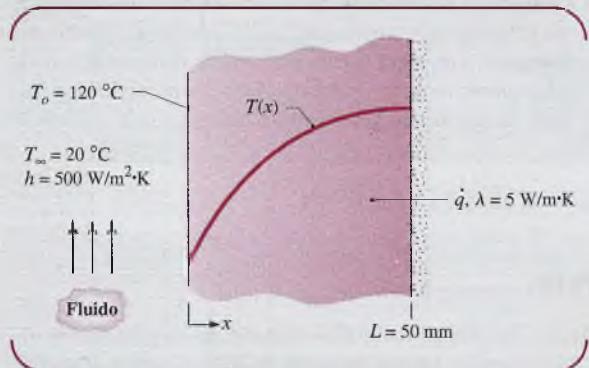


Figura P16.16

**Parete piana**

- 16.7** Si consideri la parete piana di Figura 16.4, che separa un fluido caldo e uno freddo, rispettivamente a temperatura  $T_{\infty,1}$  e  $T_{\infty,2}$ . Utilizzando i bilanci di energia sulla superficie come condizioni al contorno a  $x = 0$  e  $x = L$  (si veda l'Eq. 16.9), ottenere la distribuzione di temperatura all'interno della parete e il flusso di calore in termini di  $T_{\infty,1}$ ,  $T_{\infty,2}$ ,  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $\lambda$  e  $L$ .

- 16.8** Si consideri la finestra composita dell'Esempio 16.1 con spessore pari a  $L = 62.2$  mm. Il coefficiente di convezione esterno aumenta fino a  $35 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ , mentre le altre condizioni rimangono le stesse.

- (a) Qual è la temperatura sulla superficie esterna  $T_{s,0}$ ?  
(b) Calcolare la temperatura all'interfaccia tra le due lastre di plastica (A e B).

- 16.9** Si consideri il dispositivo di raffreddamento del chip dell'Esempio 16.2. Si era determinato che la temperatura di lavoro del chip fosse  $75.3^\circ\text{C}$  per un chip che dissipava una potenza di  $10^4 \text{ W}/\text{m}^2$ . Calcolare la dissipazione di potenza ammissibile per le medesime condizioni di raffreddamento quando il chip è a  $85^\circ\text{C}$ .

- 16.10** Le pareti di un frigorifero sono tipicamente realizzate con pannelli di isolante disposti a sandwich tra pannelli sottili di metallo. Si consideri una parete fatta di isolante del tipo lana di vetro di conduttività termica pari a  $\lambda_i = 0.046 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$  e spessore  $L_i = 50$  mm e pannelli di acciaio, ciascuno dei quali con conduttività termica  $\lambda_p = 60 \text{ W}/\text{m}\cdot\text{K}$  e spessore  $L_p = 3$  mm. Se la parete separa aria refrigerata a  $T_{\infty,i} = 4^\circ\text{C}$  da aria ambiente a  $T_{\infty,e} = 25^\circ\text{C}$ , qual è la potenza termica scambiata per unità di superficie? I coefficienti associati alla convezione naturale sulla superficie interna ed esterna possono essere approssimati a  $h_i = h_e = 5 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ .

- 16.11** Una casa ha una parete composta di legno, isolante in fibra di vetro e rivestimento in intonaco come indicato in Figura P16.11. In un giorno freddo invernale, i coefficienti di scambio termico convettivo so-

no  $h_e = 60 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  e  $h_i = 30 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . La superficie totale della parete è  $350 \text{ m}^2$ .

- (a) Determinare un'espressione analitica per la resistenza termica totale della parete, inclusi gli effetti della convezione interna ed esterna per le condizioni indicate.  
(b) Determinare il flusso di calore attraverso la parete.  
(c) Se il vento soffia con violenza, portando  $h_e$  a  $300 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ , determinare la percentuale di incremento del flusso termico.  
(d) Qual è la resistenza termica che maggiormente condiziona il calore scambiato attraverso la parete?

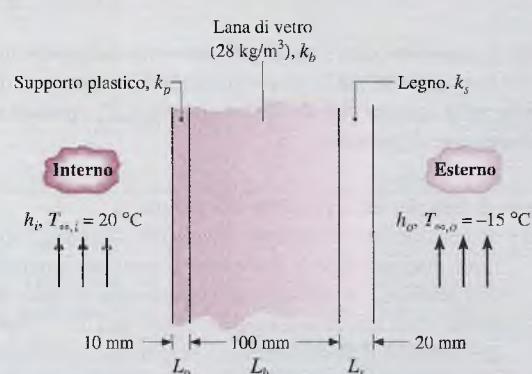


Figura P16.11

- 16.12** Si consideri una parete composta costituita da una parete in legno duro di 8 mm di spessore, fissata con dei perni spessi 40 mm, ogni 0.65 m, a uno strato di isolamento in fibra di vetro di 130 mm (rivestito da cartone,  $28 \text{ kg}/\text{m}^3$ ) e uno strato di 12 mm di gesso (vermiculite) a bordo della parete.

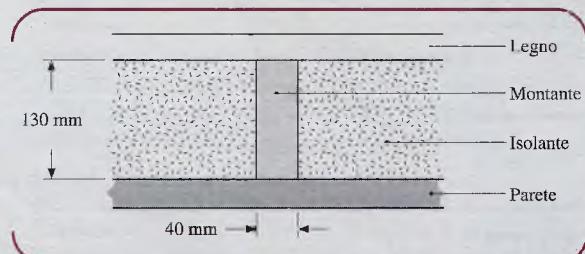


Figura P16.12

Qual è la resistenza termica associata a una parete di questo tipo, alta 2.5 m e larga 6.5 m (con 10 perni a ogni 2.5 m di altezza)?

- 16.13** Gli indumenti protettivi di un vigile del fuoco sono tipicamente costituiti da un insieme di tre strati separati da vuoti d'aria, come mostrato in Figura P16.13. Le dimensioni rappresentative e le conducibilità termiche per gli strati sono i seguenti.

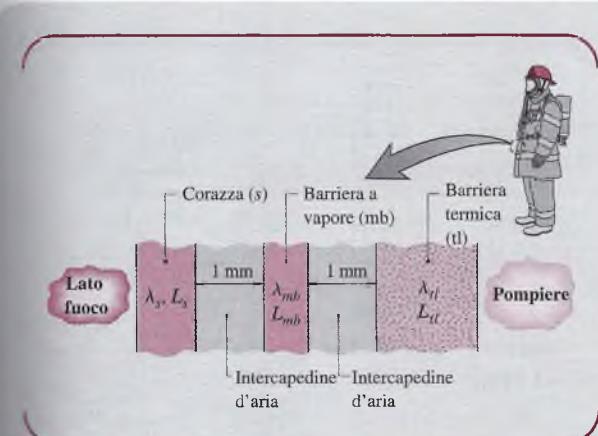


Figura P16.13

| Strato                  | Spessore (mm) | (W/m·K) |
|-------------------------|---------------|---------|
| Corazza (c)             | 0.8           | 0.047   |
| Barriera al vapore (bv) | 0.55          | 0.012   |
| Barriera termica (bt)   | 3.5           | 0.038   |

I vuoti d'aria tra gli strati hanno 1 mm di spessore e il calore viene trasferito per conduzione e irraggiamento attraverso l'aria stagnante. Il coefficiente della radiazione linearizzata per un singolo vuoto d'aria può essere approssimato come  $h_{rad} = \sigma (T_1 + T_2)(T_1^2 + T_2^2) \approx 4\sigma T_{media}^3$ , dove  $T_{media}$  rappresenta la temperatura media delle superfici che contengono il vuoto, e il flusso di radiazione attraverso il vuoto può essere espresso come  $q''_{rad} = h_{rad} (T_1 - T_2)$ .

- (a) Rappresentare il giaccone mediante un circuito termico, indicando tutte le resistenze termiche. Calcolare e tabulare le resistenze termiche per unità di superficie ( $m^2 K/W$ ) per ciascuno degli strati, come pure per la conduzione e l'irraggiamento nei vuoti. Si supponga che possa essere utilizzato un valore di  $T_{media} = 470$  K per stimare la resistenza all'irraggiamento di entrambi i vuoti. Commentare il peso relativo delle resistenze.
- (b) Per un ambiente in cui i vigili del fuoco lavorano spesso, il flusso di calore radiante tipico sul lato del giaccone esposto al fuoco è di  $0.25 \text{ W/cm}^2$ . Qual è la temperatura della superficie esterna del giaccone, se la temperatura della superficie interna è di  $66^\circ\text{C}$ , condizione che potrebbe comportare ustioni?

- 16.14 La parete di un forno di essiccazione è costituita da pannelli sandwich di materiale isolante di conduttività  $\lambda = 0.05 \text{ W/(m·K)}$  posizionato tra sottili lastre metalliche. L'aria nel forno è a  $T_{\infty,i} = 300^\circ\text{C}$  e il corrispondente coefficiente convettivo è  $h_i = 30 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ . La superficie interna della parete assorbe un flusso radiante  $q''_{rad} = 100 \text{ W/m}^2$  dagli oggetti più caldi all'interno del forno. L'aria nella stanza è a  $T_{\infty,e} = 25^\circ\text{C}$  e il coefficiente globale per convezione e irraggiamento dalla superficie esterna è  $h_e = 10 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ .

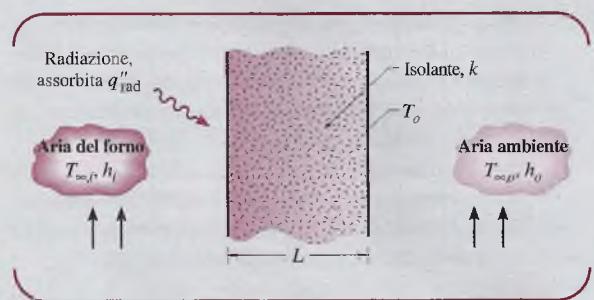


Figura P16.14

- (a) Descrivere il circuito termico corrispondente nelle condizioni stazionarie. Indicare in maniera appropriata resistenze, temperature e flussi termici.
- (b) Qual è lo spessore L di isolante necessario per mantenere la superficie esterna della parete alla temperatura di sicurezza al tatto  $T_0 = 40^\circ\text{C}$ ?
- 16.15 La condensa che si forma sul lunotto posteriore di un'automobile viene eliminata facendo passare aria calda sulla sua superficie interna. Se l'aria calda è a  $T_{\infty,i} = 40^\circ\text{C}$  e il corrispondente coefficiente di convezione è  $h_i = 30 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ , quali sono le temperature della superficie esterna e interna del vetro spesso 4 mm, se la temperatura ambiente dell'aria esterna è  $T_{\infty,e} = -10^\circ\text{C}$  e il coefficiente di convezione associato è  $h_e = 65 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ ?
- 16.16 La condensa sul lunotto posteriore di un'automobile si può rimuovere applicando una pellicola riscaldante sottile, trasparente, alla sua superficie interna. Riscaldando elettricamente questo elemento, si può generare un flusso di calore uniforme sulla superficie interna. La temperatura dell'aria interna e il coefficiente di convezione sono  $T_{\infty,i} = 25^\circ\text{C}$  e  $h_i = 10 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ , mentre la temperatura dell'aria esterna (ambiente) e il coefficiente di convezione sono  $T_{\infty,e} = -10^\circ\text{C}$  e  $h_e = 65 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ . Per un vetro spesso 4 mm, determinare la potenza elettrica necessaria per unità di superficie per mantenere una temperatura superficiale interna di  $15^\circ\text{C}$ .
- 16.17 In un processo di fabbricazione, una pellicola trasparente è legata a un substrato, come mostrato in Figura P16.17. Per assicurare il legame a una temperatura  $T_0$ , viene utilizzata una sorgente radiante per fornire un

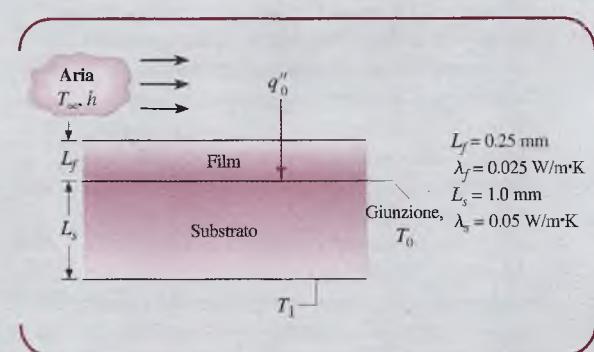


Figura P16.17

flusso di calore  $q''$  ( $\text{W}/\text{m}^2$ ), che viene assorbito in corrispondenza della superficie incollata. Il retro del substrato è mantenuto a  $T_1$ , mentre la superficie libera del film è esposta all'aria a  $T_\infty$  e con un coefficiente di scambio termico convettivo  $h$ .

- (a) Illustrare il circuito termico che rappresenta lo scambio termico in regime stazionario. Assicurarsi di indicare tutti gli elementi, i nodi, e i flussi di calore. Lasciarli in forma analitica.
- (b) Supporre le seguenti condizioni:  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ ,  $h = 50 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  e  $T_1 = 30^\circ\text{C}$ . Calcolare il flusso termico  $q''$  richiesto per mantenere la superficie di collegamento a  $T_0 = 60^\circ\text{C}$ .

- 16.18** Si consideri una parete composita piana composta da due materiali di condutività termica  $\lambda_A = 0.1 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$  e  $\lambda_B = 0.04 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$  e spessori  $L_A = 10 \text{ mm}$  e  $L_B = 20 \text{ mm}$ . La resistenza di contatto all'interfaccia tra i due materiali è nota:  $0.30 \text{ m}^2\text{K}/\text{W}$ . Il materiale A confina con un fluido a  $200^\circ\text{C}$  per il quale  $h = 10 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ , e il materiale B confina con un fluido a  $40^\circ\text{C}$  per il quale  $h = 20 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ .

- (a) Qual è la potenza termica che attraversa la parete alta 2 m e larga 2.5 m?
- (b) Schematizzare la distribuzione di temperatura.

- 16.19** Un chip di silicio viene incapsulato in modo tale che, in condizioni stazionarie, tutta la potenza che dissipava viene trasferita per convezione a un fluido per il quale  $h = 1000 \text{ W}/\text{m}^2\text{K}$  e  $T_\infty = 25^\circ\text{C}$ . Il chip è separato dal fluido mediante una piastra di copertura in alluminio spessa 2 mm, e la resistenza di contatto dell'interfaccia chip/alluminio è  $0.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2\text{K}/\text{W}$ .

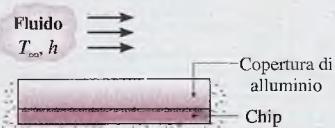


Figura P16.19

Se la superficie del chip è di  $100 \text{ mm}^2$  e la sua temperatura massima ammissibile è di  $85^\circ\text{C}$ , qual è la massima dissipazione di potenza ammissibile nel chip?

- 16.20** Su un unico circuito integrato (chip) possono essere posizionati circa  $10^6$  componenti elettrici con una dissipazione di energia elettrica fino a  $30.000 \text{ W}/\text{m}^2$ . Il chip, che è molto sottile, è esposto a un liquido dielettrico sulla sua superficie esterna, con  $h_e = 1000 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  e  $T_{\infty,e} = 20^\circ\text{C}$  ed è accoppiato a un circuito nella sua superficie interna (vedere Fig. P16.20). La resistenza termica di contatto tra il chip e la scheda è  $10^{-4} \text{ m}^2\text{K}/\text{W}$ , e lo spessore della piastra e la sua conduttività termica sono rispettivamente  $L_p = 5 \text{ mm}$  e  $\lambda_b = 1 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ . L'altra superficie della piastra è esposta all'aria di un ambiente per cui  $h_i = 40 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  e  $T_{\infty,i} = 20^\circ\text{C}$ .

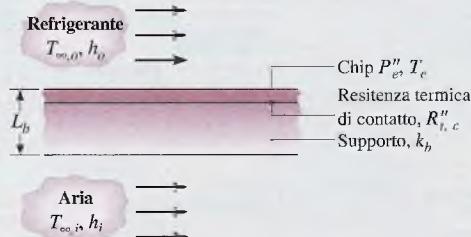


Figura P16.20

Illustrare il circuito termico che rappresenta lo scambio termico in regime stazionario. Assicurarsi di indicare tutti gli elementi, i nodi, e i flussi di calore. In condizioni stazionarie per cui la dissipazione di potenza del chip è  $P_e'' = 30.000 \text{ W}/\text{m}^2$ , qual è la temperatura del chip?

- 16.21** Si consideri un transistor di potenza racchiuso in un case in alluminio collegato alla base di una piastra di alluminio quadrata di conducibilità termica  $\lambda = 240 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ , spessore  $L = 6 \text{ mm}$  e larghezza  $W = 20 \text{ mm}$  (Fig. P16.21). La scatola è unita alla piastra con viti che mantengono una pressione di contatto di 1 bar, e la superficie posteriore della piastra trasferisce il calore per convezione naturale e irraggiamento all'aria ambiente. L'ambiente circostante di grandi dimensioni è a  $T_\infty = T_{\text{sup}} = 25^\circ\text{C}$ . La superficie ha un'emissività  $\epsilon = 0.9$  e il coefficiente di convezione è  $h = 4 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . La scatola è completamente chiusa, in modo tale che si possa ipotizzare che il trasferimento di calore si verifichi esclusivamente attraverso la piastra di base. Se l'interfaccia alluminio-alluminio riempita d'aria è caratterizzata da un'area di  $A_c = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  e una resistenza termica di contatto  $R''_{t,c} = 2.75 \times 10^{-4} \text{ m}^2\cdot\text{K}/\text{W}$ , qual è la massima dissipazione di potenza ammissibile del case se la temperatura superficiale,  $T_{s,c}$ , non deve superare gli  $85^\circ\text{C}$ ? Suggerimento: Assumere, e quindi giustificare, che  $h_{\text{rad}} = 7.25 \text{ W}/\text{m}^2\text{K}$ .

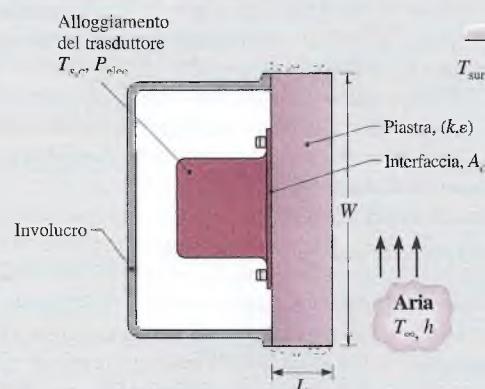


Figura P16.21

### Parete cilindrica

**16.22** Un tubo di 120 mm di diametro esterno è attraversato da vapore ed è ricoperto da uno strato di isolamento di spessore di 20 mm di silicato di calcio ( $\lambda = 0.089 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ ). La temperatura della superficie del tubo è di 800 K e la temperatura dell'aria dell'ambiente circostante è pari a 300 K. I coefficienti di convezione e di irraggiamento per la superficie esterna del materiale isolante sono stimati pari a 5.5 e 10  $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Determinare la potenza termica scambiata dal tubo per unità di lunghezza (W/m) e la temperatura della superficie esterna dell'isolante.

**16.23** Un tubo di acciaio inossidabile ( $\lambda = 14 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ), utilizzato per il trasporto di un farmaco refrigerato, ha un diametro interno di 36 mm e spessore di 2 mm. Il farmaco e l'ambiente sono rispettivamente alle temperature di 6 °C e 23 °C, mentre i corrispondenti coefficienti convettivi interni ed esterni sono 400  $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$  e 6  $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$ , rispettivamente.

- (a) Qual è la potenza termica scambiata per unità di lunghezza del tubo?
- (b) Qual è la potenza termica scambiata per unità di lunghezza se viene applicato sulla superficie esterna del condotto uno strato di 10 mm di spessore di silicato di calcio ( $\lambda_{\text{iso}} = 0.050$ )?

**16.24** Un riscaldatore elettrico sottile è avvolto intorno alla superficie esterna di un tubo cilindrico lungo, la cui superficie interna è mantenuta a una temperatura di 5 °C. La parete del tubo ha raggio interno ed esterno rispettivamente di 25 e 75 mm e una condutività termica di 10  $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ . La resistenza termica di contatto tra il riscaldatore e la superficie esterna del tubo (per unità di lunghezza del tubo) è  $R''_{lc} = 0.01 \text{ m}\cdot\text{K}/\text{W}$ . La superficie esterna del riscaldatore è esposta a un fluido con  $T_\infty = -10 \text{ }^\circ\text{C}$  e un coefficiente di convezione  $h = 100 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Determinare la potenza del riscaldatore per unità di lunghezza del tubo necessaria per mantenere il riscaldatore a  $T_0 = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ .

**16.25** Un filo elettrico di 2 mm di diametro è isolato da una guaina di gomma spessa 2 mm ( $\lambda = 0.13 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ) e l'interfaccia cavo/guaina è caratterizzata da una resistenza termica di contatto  $R''_{lc} = 3 \times 10^{-4} \text{ m}^2\cdot\text{K}/\text{W}$ . Il coefficiente di scambio termico per convezione sulla superficie esterna della guaina è di 10  $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$  e la temperatura dell'aria ambiente è di 20 °C. Se la temperatura dell'isolante non può superare i 50 °C, qual è la massima potenza elettrica ammissibile che può essere dissipata per unità di lunghezza del conduttore?

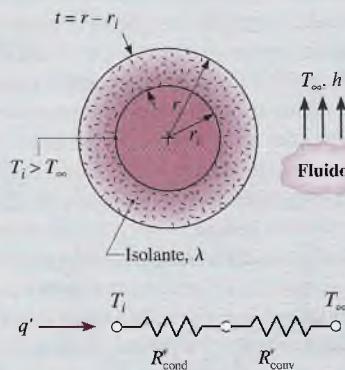
**16.26** Si consideri un tubo di raggio  $r_i$  mantenuto a temperatura  $T_i$ , coperto con uno strato isolante di spessore  $t = r - r_i$  e conduttività termica  $\lambda$ , soggetto a convezione sulla superficie esposta ( $T_\infty$ ,  $h$ ). L'obiettivo di questo problema è quello di dimostrare che esiste un raggio critico di isolamento  $r_{cr} = \lambda/h$ , al di sotto del quale  $q'$  aumenta al crescere di  $r$  e al di sopra del quale  $q'$  decresce all'aumentare di  $r$ .

**(a)** Scrivere le espressioni per la resistenza termica associate al circuito termico mostrato sopra e le resistenze termiche totali per unità di lunghezza,  $R'_{tot}$ .

**(b)** Considerare il caso in cui  $r_i = 5 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 0.055 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$  e  $h = 5 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Calcolare e illustrare  $R'_{cond}$ ,  $R'_{conv}$  e  $R'_{tot}$  in funzione dello spessore dell'isolante  $t = r - r_i$  per l'intervallo  $0 \leq t \leq 50 \text{ mm}$ .

**(c)** Dal grafico del punto (b) determinare il raggio per cui la resistenza totale è minima. Come si confronta questo valore con la definizione del raggio critico d'isolamento  $r_{cr} = \lambda/h$ ?

**(d)** Riflettendo sull'analisi, spiegare a parole perché è possibile che l'aumento dello spessore dell'isolamento su un tubo faccia aumentare la velocità di scambio termico.



Circuito termico rappresentante i processi di condutività termica nell'isolante e convezione sulla superficie esposta

Figura P16.26

### Parete sferica

**16.27** Si consideri il contenitore sferico per lo stoccaggio di azoto liquido dell'Esempio 16.3. Al progettista del contenitore è stato chiesto di ridurre l'ebollizione giornaliera da 7 a 4 litri/giorno. Qual è lo spessore richiesto dell'isolamento in polvere di silice?

**16.28** La parete di un serbatoio sferico di 1 m di diametro contiene una reazione chimica esotermica ed è a 200 °C, mentre la temperatura dell'aria ambiente è di 25 °C. Quale spessore di schiuma di poliuretano è necessario per ridurre la temperatura esterna a 40 °C, assumendo il coefficiente di convezione pari a 20  $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$  per entrambe le situazioni? Qual è la riduzione percentuale della potenza termica scambiata che si ottiene con l'isolamento?

**16.29** Una sonda sferica per la crioterapia può essere integrata nei tessuti malati per congelare e distruggere il tessuto. Si consideri una sonda del diametro di 3 mm la cui superficie è mantenuta a  $-30 \text{ }^\circ\text{C}$ , inserita nel tessuto che è a  $37 \text{ }^\circ\text{C}$ . Si forma uno strato sferico di tessuto congelato intorno alla sonda, con una tempe-

ratura di 0 °C all'interfaccia tra il normale tessuto e quello congelato. Se la conduttività termica dei tessuti congelati è di circa 1.5 W/(m·K) e il calore scambiato nella parte superficiale è caratterizzato da un coefficiente di convezione di 50 W/(m<sup>2</sup>·K), qual è lo spessore dello strato di tessuto congelato?

- 16.30** Un serbatoio sferico, utilizzato come reattore per la produzione di prodotti farmaceutici, ha una parete in acciaio inox di 10 mm di spessore ( $\lambda = 17 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ) e un diametro interno di 1 m. La superficie esterna del serbatoio è esposta all'aria ambiente ( $T_{\infty} = 25 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ), per la quale si può considerare un coefficiente di convezione di 6 W/(m<sup>2</sup>·K).

(a) Durante il funzionamento in regime stazionario, è mantenuta una temperatura superficiale interna di 50 °C dall'energia generata all'interno del reattore. Qual è la perdita di calore dal serbatoio?

(b) Se viene applicato uno strato isolante di fibra di vetro di spessore 20 mm ( $\lambda = 0.040 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ) e la potenza termica generata nell'unità di tempo è immutata, qual è la temperatura della superficie interna del serbatoio?

- 16.31** Un guscio sferico composito, di raggio interno  $r_1 = 0.25 \text{ m}$ , è costituito da piombo ( $\lambda = 35 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ , temperatura di fusione = 601 K) con raggio esterno  $r_2 = 0.30 \text{ m}$ , acciaio inossidabile ( $\lambda = 15 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ) con raggio esterno  $r_3 = 0.31 \text{ m}$ . La cavità è riempita con residui radioattivi che generano una potenza termica pari a  $\dot{q} = 5 \times 10^5 \text{ W}/\text{m}^3$ . Si propone di immergere il contenitore in acque oceaniche a una temperatura di 10 °C con un coefficiente di convezione uniforme pari a  $h = 500 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  in corrispondenza della superficie esterna del contenitore. Ci sono problemi associati a questo progetto?

#### Conduzione con generazione di energia: la parete piana

- 16.32** Si consideri la parete composita dell'Esempio 16.4. Calcolare la temperatura  $T_0$  della superficie isolata se l'energia generata nell'unità di tempo raddoppia ( $\dot{q} = 3.0 \times 10^6 \text{ W}/\text{m}^3$ ), mentre tutte le altre condizioni rimangono invariate. Disegnare la distribuzione di temperatura in questo caso e nel Esempio 16.4. Identificare le differenze principali tra le distribuzioni nei due casi.

- 16.33** Si consideri la parete composita dell'Esempio 16.4. L'analisi è stata effettuata assumendo trascurabile la resistenza di contatto tra i materiali A e B. Calcolare la temperatura  $T_0$  della superficie isolata se la resistenza termica di contatto è  $R''_{t,c} = 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{K}/\text{W} = 10^{-4} \text{ m}^2 \text{K}/\text{W}$ , mentre tutte le altre condizioni rimangono invariate. Disegnare le distribuzioni di temperatura per questo caso e per quello rappresentato nell'Esempio 16.4. Individuare le principali somiglianze e differenze tra le distribuzioni nei due casi.

- 16.34** Una lastra piana di spessore 0.1 m e conduttività termica pari a 25 W/(m·K), soggetta a una generazione uniforme di energia volumetrica di 0.3 MW/m<sup>3</sup>, è isolata su un lato, mentre l'altro lato è esposto a un fluido

a 92 °C. Il coefficiente di scambio termico convettivo tra il fluido e la parete è di 500 W/(m<sup>2</sup>·K). Determinare la massima temperatura nella parete.

- 16.35** Delle barre conduttrici in una centrale elettrica hanno una sezione trasversale rettangolare di altezza  $H = 600 \text{ mm}$  e larghezza  $W = 200 \text{ mm}$ . La conduttività termica del materiale della barra è  $\lambda = 165 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$  e la resistenza elettrica per unità di lunghezza è  $R'_e = 1.044 \mu\text{6}/\text{m}$ . Il coefficiente di convezione tra la barra e l'aria ambiente a 30 °C è 19 W/(m<sup>2</sup>·K).

(a) Supponendo che la barra sia a una temperatura  $T$  uniforme, calcolare in condizioni stazionarie la temperatura quando la barra è attraversata da una corrente di 60.000 A.

(b) Supponendo che la barra possa essere approssimata a una parete piana mono-dimensionale di spessore  $2L = W$  con generazione di energia uniforme, stimare la differenza di temperatura tra il piano mediano e la superficie della barra conduttrice. La temperatura uniforme ipotizzata nella parte (a) è ragionevole? Commentare la validità dell'ipotesi di parete piana fatta per la stima della differenza di temperatura.

- 16.36** Quando è attraversata da una corrente elettrica  $I$  (A), una barra conduttriva di rame di sezione trasversale rettangolare (6 mm × 150 mm) è sottoposta a una generazione di energia uniforme  $\dot{q}$  (W/m<sup>3</sup>) data da  $\dot{q} = aI^2$ , dove  $a = 0.015 \text{ W}/(\text{m}^3 \cdot \text{A}^2)$ . Se la barra è in un ambiente con aria caratterizzata da  $h = 5 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  e la sua temperatura massima non deve superare di 30 °C quella dell'aria, qual è la massima capacità conduttriva ammissibile per la barra?

- 16.37** La distribuzione di temperatura in regime stazionario in una parete piana costituita da tre differenti materiali, ciascuno dei quali con conduttività termica costante, è mostrata di seguito.

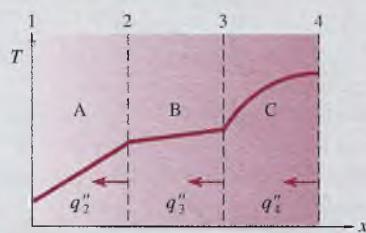


Figura P16.37

(a) Commentare la relazione tra l'entità delle grandezze di  $q''_2$  e  $q''_3$ ;  $q''_3$  e  $q''_4$ .

(b) Commentare la relazione tra le grandezze  $\lambda_A$  e  $\lambda_B$ ,  $\lambda_B$  e  $\lambda_C$ .

(c) Schematizzare il flusso termico in funzione di  $x$ .

- 16.38** Un elemento di combustibile nucleare di spessore  $2L$  è ricoperto da un rivestimento d'acciaio di spessore  $b$ . L'energia generata all'interno del combustibile nell'unità di tempo vale  $\dot{q}$  e viene rimossa da un fluido

a  $T_\infty$ , che lambisce una superficie ed è caratterizzato da un coefficiente di convezione  $h$ . L'altra superficie è bene isolata e il combustibile e l'acciaio hanno conduttività termiche rispettivamente  $\lambda_c$  e  $\lambda_a$ .

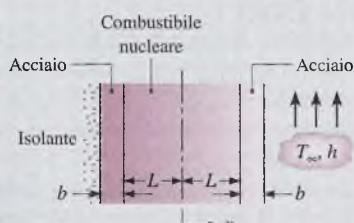


Figura P16.38

- Schematizzare la distribuzione di temperatura  $T(x)$  per l'intero sistema e descrivere le caratteristiche principali dell'andamento della distribuzione.
  - Per  $\lambda_c = 60 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ ,  $L = 15 \text{ mm}$ ,  $b = 3 \text{ mm}$ ,  $\lambda_a = 15 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ ,  $h = 10000 \text{ W/(m}^2\text{K)}$  e  $T = 200^\circ\text{C}$ , quali sono le temperature più alte e più basse nell'elemento di combustibile se l'energia volumetrica generata uniformemente nell'unità di tempo è  $q = 2 \times 10^7 \text{ W/m}^3$ ? Dove vengono raggiunte?
  - Se l'isolante viene rimosso e vengono mantenute le medesime condizioni convettive su ciascuna superficie, qual è la forma corrispondente della distribuzione di temperatura nell'elemento di combustibile? Per le condizioni della parte (a), quali sono le temperature più alte e più basse del combustibile? Dove vengono raggiunte?
- Una parete piana di spessore  $2L$  e conduttività termica  $\lambda$  è soggetta a una generazione di energia volumetrica per unità di tempo uniforme  $\dot{q}$ . Come indicato nel disegno per il caso 1, la superficie in  $x = -L$  è perfettamente isolata, mentre la superficie esterna è mantenuta a temperatura costante  $T_0$ . Per il caso 2, molto sottile, viene inserito un nastro dielettrico a metà del muro ( $x = 0$ ), al fine di isolare elettricamente le due sezioni, A e B. La resistenza termica del nastro è  $R'' = 0.0005 \text{ K/W}$ . I parametri associati alla parete sono  $\lambda = 50 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ ,  $L = 20 \text{ mm}$ ,  $= 5 \times 10^6 \text{ W/m}^3$  e  $T_0 = 50^\circ\text{C}$ .
- Disegnare la distribuzione di temperatura per il caso 1, in coordinate  $T-x$ . Descrivere le principali caratteristiche di questa distribuzione. Identificare la posizione della temperatura massima nella parete e calcolare questa temperatura.
  - Disegnare la distribuzione di temperatura per il caso 2 nelle stesse coordinate  $T-x$ . Descrivere le principali caratteristiche di questa distribuzione.
  - Qual è la differenza di temperatura tra le due pareti in corrispondenza di  $x = 0$  per il caso 2?
  - Qual è la posizione della temperatura massima nella parete composita del caso 2? Calcolare questa temperatura.

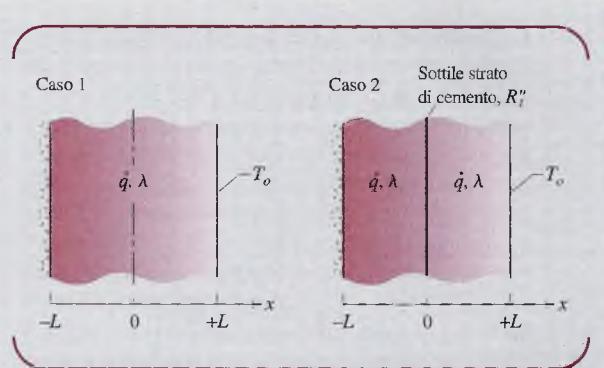


Figura P16.39

### Conduzione con generazione di energia: i sistemi radiali

- 16.40** Un'asta di 25 mm di diametro in acciaio inossidabile, attraverso la quale passa corrente elettrica, è soggetta internamente a una generazione uniforme di energia. L'asta ha una condutività termica di  $15 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$  e una resistività elettrica di  $0.7 \times 10^{-6} \text{ m}$ . Che corrente è richiesta per mantenere nell'asse dell'asta una sovratemperatura di  $100^\circ\text{C}$  rispetto alla temperatura ambiente quando il coefficiente di convezione è di  $25 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ ?

- 16.41** Una lunga asta cilindrica di diametro pari a 200 mm, con condutività termica pari a  $0.5 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ , è soggetta a una produzione uniforme di energia volumetrica di  $24000 \text{ W/m}^3$ . L'asta viene incapsulata in un manicotto circolare avente un diametro esterno di 400 mm e una conducibilità termica di  $4 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ . La superficie esterna del manicotto è esposta a un flusso di aria a  $27^\circ\text{C}$  con un coefficiente di convezione di  $25 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ .

- Determinare la temperatura di interfaccia tra l'asta e il manicotto, e sulla superficie esterna.
- Qual è la temperatura nel centro dell'asta?

- 16.42** Viene mostrata la sezione trasversale di un lungo elemento cilindrico di combustibile in un reattore nucleare. La produzione di energia avviene in modo uniforme nella barra di combustibile di torio, che è di diametro  $D = 25 \text{ mm}$  ed è avvolta da un rivestimento di alluminio sottile.

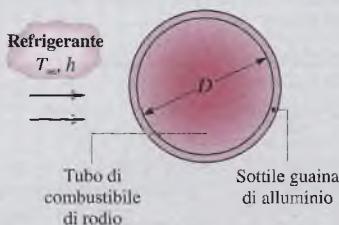


Figura P16.42

Si propone che, in condizioni stazionarie, il sistema funzioni con una produzione di energia interna  $\dot{q} = 7 \times 10^8 \text{ W/m}^3$  e le caratteristiche del sistema di raffreddamento siano  $T = 95^\circ\text{C}$  e  $H = 7000 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Questo progetto è soddisfacente?

**16.43** Le caratteristiche uniche di alcune sostanze biologicamente attive, come frutta, verdura e altri prodotti, richiedono una cura particolare nel trattamento. A seguito di raccolta e separazione dalle piante che le producono, il glucosio viene catabolizzato per produrre anidride carbonica e vapore acqueo con generazione di energia. Si consideri una scatola di mele, ognuna di 80 mm di diametro, che è ventilata con aria a  $5^{\circ}\text{C}$  e fornisce un coefficiente di convezione di  $7.5 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . All'interno di ogni mela, l'energia generata in modo uniforme nell'unità di tempo è  $4000 \text{ J/kg}\cdot\text{giorno}$ . La densità e la conduttività termica della mela sono rispettivamente  $840 \text{ kg}/\text{m}^3$  e  $0.5 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ .

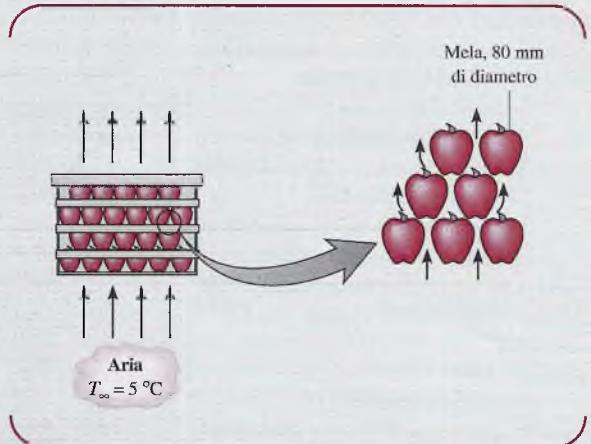


Figura P16.43

Determinare le temperature al centro della mela e sulla sua superficie.

**16.44** Delle scorie radioattive ( $\lambda_r = 20 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ) sono immagazzinate in un contenitore di forma sferica, in acciaio inox ( $\lambda_{ss} = 15 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ), di raggio interno ed esterno pari a  $r_i = 0.5 \text{ m}$  e  $r_o = 0.6 \text{ m}$  rispettivamente. L'energia volumetrica generata uniformemente nel tempo all'interno delle scorie è di  $q = 10^5 \text{ W}/\text{m}^3$  e la superficie esterna del serbatoio è esposta a un flusso di acqua per il quale  $h = 1000 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  e  $T_{\infty} = 25^{\circ}\text{C}$ .

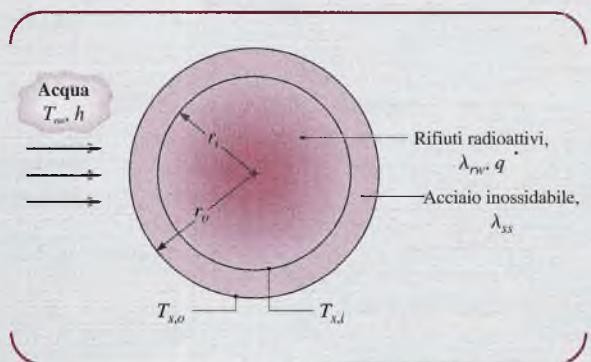


Figura P16.44

- (a) Valutare le temperature della superficie esterna e interna rispettivamente,  $T_{s,o}$  e  $T_{s,i}$   
 (b) Qual è la massima temperatura nel sistema, e dove è la sua posizione?

### Superfici estese e alette

**16.45** Una lunga asta circolare di alluminio, una cui estremità è attaccata a una parete riscaldata, scambia calore per convezione verso un fluido freddo. Se il diametro dell'asta viene triplicato, quanto varia la potenza termica scambiata? Se viene usata un'asta dello stesso diametro, ma di rame anziché di alluminio, quanto varia la potenza termica scambiata?

**16.46** Un'asta lunga passa da un'apertura in un forno avente una temperatura dell'aria di  $400^{\circ}\text{C}$ , ed è compressa contro la superficie dell'alloggiamento (Fig. P16.46). Le termocoppie attaccate all'asta a 25 e 120 mm dalla superficie registrano temperature rispettivamente di 325 e  $375^{\circ}\text{C}$ . Qual è la temperatura della superficie?

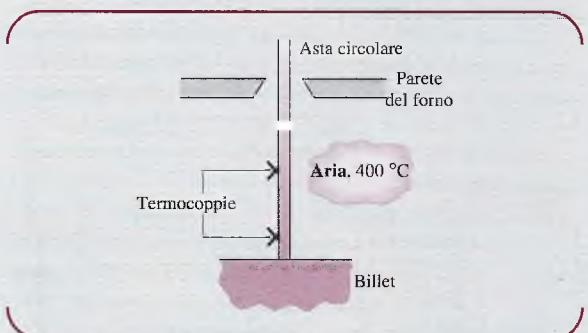


Figura P16.46

**16.47** Si considerino due lunghe aste sottili dello stesso diametro, ma di materiali diversi. Un'estremità di ciascuna asta è collegata a una superficie mantenuta a  $100^{\circ}\text{C}$ , mentre la superficie delle aste è esposta all'aria ambiente a  $20^{\circ}\text{C}$ . Attraversando la lunghezza di ogni asta con una termocoppia, è stato osservato che le temperature delle aste erano le medesime nelle posizioni nelle quali  $x_A = 0.15 \text{ m}$  e  $x_B = 0.075 \text{ m}$ , dove  $x$  è misurata a partire dalla superficie di base. Se la conduttività termica dell'asta A è nota,  $\lambda_A = 70 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ , determinare il valore di  $\lambda_B$  per l'asta B.

**16.48** Le condizioni presenti all'estremità di un'alemma influenzano le prestazioni termiche della stessa in funzione dalla geometria dell'alemma e dalla sua condutività termica, così come in funzione del coefficiente di convezione. Si consideri un'alemma rettangolare in lega di alluminio ( $\lambda = 180 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ), di larghezza uniforme  $L = 10 \text{ mm}$ , spessore  $t = 1 \text{ mm}$  e larghezza  $w \gg t$ . La temperatura alla base dell'alemma è  $T_b = 100^{\circ}\text{C}$ , e l'alemma è esposta a un fluido a temperatura  $T_{\infty} = 25^{\circ}\text{C}$ . Ipotizzando un coefficiente di convezio-

ne costante  $h = 100 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  lungo l'intera superficie dell'aletta, determinare la potenza termica scambiata dall'aletta per unità di lunghezza  $q_f$ , l'efficienza dell'aletta  $\varepsilon_a$ , la resistenza termica per unità di lunghezza  $R'_{t,f}$  e la temperatura all'estremità  $T$  ( $L$ ) per i casi B e D della Tabella 16.4. Confrontare i risultati con quelli ottenuti attraverso l'approssimazione di aletta infinita.

- 16.49** Un'aletta diritta di sezione trasversale rettangolare fabbricata in lega di alluminio ( $\lambda = 185 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ) ha una base di spessore  $t = 3 \text{ mm}$  e larghezza  $L = 15 \text{ mm}$ . La temperatura alla base è  $T_b = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ . L'aletta è esposta a un fluido per cui  $T_\infty = 20 \text{ }^\circ\text{C}$  e  $h = 50 \text{ W}/\text{m}^2\text{K}$ .

- (a) Per le precedenti condizioni e un'unità di lunghezza dell'aletta, calcolare la potenza termica scambiata dall'aletta e l'efficienza  $\varepsilon_a$ .  
 (b) Confrontare i precedenti risultati con quelli per un'aletta fabbricata in rame puro ( $\lambda = 400 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ).

- 16.50** Considerare l'uso di un'aletta di forma rettangolare diritta, in acciaio inox ( $\lambda = 15 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ), su una parete la cui temperatura è di  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ . Un fluido a  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  lambisce le superfici, e il coefficiente di scambio termico convettivo associato è  $75 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . L'aletta è spessa  $6 \text{ mm}$  e lunga  $20 \text{ mm}$ .

- (a) Calcolare l'efficienza dell'aletta, il rendimento dell'aletta e la potenza termica per unità di lunghezza.  
 (b) Confrontare i precedenti risultati con quelli per un'aletta fabbricata in rame puro ( $\lambda = 400 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ).

- 16.51** Le pale di una turbina sono montate su un disco rotante del rotore e sono esposte ai vapori di un gas a temperatura  $T_\infty = 1200 \text{ }^\circ\text{C}$  che mantiene un coefficiente convettivo  $h = 250 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  tra fluido e pala.

Le pale, costruite in Inconel,  $\lambda \approx 20 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ , hanno larghezza  $L = 50 \text{ mm}$ . Il profilo della pala ha una

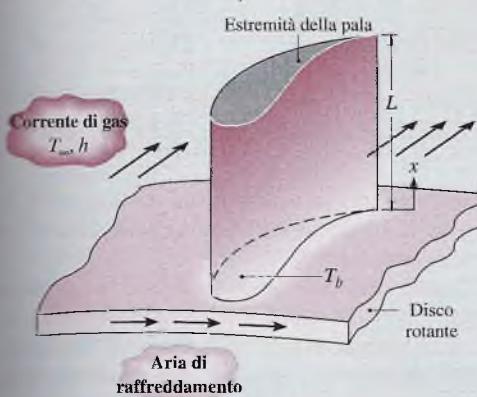


Figura P16.51

sezione trasversale di superficie uniforme  $A_t = 6 \times 10^{-4} \text{ m}^2$  e un perimetro  $P = 110 \text{ mm}$ . Lo schema proposto per il raffreddamento della pala, che coinvolge aria in circolo attraverso il supporto del disco, è in grado di mantenere la base di ciascuna pala a temperatura  $T_b = 300 \text{ }^\circ\text{C}$ .

- (a) Se la temperatura massima ammissibile della pala è  $1050 \text{ }^\circ\text{C}$  e l'estremità della pala può essere assunta come adiabatica, è sufficiente lo schema di raffreddamento proposto?  
 (b) Per lo schema di raffreddamento proposto, qual è la potenza termica scambiata da ciascuna pala verso il fluido freddo?

- 16.52** Le alette a forma di spilli sono ampiamente utilizzate nei sistemi elettronici per fornire raffreddamento e sostenere i dispositivi (Figura P16.52). Si consideri l'aletta di diametro uniforme  $D$ , larghezza  $L$  e conduttività termica  $\lambda$ , che connette due dispositivi identici di larghezza  $L_g$  e superficie  $A_g$ . I dispositivi sono caratterizzati da una generazione di energia volumetrica  $\dot{q}$  e conduttività termica  $\lambda_g$ . Si ipotizzi che le superfici esposte dei dispositivi siano a temperatura uniforme pari a quella della base dell'aletta,  $T_b$ ; le superfici esposte scambiano calore per convezione con il fluido a esse adiacente. Il retro e i lati dei dispositivi sono perfettamente isolati. Ricavare un'espressione per la temperatura alla base  $T_b$  in funzione dei parametri dei dispositivi ( $\lambda_g, \dot{q}, L_g, A_g$ ), dei parametri di convezione ( $T_\infty, h$ ) e dei parametri dell'aletta ( $\lambda, D, L$ ).

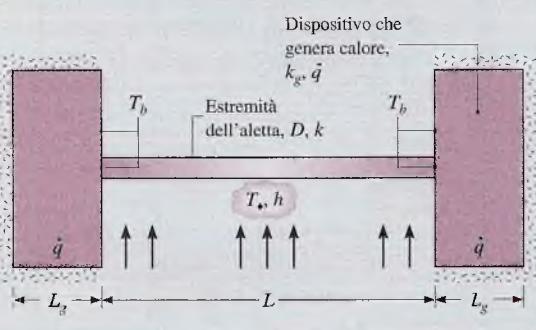


Figura P16.52

- 16.53** Un sottile dispositivo elettronico a forma di disco di spessore  $L_d$ , diametro  $D$  e conduttività termica  $\lambda_d$  dissipava una potenza elettrica in condizioni stazionarie  $P_e$ . Il dispositivo è connesso a una base mantenuta a  $T_0$  da un isolamento termico di spessore  $L_p$  e conduttività termica  $\lambda_p$ . Una lunga aletta di diametro  $D$  e conduttività termica  $\lambda_a$  è incollata alla superficie (generante energia) del dispositivo attraverso il medesimo isolamento termico. L'aletta è raffreddata da un getto d'aria a temperatura  $T_\infty$  con un coefficiente convettivo  $h$ .

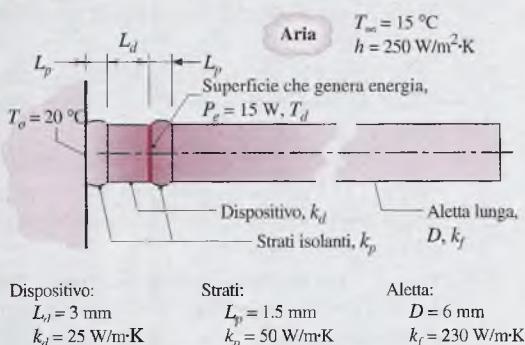


Figura P16.53

- Costruire il circuito termico del sistema.
- Derivare un'espressione per la temperatura  $T_d$  della superficie che genera energia del dispositivo, in termini di: resistenze termiche del circuito,  $T_0$  e  $T_\infty$ . Esprimere le resistenze termiche in relazione agli appropriati parametri.
- Calcolare  $T_d$  per le condizioni indicate.

**16.54** Un'asta molto lunga, di 5 mm di diametro e condutività termica uniforme  $\lambda = 25 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ , è sottoposta a un processo di trattamento termico. Una porzione del centro dell'asta lunga 30 mm viene sottoposta a una produzione uniforme di energia volumetrica di  $7.5 \times 10^6 \text{ W/m}^3$  utilizzando una serpentina a induzione. Le porzioni non riscaldate dell'asta, che sporgono dalla serpentina su entrambi i lati, sono soggette a convezione con l'aria dell'ambiente a  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$  e  $h = 10 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ . Si supponga che non vi sia convezione dalla superficie dell'asta all'interno della batteria.

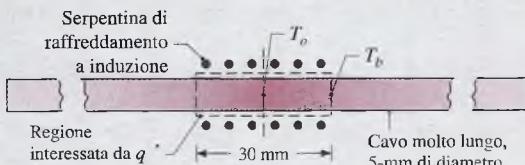


Figura P16.54

- Calcolare la temperatura stazionaria  $T_0$  dell'asta nel baricentro della porzione riscaldata dalla serpentina.
- Calcolare la temperatura dell'asta nel bordo della porzione riscaldata.

**16.55** Si consideri il manicotto alettato di alluminio dell'Esempio 16.7. Si vuole capire quali grandezze possono portare a incrementare la potenza termica scambiata, tenendo la temperatura della base a  $80^\circ\text{C}$ .

(a) Un'opzione consiste nell'aumentare la velocità dell'aria che scorre sopra la superficie delle alette, per incrementare il coefficiente di convezione. Utilizzare il modello sviluppato nell'esempio per determinare l'aumento della potenza termica raddoppiando il coefficiente convettivo ( $h = 50 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ ), mentre tutte le altre condizioni rimangono invariate.

(b) Quali altri parametri si possono cambiare per ottenere un miglioramento delle prestazioni del sistema?

**16.56** Determinare l'incremento percentuale del calore scambiato associato all'applicazione di alette in lega di alluminio ( $\lambda = 180 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ ) a sezione rettangolare su una parete piana. Le alette sono lunghe 50 mm, spesse 0.5 mm ed equamente distanziate di 4 mm (250 alette/m). Il coefficiente di convezione associato alla parete senza alette è di  $40 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ , mentre con le alette è di  $30 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ .

**16.57** L'estremità di una barra rettangolare circondata da isolante è mantenuta a  $100^\circ\text{C}$  ed è esposta all'aria ambiente, come indicato nello schema. Una serie lineare di alette cilindriche ( $N = 10$ ) viene fissata sulla superficie per incrementare il trasferimento di calore dalla barra. Le alette cilindriche ( $\lambda = 65 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ ) hanno diametro 3 mm e lunghezza 12 mm. La temperatura ambiente è di  $25^\circ\text{C}$ , e il coefficiente di convezione, in corrispondenza della superficie finale della barra e delle alette, è di  $10 \text{ W/(m}^2\text{K)}$ .

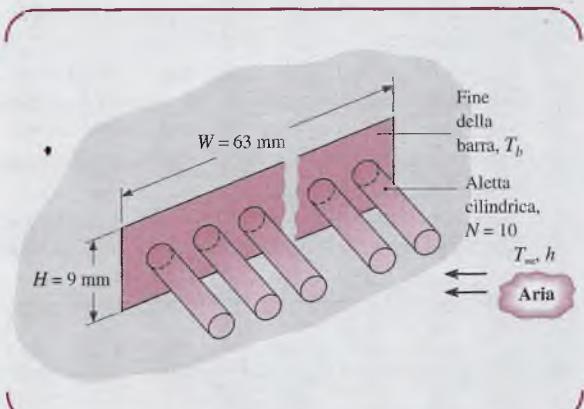


Figura P16.57

Determinare l'incremento percentuale di calore scambiato associato all'introduzione delle alette all'estremità della barra.

**16.58** Quando più componenti sono disposti su un unico circuito integrato (chip), il livello di dissipazione di potenza continua ad aumentare. Tuttavia, questo aumento è limitato dalla massima temperatura di funzionamento ammissibile del chip, che è di circa  $75^\circ\text{C}$ . Per massimizzare il trasferimento di calore, si propone che venga disposta una serie  $4 \times 4$  di alette in rame

saldate alla superficie esterna del chip di 12.7 millimetri di lato.

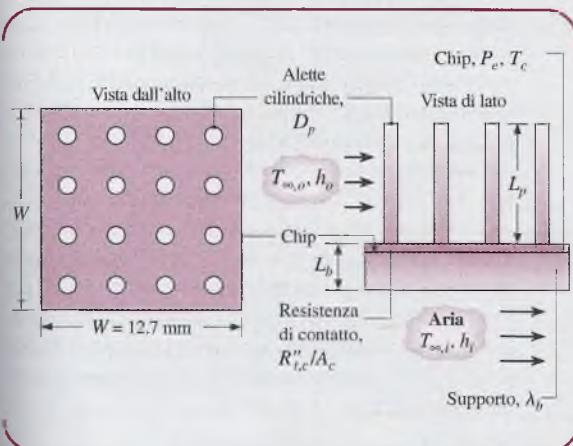


Figura P16.58

- (a) Disegnare il circuito termico equivalente per il sistema chip-alette, ipotizzando condizioni monodimensionali, regime stazionario e resistenza di contatto trascurabile tra il chip e le alette. Indicare in maniera opportuna le resistenze, le temperature e gli scambi di calore.
- (b) Per le condizioni assegnate nel Problema 16.20, qual è la massima potenza dissipata  $P_e$  nel chip una volta saldate le alette? Si ricavi inoltre il valore di  $P_e$  per  $T_c = 75^\circ\text{C}$ . Il diametro e la lunghezza dell'aletta cilindrica sono  $D_a = 1.5 \text{ mm}$  e  $L_a = 15 \text{ mm}$ .
- 16.59 Un'aletta anulare in lega di alluminio ( $\lambda = 180 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ ) di sezione rettangolare è collegata alla superficie esterna di un tubo circolare avente un diametro esterno di 25 mm e una temperatura superficiale di  $250^\circ\text{C}$ . L'aletta è di 1 mm di spessore e 10 mm di lunghezza; la temperatura e il coefficiente di convezione associato al fluido adiacente sono rispettivamente  $25^\circ\text{C}$  e  $25 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ .
- (a) Qual è la potenza termica scambiata dall'aletta?
- (b) Se fossero disposte lungo la lunghezza del tubo 200 alette di questo tipo ogni 5 mm, quale sarebbe la potenza termica dissipata per unità di lunghezza del tubo?

#### Metodo delle capacità concentrate

- 16.60 Delle sfere d'acciaio di diametro 12 mm sono riscaldate a  $1150 \text{ K}$  e lentamente raffreddate a  $400 \text{ K}$  in aria ambiente a  $T_\infty = 325 \text{ K}$  e con  $h = 20 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ . Assumendo le proprietà dell'acciaio  $\lambda = 40 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ , e  $c = 600 \text{ J}/(\text{kg K})$ , valutare il tempo richiesto per il processo di raffreddamento.

- 16.61 Il coefficiente di scambio termico per dell'aria che scorre attorno a una sfera deve essere determinato osservan-

do l'andamento della temperatura nel tempo per una sfera in puro rame. La sfera, di 12.7 mm di diametro, è a  $66^\circ\text{C}$  prima di essere investita da un getto d'aria a temperatura  $27^\circ\text{C}$ . Dopo 69 s la termocoppia sulla superficie esterna indica  $55^\circ\text{C}$ . Si ipotizzi, e si giustifichi il ragionamento, che la sfera si comporti come un oggetto spazialmente isotermo, e calcolare il coefficiente di scambio termico.

- 16.62 Una sfera d'acciaio piena (AISI 1010), di 300 mm di diametro, è rivestita con uno strato di materiale dielettrico di spessore di 2 mm e conduttività termica di  $0.04 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ . La sfera rivestita si trova inizialmente a una temperatura uniforme di  $500^\circ\text{C}$  ed è improvvisamente immersa in un bagno d'olio di grandi dimensioni, per il quale  $T = 100^\circ\text{C}$  e  $h = 3300 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ . Stimare il tempo necessario affinché la temperatura della sfera rivestita raggiunga i  $140^\circ\text{C}$ . Suggerimento: Trascurare l'effetto dell'accumulo di energia nel materiale dielettrico, poiché la sua capacità termica ( $\rho c V$ ) è piccola rispetto a quella della sfera d'acciaio.

- 16.63 Degli alberi in acciaio al carbonio (AISI 1010) di diametro 0.1 m sono riscaldati in una fornace, i cui gas sono a  $1200 \text{ K}$  e forniscono un coefficiente di convezione di  $100 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ . Se gli alberi entrano nella fornace a  $300 \text{ K}$ , quanto devono rimanere nella fornace per raggiungere una temperatura centrale di  $800 \text{ K}$ ?

- 16.64 Un'unità di accumulo di energia è costituita da un grande canale rettangolare, ben isolato sulle superfici esterne, costituito da un alternarsi di strati in materiale di accumulo e corrente di fluido. (Figura P16.64). Ciascuno strato di materiale di accumulo consiste in una piastra di alluminio di larghezza 0.05 m a una temperatura iniziale di  $25^\circ\text{C}$ . Considerare le condizioni per cui l'unità di accumulo è ricaricata da un flusso di un gas caldo attraverso i passaggi, con la temperatura del gas e il coefficiente di convezione assunti costanti e pari a  $T_\infty = 600^\circ\text{C}$ , con

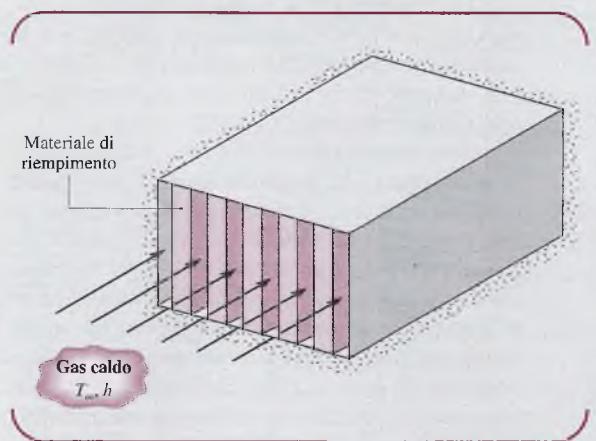


Figura P16.64

$h = 100 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Quanto tempo si impiegherà per raggiungere il 75% dell'accumulo massimo di energia? Qual è la temperatura dell'alluminio in quel momento?

**16.65** I sistemi di stoccaggio dell'energia sono normalmente costituiti da un letto di sfere solide, attraverso le quali scorre un gas caldo in fase di carica o un gas freddo se in fase di scarico (Figura P16.65). In un processo di ricarica, il trasferimento di calore dal gas caldo aumenta l'energia termica immagazzinata all'interno delle sfere fredde; durante la fase di scarica l'energia immagazzinata diminuisce, dato che avviene il trasferimento di calore dalle sfere più calde al gas più freddo.

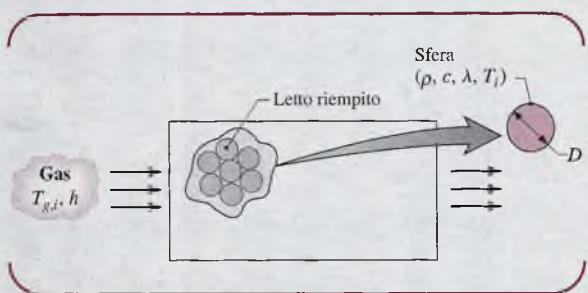


Figura P16.65

Si consideri un letto di sfere di 75 mm di diametro in alluminio ( $\rho = 2700 \text{ kg}/\text{m}^3$ ,  $c = 950 \text{ J}/(\text{kg K})$ ,  $\lambda = 240 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ) e un processo di carica per cui il gas entra nell'unità di accumulo a una temperatura  $T_{g,i} = 300^\circ\text{C}$ . Se la temperatura iniziale delle sfere è  $T_i = 25^\circ\text{C}$  e il coefficiente di convezione  $h = 75 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  quanto tempo ci vuole affinché una sfera in prossimità dell'ingresso del sistema accumuli il 90% dell'energia massima possibile? Qual è la temperatura corrispondente nel centro della sfera? C'è qualche vantaggio nell'utilizzo di rame invece di alluminio?

**16.66** Una molla a balestra di dimensioni  $32 \text{ mm} \times 10 \text{ mm} \times 1.1 \text{ m}$  è spruzzata con un rivestimento anticorrosivo, che viene trattato termicamente sospendendo la molla in verticale longitudinalmente e facendola passare attraverso un forno a nastro trasportatore mantenuto a una temperatura di  $175^\circ\text{C}$ .

Rivestimenti soddisfacenti sono stati ottenuti su molle, inizialmente a  $25^\circ\text{C}$ , con un tempo di permanenza nel forno di 35 min. Il fornitrice del rivestimento ha specificato che quest'ultimo deve essere trattato per 10 min a una temperatura di  $140^\circ\text{C}$ . Per quanto tempo una molla di dimensioni  $76 \text{ mm} \times 35 \text{ mm} \times 1.6 \text{ m}$  deve rimanere nel forno affinché il rivestimento sia trattato termicamente in maniera adeguata? Si supponga che le molle nei due casi siano soggette allo stesso coefficiente convettivo. Le proprietà termofisiche del materiale della molla sono  $\rho = 8131 \text{ kg}/\text{m}^3$ ,  $c = 473 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$  e  $\lambda = 42 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ .

**16.67** Una parete piana di una fornace è realizzata con acciaio al carbonio ( $\lambda = 60 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $\rho = 7850 \text{ kg}/\text{m}^3$ ,  $c = 430 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ) di spessore  $L = 10 \text{ mm}$ . Per proteggerla dagli effetti corrosivi della combustione dei gas nella fornace, una superficie del muro viene rivestita con un sottile film ceramico che, per unità di superficie, ha resistenza termica  $R''_{tf} = 0.01 \text{ m}^2\cdot\text{K}/\text{W}$ . La superficie opposta è ben isolata dall'ambiente circostante. All'accensione della fornace la parete è alla temperatura di  $T_i = 300 \text{ K}$  e i gas di combustione sono a  $T_{\infty} = 1300 \text{ K}$  all'entrata nella fornace, fornendo un coefficiente di convezione  $h = 25 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  sulla pellicola di ceramica. Suggerimento: nell'Equazione 16.85 per l'andamento della temperatura, sostituire il coefficiente di convezione con un coefficiente globale  $U$  ( $1/R_i$ ) che raggruppa le resistenze esterne convettive e conduttrive del film.

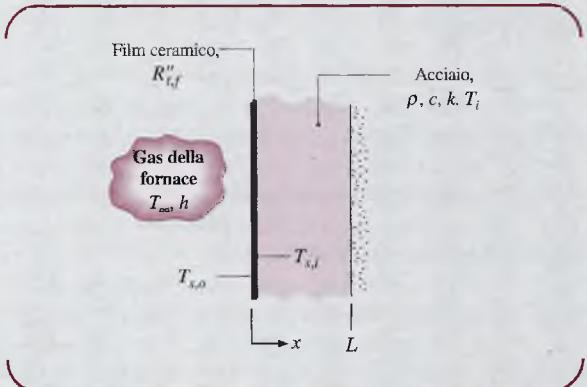


Figura P16.67

(a) Ipotizzando che la pellicola abbia capacità termiche trascurabili, quanto tempo impiegherà la superficie interna dell'acciaio a raggiungere la temperatura  $T_{a,i} = 1200 \text{ K}$ ?

(b) Qual è la temperatura  $T_{a,o}$  della superficie esposta della pellicola di ceramica in quel momento?

**16.68** Uno strumento utilizzato per fabbricare dispositivi a semiconduttori è costituito da un mandrino (un sottile disco metallico cilindrico) su cui viene posizionata da un braccio robotico una lamina di silicio molto sottile ( $\rho = 2700 \text{ kg}/\text{m}^3$ ,  $c = 875 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ,  $\lambda = 177 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ) (Figura P16.68). Una volta in posizione, viene data energia a un campo elettrico nel mandrino, creando una forza elettrostatica che tiene la lamina saldamente ancorata al mandrino. Per garantire una resistenza termica di contatto riproducibile in ciclo, tra il mandrino e la lamina viene introdotto dell'olio in pressione che fuoriesce dal centro del mandrino e fluisce (molto lentamente) radialmente attraverso le asperità della regione di interfaccia.

È stato effettuato un esperimento in condizioni per le quali la lamina, inizialmente a una temperatura unifor-

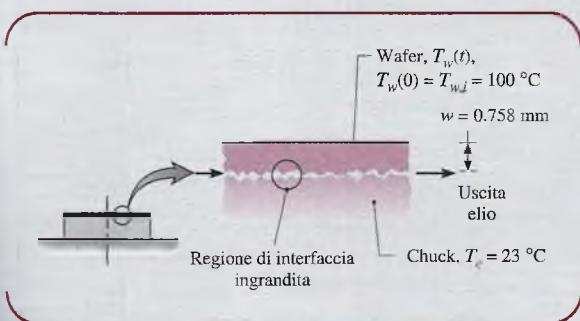


Figura P16.68

me  $T_{wi} = 100^\circ\text{C}$ , viene improvvisamente posizionata sul mandrino, che si trova a una temperatura uniforme e costante  $T_c = 23^\circ\text{C}$ . Con la lamina in posizione, vengono applicati la forza elettrostatica e il flusso di elio. Dopo 15 secondi, si misura una temperatura della lamina pari a  $33^\circ\text{C}$ . Qual è la resistenza termica di contatto ( $R''_{tc}$  ( $\text{m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$ )  $\text{m}^2 \text{K}/\text{W}$ ) tra la lamina e cuneo? Il valore di  $R''_{tc}$  aumenterà, diminuirà o rimarrà lo stesso se verrà utilizzato come gas di purificazione l'aria invece dell'elio?

**16.69** Un dispositivo elettronico, per esempio un transistor, montato su uno scambiatore di calore alettato, può essere modellizzato come un oggetto spazialmente isotermico con generazione di energia e una resistenza convettiva esterna  $R_t$ . Consideriamo un sistema di questo genere di massa  $m$ , calore specifico  $c$ , e superficie  $A_s$ , che è inizialmente in equilibrio con l'ambiente a  $T_\infty$ . Improvvisamente al dispositivo elettronico viene fornita energia in modo tale che ci sia una generazione di energia  $\dot{E}_g$  ( $\text{W}$ ) costante.

(a) Seguendo l'analisi del Par. 16.5.1 e iniziando con un sistema definito correttamente, dimostrare che il bilancio energetico globale del sistema ha la forma

$$-hA_s(T - T_\infty) + \dot{E}_g = mc \frac{dT}{dt}$$

(b) Dopo che viene fornita energia al dispositivo, per  $t \rightarrow \infty$  verrà raggiunta una temperatura uniforme stazionaria  $T(\infty)$ . Utilizzando il precedente bilancio energetico per lo stato stazionario dimostrare che

$$\dot{E}_g = hA_s(T(\infty) - T_\infty)$$

Utilizzando il bilancio energetico dalla parte (a) e l'espressione per dalla parte (b), si dimostri che la risposta transitoria della temperatura del dispositivo è

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \exp\left(-\frac{t}{R_t C_t}\right)$$

dove  $\theta = T - T(\infty)$  e  $T(\infty)$  è la temperatura in regime stazionario corrispondente a  $t \rightarrow \infty$ ;  $\theta_i = T_i - T(\infty)$ ;  $T_i$  è la temperatura iniziale del dispositivo;  $R_t$  è la resistenza termica  $1/hA_s$ ; e  $C_t$  è la capacità termica  $mc$ .

**16.70** Un dispositivo elettronico, che dissipava 60 W, viene montato su uno scambiatore di calore in alluminio ( $c = 875 \text{ J}/(\text{kg K})$ ) con una massa di 0.31 kg e raggiunge una temperatura di  $100^\circ\text{C}$  nell'aria ambiente a  $20^\circ\text{C}$  in condizioni stazionarie. Se il dispositivo è inizialmente a  $20^\circ\text{C}$ , quale temperatura si raggiunge dopo 5 minuti dalla sua accensione? Suggerimento: Vedere il Problema 16.69 per la risposta in temperatura di questo sistema caratterizzato da una produzione di energia e da una resistenza di convezione esterna.

**16.71** Un lungo cavo di diametro  $D = 1 \text{ mm}$  è immerso in un bagno d'olio a temperatura  $T_\infty = 25^\circ\text{C}$ . Il cavo ha una resistenza elettrica per unità di lunghezza pari a  $R_e''$ . Se una corrente  $I = 100 \text{ A}$  scorre attraverso il filo e  $h$  vale  $500 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ , qual è la temperatura del filo in regime stazionario? Dal momento in cui la corrente viene applicata, quanto tempo ci vuole affinché il filo raggiunga una temperatura di  $1^\circ\text{C}$  in regime stazionario? Le proprietà del cavo sono:  $\rho = 8000 \text{ kg}/\text{m}^3$ ,  $c = 500 \text{ J}/(\text{kg K})$  e  $\lambda = 20 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ .

**16.72** L'obiettivo di questo problema è quello di sviluppare un modello termico per la stima della temperatura in regime stazionario e l'andamento della temperatura transitoria del trasformatore elettrico mostrato di seguito. La geometria esterna del trasformatore è approssimativamente cubica, con una lunghezza di 32 mm per lato. La massa combinata del ferro e del rame nel trasformatore è 0.28 kg, e la media pesata del calore specifico è di  $400 \text{ J}/(\text{kg K})$ . Il trasformatore dissipa 4.0 W e funziona in ambiente con aria a  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ , con un coefficiente di convezione di  $10 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ . Suggerimento: Si veda il Problema 16.69 per la risposta della temperatura di questo sistema soggetto caratterizzato da una produzione di energia e da una resistenza di convezione esterna.

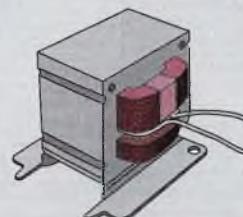


Figura P16.72

(a) Valutare il tempo richiesto perché il trasformatore raggiunga una temperatura stazionaria interna di  $5^\circ\text{C}$ .

(b) È efficace il metodo delle capacità concentrate per questa applicazione? La stima del tempo richiesto è stata ottimistica?

#### Conduzione monodimensionale: la parete piana

**16.73** Si consideri la lastra polimerica dell'Esempio 16.10, che è improvvisamente sottoposta all'aria di un forno

caldo. Dopo quanto tempo la temperatura della superficie della lastra,  $T(L, t)$ , raggiunge i  $125^\circ\text{C}$ ? Qual è la temperatura del piano medio  $T(0, t)$ , in questo intervallo di tempo?

- 16.74** La ricottura è un processo mediante il quale l'acciaio viene riscaldato e poi raffreddato per renderlo meno fragile. Si consideri un piatto di acciaio di 100 mm di spessore ( $\rho = 7830 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 550 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ ,  $\lambda = 48 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ), che è inizialmente a una temperatura uniforme di  $T_i = 200^\circ\text{C}$  e deve essere riscaldato a una temperatura minima di  $550^\circ\text{C}$ . Il riscaldamento è effettuato in una fornace a gas, in cui i prodotti della combustione sono a  $T_\infty = 800^\circ\text{C}$  e mantengono un coefficiente di convezione  $h = 250 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$  su entrambe le superfici della piastra. Per quanto tempo deve essere lasciato il piatto nel forno?

- 16.75** La parete di una fornace a gas spessa 150 mm è costruita in mattoni di argilla resistenti al fuoco ( $\lambda = 1.5 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $\rho = 2600 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 1000 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ) ed è ben isolata nella sua superficie esterna. La parete si trova a una temperatura uniforme iniziale di  $20^\circ\text{C}$ , quando i bruciatori sono accesi e la superficie interna è esposta ai prodotti di combustione per i quali  $T_\infty = 950^\circ\text{C}$  e  $h = 100 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ . Quanto tempo ci vuole perché la superficie esterna del muro raggiunga una temperatura di  $750^\circ\text{C}$ ?

- 16.76** Una tecnica, in corso di valutazione per eliminare la contaminazione biochimica della posta negli uffici postali, utilizza un fascio di elettroni che va a modificare chimicamente gli agenti chimici, avendo però l'effetto negativo di riscaldare la posta. Dopo essere stata esposta al fascio per un determinato periodo di tempo, le prove indicano che la posta all'interno del contenitore del processo ( $150 \text{ mm} \times 300 \text{ mm} \times 600 \text{ mm}$ ) raggiunge una temperatura di  $50^\circ\text{C}$ . La proprietà termofisiche della posta imballata dentro il contenitore sono  $\lambda = 0.15 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$  e  $\rho c = 2.0 \times 10^6 \text{ J}/(\text{m}^3\cdot\text{K})$ . Valutare il tempo necessario affinché la posta nel contenitore raggiunga un temperatura di sicurezza al tatto di  $43^\circ\text{C}$ , quando il contenitore è sottoposto a un raffreddamento per convezione con aria ambiente a  $25^\circ\text{C}$  e un coefficiente convettivo di  $25 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ . Suggerimento: approssimare il contenitore a una parete piana di spessore  $2L = 150 \text{ mm}$  (approssimazione monodimensionale del contenitore).

- 16.77** Facendo riferimento ai processi di trattamento dei semiconduttori del Problema 16.68, si è voluto, a un certo punto del ciclo di produzione, raffreddare il mandrino, che è in lega di alluminio 2024.

Il sistema di raffreddamento proposto prevede il passaggio di aria a  $15^\circ\text{C}$  tra il condotto di alimentazione dell'aria e la superficie del mandrino, come mostrato in Fig. P16.77. Se il mandrino è inizialmente a una temperatura uniforme di  $100^\circ\text{C}$ , calcolate il tempo richiesto affinché la sua superficie inferiore raggiunga  $25^\circ\text{C}$ , assumendo un coefficiente di convezione uniforme di  $50 \text{ W}/\text{m}^2\text{K}$  all'interfaccia mandrino-condotto.

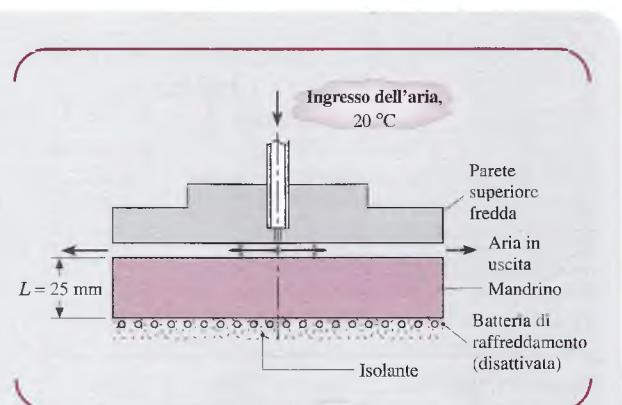


Figura P16.77

- 16.78** La forza e la stabilità degli pneumatici può essere aumentata mediante il riscaldamento di entrambi i lati della gomma ( $\lambda = 0.14 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $\alpha = 6.35 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ ) in una camera di vapore per cui  $T_\infty = 200^\circ\text{C}$ . Nel processo di riscaldamento, una parete di gomma (si presume non trattata) di spessore 20 mm è portata da una temperatura iniziale di  $25^\circ\text{C}$  a una temperatura di  $150^\circ\text{C}$  nel piano mediano. Se il flusso di vapore sulle superfici dello pneumatico mantiene un coefficiente di convezione  $h = 200 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$  quanto tempo ci vorrà per raggiungere la temperatura desiderata nel piano mediano?

- 16.79** Uno strato di ghiaccio di 5 mm di spessore si forma sul parabrezza di un'auto parcheggiata, durante una notte fredda in cui la temperatura ambiente è di  $-20^\circ\text{C}$ . All'accensione, utilizzando un nuovo sistema di sbrinamento, la superficie interna è improvvisamente esposta a un getto d'aria a  $30^\circ\text{C}$ . Assumendo che il ghiaccio si comporti come uno strato isolante sulla superficie esterna, quale coefficiente di convezione interna permetterebbe alla superficie esterna di raggiungere  $0^\circ\text{C}$  in 60 s? Il parabrezza ha le seguenti proprietà termofisiche:  $\rho = 2200 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 830 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$  e  $\lambda = 1.2 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ .

- 16.80** Dei circuiti stampati in fibra di vetro, rivestiti di rame e riempiti con polveri epoxidiche, sono trattati riscaldandone una serie ad alta pressione, come mostrato in Figura P16.80. Lo scopo dell'operazione di riscaldamento in pressione è quello di vulcanizzare la resina epoxidica che lega i fogli di fibra di vetro, impartendo rigidità alle schede. La catasta, realizzata come un libro, è composta da pannelli e lastre pressanti, che impediscono alla resina epoxidica di scorrere tra le lastre e impartiscono una finitura liscia alle lastre trattate. I piani nella parte superiore e inferiore della pila vengono mantenuti a una temperatura uniforme da un fluido in circolo. La condizione per il trattamento si ottiene quando la resina epoxidica è mantenuta a una temperatura pari o superiore a  $170^\circ\text{C}$  per almeno 5 min. Le proprietà termofisiche effettive della pila sono  $\lambda = 0.613 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$  e  $\rho c = 2.73 \times 10^6 \text{ J}/(\text{m}^3\cdot\text{K})$ . Se il libro è inizialmente a  $15^\circ\text{C}$  e, a seguito dell'applicazione della pressione, le pia-

stre sono improvvisamente portate a una temperatura uniforme di  $190^{\circ}\text{C}$ , calcolare il tempo  $t_t$  necessario perché il piano mediano della pila raggiunga la temperatura di  $170^{\circ}\text{C}$ .

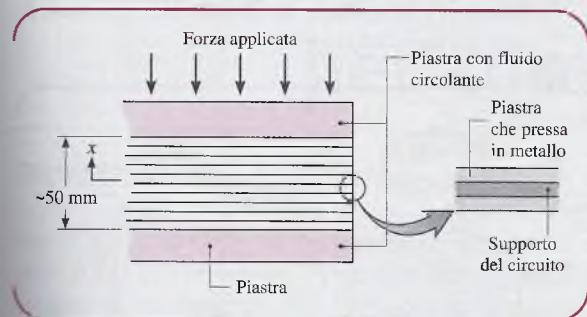


Figura P16.80

- 16.81** Si consideri l'unità di stoccaggio di energia del Problema 16.64, ma con un materiale in muratura con  $\rho = 1900 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 800 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$  e  $\lambda = 0.70 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$  utilizzato al posto dell'alluminio. Quanto tempo ci vorrà per raggiungere il 75% della massima energia possibile? Quali sono le temperature massime e minime della muratura in questo momento?

#### Conduzione in regime variabile: i sistemi radiali

- 16.82** Delle barre cilindriche in acciaio (AISI 1010), di 50 mm di diametro, sono trattate termicamente attraverso un forno lungo 5 metri in cui l'aria è mantenuta a  $750^{\circ}\text{C}$ . Le barre entrano a  $50^{\circ}\text{C}$  e raggiungono una temperatura di  $600^{\circ}\text{C}$  lungo l'asse prima di lasciare il forno. Per un coefficiente di convezione di  $125 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  stimare la velocità con cui le barre devono essere fatte scorrere attraverso il forno.

- 16.83** Un lungo cilindro di 30 mm di diametro, inizialmente a una temperatura uniforme di  $1000 \text{ K}$ , è improvvisamente immerso in un grande bagno d'olio a temperatura costante di  $350 \text{ K}$ . Le proprietà del cilindro sono  $\lambda = 1.7 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $c = 1600 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$  e  $\rho = 400 \text{ kg/m}^3$ , mentre il coefficiente di convezione è  $50 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Calcolare il tempo necessario alla superficie del cilindro per raggiungere  $500 \text{ K}$ .

- 16.84** Un'asta lunga 40 mm di diametro, costruita con zaffiro (ossido di alluminio) e inizialmente a una temperatura uniforme di  $800 \text{ K}$ , è improvvisamente raffreddata da un fluido a  $300 \text{ K}$  con un coefficiente di scambio termico di  $1600 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Dopo 35 s, l'asta è schermata con un isolante e non è più soggetta a perdite di calore. Quale sarà la temperatura dell'asta dopo un lungo periodo di tempo?

- 16.85** Nei trattamenti termici per indurre i cuscinetti a sfera in acciaio ( $c = 500 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ,  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ ,  $\lambda = 50 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ), è preferibile aumentare la temperatura della superficie per un breve periodo senza riscaldare molto significativamente l'interno della sfera. Questo tipo di riscaldamento può essere ottenuto mediante imme-

sione improvvisa della sfera in un bagno di sale fuso, con  $T_\infty = 1300 \text{ K}$  e  $h = 5000 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Supporre che, all'interno della sfera, qualsiasi punto la cui temperatura superi i  $1000 \text{ K}$  verrà indurito. Stimare il tempo necessario per indurre fino all'esterno una sfera di diametro 20 mm se la sua temperatura iniziale è di  $300 \text{ K}$ .

- 16.86** In un processo per la fabbricazione di perline di vetro ( $\lambda = 1.4 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $\rho = 2200 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 800 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ) di 3 mm di diametro, le perline sono sospese in un flusso d'aria diretto verso l'alto, che è a  $T_\infty = 15^{\circ}\text{C}$  e che mantiene un coefficiente di convezione  $h = 400 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Se le perline sono a una temperatura iniziale  $T_i = 477^{\circ}\text{C}$ , per quanto tempo devono restare sospese per raggiungere una temperatura di  $80^{\circ}\text{C}$  nel centro? Qual è la corrispondente temperatura di superficie?

- 16.87** Una camera refrigerata viene proposta per la tempra di cuscinetti a sfera in acciaio con  $D = 0.2 \text{ m}$  di diametro e una temperatura iniziale  $T_i = 400^{\circ}\text{C}$ . L'aria nella camera è mantenuta a  $-15^{\circ}\text{C}$  da un sistema di refrigerazione, e le sfere d'acciaio passano attraverso di essa su un nastro trasportatore. La produzione ottimale di cuscinetti prevede che il 70% dell'energia interna iniziale contenuta nella sfera venga rimossa a  $-15^{\circ}\text{C}$ . Si possono trascurare gli effetti dell'irraggiamento, e il coefficiente di scambio termico convettivo all'interno della camera è  $1000 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Stimare il tempo di permanenza delle sfere all'interno della camera e determinare una velocità di azionamento del trasportatore. Possono essere utilizzate le seguenti proprietà per l'acciaio:  $\lambda = 50 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $\alpha = 2 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  e  $c = 450 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ .

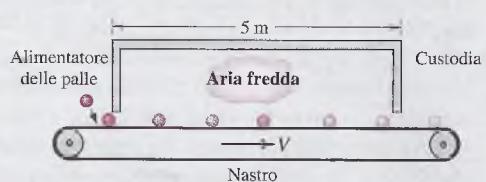


Figura P16.87

#### Conduzione in regime variabile: il solido semi-infinito

- 16.88** Una spessa lastra di acciaio ( $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ ,  $c = 480 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ,  $\lambda = 50 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ) è inizialmente a  $300 \text{ °C}$  e viene raffreddata da getti d'acqua su una delle sue superfici. La temperatura dell'acqua è di  $25^{\circ}\text{C}$  e i getti mantengono un coefficiente di convezione approssimativamente costante sulla superficie. Supponendo che la superficie sia mantenuta alla temperatura dell'acqua durante tutto il raffreddamento, in quanto tempo la temperatura raggiungerà i  $50^{\circ}\text{C}$  a 25 mm dalla superficie?

- 16.89** Le pavimentazioni in asfalto possono raggiungere temperature fino a  $50^{\circ}\text{C}$  in un caldo giorno d'estate. Supponiamo ci sia una tale temperatura lungo tutto

il marciapiede, quando improvvisamente un temporale riduce la temperatura di superficie a 20 °C. Calcolare la quantità totale di energia ( $J/m^2$ ) che è stata trasferita dall'asfalto durante un intervallo di tempo di 30 minuti in cui la superficie è stata mantenuta a 20 °C.

- 16.90** Una pavimentazione metallica in ferro è costituita da una piastra massiccia mantenuta a 150 °C da un riscaldatore elettrico incassato. Il ferro è posto a contatto con il laterizio per ammorbidente l'adesione, che consente al laterizio di essere facilmente sollevato dal sottobordo. L'adesivo si ammorbidente abbastanza se riscaldato a temperature superiori a 50 °C per almeno 2 minuti, ma la sua temperatura non deve superare i 120 °C per evitare il deterioramento del collante. Si supponga che ferro e sottobordo abbiano una temperatura iniziale di 25 °C e che abbiano proprietà termofisiche equivalenti:  $\lambda = 0.15 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$  e  $\rho c_p = 1.5 \times 10^6 \text{ J}/(\text{m}^3\text{K})$ . Quanto tempo è necessario per ammorbidente l'adesivo in modo sufficiente per rimuovere la piastrella? La temperatura dell'adesivo supererà i 120 °C?



Figura P16.90

- 16.91** Una parete di quercia, inizialmente a 25 °C, viene improvvisamente esposta a dei prodotti di combustione per i quali  $T_i = 800 \text{ }^\circ\text{C}$  e  $h = 20 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Determinare il tempo di esposizione necessario per la superficie per raggiungere la temperatura di accensione di 400 °C.

- 16.92** Una semplice procedura per misurare i coefficienti di scambio termico superficiali consiste nel rivestire la superficie con un sottile strato di materiale avente una precisa temperatura di fusione. La superficie viene poi riscaldata e, determinando il tempo necessario affinché si verifichi la fusione, si determina il coefficiente

di convezione. La seguente prova sperimentale utilizza la procedura per determinare il coefficiente di convezione per un flusso di gas normale a una superficie. In particolare, una lunga bacchetta di rame è racchiusa in un super isolante con condutività termica molto bassa e viene applicato un rivestimento molto sottile alla sua superficie esposta.

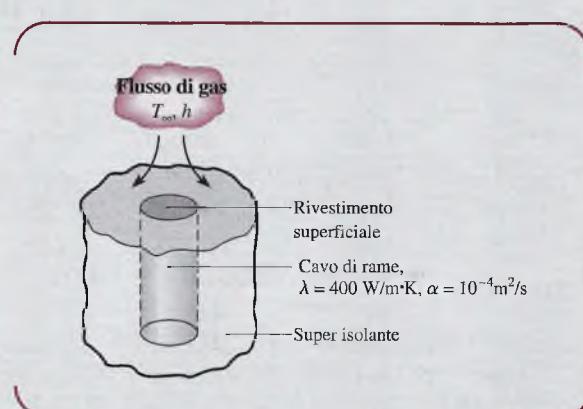


Figura P16.92

Se la bacchetta è inizialmente a 25 °C e il flusso di gas per cui  $h = 200 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  è inizialmente  $T_\infty = 300 \text{ }^\circ\text{C}$ , qual è la temperatura del punto di fusione del rivestimento se si è verificato che la fusione avviene dopo  $t = 400 \text{ s}$ ?

- 16.93** Gli standard per le pareti resistenti al fuoco possono essere basati sulla loro risposta termica a un flusso di calore radiante normato. Si consideri una parete di calcestruzzo spessa 0.25 m ( $\rho = 2300 \text{ kg}/\text{m}^3$ ,  $c = 880 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ,  $\lambda = 1.4 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ) che è a una temperatura iniziale  $T_i = 25 \text{ }^\circ\text{C}$  ed è irradiata su una sola superficie da lampade che forniscono un flusso termico uniforme  $q''_s = 10^4 \text{ W}/\text{m}^2$ . L'assorbimento della superficie per irraggiamento è  $\alpha_s = 1.0$ . Se i requisiti delle norme per gli edifici impongono temperature di superfici irradiate e superfici retrostanti non superiori a 325 °C e 25 °C, rispettivamente, dopo 30 minuti di riscaldamento saranno rispettati tali requisiti?

# 17

# Trasmissione del calore per convezione

## Obiettivi del capitolo

Fino a questo momento si è focalizzata l'attenzione sulla trasmissione del calore per conduzione e si è considerata la convezione come una condizione al contorno per i problemi di conduzione. Nel Paragrafo 15.1.2 si è utilizzato il termine *convezione* per descrivere la trasmissione del calore tra una superficie e un fluido adiacente a differente temperatura. Sebbene il moto molecolare (conduzione) contribuisca allo scambio di calore, il contributo dominante è generalmente dato dal moto della massa fluida delle particelle. Si è appreso anche che la legge di Newton per la convezione richiede la conoscenza del coefficiente di scambio termico convettivo per determinare il flusso termico scambiato. Inoltre il coefficiente convettivo non dipende solamente dalle proprietà del fluido, ma anche dalla geometria della superficie e dalle condizioni del moto. La molteplicità di variabili indipendenti deriva dal fatto che la convezione è influenzata dallo strato limite che si sviluppa sulla superficie. La determinazione del coefficiente convettivo attraverso l'analisi di tutti questi fenomeni è nota come problema della convezione.

Il principale obiettivo di questo capitolo è quello di comprendere i fenomeni connessi allo strato limite e le caratteristiche che influenzano il coefficiente convettivo. Un secondo obiettivo è quello di imparare a stimare i coefficienti convettivi per essere in grado di condurre analisi sui sistemi termici nei differenti tipi di moto e di modalità di trasmissione del calore.

Si comincia con il problema della convezione, a partire dalle conoscenze dello strato limite aerodinamico (di velocità) sviluppate nel Capitolo 14, e si introduce lo strato limite termico, la regione di fluido vicina alla superficie nella quale avviene lo scambio termico, e si discute la sua influenza sul coefficiente convettivo. Il capitolo è diviso in tre parti: la prima considera la convezione forzata e introduce metodi per stimare i coefficienti convettivi associati a flussi esterni e interni; nella seconda parte si analizza la convezione naturale e si presentano procedure per stimare il coefficiente convettivo per alcune geometrie comuni; la terza parte conclude il capitolo con una trattazione relativa agli scambiatori di calore, un'applicazione estremamente importante che coinvolge la trasmissione del calore tra due fluidi separati da una superficie solida.

## 17.1 Problema della convezione

Il problema della convezione consiste nel determinare gli effetti della geometria della superficie e delle condizioni del moto sul coefficiente convettivo, che dipende dagli strati limiti che si sviluppano sulla superficie. Per introdurre questi effetti, si consideri il regime di convezione forzata di un fluido incompressibile, stazionario con velocità del flusso infinitesima  $u_\infty$  e temperatura  $T_\infty$ , che fluisce parallelamente a una piastra piana con una temperatura uniforme  $T_s$  ( $T_s > T_\infty$ ) come mostrato in Figura 17.1.

Questa situazione sarà utilizzata per sviluppare e capire gli effetti della geometria e del moto, nelle parti successive del capitolo, per estendere il concetto ad altre condizioni di

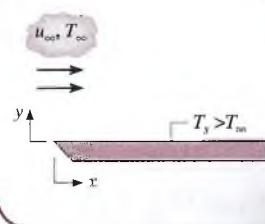


Figura 17.1

### 17.1.1 Strato limite termico

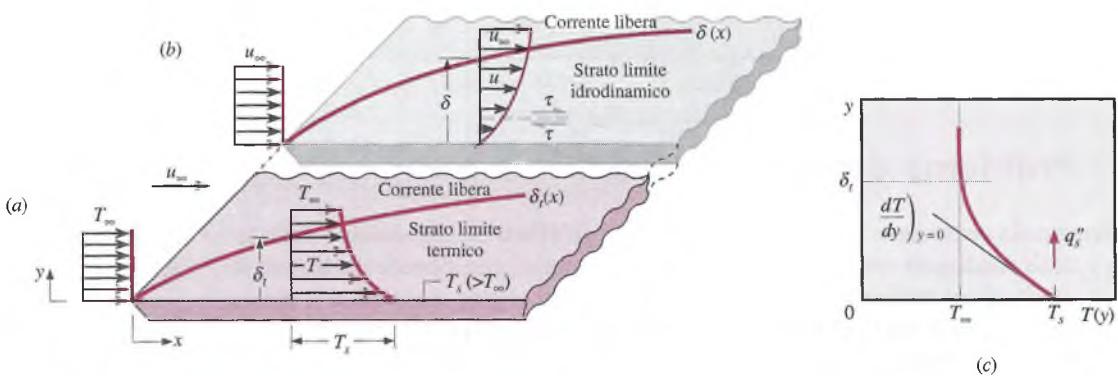
Come si è imparato nel Paragrafo 14.8, lo strato limite fluidodinamico è la sottile regione prossima alla superficie in cui la velocità del fluido varia da zero sulla superficie (condizione di non scivolamento) alla velocità della corrente libera a una certa distanza dalla superficie. In ciascuna posizione  $x$  lungo la superficie, lo spessore  $\delta(x)$  dello strato limite è definito come la distanza dalla superficie ( $y = 0$ ) in cui  $u = 0.99 u_\infty$  (si veda la Figura 14.13). Il moto del fluido è caratterizzato da due regioni distinte: un sottile strato in cui i gradienti di velocità e gli sforzi sono elevati (lo strato limite), e una regione esterna allo strato limite (la corrente libera) nella quale i gradienti di velocità e gli sforzi sono trascurabili. Si adotta il simbolo  $\infty$  per definire le condizioni di flusso indisturbato fuori dallo strato limite.

Proprio come lo strato limite fluidodinamico si sviluppa quando c'è un fluido che lambisce una superficie, si forma uno strato limite termico se le temperature della corrente libera e della superficie sono diverse. Si consideri un moto in regime laminare sulla piastra piana mostrata in Figura 17.2a. In corrispondenza del bordo d'attacco, il profilo di temperatura è uniforme, con  $T(0, y) = T_\infty$ . Le particelle di fluido che vengono in contatto con la superficie raggiungono la temperatura  $T_s$  della lastra piana. Queste particelle scambiano energia con quelle dello strato adiacente e si sviluppa un gradiente di temperatura all'interno del fluido. La regione del fluido in cui si ha questo gradiente di temperatura è lo **strato limite termico** e il suo spessore  $\delta_t$  è convenzionalmente definito come il valore di  $y$  per cui il rapporto  $[(T_s - T)/(T_s - T_\infty)]$  è uguale a 0.99. Al crescere della distanza dal bordo d'attacco, gli effetti dello scambio termico penetrano progressivamente nella corrente libera e lo strato limite termico cresce come lo strato limite fluidodinamico (Figura 17.2b).

Si può facilmente evidenziare una relazione tra le condizioni dello strato limite termico e il coefficiente convettivo. Come mostrato in Figura 17.2c, a ogni distanza  $x$  dal bordo d'attacco, si potrebbe ottenere il flusso termico locale applicando la legge di Fourier al fluido in  $y = 0$  in funzione della conduttività termica  $\lambda$  del fluido e del gradiente di temperatura sulla superficie, ovvero

$$q''_s = -k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (17.1)$$

Tale espressione è corretta poiché sulla superficie la velocità del fluido è zero (condizione di non slittamento) e lo scambio d'energia si realizza per conduzione. Si verifica che il



**Figura 17.2** Fluido con velocità di corrente libera uniforme  $u_\infty$  e temperatura  $T_\infty$  in regime laminare su una piastra piana con temperatura  $T_s$  uniforme ( $T_s > T_\infty$ ). (a) Strato limite termico, (b) Strato limite fluidodinamico, e (c) Flusso termico locale determinato dal gradiente di temperatura sulla superficie, Equazione 17.1.

flusso termico superficiale è uguale al flusso convettivo, che è espresso dalla legge di Newton dello scambio termico per convezione

$$q_s'' = q_{\text{conv}}'' = h_x(T_s - T_\infty) \quad (17.2)$$

Combinando le precedenti equazioni, si ottiene un'espressione del **coefficiente convettivo locale**

$$h_x = \frac{-\lambda \partial T / \partial y|_{y=0}}{T_s - T_\infty} \quad (17.3)$$

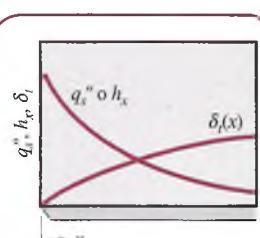


Figura 17.3

Le condizioni nello strato limite termico influenzano fortemente il gradiente di temperatura sulla superficie, che dall'Equazione 17.1 determina la potenza termica trasmessa attraverso lo strato limite e dall'Equazione 17.2 determina il coefficiente locale di convezione.

Riferendosi alla rappresentazione di Figura 17.2a, si osserva che, mentre  $\delta_l$  aumenta con  $x$ , il gradiente di temperatura nello strato limite decresce con  $x$ . Di conseguenza il valore di  $(\partial T / \partial y)|_{y=0}$  diminuisce con  $x$ , e dunque  $q_s''$  e  $h_x$  decrescono con  $x$ , come mostrato in Figura 17.3.

Come si è appreso nel Paragrafo 14.8 (si veda la Figura 14.2), la struttura del moto nello strato limite fluidodinamico può subire una trasformazione da regime laminare vicino al bordo d'attacco a regime turbolento. Come mostrato in Figura 17.4, lo strato limite termico presenta caratteristiche del flusso e profili di temperatura che dipendono dal comportamento dello strato limite fluidodinamico. Nella regione laminare, il movimento del fluido è molto ordinato e caratterizzato dalle componenti della velocità nelle direzioni  $x$  e  $y$ . La componente della velocità  $v$  nella direzione  $y$  (normale alla superficie) contribuisce allo scambio di energia (e di quantità di moto) attraverso lo strato limite. Il profilo di temperatura risultante (Figura 17.4) cambia in modo graduale nello spessore dello strato limite.

A una determinata distanza dal bordo d'attacco, le piccole perturbazioni nel flusso vengono amplificate e inizia a verificarsi la transizione in regime turbolento. Il movimento del fluido nella regione turbolenta è fortemente irregolare e caratterizzato da oscillazioni di velocità, che aumentano lo scambio di energia. A causa alla miscelazione del fluido risultante dalle fluttuazioni (*mixing turbulent*), gli strati limite diventano più spessi. Di conseguenza, i profili di temperatura diventano più piatti, ma i gradienti di temperatura sulla superficie solida sono più ripidi rispetto al flusso laminare. Conseguentemente, dall'Equazione 17.3, ci si aspetta un coefficiente convettivo locale maggiore rispetto al flusso laminare, ma decrescente con  $x$  come mostrato in Figura 17.4.

Nell'analisi del comportamento dello strato limite per la piastra piana, si considera che la transizione avvenga alla posizione  $x_c$ . Il Numero di Reynolds critico  $Re_{x,c}$ , corrispondente

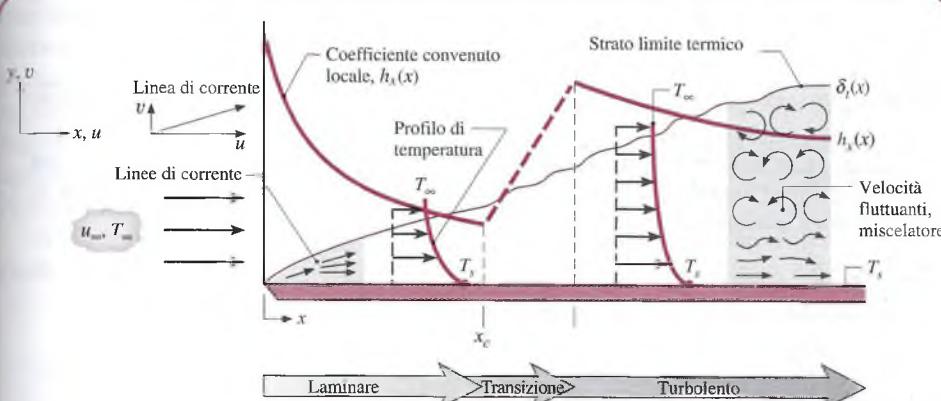


Figura 17.4 Sviluppo dello strato limite termico su una piastra piana, che mostra i cambiamenti nei profili di temperatura e nel coefficiente locale di convezione nelle regioni di moto laminare e turbolento.

all'inizio della transizione sulla lastra piana, è variabile fra  $10^5$  e  $3 \times 10^6$ , a seconda dalla scabrezza della superficie e del livello di turbolenza della corrente libera. Spesso nei calcoli si assume un valore rappresentativo di

$$\text{Re}_{x_c} = \frac{u_\infty x_c}{\nu} = 5 \times 10^5 \quad (17.4)$$

e, se non diversamente indicato, è usato per i calcoli in questo testo.

### 17.1.2 Coefficiente convettivo locale e medio

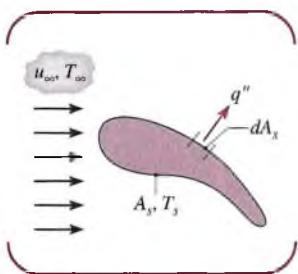


Figura 17.5

Come si è visto nel caso di flusso parallelo a una piastra piana in Figura 17.4, il coefficiente convettivo locale  $h_x$  varia sulla superficie della piastra. Si consideri una superficie di forma arbitraria e area  $A_s$ , con una temperatura superficiale uniforme  $T_s (> T_\infty)$  esposta al moto di un fluido con velocità di corrente libera  $u_\infty$  e temperatura  $T_\infty (< T_s)$  (Figura 17.5). Ci si aspetta che il coefficiente convettivo vari sulla superficie di forma arbitraria come nel caso di piastra piana. In entrambe le situazioni il flusso termico locale  $q''$  può essere espresso come

$$q'' = h_x(T_s - T_\infty) \quad [\text{locale}] \quad (17.5)$$

Lo scambio termico totale può essere ottenuto integrando il flusso termico locale sull'intera superficie  $A_s$ , ovvero

$$q = \bar{h} A_s (T_s - T_\infty) \quad [\text{totale}] \quad (17.6)$$

dove  $\bar{h}$  rappresenta il **coefficiente convettivo medio** ottenuto da

$$\bar{h} = \left( \frac{1}{A_s} \right) \int_{A_s} h_x dA_x \quad (17.7)$$

Si osservi che, nel caso specifico di flusso su piastra piana (Figura 17.6),  $h_x$  varia con la distanza  $x$  dal bordo d'attacco e l'Equazione 17.7 si riduce a

Figura 17.6

$$\bar{h}_r = \frac{1}{x} \int_0^x h_x dx \quad (17.8)$$

#### ESEMPIO 17.1

#### Coefficiente medio a partire dalla variazione del coefficiente locale

Sono stati trovati diversi risultati sperimentali per il coefficiente di scambio termico convettivo locale  $h_x$  per un flusso su una superficie piana a elevata rugosità, che sono rappresentati dalla relazione

$$h_x(x) = ax^{-0.1}$$

dove  $a$  è un coefficiente ( $\text{W}/(\text{m}^{1.9} \cdot \text{K})$ ) e  $x(\text{m})$  è la distanza dal bordo d'attacco della superficie.

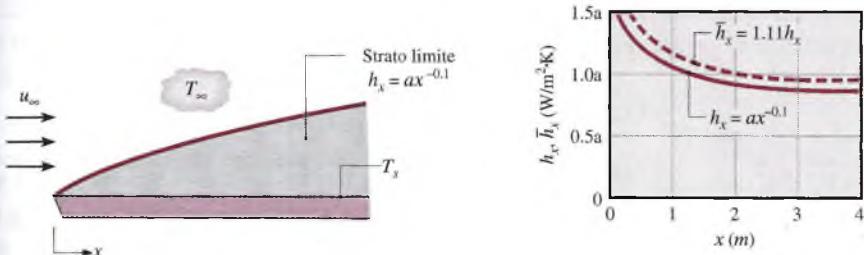
- (a) Ricavare un'espressione per il rapporto tra il coefficiente di scambio termico medio  $\bar{h}_x$  per una superficie di lunghezza  $x$  e il coefficiente locale di scambio termico  $h_x$  alla posizione  $x$ .
- (b) Mostrare qualitativamente la variazione di  $h_x$  e  $\bar{h}_x$  in funzione di  $x$ .

#### Soluzione

**Elementi noti** La variazione del coefficiente locale  $h_x(x)$  di scambio termico

**Da determinare**

- (a) Il rapporto tra il coefficiente medio di scambio termico  $\bar{h}_x$  e il coefficiente locale  $h_x(x)$ .
- (b) Rappresentare la variazione di  $h_x$  e  $\bar{h}_x$  con  $x$ .

**Schema e dati forniti****Figura E17.1**

**Analisi** (a) Dall'Equazione 17.8, il valore medio del coefficiente convettivo nella regione tra 0 e x è

$$\bar{h}_x = \bar{h}_x(x) = \frac{1}{x} \int_0^x h_x(x) dx$$

Sostituendo l'espressione del coefficiente locale di scambio termico

$$h_x(x) = ax^{-0.1}$$

e integrando, si ottiene

$$\bar{h}_x = \frac{1}{x} \int_0^x ax^{-0.1} dx = \frac{a}{x} \int_0^x x^{-0.1} dx = \frac{a}{x} \left( \frac{x^{+0.9}}{0.9} \right) = 1.11ax^{-0.1}$$

Riordinando, si trova il rapporto tra il valore medio del coefficiente convettivo nella regione compresa fra 0 e x e il valore locale nella posizione x

$$\frac{\bar{h}_x}{h_x} = 1.11$$

(b) La variazione di  $\bar{h}_x$  e  $h_x$  con x è mostrata nel grafico riportato sopra. Lo sviluppo dello strato limite causa la diminuzione di entrambi i coefficienti locale e medio con  $x^{-0.1}$  nella direzione del flusso. Il coefficiente convettivo medio dal bordo d'attacco al punto x sulla piastra è 1.11 volte il coefficiente locale in quel punto.

### 17.1.3 Correlazioni: stima dei coefficienti convettivi

L'obiettivo principale del problema della convezione è quello di determinare il coefficiente convettivo per differenti condizioni di flusso e geometrie e per diversi fluidi. Come si può facilmente verificare, ci sono numerose variabili associate a ogni condizione di moto, ed è importante identificare delle funzioni universali di parametri o gruppi adimensionali che abbiano un significato fisico per ogni condizione di moto convettivo. L'approccio è lo stesso che si è seguito nel Paragrafo 13.5 componendo e usando gruppi adimensionali che generalmente si applicano alla meccanica dei fluidi. I gruppi adimensionali importanti per lo scambio termico convettivo saranno introdotti nei paragrafi seguenti e ricapitolati nella Tabella 17.1.

Il **Numero di Nusselt** che rappresenta il gradiente di temperatura adimensionale sulla superficie (Equazione 17.3) e fornisce una misura del coefficiente convettivo, è definito come

$$\text{Nu}_L = \frac{hL}{k} \quad (17.9)$$

dove L è la lunghezza caratteristica della superficie analizzata.

**Tabella 17.1** Importanti gruppi adimensionali nello scambio termico per convezione

| Gruppo             | Definizione  | Interpretazione/Applicazione   |
|--------------------|--|--|
| Numero di Nusselt  | $\frac{hL}{\lambda}$ (17.9)                            | Gradiente di temperatura adimensionale in superficie.<br>Misura del coefficiente di convezione.      |
| Numero di Reynolds | $\frac{wL}{\nu}$ (17.12)                               | Rapporto tra le forze d'inerzia e le forze viscose.<br>Caratterizza il flusso in convezione forzata. |
| Numero di Prandlt  | $\frac{c_p \mu}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha}$ (17.13) | Rapporto fra la viscosità cinematica e la diffusività termica.<br>Proprietà del fluido.              |
| Numero di Grashof  | $\frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}$ (17.16)      | Rapporto fra le forze di galleggiamento e le forze viscose.<br>Caratterizza la convezione naturale.  |
| Numero di Rayleigh | $\frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha}$ (17.19)  | Prodotto del numero di Grashof e di Prandlt, $Gr \cdot Pr$ .<br>Caratterizza la convezione naturale. |

Basandosi su soluzioni analitiche e osservazioni sperimentali, si è dimostrato che, per la convezione forzata, i coefficienti convettivi locale e medio possono essere espressi, rispettivamente, da equazioni del tipo

$$Nu_x = f(x^*, Re_x, Pr) \quad \overline{Nu}_x = f(\overline{Re}_x, \overline{Pr}) \quad (17.10 \text{ e } 17.11)$$

dove il pedice x è stato aggiunto per enfatizzare l'interesse per le condizioni in una particolare posizione x sulla superficie identificata dalla distanza adimensionale  $x^*$ . La variabile contrassegnata da una linea indica una media sulla superficie da  $x^* = 0$  e la posizione di interesse.

Il **Numero di Reynolds**  $Re_L$  è il rapporto fra le forze d'inerzia e le forze viscose, ed è utilizzato per caratterizzare lo strato limite (Paragrafo 13.5)

$$Re_L = \frac{wL}{\nu} \quad (17.12)$$

dove w rappresenta la velocità del fluido, L la lunghezza caratteristica della superficie, e  $\nu$  la viscosità cinematica del fluido.

Il **Numero di Prandtl**  $Pr$  è una proprietà di trasporto del fluido, e fornisce una misura dell'efficacia relativa del trasporto di massa dovuto alla quantità di moto e all'energia negli strati limite fluidodinamico e termico, rispettivamente

$$Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha} \quad (17.13)$$

dove  $\mu$  è la viscosità dinamica e  $\alpha$  è la diffusività termica del fluido (Equazione 16.5).

Dalla Tabella HT-3, si osserva che il Numero di Prandtl per i gas è vicino all'unità, e in questo caso la diffusione della quantità di moto e dell'energia sono fenomeni di intensità paragonabile. Al contrario, per oli e alcuni liquidi con  $Pr \gg 1$  (Tabelle HT-4 e 5), prevale la diffusione di quantità di moto e gli effetti si estendono nella corrente libera. Da questa interpretazione consegue che il valore di Pr influenza fortemente lo sviluppo dello strato limite termico e dinamico. Infatti, per uno strato limite laminare, è stato dimostrato che

$$\frac{\delta}{\delta_t} = Pr^n \quad (17.14)$$

dove n è una costante positiva, generalmente  $n = 1/3$ . Quindi per un gas  $\delta_t \approx \delta$ , mentre per un olio  $\delta_t \ll \delta$ . Tuttavia, per tutti i fluidi nella regione turbolenta, a causa dell'intenso rimescolamento, ci si aspetta  $\delta_t \approx \delta$ .

Le funzioni associate alle Equazioni 17.10 e 17.11 sono generalmente determinate empiricamente da misure sperimentali condotte su superfici di geometria nota e per determinate condizioni di flusso. Tali funzioni sono definite **correlazioni empiriche** e sono

sempre accompagnate da specifiche riguardanti la geometria della superficie e le condizioni del flusso.

**Per esempio...** La correlazione più generale per la convezione forzata esterna su una piastra piana e su altre geometrie immerse ha la forma

$$\overline{\text{Nu}}_x = C \text{Re}_x^m \text{Pr}^n \quad (17.15)$$

dove  $C$ ,  $m$  e  $n$  sono indipendenti dal fluido, ma dipendenti dalla geometria della superficie e dalle condizioni del moto (laminare o turbolento). Per la convezione forzata interna si applica la stessa forma generale della correlazione, sebbene la regione dello strato limite abbia caratteristiche diverse rispetto a quelle precedentemente viste per flusso esterno. ■

Nella convezione naturale, la formazione dello strato limite è indotta dalle forze di galleggiamento derivanti dalla differenza tra la temperatura  $T_s$  della superficie e della temperatura  $T_\infty$  del fluido adiacente. Il flusso è caratterizzato dal **Numero di Grashof**, che è il rapporto tra le forze di galleggiamento e quelle viscose

$$\boxed{\text{Gr}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2}} \quad (17.16)$$

dove  $g$  è l'accelerazione gravitazionale e  $\beta$  è il coefficiente di dilatazione cubica.

I coefficienti locale e medio di convezione sono correlati, rispettivamente, da equazioni del tipo

$$\text{Nu}_x = f(x^*, \text{Gr}_x, \text{Pr}) \quad \overline{\text{Nu}}_x = f(\text{Gr}_x, \text{Pr}) \quad (17.17 \text{ e } 17.18)$$

Queste formule sono le stesse della convezione forzata, Equazioni 17.10 e 17.11, dove il Numero di Grashof sostituisce il Numero di Reynolds come parametro che caratterizza il flusso. Poiché il prodotto dei Numeri di Grashof e di Prandtl compare frequentemente nelle correlazioni per la convezione naturale, è conveniente rappresentare tale prodotto come **Numero di Rayleigh**

$$\boxed{\text{Ra}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha}} \quad (17.19)$$

che ha la stessa interpretazione fisica del Numero di Grashof.

La Tabella 17.1 elenca i gruppi adimensionali che si usano frequentemente nello scambio termico per convezione. Il lettore dovrà familiarizzare con le definizioni e le applicazioni di tali importanti parametri.

**Regole di scelta delle correlazioni** Finora si sono analizzate le correlazioni per la convezione forzata nel caso di piastre piane e si sono descritte solo le principali caratteristiche per le correlazioni legate ad altre condizioni di flusso. La selezione e l'applicazione delle correlazioni per la convezione per qualunque tipo di moto sono facilitate dalle seguenti semplici regole.

- *Identificare la geometria della superficie.* Il problema si riferisce a superfici piane, cilindriche o di altra forma? Il flusso all'interno di un tubo attraversa una sezione circolare o non circolare?
- *Specificare la temperatura di riferimento opportuna e valutare le proprietà del fluido pertinenti a quella temperatura.* Per moderate differenze di temperatura, potrebbe essere usata a questo proposito la **temperatura di film**  $T_f$ , definita come la media fra la temperatura della superficie e la temperatura della corrente libera

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2} \quad (17.20)$$

Tuttavia, si prenderanno in considerazione anche correlazioni che richiedono la valutazione delle proprietà alla temperatura della corrente libera e includono un rapporto tra proprietà che tiene conto della variazione delle proprietà che non sono costanti.

- *Calcolare il Numero di Reynolds.* Usando l'opportuna lunghezza caratteristica, calcolare il Numero di Reynolds per determinare le condizioni di strato limite. Se la geometria è una piastra piana in flusso parallelo, determinare se il flusso è laminare, turbolento o in transizione.
- *Capire se si richiede un coefficiente locale o medio sulla superficie.* Il coefficiente locale è usato per determinare il flusso termico in un punto della superficie, mentre il coefficiente medio è usato per determinare il valore dello scambio termico sull'intera superficie.
- *Selezionare la correlazione adeguata.* Alla fine di questa trattazione che affronta la convezione forzata per flusso esterno (Paragrafo 17.2) e interno (Paragrafo 17.3) e la convezione naturale (Paragrafo 17.4), sono ricapitolate le correlazioni assieme ad alcune linee guida che facilitano la scelta nei vari problemi.

## CONVEZIONE FORZATA

### 17.2 Flusso esterno

Nel paragrafo precedente si è mostrato che le correlazioni utili per stimare i coefficienti convettivi in caso di convezione esterna forniscono il Numero di Nusselt in funzione del Numero di Reynolds e del Numero di Prandtl e la funzione dipende dalla geometria della superficie, dal tipo di flusso e dalle proprietà del fluido. Si introdurranno ora relazioni utili per stimare i coefficienti su piastra piana e sulle superfici curve di cilindri e sfere, e si illustrerà come esse possano essere utilizzate per calcolare il flusso termico scambiato per convezione.

#### 17.2.1 Flusso parallelo su piastra piana

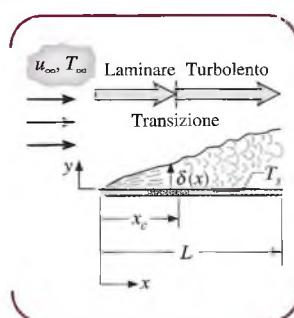


Figura 17.7

Nonostante la sua semplicità, il flusso parallelo su piastra piana (Figura 17.7) interviene in numerose applicazioni ingegneristiche. Come discusso all'inizio del paragrafo precedente, le condizioni del moto nello strato limite sono caratterizzate dal Numero di Reynolds, Equazione 17.12. In assenza di disturbi, al bordo d'attacco ( $x = 0$ ) inizia lo sviluppo di uno strato limite laminare, e la transizione alla turbolenza può avvenire a una posizione  $x_c$  nella direzione del flusso, per la quale si ha il Numero di Reynolds critico  $Re_{x_c} = 5 \times 10^5$  (Equazione 17.4). Si introdurranno ora le correlazioni appropriate per calcolare lo spessore dello strato limite e il coefficiente convettivo. Si considerino innanzitutto le condizioni nello strato limite laminare.

#### Regime laminare

Come illustrato in Figura 17.2, lo spessore  $\delta$  dello strato limite fluidodinamico è definito come il valore  $\delta(x)$  per cui  $u/u_\infty = 0.99$  e, dall'Equazione 14.19, può essere espresso come

$$\delta = 5x Re_x^{-1/2} \quad (17.21)$$

dove la lunghezza caratteristica nel Numero di Reynolds è  $x$ , la distanza dal bordo d'attacco

$$Re_x = \frac{u_\infty x}{\nu} \quad (17.22)$$

È chiaro che  $\delta$  aumenta con  $x$  e diminuisce all'aumentare di  $u_\infty$ , ovvero, più aumenta la velocità della corrente libera e più diventa sottile lo strato limite. Il Numero di Nusselt locale è del tipo

$$\text{Nu}_x = \frac{h_x x}{\lambda} = 0.332 \text{Re}_x^{1/2} \text{Pr}^{1/3} \quad [0.6 \leq \text{Pr} \leq 50] \quad (17.23)$$

Si noti come si è definito un ristretto intervallo di applicabilità della relazione, per determinati valori del Numero di Prandtl. Il rapporto fra lo spessore dello strato limite fluidodinamico e lo spessore dello strato limite termico è dato da

$$\frac{\delta}{\delta_t} \approx \text{Pr}^{1/3} \quad (17.24)$$

dove  $\delta$  è dato dall'Equazione 17.21.

I risultati precedenti possono essere utilizzati per calcolare i parametri locali dello strato limite, per  $0 < x < x_c$ , dove  $x_c$  è la distanza dal bordo d'attacco alla quale inizia la transizione. L'Equazione 17.23 implica che  $h_x$  sia, in teoria, infinito al bordo d'attacco e decresca con  $x^{-1/2}$  nella direzione del flusso (si veda la Figura 17.8). L'Equazione 17.21 implica inoltre che, per valori di  $\text{Pr}$  vicini all'unità, come avviene per la maggior parte dei gas, lo strato limite fluidodinamico e quello termico aumentino all'incirca alla stessa maniera.

L'espressione per il coefficiente convettivo medio per superfici più corte di  $x_c$  può essere determinata eseguendo l'integrazione dell'Equazione 17.8, applicando l'Equazione 17.23 per il coefficiente locale e cioè

$$\bar{h}_x = \frac{1}{x} \int_0^x h_x dx = 0.332 \left( \frac{\lambda}{x} \right) \text{Pr}^{1/3} \left( \frac{u_\infty}{\nu} \right)^{1/2} \int_0^x \frac{dx}{x^{1/2}} \quad (17.25)$$

e poiché l'integrale definito ha il valore  $2x^{1/2}$ , ne consegue, dopo qualche calcolo, che  $\bar{h}_x = 2h_x$  e quindi

$$\overline{\text{Nu}}_x = \frac{\bar{h}_x x}{\lambda} = 0.664 \text{Re}_x^{1/2} \text{Pr}^{1/3} \quad [0.6 \leq \text{Pr} \leq 50] \quad (17.26)$$

Se il flusso è laminare sull'intera superficie,  $x$  può essere sostituito da  $L$ , e l'Equazione 17.26 può essere utilizzata per stimare il coefficiente medio sull'intera superficie.

Dalle espressioni precedenti per i coefficienti locali e medi (Equazioni 17.23 e 17.26 rispettivamente), si osserva che, per il regime laminare su piastra piana, il coefficiente di convezione medio dal bordo d'attacco al punto  $x$  della superficie è il doppio del coefficiente locale in quel punto. Usando queste espressioni, l'effetto della variazione delle proprietà è tenuto in conto valutando tutte le proprietà alla temperatura di film, definita come la media fra la temperatura della superficie e quella della corrente libera, Equazione 17.20.

### Regime turbolento

Per regimi turbolenti, con ragionevole approssimazione, lo spessore di strato limite fluidodinamico può essere espresso come

$$\delta = 0.37x \text{Re}_x^{-1/5} \quad [\text{Re}_x \leq 10^8] \quad (17.27)$$

e il Numero di Nusselt locale è dato da

$$\text{Nu}_x = \frac{h_x x}{\lambda} = 0.0296 \text{Re}_x^{4/5} \text{Pr}^{1/3} \quad \begin{bmatrix} \text{Re}_x \leq 10^8 \\ 0.6 < \text{Pr} < 60 \end{bmatrix} \quad (17.28)$$

dove tutte le proprietà sono valutate alla temperatura di film,  $T_f$ , Equazione 17.20.

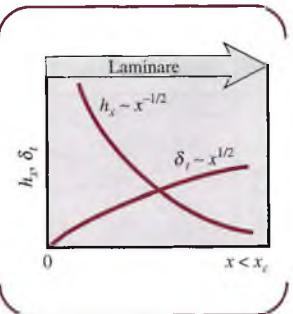


Figura 17.8

**Sommario** Confrontando i risultati per gli strati limite laminare e turbolento, si possono notare importanti differenze.

- Nel regime laminare, il rapporto tra spessore dello strato limite fluidodinamico e spessore dello strato limite termico dipende dal Numero di Prandtl, il numero adimensionale che rappresenta il rapporto tra la diffusività della quantità di moto e la diffusività termica (Tabella 17.1). Dall'Equazione 17.24

$$\text{Laminare} \quad \delta < \delta_t \Pr^{-1/3}$$

- Nel regime turbolento, lo sviluppo dello strato limite è fortemente influenzato dalle fluttuazioni di velocità e meno dal moto delle molecole. Per questo motivo, l'aumento relativo dello strato limite non dipende dal Numero di Prandtl, Equazione 17.27, per cui gli spessori dello strato limite fluidodinamico e termico sono circa uguali fra loro

$$\text{Turbolento} \quad \delta < \delta_t$$

- La crescita dello strato limite termico nella direzione del moto è più rapida nel caso di regime turbolento (Figura 17.9) che nel caso di regime laminare (Figura 17.8)

$$\text{Turbolento} \quad \delta_t \sim x^{4/5}$$

$$\text{Laminare} \quad \delta_t \sim x^{1/2}$$

- Il coefficiente convettivo è maggiore nel regime turbolento che nel regime laminare, a causa del maggior livello di mixing nello strato limite. In regime turbolento (Figura 17.9), la diminuzione del coefficiente di convezione nella direzione del moto è più graduale che per il regime laminare (Figura 17.8)

$$\text{Turbolento} \quad h_x \sim x^{-1/5}$$

$$\text{Laminare} \quad h_x \sim x^{-1/2}$$

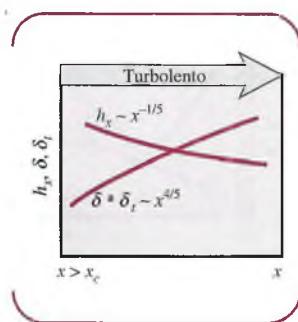


Figura 17.9

### Condizioni di strato limite misto

Si può ora determinare un'espressione per il coefficiente medio, da utilizzare per calcolare lo scambio termico da un'intera lastra di lunghezza assegnata. Essendo lo strato limite turbolento generalmente preceduto da uno strato limite laminare, si considerano dapprima le condizioni di flusso misto.

In caso di regime laminare sopra l'intera piastra, può essere usata l'Equazione 17.26 per calcolare il coefficiente convettivo medio per la piastra. Inoltre, se la transizione avviene verso la fine della piastra, per esempio nell'intervallo  $0.95 \leq (x_c/L) \leq 1$ , questa equazione fornisce una ragionevole approssimazione. Invece, quando la transizione avviene sufficientemente lontano dal bordo finale della piastra,  $(x_c/L) \leq 0.95$ , il coefficiente medio sulla piastra sarà influenzato dalle condizioni di entrambi gli strati limite, laminare e turbolento.

Nella situazione di strato limite misto mostrata in Figura 17.7, può essere usata l'Equazione 17.8 per ottenere il coefficiente di convezione medio per l'intera piastra. Integrando sulla regione laminare ( $0 \leq x \leq x_c$ ) e quindi sulla regione turbolenta ( $x_c < x \leq L$ ), questa equazione può essere espressa come

$$\bar{h}_L = \frac{1}{L} \left( \int_0^{x_c} h_{\text{laminare}} dx + \int_{x_c}^L h_{\text{turbolento}} dx \right)$$

dove si è assunto che la transizione avvenga improvvisamente a  $x = x_c$ . Sostituendo  $h_{\text{laminare}}$  e  $h_{\text{turbolento}}$ , dalle Equazione 7.23 e 7.28 rispettivamente, si ottiene

$$\bar{h}_L = \left( \frac{\lambda}{L} \right) \left[ 0.332 \left( \frac{u_\infty}{\nu} \right)^{1/2} \int_0^{x_c} \frac{dx}{x^{1/2}} + 0.0296 \left( \frac{u_\infty}{\nu} \right)^{4/5} \int_{x_c}^L \frac{dx}{x^{1/5}} \right] \Pr^{1/3}$$

Integrando, si ottiene

$$\overline{\text{Nu}}_L = [0.664 \text{Re}_{x,c}^{1/2} + 0.037(\text{Re}_L^{4/5} - \text{Re}_{x,c}^{4/5})] \Pr^{1/3}$$

o

$$\overline{Nu}_L = (0.037 Re_L^{4/5} - A) Pr^{1/3} \quad (17.29)$$

dove la costante A è determinata dal valore del Numero di Reynolds critico  $Re_{x,c}$ , cioè

$$A = 0.037 Re_{x,c}^{4/5} - 0.664 Re_{x,c}^{1/2} \quad (17.30)$$

Se si assume come Numero di Reynolds di transizione rappresentativo  $Re_{x,c} = 5 \times 10^5$ , l'Equazione 17.29 si riduce a

$$\overline{Nu}_L = (0.037 Re_L^{4/5} - 871) Pr^{1/3} \quad \left[ \begin{array}{l} 0.6 < Pr < 60 \\ 5 \times 10^5 < Re_L \leq 10^8 \\ Re_{x,c} = 5 \times 10^5 \end{array} \right] \quad (17.31)$$

dove le relazioni tra parentesi quadre indicano l'intervallo di applicabilità.

È importante osservare che il Numero di Reynolds di transizione può essere influenzato dalla scabrezza della superficie e da disturbi del moto nello strato limite causati da macchine a fluido, quali ventilatori, compressori e pompe. Ci sono molte applicazioni pratiche in cui è utile inserire promotori di turbolenza, come un cavo sottile o griglie, per innescare uno strato limite turbolento sin dal bordo d'attacco. Per questa condizione, dall'Equazione 17.29 con  $A = 0$  (corrispondente a  $Re_{x,c} = 0$ )

$$\overline{Nu}_L = 0.037 Re_L^{4/5} Pr^{1/3} \quad \left[ \begin{array}{l} Re_{x,c} = 0 \\ 0.6 \leq Pr \leq 50 \end{array} \right] \quad (17.32)$$

dove si assume che lo strato limite sia completamente turbolento, dal bordo d'attacco per tutta la piastra.

Per facilitare la scelta delle correlazioni appropriate per l'applicazione specifica, la Tabella 17.3 fornisce un riassunto delle correlazioni, con i rispettivi limiti di applicabilità.

### Regime laminare su piastra piana

### ESEMPIO 17.2

Dell'aria alla pressione atmosferica e temperatura  $300^\circ\text{C}$  scorre con una velocità di  $10 \text{ m/s}$  su una piastra piana di lunghezza  $0.5 \text{ m}$ . Stimare il flusso termico per unità di larghezza necessario per mantenere la superficie della piastra alla temperatura di  $27^\circ\text{C}$ .

#### Soluzione

**Elementi noti** Flusso d'aria su una piastra piana isoterma

**Da determinare** Flusso termico per unità di larghezza della piastra,  $q''(\text{W/m})$

#### Schema e dati forniti

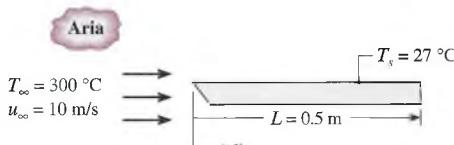


Figura E17.2

#### Ipotesi

- 1 Condizioni stazionarie.
- 2 Scambio di calore per irraggiamento trascurabile.

**Proprietà** Tabella HT-3, aria ( $T_f = 437 \text{ K}$ ,  $p = 1 \text{ atm}$ ):  $\nu = 30.84 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\lambda = 36.4 \times 10^{-3} \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $Pr = 0.687$

**Analisi** Per una piastra di larghezza unitaria, dalla legge di Newton dello scambio termico segue che il flusso termico convettivo trasferito alla piastra è

$$q' = \bar{h}L(T_\infty - T_s)$$

Per scegliere la correlazione di convezione appropriata per stimare  $\bar{h}$ , si deve determinare il Numero di Reynolds, che caratterizza il moto

$$\text{Re}_L = \frac{u_\infty L}{\nu} = \frac{10 \text{ m/s} \times 0.5 \text{ m}}{30.84 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 1.62 \times 10^5$$

Dal momento che  $\text{Re}_L < \text{Re}_{x_c} = 5 \times 10^5$ , il regime è laminare sull'intera piastra e la correlazione appropriata è data dall'Equazione 17.26 (si veda anche la Tabella 17.3)

②  $\overline{\text{Nu}}_L = 0.664 \text{ Re}_L^{1/2} \text{ Pr}^{1/3} = 0.664(1.62 \times 10^5)^{1/2}(0.687)^{1/3} = 236$

Il coefficiente di convezione medio è, quindi

③  $\bar{h} = \frac{\overline{\text{Nu}}_L \lambda}{L} = \frac{236 \times 0.0364 \text{ W/m}\cdot\text{K}}{0.5 \text{ m}} = 17.2 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$

e il flusso termico richiesto per unità di larghezza della piastra è

$$q' = 17.2 \text{ W/m}^2\cdot\text{K} \times 0.5 \text{ m}(300 - 27)^\circ\text{C} = 2348 \text{ W/m}$$

- ① Si noti che le proprietà termofisiche sono valutate alla temperatura di film  $T_f = (T_s + T_\infty)/2$ , Equazione 17.20.
- ② Applicando l'Equazione 7.21, lo spessore di strato limite fluidodinamico al bordo di uscita della piastra ( $x = L = 0.5 \text{ m}$ ) è

$$\delta = 5L \text{ Re}_L^{-1/2} = 5 \times 0.5 \text{ m}(1.62 \times 10^5)^{-1/2} = 0.0062 \text{ m} = 6.2 \text{ mm}$$

Lo strato limite termico nella stessa posizione, dall'Equazione 17.24 è

$$\delta_t = \delta \text{ Pr}^{-1/3} = 6.2 \text{ mm}(0.687)^{-1/3} = 7.0 \text{ mm}$$

Siccome per l'aria  $\text{Pr} \approx 0.7 < 1$ , si ha che  $\delta < \delta_t$ . Inoltre, si noti che gli spessori degli strati limite,  $\delta$  e  $\delta_t$ , sono abbastanza simili, come si verifica per i gas.

- ③ Se la turbolenza nella corrente a monte fosse favorita dall'azione di un ventilatore o se fosse posizionata una griglia al bordo d'attacco, potrebbe sussistere la condizione per un regime turbolento su tutta la piastra. La relazione appropriata per stimare il coefficiente convettivo per questa condizione è l'Equazione 17.32.

$$\overline{\text{Nu}}_L = 0.037 \text{ Re}_L^{4/5} \text{ Pr}^{1/3} = 0.037(1.62 \times 10^5)^{4/5}(0.687)^{1/3} = 480$$

$$\bar{h}_L = 480(36.4 \times 10^{-3} \text{ W/m}\cdot\text{K})/0.5 \text{ m} = 35.0 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$$

Il flusso termico per unità di larghezza della piastra è

$$q' = 35 \text{ W/m}^2\cdot\text{K} \times 0.5 \text{ m}(300 - 27)^\circ\text{C} = 4778 \text{ W/m}$$

L'effetto di indurre la turbolenza sull'intera piastra è quello di raddoppiare il coefficiente convettivo e, quindi, raddoppiare il flusso termico scambiato.

### ESEMPIO 17.3 Flusso con strato limite misto, piastra piana segmentata

Una piastra piana di larghezza  $w = 1 \text{ m}$  è mantenuta a una temperatura superficiale uniforme  $T_s = 230^\circ\text{C}$  usando delle termoresistenze controllate indipendentemente, ognuna lunga 50 mm. Se dell'aria atmosferica a  $25^\circ\text{C}$  viene fatta fluire sulla piastra con una velocità di  $60 \text{ m/s}$ , quale potenza elettrica è richiesta alla quinta resistenza?

**Soluzione**

**Elementi noti** Flusso d'aria su una piastra piana con riscaldatori segmentati.

**Da determinare** Potenza elettrica richiesta per il quinto resistore.

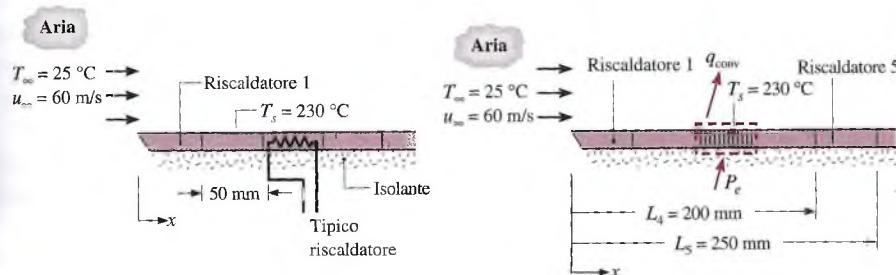
**Schema e dati forniti**

Figura E17.3a

**Ipotesi**

1. Condizioni stazionarie.
2. Effetti radiativi trascurabili.
3. Superficie inferiore della pista adiabatica.

**Proprietà** Tabella HT-3, aria ( $T_f = 400 \text{ K}$ ,  $p = 1 \text{ atm}$ ):  $\nu = 26.41 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\lambda = 0.0338 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $\text{Pr} = 0.690$ .

**Analisi** Per ognuno dei riscaldatori, la conservazione dell'energia richiede che

$$P_e = q_{\text{conv}}$$

La potenza richiesta al quinto resistore può essere ottenuta sottraendo al flusso termico totale per i primi cinque riscaldatori quello dei primi quattro. Pertanto

$$\begin{aligned} q_{\text{conv},5} &= \bar{h}_{1-5} L_5 w (T_s - T_\infty) - \bar{h}_{1-4} L_4 w (T_s - T_\infty) \\ q_{\text{conv},5} &= (\bar{h}_{1-5} L_5 - \bar{h}_{1-4} L_4) w (T_s - T_\infty) \end{aligned}$$

dove  $\bar{h}_{1-4}$  e  $\bar{h}_{1-5}$  rappresentano i coefficienti medi sui riscaldatori da 1 a 4 ( $0 \leq x \leq L_4$ ) e sui riscaldatori da 1 a 5 ( $0 \leq x \leq L_5$ ) rispettivamente. Per caratterizzare il flusso, si calcolano i Numeri di Reynolds per  $x = L_4$  e  $x = L_5$

$$\text{Re}_4 = \frac{u_\infty L_4}{\nu} = \frac{60 \text{ m/s} \times 0.200 \text{ m}}{26.41 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 4.56 \times 10^5$$

$$\text{Re}_5 = \frac{u_\infty L_5}{\nu} = \frac{60 \text{ m/s} \times 0.250 \text{ m}}{26.41 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 5.70 \times 10^5$$

Essendo  $\text{Re}_4 < \text{Re}_{\text{xc}} = 5 \times 10^5$ , il regime è laminare nel tratto sopra il primi quattro riscaldatori, e  $\bar{h}_{1-4}$  può essere stimato dall'Equazione 17.26, dove

$$\overline{\text{Nu}}_4 = \frac{\bar{h}_{1-4} L_4}{\lambda} = 0.664 \text{ Re}_4^{1/2} \text{ Pr}^{1/3} = 0.664 (4.56 \times 10^5)^{1/2} (0.69)^{1/3} = 396$$

$$\bar{h}_{1-4} = \frac{396 \times 0.0338 \text{ W/m}\cdot\text{K}}{0.200 \text{ m}} = 67 \text{ W/m}^2\text{K}$$

①

Diversamente, essendo  $\text{Re}_5 > \text{Re}_{x_c} = 5 \times 10^5$ , il quinto riscaldatore è caratterizzato da condizioni di strato limite misto e  $h_{1-5}$  dev'essere ottenuto dall'Equazione 17.31, in cui

$$\overline{\text{Nu}}_5 = \frac{\overline{h}_{1-5} L_5}{\lambda} = (0.037 \text{Re}_5^{4/5} - 871) \text{Pr}^{1/3} = [0.037(5.70 \times 10^5)^{4/5} - 871](0.69)^{1/3} = 546$$

$$\overline{h}_{1-5} = \frac{546 \times 0.0338 \text{ W/m}\cdot\text{K}}{0.250 \text{ m}} = 74 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$$

Il flusso richiesto al quinto riscaldatore, che coincide con la potenza elettrica richiesta, è quindi  $q_{\text{conv},5} = (74 \text{ W/m}^2\cdot\text{K} \times 0.250 \text{ m} - 67 \text{ W/m}^2\cdot\text{K} \times 0.200 \text{ m})1 \text{ m}(230 - 25)^\circ\text{C} = 1050 \text{ W}$

- ① La variazione del coefficiente convettivo locale lungo la piastra piana può essere determinata attraverso le Equazioni 17.23 e 17.28 per regime laminare e turbolento rispettivamente, e i risultati sono rappresentati dalle curve in linea continua nel grafico riportato sotto.

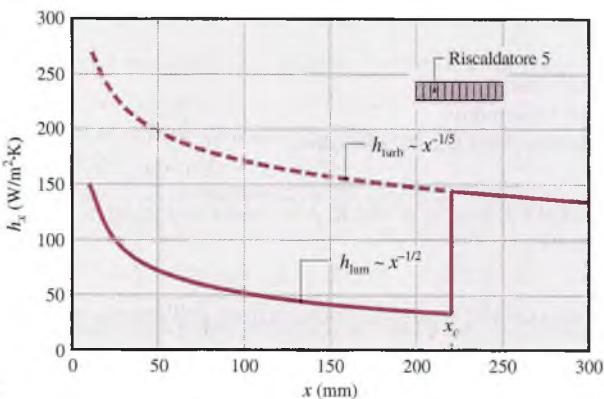


Figura E17.3b

La diminuzione secondo  $x^{-1/2}$  del coefficiente di convezione laminare termina improvvisamente a  $x_c = 220 \text{ mm}$ , dove avviene la transizione e si ha un aumento di oltre quattro volte del valore del coefficiente di convezione locale. Per  $x > x_c$ , la diminuzione del coefficiente convettivo è più graduale ( $x^{-1/5}$ ). La linea tratteggiata per  $h_{\text{turb}}$  rappresenta il caso in cui il moto sia turbolento sull'intera piastra.

## 17.2.2 Flusso trasversale su cilindro

Un altro flusso esterno di comune interesse è il caso del fluido in moto in direzione perpendicolare all'asse di un cilindro. In questo caso si considera un cilindro di diametro  $D$  con una temperatura superficiale uniforme  $T_s$  investito dal flusso perpendicolare di una corrente libera di fluido alla temperatura  $T_\infty$ , con una velocità della corrente indisturbata pari a  $u_\infty$  (Figura 17.10).

Nel Paragrafo 14.9 si sono introdotte la struttura del campo di moto e le caratteristiche dello strato limite fluidodinamico, e si è discussa l'influenza sul coefficiente di resistenza, che è funzione del Numero di Reynolds, calcolato utilizzando  $D$  come lunghezza caratteristica

$$\text{Re}_D \equiv \frac{\rho u_\infty D}{\mu} = \frac{u_\infty D}{v} \quad (17.33)$$

Si è appreso che la corrente libera del fluido si trova in quiete nel punto di ristagno e il sottile strato limite fluidodinamico inizia a crescere quando il flusso si muove verso la fine

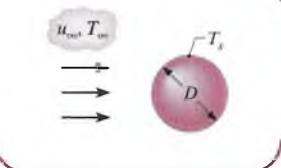


Figura 17.10

del cilindro. In dipendenza dal Numero di Reynolds, deve avvenire una transizione dalle condizioni di regime laminare a turbolento. Questa transizione influenza la posizione della linea di separazione e la formazione di una scia nella regione di fluido a valle (si vedano le Figure 14.16 e 14.17).

Come ci si aspetta dalle conoscenze sui flussi nello strato limite su piastra piana, la natura dello strato limite fluidodinamico influenza fortemente la formazione dello strato limite termico e quindi la variazione del coefficiente locale di convezione sul cilindro. Gli effetti della transizione, della separazione e la formazione della scia influenzano il profilo di temperatura in maniera complicata, e il coefficiente convettivo mostra marcate variazioni sulla superficie del cilindro.

Sono disponibili relazioni per il Numero di Nusselt locale. Comunque, dal punto di vista del calcolo ingegneristico, le condizioni medie sulla superficie sono di maggior interesse. Dalla trattazione condotta nel Paragrafo 17.1.3, ci si aspetta di avere relazioni per il coefficiente convettivo medio con il Numero di Nusselt che è funzione dei Numeri di Reynolds e Prandtl. La correlazione di Hilpert è una delle più usate e ha la forma

$$\overline{Nu}_D = \frac{\bar{h}D}{\lambda} = C Re_D^m \text{Pr}^{1/3} \quad [\text{Pr} \geq 0.7] \quad (17.34)$$

dove il diametro del cilindro  $D$  è la lunghezza caratteristica del Numero di Nusselt. Le costanti  $C$  e  $m$ , che dipendono dall'intervallo del Numero di Reynolds, sono mostrate in Tabella 17.2. Tutte le proprietà sono valutate alla temperatura di film,  $T_f$ , Equazione 17.20.

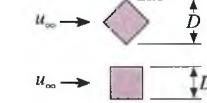
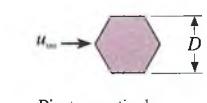
La correlazione di Hilpert, Equazione 17.34, può anche essere usata per flussi di gas su cilindri con sezione trasversale non circolare, con la lunghezza caratteristica  $D$  e le costanti ottenute dalla Tabella 17.2.

La relazione di Churchill-Bernstein è una singola equazione che copre un vasto intervallo di variabilità dei Numeri di Reynolds e Prandtl. L'equazione è raccomandata se è verificata la condizione  $Re_D \text{Pr} > 0.2$ , ed è

$$\overline{Nu}_D = 0.3 + \frac{0.62 Re_D^{1/2}}{[1 + (0.4/\text{Pr})^{2/3}]^{1/4}} \left[ 1 + \left( \frac{Re_D}{282,000} \right)^{5/8} \right]^{4/5} \quad [\text{Re}_D \text{Pr} > 0.2] \quad (17.35)$$

dove tutte le proprietà sono valutate alla temperatura di film. Normalmente è preferibile questa relazione, nonostante la semplicità dell'equazione di Hilpert.

**Tabella 17.2** Costanti per la correlazione di Hilpert, Equazione 17.34, per cilindri circolari ( $\text{Pr} \geq 0.7$ ) e non circolari (solo gas) in flusso trasversale

| Geometria | $Re_D$         | $C$   | $m$   | Geometria  | $Re_D$  | $C$             | $m$            |
|-----------|----------------|-------|-------|--|---|-----------------|----------------|
| Circolare | 0.4-4          | 0.989 | 0.330 | Quadrato   | $5 \times 10^3 - 10^5$  | 0.246           | 0.588          |
|           | 4-40           | 0.911 | 0.385 | $u_{\infty} \rightarrow$  | $5 \times 10^3 - 10^5$  | 0.102           | 0.675          |
|           | 40-4000        | 0.683 | 0.466 | Esagono  | $5 \times 10^3 - 1.95 \times 10^4$<br>$1.95 \times 10^4 - 10^5$ | 0.160<br>0.0385 | 0.638<br>0.782 |
|           | 4000-40,000    | 0.193 | 0.618 | $u_{\infty} \rightarrow$  | $5 \times 10^3 - 10^5$  | 0.153           | 0.638          |
|           | 40,000-400,000 | 0.027 | 0.805 | Piastra verticale  | $4 \times 10^3 - 1.5 \times 10^4$                               | 0.228           | 0.731          |
|           |                |       |       | $u_{\infty} \rightarrow$  |   |                 |                |

**ESEMPIO 17.4** Sezione di test cilindrica: misura del coefficiente convettivo

Sono stati condotti alcuni esperimenti per misurare il coefficiente convettivo su un cilindro metallico lucido con diametro di 12.7 mm e lunghezza 94 mm (Figura E17.4a). Il cilindro è riscaldato internamente da una resistenza ed è soggetto a un flusso d'aria perpendicolare in una galleria del vento a bassa velocità. In determinate condizioni operative, per le quali la corrente libera di aria è stata mantenuta alla temperatura  $T_\infty = 26.2^\circ\text{C}$  e alla velocità  $u_\infty = 10 \text{ m/s}$ , la potenza scaldante dissipata è stata misurata pari a  $P_e = 46 \text{ W}$ , mentre la temperatura media sulla superficie del cilindro è stata misurata pari a  $T_s = 128.4^\circ\text{C}$ . Si stima che il 15% della potenza dissipata venga persa per conduzione alle estremità.

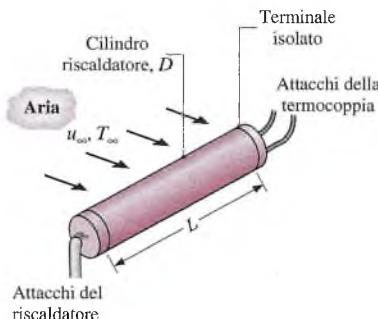


Figura E17.4a

- Determinare il coefficiente di scambio convettivo dalle osservazioni sperimentali.
- Confrontare il risultato sperimentale con il coefficiente di convezione calcolato con una correlazione opportuna.

**Soluzione**

*Elementi noti* Condizioni operative per un cilindro riscaldato

*Da determinare*

- Coefficiente di convezione associato alle condizioni operative.
- Coefficiente di convezione da una correlazione appropriata.

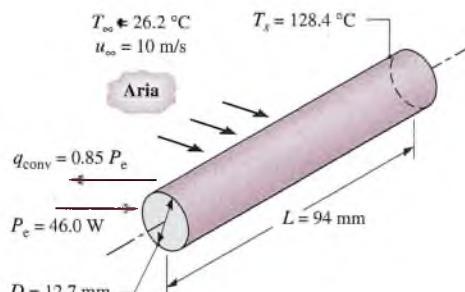
**Schema e dati forniti**

Figura E17.4b

**Ipotesi**

- Condizioni stazionarie.
- Temperatura uniforme sulla superficie del cilindro.
- Scambio termico per irraggiamento trascurabile.

**Proprietà** Tabella HT-3, aria ( $T_f \approx 350 \text{ K}$ ):  $\nu = 20.92 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\lambda = 30 \times 10^{-3} \text{ W/mK}$ ,  $\text{Pr} = 0.700$ .

**Analisi** (a) Il coefficiente di scambio termico convettivo può essere determinato dalle osservazioni sperimentali usando la legge della convezione di Newton, cioè

$$\bar{h} = \frac{q_{\text{conv}}}{A(T_s - T_\infty)}$$

Poiché il 15% della potenza elettrica è trasferito per conduzione dalla sezione di prova, ne segue che  $q_{\text{conv}} = 0.85 P_e$ , e con  $A = \pi D L$

$$\bar{h} = \frac{0.85 \times 46 \text{ W}}{\pi \times 0.0127 \text{ m} \times 0.094 \text{ m} (128.4 - 26.2)^\circ\text{C}} = 102 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$$

(b) Usando la correlazione di Churchill-Bernstein, Equazione 17.35

$$\overline{\text{Nu}}_D = 0.3 + \frac{0.62 \text{ Re}_D^{1/2} \text{ Pr}^{1/3}}{[1 + (0.4/\text{Pr})^{2/3}]^{1/4}} \left[ 1 + \left( \frac{\text{Re}_D}{282,000} \right)^{5/8} \right]^{4/5}$$

con tutte le proprietà valutate alla  $T_f$ ,  $\text{Pr} = 0.70$  e

$$\text{Re}_D = \frac{u_\infty D}{\nu} = \frac{10 \text{ m/s} \times 0.0127 \text{ m}}{20.92 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 6071$$

Si noti che  $\text{Re}_D \text{Pr} = 6071 \times 0.700 = 4250 > 0.2$ , cosicché la correlazione è all'interno dell'intervallo raccomandato. Quindi il Numero di Nusselt e il coefficiente convettivo sono

$$\overline{\text{Nu}}_D = 0.3 + \frac{0.62(6071)^{1/2}(0.70)^{1/3}}{[1 + (0.4/0.70)^{2/3}]^{1/4}} \left[ 1 + \left( \frac{6071}{282,000} \right)^{5/8} \right]^{4/5} = 40.6$$

$$\bar{h} = \overline{\text{Nu}}_D \frac{\lambda}{D} = 40.6 \frac{0.30 \text{ W/m}\cdot\text{K}}{0.0127 \text{ m}} = 96 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$$

1 Anche la correlazione di Hilpert, Equazione 17.34, è appropriata per determinare il coefficiente convettivo

$$\overline{\text{Nu}}_D = C \text{ Re}_D^m \text{ Pr}^{1/3}$$

Con tutte le proprietà valutate alla temperatura di film,  $\text{Re}_D = 6071$  e  $\text{Pr} = 0.70$ . Quindi, dalla Tabella 17.2, si trova, per il Numero di Reynolds dato, che  $C = 0.193$  e  $m = 0.618$ . Il Numero di Nusselt e il coefficiente di convezione sono dunque

$$\overline{\text{Nu}}_D = 0.193(6071)^{0.618}(0.700)^{0.333} = 37.3$$

$$\bar{h} = \overline{\text{Nu}}_D \frac{\lambda}{D} = 37.3 \frac{0.030 \text{ W/m}\cdot\text{K}}{0.0127 \text{ m}} = 88 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$$

2 Le incertezze associate alla misurazione della velocità dell'aria, la stima del calore trasferito dalle estremità del cilindro e la media della temperatura sulla superficie del cilindro, che varia assialmente e radialmente, rendono il risultato sperimentale accurato al massimo al 15%. Di conseguenza, le grandezze calcolate con le due correlazioni utilizzate hanno la stessa incertezza sperimentale dei dati misurati.

### 17.2.3 Sfera

Gli effetti di strato limite per un flusso che investe una sfera sono per molti aspetti simili a quelli per il cilindro circolare, con transizione e separazione che giocano un ruolo fondamentale e influenzano il coefficiente convettivo locale. Dal punto di vista dei calcoli ingegneristici, interessano in genere le condizioni medie sulla superficie sferica. A questo proposito, è raccomandata la relazione di Whitaker che è

$$\overline{\text{Nu}}_D = 2 + (0.4 \text{ Re}_D^{1/2} + 0.06 \text{ Re}_D^{2/3}) \text{ Pr}^{0.4} \left( \frac{\mu}{\mu_s} \right)^{1/4} \begin{cases} 0.71 < \text{Pr} < 380 \\ 3.5 < \text{Re}_D < 7.6 \times 10^4 \end{cases} \quad (17.36)$$

Si noti che in questa relazione  $\mu_s$  è valutata alla temperatura superficiale  $T_s$ , e le rimanenti proprietà sono valutate alla temperatura della corrente indisturbata  $T_\infty$ . Il rapporto  $(\mu/\mu_s)$  tiene conto degli effetti delle proprietà che non sono costanti nello strato limite.

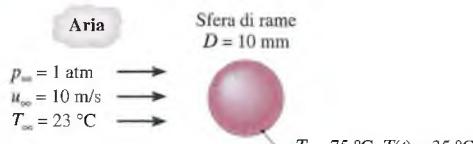
**ESEMPIO 17.5** Tempo necessario per raffreddare una sfera in un flusso d'aria

Lo strato plastico decorativo su una sfera di rame di 10 mm di diametro è fissato in un forno a 75 °C. Dopo averla rimossa dal forno, la sfera è sottoposta a un flusso d'aria a 1 atm e 23 °C, alla velocità di 10 m/s. Stimare quanto tempo è necessario per raffreddare la sfera a 35 °C.

**Soluzione**

**Elementi noti** Sfera che si raffredda in un flusso d'aria.

**Da determinare** Tempo  $t$  necessario per raffreddare da  $T_i = 75$  °C a  $T(t) = 35$  °C.

**Schema e dati forniti****Figura E17.5****Ipotesi**

1. Resistenza termica e capacità del film di plastica trascurabili.
2. Sfera isoterma, con  $Bi \ll 1$ .
3. Irraggiamento trascurabile.

**1**

**Proprietà** Tabella HT-1, rame ( $T_s = 328$  K):  $\rho = 8933 \text{ kg}/(\text{m}^3 \cdot \text{K})$ ,  $\lambda = 399 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ,  $c = 387 \text{ J/kg K}$ . Tabella HT-3, aria ( $T_\infty = 296$  K):  $\mu = 181.6 \times 10^{-7} \text{ Ns/m}^2$ ,  $\nu = 15.36 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\lambda = 0.0258 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ,  $\Pr = 0.709$ . Tabella HT-3, aria ( $T_s \approx 328$  K):  $\mu = 197.8 \times 10^{-7} \text{ Ns/m}^2$

**2**

**Analisi** Il tempo richiesto per completare il processo di raffreddamento può essere ottenuto dai risultati con i parametri concentrati (vedi Commento 1). In particolare, dall'Equazione 16.84

$$t = \frac{\rho V c}{h A_s} \ln \frac{T_i - T_\infty}{T - T_\infty}$$

oppure, con

$$t = \frac{\rho c D}{6h} \ln \frac{T_i - T_\infty}{T - T_\infty}$$

Per stimare il coefficiente convettivo medio, si usa la correlazione di Whitaker, Equazione 17.36

$$\overline{\text{Nu}}_D = 2 + (0.4 \text{Re}_D^{1/2} + 0.06 \text{Re}_D^{2/3}) \Pr^{0.4} \left( \frac{\mu}{\mu_s} \right)^{1/4}$$

dove il Numero di Reynolds è

$$\text{Re}_D = \frac{u_\infty D}{\nu} = \frac{10 \text{ m/s} \times 0.01 \text{ m}}{15.36 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 6510$$

Da qui il Numero di Nusselt e il coefficiente di convezione sono

$$\overline{\text{Nu}}_D = 2 + [0.4(6510)^{1/2} + 0.06(6510)^{2/3}] (0.709)^{0.4} \times \left( \frac{181.6 \times 10^{-7} \text{ Ns/m}^2}{197.8 \times 10^{-7} \text{ Ns/m}^2} \right)^{1/4} = 47.4$$

**3**

$$\bar{h} = \overline{\text{Nu}}_D \frac{\lambda}{D} = 47.4 \frac{0.0258 \text{ W/m}\cdot\text{K}}{0.01 \text{ m}} = 122 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$$

Il tempo necessario per il raffreddamento è quindi

$$t = \frac{8933 \text{ kg/m}^3 \times 387 \text{ J/kg}\cdot\text{K} \times 0.01 \text{ m}}{6 \times 122 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}} \ln \left( \frac{75 - 23}{35 - 23} \right) = 69.2 \text{ s}$$

- Si noti che le proprietà termofisiche del rame e dell'aria corrispondenti alla temperatura media di superficie sono state valutate alla temperatura  $\bar{T}_s = (T_i + T(t))/2 = (75 + 35)^\circ\text{C}/2 = 328\text{K}$ .
- La validità del metodo ai parametri concentrati può essere determinata calcolando il Numero di Biot con le Equazioni 16.89 e 16.90

$$Bi = \frac{\bar{h}L_c}{\lambda_s} = \frac{\bar{h}(r_o/3)}{\lambda_s} = \frac{122 \text{ W/m}^2\cdot\text{K} \times 0.005 \text{ m}/3}{399 \text{ W/m}\cdot\text{K}} = 5.1 \times 10^{-4}$$

e poiché  $Bi < 0.1$  il criterio è soddisfatto.

- Nonostante le loro definizioni siano simili, il Numero di Nusselt è definito in termini di conduttività termica del fluido, mentre il Numero di Biot è definito in termini di condutività termica del solido.

## 17.2.4 Guida per scegliere le correlazioni per flusso esterno

In questo paragrafo sono state introdotte le correlazioni empiriche per stimare i coefficienti di convezione per convezione forzata su piastre piane, cilindri e sfere. Per poter scegliere convenientemente la correlazione empirica più conveniente in base al problema applicativo, esse sono state riassunte in Tabella 17.3. Dal momento che le condizioni specifiche sono associate a ognuna delle correlazioni, è bene ricordare di seguire le regole calcoli esposte al Paragrafo 17.1.3 per effettuare correttamente i calcoli.

**Tabella 17.3** Riassunto delle correlazioni per il calcolo del coefficiente convettivo per flussi esterni

| Flusso                   | Coefficiente | Correlazione <sup>a</sup>   | Intervallo di applicabilità   |
|--------------------------|--------------|---|---|
| <b>Piastre piane</b>     |              |   |   |
| Luminare                 | —            | $\delta = 5x \text{ Re}_x^{-1/2}$   | (17.21)   |
| Locale                   |              | $Nu_x = 0.332 \text{ Re}_x^{1/2} \text{ Pr}^{1/3}$  | (17.23) $0.6 \leq \text{Pr} \leq 50$  |
| —                        |              | $\delta_t = \delta \text{ Pr}^{-1/3}$   | (17.24)   |
| Medio                    |              | $\overline{Nu}_L = 0.664 \text{ Re}_L^{1/2} \text{ Pr}^{1/3}$   | (17.26) $0.6 \leq \text{Pr} \leq 50$  |
| <b>Flusso di acciaio</b> |              |   |   |
| Locale                   |              | $\delta = 0.37x \text{ Re}_x^{1/5}$   | (17.27) $\text{Re}_x \leq 10^8$   |
| Locale                   |              | $Nu_x = 0.0296 \text{ Re}_x^{4/5} \text{ Pr}^{1/3}$   | (17.28) $\text{Re}_x \leq 10^8, 0.6 \leq \text{Pr} \leq 60$   |
| Medio                    |              | $\overline{Nu}_L = 0.037 \text{ Re}_L^{4/5} \text{ Pr}^{1/3}$   | (17.32) $\text{Re}_{xc} = 0, 0.6 \leq \text{Pr} \leq 60$  |
| Medio                    |              | $\overline{Nu}_L = (0.037 \text{ Re}_L^{4/5} - 871) \text{ Pr}^{1/3}$   | (17.31) $\text{Re}_{xc} = 5 \times 10^5, 10^5 \leq \text{Re}_L \leq 10^8$<br>$0.6 \leq \text{Pr} \leq 60$ |
| <b>Cilindri</b>          |              |   |   |
| Medio                    |              | $\overline{Nu}_D = C \text{ Re}_D^{1/2} \text{ Pr}^{1/3}$ (Tabella 7.2)   | (17.34) $\text{Pr} \geq 0.70$   |
| Medio                    |              | $\overline{Nu}_D = 0.3 + \{0.62 \text{ Re}_D^{1/2} \text{ Pr}^{1/3}$<br>$\times [1 + (0.4/\text{Pr})^{2/3}]^{-1/4}\}$<br>$\times [1 + \text{Re}_D/282,000]^{5/8}\}^{4/5}$ | (17.35) $\text{Re}_D \text{ Pr} > 0.2$  |
| Sfere                    | Medio        | $\overline{Nu}_D = 2 + (0.4 \text{ Re}_D^{1/2}$<br>$+ 0.06 \text{ Re}_D^{2/3}) \text{ Pr}^{0.4} (\mu/\mu)$  | (17.36) $3.5 < \text{Re}_D < 7.6 \times 10^4$<br>$0.71 < \text{Pr} < 380$                                 |

<sup>a</sup>Le proprietà termofisiche sono valutate alla temperatura di film,  $T_f = (T_\infty + T_s)/2$ , per tutte le correlazioni a eccezione dell'Equazione 17.34. Per questa correlazione le proprietà sono valutate alla temperatura della corrente indisturbata  $T_\infty$  o alla temperatura superficiale  $T_s$  con il pedice s.

Per i cilindri con sezione non circolare si usa l'Equazione 17.34 con le costanti elencate in Tabella 17.2.

## 17.3 Flusso interno

Nella sezione precedente si è visto che un flusso esterno, come quello su una lastra piana, è un flusso per cui lo strato limite che si sviluppa sulla superficie stessa non è soggetto a vincoli esterni. Al contrario, per i flussi interni in un condotto o in un tubo, il flusso è costretto all'interno di una superficie e quindi anche lo strato limite è vincolato. Nel Capitolo 14 si è visto come, nel caso di flusso entrante in una tubazione, nella regione di ingresso si sviluppi uno strato limite fluidodinamico, che cresce fino a riempire il tubo. La parte di tubo successiva alla regione di ingresso, dove non si hanno più cambiamenti del profilo di velocità nella direzione del moto viene detta regione del flusso completamente sviluppato.

Si comincerà con la descrizione dello strato limite termico che si sviluppa nella regione di ingresso e nella regione completamente sviluppata, e si analizzerà come il coefficiente convettivo dipenda dallo strato limite termico. Saranno introdotte delle correlazioni empiriche per stimare i coefficienti di convezione nel caso di regime laminare e nel caso di regime turbolento nella regione completamente sviluppata, mentre si lascia a corsi più avanzati lo studio di correlazioni per la regione di ingresso.

### 17.3.1 Considerazioni fluidodinamiche e termiche

Lo sviluppo dello strato limite laminare in un tubo circolare è rappresentato nella Figura 17.11 (si veda anche la Figura 14.3). Nel Paragrafo 14.1.2 si è visto come, a causa degli effetti viscosi, il profilo della velocità all'interno del tubo si modifichi rispetto al profilo uniforme che ha all'ingresso, fino a una distribuzione parabolica quando lo spessore dello strato limite comincia a riempire il tubo. Dopo la lunghezza di ingresso idrodinamica  $x_{fd,h}$  il profilo della velocità non varia e si può parlare di flusso completamente sviluppato. L'estensione della regione di ingresso e il profilo di velocità dipendono dal Numero di Reynolds, il quale per i flussi interni prende la forma di

$$\text{Re}_D = \frac{\rho u_m D}{\mu} = \frac{u_m D}{\nu} = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu} \quad (17.37)$$

dove  $u_m$  è la velocità media,  $D$  è il diametro del tubo (lunghezza caratteristica) e  $\dot{m}$  è la portata massica. In un flusso completamente sviluppato il Numero di Reynolds critico, corrispondente alla zona di transizione al regime turbolento, è dato da

$$\text{Re}_{D,c} \approx 2300 \quad (17.38)$$

sebbene siano necessari valori del Numero di Reynolds maggiori ( $\text{Re}_{D,c} \approx 10000$ ) per raggiungere condizioni di turbolenza completa. Nel regime laminare ( $\text{Re}_D \leq 2300$ ) la lunghezza di ingresso fluidodinamica è data da

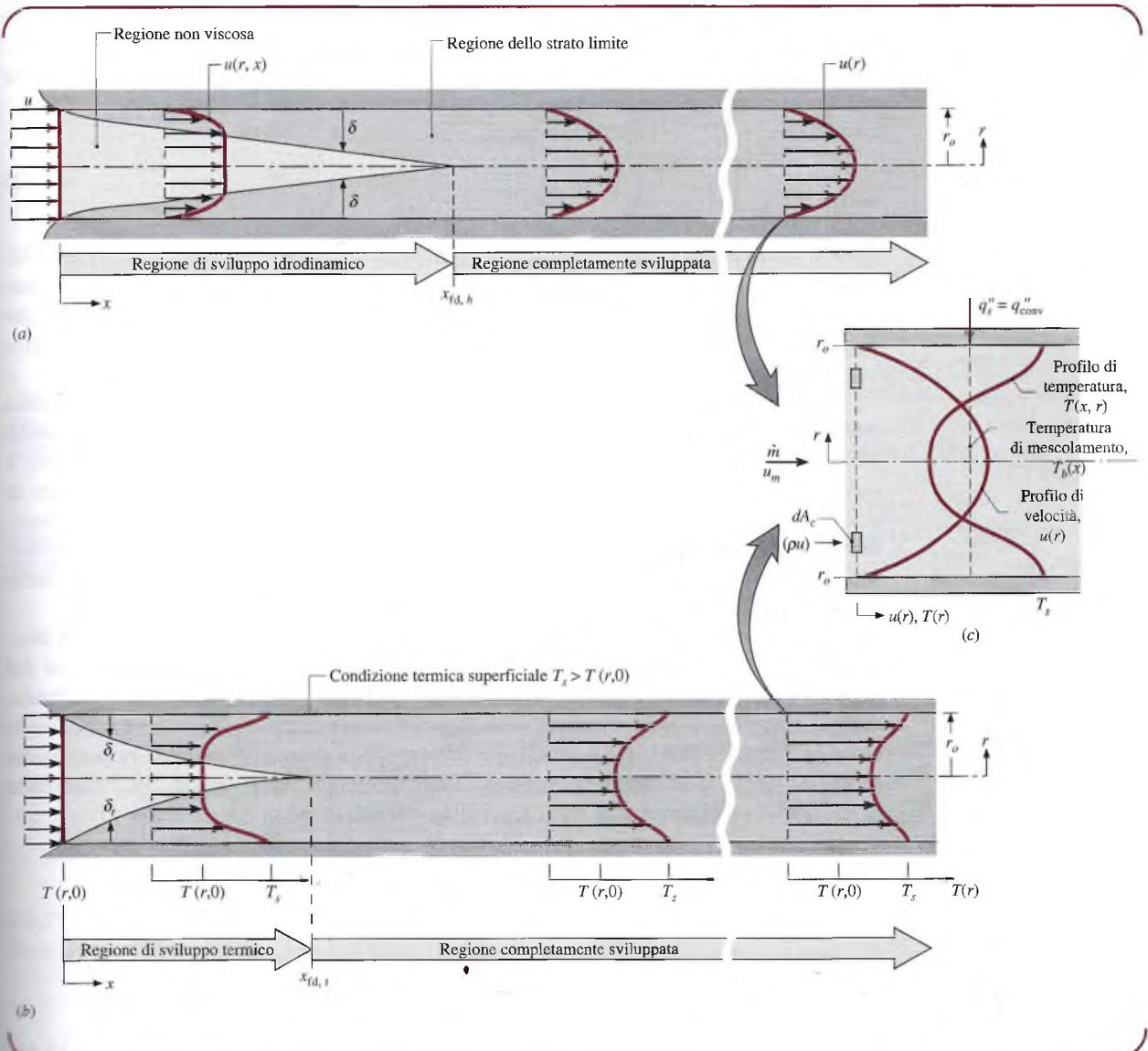
$$\left( \frac{x_{fd,h}}{D} \right)_{\text{lam}} \leq 0.05 \text{ Re}_D \quad (17.39)$$

mentre nel regime turbolento la lunghezza di ingresso è approssimativamente indipendente dal Numero di Reynolds, e corrisponde in prima approssimazione a

$$10 \leq \left( \frac{x_{fd,h}}{D} \right)_{\text{turb}} \leq 60 \quad (17.40)$$

Per semplicità si assumerà di essere in presenza di un flusso completamente turbolento una volta che venga soddisfatta la condizione  $x/D > 10$ .

Se il fluido entra nel tubo in Figura 17.11b a  $x = 0$  con una temperatura del fluido uniforme  $T(r,0)$ , inferiore alla temperatura costante  $T_s$  della superficie del tubo, si ha trasmissione del calore per convezione e si andrà a formare uno strato limite di temperatura. Nella



**Figura 17.11** Sviluppo dello strato limite in regime laminare in un tubo circolare: (a) Strato limite fluidodinamico e profilo delle velocità; (b) Strato limite termico e profilo delle temperature per condizione termica superficiale: temperatura  $T_s$  costante; (c) Profilo di velocità e di temperatura per determinare la temperatura media in un punto  $x$ .

**regione di ingresso termica**, la temperatura nella parte centrale del fluido all'esterno dello strato limite termico  $\delta_t$  non varia, mentre all'interno di quest'ultimo la temperatura aumenta rapidamente fino a quella della superficie del tubo. In corrispondenza della **lunghezza di ingresso termica**  $x_{fd,t}$  lo strato limite termico ha riempito tutta la sezione del tubo e la parte centrale del fluido comincia a subire un riscaldamento, e si è raggiunta la condizione di flusso completamente sviluppato termicamente.

Per i regimi laminari, si può individuare la lunghezza di ingresso termico come

$$\left( \frac{x_{fd,t}}{D} \right)_{\text{lam}} \leq 0.05 \text{ Re}_D \text{ Pr} \quad [\text{Re}_D < 2300] \quad (17.41)$$

Da questa relazione e dal confronto dello strato limite fluidodinamico e termico delle Figure 17.11a e 17.11b, risulta evidente che si è rappresentato un fluido con  $\text{Pr} < 1$  (gas), dal-

momento che lo strato limite fluidodinamico si sviluppa più lentamente rispetto allo strato limite termico, mentre nel caso di liquidi con  $\text{Pr} > 1$  avviene il contrario.

Nel caso di regime turbolento, la lunghezza di ingresso termica è quasi indipendente dal Numero di Prandtl e può essere in prima approssimazione definita come

$$\left( \frac{x_{fd,t}}{D} \right)_{\text{turb}} = 10 \quad [\text{Re}_D \geq 10,000] \quad (17.42)$$

che è lo stesso criterio applicato per la lunghezza di ingresso fluidodinamica, Equazione 17.40.

In Figura 17.11b si è mostrato il profilo di temperatura per un regime laminare durante un riscaldamento con una temperatura uniforme della superficie ( $T_s$  costante). Si noti che il gradiente di temperatura è maggiore nella regione di ingresso, il che implica un maggior coefficiente convettivo in tale regione rispetto alla regione completamente sviluppata.

Dal momento che il fluido, essendo riscaldato, ha una temperatura media che aumenta nella direzione del moto, il profilo di temperatura cambia forma. Le condizioni termiche nella **regione termica completamente sviluppata** sono mostrate nella Figura 17.11b, e sono caratterizzate da tre aspetti chiave: la temperatura media aumenta (o diminuisce in caso di raffreddamento), le forme dei profili di temperatura sono simili tra loro, e il coefficiente convettivo è costante. Ora si analizzeranno queste caratteristiche introducendo formule appropriate per il flusso convettivo e per il bilancio energetico, utili per l'analisi nella regione completamente sviluppata.

**La temperatura di mescolamento** Come mostrato in Figura 17.11c, i profili di temperatura e velocità in un determinato punto, nella direzione del flusso  $x$ , dipendono dal raggio  $r$ . A questo punto può essere introdotta una particolare temperatura media del fluido, detta temperatura di mescolamento della massa fluida, mostrata in figura come  $T_b$  (in inglese *bulk temperature*), che è definita in funzione della quantità di energia trasportata dal fluido attraverso la posizione  $x$ . Per fluidi incomprimibili, i quali hanno calore specifico  $c_p$  costante, la temperatura di mescolamento è definita come

$$T_b = \frac{\int_{A_c} u T dA_c}{u_m A_c} \quad (17.43)$$

dove  $u_m$  è la velocità media. Per un tubo circolare, quindi

$$T_b = \frac{2}{u_m r_o^2} \int_0^{r_o} u T r dr \quad (17.44)$$

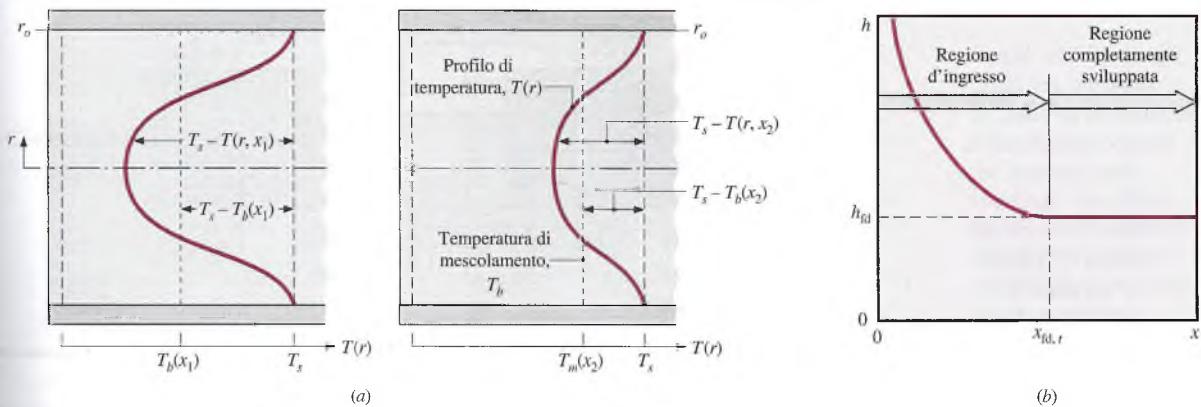
La temperatura di mescolamento è il parametro di riferimento per determinare il flusso termico convettivo secondo la legge di Newton del raffreddamento e il bilancio energetico totale.

**Legge di Newton del raffreddamento** Per determinare il flusso termico convettivo sulla superficie del tubo, Figura 17.11c, la legge di Newton del raffreddamento, detta anche Legge di Newton per la convezione o equazione del flusso convettivo, è espressa come

$$q''_s = q''_{\text{conv}} = h(T_s - T_b) \quad (17.45)$$

dove  $h$  è il coefficiente convettivo locale. In base al metodo di riscaldamento (raffreddamento) della superficie,  $T_s$  può essere costante o variare, ma la temperatura di mescolamento cambia sempre nella direzione del moto mentre il coefficiente di convezione rimane invariato nella regione completamente sviluppata, come si vedrà nel seguito.

**Condizioni di completo sviluppo** Il profilo di temperatura può essere convenientemente rappresentato con il rapporto adimensionale  $(T_s - T)/(T_s - T_b)$ . Mentre il profilo di temperatura  $T(r)$  continua a variare con  $x$ , la forma adimensionale del profilo data dal



**Figura 17.12** Caratteristiche del flusso termicamente sviluppato per una superficie a temperatura costante. (a) La forma relativa del profilo di temperatura rimane invariata nella direzione del flusso ( $x_2 > x_1$ ). (b) Il coefficiente di convezione è costante per  $x > x_{fd,t}$ .

rapporto di temperature è indipendente da  $x$  in condizioni di completo sviluppo. Il requisito per avere le condizioni di completo sviluppo è

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{T_s(x) - T(r, x)}{T_s(x) - T_b(x)} \right]_{fd,t} = 0 \quad (17.46)$$

dove  $T_s$  è la temperatura della superficie del tubo,  $T$  è la temperatura locale del fluido e  $T_b$  è la temperatura di mescolamento, come mostrato in Figura 17.12a. Visto che il rapporto di temperature è indipendente da  $x$ , la derivata di questo rapporto rispetto a  $r$  deve essere anch'essa indipendente da  $x$ . Valutando questa derivata sulla superficie del tubo (si noti che  $T_s$  e  $T_b$  sono costanti nella misura in cui la differenza con  $r$  è rilevante), si ottiene

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{T_s - T}{T_s - T_b} \right) \Big|_{r=r_o} = \frac{-\partial T / \partial r|_{r=r_o}}{T_s - T_b} \neq f(x)$$

Sostituendo  $\partial T / \partial r$  dalla legge di Fourier, che, dalla Figura 17.1, è scritta nella forma:

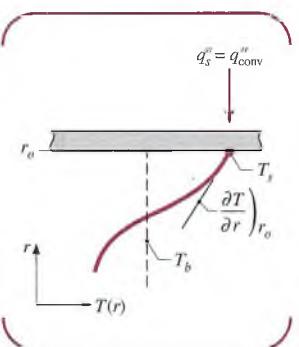
$$q''_i = \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_o}$$

dalla legge di Newton del raffreddamento (Equazione 17.45), si ottiene

$$\frac{h}{\lambda} \neq f(x) = \text{costante} \quad (17.47)$$

Quindi si può dire che in condizioni di flusso completamente sviluppato termicamente, in assenza di un fluido con proprietà costanti, il coefficiente convettivo è costante e indipendente da  $x$ . L'Equazione 17.47 non è soddisfatta nella regione di ingresso, in cui  $h$  varia con  $x$ .

Poiché lo strato limite termico ha spessore nullo nella regione di ingresso, il coefficiente di convezione è molto grande nel punto  $x = 0$ , poi va decrescendo sensibilmente al crescere dello strato limite termico, fino a quando diviene costante nel momento in cui si hanno le condizioni di completo sviluppo termico, come mostrato in Figura 17.12b.

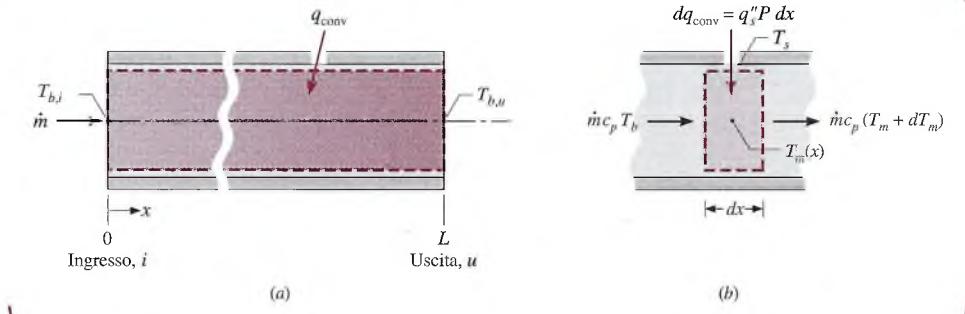


**Figura 17.13**

### 17.3.2 Bilancio di energia e metodi di riscaldamento

Dal momento che il flusso in un tubo è completamente racchiuso in esso, si può applicare un bilancio di energia per determinare il flusso di calore  $q_{\text{conv}}$  scambiato per convezione

**Figura 17.14** Bilanci energetici per flusso stazionario in un tubo. (a) Bilancio globale per il flusso termico per convezione, Equazione 17.84. (b) Bilancio sul volume di controllo infinitesimo per determinare  $T_b(x)$ , Equazione 17.50.



in funzione della temperatura in ingresso e in uscita dal tubo. Con un bilancio di energia applicato a un volume di controllo infinitesimo nel tubo, si determina come la temperatura di mescolamento  $T_b(x)$  varia con la posizione nella direzione del moto lungo il tubo per due condizioni termiche di superficie (metodi di riscaldamento/raffreddamento).

**Bilancio energetico globale** Si consideri il moto nel tubo della Figura 17.14a. Il flusso scorre con una portata massica  $\dot{m}$  costante, del calore viene trasferito per convezione attraverso la superficie della parete. Assumendo che la variazione di energia cinetica e potenziale del fluido siano trascurabili, che non vi sia nessun lavoro meccanico e che  $c_p$  rimanga invariato, il bilancio dello scambio termico sarà:

$$q_{\text{conv}} = \dot{m}c_p(T_{b,u} - T_{b,i}) \quad (17.48)$$

dove  $T_b$  è la temperatura di mescolamento e i pedici “i” e “u” rappresentano l’ingresso e l’uscita. È importante notare che, nell’ipotesi di conduzione assiale nulla o trascurabile, questo *bilancio energetico globale* è un’espressione generale che non dipende dalle caratteristiche termiche della superficie o dalle condizioni del moto nel tubo.

**Bilancio energetico in un volume di controllo differenziale** Sempre nell’ipotesi di conduzione assiale nulla o trascurabile, si può applicare lo stesso bilancio a un volume di controllo differenziale all’interno del tubo (come mostrato in Figura 17.14b), scrivendo l’Equazione 17.48 in forma differenziale

$$dq_{\text{conv}} = \dot{m}c_p dT_b \quad (17.49)$$

Si può esprimere la potenza termica trasmessa attraverso l’elemento infinitesimo in funzione del flusso termico superficiale come

$$dq_{\text{conv}} = q'' P dx \quad (17.50)$$

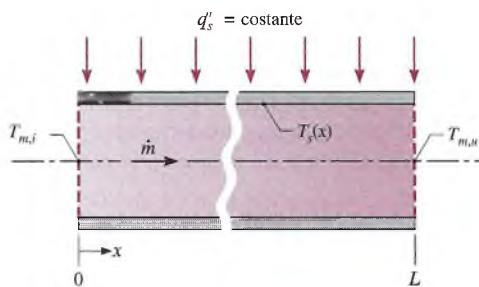
dove  $P$  è il perimetro della superficie. Combinando le Equazioni 17.49 e 17.50 si ottiene

$$q'' P dx = \dot{m}c_p dT_b$$

Rielaborando questi risultati si ottiene un’espressione per la variazione assiale di  $T_m$  in funzione del flusso termico superficiale

$$\frac{dT_b}{dx} = \frac{q'' P}{\dot{m}c_p} \quad [\text{flusso termico superficiale, } q''] \quad (17.51)$$

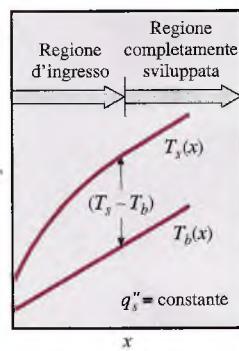
o usando la legge di Newton per la convezione, Equazione 17.45, con  $q'' = h(T_s - T_b)$ , in funzione della temperatura della superficie del tubo



**Figura 17.15** Flusso interno in un tubo circolare con condizione termica superficiale corrispondente a flusso termico superficiale  $q''_s$  costante.

$$\frac{dT_b}{dx} = \frac{P}{\dot{m}c_p} h(T_s - T_m) \quad (\text{temperatura superficiale, } T_s) \quad (17.52)$$

Si osservi il modo in cui le quantità a destra delle Equazioni 17.51 e 17.52 variano con  $x$ . Per un tubo circolare di diametro uniforme ( $P = \pi D$ ), la quantità è una costante. Nella regione completamente sviluppata, anche il coefficiente di convezione  $h$  è costante, sebbene vari con  $x$  nella regione d'ingresso (vedi Figura 17.12b). Infine, sebbene  $T$  possa essere una costante,  $T_b$  deve sempre variare con  $x$ . Le soluzioni delle Equazioni 17.51 e 17.52 per  $T_b(x)$  dipendono dalla **condizione termica superficiale**. Si considerano ora due casi di particolare interesse: flusso termico superficiale costante ( $q''_s$ ) e temperatura superficiale costante ( $T_s$ ).



**Figura 17.16**

**Condizione termica: flusso termico superficiale costante**  $q''_s$  Per condizioni termiche di flusso di calore superficiale costante (Figura 17.15) si nota per prima cosa che è semplice determinare il flusso termico totale  $q_{\text{conv}}$ . Dal momento che  $q''_s$  è indipendente da  $x$ , ne consegue che

$$q_{\text{conv}} = q''_s (P \cdot L) \quad (17.53)$$

Questa espressione può essere usata con il Bilancio di energia complessivo, Equazione 17.48, per determinare la variazione di temperatura  $T_{b,u} - T_{b,i}$ .

Per  $q''_s$  costante segue anche che il lato di destra dell'Equazione 17.51 è una costante indipendente da  $x$ , per cui

$$\frac{dT_b}{dx} = \frac{q''_s P}{\dot{m} c_p} = \text{costante}$$

Integrando da  $x = 0$  a una certa posizione assiale  $x$ , si ottiene la distribuzione della temperatura di mescolamento  $T_b(x)$

$$T_b(x) = T_{b,i} + \frac{q''_s P}{\dot{m} c_p} x \quad [q''_s = \text{costante}] \quad (17.54)$$

Di conseguenza, la temperatura di mescolamento varia linearmente con  $x$  lungo il tubo (Figura 17.16). Inoltre, dalla legge di Newton per la convezione, Equazione 17.45, si presume anche che la differenza di temperatura  $(T_s - T_b)$  vari con  $x$  come mostrato nella Figura 17.16. Questa differenza è inizialmente piccola (dovuta al grande valore di  $h$  all'ingresso), ma aumenta con  $x$  crescente a causa della diminuzione di  $h$  che avviene mentre si sviluppa lo strato limite. Comunque, nella regione completamente sviluppata si sa che è indipendente da  $x$ . Ne consegue dall'Equazione 17.45 che anche  $(T_s - T_b)$  deve essere indipendente da  $x$  in questa regione.

**ESEMPIO 17.6** Condizione termica: Flusso termico superficiale  $q''$  costante

Un sistema per riscaldare una portata d'acqua dalla temperatura  $T_{b,i} = 20^\circ\text{C}$  alla temperatura di uscita  $T_{b,u} = 60^\circ\text{C}$  prevede che l'acqua passi attraverso un tubo avente diametro interno ed esterno di 20 e 40 mm rispettivamente. La superficie esterna del tubo è ben isolata e la dissipazione di potenza elettrica attraverso le pareti genera un flusso termico uniforme  $\dot{q} = 10^6 \text{ W/m}^3$ .

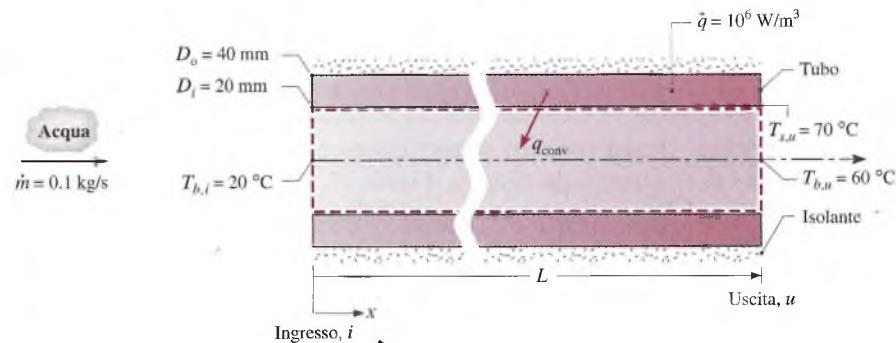
- Quanto deve essere lungo il tubo per riscaldare una portata massica di acqua  $\dot{m} = 0.1 \text{ kg/s}$ ?
- Il flusso è caratterizzato da condizioni termiche e fluidodinamiche completamente sviluppate?
- Se la temperatura della superficie interna del tubo all'uscita è  $T_s = 70^\circ\text{C}$  ( $x = L$ ), qual è il coefficiente convettivo locale all'uscita?

**Soluzione**

**Elementi noti** Flusso interno attraverso un tubo spesso con generazione uniforme di energia volumetrica.

**Da determinare**

- La lunghezza del tubo necessaria per ottenere la temperatura in uscita desiderata.
- Se si realizzano condizioni termiche e fluidodinamiche completamente sviluppate.
- Il coefficiente convettivo locale all'uscita.

**Schema e dati forniti****Figura E17.6a****Ipotesi**

- Condizioni stazionarie.
- Flusso termico uniforme.
- Effetti dell'energia potenziale e cinetica trascurabili. Nessun lavoro esterno.
- Proprietà costanti.
- Superficie esterna del tubo adiabatica.

**Proprietà** Tabella HT-5, acqua ( $\bar{T}_b = (T_{b,i} + T_{b,u})/2 = 313 \text{ K}$ ):  $c_p = 4.179 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ,  $\mu = 5.56 \times 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ .

**Analisi** (a) Dal momento che la superficie esterna del tubo è adiabatica, la potenza termica generata nel tubo deve essere uguale alla potenza termica scambiata per convezione con l'acqua ( $\dot{E}_g = q_{\text{conv}}$ ):

$$\dot{q} \frac{\pi}{4} (D_o^2 - D_i^2) L = q_{\text{conv}}$$

Dal bilancio energetico globale per il tubo, Equazione 17.48, si ha

$$\dot{q} \frac{\pi}{4} (D_o^2 - D_i^2) L = \dot{m} c_p (T_{b,u} - T_{b,i})$$

Risolvendo rispetto a L e sostituendo i valori numerici, con  $c_p$  determinato a  $\bar{T}_b = (T_{b,i} + T_{b,u})/2$ , la lunghezza richiesta del tubo è

$$L = \frac{4mc_p}{\pi(D_o^2 - D_u^2)\dot{q}}(T_{b,u} - T_{b,i}) = \frac{4 \times 0.1 \text{ kg/s} \times 4179 \text{ J/kg}\cdot\text{K}}{\pi(0.04^2 - 0.02^2)\text{m}^2 \times 10^6 \text{ W/m}^3}(60 - 20)^\circ\text{C} = 17.7 \text{ m}$$

(b) Per determinare se esistono condizioni completamente sviluppate, si calcola il Numero di Reynolds per caratterizzare il moto. Dall'Equazione 17.37

$$\text{Re}_D = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu} = \frac{4 \times 0.1 \text{ kg/s}}{\pi(0.020 \text{ m})(6.57 \times 10^{-4} \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2)} = 9696$$

Poiché  $\text{Re}_D$  è circa 10 000, il regime è turbolento. Le lunghezze di ingresso fluidodinamica e termica sono date da  $x_{fd}/D = 10$ , per cui  $x_{fd} = 10D = 10 \times 0.020 \text{ m} = 0.2 \text{ m}$ , si può concludere, con buona approssimazione, che si abbiano condizioni completamente sviluppate sull'intero tubo dal momento che  $L \gg x_{fd}$  (17.7 m rispetto a 0.2 m).

(c) Dalla legge di Newton per la convezione, Equazione 17.45, si ha che il coefficiente convettivo locale all'uscita del tubo è

$$h_o = \frac{q''_s}{T_{s,o} - T_{b,o}}$$

Ipotizzando che la generazione uniforme nel tubo fornisca un flusso termico superficiale costante, con

$$q''_s = \frac{q_{\text{conv}}}{\pi D_i L} = \dot{q} \frac{D_o^2 - D_u^2}{4D_i} = 10^6 \text{ W/m}^3 \frac{(0.04^2 - 0.02^2)\text{m}^2}{4 \times 0.02 \text{ m}} = 1.5 \times 10^4 \text{ W/m}^2$$

ne consegue che il coefficiente convettivo locale all'uscita è

$$h_o = \frac{1.5 \times 10^4 \text{ W/m}^2}{(70 - 60)^\circ\text{C}} = 1500 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$$

1

2

Dal momento che le condizioni sono completamente sviluppate sull'intero tubo, il coefficiente convettivo locale e la differenza di temperatura ( $T_s - T_b$ ) sono indipendenti da x per queste condizioni di flusso superficiale costante. Quindi  $h = 1500 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$  e  $(T_s - T_m) = 10^\circ\text{C}$  sull'intero tubo. La superficie interna del tubo all'ingresso è quindi alla temperatura  $T_{s,i} = 30^\circ\text{C}$ . La distribuzione della temperatura della superficie del tubo e del fluido sono mostrate in Figura E17.6b.

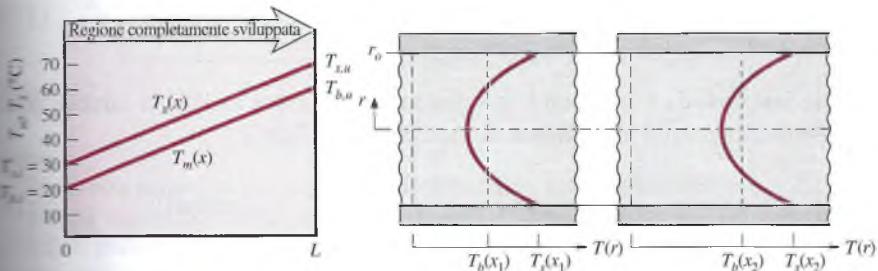
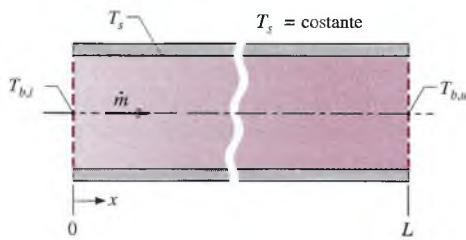


Figura E17.6b

In condizioni di flusso termico superficiale costante, la forma del profilo di temperatura nella regione completamente sviluppata non cambia nella direzione del flusso ( $x_2 > x_1$ ) come mostrato in Figura E17.6c. Si confronti questo comportamento con quello per temperatura superficiale costante, Figura 17.12a, dove solo la temperatura non dimensionale  $(T_s - T)/(T_s - T_b)$  rimane invariata nella regione completamente sviluppata.

**Figura 17.17** Flusso interno in un tubo circolare con condizione termica superficiale corrispondente a temperatura superficiale  $T_s$  costante.



### Condizione termica: temperatura superficiale costante $T_s$

La potenza termica e la distribuzione assiale della temperatura di mescolamento sono completamente diverse nel caso di condizione di temperatura superficiale costante (Figura 17.17). Definendo  $\Delta T$  come  $(T_s - T_b)$ , l'Equazione 17.52 può essere espressa come

$$\frac{dT_b}{dx} = -\frac{d(\Delta T)}{dx} = \frac{P}{\dot{m}c_p} h \Delta T$$

Con  $P/\dot{m}c_p$  costante, separando le variabili e integrando tra l'entrata e l'uscita del tubo si ha

$$\int_{\Delta T_i}^{\Delta T_u} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -\frac{P}{\dot{m}c_p} \int_0^L h dx$$

oppure

$$\ln \frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} = -\frac{PL}{\dot{m}c_p} \left( \frac{1}{L} \int_0^L h dx \right)$$

Dalla definizione del coefficiente convettivo medio discende che

$$\ln \frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} = -\frac{PL}{\dot{m}c_p} \bar{h}_L \quad [T_s = \text{costante}] \quad (17.55a)$$

dove  $\bar{h}_L$ , o semplicemente  $\bar{h}$ , è il valore medio di  $h$  per l'intero tubo. In alternativa, prendendo l'esponente di entrambi i membri dell'equazione

$$\frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} = \frac{T_s - T_{b,u}}{T_s - T_{b,i}} = \exp \left( -\frac{PL}{\dot{m}c_p} \bar{h} \right) \quad [T_s = \text{costante}] \quad (17.55b)$$

Se si fosse integrato da  $x = 0$  fino a una qualunque posizione assiale, si sarebbe ottenuto che la distribuzione della temperatura di mescolamento  $T_b(x)$  è

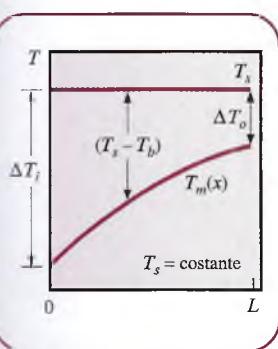
$$\frac{T_s - T_b(x)}{T_s - T_{b,i}} = \exp \left( -\frac{Px}{\dot{m}c_p} \bar{h} \right) \quad [T_s = \text{costante}] \quad (17.56)$$

dove  $\bar{h}$  è ora il valore medio di  $h$  dall'entrata del tubo a  $x$ . Questo risultato ci dice che la differenza di temperatura  $(T_s - T_b)$  diminuisce esponenzialmente con la distanza lungo l'asse del tubo. La superficie assiale e la distribuzione della temperatura di mescolamento hanno l'andamento mostrato nella Figura 17.18.

La determinazione di un'espressione per il flusso di calore totale  $q_{\text{conv}}$  è complicata dalla natura esponenziale della diminuzione della temperatura. Esprimendo l'Equazione 17.48 nella forma

$$q_{\text{conv}} = \dot{m}c_p [(T_s - T_{b,i}) - (T_s - T_{b,u})] = \dot{m}c_p (\Delta T_i - \Delta T_u)$$

**Figura 17.18**



e, sostituendo per  $\dot{m}c_p$  dall'Equazione 17.55, si ottiene l'equazione del flusso convettivo

$$\dot{q}_{\text{conv}} = \bar{h}A_s\Delta T_{\text{lm}} \quad [T_s = \text{costante}] \quad (17.57)$$

dove  $A_s$  è l'area di superficie del tubo ( $A_s = \pi D L$ ) e  $\Delta T_{\text{lm}}$  è la differenza media logaritmica di temperatura (*LMTD*, acronimo dell'inglese *Log Mean Temperature Difference*)

$$\Delta T_{\text{lm}} = \frac{\Delta T_u - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_u / \Delta T_i)} \quad (17.58)$$

L'Equazione 17.57 è una forma della legge di Newton del raffreddamento per il tubo intero, e  $\Delta T_{\text{lm}}$  è l'opportuna media della differenza di temperatura lungo il tubo. La forma logaritmica di questa differenza di temperatura media è dovuta alla natura esponenziale della diminuzione della temperatura stessa.

Un'applicazione comune della condizione della temperatura superficiale costante è il caso in cui la superficie esterna del tubo è esposta alla temperatura della corrente libera di un fluido esterno,  $T_\infty$ . Questo caso è affrontato nel seguente paragrafo.

### Condizione termica: temperatura superficiale $T_s$ costante

### ESEMPIO 17.7

Del vapore, che condensa sulla superficie esterna di un tubo circolare sottile avente diametro 50 mm e lunghezza 6 m, mantiene una temperatura superficiale uniforme di 100 °C. Una portata massica  $= 0.25 \text{ kg/s}$  di acqua scorre nel tubo e le temperature di ingresso e di uscita sono rispettivamente  $T_{b,i} = 15^\circ\text{C}$  e  $T_{b,u} = 57^\circ\text{C}$ . Qual è il coefficiente convettivo medio associato allo scorrimento dell'acqua?

#### Soluzione

**Elementi noti** Portata massica e temperature di ingresso e uscita di acqua che scorre in un tubo di dimensioni e temperatura superficiale note.

**Da determinare** Coefficiente di scambio termico convettivo medio.

#### Schema e dati forniti

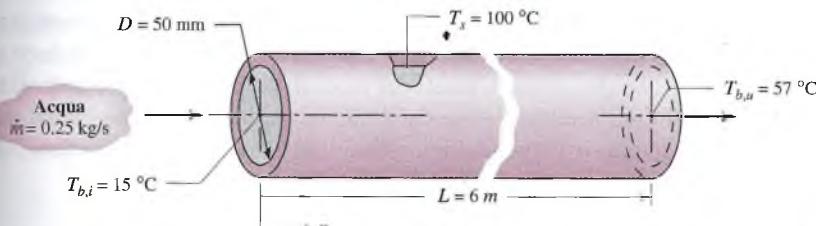


Figura E17.7

#### Ipotesi

- Resistenza convettiva esterna e resistenza conduttiva del tubo trascurabili, per cui la superficie interna del tubo è a 100 °C.
- Effetti dell'energia potenziale e cinetica trascurabili. Nessun lavoro esterno.
- Proprietà costanti.

**Proprietà** Tabella HT5, acqua ( $\bar{T}_b = (T_{b,i} + T_{b,u})/2 = 36^\circ\text{C} = 309 \text{ K}$ ):  $c_p = 4178 \text{ J/(kg·K)}$ .

**Analisi** Combinando il bilancio energetico globale del tubo (Equazione 17.48) con l'equazione del flusso convettivo (Equazione 17.57), il coefficiente convettivo medio è dato da

$$\bar{h} = \frac{\dot{m}c_p}{\pi D L} \frac{(\bar{T}_b - T_{b,i})}{\Delta T_{\text{lm}}}$$

Dall'Equazione 17.58, la differenza media logaritmica di temperatura è

$$\Delta T_{lm} = \frac{(T_s - T_{b,u}) - (T_s - T_{b,i})}{\ln[(T_s - T_{b,u})/(T_s - T_{b,i})]} = \frac{(100 - 57) - (100 - 15)}{\ln[(100 - 57)/(100 - 15)]} = 61.6^\circ\text{C}$$

per cui il coefficiente convettivo medio vale

$$\bar{h} = \frac{0.25 \text{ kg/s} \times 4178 \text{ J/kg}\cdot\text{K}(57 - 15)^\circ\text{C}}{\pi \times 0.05 \text{ m} \times 6 \text{ m}} = 756 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$$

- 1 Si osservi che le proprietà usate nel bilancio energetico e nelle correlazioni per la convezione sono valutate alla temperatura media definita come  $\bar{T}_b = (T_{b,i} + T_{b,u})/2$ .

### Condizione termica superficiale: fluido esterno

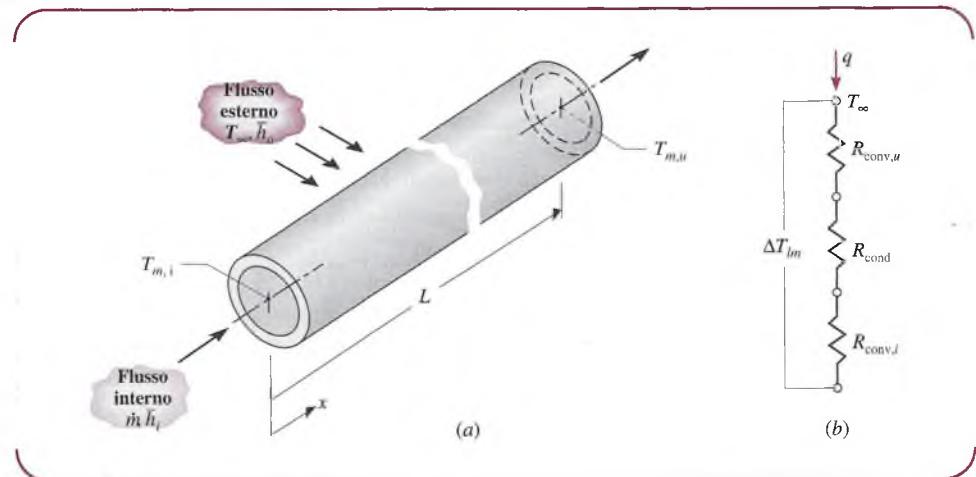
In molte applicazioni è la temperatura di un fluido esterno a essere fissata e non la temperatura della superficie esterna del tubo, come mostrato in Figura 17.19. In questi casi, si possono utilizzare i risultati del precedente paragrafo relativi alla condizione di temperatura superficiale costante sostituendo  $T_s$  con  $T_\infty$  (la temperatura della corrente indisturbata del fluido esterno), mentre  $\bar{h}$  è sostituito da  $\bar{U}$  (il coefficiente globale medio di scambio termico), per cui ne discende che

$$\frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} = \frac{T_\infty - T_{b,u}}{T_\infty - T_{b,i}} = \exp\left(-\frac{\bar{U}A_s}{\dot{m}c_p}\right) \quad (17.59a)$$

e l'equazione del flusso convettivo è del tipo

$$q = \bar{U}A_s\Delta T_{lm} \quad (17.60a)$$

Il coefficiente globale di scambio termico per un sistema cilindrico radiale è stato introdotto nel Paragrafo 16.2.2, e include in questo caso anche i contributi dovuti alla convezione interna ed esterna. In un tubo di elevato spessore e bassa conduttività, esso include anche l'effetto della conduzione attraverso le pareti del tubo. Si osservi che il prodotto  $\bar{U}A_s$  fornisce lo stesso risultato indipendentemente dal fatto che sia stato definito in funzione dell'area della superficie interna o della superficie esterna del tubo (si veda l'Equazione 16.36).



**Figura 17.19** Condizione termica sulla superficie esterna. (a) Scambio termico tra un fluido che scorre in un tubo e quello che lo lambisce all'esterno. (b) Circuito termico per calcolare la potenza termica per convezione.

Si noti anche che  $\overline{U}A_s^{-1}$  è equivalente alla resistenza termica totale tra i due fluidi, per cui, in questo caso, le Equazioni 17.59a e 17.60a possono essere espresse come

$$\frac{\Delta T_u}{\Delta T_i} = \frac{T_\infty - T_{b,u}}{T_\infty - T_{b,i}} = \exp\left(-\frac{1}{\dot{m}c_p R_{\text{tot}}}\right) \quad (17.59b)$$

$$q = \frac{\Delta T_{\text{lm}}}{R_{\text{tot}}} \quad (17.60b)$$

La Figura 17.19b riporta il circuito termico che rappresenta le resistenze convettive interna ed esterna e la resistenza conduttriva nel tubo.

### Condizione termica superficiale: fluido esterno a $T_\infty$

### ESEMPIO 17.8

Un condotto sottile non isolato di 300 mm di diametro viene utilizzato per trasportare una portata di 0.05 kg/s di aria refrigerata attraverso l'attico di un grande edificio commerciale. Il coefficiente convettivo associato al flusso dell'aria nel condotto è 3 W/(m<sup>2</sup>K). L'aria dell'attico è a 37 °C e la circolazione naturale provoca un coefficiente convettivo di 2 W/(m<sup>2</sup>K) sulla superficie esterna del condotto. Se l'aria fredda entra a 7 °C nel condotto lungo 7 m, quali sono la temperatura di uscita e la potenza termica scambiata?

#### Soluzione

**Elementi noti** Lunghezza e diametro di un condotto dell'aria condizionata; temperatura di ingresso, portata e coefficiente convettivo dell'aria fredda e temperatura e coefficiente convettivo dell'aria dell'attico.

**Da determinare** Temperatura di uscita dell'aria fredda e potenza termica scambiata.

#### Schema e dati forniti

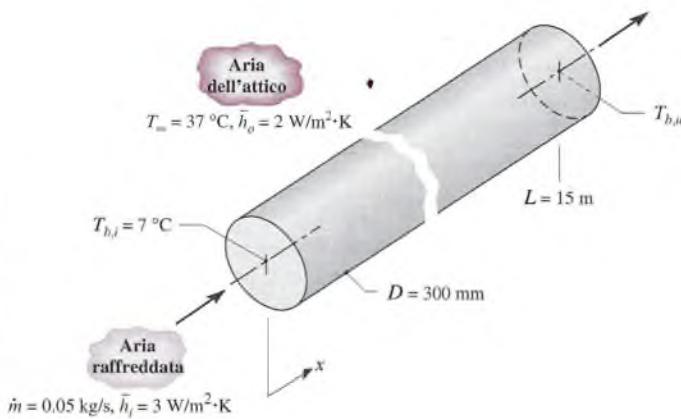


Figura E17.8a

#### Ipotesi

1. Condizioni stazionarie.
2. Resistenza conduttriva delle pareti del tubo trascurabile.
3. Effetti dell'energia cinetica assiale e dell'energia potenziale trascurabili. Nessun lavoro esterno.
4. Scambio radiativo con l'ambiente circostante trascurabile.
5. Proprietà costanti.

1 **Proprietà** Tabella HT-3, aria (si assuma  $\bar{T}_b = 300$  K, 1 atm):  $c_p = 1007 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ .

2 **Analisi** Si può ricavare la temperatura di uscita dell'aria fredda della relazione dell'energia, Equazione 17.59a

$$\frac{T_\infty - T_{b,u}}{T_\infty - T_{b,i}} = \exp\left(-\frac{\bar{U}A_s}{\dot{m}c_p}\right)$$

dove il coefficiente globale di scambio termico è

3  $\bar{U} = \left(\frac{1}{h_i} + \frac{1}{h_o}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)^{-1} \text{ W/m}^2\cdot\text{K} = 1.2 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$

4 Con  $A_s = \pi D L$ , e sostituendo i valori numerici si trova

$$\frac{37 - T_{b,u}}{(37 - 7)^\circ\text{C}} = \exp\left(-\frac{1.2 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}\pi(0.3 \text{ m})15 \text{ m}}{0.05 \text{ kg/s} \times 1007 \text{ J/kg K}}\right)$$

$$T_{b,u} = 37^\circ\text{C} - (37 - 7)^\circ\text{C} \times 0.714 = 15.6^\circ\text{C}$$

La potenza termica trasmessa all'aria fredda è

$$q = \dot{m}c_p(T_{b,u} - T_{b,i}) = 0.05 \text{ kg/s} \times 1007 \text{ J/kg K}(15.6 - 7)^\circ\text{C} = 433 \text{ W}$$

- 1 La temperatura media del fluido è  $\bar{T}_m = (T_{m,o} - T_{m,i})/2 = (37 + 15.6)^\circ\text{C}/2 = 26.3^\circ\text{C} = 299$  K. Il valore utilizzato nella soluzione per determinare le proprietà è di 300 K e quindi corretto.
- 2 In talune applicazioni potrebbe essere conveniente utilizzare la differenza media di temperatura del fluido. Allora la temperatura media superficiale del tubo  $T_s$ , è ricavabile dal circuito termico riportato in Figura E17.8b ed è  $T_s = \bar{T}_m + (T_\infty - \bar{T}_m)(R_{\text{conv}}/R_{\text{tot}})$ .

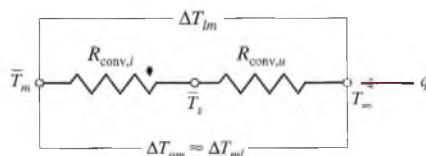


Figura E17.8b

- 3 Se si applicano le opportune correlazioni per stimare  $\bar{h}_i$  e  $\bar{h}_o$ , è necessario utilizzare i valori relativi a  $\bar{T}_m$  e  $\bar{T}_s$ , rispettivamente per determinare le proprietà termofisiche necessarie. Per giustificare i valori si usa il circuito termico della Figura E17.8b.
- 4 Si veda il file disponibile sul sito web del volume intitolato *Cosa bisogna sapere riguardo a TI e TCI* per indicazioni sull'uso di *TCI* per le funzioni delle proprietà associate alle correlazioni.

### 17.3.3 Correlazioni di convezione per tubi: regione completamente sviluppata

Per usare molti dei risultati presentati per il caso di flusso interno, i coefficienti di convezione devono essere noti. In questo paragrafo si presentano alcune correlazioni per stimare i coefficienti in regime laminare e turbolento completamente sviluppato in tubi circolari e non circolari. Le correlazioni per il flusso interno sono riassunte nella Tabella 17.4 con linee guida per facilitare la loro selezione nelle varie applicazioni.

**Tavella 17.4** Numero di Nusselt per regime laminare completamente sviluppato nei tubi non circolari per condizioni<sup>a</sup> termiche superficiali di  $T_s$  e  $q''_s$  costanti

| Sezione trasversale | $\frac{b}{a}$ | $Nu_D = \frac{hD_h}{\lambda}$ |                |
|---------------------|---------------|-------------------------------|----------------|
|                     |               | Costante $q''_s$              | Costante $T_s$ |
|                     | —             | 4.36                          | 3.66           |
|                     | 1.0           | 3.61                          | 2.98           |
|                     | 1.43          | 3.73                          | 3.08           |
|                     | 2.0           | 4.12                          | 3.39           |
|                     | 3.0           | 4.79                          | 3.96           |
|                     | 4.0           | 5.33                          | 4.44           |
|                     | 8.0           | 6.46                          | 5.60           |
|                     | $\infty$      | 8.23                          | 7.54           |
| Riscaldato          | $\infty$      | 5.39                          | 4.86           |
|                     | —             | 3.11                          | 2.47           |

<sup>a</sup> La lunghezza caratteristica è il diametro idraulico  $D_h$ , Equazione 17.63.

### Regime laminare

Il problema del regime laminare ( $Re_D < 2300$ ) nei tubi è stato trattato teoricamente e i risultati possono essere usati per determinare i coefficienti convettivi. Nel caso di moto in un tubo circolare caratterizzato da flusso di calore superficiale uniforme e condizioni laminari completamente sviluppate, il Numero di Nusselt è una costante, indipendentemente da  $Re_D$ ,

$$Nu_D = \frac{hD}{\lambda} = 4.36 \quad [q''_s = \text{costante}] \quad (17.61)$$

Quando la condizione termica superficiale è caratterizzata da una temperatura superficiale costante, i risultati sono analoghi, ma con un valore inferiore del Numero di Nusselt

$$Nu_D = \frac{hD}{\lambda} = 3.66 \quad [T_s = \text{costante}] \quad (17.62)$$

Nell'utilizzare tali equazioni per determinare  $h$ , si deve valutare la conduttività termica alla temperatura di mescolamento  $T_b$ .

Nelle applicazioni riguardanti trasporto per convezione in tubi non circolari, si possono applicare, almeno in prima approssimazione, le precedenti correlazioni, utilizzando il **diametro idraulico** come lunghezza caratteristica per calcolare i Numeri di Reynolds e di Nusselt

$$D_h = \frac{4A_c}{P} \quad (17.63)$$

dove  $A_c$  e  $P$  sono l'area trasversale e il perimetro bagnato, rispettivamente. Questo approssimazione non è molto accurato per i tubi non circolari con sezioni trasversali caratterizzate da angoli acuti. La Tabella 17.4 presenta correlazioni che coprono molti di questi casi per le stesse condizioni termiche superficiali associate ai tubi circolari.

### ESEMPIO 17.9

### Applicazione del regime laminare: collettore solare

Un metodo per sfruttare l'energia solare prevede di posizionare un tubo nel punto focale di un riflettore parabolico (concentratore) e di far passare un fluido attraverso il tubo.

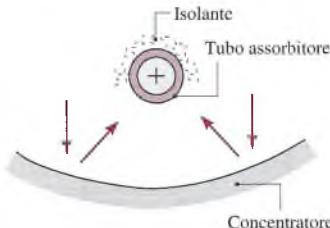


Figura E17.9a

Lo scambio termico in questa apparecchiatura può essere approssimato come una condizione di flusso termico uniforme sulla superficie del tubo. Ne consegue che si può considerare costante la potenza termica trasferita al fluido lungo la circonferenza e l'asse del tubo stesso. Si consideri un tubo di diametro  $D = 60 \text{ mm}$  in una giornata soleggiata in cui  $q''_s = 2000 \text{ W/m}^2$ .

- Se nel tubo entra una portata di  $0.01 \text{ kg/s}$  di acqua pressurizzata a  $T_{b,i} = 20^\circ\text{C}$ , qual è la lunghezza del tubo necessaria per ottenere una temperatura di uscita di  $80^\circ\text{C}$ ?
- Qual è la temperatura superficiale all'uscita del tubo, ipotizzando che il flusso sia completamente sviluppato?

#### Soluzione

*Elementi noti* Flusso interno con potenza termica superficiale costante.

#### Da determinare

- Lunghezza  $L$  del tubo per ottenere un certo riscaldamento.
- Temperatura superficiale  $T_{s,u}(L)$  alla sezione d'uscita  $x = L$ .

#### Schema e dati forniti

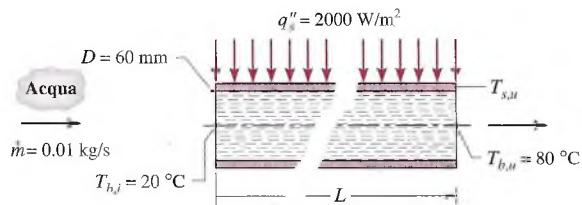


Figura E17.9b

#### Ipotesi

- Condizioni stazionarie.
- Flusso incomprimibile con proprietà costanti.
- Effetti dell'energia cinetica e potenziale trascurabili. Nessun lavoro esterno.
- Proprietà costanti.
- Flusso completamente sviluppato all'uscita del tubo.

**Proprietà** Tabella HT-5, acqua ( $\bar{T}_b = (T_{b,i} + T_{b,u})/2 = 323 \text{ K}$ ):  $c_p = 4181 \text{ J/(kg·K)}$ . Tabella HT-5, acqua ( $T_{b,u} = 353 \text{ K}$ )  $\lambda = 0.67 \text{ W/(m·K)}$ ,  $\mu = 352 \times 10^{-6} \text{ Ns/m}^2$ ,  $\text{Pr} = 2.2$ .

**Analisi** (a) Nel caso di flusso termico superficiale costante, Equazione 17.53, si può utilizzare il bilancio energetico globale sul tubo, Equazione 17.48, per ottenere

$$A_s = \pi D L = \frac{\dot{m} c_p (T_{b,u} - T_{b,i})}{q''_s} \quad \text{o} \quad L = \frac{\dot{m} c_p}{\pi D q''_s} (T_{b,u} - T_{b,i})$$

Sostituendo i valori numerici, la lunghezza di tubo richiesta è

$$L = \frac{0.01 \text{ kg/s} \times 4181 \text{ J/kg}\cdot\text{K}}{\pi \times 0.060 \text{ m} \times 2000 \text{ W/m}^2} (80 - 20)^\circ\text{C} = 6.65 \text{ m}$$

(B) La temperatura superficiale del tubo all'uscita può essere determinata dalla legge di Newton per la convezione, Equazione 17.45, in cui

$$T_{s,u} = \frac{q''_s}{h} + T_{m,o}$$

Per determinare il coefficiente convettivo all'uscita del tubo è necessario stabilire qual è il regime di moto del fluido. Dall'Equazione 17.37

$$\text{Re}_D = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu} = \frac{4 \times 0.01 \text{ kg/s}}{\pi \times 0.060 \text{ m} (352 \times 10^{-6} \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2)} = 603$$

per cui il regime è laminare. Ipotizzando il flusso completamente sviluppato, la correlazione appropriata per il caso in esame è l'Equazione 17.61

$$\text{Nu}_D = \frac{hD}{k} = 4.36$$

e il coefficiente convettivo locale vale

$$h = 4.36 \frac{\lambda}{D} = 4.36 \frac{0.670 \text{ W/m}\cdot\text{K}}{0.06 \text{ m}} = 48.7 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$$

La temperatura superficiale all'uscita dal tubo è allora

$$T_{s,u} = \frac{2000 \text{ W/m}^2}{48.7 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}} + 80^\circ\text{C} = 121^\circ\text{C}$$

1 Nel regime laminare, dall'Equazione 17.41, si ricava la lunghezza d'ingresso ( $x_{fd}/D = 0.05 \text{ Re}_D \text{ Pr} = 66.3$ , mentre  $L/D = 110$ ). Di conseguenza l'ipotesi di flusso completamente sviluppato è ragionevole. Poiché l'acqua è pressurizzata, si ipotizza che non avvenga ebollizione sebbene  $T_{s,u} > 100^\circ\text{C}$ .

## Regime turbolento

Un'espressione comunemente usata per determinare il Numero di Nusselt locale nel caso di flusso turbolento completamente sviluppato (fluidodinamicamente e termicamente) in un tubo circolare liscio è la correlazione di Dittus-Boelter:

$$\boxed{\text{Nu}_D = 0.023 \text{ Re}_D^{4/5} \text{ Pr}^n \quad \begin{cases} 0.6 \leq \text{Pr} \leq 160 \\ \text{Re}_D \geq 10,000 \\ \frac{L}{D} \geq 10 \end{cases}} \quad (17.64)$$

dove  $n = 0.4$  nel caso di riscaldamento ( $T_s > T_b$ ) e  $0.3$  nel caso di raffreddamento ( $T_s < T_b$ ). Queste correlazioni sono state confermate sperimentalmente per l'intervallo di condizioni mostrate tra parentesi. Le correlazioni possono essere usate per piccole differenze di temperatura fino a differenze  $(T_s - T_b)$  moderate, con tutte le proprietà valutate alla temperatura di mescolamento media  $\bar{T}_b$ . Per flussi caratterizzati da variazioni notevoli delle proprietà, si raccomanda la correlazione di Sieder-Tate:

$$\text{Nu}_D = 0.027 \text{Re}_D^{4/5} \text{Pr}^{1/3} \left( \frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0.14} \quad \begin{cases} 0.7 \leq \text{Pr} \leq 16,700 \\ \text{Re}_D \geq 10,000 \\ \frac{L}{D} \geq 10 \end{cases} \quad (17.65)$$

dove tutte le proprietà, eccetto  $\mu_s$ , sono valutate alla temperatura di mescolamento media  $\bar{T}_m$ . Le precedenti correlazioni possono essere applicate ai tubi non circolari usando il diametro idraulico, Equazione 17.63, come la lunghezza caratteristica per i Numeri di Reynolds e di Nusselt. Con una buona approssimazione si possono applicare le correlazioni precedenti sia per il caso a flusso termico costante sia per condizioni termiche di temperatura superficiale costante.

Sebbene le Equazioni 17.64 e 17.65 siano facilmente applicabili e certamente soddisfacenti per molti scopi, possono portare a errori dell'ordine del 25% del valore calcolato. Tali errori possono essere ridotti fino al di sotto del 10% attraverso l'uso di correlazioni più complete o più specifiche. In letteratura si possono trovare correlazioni che considerano proprietà altamente variabili, effetti di regime di transizione laminare-turbolento ed effetti di rugosità superficiale.

In molte applicazioni la lunghezza del tubo è superiore alla lunghezza d'ingresso termica,  $10 \leq (x_{fd}/D) \leq 60$ . Perciò è spesso ragionevole assumere che il Numero di Nusselt medio per l'intero tubo sia uguale al valore associato all'intera regione sviluppata. Per tubi corti,  $\text{Nu}_D$  sarà maggiore di  $\text{Nu}_{D, fd}$ , richiedendo che si considerino gli effetti della regione di ingresso.

### ESEMPIO 17.10 Applicazione del regime turbolento: fornitura di acqua calda

Una portata di  $2 \text{ kg/s}$  di acqua scorre in regime stazionario in un tubo avente diametro di  $40 \text{ mm}$  e lunghezza di  $4 \text{ m}$ . L'acqua entra a  $25^\circ\text{C}$  e la temperatura del tubo viene mantenuta a  $95^\circ\text{C}$  da vapore che condensa sulla superficie esterna. Determinare la temperatura di uscita dell'acqua e la potenza termica trasmessa all'acqua.

#### Soluzione

**Elementi noti** Portata e temperatura d'ingresso di acqua che attraversa un tubo di lunghezza, diametro e temperatura superficiale noti.

**Da determinare** La temperatura d'uscita  $T_{b,u}$  dell'acqua e la potenza termica  $q$  trasmessa all'acqua, in condizioni note.

#### Schema e dati forniti

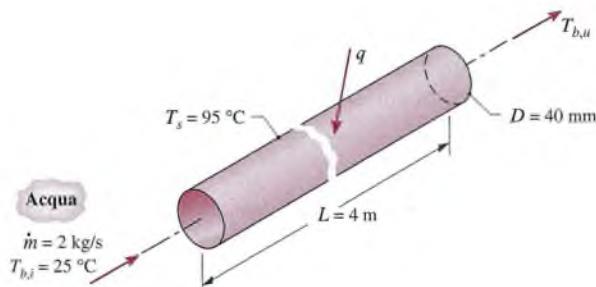


Figura E17.10

#### Ipotesi

1. Condizioni stazionarie.
2. Effetti dell'energia cinetica e potenziale trascurabili. Nessun lavoro esterno.
3. Proprietà costanti.
4. Flusso completamente sviluppato dal momento che  $L/D = 100$ .

**Proprietà** Tabella HT-5, acqua (si ipotizza  $T_{b,u} = 50^\circ\text{C}$ , per cui  $\bar{T}_b = (T_{b,i} + T_{b,u})/2 = 37.5^\circ\text{C} \approx 310\text{ K}$ ):  $c_p = 4178\text{ J/(kg K)}$ ,  $\mu = 695 \times 10^{-6}\text{ Ns/m}^2$ ,  $\lambda = 0.628\text{ W/(m K)}$ ,  $\text{Pr} = 4.62$ . Tabella HT-5, acqua ( $T_s = 95^\circ\text{C} = 368\text{ K}$ ):  $\mu_s = 296 \times 10^{-6}\text{ Ns/m}^2$ .

**Analisi** Dal momento che la temperatura superficiale è costante, si può calcolare la temperatura di uscita  $T_{b,u}$  dell'acqua dall'espressione della potenza termica dell'Equazione 17.55b

$$\frac{T_s - T_{b,u}}{T_s - T_{b,i}} = \exp\left(-\frac{PL}{\dot{m}c_p}\bar{h}\right) \quad (1)$$

Conoscendo  $T_{b,u}$ , la potenza termica trasmessa all'acqua discende dal bilancio energetico globale, Equazione 17.48

$$q = \dot{m}c_p(T_{b,u} - T_{b,i}) \quad (2)$$

Per selezionare l'opportuna correlazione per stimare il coefficiente convettivo medio, è necessario calcolare il Numero di Reynolds, Equazione 17.37, per caratterizzare il regime di moto  $\bar{h}$ ,

$$\text{Re}_D = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu} = \frac{4 \times 2 \text{ kg/s}}{\pi(0.040 \text{ m})695 \times 10^{-6} \text{ Ns/m}^2} = 9.16 \times 10^4$$

Di conseguenza il regime è turbolento e, nell'ipotesi di flusso completamente sviluppato, si utilizza la correlazione di Dittus-Boelter, Equazione 17.64, con  $n = 0.4$  dal momento che  $T_s > T_b$

$$\overline{\text{Nu}}_D = \frac{\bar{h}D}{\lambda} = 0.023 \text{ Re}_D^{4/5} \text{ Pr}^{0.4} = 0.023 (9.16 \times 10^4)^{4/5} (4.62)^{0.4} = 396 \quad (1)$$

$$\bar{h} = \frac{\overline{\text{Nu}}_D \lambda}{D} = \frac{396 \times 0.628 \text{ W/m}\cdot\text{K}}{0.040 \text{ m}} = 6210 \text{ W/m}^2\cdot\text{K} \quad (2)$$

Applicando l'espressione della potenza termica, Equazione (1), con  $P = \pi D$ , si trova  $T_{b,u}$

$$\frac{95^\circ\text{C} - T_{b,u}}{95^\circ\text{C} - 25^\circ\text{C}} = \exp\left(\frac{-\pi(0.040 \text{ m})4 \text{ m}}{2 \text{ kg/s} \times 4176 \text{ J/kg}\cdot\text{K}} 6210 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}\right)$$

$$T_{b,u} = 46.8^\circ\text{C}$$

Dal bilancio energetico globale, Equazione (2), si ricava la potenza termica trasmessa all'acqua

$$q = 2 \text{ kg/s} \times 4176 \text{ J/kg}\cdot\text{K} (46.8 - 25)^\circ\text{C} = 182 \text{ kW}$$

1 Poiché il regime è turbolento e  $L/D = 100$ , l'ipotesi di flusso completamente sviluppato è giustificata, in accordo con l'Equazione 17.42.

2 Anche la correlazione di Sieder-Tate, Equazione 17.65, sarebbe stata appropriata per effettuare i calcoli in queste condizioni. Sostituendo i valori numerici, si trova

$$\overline{\text{Nu}}_D = 0.027 \text{ Re}_D^{4/5} \text{ Pr}^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14} = 0.027 (9.16 \times 10^4)^{4/5} 4.62^{1/3} \left(\frac{695 \times 10^{-6}}{296 \times 10^{-6}}\right)^{0.14} = 523$$

$$\bar{h} = \overline{\text{Nu}}_D \frac{\lambda}{D} = 523 \frac{0.628 \text{ W/m}\cdot\text{K}}{0.040 \text{ m}} = 8214 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$$

Applicando le Equazioni (1) e (2), si trova  $T_{b,u} = 50.3^\circ\text{C}$  e  $q = 212 \text{ kW}$ . I risultati ottenuti attraverso le due correlazioni differiscono circa del 15%, che è l'incertezza normalmente

associata all'uso di queste correlazioni. Si osservi che tutte le proprietà sono valutate a  $\bar{T}_b$ , eccetto  $\mu_s$  che è calcolata a  $T_s$ .

- 3 Nell'utilizzare le relazioni energetiche sull'intero tubo, si valutano le proprietà alla temperatura di mescolamento mediata lungo la sezione di scambio  $\bar{T}_m$ . Non conoscendo  $T_{b,u}$  all'uscita, si è supposto  $T_{b,u} = 50^\circ\text{C}$  e si è utilizzata  $\bar{T}_m = 310\text{ K}$ , che è stata una buona scelta dal momento che alla fine dell'analisi si è visto che  $T_b = (T_{b,i} + T_{b,u})/2 = (25 + 46.8)/2 = 309\text{ K}$ . In situazioni analoghe, si consideri che può essere necessario iterare l'analisi fino a quando la temperatura stimata non sia uguale, con approssimazione accettabile, a quella calcolata.

### 17.3.4 Guida per la scelta delle correlazioni per il flusso interno

In questo paragrafo si introducono le correlazioni empiriche per stimare i coefficienti di convezione per regimi laminari e turbolenti completamente sviluppati in tubi circolari e non circolari. Per agevolare la scelta della correlazione più appropriata, le correlazioni raccomandate sono state riassunte nella Tabella 17.5. Sebbene a ognuna delle correlazioni siano associate condizioni specifiche di applicabilità, si ricorda di seguire le regole per i calcoli riportate nel Paragrafo 17.13.

## 17.4 Convezione naturale

Nei paragrafi precedenti di questo capitolo, si è preso in considerazione il trasferimento di calore per convezione in corrispondenza di un moto di fluidi che ha origine da una condizione di forzatura esterna. Si considerano ora le situazioni in cui non vi è alcun movimento forzato, ma la trasmissione del calore avviene a causa di correnti convettive indotte dalle forze di galleggiamento, che derivano da differenze di densità causate da variazioni di temperatura nel fluido. Questo tipo di trasmissione del calore è detta convezione naturale (o convezione libera).

**Tabella 17.5** Riassunto delle correlazioni per il calcolo del coefficiente convettivo per flussi interni in convezione forzata in tubi<sup>c</sup> lisci circolari

| Flusso/Condizione termica superficiale             | Correlazione <sup>a,b</sup>  | Restrizioni all'applicabilità  |
|--|--|--|
| Laminare, completamente sviluppato                 |  |  |
| Costante $q''_s$                                   | $Nu_D = 4.36$  | (17.61) $Pr \geq 0.6, Re_D \leq 2300$  |
| Costante $T_s$                                     | $Nu_D = 3,66$  | (17.62) $Pr \geq 0.6, Re_D \leq 2300$  |
| Turbolento, completamente sviluppato               |  |  |
| Costante $q''_s$ o $T_s$ ( <i>Dittus-Boelter</i> ) | $Nu_D = 0.023 Re_D^{4/5} Pr^n$   | (17.64) $0.6 \leq Pr \leq 160, Re_D \geq 10,000, n = 0.4 \text{ for } T_s > T_b \text{ e } n = 0.3 \text{ per } T_s < T_b$ |
| Costante $q''_s$ o $T_s$ ( <i>Sieder-Tate</i> )    | $Nu_D = 0.027 Re_D^{4/5} Pr^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14}$ | (17.66) $0.7 \leq Pr \leq 16,700, Re_D \geq 10,000$  |

<sup>a</sup> Le proprietà termofisiche nelle Equazioni 17.61, 17.62 e 17.64 sono valutate alla temperatura media  $T_b$ . Se le correlazioni vengono usate per stimare il numero di Nusselt medio sull'intero tubo, le proprietà devono essere basate sulla media delle temperature medie.

<sup>b</sup> Le proprietà termo fisiche nell'Equazione 17.65 devono essere valutate a  $T_b$  o  $\bar{T}_b$ , a eccezione di  $\mu_s$  che deve essere determinata alla temperatura della parete del tubo  $T_s$  o  $\bar{T}_s$ .

<sup>c</sup> Per i tubi con sezione non circolare si usa il diametro idraulico  $D_h$ , Equazione 17.63 come lunghezza caratteristica per i numeri di Reynolds e Nusselt. I risultati per il regime laminare completamente sviluppato sono forniti in Tabella 17.4. Per regime turbolento, si deve usare l'Equazione 17.64 come prima approssimazione.

Dal momento che le velocità del moto in convezione naturale sono generalmente molto inferiori di quelle associate alla convezione forzata, anche i corrispondenti flussi termici sono minori. Tuttavia, in molti sistemi termici, la convezione naturale può fornire una maggiore resistenza allo scambio di calore e svolge quindi un ruolo importante nella progettazione e nelle prestazioni del sistema. La convezione naturale è spesso il modo scelto di trasmissione del calore nei sistemi elettronici, per motivi di limitazioni di spazio, funzionamento senza il bisogno di manutenzione e per i costi ridotti di funzionamento. La convezione naturale influenza fortemente lo scambio di calore da tubi, linee di trasmissione, trasformatori, raffreddamento nei componenti elettronici, così come in apparecchi come lo stereo, la televisione e il computer portatile. La convezione naturale è importante anche nelle scienze ambientali, dove è responsabile dei moti oceanici e atmosferici.

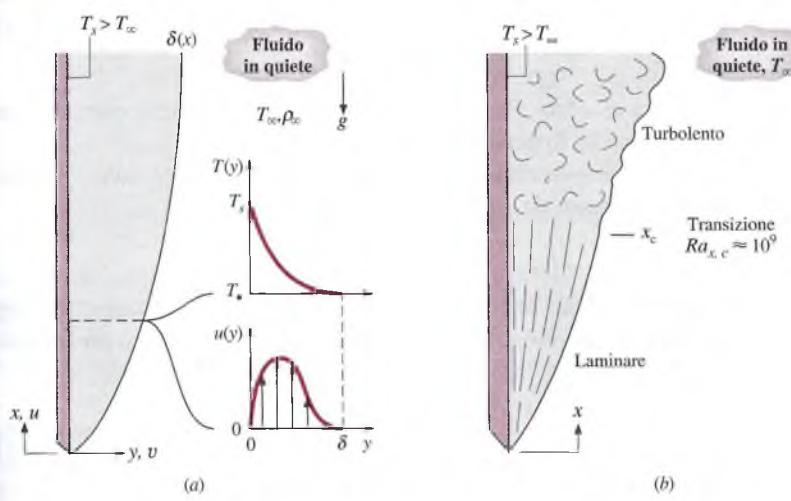
Lo studio della convezione naturale viene introdotto considerando le origini e la natura fisica dei moti di galleggiamento. In seguito si riportano le correlazioni empiriche per stimare i coefficienti di convezione naturale per geometrie comuni.

### 17.4.1 Considerazioni termiche e sul flusso

Per illustrare la natura dello sviluppo dello strato limite nella convezione naturale, si consideri una piastra riscaldata verticale (Figura 17.20a), che è immersa in un fluido di raffreddamento esteso e in quiete. Un mezzo esteso si comporta come un mezzo infinito; un fluido in quiete è ovunque in quiete, tranne che in prossimità della superficie.

Dal momento che la piastra è più calda del fluido,  $T_s > T_\infty$ , il fluido vicino alla piastra è meno denso del fluido nella regione in quiete. Il gradiente di densità del fluido e il campo gravitazionale creano la forza di galleggiamento che induce il moto in convezione naturale nello strato limite in cui il fluido riscaldato risale. Lo strato limite aumenta sempre più man mano che viene coinvolta una quantità crescente di fluido della regione quiescente. La distribuzione di velocità risultante è illustrata in Figura 17.20a. La velocità in corrispondenza della superficie è nulla (condizione di non scorrimento), come nel caso di convezione forzata. Con l'aumentare della distanza  $y$  dalla piastra, la velocità aumenta fino a un valore massimo, per poi ridursi a zero quando  $y \rightarrow \infty$  nella regione di riposo. Si noti inoltre che al di là del valore di velocità massima il gradiente di velocità diminuisce e diventa zero (condizione di assenza di sforzo). Queste condizioni definiscono lo spessore  $\delta(x)$  dello strato limite.

In convezione naturale, lo strato limite fluidodinamico e termico sono accoppiati: gli effetti termici inducono il moto, che a sua volta influenza la distribuzione della temperatura. Questa situazione è diversa dai regimi di convezione forzata, in cui le condizioni fluido-



**Figura 17.20** Sviluppo dello strato limite su una piastra verticale riscaldata. (a) Profili di velocità e temperatura nello strato limite alla posizione  $x$ . (b) Condizioni di transizione dello strato limite.

dinamiche controllano il trasporto di energia. La distribuzione di temperatura associata alla distribuzione di velocità è riportata in Figura 17.20a. A  $y = 0$ , il liquido raggiunge la temperatura di superficie  $T_s$  e il profilo ha un forte gradiente in superficie ( $y = 0$ ), che diminuisce nella direzione  $y$  man mano che la temperatura si riduce a quella del fluido in quiete  $T_\infty$ . Si noti inoltre che il gradiente di temperatura alla fine diventa zero, che corrisponde ad assenza di scambio di calore nella regione quiescente.

Il coefficiente di convezione è legato al gradiente di temperatura nel fluido alla superficie nella stessa maniera che si è vista per la convezione forzata, e cioè gradienti più ripidi sono associati a strati limite sottili e flussi di calore più elevati. Nel caso della piastra verticale di Figura 17.20a, ci si aspetta che il coefficiente convettivo sia maggiore in prossimità del bordo d'attacco ( $x = 0$ ) e diminuisca con  $x$ .

Come nella convezione forzata, i flussi in convezione naturale possono essere sede di instabilità quando piccoli disturbi in seno al flusso vengono amplificati, fino a condurre alla transizione da regime laminare a turbolento (Figura 17.20b). La transizione nello strato limite in convezione naturale dipende dalla grandezza relativa delle forze di galleggiamento e viscose nel fluido. È consuetudine correlare il verificarsi della transizione al Numero di Rayleigh, che è il prodotto dei Numeri di Grashof e di Prandtl. Per piastre verticali, il Numero di Rayleigh critico è

$$\text{Ra}_{x_c} = \text{Gr}_{x_c} \text{Pr} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)x_c^3}{\nu\alpha} \approx 10^9 \quad (17.66)$$

Il parametro adimensionale che caratterizza i flussi in convezione naturale è il Numero di Grashof (si veda anche la Tabella 17.1)

$$\text{Gr}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} \quad (17.67)$$

che rappresenta il rapporto tra la forza di galleggiamento e quella viscosa. I parametri chiave sono le differenze di temperatura ( $T_s - T_\infty$ ), oppure, se si tratta di un processo di riscaldamento, ( $T_\infty - T_s$ ), e il **coefficiente volumetrico di dilatazione termica** (o **coefficiente di dilatazione cubica**)

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (17.68)$$

che è una proprietà termodinamica legata alla variazione di densità con la temperatura. Per un gas ideale,  $\rho = p/RT$ , e ne consegue che

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{\rho} \frac{p}{RT^2} = \frac{1}{T} \quad (17.69)$$

dove  $T$  è la temperatura assoluta. Per liquidi e gas non ideali,  $\beta$  deve essere ricavato da apposite tabelle (si vedano le Appendici HT-4 e HT-5).

Per i regimi di convezione naturale, ci si aspetta che il coefficiente di convezione possa essere funzionalmente espresso da equazioni del tipo

$$\overline{\text{Nu}}_L = f(\text{Gr}_L, \text{Pr})$$

La barra posta sopra al simbolo indica una media sulla superficie immersa di lunghezza caratteristica  $L$ . Le correlazioni empiriche più comuni adatte per calcoli ingegneristici hanno la forma

$$\overline{\text{Nu}}_L = \frac{\bar{h}L}{\lambda} = C \text{Ra}_L^n \quad (17.70)$$

dove il Numero di Rayleigh

$$\boxed{\text{Ra}_L = \text{Gr}_L \text{Pr} = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha}} \quad (17.71)$$

si basa sulla lunghezza caratteristica L della geometria. In genere, n = 1/4 e 1/3 per regime laminare e turbolento, rispettivamente. In caso di moto turbolento, dalle Equazioni 17.70 e 17.71, risulta poi che  $h_L$  è indipendente da L. Si noti che tutte le proprietà sono valutate alla temperatura di film,  $T_f = (T_s + T_\infty)/2$ .

Si prendono ora in considerazione le correlazioni empiriche per geometrie immerse comuni come una piastra verticale e orizzontale, un cilindro orizzontale e una sfera. Le correlazioni raccomandate sono riassunte alla fine di questi paragrafi in Tabella 17.6.

### 17.4.2 Correlazioni: la piastra verticale

Espressioni del tipo illustrato nell'Equazione 17.70 sono disponibili per la piastra verticale

$$\overline{\text{Nu}}_L = 0.59 \text{Ra}_L^{1/4} \quad [10^4 \leq \text{Ra}_L \leq 10^9] \quad (17.72)$$

$$\overline{\text{Nu}}_L = 0.10 \text{Ra}_L^{1/3} \quad [10^9 \leq \text{Ra}_L \leq 10^{13}] \quad (17.73)$$

Si può utilizzare la correlazione Churchill-Chu su tutta la gamma di valori di  $\text{Ra}_L$ . Essa è data da

$$\boxed{\overline{\text{Nu}}_L = \left\{ 0.825 + \frac{0.387 \text{Ra}_L^{1/6}}{\left[ 1 + (0.492/\text{Pr})^{9/16} \right]^{8/27}} \right\}^2} \quad (17.74)$$

Anche se l'Equazione 17.74 è adatta per la maggior parte dei calcoli ingegneristici, si può ottenere una migliore precisione, nel caso di regime laminare, applicando

$$\boxed{\overline{\text{Nu}}_L = 0.68 + \frac{0.670 \text{Ra}_L^{1/4}}{\left[ 1 + (0.492/\text{Pr})^{9/16} \right]^{4/9}} \quad [\text{Ra}_L \leq 10^9]} \quad (17.75)$$

I risultati precedenti possono essere applicati anche a cilindri verticali di altezza L, se lo spessore dello strato limite  $\delta$  è molto inferiore al diametro del cilindro D, una condizione che è generalmente soddisfatta quando  $(D/L) > (35/\text{Gr}_L)^{1/4}$ .

In caso di regime laminare di un gas ( $\text{Pr} = 0.7$ ), si può stimare lo spessore dello strato limite ( $\delta \approx \delta_l$ ) utilizzando l'espressione

$$\boxed{\frac{\delta}{x} = 6(\text{Gr}_x/4)^{-1/4} \quad [\text{Pr} = 0.7, \text{Ra}_L \leq 10^9]} \quad (17.76)$$

#### Piastra verticale: Sportello in vetro proteggi fiamma

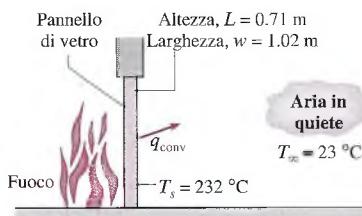
#### ESEMPIO 17.11

Uno sportello in vetro proteggi fiamma viene utilizzato per ridurre le perdite di aria ambiente attraverso un caminetto, avente altezza 0.71 m e larghezza 1.02 m, e che raggiunge la temperatura di 232 °C. Se la temperatura ambiente è di 23 °C, stimare la potenza termica scambiata tra lo schermo proteggi fiamma e la stanza.

#### Soluzione

**Elementi noti** Uno sportello in vetro chiude un caminetto.

**Da determinare** Potenza termica scambiata in convezione naturale tra il caminetto e la stanza.

**Schema e dati forniti****Figura E17.11****Ipotesi**

- Lo schermo proteggi fiamma è a temperatura uniforme  $T_s$ .
- L'aria nella stanza è in quiete.
- Proprietà costanti.

**Proprietà** Tabella HT-3, aria ( $T_f = (T_s + T_\infty)/2 = 400 \text{ K}$ ):  $\lambda = 33.8 \times 10^{-3} \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $\nu = 26.4 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\alpha = 38.3 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\text{Pr} = 0.690$ ,  $\beta = 1/T_f = 0.0025 \text{ K}^{-1}$ .

**Analisi** La potenza termica trasmessa in convezione naturale dallo schermo proteggi fiamma alla stanza è ricavabile dalla legge di Newton per la convezione

$$q = \bar{h} A_s (T_s - T_\infty)$$

dove  $\bar{h}$  si ottiene dalla conoscenza del Numero di Rayleigh. Applicando l'Equazione 17.71

$$\text{Ra}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\alpha\nu}$$

$$\text{Ra}_L = \frac{9.8 \text{ m/s}^2 (1/400 \text{ K})(232 - 23)^\circ\text{C} \times (0.71 \text{ m})^3}{(38.3 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})(26.4 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})} = 1.813 \times 10^9$$

e dall'Equazione 17.66 discende che nel pannello si ha la transizione al regime turbolento. Utilizzando la correlazione di Churchill-Chu, Equazione 17.74, e sostituendo il Numero di Rayleigh, si trova

$$\overline{\text{Nu}}_L = \left\{ 0.825 + \frac{0.387 \text{ Ra}_L^{1/6}}{[1 + (0.492/\text{Pr})^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2$$

$$\overline{\text{Nu}}_L = \left\{ 0.825 + \frac{0.387(1.813 \times 10^9)^{1/6}}{[1 + (0.492/0.690)]^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 = 147$$

Quindi il coefficiente convettivo vale

$$\textcircled{1} \quad \bar{h} = \frac{\overline{\text{Nu}}_L \lambda}{L} = \frac{147(33.8 \times 10^{-3} \text{ W}/\text{m}\cdot\text{K})}{0.71 \text{ m}} = 7.0 \text{ W}/\text{m}^2\cdot\text{K}$$

e la potenza termica scambiata tra lo schermo e l'aria della stanza è

$$\textcircled{2} \quad q = 7.0 \text{ W}/\text{m}^2\cdot\text{K}(1.02 \times 0.71)\text{m}^2 (232 - 23)^\circ\text{C} = 1060 \text{ W}$$

- Se  $\bar{h}$  fosse calcolato utilizzando la correlazione più semplice (Equazione 17.73), si otterrebbe  $\bar{h} = 5.8 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  e si determinerebbe un flusso termico inferiore del 20% a quello appena calcolato. La differenza nei due risultati corrisponde all'incertezza associata all'uso di correlazioni empiriche.
- Lo scambio termico per irraggiamento è spesso significativo quando avviene in concomitanza della convezione naturale. Applicando l'equazione del flusso termico per irraggiamento

mento, Equazione 15.7, e assumendo  $\varepsilon = 1.0$  per il vetro e  $T_{\text{amb}} = 23^\circ\text{C}$ , la potenza netta trasmessa per irraggiamento tra lo schermo e l'ambiente circostante è

$$q_{\text{rad}} = \varepsilon A_s \sigma (T_s^4 - T_{\text{amb}}^4) = 1(1.02 \times 0.71)\text{m}^2 (5.67 \times 10^{-8} \text{W/m}^2\text{K}^4) (505^4 - 296^4) \text{K}^4$$

$$q_{\text{rad}} = 2355 \text{ W}$$

Il coefficiente radiativo linearizzato è dato dall'Equazione 15.9

$$h_{\text{rad}} = \varepsilon \sigma (T_s + T_{\text{amb}})(T_s^2 + T_{\text{amb}}^2) = 1(5.67 \times 10^5 \text{ W/m}^2\text{K}^4)(505 + 296)(505^2 + 296^2) \text{K}^3$$

$$h_{\text{rad}} = 15.6 \text{ W/m}^2\text{K}$$

Si osservi che il coefficiente radiativo (e quindi il flusso termico per irraggiamento) è più del doppio di quello convettivo (e quindi del flusso termico per convezione).

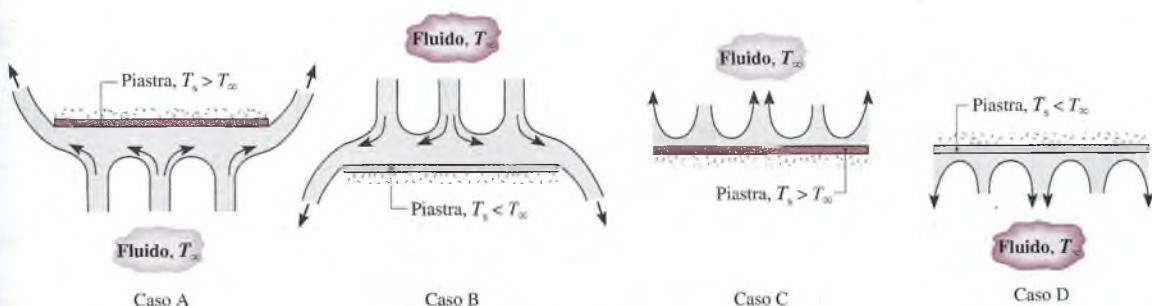
### 17.4.3 Correlazioni: la piastra orizzontale

Una lastra piana verticale, e dunque allineata con il campo gravitazionale, induce una forza gravitazionale di galleggiamento e un moto diretto verso l'alto o verso il basso a seconda che la piastra sia più calda o più fredda rispetto al fluido ambiente. Se la piastra è orizzontale, la forza di galleggiamento è normale alla superficie. Il flusso e la potenza termica dipendono strettamente dal fatto che la superficie sia calda o fredda e dal fatto che essa sia rivolta verso l'alto o verso il basso. Queste quattro combinazioni e le caratteristiche generali delle corrispondenti correnti convettive sono rappresentati nella Figura 17.21.

Per una superficie calda rivolta verso il basso (caso A) e una superficie fredda rivolta verso l'alto (caso B), la tendenza del liquido a salire o a scendere, rispettivamente, è ostacolata dalla piastra. Il flusso deve muoversi in orizzontale prima di poter salire o scendere dai bordi della piastra, e lo scambio di calore per convezione è alquanto inefficace.

Per una superficie calda rivolta verso l'alto (caso C) e una superficie fredda rivolta verso il basso (caso D), il flusso è guidato da particelle di fluido ascensionali e discensionali, rispettivamente. La conservazione della massa impone che il fluido caldo ascendente (fluido freddo in discesa) sia sostituito da fluido freddo discendente (caldo ascendente) e lo scambio di calore è molto più efficace rispetto ai casi A e B.

Le correlazioni ampiamente usate per le lastre orizzontali utilizzano la lunghezza caratteristica  $L$  definita come



**Figura 17.21** Moti per convezione naturale indotti dal galleggiamento per piastre orizzontali calde ( $T_s > T_\infty$ ) e fredde ( $T_s < T_\infty$ ). Caso A: superficie calda rivolta verso il basso. Caso B: superficie fredda rivolta verso l'alto; Caso C – superficie calda rivolta verso l'alto. Caso D: superficie fredda rivolta verso il basso.

$$L \equiv \frac{A_s}{P} \quad (17.77)$$

dove  $A_s$  e  $P$  sono la superficie della piastra e il perimetro, rispettivamente. Le correlazioni raccomandate per il Numero di Nusselt medio sono le seguenti.

Superficie calda rivolta verso il basso o superficie fredda verso l'alto (casi A e B)

$$\overline{\text{Nu}}_L = 0.27 \text{ Ra}_L^{1/4} \quad [10^5 \leq \text{Ra}_L \leq 10^{10}] \quad (17.78)$$

Superficie calda rivolta verso l'alto o superficie fredda verso il basso (casi C e D)

$$\overline{\text{Nu}}_L = 0.54 \text{ Ra}_L^{1/4} \quad [10^4 \leq \text{Ra}_L \leq 10^7] \quad (17.79)$$

$$\overline{\text{Nu}}_L = 0.15 \text{ Ra}_L^{1/3} \quad [10^7 \leq \text{Ra}_L \leq 10^{11}] \quad (17.80)$$

### ESEMPIO 17.12 Piastra orizzontale: raffreddamento di componenti elettronici

Una serie di componenti elettronici che dissipano potenza è montata sulla parte superiore di una piastra in lega di alluminio di 1.2 m per 1.2 m ( $\varepsilon = 0.25$ ), mentre la parte superiore è raffreddata per convezione naturale dall'aria ambiente in quiete a  $T_\infty = 300$  K. La piastra è sufficientemente spessa da poter assicurare una temperatura della superficie superiore uniforme ed è attaccata a un involucro ben isolato.

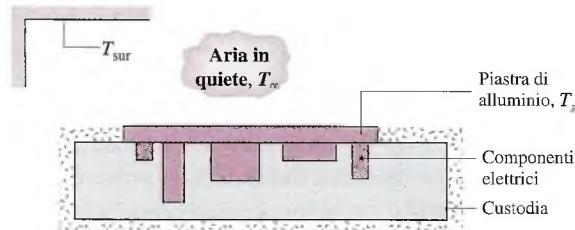


Figura E17.12a

Se la temperatura della piastra non eccede i 57 °C, qual è la massima potenza dissipabile dai componenti elettronici?

#### Soluzione

*Elementi noti* Piastra orizzontale e massima temperatura consentita, in convezione naturale e con scambio termico per irraggiamento.

*Da determinare* Massima potenza elettrica dissipabile.

#### Schema e dati forniti

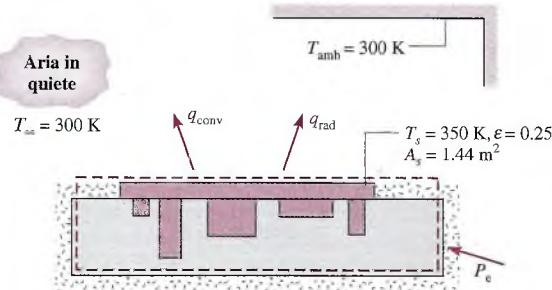


Figura E17.12b

**Ipotesi**

1. Regime stazionario.
2. Piastra isoterma.
3. Scambio di calore attraverso le superfici dell'involucro trascurabile.
4. Scambio termico per irraggiamento tra un corpo piccolo e grigio (la piastra) e un grande ambiente isoterma.
5. Proprietà costanti.

**Proprietà** Tabella HT-3, aria ( $T_f = 325 \text{ K}$ , 1 atm):  $\nu = 18.4 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\lambda = 0.028 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $\alpha = 26.2 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ .

**Analisi** Dal bilancio energetico globale applicato all'involucro e alla piastra, la potenza elettrica dissipata è la somma della potenza termica scambiata per convezione naturale e di quella trasmessa per irraggiamento (Equazione 15.7)

$$P_e = q_{\text{conv}} + q_{\text{rad}}$$

$$P_e = \bar{h}A_s(T_s - T_\infty) + \varepsilon A_s \sigma (T_s^4 - T_{\text{amb}}^4)$$

Nel caso di convezione naturale su piastra piana orizzontale, la lunghezza caratteristica, dall'Equazione 17.77, è

$$L = A_s/P = (1.2 \times 1.2 \text{ m}^2)/(4 \times 1.2 \text{ m}) = 0.3 \text{ m}$$

e, dall'Equazione 17.71, il Numero di Rayleigh, con  $\beta = 1/T_f$  (Equazione 17.69), è

$$\text{Ra}_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha} = \frac{9.8 \text{ m/s}^2(325 \text{ K})^{-1}(50 \text{ K})(0.3 \text{ m})^3}{(18.4 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})(26.2 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})} = 8.44 \times 10^7$$

Applicando la correlazione dell'Equazione 17.80 per una superficie calda rivolta verso l'alto (Caso C) si trova il coefficiente convettivo medio

$$\overline{\text{Nu}}_L = \frac{\bar{h}L}{\lambda} = 0.15 \text{ Ra}_L^{1/3} = 0.15(8.44 \times 10^7)^{1/3} = 65.8$$

$$\bar{h}_L = 65.8 \frac{0.028 \text{ W/m}\cdot\text{K}}{0.3 \text{ m}} = 6.2 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$$

La potenza elettrica consentita è

$$P_e = [6.1 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}(350-300)\text{K} + 0.25(5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\cdot\text{K}^4)(350^4 - 300^4)\text{K}^4](1.44 \text{ m}^2)$$

$$P_e = 446 \text{ W} + 141 \text{ W} = 587 \text{ W}$$

- 1 Si osservi che le potenze termiche scambiate per convezione naturale e irraggiamento sono il 76% e il 24% rispettivamente del flusso termico totale. Sarebbe opportuno applicare alla piastra un rivestimento altamente emissivo per aumentare lo scambio termico radiativo e quindi anche la potenza elettrica consentita.

#### 17.4.4 Correlazioni: il cilindro orizzontale e la sfera

Come mostrato in Figura 17.22 per un cilindro riscaldato, lo sviluppo dello strato limite inizia a  $\theta = 0^\circ$  e termina a  $\theta < 180^\circ$  con la formazione di un pennacchio dal cilindro. Se il regime resta laminare su tutta la superficie, la distribuzione del coefficiente di convezione locale è caratterizzata da un massimo a  $\theta = 0^\circ$ , e decresce con l'aumentare di  $\theta$ . Questa diminuzione monotona può essere alterata, per Numeri di Rayleigh sufficienti

1

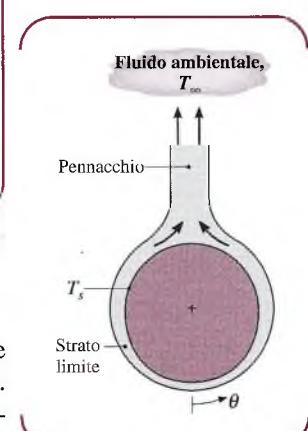


Figura 17.22

temente grandi ( $\text{Ra}_D > 10^9$ ), dal verificarsi della transizione alla turbolenza all'interno dello strato limite. Se il cilindro è più freddo del fluido ambiente, si ha una scia che scende dal cilindro.

Espressioni del tipo dato dall'Equazione 17.70 per intervalli prescritti del Numero di Rayleigh sono state ricavate da Morgan per il cilindro lungo orizzontale

$$\overline{\text{Nu}}_D = 0.850 \text{Ra}_D^{0.188} \quad [10^2 \leq \text{Ra}_D \leq 10^4] \quad (17.81)$$

$$\overline{\text{Nu}}_D = 0.480 \text{Ra}_D^{0.250} \quad [10^4 \leq \text{Ra}_D \leq 10^7] \quad (17.82)$$

$$\overline{\text{Nu}}_D = 0.125 \text{Ra}_D^{0.333} \quad [10^7 \leq \text{Ra}_D \leq 10^{12}] \quad (17.83)$$

Al contrario, la correlazione di Churchill-Chu è consigliata per una vasta gamma di Numeri di Rayleigh

$$\boxed{\overline{\text{Nu}}_D = \left\{ 0.60 + \frac{0.387 \text{Ra}_D^{1/6}}{[1 + (0.559/\text{Pr})^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 \quad [\text{Ra}_D \leq 10^{12}]} \quad (17.84)$$

Lo sviluppo dello strato limite per la sfera isoterma è simile a quello del cilindro con la formazione di un pennacchio. Si raccomanda la correlazione di Churchill per la stima del coefficiente di convezione medio

$$\boxed{\overline{\text{Nu}}_D = 2 + \frac{0.589 \text{Ra}_D^{1/4}}{[1 + (0.469\text{Pr})^{9/16}]^{4/9}} \quad [\text{Pr} \geq 0.7, \text{Ra}_D \leq 10^{11}]} \quad (17.85)$$

### ESEMPIO 17.13

### Cilindro orizzontale: linea di vapore ad alta pressione

Un tubo orizzontale avente diametro esterno di 0.1 m trasporta vapore ad alta pressione e attraversa un ambiente molto ampio, le cui pareti e la cui aria si trovano a  $23^\circ\text{C}$ . Il tubo ha la temperatura della superficie esterna pari a  $165^\circ\text{C}$  ed emissività  $\epsilon = 0.85$ . Stimare la potenza termica trasmessa per unità di lunghezza dal tubo.

#### Soluzione

*Elementi noti* Temperatura superficiale di un tubo orizzontale contenente vapore.

*Da determinare* Potenza termica  $q'$  (W/m) scambiata dal tubo per unità di lunghezza.

#### Schema e dati forniti

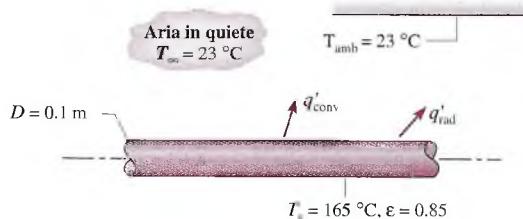


Figura E17.13

#### Ipotesi

1. Area superficiale del tubo piccola rispetto all'ambiente circostante.
2. L'aria della stanza è in quiete.
3. Scambio termico radiativo tra un corpo piccolo e grigio (il tubo) e un grande ambiente isoterma.

#### 4. Proprietà costanti.

**Proprietà** Tabella HT-3, aria ( $T_f = 367$  K):  $\lambda = 0.0313 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $\nu = 22.8 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\alpha = 32.8 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\Pr = 0.697$ ,  $\beta = 2.725 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ .

**Analisi** La potenza termica totale scambiata per unità di lunghezza del tubo è dovuta alla convezione e all'irraggiamento (Equazione 15.7) ed è

$$q' = q'_{\text{conv}} + q'_{\text{rad}} = \bar{h}\pi D(T_s - T_\infty) + \varepsilon\pi D\sigma(T_s^4 - T_{\text{amb}}^4)$$

Il coefficiente convettivo può essere ricavato mediante la correlazione di Churchill-Chu, Equazione 17.84

$$\overline{\text{Nu}}_D = \left\{ 0.60 + \frac{0.387 \text{ Ra}_D^{1/6}}{[1 + (0.559/\Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2$$

dove il Numero di Rayleigh, dall'Equazione 17.71, è

$$\begin{aligned} \text{Ra}_D &= \frac{g\beta(T_s - T_\infty)D^3}{\nu\alpha} \\ \text{Ra}_D &= \frac{9.8 \text{ m/s}^2 (2.725 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1})(165 - 23)^\circ\text{C} (0.1 \text{ m})^3}{(22.8 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})(32.8 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s})} = 5.073 \times 10^6 \end{aligned}$$

Sostituendo il Numero di Rayleigh nella correlazione, si trova

$$\overline{\text{Nu}}_D = \left\{ 0.60 + \frac{0.387(5.073 \times 10^6)^{1/6}}{[1 + (0.559/0.697)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 = 23.3$$

e il coefficiente convettivo medio per il cilindro vale

$$\bar{h} = \frac{\lambda}{D} \overline{\text{Nu}}_D = \frac{0.0313 \text{ W}/\text{m}\cdot\text{K}}{0.1 \text{ m}} \times 23.3 = 7.29 \text{ W}/\text{m}^2\cdot\text{K}$$

①

Il flusso termico totale trasmesso dal tubo è

$$\begin{aligned} q' &= 7.29 \text{ W}/\text{m}^2\cdot\text{K} (\pi \times 0.1 \text{ m})(165 - 23)^\circ\text{C} \\ &\quad + 0.85 (\pi \times 0.1 \text{ m})(5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/\text{m}^2\cdot\text{K}^4)(438^4 - 296^4) \text{ K}^4 \\ q' &= (325 + 441) \text{ W}/\text{m} = 766 \text{ W}/\text{m} \end{aligned}$$

②

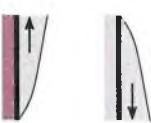
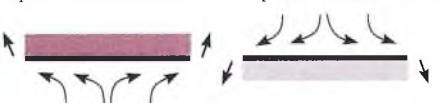
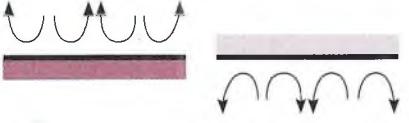
1 Si potrebbe anche usare l'Equazione 17.82 per stimare il Numero di Nusselt e il coefficiente convettivo, ottenendo  $\text{Nu}_D = 22.8$  e  $\bar{h} = 7.14 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ . Tali risultati sono circa il 2% inferiori a quelli trovati prima e dimostrano una buona coincidenza dei risultati, visto che di solito ci si aspetta un'incertezza del 10-15% dall'uso delle correlazioni.

2 Si osservi che le potenze termiche trasmesse per convezione e per irraggiamento sono rispettivamente il 42% e il 58% del flusso termico totale. Sarebbe conveniente applicare un rivestimento a bassa emissività al tubo per ridurre lo scambio termico radiativo e quindi il calore trasmesso dal tubo all'ambiente.

#### 17.4.5 Guida alla scelta delle correlazioni per la convezione naturale

In questo paragrafo si sono introdotte le correlazioni empiriche per stimare i coefficienti di convezione in convezione naturale su lastre verticali e orizzontali, cilindri orizzontali e

**Tabella 17.6** Riassunto delle correlazioni per convezione naturale su geometrie immerse

| Geometria  | Correlazione raccomandata   | Restrizioni  |
|--|---|--|
| Piastre verticali <sup>a</sup>   | $\overline{Nu}_L = \left\{ 0.825 + \frac{0.387 Ra_L^{1/6}}{[1 + (0.492/\text{Pr})^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 \quad (17.74)$ | $Ra_L \leq 10^{13}$  |
|                                   |   |  |
| Piastre orizzontali <sup>b</sup><br>Caso A o B<br>Superficie calda verso il basso o superficie fredda verso l'alto | $\overline{Nu}_L = 0.27 Ra_L^{1/4} \quad (17.78)$   | $10^5 \leq Ra_L \leq 10^{10}$                                  |
|                                   |   |  |
| Caso C o D<br>Superficie calda verso l'alto o superficie fredda verso il basso                                     | $\overline{Nu}_L = 0.54 Ra_L^{1/4} \quad (17.79)$<br>$\overline{Nu}_L = 0.15 Ra_L^{1/3} \quad (17.80)$                      | $10^4 \leq Ra_L \leq 10^{10}$<br>$10^7 \leq Ra_L \leq 10^{11}$ |
|                                   |   |  |
| Cilindro orizzontale   | $\overline{Nu}_D = \left\{ 0.60 + \frac{0.387 Ra_D^{1/6}}{[1 + (0.559/\text{Pr})^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 \quad (17.84)$  | $Ra_D \leq 10^{12}$  |
|                                  |   |  |
| Sfera  | $\overline{Nu}_D = 2 + \frac{0.589 Ra_D^{1/4}}{[1 + (0.469/\text{Pr})^{9/16}]^{4/9}} \quad (17.85)$                         | $Ra_D \leq 10^{11}$<br>$\text{Pr} \geq 0.7$                    |
|                                 |   |  |

<sup>a</sup> La correlazione può essere applicata a un cilindro verticale se  $(D/L) \geq (35/\text{Gr}_L^{1/4})$ .<sup>b</sup> La lunghezza caratteristica è definita come  $L \equiv A_s/P$ .

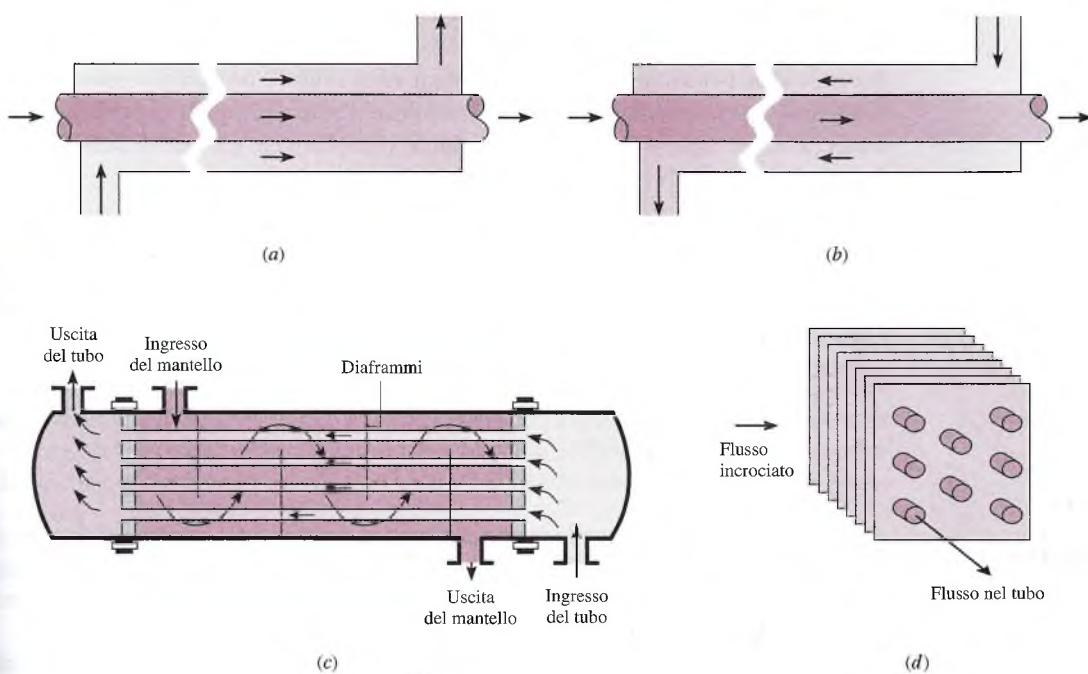
sfere. Per facilitare la scelta della correlazione più corretta, le correlazioni consigliate sono state riassunte nella Tabella 17.6. A ciascuna delle correlazioni sono associate condizioni di applicabilità, e si ricorda di seguire le regole delineate nel Paragrafo 17.1.3.

## APPICAZIONI DELLA CONVEZIONE: SCAMBIATORI DI CALORE

### 17.5 Scambiatori di calore

Nelle applicazioni ingegneristiche, si ha frequentemente uno scambio termico tra due fluidi a differente temperatura e separati da una parete solida. Il dispositivo che viene usato per realizzare tale scambio è detto scambiatore di calore, e se ne possono trovare applicazioni nel riscaldamento e nel condizionamento degli edifici, nella produzione di potenza, nel recupero termico e nei processi chimici.

Nel Paragrafo 5.3 si è analizzato il bilancio energetico di un volume di controllo e la sua applicazione a uno scambiatore di calore (Esempio 5.7). In questo paragrafo si vuole estendere l'analisi degli scambiatori di calore includendo il flusso termico convettivo e mostrando la procedura con cui prevedere le prestazioni dello scambiatore.



**Figura 17.23** Tipologie di scambiatori di calore. Scambiatori di calore a tubi concentrici: (a) equicorrente; (b) controcorrente; (c) a tubi e mantello con un passaggio nel mantello e uno nei tubi (nella figura sono riportati 4 tubi a correnti incrociate controcorrente); (d) a correnti incrociate.

### 17.5.1 Tipologie degli scambiatori di calore

Gli scambiatori di calore sono tipicamente classificati a seconda del tipo di flusso e delle modalità costruttive. In questa trattazione introduttiva si considerano tre tipologie che rappresentano un'ampia varietà di scambiatori utilizzati nell'industria.

Lo scambiatore di calore più semplice è quello in cui il fluido caldo e quello freddo scorrono nella stessa direzione o in direzione opposta in **tubi concentrici** (o doppio tubo). Nel caso di scambiatore equicorrente di Figura 17.23a, il fluido caldo e quello freddo scorrono in corrispondenza dello stesso ingresso, fluiscono nella medesima direzione ed escono dalla stessa uscita. Nello scambiatore controcorrente, in Figura 17.23b, i fluidi entrano agli estremi opposti e scorrono in direzione opposta, uscendo alle opposte estremità del tubo.

Una configurazione comune negli impianti di produzione dell'energia elettrica e nelle grosse applicazioni industriali è quella dello **scambiatore di calore a tubi e mantello**, mostrato in Figura 17.23c. In questo scambiatore, che è provvisto di un mantello attraversato da più tubi, la corrente attraversa una sola volta il mantello. Solitamente vengono inseriti dei diaframmi, destinati ad aumentare il coefficiente convettivo lato mantello incrementando delle turbolenze e una componente della velocità perpendicolare alla direzione del flusso.

Lo **scambiatore di calore a correnti incrociate**, Figura 17.23d, è costituito da un insieme di piastre sottili montate su una serie di tubi paralleli. Le piastre fungono da alette e aumentano lo scambio termico convettivo; contemporaneamente esse assicurano il scorrimento perpendicolarmente ai tubi. Normalmente sulle alette e sui tubi fluisce un gas, mentre nel tubo scorre un liquido. Tali scambiatori di calore sono utilizzati nel raffreddamento dell'aria e nelle applicazioni di smaltimento del calore nella refrigerazione.

### 17.5.2 Analisi degli scambiatori di calore: bilanci energetici, equazione del flusso termico e coefficiente globale

Per prevedere la prestazione di uno scambiatore di calore è necessario mettere in relazione la potenza termica complessivamente trasmessa a parametri quali le portate massiche, le temperature di ingresso e di uscita dei fluidi, il coefficiente globale di scambio termico e la superficie totale di scambio.

**Bilanci energetici dei fluidi** Si consideri la rappresentazione schematica dello scambiatore di calore riportata in Figura 17.24a. Ipotizzando condizioni stazionarie, trascurando gli effetti dell'energia cinetica e potenziale, il lavoro esterno e nessuno scambio di calore con l'ambiente circostante, e infine considerando  $c_p$  costante, l'Equazione 5.11b si riduce a

$$q = \dot{m}_c c_{p,c} (T_{c,i} - T_{c,u}) \quad (17.86a)$$

$$q = \dot{m}_f c_{p,f} (T_{f,u} - T_{f,i}) \quad (17.87a)$$

dove le temperature sono quelle medie dei fluidi e i pedici  $c$  e  $f$  si riferiscono rispettivamente al fluido caldo e a quello freddo. Come già in precedenza,  $i$  e  $u$  indicano le condizioni di ingresso e d'uscita del fluido. Si osservi che queste equazioni sono state scritte in modo tale che il flusso termico  $q$  sia positivo per entrambi i fluidi.

Le Equazioni 17.86a e 17.87a rappresentano i bilanci energetici dei fluidi e possono essere espresse come

$$q = C_c (T_{c,i} - T_{c,u}) \quad (17.86b)$$

$$q = C_f (T_{f,u} - T_{f,i}) \quad (17.87b)$$

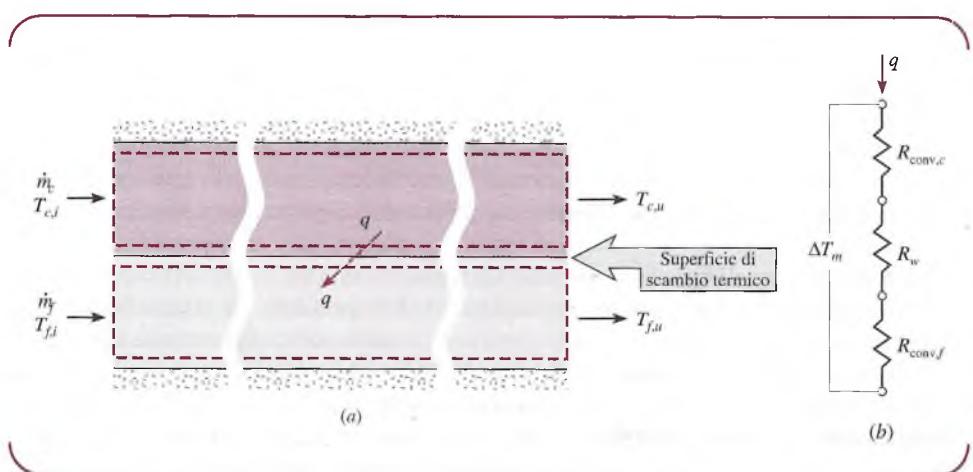
dove  $C_c$  e  $C_f$  sono le **capacità termiche istantanee** (dette a volte portate capacitive) (W/K) del fluido caldo e freddo rispettivamente

$$C_c = \dot{m}_c c_{p,c} \quad C_f = \dot{m}_f c_{p,f} \quad (17.86c \text{ e } 17.87c)$$

Si noti che tali equazioni sono indipendenti dal tipo di flusso, dal tipo di scambiatore di calore e dalle dimensioni fisiche (aree delle superfici).

**L'equazione della potenza termica** Si vuole cercare un'altra espressione per legare la potenza termica alla opportuna differenza di temperatura tra il fluido caldo e quello freddo, dove

**Figura 17.24** Analisi degli scambiatori di calore.  
(a) Bilanci energetici per il fluido caldo e freddo. (b) Equazione della potenza termica in funzione delle resistenze termiche per convezione e conduzione nelle pareti e della differenza di temperatura media del fluido.



$$\Delta T \equiv T_c - T_f \quad (17.88)$$

Tale espressione dovrà rappresentare un'estensione della legge di Newton per la convezione, con il coefficiente globale di scambio termico  $U$  al posto del coefficiente convettivo.

Tuttavia, poiché  $\Delta T$  varia con la posizione lungo lo scambiatore di calore, è necessario utilizzare una relazione, per l'equazione della potenza termica, del tipo

$$q = UA\Delta T_m \quad (17.89)$$

dove  $\Delta T_m$  è una opportuna differenza media di temperatura e  $A$  è l'area della superficie dello scambiatore di calore. Come si vedrà, questa espressione dipende dalla configurazione dello scambiatore di calore, dalle condizioni del flusso e dalle dimensioni fisiche.

**Il coefficiente globale** L'equazione della potenza termica, Equazione 17.89, può essere rappresentata attraverso il circuito termico riportato in Figura 17.24b, in funzione delle resistenze termiche convettive lato fluido caldo e freddo e della resistenza termica conduttriva delle pareti. Ne consegue che il coefficiente globale di scambio termico può essere espresso come

$$\frac{1}{UA} = R_{\text{conv},c} + R_p + R_{\text{conv},f} \quad (17.90a)$$

$$\frac{1}{UA} = \left( \frac{1}{hA} \right)_c + R_p + \left( \frac{1}{hA} \right)_f \quad (17.90b)$$

Si osservi che il calcolo del prodotto  $UA$  può basarsi sia sul lato caldo sia su quello freddo, dal momento che

$$\frac{1}{UA} = \frac{1}{U_c A_c} = \frac{1}{U_f A_f} \quad (17.91)$$

Di conseguenza, si deve specificare la scelta dell'area superficiale lato caldo o lato freddo, poiché  $U_c \neq U_f$  se  $A_c \neq A_f$ .

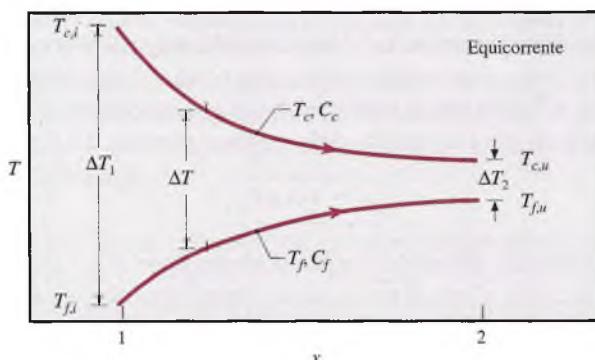
I coefficienti convettivi per il lato caldo e per quello freddo possono essere stimati utilizzando le opportune correlazioni empiriche in relazione alle condizioni di moto e alla geometria. La resistenza conduttriva  $R_p$  è ricavabile dall'Equazione 16.14 per una piastra piana e dall'Equazione 16.32 per una parete cilindrica. Durante le normali operazioni di funzionamento di uno scambiatore di calore, le superfici sono soggette al deposito di impurità contenute nel fluido, formazione di ruggine e incrostazioni che possono incrementare notevolmente la resistenza alla trasmissione del calore tra i fluidi. In tali situazioni si deve sommare la resistenza di sporcamento (o resistenza di incrostazione), lato caldo e/o freddo, all'Equazione 17.90.

I bilanci energetici dei fluidi, Equazioni 17.86 e 17.87, e l'equazione della potenza termica, Equazione 17.89, forniscono il metodo con cui analizzare gli scambiatori di calore. Prima di fare ciò, però, è necessario trovare un'opportuna forma per  $\Delta T_m$ . Le formulazioni appropriate per  $\Delta T_m$  negli scambiatori di calore equicorrente e controcorrente sono presentate nei Paragrafi 17.5.3 e 17.5.4.

### 17.5.3 Scambiatori di calore equicorrente

La Figura 17.25 mostra le distribuzioni di temperatura del fluido caldo e freddo associate a scambiatori di calore equicorrente. La differenza di temperatura  $\Delta T$  è inizialmente notevole, ma diminuisce rapidamente al crescere di  $x$ , tendendo a zero asintoticamente. È importante notare che, per questi scambiatori di calore, la temperatura di uscita del fluido freddo non può mai essere superiore a quella del fluido caldo. In Figura 17.25 i pedici 1 e 2 indicano le sezioni finali opposte dello scambiatore di calore. Tale convenzione sarà utilizzata anche per gli scambiatori di calore controcorrente nel Paragrafo 17.5.4.

**Figura 17.25**  
Distribuzioni di temperatura in uno scambiatore di calore equicorrente.



La forma dell'opportuna differenza media di temperatura  $\Delta T_m$  per uno scambiatore di calore equicorrente può essere ricavata applicando un bilancio energetico ai volumi di controllo infinitesimi (elementi) del fluido caldo e freddo, come mostrato nella seguente dimostrazione.

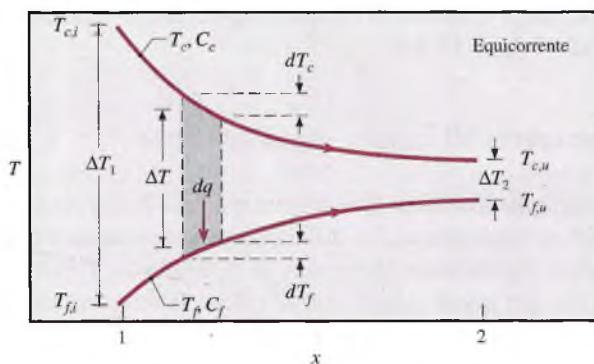
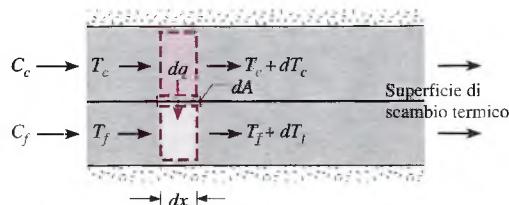
### Differenza media logaritmica di temperatura: derivazione

La forma dell'opportuna differenza media di temperatura  $\Delta T_m$ , che verrà detta differenza media logaritmica di temperatura  $\Delta T_{ml}$ , può essere ricavata applicando un bilancio energetico ai volumi di controllo infinitesimi del fluido caldo e freddo. Come mostrato in Figura 17.26, ciascun elemento è di lunghezza  $dx$  e la superficie di scambio termico ha area  $dA$ . Ne segue che, per il fluido caldo

$$dq = -C_c dT_c \quad (17.92)$$

e per il fluido freddo

$$dq = C_f dT_f \quad (17.93)$$



**Figura 17.26**  
Distribuzioni di temperatura ed elemento infinitesimo per l'analisi per ricavare la differenza media di temperatura.

dove  $C_c$  e  $C_f$  sono le capacità termiche istantanee del fluido caldo e freddo rispettivamente, Equazioni 17.86c e 17.87c. La potenza termica scambiata attraverso la superficie di area  $dA$  può essere espressa dall'equazione del flusso termico in forma differenziale

$$dq = U\Delta T dA \quad (17.94)$$

dove  $\Delta T = T_c - T_f$  è la differenza di temperatura locale tra il fluido caldo e quello freddo.

Per determinare la forma integrata dell'Equazione 17.94, si inizia sostituendo le Equazioni 17.92 e 17.93 nella forma differenziale della differenza di temperatura

$$d(\Delta T) = dT_c - dT_f$$

ottenendo

$$d(\Delta T) = -dq \left( \frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_f} \right)$$

Sostituendo  $dq$  dall'Equazione 17.94 e integrando lungo lo scambiatore di calore, si ottiene

$$\begin{aligned} \int_1^2 \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} &= -U \left( \frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_f} \right) \int_1^2 dA \\ \ln \left( \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \right) &= -UA \left( \frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_f} \right) \end{aligned} \quad (17.95)$$

Sostituendo  $C_c$  e  $C_f$  dai bilanci energetici, Equazioni 17.86b e 17.87b rispettivamente, risulta che

$$\begin{aligned} \ln \left( \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \right) &= -UA \left( \frac{T_{c,i} - T_{c,u}}{q} + \frac{T_{f,u} - T_{f,i}}{q} \right) \\ \ln \left( \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \right) &= -\frac{UA}{q} [(T_{c,i} - T_{f,i}) - (T_{c,u} - T_{f,u})] \end{aligned}$$

Risistemando questa espressione e notando, dalla Figura 17.26 per lo scambiatore di calore a corrente, che

$$\Delta T_1 = (T_{c,i} - T_{f,i}) \quad \Delta T_2 = (T_{c,u} - T_{f,u})$$

si ottiene

$$q = UA \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln(\Delta T_2 / \Delta T_1)}$$

Confrontando l'espressione precedente con l'Equazione 17.89, si conclude che la differenza di temperatura di cui bisogna tener conto è quella media logaritmica  $\Delta T_m$ , per cui

$$\boxed{\Delta T_m = \Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln(\Delta T_2 / \Delta T_1)} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1 / \Delta T_2)}} \quad (17.96)$$

### Differenza media logaritmica di temperatura

Nella derivazione del precedente paragrafo si è visto che la differenza di temperatura da utilizzare nell'equazione del flusso termico Equazione 17.89

$$q = UA\Delta T_m$$

è la differenza media logaritmica di temperatura (LMTD), che ha la forma seguente

$$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln \Delta T_2 / \Delta T_1} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \Delta T_1 / \Delta T_2} \quad (17.96)$$

dove, dalla Figura 17.25, le **temperature alle estremità**,  $\Delta T_1$  e  $\Delta T_2$ , per lo **scambiatore di calore equicorrente** sono

$$\Delta T_1 = T_{c,i} - T_{f,i} \quad \Delta T_2 = T_{c,u} - T_{f,u} \quad (17.97)$$

#### 17.5.4 Scambiatore di calore controcorrente

Le distribuzioni di temperatura associate a uno scambiatore di calore controcorrente sono mostrate in Figura 17.27. A differenza dello scambiatore di calore equicorrente, questa configurazione fa sì che lo scambio di calore avvenga sempre tra le sezioni più calde dei due fluidi da un lato e tra quelle più fredde dall'altro. Per questo motivo la variazione della differenza di temperatura  $\Delta T = T_c - T_f$  rispetto a  $x$  è la massima possibile dalla sezione d'ingresso a quella d'uscita rispetto allo scambiatore di calore equicorrente. Si osservi che la temperatura di uscita del fluido freddo ora può essere superiore a quella di uscita del fluido caldo.

Si può ottenere l'opportuna espressione per la differenza di temperatura media  $\Delta T_m$  per lo scambiatore di calore controcorrente attraverso una dimostrazione analoga a quella dello scambiatore di calore equicorrente. La conclusione è la stessa, a eccezione della definizione delle differenze di temperatura alle estremità  $\Delta T_1$  e  $\Delta T_2$ .

La differenza di temperatura corretta da utilizzare nell'equazione del flusso termico Equazione 17.89

$$q = UA\Delta T_m$$

è la differenza media logaritmica di temperatura, ed è espressa come

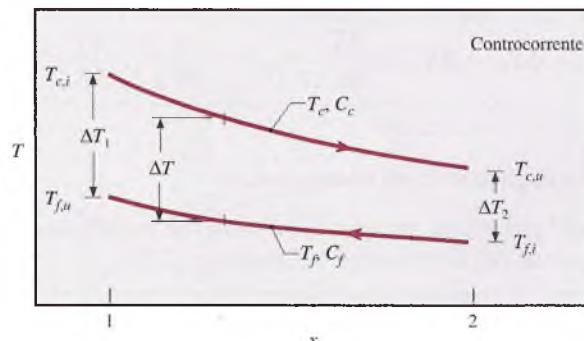
$$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln \Delta T_2 / \Delta T_1} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \Delta T_1 / \Delta T_2} \quad (17.96)$$

dove, dalla Figura 17.27, le **temperature alle estremità**  $\Delta T_1$  e  $\Delta T_2$  per uno **scambiatore di calore controcorrente** sono

$$\Delta T_1 = T_{c,i} - T_{f,u} \quad \Delta T_2 = T_{c,u} - T_{f,i} \quad (17.98)$$

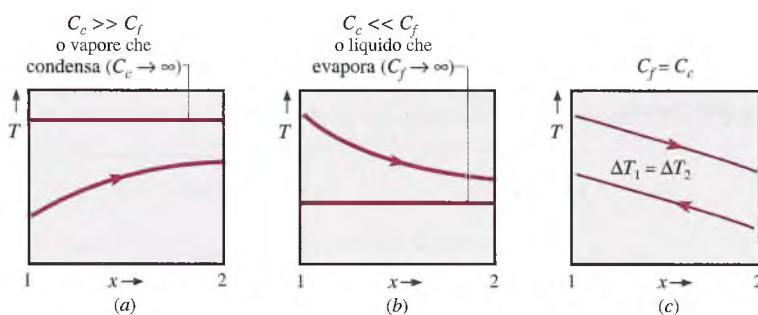
È importante notare alcune sostanziali differenze tra gli scambiatori di calore equicorrente e quelli controcorrente. Date le *stesse* temperature di ingresso e di uscita dei fluidi:

- La differenza media logaritmica di temperatura dello scambiatore di calore controcorrente è superiore a quella dello scambiatore equicorrente,  $\Delta T_{ml,FC} > \Delta T_{ml,CC}$ .



**Figura 17.27**

Distribuzioni di temperatura in uno scambiatore di calore controcorrente.



**Figura 17.28** Condizioni particolari per gli scambiatori di calore.  
 (a)  $C_c \gg C_f$  o vapore che condensa. (b)  $C_c \ll C_f$  o liquido che evapora. (c) Scambiatore di calore controcorrente con capacità termiche dei fluidi equivalenti ( $C_c = C_f$ ).

- La superficie necessaria per ottenere lo scambio termico corrispondente a una data potenza termica  $q$  di uno scambiatore di calore controcorrente è inferiore a quella di uno scambiatore di calore equicorrente, per lo stesso valore di  $U$ .
- Si osservi inoltre che  $T_{f,u}$  può essere superiore a  $T_{c,u}$  nello scambiatore di calore controcorrente ma non in quello equicorrente.

### 17.5.5 Condizioni particolari di funzionamento degli scambiatori di calore

La Figura 17.28 mostra la distribuzione di temperatura associata a tre particolari condizioni di funzionamento degli scambiatori di calore.

- $C_c \gg C_f$ . In questo caso la capacità termica istantanea del fluido caldo è molto maggiore di quella del fluido freddo. Come mostrato in Figura 17.28a, la temperatura del fluido caldo rimane pressoché la stessa lungo lo scambiatore di calore, mentre quella del fluido freddo aumenta. Si può ottenere la medesima situazione se il fluido caldo è vapore che condensa. La condensazione avviene a temperatura costante e, nei casi pratici,  $C_c \rightarrow \infty$ .
- $C_c \ll C_f$ . In questo caso, come mostrato in Figura 17.28b, la temperatura del fluido freddo rimane pressoché costante lungo lo scambiatore di calore, mentre la temperatura del fluido caldo diminuisce. Lo stesso effetto può essere ottenuto se il fluido freddo evapora, per cui  $C_f \rightarrow \infty$ . Si noti che, nei casi di evaporazione e condensazione, i bilanci energetici per i fluidi che evaporano o condensano devono essere scritti in termini di entalpie di cambiamento di fase.
- $C_c = C_f$ . Il terzo caso, Figura 17.28c, rappresenta uno scambiatore di calore controcorrente in cui le capacità termiche istantanee dei due fluidi sono uguali. La differenza di temperatura  $\Delta T$  deve allora essere costante lungo lo scambiatore, per cui  $\Delta T_1 = \Delta T_2 = \Delta T_{ml}$ .

#### Analisi di uno scambiatore di calore a tubi concentrici controcorrente

#### ESEMPIO 17.14

Uno scambiatore di calore a tubi concentrici controcorrente è utilizzato per raffreddare olio lubrificante nel grosso motore a gas di una turbina per uso industriale. La portata massica dell'acqua di raffreddamento che attraversa il tubo interno ( $D_i = 25$  mm) è di  $0.2 \text{ kg/s}$ . La portata di olio caldo attraverso l'anello esterno ( $D_e = 45$  mm) è di  $0.1 \text{ kg/s}$ , e il coefficiente di scambio termico convettivo associato all'olio è  $h_o = 40 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . L'olio e l'acqua entrano rispettivamente a  $100$  e  $30^\circ\text{C}$ . Qual è la lunghezza necessaria affinché l'olio esca a  $60^\circ\text{C}$ ?

#### Soluzione

**Elementi noti** Portate massiche e temperature d'ingresso in uno scambiatore di calore a tubi concentrici controcorrente, di diametro interno ed esterno noti.

**Da determinare** Lunghezza del tubo necessaria affinché la temperatura d'uscita dell'olio sia  $T_{c,u} = 60^\circ\text{C}$ .

**Schema e dati forniti**

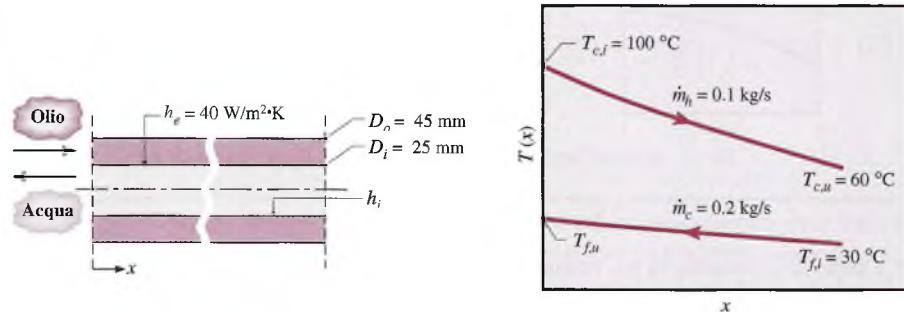


Figura E17.14

**Ipotesi**

1. Scambio di calore con l'ambiente circostante trascurabile.
2. Effetti dell'energia cinetica e potenziale trascurabili. Nessun lavoro esterno.
3. Proprietà costanti.
4. Resistenza termica e fattore di sporcamento del tubo trascurabili.
5. Acqua in regime di flusso completamente sviluppato.

**Proprietà** Tabella HT-5, acqua (si assuma  $T_f = 35^\circ\text{C} = 308\text{ K}$ ):  $c_p = 4178\text{ J/(kg K)}$ ,  $\mu = 725 \times 10^{-6}\text{ Ns/m}^2$ ,  $\lambda = 0.625\text{ W/(m K)}$ ,  $\Pr = 4.85$ . Tabella HT-4, olio (si assuma  $T_c = 80^\circ\text{C} = 353\text{ K}$ ):  $c_p = 2131\text{ J/(kg K)}$ .

**Analisi** Si può ricavare la potenza termica scambiata dal bilancio energetico del fluido caldo (olio), Equazione 17.86a

$$q = \dot{m}_c c_{p,c} (T_{c,u} - T_{c,i}) = 0.1\text{ kg/s} \times 2131\text{ J/kg K} (100 - 60)^\circ\text{C} = 8524\text{ W}$$

Applicando il bilancio energetico al fluido freddo, Equazione 17.87a, si ottiene la temperatura dell'acqua in uscita

$$T_{f,u} = \frac{q}{\dot{m}_f c_{p,f}} + T_{f,i} = \frac{8524\text{ W}}{0.2\text{ kg/s} \times 4178\text{ J/kg K}} + 30^\circ\text{C} = 40.2^\circ\text{C}$$

Di conseguenza, la scelta di  $T_f = 35^\circ\text{C}$  come temperatura media alla quale valutare le proprietà del fluido freddo è stata una buona scelta. Dall'equazione del flusso termico, Equazione 17.89, si può ora ricavare la lunghezza richiesta dello scambiatore di calore

$$q = UA \Delta T_{ml}$$

dove  $A = \pi D_i L$  e dalle Equazioni 17.96 e 17.98, la differenza media logaritmica di temperatura è

$$\Delta T_{ml} = \frac{(T_{c,i} - T_{f,u}) - (T_{c,u} - T_{f,i})}{\ln [(T_{c,i} - T_{f,u}) / (T_{c,u} - T_{f,i})]} = \frac{59.8 - 30}{\ln (59.8/30)} = 43.2^\circ\text{C}$$

Dall'Equazione 17.90b, il coefficiente globale di scambio termico riferito alla convezione lato interno (acqua) (i) e lato esterno (olio) (e) è

$$U = \frac{1}{(1/h_i) + (1/h_e)}$$

Per stimare  $h_i$  lato acqua (fluido freddo), si calcola il Numero di Reynolds dall'Equazione 17.37, in modo da caratterizzare le condizioni di flusso

$$\text{Re}_D = \frac{4m_f}{\pi D_i \mu} = \frac{4 \times 0.2 \text{ kg/s}}{\pi(0.025 \text{ m})(725 \times 10^6 \text{ N s/m}^2)} = 14,050$$

Quindi il regime è turbolento e il coefficiente convettivo va stimato attraverso la correlazione di Dittus-Boelter, Equazione 17.46, con  $n = 0.4$  essendo  $T_s > T_b$

$$\text{Nu}_D = 0.023 \text{ Re}_D^{4/5} \text{ Pr}^{0.4} = 0.023(14,050)^{4/5}(4.85)^{0.4} = 90$$

$$h_i = \text{Nu}_D \frac{\lambda}{D_i} = \frac{90 \times 0.625 \text{ W/m}\cdot\text{K}}{0.025 \text{ m}} = 2250 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$$

Sapendo che il coefficiente convettivo lato olio (fluido caldo) è  $h_e = 40 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ , il coefficiente globale di scambio termico vale

$$U = \frac{1}{\left(\frac{1}{2250 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}} + \frac{1}{40 \text{ W/m}^2\text{K}}\right)} = 39.3 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$$

①

e dall'equazione del flusso termico si ricava la lunghezza dello scambiatore di calore come

$$L = \frac{q}{U\pi D_i \Delta T_{ml}} = \frac{8524 \text{ W}}{39.3 \text{ W/m}^2\text{K} \pi(0.025 \text{ m})(43.2^\circ\text{C})} = 63.9 \text{ m}$$

②

- ① Dal momento che l'acqua scorre in regime turbolento e  $L/D = 2556$ , l'ipotesi di flusso completamente sviluppato è corretta, in accordo con l'Equazione 17.42.
- ② Il coefficiente convettivo lato olio controlla la potenza termica trasmessa tra i due fluidi, e il basso valore di  $h_e$  è responsabile dell'elevato valore di  $L$ , e in pratica sarebbe necessario uno scambiatore di calore a tubi concentrici che preveda più passaggi oppure si dovrebbe scegliere un altro tipo di scambiatore di calore.

### 17.5.6 Scambiatori di calore a tubi e mantello e a correnti incrociate

Le Figure 17.23c e 17.23d mostrano che le condizioni del flusso all'interno di scambiatori di calore a tubi e mantello e a correnti incrociate sono più complicate rispetto a quelle degli scambiatori di calore a tubi concentrici. In ogni caso, si possono ancora utilizzare i bilanci energetici dei fluidi, Equazioni 17.86 e 17.87, e l'equazione della potenza termica, Equazione 17.89, modificando come segue la differenza media logaritmica di temperatura

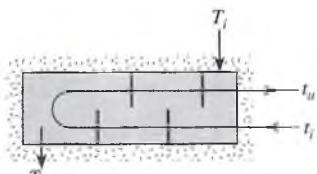
$$\Delta T_{ml} = F \Delta T_{ml,CC} \quad (17.99)$$

L'opportuna forma di  $\Delta T_{ml}$  viene ricavata applicando un **fattore di correzione** al valore di  $\Delta T_{ml}$  che si calcolerebbe in condizioni di flusso controcorrente, Equazioni 17.96 e 17.98.

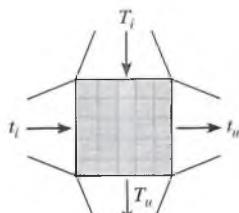
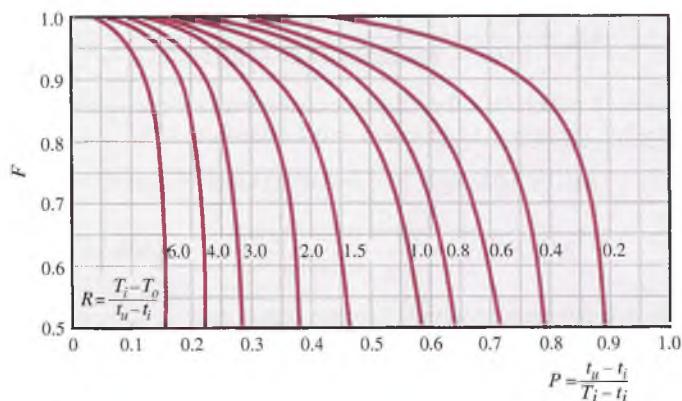
Sono state sviluppate delle espressioni algebriche per il fattore di correzione  $F$  per numerose configurazioni comuni di scambiatori di calore, e alcuni risultati di interesse tecnico sono riportati in Figura 17.29. La notazione  $(T, t)$  è utilizzata sulle figure per indicare le temperature dei fluidi con la variabile  $t$  sempre riferita al fluido lato tubo.

Dall'analisi della Figura 17.29 segue l'importante considerazione che, se la variazione di temperatura di un fluido è trascurabile e sia  $P$  sia  $R$  sono zero e  $F = 1$ , il comportamento dello scambiatore di calore è indipendente dalla configurazione. È questo il caso che si riscontra quando uno dei due fluidi subisce un cambiamento di fase (si veda la Figura 17.28a, b).

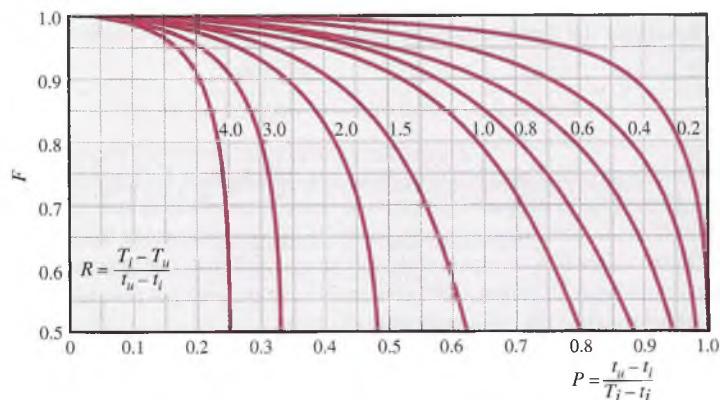
Il metodo di analisi degli scambiatori di calore che è stato descritto finora è il cosiddetto **metodo LMTD**. L'applicazione di questo metodo è immediata nei casi in cui siano note le temperature di ingresso e di uscita dei fluidi caldo e freddo. Tali situazioni sono classificate come problemi di progetto degli scambiatori di calore, mentre se sono note le portate e le capacità termiche dei fluidi si tratta di un problema di dimensionamento



(a)



(b)



**Figura 17.29** Fattore di correzione  $F$  per scambiatori di calore: (a) configurazione a tubi e mantello con un passaggio nel mantello e multipli di 2 (2, 4, 6 ecc.) nei tubi come in Figura 17.23c; (b) configurazione a correnti incrociate come in Figura 17.23d.

dello scambiatore di calore. In alternativa, se sono note la tipologia e la taglia dello scambiatore e si vogliono determinare le temperature di uscita dei due fluidi, si parla di problema di prestazione dello scambiatore. Questo tipo di problema è analizzato al meglio attraverso il **metodo efficienza-NTU** (o semplicemente **metodo  $\epsilon$ -NTU**), che è largamente utilizzato nella pratica ingegneristica e trattato in dettaglio nei corsi avanzati di sistemi termici.

### ESEMPIO 17.15

### Analisi di uno scambiatore a tubi e mantello

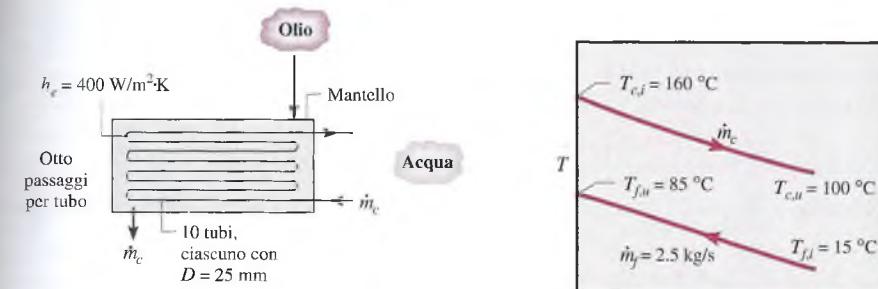
Si deve progettare uno scambiatore di calore a tubi e mantello per riscaldare 2.5 kg/s di acqua da 15 a 85 °C. Il riscaldamento viene ottenuto mediante olio motore caldo a 160 °C che scorre attraverso il lato mantello dello scambiatore di calore. L'olio è caratterizzato da un coefficiente convettivo medio  $h_c = 400 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  sul lato esterno dei tubi. L'acqua scorre attraverso dieci tubi nel mantello. Ciascun tubo è sottile, di diametro  $D = 25 \text{ mm}$ , e compie otto passaggi attraverso il mantello. Se l'olio lascia lo scambiatore di calore a 100 °C, qual è la portata? Quanto deve essere lungo ciascun tubo per ottenere l'effetto desiderato?

### Soluzione

**Elementi noti** Temperature d'ingresso e d'uscita di uno scambiatore di calore a tubi e mantello (un passaggio nel mantello e otto nei tubi, si veda anche la Figura 17.23c) con  $N = 10$  tubi.

**Da determinare**

- (a) La portata di olio necessaria per ottenere la temperatura di richiesta in uscita.  
 (b) La lunghezza di tubo necessaria per ottenere l'effetto desiderato.

**Schema e dati forniti****Figura E17.15****Ipotesi**

1. Perdite di calore verso l'ambiente esterno trascurabili.
2. Effetti dell'energia cinetica e potenziale trascurabili. Nessun lavoro esterno.
3. Proprietà costanti.
4. Resistenza termica e fattore di sporcamiento trascurabili.
5. Flusso completamente sviluppato nei tubi.

**Proprietà** Tabella HT-4, olio motore usato ( $T_c = 130^\circ\text{C} = 403 \text{ K}$ ):  $c_p = 2350 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ , Tabella HT-5, acqua ( $T_f = 50^\circ\text{C} = 323 \text{ K}$ ):  $c_p = 4181 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ ,  $\mu = 548 \times 10^{-6} \text{ Ns/m}^2$ ,  $\lambda = 0.643 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ ,  $\Pr = 3.56$ .

**Analisi** (a) Si può ricavare la potenza termica scambiata dal bilancio energetico del fluido freddo (acqua), Equazione 17.87a

$$q = \dot{m}_f c_{p,f} (T_{f,u} - T_{f,l}) = 2.5 \text{ kg/s} \times 4181 \text{ J/kg}\cdot\text{K} (85 - 15)^\circ\text{C} = 7.317 \times 10^5 \text{ W}$$

Quindi, dal bilancio energetico del fluido caldo (olio), Equazione 17.86a, si ricava la portata massica richiesta

$$\dot{m}_c = \frac{q}{c_{p,f}(T_{c,i} - T_{c,u})} = \frac{7.317 \times 10^5 \text{ W}}{2350 \text{ J/kg}\cdot\text{K} \times (160 - 100)^\circ\text{C}} = 5.19 \text{ kg/s}$$

(b) La lunghezza del tubo necessaria per ottenere l'effetto desiderato va ricavata dall'equazione della potenza termica dello scambiatore, Equazione 17.89, utilizzando la differenza media logaritmica di temperatura, Equazione 17.99, per cui

$$q = U A F \Delta T_{ml,CC}$$

Dall'Equazione 17.90b si ottiene il coefficiente globale di scambio termico in funzione dei coefficienti convettivi interno  $h_i$  (lato acqua) ed esterno  $h_e$  (lato olio)

$$U = \frac{1}{(1/h_i) + (1/h_e)}$$

dove  $h_i$  si può stimare calcolando  $Re_D$ . Con  $\dot{m}_1 \equiv \dot{m}_f/N = 0.25 \text{ kg/s}$ , che è la portata massica di acqua in ciascun tubo, l'Equazione 17.37 fornisce

$$Re_D = \frac{4\dot{m}_1}{\pi D \mu} = \frac{4 \times 0.25 \text{ kg/s}}{\pi(0.025 \text{ m})548 \times 10^{-6} \text{ kg/s m}} = 23,234$$

1 Dal momento che  $Re_D > 2300$ , il regime di flusso dell'acqua è turbolento e la correlazione appropriata è quella di *Dittus-Boelter* (Equazione 17.64), con  $n = 0.4$  essendo  $T_s > T_b$

$$Nu_D = 0.023 Re_D^{4/5} Pr^{0.4} = 0.023(23,234)^{4/5}(3.56)^{0.4} = 119$$

$$h_i = \frac{\lambda}{D} Nu_D = \frac{0.643 \text{ W/m}\cdot\text{K}}{0.025 \text{ m}} 119 = 3061 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$$

Quindi il coefficiente globale è

$$U = \frac{1}{(1/400) + (1/3061)} = 354 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$$

Associando  $T$  all'olio e  $t$  all'acqua, dalla Figura 17.29a si ricava il fattore di correzione  $F$ , con

$$R = \frac{160 - 100}{85 - 15} = 0.86 \quad P = \frac{85 - 15}{160 - 15} = 0.48$$

e quindi  $F = 0.87$ . Dalle Equazioni 17.96 e 17.98, la differenza media logaritmica di temperatura in controcorrente è

$$\Delta T_{ml,CC} = \frac{(T_{h,i} - T_{c,o}) - (T_{h,o} - T_{c,i})}{\ln [(T_{h,i} - T_{c,o})/(T_{h,o} - T_{c,i})]} = \frac{75 - 85}{\ln (75/85)} = 79.9^\circ\text{C}$$

Risolvendo l'equazione della potenza termica rispetto a  $L$ , con  $A = N\pi DL$  e  $N$  = numero dei tubi = 10, e sostituendo i valori numerici, si trova la lunghezza del tubo

$$2 L = \frac{q}{UN(\pi D)F \Delta T_{ml,CC}} = \frac{7.317 \times 10^5 \text{ W}}{354 \text{ W/m}^2\cdot\text{K} \times 10(\pi 0.025 \text{ m}) \times 0.87(79.9^\circ\text{C})}$$

$$L = 37.9 \text{ m}$$

- 1 Con  $(L/D) = 37.9 \text{ m}/0.025 \text{ m} = 1516$ , l'ipotesi di condizioni completamente sviluppate nell'acqua è corretta.
- 1 Considerando otto passaggi, la lunghezza del mantello è circa  $L/8 = 4.7 \text{ m}$ .

## Sommario e guida allo studio

Gli obiettivi di questo capitolo sono stati la comprensione dei meccanismi fisici che sono alla base dello scambio di calore per convezione e l'analisi dei significati di tali meccanismi per riuscire a stimare i coefficienti convettivi. Si è scoperto che i fenomeni relativi allo strato limite condizionano il coefficiente di convezione e che le correlazioni empiriche per stimare il Numero di Nusselt coinvolgono importanti numeri adimensionali (si veda la Tabella 17.1), che sono disponibili per geometrie e condizioni di flusso comuni. Nella convezione forzata e naturale, rispettivamente, i Numeri di Reynolds e di Grashof (o di Rayleigh) caratterizzano le condizioni di flusso, mentre il Numero di Prandtl incorpora nell'analisi le proprietà del fluido. Le Tabelle 17.3, 17.5 e 17.6, rispettivamente, riportano una sintesi delle correlazioni e le linee guida per la loro scelta, per la convezione forzata esterna e interna e per la convezione naturale.

Si è iniziato lo studio considerando i flussi esterni su una piastra piana e individuando le caratteristiche degli strati limite fluidodinamico e termico. Con disturbi trascurabili a monte, il flusso nello strato limite è laminare al bordo di attacco e mostra una transizione verso il regime turbolento a una certa distanza da esso. Si è appreso che il coefficiente di convezione dipende dal gradiente di temperatura alla superficie, che è controllato dallo spessore dello strato limite, così come dalla natura del moto. Il flusso termico convettivo è dato dalla legge di Newton della convezione in funzione del coefficiente locale e della differenza tra temperatura superficiale e temperatura del flusso.

Nei flussi esterni, gli strati limite crescono senza vincoli, mentre nei flussi interni gli strati limite diventano via via più spessi fino a occupare tutto il tubo. Si sono identificate la regione d'ingresso e quella completamente sviluppata, e si sono riconosciute la forma dei profili di velocità

e di temperatura in ciascuna regione. Nella regione di flusso completamente sviluppato, il coefficiente convettivo non cambia nella direzione del moto, ma resta costante. Si è introdotto il concetto di temperatura di mescolamento del fluido per utilizzare la legge di Newton della convezione al fine di calcolare il flusso termico superficiale. Si sono presentate correlazioni per due tipi di condizioni termiche della superficie: flusso termico costante e temperatura superficiale costante  $T_s$ .

Nello scambio termico per convezione forzata, il flusso si origina a causa delle condizioni di forzatura del moto da parte di una pompa o di un ventilatore. La trasmissione del calore per convezione naturale si verifica invece a causa di moti convettivi indotti dalle forze di galleggiamento, a causa delle differenze di densità del fluido derivanti dai gradienti di temperatura nel fluido vicino alla superficie immersa.

Lo scambiatore di calore è un sistema termico con numerose applicazioni tecniche, che, per l'analisi delle sue prestazioni, richiede l'applicazione dei concetti chiave di trasmissione del calore per convezione. Considerando le comuni configurazioni a tubi concentrici, nella versione equicorrente e controcorrente, si sono sviluppate due relazioni di bilancio energetico. I bilanci energetici complessivi dei fluidi forniscono relazioni tra la potenza termica, le capacità e le temperature di ingresso e di uscita, che sono indipendenti dal tipo di scambiatore e dalle condizioni di flusso. L'equazione del flusso termico convettivo – legge di Newton della convezione – coinvolge il coefficiente globale di scambio termico, l'area superficiale e la differenza di temperatura media tra i due fluidi. Il coefficiente globale di scambio termico viene determinato a partire dai coefficienti convettivi associati ai fluidi, e la differenza di temperatura media è la differenza media logaritmica di temperatura, che dipende dalla configurazione dello scambiatore.

La seguente checklist fornisce una guida di studio per questo capitolo. Quando il lettore avrà completato lo studio

del capitolo e lo svolgimento degli esercizi a fine capitolo, dovrebbe essere in grado di:

- interpretare il significato dei termini chiave evidenziati nel testo;
- definire il Numero di Nusselt e discutere la sua interpretazione fisica;
- elencare le forme generali delle correlazioni empiriche per stimare i coefficienti convettivi per convezione forzata in flusso interno ed esterno e convezione naturale; conoscere le regole da seguire nella scelta delle correlazioni per ogni situazione di flusso;
- descrivere le principali caratteristiche degli strati limite fluidodinamico e termico nel caso di flusso parallelo a una piastra piana;
- spiegare le caratteristiche fisiche che distinguono un regime turbolento da uno laminare;
- definire il Numero di Reynolds e indicare la sua interpretazione fisica;
- mostrare come il coefficiente di convezione varia su una piastra;
- spiegare in che modo il coefficiente convettivo nel flusso interno varia con la distanza dal bordo di attacco per la regione di ingresso e la regione completamente sviluppata; elencare le principali caratteristiche del flusso termico completamente sviluppato;
- spiegare in quali condizioni il Numero di Nusselt di un flusso interno è uguale a un valore costante, indipendentemente dai Numeri di Reynolds e di Prandtl;
- conoscere le condizioni necessarie per la convezione naturale e fornire l'interpretazione fisica del Numero di Grashof e del Numero di Rayleigh;
- spiegare le due modalità possibili per un flusso di calore in uno scambiatore di calore tubo in tubo: equicorrente e controcorrente; per ciascuno dei due casi, elencare i vincoli alle temperature di uscita del fluido e discutere il ruolo della differenza media logaritmica di temperatura nell'equazione del flusso termico convettivo.

## Esercizi

**Nota:** per la soluzione dei problemi, ove non diversamente specificato nel testo del problema, utilizzare, per le proprietà termofisiche richieste, i valori riportati nelle opportune tabelle dell'Appendice HT.

### Problema della convezione

**17.1** In un flusso su una superficie l'andamento della temperatura ha la seguente forma

$$T(y) = A + By + Cy^2 - Dy^3$$

dove i coefficienti da A a D sono costanti. Si richiede di ricavare un'espressione per il coefficiente convettivo  $h$  in funzione di  $u_\infty$ ,  $T_\infty$  e degli opportuni coefficienti relativi al profilo e alle proprietà del fluido.

**17.2** Considerare delle condizioni in cui un fluido scorre, con velocità della corrente asintotica  $u_\infty = 1 \text{ m/s}$ , al di sopra di una superficie con lunghezza caratteristica  $L = 1 \text{ m}$  e con un coefficiente di scambio termico convettivo medio  $\bar{h} = 100 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ . Calcolare i parametri adimensionali  $Nu_L$ ,  $Re_L$  e  $Pr$  per i seguenti fluidi: aria, olio motore e acqua. Ipotizzare che i fluidi si trovino a 300 K.

**17.3** La viscosità dinamica  $\mu$ , la conduttività termica  $\lambda$  e il calore specifico  $c_p$  sono con buona approssimazione indipendenti dalla pressione. In quale maniera variano con la pressione la viscosità cinematica  $\nu$  e la diffusività termica  $\alpha$  per un liquido incompressibile e per un gas ideale? Determinare  $\nu$  e  $\alpha$  per aria a 350 K per pressioni di 1 atm e 10 atm.

- 17.4** Dell'aria scorre parallelamente a una piastra piana di lunghezza  $L = 3$  m, ma il moto viene interrotto dalla presenza di una schiera di cavi distribuiti sulla piastra lungo il percorso del flusso.

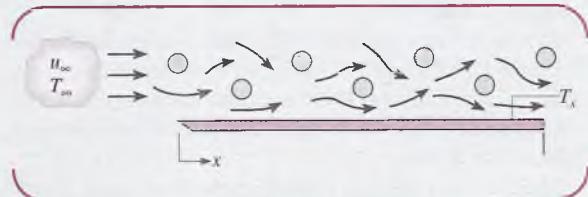


Figura P17.4

Vengono effettuate delle misurazioni, eseguite in laboratorio, del coefficiente locale di scambio termico convettivo sulla superficie della piastra per un certo valore di  $u_\infty$  e di  $T_s > T_\infty$ . I risultati sono correlati da una espressione del tipo  $h_x = 0.7 + 13.6x - 3.4x^2$ , dove  $h_x$  è espresso in  $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$  e  $x$  in metri. Determinare il coefficiente convettivo medio  $\bar{h}_L$  sull'intera piastra e il rapporto  $\bar{h}_L/h_L$  al bordo d'uscita.

- 17.5** Il coefficiente convettivo locale  $h_x$  relativo a un flusso laminare su una piastra piana è noto e varia con  $x^{-1/2}$ , dove  $x$  è la distanza dal bordo di attacco ( $x = 0$ ) della piastra. Qual è il rapporto tra il coefficiente convettivo medio tra il bordo di attacco e una certa posizione  $x$  della piastra rispetto al solo coefficiente convettivo locale nella generica posizione  $x$ ?

- 17.6** Il coefficiente di scambio termico convettivo locale, in un moto convettivo naturale in regime laminare su una piastra piana verticale riscaldata, può essere espresso come  $h_x = Cx^{-1/4}$ , dove  $h_x$  è il coefficiente di scambio termico convettivo alla distanza  $x$  dal bordo di attacco della superficie; la quantità  $C$ , che dipende dalle proprietà del fluido, è indipendente da  $x$ . Si ricavi un'espressione per il rapporto  $\bar{h}_x/h_x$ , dove  $h_x$  è il coefficiente convettivo medio tra il bordo di attacco ( $x = 0$ ) e la posizione  $x$ . Si disegni il grafico di  $\bar{h}_x$  e  $h_x$  rispetto a  $x$ .

- 17.7** Dei risultati sperimentali relativi allo scambio di calore su una piastra piana con una superficie estremamente rugosa sono espressi dalla seguente correlazione

$$Nu_x = 0.04 Re_x^{0.9} Pr^{1/3}$$

dove  $Nu_x$  è il valore locale del numero di Nusselt in una posizione  $x$  rispetto al bordo di attacco della piastra. Si ricavi un'espressione per il rapporto tra il coefficiente convettivo medio  $\bar{h}_x$  e il coefficiente convettivo locale  $h_x$ .

- 17.8** Si consideri dell'aria che scorre su una piastra piana lunga  $L = 1$  m in condizioni tali per cui a  $x_c = 0.5$  m avviene la transizione da regime laminare a turbolento con un numero di Reynolds critico  $Re_{x,c} = 5 \times 10^5$ . I coefficienti convettivi locali in regime laminare e turbolento sono rispettivamente

$$h_{lam}(x) = C_{lam}x^{-0.5} \quad h_{turb}(x) = C_{turb}x^{-0.2}$$

dove  $C_{lam} = 8.845 \text{ W}/(\text{m}^{1.5}\text{K})$  e  $C_{turb} = 49.75 \text{ W}/(\text{m}^{1.8}\text{K})$  con  $x$  espressa in m.

- (a) Valutando le proprietà termofisiche dell'aria a 350 K, determinare la velocità della corrente d'aria.  
 (b) Sviluppare un'espressione per il coefficiente convettivo medio  $\bar{h}_{lam}$  in funzione della distanza  $x$  dal bordo d'attacco nella regione laminare tra 0 e  $x_c$ .  
 (c) Sviluppare un'espressione per il coefficiente convettivo medio  $\bar{h}_{turb}$  in funzione della distanza  $x$  dal bordo d'attacco nella regione turbolenta tra  $x_c$  e  $L$ .  
 (d) Sullo stesso disegno, tracciare il grafico dell'andamento del coefficiente convettivo locale e medio in funzione di  $x$  tra 0 e  $L$ .

**17.9**

Si consideri il flusso su una piastra piana per cui si desidera determinare il coefficiente convettivo medio sul breve tratto tra  $x_1$  e  $x_2$  con  $x_2 > x_1$ . Si dimostri che il coefficiente convettivo medio nel tratto in oggetto si può determinare tramite l'espressione

$$\bar{h}_{1-2} = \frac{1}{x_2 - x_1} (\bar{h}_2 x_2 - \bar{h}_1 x_1)$$

dove  $h_1$  e  $h_2$  sono i coefficienti convettivi medi sulle distanze da 0 a  $x_1$  e da 0 a  $x_2$  rispettivamente. Scrivere un'espressione per il flusso termico  $q'_{1-2}$  per unità di larghezza della piastra in questo tratto, in funzione dell'opportuno coefficiente e della differenza di temperatura tra la superficie e la corrente libera.

**Flusso esterno – Piastra piana****Regime laminare e turbolento**

- 17.10** Si consideri il flusso d'aria su una piastra piana mostrato nell'Esempio 17.2. Per ragioni pratiche, è importante mantenere in regime laminare lo strato limite sulla piastra. Qual è il massimo valore ammissibile per la velocità dell'aria che soddisfa questa richiesta, sapendo che tutti gli altri parametri rimangono invariati? Qual è la potenza termica richiesta in queste condizioni?

- 17.11** Si consideri la piastra piana con riscaldatori segmentati dell'Esempio 17.3. Se si posiziona un cavo vicino al bordo di attacco della piastra per indurre una turbolenza sulla sua intera lunghezza, qual è la potenza elettrica necessaria per i primi cinque riscaldatori?

- 17.12** Si considerino i seguenti fluidi, con una temperatura di film di 300 K, che scorrono parallelamente a una piastra piana alla velocità di 1 m/s: aria atmosferica, acqua e olio motore.

- (a) Determinare per ciascun fluido lo spessore dello strato limite termico e fluidodinamico a una distanza  $x = 40$  mm dal bordo d'attacco.  
 (b) Determinare per ciascun fluido il coefficiente convettivo locale a  $x = 40$  mm e quello medio sulla distanza da  $x = 0$  mm a  $x = 40$  mm.

- 17.13** Dell'olio motore a 100 °C scorre alla velocità di 0.1 m/s su entrambe le superfici di una piastra piana lunga 1 m, mantenuta a 20 °C. Determinare:

- (a) lo spessore dello strato limite termico e fluidodinamico al bordo d'uscita;  
 (b) il flusso termico locale al bordo d'uscita;  
 (c) il flusso termico totale trasmesso per unità di larghezza della piastra.

**17.14** Delle piastre in acciaio lunghe  $L = 1$  m vengono trasportate dopo un processo di riscaldamento e sono raffreddate da aria atmosferica, avente velocità  $u_\infty = 10$  m/s e temperatura  $T_\infty = 20$  °C, che fluisce parallelamente alle piastre (Figura P17.14). Sapendo che la temperatura delle piastre è di 300 °C, qual è la potenza termica scambiata da una piastra? La velocità dell'aria è molto maggiore di quella delle piastre.

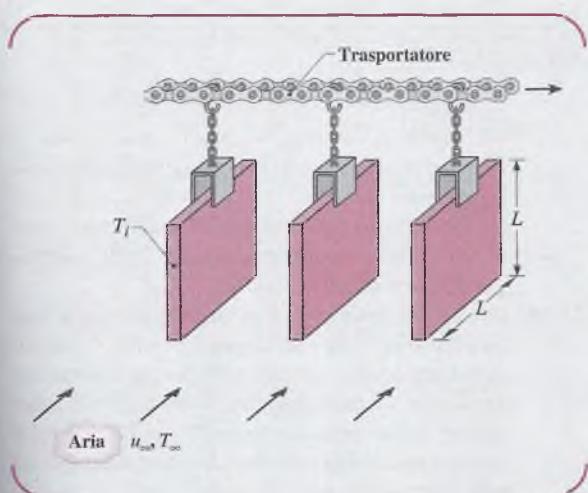


Figura P17.14

**17.15** Si consideri il flusso di aria sulla piastra piana mostrata nell'Esempio 17.2. Calcolare la potenza termica necessaria per unità di larghezza della piastra sapendo che la pressione dell'aria è di  $6 \text{ kN/m}^2$  (invece che pressione atmosferica), a parità di tutte le altre condizioni. Suggerimento: Si veda il Problema 17.3 per commenti riguardo la dipendenza delle proprietà termofisiche dalla pressione.

**17.16** La superficie di una piastra piana lunga 1.5 m è mantenuta a 40 °C, mentre dell'acqua scorre su di essa a 4 °C e 0.6 m/s. A causa di disturbi nel moto dell'acqua, si creano delle turbolenze sull'intera lunghezza della piastra.

- (a) Calcolare la potenza termica  $q'(\text{W}/\text{m})$  scambiata per unità di larghezza della piastra.  
 (b) Tracciare il grafico di  $q'$  rispetto alla velocità dell'acqua nell'intervallo da 0.2 a 10 m/s.

#### Flusso esterno – Piastra piana

##### Condizioni di flusso misto

**17.17** Si consideri il moto di aria su una piastra con strisce riscaldanti segmentate come mostrato nell'Esempio 17.3. Calcolare la potenza necessaria alla quarta piastra quando la velocità dell'aria è di 78 m/s e tutte le altre condizioni sono identiche. Rappresentare la va-

riazione del coefficiente convettivo locale rispetto alla distanza lungo la piastra e commentare il grafico.

**17.18** Una matrice di componenti elettrici che dissipano potenza viene montata sulla parte inferiore di una piastra orizzontale in alluminio di 1.2 m per 1.2 m, mentre la parte superiore è raffreddata da una corrente d'aria con  $u_\infty = 15$  m/s e  $T_\infty = 300$  K. La piastra è fissata a un involucro ben isolato in modo tale che tutta la potenza dissipata sia trasmessa all'aria; inoltre l'alluminio è sufficientemente spesso da garantire una temperatura delle piastre abbastanza uniforme. Se la temperatura della piastra non deve superare i 350 K, qual è la potenza massima dissipabile?

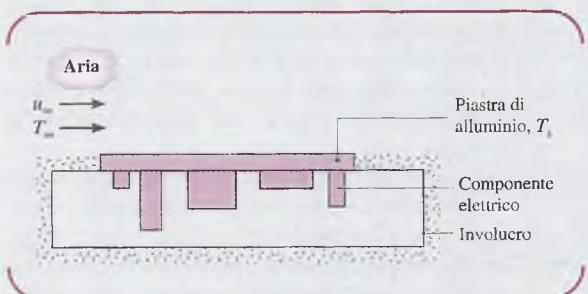


Figura P17.18

**17.19** Dell'aria, alla pressione e temperatura di 1 atm e 50 °C rispettivamente, scorre parallelamente alla superficie superiore di una piastra piana riscaldata alla temperatura uniforme di 100 °C. La piastra è lunga 0.2 m (nella direzione del flusso) e larga 0.1 m. Il numero di Reynolds basato sulla lunghezza della piastra è 40000.

- (a) Qual è la potenza termica trasmessa dalla piastra all'aria?  
 (b) Se si raddoppia la velocità della corrente indisturbata dell'aria e la pressione sale a 10 atm, qual è la potenza termica scambiata? Si veda il Problema 17.3 per commenti sulla dipendenza delle proprietà termofisiche dalla pressione.

**17.20** Si consideri dell'aria atmosferica a 25 °C e con velocità di 25 m/s che scorre su entrambe le superfici di una piastra piana lunga 1 m e mantenuta a 125 °C. Determinare la potenza termica scambiata per unità di larghezza della piastra in corrispondenza dei seguenti valori del numero di Reynolds critico:  $10^5, 5 \times 10^5$  e  $10^6$ .

**17.21** Si consideri aria alla temperatura di film di 300 K e alla pressione di 1 atm che scorre parallelamente a una piastra piana isotermica lunga 1 m, alla velocità di 10 m/s.

Tracciare il grafico della variazione del coefficiente convettivo locale  $h_x(x)$  rispetto alla distanza lungo la piastra nei seguenti casi corrispondenti a numeri di Reynolds di transizione: (a)  $5 \times 10^5$ , (b)  $2.5 \times 10^5$  e (c) 0 (il regime è completamente turbolento). Quali sono i coefficienti di scambio termico convettivo medi sull'intera piastra,  $h_L$ , associati alle tre condizioni di flusso descritte al punto (a)?

### Flusso esterno – Piastra piana

#### Sezioni segmentate

**17.22** Si consideri il flusso di aria su una piastra con strisce elettriche segmentate come mostrato nell'Esempio 17.3. Calcolare la potenza termica trasmessa dal primo e dal sesto riscaldatore e confrontare i risultati con quelli dell'Esempio 17.3 per il quinto riscaldatore. Mettere in relazione i relativi valori con il grafico mostrato nell'esempio per la variazione del coefficiente convettivo  $h(x)$ .

**17.23** Un riscaldatore elettrico consiste in una schiera orizzontale di sottili strisce di metallo lunghe 10 mm ciascuna e orientate parallelamente al flusso di una corrente d'aria che scorre su di esse. Ciascuna striscia è larga 0.2 m e ci sono 25 strisce l'una accanto all'altra, in modo da formare una superficie continua sulla quale l'aria scorre a 2 m/s. Durante il funzionamento le strisce sono mantenute a 500 °C e l'aria è a 25 °C.

(a) Qual è la potenza termica scambiata per convezione dalla prima striscia? Dalla quinta? Dalla decima? Da tutte?

(b) Ripetere il calcolo della parte (a) nelle condizioni di regime turbolento sull'intera schiera di strisce.

**17.24** Si considerino le condizioni climatiche per le quali il vento soffia prevalentemente sull'attico di un edificio molto alto (Figura P17.24). L'attico è lungo 10 m nella direzione del vento e ci sono 10 finestre. Calcolare il coefficiente convettivo medio per la prima, la terza e la decima finestra quando la velocità del vento è di 5 m/s e la temperatura di film per il calcolo delle proprietà termofisiche è di 300 K. Sarebbe compatibile con una temperatura dell'aria ambiente compresa tra -15 °C e 38 °C?

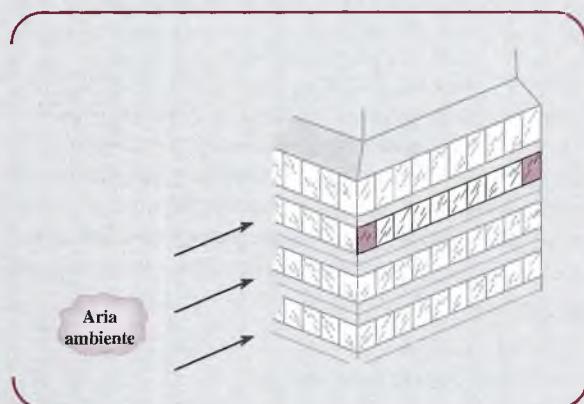


Figura P17.24

**17.25** Per raffreddare degli apparecchi elettronici, montati su un pannello di un circuito stampato come mostrato in Figura P17.25, viene utilizzata dell'aria a 27 °C con una velocità (di flusso libero) di 10 m/s. Ciascun apparecchio, 4 mm x 4 mm, dissipà 40 mW, i quali vengono trasferiti per convezione dalla superficie su-

periore. Sull'estremità iniziale del pannello è montato un disturbatore di flusso che causa uno strato limite turbolento.

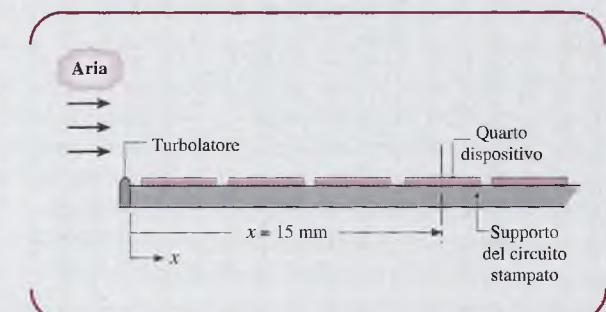


Figura P17.25

(a) Stimare la temperatura superficiale del quarto apparecchio localizzato a 15 mm dall'estremità iniziale del pannello.

(b) Qual è la minima velocità di flusso libero affinché la temperatura superficiale di tale apparecchio non superi gli 80 °C?

**17.26** Una piastra piana larga 1 m viene mantenuta a temperatura superficiale uniforme  $T_s = 150$  °C utilizzando dei moduli controllabili indipendentemente, spessi  $a = 10$  mm e lunghi  $b = 50$  mm, con generazione volumetrica uniforme di energia  $\dot{q}$  (W/m<sup>3</sup>). Ciascun modulo è isolato sia da quelli adiacenti sia nella parte posteriore. Aria atmosferica a 25 °C e 30 m/s fluisce sulla piastra. Le proprietà termofisiche del modulo sono W/m·K,  $c_p = 320$  J/kg·K e  $\rho = 2300$  kg/m<sup>3</sup>.

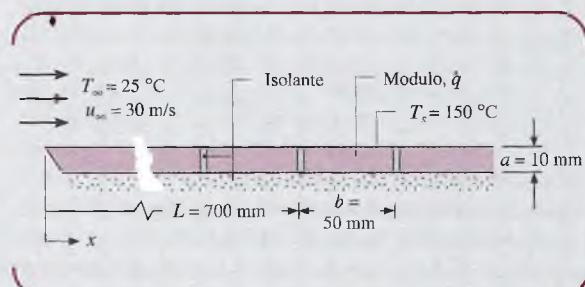


Figura P17.26

(a) Trovare la generazione volumetrica richiesta  $\dot{q}$  (W/m<sup>3</sup>) in un modulo posizionato alla distanza di 700 mm dal bordo d'attacco.

(b) Trovare la massima temperatura  $T_{max}$  dei moduli.

### Flusso esterno – Piastra piana

#### Applicazioni del bilancio dell'energia

**17.27** Considerare l'ala di un velivolo come una lastra piana di 2.5 m di lunghezza nella direzione del flusso. L'ala si sta muovendo a 100 m/s in aria, la quale si

trova a una pressione di 0.7 bar e a una temperatura di  $-10^{\circ}\text{C}$ . La superficie superiore dell'ala assorbe la radiazione solare con un tasso di  $800 \text{ W/m}^2$ . Si assuma che l'ala sia costituita da una struttura resistente e che abbia una temperatura uniforme. Stimare la temperatura dell'ala in condizioni stazionarie.

- 17.28** Inizialmente, la superficie superiore di un forno che misura  $0.5 \text{ m} \times 0.5 \text{ m}$  si trova a una temperatura uniforme di  $47^{\circ}\text{C}$  in una stanza in condizioni di aria in quiete (Figura P17.28). La temperatura dell'aria all'interno del forno è di  $150^{\circ}\text{C}$ , quella dell'aria nella stanza è di  $17^{\circ}\text{C}$ , mentre la potenza termica trasferita dalla superficie è di  $40 \text{ W}$ . Al fine di ridurre la temperatura della superficie, rispettando così le norme di sicurezza, l'aria all'interno della stanza viene fatta fluire sulla superficie superiore a una velocità di  $20 \text{ m/s}$  in direzione a essa parallela.

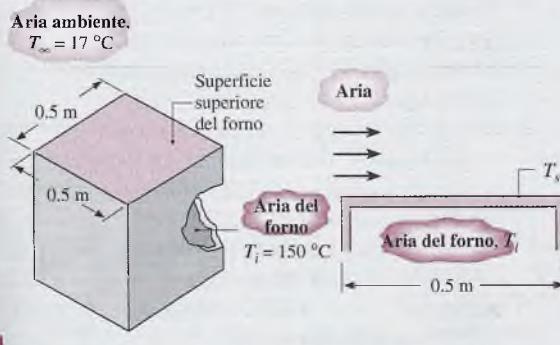


Figura P17.28

- (a) Calcolare la resistenza termica dovuta alla parete del forno e alla convezione interna associata alla condizione di aria in quiete nella stanza (quando la superficie si trova a  $T_s = 47^{\circ}\text{C}$ ). Rappresentare questa condizione (caso A) tramite un circuito termico e classificare tutti gli elementi.  
(b) Assumendo che le condizioni di convezione interna rimangano invariate, determinare il calore trasferito dalla superficie superiore nel caso ci si trovi in condizione di convezione forzata. Rappresentare questa condizione (caso B) tramite un circuito termico e classificare tutti gli elementi.  
(c) Stimare la temperatura superficiale raggiunta in condizioni di convezione forzata (caso B).

- 17.29** Cento componenti elettrici, ciascuno dei quali dissipava  $25 \text{ W}$ , sono montati su una superficie ( $0.2 \text{ m} \times 0.2 \text{ m}$ ) di una piastra di rame quadrata, e tutta la potenza dissipata viene trasferita ad acqua che scorre parallelamente sulla superficie opposta. Un disturbatore di flusso all'estremità iniziale della piastra perturba lo strato limite, mentre la piastra stessa può essere considerata isoterma. La velocità e la tempera-

tura dell'acqua sono rispettivamente  $u_{\infty} = 2 \text{ m/s}$  e  $T_{\infty} = 17^{\circ}\text{C}$ , e le sue proprietà termofisiche possono essere approssimate nel seguente modo:

- (a) Qual è la temperatura della piastra di rame?

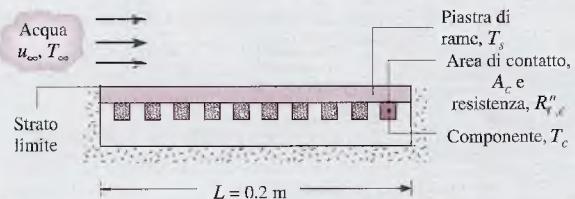


Figura P17.29

- (b) Se ciascun componente ha una superficie di contatto con la piastra che misura  $100 \text{ mm}^2$  e la corrispondente resistenza di contatto vale  $2 \times 10^{-4} \text{ m}^2\text{K/W}$ , qual è la temperatura del componente? Trascurare la variazione di temperatura attraverso lo spessore della piastra di rame.

- 17.30** Un ausilio alla navigazione marina, mostrato in Figura P17.30, consiste in una struttura impilata con un lampeggiante in cima, un marcitore diurno e un pannello solare per alimentare la luce. Il pannello solare quadrato ha un'area di  $0.09 \text{ m}^2$  e un'efficienza di conversione da energia solare a elettrica del 12%. La superficie del pannello ha un coefficiente di assorbimento 0.85 ed emissività 0.90.

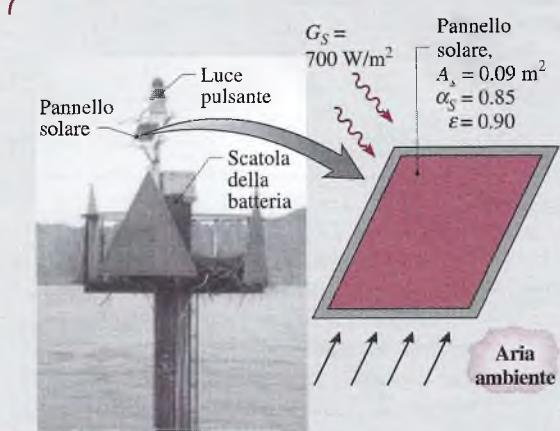


Figura P17.30

Stimare la temperatura del pannello solare quando l'aria ambiente è a  $25^{\circ}\text{C}$ , il vento soffia a  $4 \text{ m/s}$  e la radiazione solare è di  $700 \text{ W/m}^2$ . Si ipotizzi che il vento sia parallelo, con flusso completamente turbolento sul pannello, che la parte posteriore del pan-

nello sia isolata e che si possa trascurare la radiazione proveniente dal cielo.

#### Flusso esterno – Cilindro con flusso trasversale

- 17.31** Considerare i seguenti fluidi, ciascuno con velocità  $u_\infty = 5 \text{ m/s}$  e temperatura  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ , in flusso trasversale sopra un cilindro di 10 mm di diametro mantenuto a  $50^\circ\text{C}$ : aria atmosferica, acqua satura e olio motore. Calcolare il flusso di calore  $q'$  trasferito per unità di lunghezza.

- 17.32** Si assuma che una persona possa essere approssimata come un cilindro di 0.3 m di diametro e un'altezza di 1.8 m con una temperatura superficiale di  $24^\circ\text{C}$ . Calcolare la perdita di energia del corpo quando questa persona è soggetta a un vento che soffia a 15 m/s e la cui temperatura è di  $-5^\circ\text{C}$ .

- 17.33** Per migliorare lo scambio di calore da un chip di silicio di lato  $W = 4 \text{ mm}$ , un'aletta a spillo in rame viene brasata alla superficie del pezzo come mostrato in Figura P.17.33. L'aletta ha diametro  $D = 2 \text{ mm}$  e lunghezza  $L = 12 \text{ mm}$ , e l'aria atmosferica la investe trasversalmente con velocità  $u_\infty = 10 \text{ m/s}$  e alla temperatura  $T_\infty = 300 \text{ K}$ . La superficie del chip di silicio, e quindi anche la base dell'aletta, sono mantenute a una temperatura  $T_b = 350 \text{ K}$ .

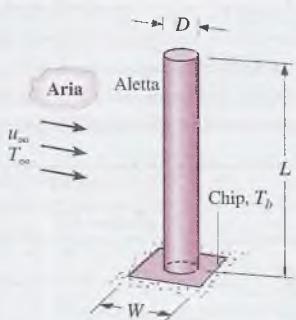


Figura P17.33

- (a) Considerando trascurabile l'effetto che il chip di silicio ha sulla corrente che colpisce l'aletta, qual è il coefficiente di convezione medio per la superficie dell'aletta?
- (b) Trascurando la radiazione e assumendo il coefficiente di convezione dell'aletta pari a quello calcolato al punto a), determinare la potenza termica scambiata dall'aletta.
- (c) Trascurando la radiazione e assumendo il coefficiente di convezione della superficie esposta del chip pari a quello calcolato al punto a), determinare il flusso di calore dalla superficie del chip.
- 17.34** Una bacchetta cilindrica di rame di diametro 10 mm e lunga 100 mm è posta orizzontalmente nello spazio vuoto tra le superfici di un dispositivo elettronico per

migliorarne la dissipazione di calore. Le estremità della bacchetta sono a  $90^\circ\text{C}$  mentre la corrente d'aria che la investe è alla temperatura di  $25^\circ\text{C}$  e ha velocità pari a 25 m/s. Qual è la temperatura della sezione mediana della bacchetta? Qual è il flusso di calore trasferito dalla bacchetta?

- 17.35** Un cavo di una linea ad alta tensione di diametro 25 mm ha una resistenza elettrica pari a  $10^{-4} \Omega/\text{m}$  e trasmette una corrente di 1000 A.

(a) Se l'aria dell'ambiente ha temperatura  $10^\circ\text{C}$  e velocità 10 m/s e scorre trasversalmente alla linea, qual è la temperatura della superficie del cavo?

(b) Se il cavo può essere approssimato come una barra solida di rame, qual è la temperatura del suo asse?

- 17.36** Dell'acqua a  $50^\circ\text{C}$  scorre dall'edificio in cui è trattata a un altro adiacente dove è utilizzata per il riscaldamento. Il trasferimento tra gli edifici avviene attraverso un condotto d'acciaio ( $\lambda = 60 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ ) di diametro esterno 100 mm e spessore delle pareti di 8 mm. Durante l'inverno le condizioni ambientali creano correnti d'aria alla temperatura  $T_\infty = -5^\circ\text{C}$  e a velocità  $u_\infty = 3 \text{ m/s}$  in direzione trasversale alla conduttura.

(a) Se la produzione di acqua calda costa 0.05 € per kWh, qual è il costo giornaliero indicativo dell'energia dispersa nell'ambiente per ogni metro di tubo non isolato?

(b) Determinare i risparmi che derivano dall'applicazione di un rivestimento isolante di 10 mm in uretano ( $\lambda = 0.026 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ ) sulla superficie esterna della conduttura.

- 17.37** Un cavo in alluminio per la trasmissione di energia elettrica ad alta potenza ha diametro pari a 20 mm, una resistenza elettrica  $R'_{\text{elec}} = 2.636 \times 10^{-4} \Omega/\text{m}$  e trasmette una corrente di 700 A. Il cavo è soggetto all'azione di frequenti e intensi venti, i quali aumentano il rischio di contatto tra due cavi adiacenti, che provocherebbe scintille che potrebbero causare incendi della vegetazione circostante. Per evitare questi inconvenienti, si decide di isolare il cavo, causando però l'aumento la temperatura d'esercizio del conduttore.

(a) Calcolare la temperatura del cavo quando quella dell'aria è di  $20^\circ\text{C}$  e la corrente d'aria è a una velocità di 10 m/s.

(b) Calcolare la temperatura del conduttore per le stesse condizioni, ma con una copertura isolante di spessore 2 mm e conduttività di  $0.15 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ .

- 17.38** Un tubo non isolato è utilizzato per trasportare vapore ad alta temperatura da un edificio a un altro. La tubazione ha un diametro di 0.5 m e la sua superficie, a  $150^\circ\text{C}$ , è esposta all'ambiente a temperatura  $-10^\circ\text{C}$ . La corrente d'aria che lambisce il tubo ha una velocità di 5 m/s.

(a) Qual è la potenza termica trasferita per unità di lunghezza dalla conduttura?

(b) Si consideri l'effetto che si avrebbe isolando il tubo con schiuma uretanica ( $\lambda = 0.026 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ ),

valutando il calore trasmesso con una copertura isolante di 50 mm.

- 17.39** Un elemento riscaldante lungo e cilindrico, avente un diametro di 10 mm, conduttività  $\lambda = 240 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ , densità  $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$  e calore specifico  $c_p = 900 \text{ J/(kg K)}$ , è montato all'interno di un condotto dove è presente una corrente d'aria a temperatura 27 °C e velocità 10 m/s.

- (a) Trascurando gli effetti della radiazione, stimare la temperatura d'equilibrio del riscaldatore se la dissipazione di energia è 1000 W/m.  
 (b) Se il riscaldatore al momento dell'accensione si trova a una temperatura di 27 °C, si stimi il tempo necessario per far giungere la temperatura superficiale entro 10 gradi dalla temperatura d'equilibrio.

Suggerimento: si utilizzi il metodo d'analisi a parametri concentrati descritto nel Problema 16.69.

#### Flusso esterno – Sfere

- 17.40** Una corrente d'acqua a 20 °C fluisce su una sfera di diametro 20 mm con una velocità di 5 m/s. La superficie della sfera è a 60 °C. Qual è la potenza termica trasferita dalla sfera?

- 17.41** Una corrente d'aria a 25 °C scorre su una sfera di diametro 10 mm con una velocità di 25 m/s. La superficie della sfera è a 75 °C.

- (a) Qual è la potenza termica trasferita dalla sfera?  
 (b) Tracciare un grafico del flusso di calore scambiato in funzione della velocità dell'aria nell'intervallo da 1 a 25 m/s.

- 17.42** Una corrente d'aria atmosferica alla temperatura di 25 °C e alla velocità di 0.5 m/s scorre su una lampadina da 50W incandescente, la cui superficie si trova alla temperatura di 140 °C. La lampadina è approssimabile a una sfera di diametro 50 mm. Qual è il flusso termico trasmesso all'aria per convezione?

- 17.43** Il guscio sferico di uno strumento sottomarino, utilizzato come sonda per monitorare le condizioni dell'acqua, ha un diametro di 85 mm e dissipava una potenza elettrica di 300 W.

- (a) Stimare la temperatura del guscio quando è immerso in una zona dove la corrente ha una velocità di 1 m/s e la temperatura dell'acqua è di 15 °C.  
 (b) Accidentalmente lo strumento viene portato al di fuori dell'acqua ed esposto all'aria (alla temperatura di 15 °C) senza averlo spento. Stimare la temperatura del guscio quando il vento ha una velocità di 3 m/s.

- 17.44** Un oggetto sferico di rame puro, avente diametro 15 mm ed emissività 0.5, è sospeso in una grande fornace le cui pareti sono alla temperatura di 600 °C. L'aria che lambisce l'oggetto ha una temperatura di 900 °C e una velocità di 7.5 m/s.

- (a) Si determini la temperatura di equilibrio dell'oggetto.  
 (b) Stimare il tempo necessario affinché la temperatura dell'oggetto si discosti al massimo di 5 °C

dalla temperatura di equilibrio se la sua temperatura iniziale è di 25 °C.

- 17.45** Il sensore di una termocoppia è posto in un ampio condotto per misurare la temperatura dei gas caldi che fluiscono al suo interno.

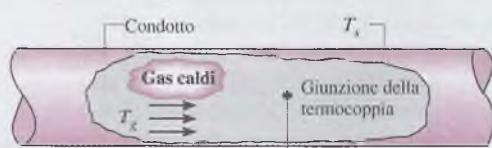


Figura P17.45

- (a) Se la superficie del condotto è a una temperatura  $T_s$  minore di quella dei gas  $T_g$ , la termocoppia misurerà una temperatura minore, uguale o maggiore di  $T_g$ ? Si giustifichi la risposta tramite una semplice analisi.

- (b) La giunzione di una termocoppia di forma sferica, avente un diametro di 2 mm ed emissività pari a 0.60, è posta nella corrente di un gas che ha una velocità di 3 m/s. Se la termocoppia misura una temperatura di 320 °C quando la temperatura della superficie del condotto è di 175 °C, qual è la temperatura del gas? Si assumano per il gas le proprietà dell'aria alla pressione atmosferica.

- 17.46** Si consideri una sfera di diametro 20 mm e temperatura superficiale 60 °C, immersa in un fluido che si trova alla temperatura di 30 °C e con velocità 2.5 m/s. Si calcoli il flusso termico quando il fluido è (a) acqua e (b) aria alla pressione atmosferica. Spiegare perché i risultati ottenuti con i due fluidi sono così diversi.

#### Flusso interno – Considerazioni sullo strato limite e sul bilancio energetico

- 17.47** Confrontare le lunghezze d'ingresso fluidodinamica e termica per olio, acqua e glicole etilenico che scorrono attraverso un tubo di diametro pari a 25 mm con una velocità e una temperatura media rispettivamente  $u_m = 50 \text{ mm/s}$  e  $T_m = 27^\circ\text{C}$ .

- 17.48** I profili di velocità e temperatura per un flusso laminare all'interno di un tubo di raggio  $r_o = 10 \text{ mm}$  hanno la forma

$$u(r) = 0.1[1 - (r/r_o)^2]$$

$$T(r) = 344.8 + 75.0(r/r_o)^2 - 18.8(r/r_o)^4$$

con unità di misura m/s e kelvin rispettivamente. Determinare il corrispondente valore della temperatura media della massa fluida  $T_m$  in posizione assiale.

- 17.49** Una portata di 0.005 kg/s di aria atmosferica entra nella sezione riscaldata di un tubo circolare alla tempe-

ratura di  $20^\circ\text{C}$ . Il diametro del tubo è  $D = 50\text{ mm}$ , e le condizioni sono completamente sviluppate sull'intera lunghezza  $L = 3\text{ m}$  del tubo, con  $h = 25\text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Lungo la sezione riscaldata del tubo viene mantenuto un flusso termico costante  $q'' = 1000\text{ W/m}^2$ .

- (a) Determinare il flusso termico totale trasmesso  $q$  e la temperatura di mescolamento  $T_{b,u}$  dell'aria che abbandona il tubo.
- (b) Qual è il valore della temperatura superficiale  $T_{s,i}$  all'ingresso e  $T_{s,u}$  all'uscita del tubo?
- (c) Tracciare il grafico della variazione di  $T_s$  e  $T_b$  con la distanza  $x$  rispetto all'ingresso. Sulla stessa figura disegnare anche (qualitativamente) la variazione assiale di  $T_s$  e  $T_b$  nel caso più realistico in cui il coefficiente convettivo locale varia con  $x$ .

- 17.50** Una portata di  $0.04\text{ kg/s}$  di aria atmosferica entra a  $60^\circ\text{C}$  in un condotto isolato per il riscaldamento lungo  $10\text{ m}$  e avente diametro  $150\text{ mm}$ . La temperatura dell'aria all'uscita è di  $30^\circ\text{C}$  e la temperatura della superficie del condotto è circa costante e pari a  $T_s = 15^\circ\text{C}$ .
- (a) Determinare la potenza termica scambiata.
  - (b) Calcolare la differenza media logaritmica di temperatura  $\Delta T_{ml}$ .
  - (c) Qual è il coefficiente di scambio termico convettivo medio per l'aria?
  - (d) Tracciare il grafico della variazione assiale di  $T_s$  e  $T_b$  con la distanza  $x$  dall'ingresso. Commentare le caratteristiche principali della distribuzione.

### Applicazioni del flusso interno – Flusso laminare completamente sviluppato

- 17.51** Una portata di  $0.01\text{ kg/s}$  di glicole etilenico scorre all'interno di un tubo sottile avente diametro  $3\text{ mm}$ . Il tubo viene raffreddato immersandolo in un bagno di acqua ben rimescolata e mantenuta a  $25^\circ\text{C}$ . Se il fluido entra a  $85^\circ\text{C}$ , quali sono la potenza termica e la lunghezza del tubo affinché il fluido esca a  $35^\circ\text{C}$ ? Trascurare il miglioramento della trasmissione del calore dovuto al raffreddamento del tubo.

- 17.52** Nello stadio finale di un processo produttivo, un farmaco viene sterilizzato scaldandolo da  $25^\circ\text{C}$  a  $75^\circ\text{C}$  durante l'attraversamento a  $0.2\text{ m/s}$  lungo un tubo sottile in acciaio inossidabile di  $12.7\text{ mm}$  di diametro. Un riscaldatore elettrico avvolto intorno alla superficie esterna del tubo mantiene un flusso termico uniforme. Se il tubo è lungo  $10\text{ m}$ , qual è la potenza termica necessaria? Trascurando gli effetti d'ingresso, qual è la temperatura della superficie del tubo all'uscita? Le proprietà del fluido possono essere approssimate come  $\rho = 1000\text{ kg/m}^3$ ,  $c_p = 4000\text{ J/(kg K)}$ ,  $\mu = 2 \times 10^{-3}\text{ kg/(s m)}$ ,  $\lambda = 0.48\text{ W/(m K)}$  e  $\text{Pr} = 10$ .

- 17.53** Un trasformatore elettrico di diametro  $300\text{ mm}$  e altezza  $500\text{ mm}$  dissipà  $1000\text{ W}$ . Si desidera mantenere la sua temperatura superficiale a  $47^\circ\text{C}$  facendo scorrere glicerina a  $24^\circ\text{C}$  attraverso i tubi sottili di  $20\text{ mm}$  di diametro avvolti lungo la superficie laterale del trasformatore. Ipotizzare che tutta la potenza dis-

sipata dal trasformatore sia trasmessa alla glicerina. Sapendo che il massimo aumento di temperatura consentito per il refrigerante è di  $6^\circ\text{C}$  e che il flusso è completamente sviluppato lungo tutto il tubo, determinare la portata termica di refrigerante necessaria, la lunghezza totale del tubo e il passo  $S$  tra ogni avvolgimento del tubo.

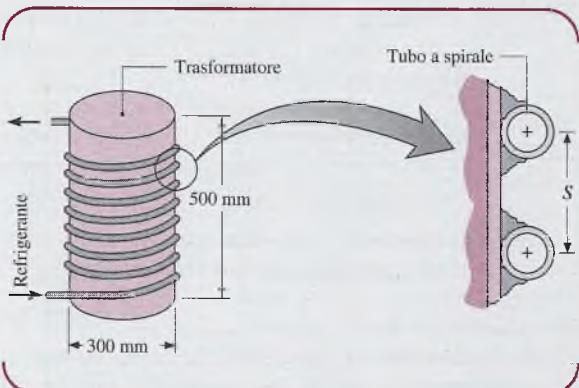


Figura P17.53

- 17.54** Immaginare di essere il progettista di un dispositivo per lo scambio termico di una sala operatoria, che serve per raffreddare il sangue (bypassato dal paziente) da  $40^\circ\text{C}$  a  $30^\circ\text{C}$  facendolo scorrere attraverso un tubo avvolto a spirale immerso in una bacinella contenente una miscela acqua-ghiaccio. La portata volumetrica è di  $10^{-4}\text{ m}^3/\text{min}$ , il diametro del tubo è  $D = 2.5\text{ mm}$  e  $T_{b,i}$  e  $T_{b,u}$  rappresentano le temperature di ingresso e di uscita del sangue.

- (a) A quale temperatura si valutano le proprietà del fluido per determinare sull'intera lunghezza del tubo?
- (b) Se le proprietà del sangue valutate alla temperatura del punto (a) sono  $\rho = 1000\text{ kg/m}^3$ ,  $c_p = 4000\text{ J/(kg K)}$ ,  $\nu = 7 \times 10^{-7}\text{ m}^2/\text{s}$ ,  $\lambda = 0.5\text{ W/(m K)}$ , qual è il numero di Prandtl?
- (c) Il regime di moto del sangue è laminare o turbolento?
- (d) Trascurando gli effetti d'ingresso e ipotizzando condizioni completamente sviluppate, calcolare il valore del coefficiente convettivo del sangue.
- (e) Qual è la potenza termica trasmessa dal sangue scorrendo nel tubo?
- (f) Se si includono gli effetti della convezione naturale all'esterno del tubo, il coefficiente globale di scambio termico  $U$  tra sangue e miscela acqua-ghiaccio è di circa  $300\text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Determinare la lunghezza  $L$  del tubo necessaria affinché la temperatura d'uscita sia  $T_{b,u}$ .

- 17.55** Una portata d'aria di  $3 \times 10^{-4}\text{ kg/s}$  a  $27^\circ\text{C}$  entra in un condotto rettangolare lungo  $1\text{ m}$  e di sezione  $4\text{ mm}$  per  $16\text{ mm}$ . È imposto un flusso termico superficiale uniforme di  $600\text{ W/m}^2$ . Quali sono la temperatura dell'aria e della superficie del condotto all'uscita?

- 17.56** Una portata d'aria di  $4 \times 10^{-4}$  kg/s a  $27^\circ\text{C}$  entra in un condotto triangolare di lato 20 mm e lungo 2 m. La superficie del condotto è mantenuta a  $100^\circ\text{C}$ . Ipotizzando che il flusso sia completamente sviluppato, determinare la temperatura dell'aria all'uscita.

- 17.57** Immaginate sia richiesto uno studio di fattibilità per progettare un riscaldatore di sangue che deve essere usato nelle trasfusioni (Figura P17.57). Lo scambiatore di calore deve riscaldare fino a  $37^\circ\text{C}$  il sangue prelevato dalla sacca a  $10^\circ\text{C}$ , con una portata di 200 ml/min. Il sangue passa attraverso la sezione rettangolare di un tubo, 6.4 mm per 1.6 mm, che è confinato tra due piastre mantenute a temperatura costante pari a  $40^\circ\text{C}$ .

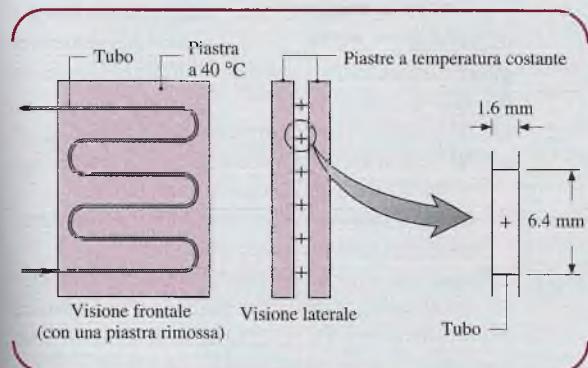


Figura P17.57

- (a) Determinare la lunghezza del tubo necessaria per raggiungere lo scopo. Ipotizzare che il flusso sia completamente sviluppato e che il sangue abbia le stesse proprietà dell'acqua.  
(b) In base alle assunzioni fatte, si indichi dove l'analisi sovrastima o sottostima la lunghezza del tubo.
- 17.58** Dell'olio a  $150^\circ\text{C}$  scorre lentamente attraverso un tubo lungo e sottile di 30 mm di diametro. Il tubo è sospeso in una stanza in cui l'aria è a  $20^\circ\text{C}$ , e il coefficiente convettivo sulla superficie esterna del tubo vale  $11 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Stimare la potenza termica ceduta dal tubo per unità di lunghezza.

#### Applicazioni del flusso interno – Flusso turbolento completamente sviluppato

- 17.59** Una portata di 2 kg/s di acqua scorre in un tubo di diametro 40 mm. L'acqua deve essere riscaldata da 25 a  $75^\circ\text{C}$  mantenendo la temperatura superficiale del tubo a  $100^\circ\text{C}$ . Qual è la lunghezza del tubo necessaria a tale scopo?
- 17.60** Una portata di  $0.04 \text{ kg}/\text{s}$  di aria atmosferica a  $60^\circ\text{C}$  entra in un condotto di riscaldamento non isolato lungo 10 m e avente un diametro di 150 mm. La temperatura della superficie del condotto è circa  $T_s = 15^\circ\text{C}$ . Quali sono la temperatura dell'aria all'uscita e la potenza termica  $q$  in questa condizioni?

- 17.61** Una portata di  $2 \text{ kg}/\text{s}$  di acqua scorre in un tubo lungo 4 m e avente un diametro di 40 mm. L'acqua entra a  $25^\circ\text{C}$  e la temperatura della superficie del tubo è di  $90^\circ\text{C}$ . Qual è la temperatura d'uscita dell'acqua? Qual è la potenza termica trasmessa all'acqua?

- 17.62** Si consideri un tubo sottile di diametro 10 mm e lungo 2 m. Una portata d'acqua  $\dot{m} = 0.2 \text{ kg}/\text{s}$  con  $T_{b,j} = 47^\circ\text{C}$  entra nel tubo provenendo da un grande serbatoio. Se la superficie del tubo è mantenuta alla temperatura uniforme di  $27^\circ\text{C}$ , qual è la temperatura d'uscita  $T_{b,u}$  dell'acqua? Qual è la potenza termica trasmessa dall'acqua? Per ricavare le proprietà dell'acqua, si ipotizzi una temperatura media  $T_{b,av} = 300 \text{ K}$ .

- 17.63** L'evaporatore di una pompa di calore è installato in un ampio serbatoio d'acqua che viene utilizzato come sorgente di calore durante l'inverno. Man mano che l'energia viene estratta dal serbatoio, esso comincia a congelare e si crea una miscela di acqua e ghiaccio a  $0^\circ\text{C}$ , che può essere utilizzata per raffreddare l'edificio d'estate. Si considerino le condizioni estive, in cui una portata di aria attraversa una schiera di tubi in rame, ciascuno avente diametro interno  $D = 50 \text{ mm}$ , immersi nel bagno.

- (a) Se l'aria entra in ciascun tubo alla temperatura di mescolamento  $T_{b,j} = 24^\circ\text{C}$  e con portata  $\dot{m} = 0.01 \text{ kg}/\text{s}$ , qual è la lunghezza  $L$  del tubo necessaria affinché la temperatura in uscita sia  $T_{b,u} = 14^\circ\text{C}$ ?  
(b) Considerando 10 tubi che attraversano il serbatoio avente un volume totale di  $10^3 \text{ m}^3$  e che inizialmente è ghiaccio per l'80% del volume, quanto tempo serve per sciogliere completamente il ghiaccio? La densità e il calore latente di fusione del ghiaccio sono rispettivamente  $920 \text{ kg}/\text{m}^3$  e  $3.34 \times 10^5 \text{ J}/\text{kg}$ .

- 17.64** Dell'acqua di raffreddamento scorre attraverso dei tubi sottili, con diametro 25.4 mm, di un condensatore di vapore, alla velocità di 1 m/s, mentre si mantiene una temperatura superficiale di 350 K attraverso la condensazione del vapore. L'acqua entra alla temperatura di 290 K e i tubi sono lunghi 5 m. Qual è la temperatura d'uscita dell'acqua? Valutare le proprietà dell'acqua alla temperatura media  $T_{b,av} = 300 \text{ K}$ . Il nocciolo di un reattore nucleare ad alta temperatura raffreddato a gas ha dei tubi di raffreddamento di 20 mm di diametro e lunghezza 780 mm. Una portata di elio di  $8 \times 10^{-3} \text{ kg}/\text{s}$  entra in ciascun tubo a 600 K ed esce a 1000 K.

- (a) Determinare la temperatura uniforme della superficie delle pareti.  
(b) Se il gas di raffreddamento è aria, determinare la portata massica necessaria per garantire lo stesso flusso termico e la stessa temperatura superficiale. Qual è la temperatura dell'aria in uscita?  
**17.66** Dell'aria riscaldata per l'essiccazione di alimenti fluisce a  $20^\circ\text{C}$  attraverso tubi circolari lunghi ( $D = 50 \text{ mm}$ ,  $L = 5 \text{ m}$ ) alloggiati in un condensatore di vapore. Il vapore saturo a pressione atmosferica con-

densa sulla superficie esterna dei tubi mantenendo una temperatura superficiale uniforme di 100 °C. Se la portata dell'aria in ciascun tubo è di 0.01 kg/s, determinare la temperatura di uscita dell'aria e la potenza termica totale scambiata.

- 17.67** Dell'aria a 200 kPa, 150 °C e 6 m/s entra in un tubo con pareti sottili, lungo 2 m con diametro 25 mm. Del vapore a 20 bar condensa sulla superficie esterna.

(a) Determinare la temperatura d'uscita e la caduta di pressione dell'aria e la potenza termica scambiata.  
 (b) Calcolare i parametri del punto (a) nel caso la pressione dell'aria raddoppiasse.

- 17.68** Un fluido entra in un tubo a parete sottile di 5 mm di diametro e 2 m di lunghezza con una portata massica di 0.04 kg/s e una temperatura  $T_{b,i} = 85^\circ\text{C}$ . La superficie del tubo è mantenuta a 25 °C e la temperatura d'uscita è  $T_{b,u} = 31.1^\circ\text{C}$ . Qual è la temperatura d'uscita se si raddoppia il flusso termico? Ipotizzare in entrambi i casi regime turbolento completamente sviluppato e proprietà termofisiche del fluido indipendenti dalla temperatura.

- 17.69** Aria a 1 atm e 285 K entra in un condotto rettangolare di sezione 75 mm per 150 mm e lungo 2 m. Il condotto è mantenuto a 400 K e la portata massica dell'aria è di 0.10 kg/s. Determinare la potenza termica trasmessa dal condotto all'aria e la temperatura d'uscita dell'aria.

- 17.70** Per fermare i grossi veicoli di trazione come le locomotive, si utilizza un processo detto frenata dinamica elettrica per convertire il motore di trazione in un generatore che utilizza la potenza meccanica trasmessa dalle ruote per generare corrente elettrica. Come mostrato in Figura P17.70, la potenza elettrica attraversa una griglia di resistori (a), che consiste in una schiera di lamine metalliche connesse in serie, (b). Il materiale delle lamine è una lega resistente alle temperature elevate e la potenza elettrica è dissipata sotto forma di generazione volumetrica di energia ( $\dot{q}$ ). Per raffreddare le lamine, si usa un ventilatore che soffia aria attraverso la griglia.

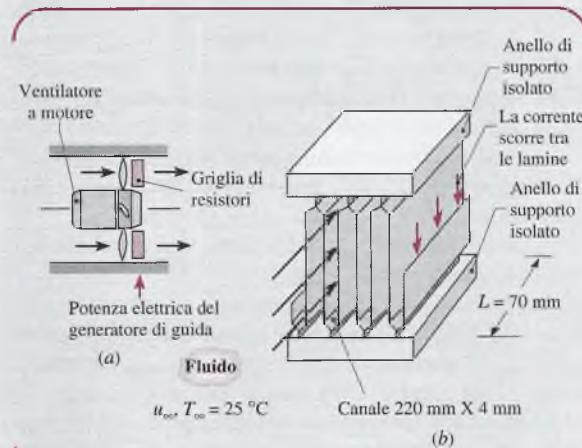


Figura P17.70

(a) Trattando lo spazio tra le lamine come un canale rettangolare di 220 mm per 4 mm di sezione trasversale e lungo 70 mm, stimare la potenza termica dissipata da ciascuna lamina sapendo che la corrente d'aria ha temperatura e velocità rispettivamente di 25 °C e 50 m/s, mentre le lame operano a 600 °C.

(b) Su una locomotiva che traina 10 vagoni ci sono 2000 lame. Sulla base dei risultati del punto (a), quanto tempo ci vuole per rallentare un treno di massa  $10^6$  kg da una velocità di 120 km/h a una velocità di 50 km/h utilizzando il freno elettrico?

- 17.71** Il passaggio di corrente elettrica attraverso uno tubo a parete spessa in acciaio inossidabile, avente diametro interno ed esterno rispettivamente  $D_i = 20$  mm e  $D_e = 40$  mm, fornisce una generazione uniforme di potenza  $q = 10^6 \text{ W/m}^3$ . La superficie esterna del tubo è isolata, mentre nel tubo scorre una portata di 0.1 kg/s di acqua.

(a) Se la temperatura di ingresso dell'acqua è  $T_{b,i} = 20^\circ\text{C}$  e la temperatura d'uscita desiderata è  $T_{b,u} = 40^\circ\text{C}$ , qual è la lunghezza del tubo?

(b) Qual è il valore e la posizione della massima temperatura superficiale del tubo?

- 17.72** La superficie di un tubo a parete sottile con diametro 50 mm è mantenuta a 100 °C. In un caso l'aria fluisce trasversalmente a 25 °C e 30 m/s; in un altro caso l'aria fluisce attraverso il tubo in condizioni completamente sviluppate a 25 °C e 30 m/s. Confrontare il flusso termico scambiato tra tubo e aria nei due casi.

- 17.73** Un refrigerante scorre in un canale rettangolare all'interno di uno stampo per iniezione di parti metalliche (Figura P17.73). Le dimensioni del canale sono  $a = 90$  mm e  $b = 9.5$  mm, e la portata di fluido è di  $1.3 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ . La temperatura del refrigerante è di 15 °C e le pareti dello stampo sono a circa 140 °C. Per minimizzare i danni dovuti alla corrosione, es-

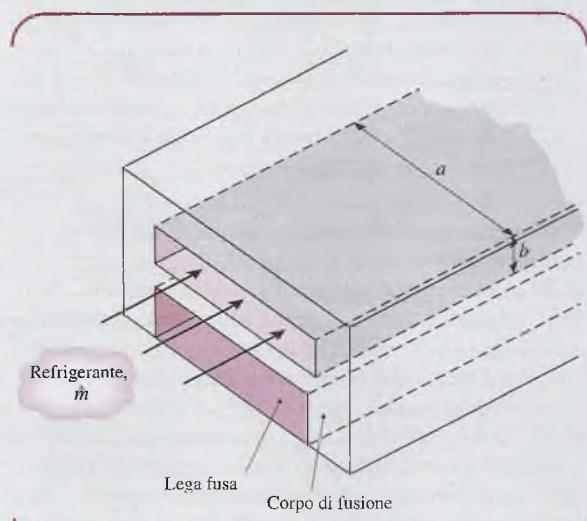


Figura P17.73

sendo lo stampo costoso, si usa di solito un fluido come glicole etilenico e non acqua. Confrontare i coefficienti convettivi dell'acqua e del glicole in questa applicazione. Qual è il rapporto tra prestazioni termiche e minimizzazione della corrosione?

### Applicazioni del flusso interno – Effetti del fluido esterno

- 17.74** Un condotto a parete sottile non isolato di 0.3 m di diametro viene utilizzato per portare 0.05 kg/s di aria fredda attraverso l'attico di un grosso edificio commerciale. L'aria dell'attico è a 37 °C e la circolazione naturale fornisce un coefficiente convettivo di 2 W/(m<sup>2</sup>K) sulla superficie esterna del condotto. Se l'aria fredda entra a 7 °C nel condotto lungo 15 m, quali sono la temperatura d'uscita e la potenza termica scambiata? Le proprietà dell'aria fresca possono essere valutate a 300 K.
- 17.75** Per raffreddare una casa vacanze senza usare un ciclo frigorifero a compressione di vapore, si convoglia aria attraverso un tubo di plastica ( $k = 0.15 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ ,  $D_i = 0.15 \text{ m}$ ,  $D_o = 0.17 \text{ m}$ ) immerso in un bacino d'acqua. La temperatura nominale dell'acqua è  $T_\infty = 17^\circ\text{C}$  e il coefficiente convettivo è  $h_e = 1500 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  sulla superficie esterna del tubo. Se l'aria della casa entra nel tubo alla temperatura  $T_{b,i} = 29^\circ\text{C}$  e con portata volumetrica  $V = 0.025 \text{ m}^3/\text{s}$ , qual è la lunghezza  $L$  del tubo necessaria affinché esca a  $T_{b,u} = 21^\circ\text{C}$ ?

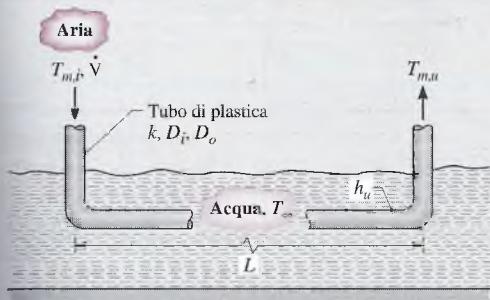


Figura P17.75

- 17.76** Dell'acqua scorre in un tubo a parete spessa con diametro interno di 12 mm e lunghezza 8 m. Il tubo è immerso in un serbatoio ben miscelato mantenuto a 85 °C. La resistenza conduttiva della parete del tubo (riferita alla superficie interna) è  $R_{cond} = 0.002 \text{ m}^2\text{K/W}$ . La temperatura d'ingresso del fluido di processo è  $T_{b,i} = 20^\circ\text{C}$  e la portata è 33 kg/h.

- (a) Stimare la temperatura d'uscita  $T_{b,u}$  del fluido di processo, si assuma e poi si giustifichi l'ipotesi di flusso e condizione termiche completamente sviluppati.
- (b) Ci si aspetta che  $T_{b,u}$  aumenti o diminuisca se sono soddisfatte le condizioni d'ingresso termiche e fluidodinamiche lungo il tubo?

- 17.77** Dell'energia deve essere rimossa da un recipiente per reazioni chimiche, che opera a 75 °C, usando acqua a 27 °C con una portata di 0.12 kg/s che scorre attraverso un tubo a parete sottile di 15 mm di diametro. Il coefficiente convettivo tra la superficie esterna del tubo e il fluido del recipiente è pari a 3000 W/(m<sup>2</sup>K).

(a) Se la temperatura d'uscita dell'acqua non può superare i 47 °C, qual è la massima potenza termica che può essere asportata dal recipiente?

(b) Qual è la lunghezza del tubo necessaria per soddisfare la potenza termica richiesta al punto (a)?

- 17.78** Un fluido caldo passa attraverso un tubo a parete sottile di 10 mm di diametro e lungo 1 m, mentre un refrigerante scorre trasversalmente a esso (Figura P17.78) a  $T_\infty = 25^\circ\text{C}$ . Quando la portata è di 18 kg/h e la temperatura di ingresso è di 85 °C, la temperatura di uscita è di 78 °C. Nell'ipotesi di flusso completamente sviluppato, determinare la temperatura di uscita  $T_{b,u}$  se si aumenta la portata di un fattore 2, ovvero 36 kg/h, mantenendo le stesse condizioni. Le proprietà termofisiche del fluido caldo sono  $\rho = 1079 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_p = 2637 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ ,  $\mu = 0.0034 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ , and  $k = 0.261 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ .

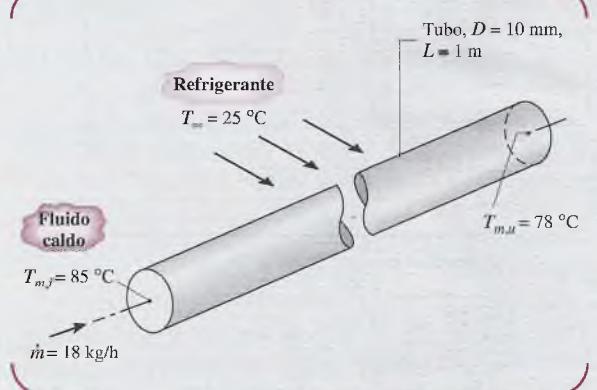


Figura P17.78

- 17.79** Una portata massica  $\dot{m} = 0.21 \text{ kg/s}$  di acqua viene raffreddata da 70 °C a 30 °C facendola passare in un tubo sottile di diametro  $D = 50 \text{ mm}$  e mantenendo il refrigerante a  $T_\infty = 15^\circ\text{C}$  in flusso trasversale al tubo.

(a) Qual è la lunghezza del tubo se il refrigerante è aria a  $u_\infty = 20 \text{ m/s}$ ?

(b) Qual è la lunghezza del tubo se il refrigerante è acqua a  $u_\infty = 2 \text{ m/s}$ ?

### Convezione naturale – Piastre verticali

- 17.80** Una piastra metallica quadrata, montata verticalmente e avente il lato di 200 mm, è mantenuta alla temperatura uniforme di 15 °C. Essa viene esposta ad aria in quiete a 40 °C. Calcolare il coefficiente convettivo medio per la piastra utilizzando tutte le possibili correlazioni opportune. Calcolare lo spessore dello strato limite al bordo d'uscita.

- 17.81** Si consideri una piastra lunga 0.25 m e mantenuta alla temperatura uniforme di 70 °C, sospesa verticalmente in aria in quiete a 25 °C e 1 atm.

- Calcolare la potenza termica scambiata per convezione naturale dalla piastra.
- Calcolare lo spessore dello strato limite al bordo d'uscita della piastra.
- Confrontare la potenza termica trasmessa e lo spessore dello strato limite con quelli che si avrebbero in caso di aria in moto con velocità della corrente indisturbata pari a 5 m/s.

- 17.82** I componenti di un circuito stampato verticale, con lato 150 mm, dissipano 5 W. La superficie posteriore è ben isolata e la superficie anteriore è esposta ad aria in quiete a 27 °C. Qual è la temperatura del circuito stampato in condizioni isoterme della superficie?

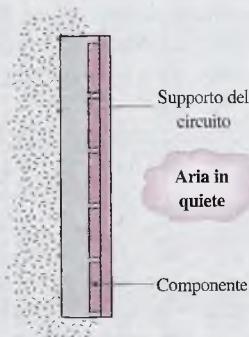


Figura P17.82

- 17.83** Si consideri una schiera verticale di alette rettangolari utilizzate per raffreddare un dispositivo elettronico montato in aria atmosferica in quiete a  $T_\infty = 27^\circ\text{C}$ . Ciascuna aletta ha  $L = 20 \text{ mm}$  e  $H = 150 \text{ mm}$  e opera a temperatura approssimativamente uniforme  $T_s = 77^\circ\text{C}$ .

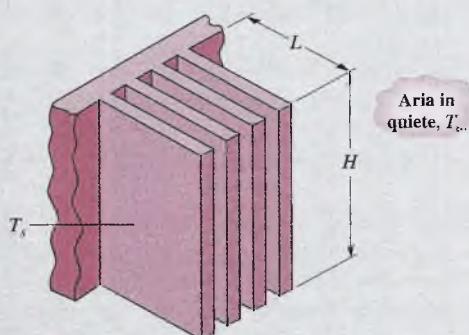


Figura P17.83

Considerando ogni aletta come piastra verticale immersa in un fluido in quiete, si stimi il flusso termico scambiato dalla singola aletta per convezione naturale. Si commenti l'effetto dell'instaurarsi di uno strato limite fra le alette.

- 17.84** Durante una giornata invernale, la portafinestra di un terrazzo alta 1.8 m e larga 1 m presenta una linea congelata vicino alla base (Figura P17.84). La temperatura delle pareti della stanza e dell'aria è di 15 °C.

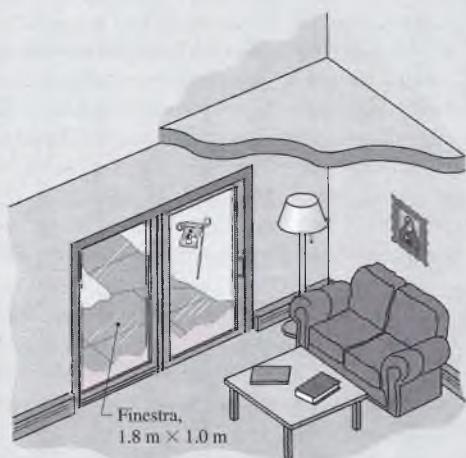


Figura P17.84

- Stimare la potenza termica trasmessa attraverso la finestra a causa della convezione naturale e dell'irraggiamento. Si assuma che la finestra abbia una temperatura uniforme di 0 °C ed emissività di 0.94.

- Se la stanza è riscaldata attraverso un riscaldamento elettrico a pavimento, stimare il costo giornaliero di riscaldamento dovuto alle perdite di energie attraverso il serramento, sapendo che il costo dell'energia elettrica è di 0.12 €/kWh.
- Spiegare perché la finestra presenta una linea congelata alla base e non sulla sommità.

- 17.85** Un contenitore dalle pareti sottili, all'interno del quale è presente un fluido caldo a 50 °C, è immerso in un bagno di acqua fredda in quiete a 10 °C. Il fenomeno di scambio termico lungo le superfici interne ed esterne del contenitore può essere approssimato come convezione naturale su piastra verticale. Determinare il coefficiente globale di scambio termico tra il fluido caldo e l'acqua fredda del bagno. Ipotizzare che le proprietà del fluido caldo siano le stesse dell'acqua. Suggerimento: Nello stimare il coefficiente convettivo, ipotizzare che la temperatura delle superfici del contenitore sia di 30 °C.

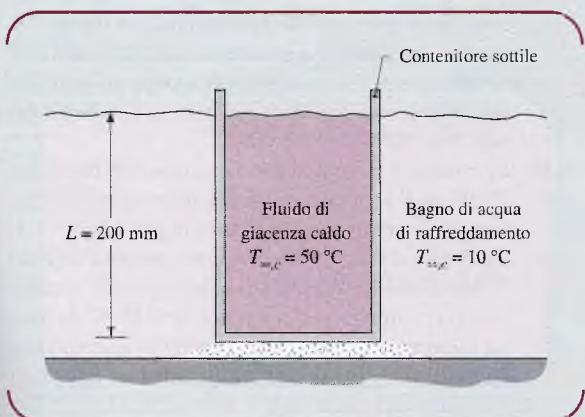


Figura P17.85

- 17.86** La porta di un frigorifero ha altezza e larghezza  $H = 1 \text{ m}$  e  $W = 0.65 \text{ m}$  rispettivamente, ed è ubicato in un'ampia stanza in cui l'aria e le pareti si trovano a  $T_\infty = T_{\text{amb}} = 25^\circ\text{C}$ . La porta consiste in uno strato di polistirene ( $\lambda = 0.03 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ) racchiuso tra due lastre di acciaio ( $\epsilon = 0.6$ ) e polipropilene. Nelle normali condizioni di funzionamento, la superficie interna della porta viene mantenuta alla temperatura  $T_{s,i} = 5^\circ\text{C}$ .

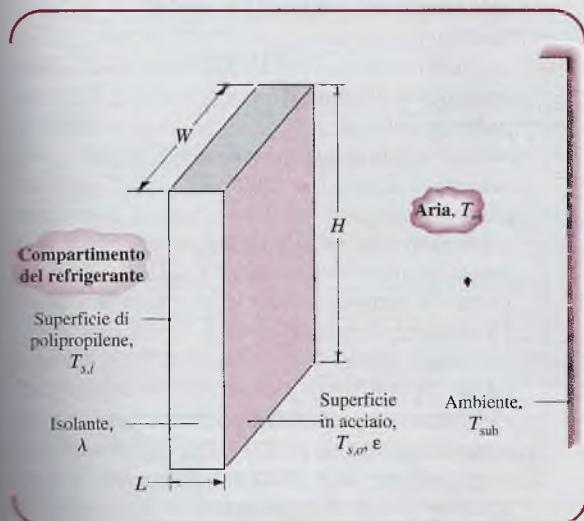


Figura P17.86

- Stimare la potenza termica trasmessa attraverso la porta nella condizione peggiore corrispondente ad assenza di isolante ( $L = 0$ ).
- Stimare la potenza termica trasmessa e la temperatura della superficie esterna se l'isolante ha spessore  $L = 15 \text{ mm}$ .

#### Convezione naturale – Piastre orizzontali

- 17.87** Una griglia orizzontale circolare con diametro  $0.25 \text{ m}$  ed emissività  $0.9$  viene mantenuta alla temperatura superficiale costante di  $130^\circ\text{C}$ . Qual è la potenza

elettrica necessaria se la stanza e l'aria ambiente si trovano a  $24^\circ\text{C}$ ?

- 17.88** Un riscaldatore elettrico a forma di disco orizzontale di  $400 \text{ mm}$  di diametro viene utilizzato per riscaldare la parte inferiore di un serbatoio riempito di olio motore a  $5^\circ\text{C}$ . Calcolare la potenza necessaria per mantenere la superficie del riscaldatore a  $70^\circ\text{C}$ .
- 17.89** Una piastra orizzontale nera e opaca ( $300 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$ ) è esposta a una radiazione solare di  $700 \text{ W}/\text{m}^2$  in aria ferma e con cielo sereno. La temperatura dell'aria ambiente è di  $20^\circ\text{C}$  e la temperatura della volta celeste è di  $-10^\circ\text{C}$  (trattare il cielo come un grande corpo isotermo). Ipotizzando che la parte posteriore della piastra sia isolata, determinarne la temperatura di equilibrio. Suggerimento: ipotizzare un valore per la temperatura di film necessaria per determinare le proprietà termofisiche, e dopo aver calcolato la temperatura della superficie verificare la validità dell'ipotesi.
- 17.90** Una piastra fredda di  $200 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$  ( $\epsilon = 0.2$ ) è progettata per mantenere dei campioni per esperimenti biologici a  $12^\circ\text{C}$ . La piastra orizzontale è posizionata in una grande scatola le cui pareti e l'aria in quiete in essa contenuta si trovano a  $25^\circ\text{C}$ . La parte inferiore della piastra fredda è collegata a un raffredatore termoelettrico che opera con un'efficienza del 12%. L'efficienza è definita come il rapporto tra la potenza termica sottratta e la potenza elettrica consumata. Stimare la potenza elettrica necessaria per mantenere la piastra fredda nelle condizioni richieste.
- 17.91** Una piastra orizzontale di  $1 \text{ m}$  per  $1 \text{ m}$  è esposta a un flusso netto per irraggiamento di  $300 \text{ W}/\text{m}^2$  sulla sua superficie inferiore. Se la superficie superiore delle piastra è ben isolata, stimare la temperatura raggiunta dalla piastra quando l'aria ambiente è in quiete e alla temperatura di  $0^\circ\text{C}$ .
- 17.92** Si consideri un'aletta piana orizzontale spessa  $6 \text{ mm}$  e lunga  $100 \text{ mm}$  fabbricata in acciaio al carbonio ( $\lambda = 57 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $\epsilon = 0.5$ ). La base dell'aletta è mantenuta a  $150^\circ\text{C}$  mentre l'aria ambiente in quiete è a  $25^\circ\text{C}$ . Ipotizzare che l'estremità dell'aletta sia adiabatica.
  - Stimare il coefficiente di scambio termico in convezione libera per le superfici superiore e inferiore dell'aletta. Suggerimento: Utilizzare una temperatura media dell'aletta di  $125^\circ\text{C}$ .
  - Stimare il coefficiente radiativo linearizzato basato sulla temperatura media dell'aletta ipotizzata in precedenza.
  - Utilizzando i risultati ottenuti per determinare un coefficiente combinato di scambio termico per convezione e irraggiamento, stimare la potenza termica  $q'(\text{W}/\text{m})$  scambiata dall'aletta per unità di larghezza.
- 17.93** Un ricevitore/amplificatore stereo è racchiuso in un involucro sottile metallico la cui superficie superiore orizzontale è di  $0.5 \text{ m}$  per  $0.5 \text{ m}$ . La superficie non è ventilata, ha emissività  $\epsilon = 0.8$  ed è esposta ad aria in quiete in un grande ambiente con  $T_\infty = T_{\text{amb}} =$

25 °C. Calcolare e tracciare il grafico della potenza termica scambiata della superficie, compreso il contributo della convezione e dell'irraggiamento, nell'intervallo di  $T_s$  tra 50 e 75 °C.

#### Convezione naturale – Cilindro orizzontale e sfera

- 17.94** Un cavo elettrico orizzontale di 25 mm di diametro dissipa una potenza di 30 W/m. Se la temperatura dell'aria ambiente è di 27 °C, stimare la temperatura superficiale del cavo. Trascurare lo scambio termico per irraggiamento.
- 17.95** Un riscaldatore elettrico a immersione di 10 mm di diametro e lungo 300 mm dissipa una potenza di 550 W. Se il riscaldatore viene posizionato orizzontalmente in un ampio serbatoio contenente acqua a 20 °C, stimare la sua temperatura superficiale. Stimare la temperatura superficiale del riscaldatore qualora fosse accidentalmente posizionato in aria a 20 °C.
- 17.96** In condizioni operative stazionarie, la temperatura superficiale del piccolo bulbo di una lampada a incandescenza da 20 W è di 125 °C quando la temperatura dell'aria ambiente e delle pareti è di 25 °C. Approssimando il bulbo come una sfera con diametro di 40 mm e con emissività superficiale 0.8, qual è la potenza termica trasmessa dalla superficie del bulbo all'ambiente?
- 17.97** Una sfera di diametro pari a 25 mm contiene un riscaldatore elettrico. Calcolare la potenza necessaria per mantenere la superficie a 94 °C quando la sfera è esposta a un mezzo a 20 °C nel caso di (a) aria a pressione atmosferica, (b) acqua, (c) glicole etilenico.
- 17.98** Una sfera di 25 mm di diametro con un rivestimento basso emissivo viene estratta da un forno alla temperatura uniforme di 85 °C ed esposta ad aria fredda in quiete a 25 °C.
- Calcolare il coefficiente convettivo associato alle condizioni iniziali della sfera.
  - Utilizzando il metodo a parametri concentrati con il coefficiente convettivo stimato al punto (a), calcolare il tempo necessario affinché la sfera raggiunga 30 °C.
  - Ripetere l'analisi per calcolare il tempo di raffreddamento ipotizzando che il fluido di raffreddamento sia acqua in quiete.
- 17.99** Si consideri un'aletta a spillo orizzontale con diametro 6 mm e lunghezza 60 mm fabbricata in acciaio al carbonio ( $\lambda = 57 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,  $\epsilon = 0.5$ ). La base dell'aletta è mantenuta a 150 °C, mentre l'aria circostante e l'ambiente si trovano a 25 °C. Ipotizzare che l'estremità dell'aletta sia adiabatica e calcolare la potenza termica  $q_a$  scambiata. Utilizzare una temperatura media dell'aletta di 125 °C per stimare il coefficiente di convezione naturale e il coefficiente radiativo linearizzato. Quanto è influenzato il risultato dalla scelta della temperatura media dell'aletta?
- 17.100** Si consideri il tubo pieno di acqua calda del Problema 17.36 ma in condizioni tali per cui l'aria ambiente

non fluisce trasversalmente a esso ma è in quiete. Tenendo conto dell'irraggiamento, con un'emissività del tubo pari a 0.6, qual è il corrispondente costo dovuto alle perdite di calore per unità di lunghezza del tubo non isolato?

- 17.101** Si consideri il riscaldatore elettrico del Problema 17.39. Se il ventilatore dovesse avere un malfunzionamento interrompendo il flusso d'aria mentre il riscaldatore continua a emettere una potenza di 1000 W/m, quale temperatura raggiungerebbe? Quanto tempo ci vorrebbe per portarlo a circa 10 °C da questa temperatura? Si consideri anche lo scambio termico per irraggiamento tra il riscaldatore ( $\epsilon = 0.8$ ) e le pareti del condotto che sono a 27 °C.

#### Scambiatore di calore – Coefficiente globale di scambio termico

- 17.102** I prodotti della combustione di una caldaia a fuoco diretto scorrono attraverso dei tubi a parete sottile utilizzati per riscaldare acqua che scorre sui tubi. Al momento dell'installazione, il coefficiente globale di scambio termico era 400  $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Dopo un anno di esercizio le superfici interna ed esterna dei tubi sono incrostate con un fattore di incrostazione  $R_{f,i} = 0.0015$  e  $R_{f,e} = 0.0005 \text{ m}^2\text{K/W}$  rispettivamente. Si rende necessario programmare una pulizia della caldaia?
- 17.103** Dei tubi in acciaio ( $\lambda = 15 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ) con diametro interno  $D_i = 10 \text{ mm}$  e diametro esterno  $D_e = 20 \text{ mm}$  vengono utilizzati in un condensatore. Durante le normali condizioni di funzionamento, il coefficiente convettivo interno  $h_i = 7000 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  è associato alla condensazione superficiale interna dei tubi; un coefficiente convettivo esterno  $h_e = 100 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  è causato da flusso esterno di aria. Qual è il coefficiente globale di scambio termico  $U_c$  riferito al lato caldo? La resistenza termica del tubo è significativa?
- 17.104** Un tubo in acciaio ( $\lambda = 50 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ) con diametro interno  $D_i = 20 \text{ mm}$  e diametro esterno  $D_e = 26 \text{ mm}$  viene utilizzato per trasmettere calore da gas caldi che scorrono sul tubo ( $h_c = 200 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ ) ad acqua che scorre nel tubo ( $h_f = 8000 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ ). Qual è il coefficiente globale di scambio termico lato freddo  $U_f$ ?
- 17.105** Un tubo in rame con diametri interno ed esterno rispettivamente  $D_i = 13 \text{ mm}$  e  $D_e = 18 \text{ mm}$  viene utilizzato in uno scambiatore di calore a tubi e mantello (Figura P17.105). Il coefficiente convettivo associato al processo di condensazione è di 11000  $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$ .
- Stimare il coefficiente convettivo relativo al flusso interno supponendo che questo sia completamente sviluppato.
  - Determinare il coefficiente globale di scambio termico  $U_c$  relativo all'area esterna del tubo. Confrontare le resistenze termiche dovute alla convezione interna, alla conduzione nelle pareti del tubo e alla condensazione. Rappresentare tali resistenze in un circuito termico e identificare tutti gli elementi.

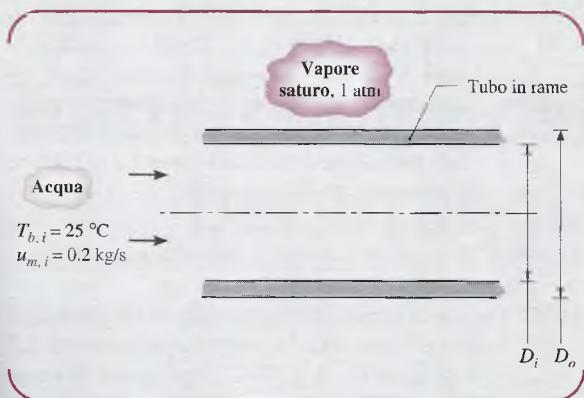


Figura P17.105

**Scambiatori di calore – Tipologia a tubi concentrici**

**17.106** Si consideri lo scambiatore di calore controcorrente dell'Esempio 17.14. Dall'analisi, si sa che il coefficiente globale di scambio termico è dominato dal coefficiente convettivo lato caldo  $h_c$ . Il responsabile di produzione scopre che inserendo una spirale si incrementerebbe  $h_c$  di un fattore 10. Se si riuscisse a ottenere questo miglioramento, quale sarebbe la lunghezza del tubo, a parità delle altre condizioni?

**17.107** Si consideri lo scambiatore di calore controcorrente dell'Esempio 17.14. Il progettista vorrebbe tenere conto dell'effetto della portata di raffreddamento sulla lunghezza del tubo. Tutte le altre condizioni, inclusa la temperatura di uscita di  $60^\circ\text{C}$ , rimangono le stesse. Calcolare la lunghezza  $L$  del tubo e la temperatura di uscita dell'acqua  $T_{f,u}$  se si raddoppiasse la portata di acqua.

**17.108** Si consideri uno scambiatore di calore a tubi concentrici con un'area di  $50 \text{ m}^2$  che opera nelle seguenti condizioni:

|  | Fluido caldo | Fluido freddo |
|--|--------------|---------------|
| Capacità termica, $\text{kW}/\text{K}$   | 6            | 3             |
| Temperatura d'ingresso, $^\circ\text{C}$ | 60           | 30            |
| Temperatura d'uscita, $^\circ\text{C}$   | -            | 54            |

(a) Determinare la temperatura d'uscita del fluido caldo.

(b) Lo scambiatore di calore è equicorrente o controcorrente, o non è possibile dirlo sulla base dei dati forniti?

(c) Calcolare il coefficiente globale di scambio termico.

**17.109** Si consideri uno scambiatore di calore a tubi concentrici molto lungo, caratterizzato da correnti di acqua calda e fredda che entrano a  $85$  e  $15^\circ\text{C}$  rispettivamente. La portata massica dell'acqua calda è il doppio di quella dell'acqua fredda. Considerando gli stessi calori specifici per l'acqua calda e fredda, determinare la temperatura d'uscita dell'acqua calda

nei seguenti casi: (a) scambiatore controcorrente, (b) scambiatore equicorrente.

**17.110** Uno scambiatore di calore a tubi concentrici controcorrente viene utilizzato per raffreddare un motore, ed è stato esercito per un notevole periodo di tempo. La superficie di scambio termico dello scambiatore è di  $5 \text{ m}^2$ , e il valore di progetto del coefficiente globale di scambio termico è di  $38 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Durante un test di funzionamento, una portata di  $0.1 \text{ kg/s}$  di olio viene raffreddata da  $110^\circ\text{C}$  a  $66^\circ\text{C}$  con acqua che entra alla temperatura di  $25^\circ\text{C}$  con portata massica di  $0.2 \text{ kg/s}$ . Determinare se nel periodo di funzionamento si sono formate delle incrostazioni. In caso affermativo, calcolare il fattore di sporcoamento  $R''(\text{m}^2\text{K}/\text{W})$ .

**17.111** Un fluido di processo con calore specifico di  $3500 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$  e portata di  $2 \text{ kg/s}$  deve essere raffreddato da  $80^\circ\text{C}$  a  $50^\circ\text{C}$  mediante acqua fredda, fornita con una portata di  $2.5 \text{ kg/s}$  alla temperatura di  $15^\circ\text{C}$ . Assumendo un coefficiente globale di scambio termico pari a  $2000 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ , calcolare l'area di scambio termico necessaria nei seguenti casi: (a) scambiatore equicorrente, (b) scambiatore controcorrente.

**17.112** Una portata di acqua di  $225 \text{ kg/h}$  deve essere riscaldata da  $35$  a  $95^\circ\text{C}$  in uno scambiatore di calore a tubi concentrici. Il fluido caldo è olio a  $210^\circ\text{C}$  con portata  $225 \text{ kg/h}$  e calore specifico  $2095 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ . Sapendo che il coefficiente globale di scambio termico relativo al diametro esterno del tubo è di  $550 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ , calcolare la lunghezza dello scambiatore con un diametro esterno di  $100 \text{ mm}$ .

**17.113** Si consideri uno scambiatore di calore a tubi concentrici con acqua calda e fredda che entrano rispettivamente a  $200$  e  $35^\circ\text{C}$ . Le portate massiche dei fluidi caldo e freddo sono rispettivamente  $42$  e  $84 \text{ kg/h}$ . Si assuma un coefficiente globale di scambio termico di  $180 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Se lo scambiatore di calore opera in controcorrente con una superficie di scambio termico di  $0.33 \text{ m}^2$ , determinare la temperatura di uscita dei due fluidi.

**17.114** Uno scambiatore di calore a tubi concentrici per raffreddare olio lubrificante è composto da un tubo interno a parete sottile di diametro  $25 \text{ mm}$  che trasporta acqua e da un tubo esterno di  $45 \text{ mm}$  di diametro in cui scorre l'olio. Lo scambiatore opera controcorrente con un coefficiente globale di scambio termico di  $60 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  e le proprietà medie riportate in tabella

| Proprietà                               | Acqua              | Olio               |
|---|--------------------|--------------------|
| $\rho (\text{kg}/\text{m}^3)$           | 1000               | 800                |
| $c_p (\text{J}/\text{kg}\cdot\text{K})$ | 4200               | 1900               |
| $\nu (\text{m}^2/\text{s})$             | $7 \times 10^{-7}$ | $1 \times 10^{-5}$ |
| $k (\text{W}/\text{m}\cdot\text{K})$    | 0.64               | 0.134              |
| Pr                                      | 4.7                | 140                |

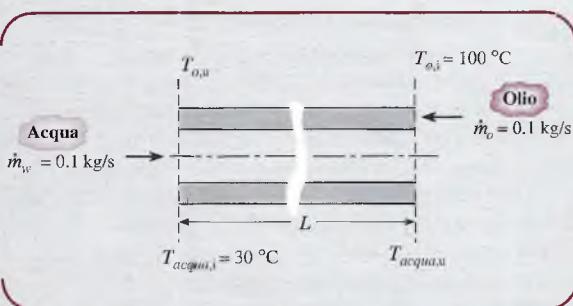


Figura P17.114

(a) Se la temperatura di uscita dell'olio è 60 °C, determinare la potenza termica scambiata e la temperatura di uscita dell'acqua.

(b) Determinare la lunghezza dello scambiatore.

**17.115** In un processo di una lattoria, una portata di 250 l/h di latte alla temperatura corporea delle mucche di 38.6 °C deve essere raffreddato fino a una temperatura uguale o inferiore a 13 °C per essere conservato correttamente. Si ha a disposizione una portata di 0.72 m<sup>3</sup>/h di acqua di falda a 10 °C. La densità e il calore specifico del latte sono rispettivamente 1030 kg/m<sup>3</sup> e 3860 J/(kg·K).

- (a) Determinare la temperatura d'uscita dell'acqua.  
 (b) Determinare il prodotto UA per uno scambiatore di calore controcorrente. Calcolare la lunghezza dello scambiatore sapendo che il tubo interno ha diametro 50 mm e che il coefficiente globale di scambio termico è  $U = 1000 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ .  
 (c) Utilizzando il valore di UA trovato al punto (a), determinare la temperatura di uscita del latte se si raddoppia la portata dell'acqua. Qual è la temperatura d'uscita se la portata viene dimezzata?

**17.116** In un'operazione a cuore aperto, il sangue del paziente viene raffreddato prima dell'intervento e riscaldato dopo. Si propone di utilizzare uno scambiatore di calore controcorrente a tubi concentrici lungo 0.5 m, con un tubo interno a parete sottile di diametro 55 mm. Il calore specifico del sangue è di 3500 J/(kg·K). Il coefficiente globale di scambio termico è di 500 W/(m<sup>2</sup>K). Se si utilizza acqua a  $T_{c,i} = 60^\circ\text{C}$  e  $\dot{m} = 0.215 \text{ kg/s}$  per riscaldare il sangue che entra nello scambiatore a  $T_{i,i} = 18^\circ\text{C}$  e  $\dot{m}_h = 0.05 \text{ kg/s}$ , qual è la temperatura del sangue all'uscita?

**17.117** Uno scambiatore di calore a tubi concentrici controcorrente è progettato per riscaldare acqua da 20 a 80 °C utilizzando olio caldo che entra nel tubo esterno a 160 °C ed esce a 140 °C. Il tubo interno a parete sottile ha diametro  $D_i = 20 \text{ mm}$  e il coefficiente globale di scambio termico è pari a 500 W/(m<sup>2</sup>K). Le condizioni di progetto prevedono una potenza trasmessa di 3000 W.

- (a) Qual è la lunghezza dello scambiatore di calore?  
 (b) Dopo 3 anni di funzionamento le prestazioni sono degradate dalla presenza di incrostazioni sul

lato acqua dello scambiatore, e la temperatura di uscita dell'acqua è di 65 °C nelle stesse condizioni di portata e di ingresso dei fluidi. Quali sono i corrispondenti valori della potenza termica scambiata, della temperatura di uscita dell'olio, del coefficiente di scambio termico e del fattore di sporcamento  $R_{fc}''$  lato acqua?

### Scambiatori di calore – A tubi e mantello e a correnti incrociate

**17.118** Dei gas di scarico caldi sono utilizzati in uno scambiatore di calore a tubi e mantello per riscaldare 2.5 kg/s di acqua da 35 a 85 °C. I gas, aventi le stesse proprietà dell'aria, entrano a 200 °C ed escono a 93 °C. Il coefficiente globale di scambio termico è pari a 180 W/(m<sup>2</sup>K). Calcolare l'area della superficie di scambio termico.

**17.119** Del vapore saturo a 100 °C condensa in uno scambiatore di calore a tubi e mantello (un passaggio nel mantello e due passaggi nei tubi) con un coefficiente globale di scambio termico di 2000 W/(m<sup>2</sup>K). Una portata di 0.5 kg/s di acqua entra a 15 °C ed esce a 48 °C. Determinare l'area della superficie di scambio termico e la quantità di vapore che condensa.

**17.120** Il radiatore di un'automobile può essere approssimato a uno scambiatore di calore a correnti incrociate. Una portata di 0.05 kg/s di acqua entra nel radiatore a 400 K ed esce a 330 K. L'acqua è raffreddata da una portata di 0.75 kg/s di aria a 300 K. Sapendo che il coefficiente globale di scambio termico è pari a 200 W/(m<sup>2</sup>K), qual è l'area della superficie di scambio termico necessaria?

**17.121** Uno scambiatore di calore a correnti incrociate viene utilizzato in una procedura di bypass cardiopolmonare per raffreddare il sangue che scorre a 5 l/min dalla temperatura corporea di 37 °C a quella di 25 °C, al fine di indurre ipotermia, diminuendo il metabolismo e la richiesta di ossigeno. Il refrigerante è acqua a 0 °C, con una portata tale per cui esce a 15 °C. Il coefficiente globale di scambio termico dello scambiatore di calore è di 750 W/(m<sup>2</sup>K). La densità e il calore specifico del sangue sono rispettivamente pari a 1050 kg/m<sup>3</sup> e 3740 J/(kg·K).

- (a) Determinare la potenza termica scambiata.  
 (b) Calcolare la portata d'acqua.  
 (c) Qual è l'area della superficie di scambio termico?

**17.122** Uno scambiatore di calore a correnti incrociate a passaggio singolo utilizza gas di scarico caldi per riscaldare 3 kg/s di acqua da 30 a 80 °C. I gas di scarico, con proprietà termofisiche analoghe all'aria, entrano ed escono rispettivamente a 225 e 100 °C. Sapendo che il coefficiente globale di scambio termico è di 200 W/(m<sup>2</sup>K), stimare l'area della superficie di scambio termico necessaria.

# Trasmissione del calore per irraggiamento

## Obiettivi del capitolo

Quando due superfici si trovano a temperature differenti, tra di esse avviene uno scambio termico per irraggiamento, anche se si è in assenza di un mezzo trasparente interposto. Nel Paragrafo 15.1.3 si sono introdotti il fenomeno radiativo (emissione, irradiazione, assorbimento e riflessione), le proprietà radiative (emissività, coefficiente di assorbimento e di riflessione) e l'equazione del flusso termico (legge di Stefan-Boltzmann).

In questo capitolo si approfondiscono quegli argomenti introduttivi e si presenta un metodo per trattare lo scambio termico per irraggiamento su superfici selettive e all'interno di cavità. Le superfici selettive hanno proprietà di emissione e di assorbimento legate alle diverse lunghezze d'onda della radiazione. Alcuni esempi di questo comportamento sono la neve e i collettori solari. Esempi di cavità sono i forni e le fornaci; si tratteranno le superfici di tali apparecchiature come grigie (cioè facendo l'ipotesi che le proprietà non siano dipendenti dalla lunghezza d'onda di emissione) e si faranno altre ipotesi per semplificare l'analisi in molte applicazioni pratiche.

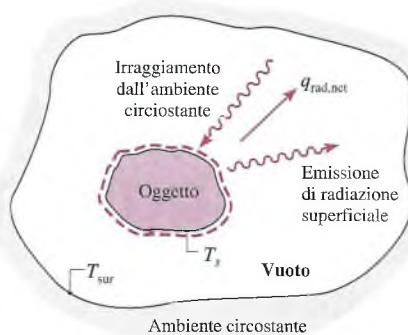
Gli obiettivi di questo capitolo sono di tre tipi. Il primo è di comprendere appieno i fondamenti della radiazione termica. Il secondo obiettivo è di sviluppare una metodologia per eseguire bilanci energetici su una superficie con proprietà selettive. Il terzo obiettivo è di sviluppare delle relazioni che consentano di calcolare lo scambio termico radiativo tra superfici, *inclusa* le cavità.

La trattazione inizia con la descrizione del campo elettromagnetico di radiazione, con la definizione e le caratteristiche del corpo nero e con l'introduzione dei metodi per eseguire bilanci energetici. Il seguito del capitolo è diviso in due parti: la prima dedicata alle superfici selettive e a una discussione sui bilanci energetici. La seconda parte riguarda i corpi grigi e si utilizzano fattori di vista per descrivere le caratteristiche geometriche e rappresentare un problema di scambio termico per irraggiamento attraverso una rete di resistenze, allo scopo di facilitare l'analisi dello scambio termico.

## 18.1 Concetti fondamentali

Si consideri un oggetto inizialmente a una temperatura  $T_s$ , diversa dalla temperatura ambiente  $T_{amb}$ , e che tra di essi ci sia il vuoto (Figura 18.1). La presenza del vuoto impedisce lo scambio di calore per conduzione e convezione, ma la nostra intuizione ci suggerisce che si raggiungerà l'equilibrio termico. Il raffreddamento dell'oggetto è dovuto alla riduzione dell'energia interna immagazzinata ed è una conseguenza dell'emissione di radiazione termica dalla sua superficie; allo stesso tempo la superficie riceve e assorbe la radiazione che proviene dall'ambiente circostante. Di fatto, se  $T_s > T_{amb}$ , la potenza termica  $q_{rad.net}$  è scambiata dalla superficie all'ambiente e la superficie si raffredderà fino a che  $T_s$  non raggiunge  $T_{amb}$ .

Si associa la **radiazione termica** con la potenza emessa da un corpo a causa della sua temperatura. In questo momento tutta la materia che ci circonda sta emettendo radiazione: gli arredi e le pareti se ci si trova in un ambiente interno, il terreno, gli edifici, l'atmosfera e il sole se ci si trova all'esterno. Il meccanismo di **emissione** è legato all'energia emessa



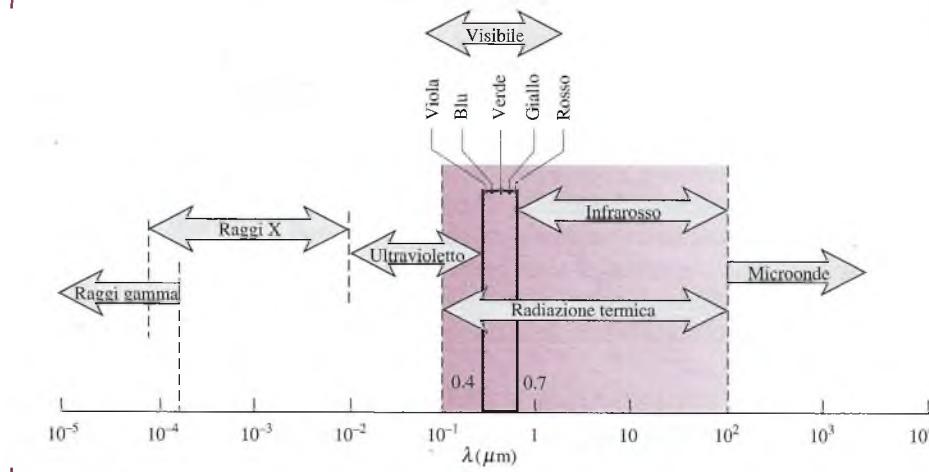
**Figura 18.1** Un oggetto caldo viene raffreddato per irraggiamento e raggiunge l'equilibrio termico con l'ambiente circostante.

in conseguenza delle oscillazioni e delle transizioni degli elettroni che compongono la materia. Di conseguenza si associa l'emissione di radiazione termica alle condizioni di eccitazione termica all'interno della materia.

Si sa che la radiazione è dovuta all'emissione di energia dalla materia e il trasporto non richiede la presenza di un mezzo, ma qual è la natura di questo trasporto di energia? Una teoria interpreta la radiazione come propagazione di un insieme di particelle dette *foton* o *quanti*; un'altra interpretazione prevede la propagazione attraverso onde elettromagnetiche. In ogni caso si attribuiscono alla radiazione le caratteristiche tipiche di un'onda, come la frequenza  $\nu$  e la lunghezza d'onda  $\lambda$ . Per un'onda che si propaga in un mezzo le due proprietà sono legate da  $\lambda = c/\nu$ , dove  $c$  è la velocità della luce nel mezzo (nel vuoto  $c_0 = 2.998 \times 10^8$  m/s). L'unità di misura della lunghezza d'onda è solitamente il micrometro ( $\mu\text{m}$ ), dove  $1 \mu\text{m} = 10^{-6}$  m.

L'intero spettro elettromagnetico è riportato in Figura 18.2. I raggi gamma, raggi X e ultravioletti (UV) a bassa lunghezza d'onda vengono studiati dai fisici e dagli ingegneri nucleari, mentre le radiazioni a elevata lunghezza d'onda come le microonde e le onde radio sono argomento di studio per gli ingegneri elettronici. La radiazione della zona intermedia dello spettro, che va da circa 0.1 a 100  $\mu\text{m}$  e include una parte dei raggi UV, tutta la radiazione visibile e gli infrarossi (IR), è detta *radiazione termica*.

La radiazione termica emessa da una superficie interessa un certo intervallo di lunghezze d'onda. Come mostrato in Figura 18.3, l'ampiezza della radiazione varia con la lunghezza d'onda e si usa il termine *spettrale* per riferirsi a questa dipendenza. La radia-



**Figura 18.2** Spettro della radiazione elettromagnetica; viene evidenziata la regione spettrale della radiazione termica.

zione emessa consiste in una distribuzione continua ma non uniforme di componenti monocromatiche (singola onda). Come si vedrà nel seguito, sia l'ampiezza della radiazione in ciascuna lunghezza d'onda sia la **distribuzione spettrale** variano con la natura e la temperatura della superficie emittente.

La natura spettrale della radiazione termica è una delle due caratteristiche necessarie per descriverla. La seconda ha a che fare con la direzionalità. Mentre alcune superfici emettono prevalentemente in certe direzioni, in Figura 18.4 si mostra una **distribuzione direzionale** della radiazione emessa uniforme in tutte le direzioni. Per questo tipo di distribuzione si usa il termine **diffusa** e la superficie è detta *emettitore diffuso*. L'ipotesi di distribuzione diffusa, che verrà applicata in questo testo, semplifica notevolmente le analisi e fornisce una buona approssimazione per molte applicazioni ingegneristiche.

Oltre a considerare l'emissione diffusa, in questa trattazione si considera per semplicità l'emissione come un fenomeno superficiale, lasciando a studi più avanzati l'analisi dei fenomeni volumetrici presenti nei gas e nei solidi semitransparenti come i vetri e i sali. Inoltre, si considera il mezzo che separa le superfici come non partecipativo, ovvero non assorbe e non diffrange la radiazione che lo attraversa e non emette radiazione. Tale semplificazione consentirà comunque di affrontare con sufficiente precisione la maggior parte dei problemi ingegneristici.

## 18.2 Quantità e processi legati alla radiazione

Nel seguito saranno analizzate tre quantità che descrivono la radiazione termica nelle interazioni con una superficie. Il potere emissivo e l'irradiazione riguardano rispettivamente i processi di emissione da una superficie e la radiazione incidente su di una superficie. La radiosità si riferisce alla radiazione che lascia una superficie per emissione e per riflessione. Si ipotizza che la radiazione sia diffusa, ma si distingue tra quantità spettrali (o monocromatiche) e totali. Utilizzando questi concetti, si introdurrà il bilancio energetico superficiale in due forme diverse che saranno utili per la soluzione dei problemi e per lo sviluppo di metodi di analisi.

### 18.2.1 Potere emissivo

Si ricorda che qualsiasi superficie che si trovi a una temperatura finita emette radiazioni termiche. Il concetto di **potere emissivo** viene introdotto per misurare la potenza emessa sotto forma di radiazione per unità di superficie. Il potere emissivo spettrale  $E_\lambda$  ( $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}$ ) è definito come la potenza di lunghezza d'onda  $\lambda$  emessa nello spazio in tutte le direzioni nella calotta emisferica, per unità di superficie e per unità di intervallo di lunghezza d'onda attorno a  $\lambda$  (Figura 18.5).

Il potere emissivo totale  $E$  ( $\text{W}/\text{m}^2$ ) è la potenza alla quale viene emessa la radiazione per unità di superficie in tutte le direzioni e a tutte le lunghezze d'onda. Di conseguenza, come illustrato nella Figura 18.6

$$E = \int_0^\infty E_\lambda(\lambda) d\lambda \quad (18.1)$$

### 18.2.2 Irradiazione

Le radiazioni incidenti possono provenire dall'emissione e dalla riflessione che si verificano da parte di altre superfici, dall'ambiente circostante e da altre sorgenti di radiazione come per esempio delle lampade. La radiazione incidente (Figura 18.7) rappresenta un flusso radente, chiamato **irradiazione**, che comprende la radiazione incidente da tutte le direzioni.



Figura 18.3

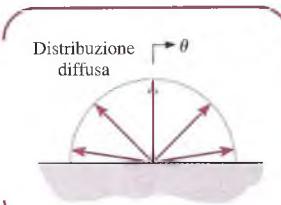


Figura 18.4

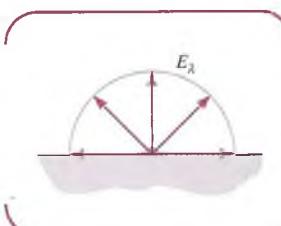


Figura 18.5

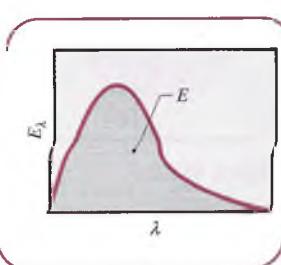


Figura 18.6

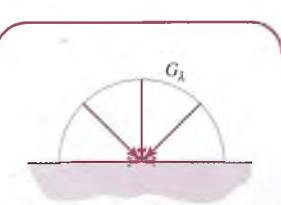


Figura 18.7

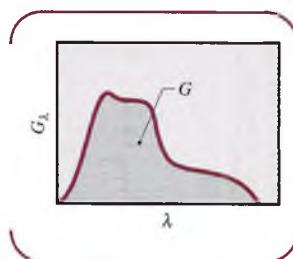


Figura 18.8

L'irradiazione spettrale  $G_\lambda$  ( $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}$ ) è definita come la potenza alla quale la radiazione di lunghezza d'onda  $\lambda$  incide su una superficie, per unità di area della superficie e per unità di intervallo di lunghezza d'onda  $d\lambda$  attorno a  $\lambda$ .

L'irradiazione totale  $G$  ( $\text{W}/\text{m}^2$ ) rappresenta la potenza alla quale la radiazione incide per unità di area da tutte le direzioni e a tutte le lunghezze d'onda, ovvero

$$G = \int_0^\infty G_\lambda(\lambda) d\lambda \quad (18.2)$$

dove il termine  $G_\lambda(\lambda)$  è dato dalla distribuzione spettrale come illustrato nella Figura 18.8.

### 18.2.3 Radiosità



Figura 18.9

Il terzo flusso radiante di interesse, detto **radiosità**, rappresenta l'energia radiante che lascia una superficie. Poiché questa radiazione include la parte riflessa dell'irradiazione, come pure quella emessa direttamente (Figura 18.9), la radiosità è generalmente diversa dal potere emissivo. La radiosità spettrale  $J_\lambda$  ( $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}$ ) è definita come la potenza alla quale la radiazione di lunghezza d'onda  $\lambda$  lascia un'unità di area superficiale per unità di intervallo di lunghezza d'onda  $d\lambda$  attorno a  $\lambda$

$$J_\lambda = E_\lambda + G_{\lambda,\text{ref}} \quad (18.3)$$

dove  $E_\lambda$  è il potere emissivo spettrale che rappresenta la componente di emissione diretta, e  $G_{\lambda,\text{ref}}$  è la parte della irradiazione  $G$  che viene riflessa. La radiosità totale  $J$  ( $\text{W}/\text{m}^2$ ) associata a tutto lo spettro può essere espressa come integrale delle quantità spettrali

$$J = \int_0^\infty J_\lambda d\lambda = \int_0^\infty (E_\lambda + G_{\lambda,\text{ref}}) d\lambda \quad (18.4a)$$

o in funzione del potere emissivo totale e della parte riflessa dell'irradiazione totale.

$$J = E + G_{\text{ref}} \quad (18.4b)$$

### 18.2.4 Bilancio energetico superficiale con processi di radiazione

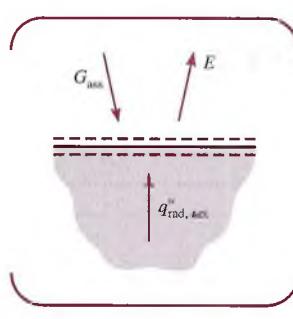


Figura 18.10

Seguendo la metodologia del Paragrafo 15.2, è importante riconoscere due forme dei bilanci energetici superficiali che saranno utili nei processi di radiazione.

Molto spesso, come si vedrà a breve, le proprietà che controllano l'emissione e l'assorbimento di radiazioni sono diverse. Per questo motivo, dall'Equazione 15.14, il bilancio energetico superficiale rappresentato in Figura 18.10 ha la forma

$$q''_{\text{rad},\text{net}} = E - G_{\text{ass}} \quad (18.5a)$$

dove  $q''_{\text{rad},\text{net}}$  è il flusso radiativo netto che lascia la superficie,  $E$  è il potere emissivo totale della superficie e  $G_{\text{ass}}$  è la parte assorbita della irradiazione totale  $G$ . Dal momento che  $q''_{\text{rad},\text{net}}$  è il flusso radiativo netto, esso differisce dalla radiosità  $J$ , che rappresenta il flusso radiante che lascia la superficie.

Il bilancio energetico superficiale può essere scritto in una forma alternativa in funzione della radiosità totale e della irradiazione totale. Per la superficie in Figura 18.11

$$q''_{\text{rad},\text{net}} = J - G \quad (18.5b)$$

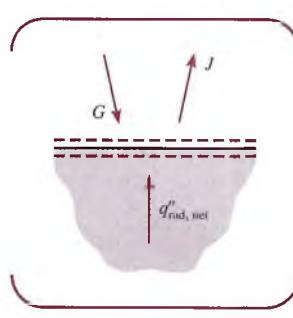


Figura 18.11

dove  $q''_{\text{rad},\text{net}}$  è la radiazione netta che lascia la superficie sotto forma di radiazione,  $J$  è la radiosità totale della superficie e  $G$  è l'irradiazione totale. Si ricorda dall'Equazione 18.4b, che la radiosità è la somma dell'irradiazione emessa e di quella riflessa che lasciano la superficie. Non è sempre conveniente calcolare la radiosità e per il seguito sarà più utile

**Tabella 18.1** Glossario delle quantità della radiazione termica

| Quantità        | Definizione  |
|-----------------|--|
| Potere emissivo | Potenza emessa per irraggiamento da una superficie in tutte le direzioni per unità di area superficiale, $E_\lambda(\text{W/m}^2 \times \mu\text{m})$ o $E(\text{W/m}^2)$ ; Equazione 18.1. Possibili descrittori: spettrale o totale.   |
| Irradiazione    | Potenza alla quale la radiazione incide su una superficie da tutte le direzioni per unità di area superficiale, $G_\lambda(\text{W/m}^2 \times \mu\text{m})$ o $G(\text{W/m}^2)$ ; Equazione 18.2. Possibili descrittori: spettrale o totale.  |
| Radiosità       | Potenza alla quale la radiazione lascia una superficie a causa di emissione e riflessione (irradiazione riflessa) in tutte le direzioni per area di unità della superficie. $J_\lambda (\text{W/m}^2 \times \mu\text{m})$ o $J (\text{W/m}^2)$ ; Equazioni 18.3 e 18.4. Possibili descrittori: spettrale o totale. |
| Descrittori     | Definizione  |
| Diffusa         | Si riferisce all'uniformità direzionale del campo di radiazione associato con emissione, irradiazione e riflessione.   |
| Spettrale       | Si riferisce a una singola lunghezza d'onda (monocromatico) o banda spettrale stretta; indicato dal pedice $\lambda$ .   |
| Totale          | Si riferisce a tutte le lunghezze d'onda; integrato su tutte le lunghezze d'onda ( $0 < \lambda < \infty$ )  |

l'Equazione 18.5a, ma quando si analizzerà lo scambio radiativo tra superfici in una cavità (Paragrafo 18.7) sarà necessaria l'Equazione 18.5b.

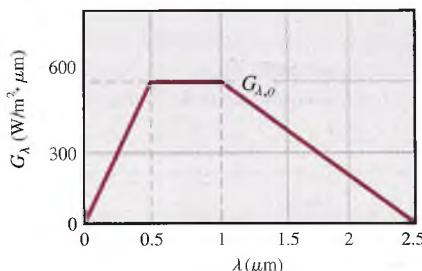
### 18.2.5 Sommario per le grandezze radiative

Il potere emissivo  $E$ , l'irradiazione  $G$  e la radiosità  $J$  sono le quantità necessarie per la descrizione dei processi radiativi superficiali. La conoscenza delle definizioni di tali grandezze e del loro impiego nelle Equazioni di bilancio 18.15a e 18.15b risulta utile per il calcolo della radiazione netta uscente da una superficie. La Tabella 18.1 riassume le definizioni di tali grandezze, come pure dei descrittori applicabili a ciascuna di esse.

#### Processi di radiazione e bilanci energetici superficiali

#### ESEMPIO 18.1

Il potere emissivo della piastra di un collettore solare è di  $525 \text{ W/m}^2$ . La distribuzione spettrale dell'irradiazione superficiale è mostrata in figura e l'85% dell'irradiazione viene assorbita, mentre solo il 15% viene riflessa.

**Figura E18.1**

- (a) Qual è l'irradiazione totale  $G$  sulla piastra? Qual è l'irradiazione totale assorbita  $G_{ass}$ ?
- (b) Qual è la radiosità totale  $J$  della piastra in queste condizioni?
- (c) Qual è il flusso radiativo netto  $q''_{rad,net}$  che lascia la superficie?

#### Soluzione

**Elementi noti** Potere emissivo totale, distribuzione spettrale dell'irradiazione, frazione di irradiazione assorbita e riflessa dalla superficie.

**Da determinare** (a) Irradiazione totale e assorbita, (b) radiosità totale e (c) flusso netto radiativo che lascia la superficie.

**Analisi** L'irradiazione totale può essere ricavata dall'Equazione 18.2, il cui integrale può essere calcolato rapidamente dividendolo in più parti. Le unità di misura per  $G_\lambda$  e  $\lambda$  sono rispettivamente  $\text{W/m}^2$  e  $\mu\text{m}$ .

$$\textcircled{1} \quad G = \int_0^\infty G_\lambda d\lambda = \int_0^{0.5\mu\text{m}} G_\lambda d\lambda + \int_{0.5}^{1\mu\text{m}} G_\lambda d\lambda + \int_1^{2.5\mu\text{m}} G_\lambda d\lambda + \int_{2.5}^\infty G_\lambda d\lambda$$

$$G = 0.5G_{\lambda,o}(\lambda_1 - 0) + G_{\lambda,o}(\lambda_2 - \lambda_1) + 0.5G_{\lambda,o}(\lambda_3 - \lambda_2) + 0$$

$$G = 0.5 \times 600(0.5 - 0) + 600(1.0 - 0.5) + 0.5 \times 600(2.5 - 1.0) + 0$$

$$G = 150 + 300 + 450 = 900 \text{ W/m}^2$$

Indicando con  $\alpha = 0.85$  la frazione assorbita dell'irradiazione, la radiazione assorbita è

$$G_{\text{abs}} = \alpha G = 0.85 \times 900 \text{ W/m}^2 = 765 \text{ W/m}^2$$

**(b)** La radiosità totale è la somma dell'irradiazione diretta emessa e di quella riflessa. Dall'Equazione 18.4b, con  $\rho = 0.15$  che rappresenta la frazione di irradiazione che viene riflessa, si trova

$$J = E + G_{\text{eff}} = E + \rho G$$

$$J = 525 \text{ W/m}^2 + 0.15 \times 900 \text{ W/m}^2 = 660 \text{ W/m}^2$$

**(c)** Dall'Equazione 18.5a, si può scrivere il bilancio energetico superficiale in funzione del potere emissivo e dell'irradiazione totale assorbita, in modo da ottenere il flusso radiativo netto che lascia la superficie

$$q''_{\text{rad},\text{net}} = E - G_{\text{ass}} = 525 \text{ W/m}^2 - 765 \text{ W/m}^2 = -240 \text{ W/m}^2$$

**2** In alternativa, il bilancio energetico può essere scritto, applicando l'Equazione 18.5b, in funzione della radiosità totale e dell'irradiazione totale come

$$q''_{\text{rad},\text{net}} = J - G = 660 \text{ W/m}^2 - 900 \text{ W/m}^2 = -240 \text{ W/m}^2$$

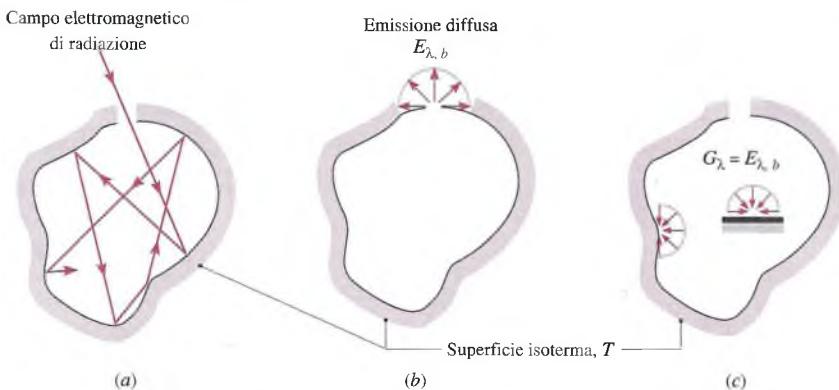
Il segno negativo indica che il flusso radiativo netto entra nel collettore.

- 1** Generalmente, le sorgenti di radiazione non forniscono una distribuzione spettrale così regolare come quella descritta nell'esempio. In ogni caso, però, la procedura da utilizzare per determinare l'irradiazione totale a partire dalla distribuzione spettrale rimane la stessa, sebbene il calcolo dell'integrale possa essere più complicato.
- 2** Occorre comprendere a fondo l'equivalenza delle due forme di bilancio presentate in precedenza

### 18.3 Radiazione di corpo nero

Prima di tentare di descrivere le caratteristiche della radiazione delle superfici reali, è utile introdurre il concetto di corpo nero. Una superficie ideale avente le seguenti **proprietà** è detta **corpo nero**.

- Un corpo nero assorbe tutta la radiazione incidente, indipendentemente dalla sua lunghezza d'onda e dalla sua direzione.
- Per una determinata temperatura e lunghezza d'onda, nessuna superficie può emettere più energia di un corpo nero.
- Anche se la radiazione emessa da un corpo nero è funzione della lunghezza d'onda e della temperatura, essa è indipendente dalla direzione: il corpo nero è un emettitore diffuso.



**Figura 18.12**  
Caratteristiche di una cavità isoterma (corpo nero). (a) totale assorbimento. (b) Emissione diffusa da un'apertura. (c) Irradiazione diffusa sulle superfici interne.

Essendo assorbitore perfetto ed emettitore diffuso, il corpo nero funge da riferimento rispetto al quale vengono confrontate le proprietà radiative delle superfici reali.

Anche se le sue caratteristiche sono molto simili a quelle di alcune superfici particolari, queste superfici non hanno esattamente le stesse proprietà di un corpo nero. La più vicina approssimazione si ottiene con una cavità con una piccola apertura, la cui superficie interna sia a una temperatura uniforme (Figura 18.12). Questa **cavità isoterma** ha le seguenti caratteristiche.

- **Assorbimento completo.** Se la radiazione entra attraverso l'apertura di piccole dimensioni (Figura 18.12a), essa viene riflessa molte volte all'interno prima di uscire; la radiazione è quasi interamente assorbita dalla cavità e il comportamento è approssimabile a quello del corpo nero.
- **Emissione del corpo nero.** Sulla base di considerazioni che derivano dai principi della termodinamica, si può sostenere che la radiazione che lascia l'apertura dipende solo dalla temperatura superficiale (Figura 18.12b). L'emissione del corpo nero è diffusa e ha il potere emissivo spettrale del corpo nero  $E_{\lambda,n}$ . Si noti l'utilizzo del pedice  $n$  per indicare le condizioni del corpo nero.
- **Irraggiamento del corpo nero su superfici interne.** Il campo elettromagnetico di radiazione all'interno della cavità, che è l'effetto cumulativo delle emissioni e delle riflessioni dalla superficie della cavità, deve avere le stesse caratteristiche della radiazione che emerge dall'apertura. Ne consegue che esiste un campo di radiazione di corpo nero all'interno della cavità e qualsiasi piccola superficie della cavità (Figura 18.12c) è caratterizzata dall'irradiazione del corpo nero, per la quale.

$$G_{\lambda} = E_{\lambda,n}(\lambda, T) \quad (\text{cavità isoterma}) \quad (18.6)$$

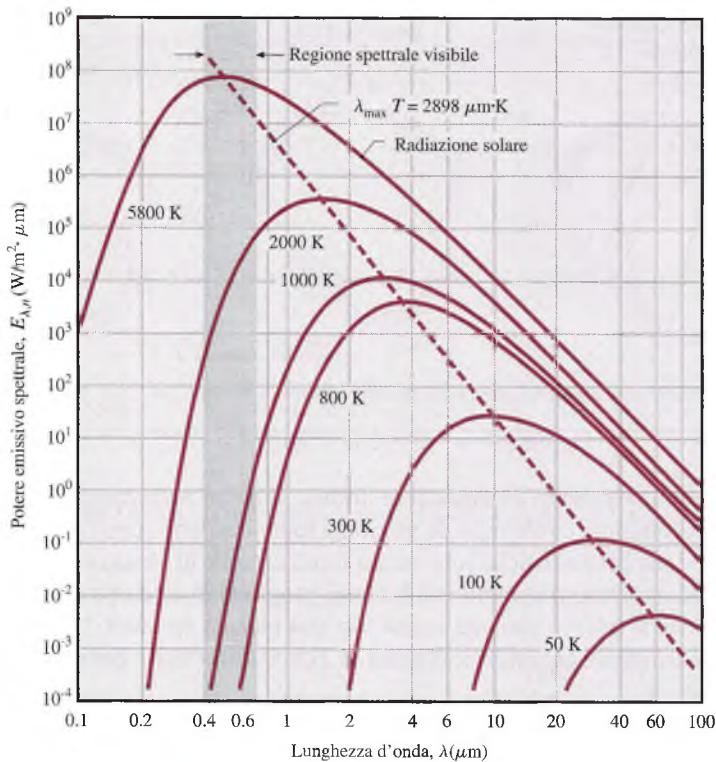
Si noti che la radiazione di corpo nero all'interno della cavità è indipendente dalle caratteristiche della superficie e dal fatto che la superficie sia altamente riflettente o assorbente.

### 18.3.1 Distribuzione di Planck

La **distribuzione spettrale** dell'emissione di un corpo nero è stata determinata da **Planck** e ha la seguente forma

$$E_{\lambda,n}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2/\lambda T) - 1]} \quad (18.7)$$

dove la prima e la seconda costante della radiazione sono



**Figura 18.13** Potere emissivo spettrale del corpo nero (distribuzione spettrale di Planck).

$$C_1 = 2\pi h c_o^2 = 3.742 \times 10^8 \text{ W} \cdot \mu\text{m}^4/\text{m}^2 \quad C_2 = (hc_o/k) = 1.439 \times 10^4 \mu\text{m} \cdot \text{K}$$

e  $T$  è la temperatura assoluta del corpo nero. Si osservi che  $C_1$  e  $C_2$  sono calcolate a partire da costanti universali  $h$ ,  $k$  e  $c_o$ , che sono rispettivamente la costante di Planck, la costante di Boltzmann e la velocità della luce nel vuoto. (Si veda la contro copertina per i valori delle costanti fisiche.)

Il grafico dell'Equazione 18.7, conosciuta come distribuzione spettrale di Planck, è tracciato nella Figura 18.13 per alcune determinate temperature. Occorre ricordare diverse importanti caratteristiche.

- La radiazione emessa varia con continuità con la lunghezza d'onda.
- Per ogni lunghezza d'onda l'entità della radiazione emessa aumenta con la temperatura.
- La regione spettrale in cui si concentra la radiazione dipende dalla temperatura; al crescere della temperatura la maggiore radiazione si riscontra in corrispondenza di lunghezze d'onda più corte.

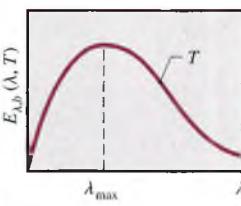
### 18.3.2 Legge dello spostamento di Wien

Dalla Figura 18.13 è evidente che la distribuzione spettrale di un corpo nero ha un massimo e che la corrispondente lunghezza d'onda  $\lambda_{max}$  dipende dalla temperatura. La natura di questa dipendenza è ottenuta differenziando l'Equazione 18.7 rispetto a  $\lambda$  e ponendo il risultato uguale a zero. Così facendo, si ottiene

$$\lambda_{max} T = C_3 \quad (18.8)$$

dove la terza costante della radiazione è  $C_3 = 2.897.8 \mu\text{m K}$ .

L'Equazione 18.8 è nota come **legge dello spostamento di Wien**, e il luogo dei punti descritti dalla legge è indicato con linea tratteggiata nella Figura 18.13. In base a questo risultato, il massimo potere emissivo spettrale si sposta verso lunghezze d'onda inferiori



con l'aumento della temperatura. Per la radiazione solare, l'emissione massima è al centro dello spettro visibile ( $\lambda = 0.50 \mu\text{m}$ ), dato che il sole emette approssimativamente come un corpo nero a 5800 K. Per un corpo nero a 1000 K, il picco di emissione avviene a 2.90  $\mu\text{m}$ , con una parte della radiazione emessa nella regione del visibile come luce rossa. Con l'aumentare della temperatura, le lunghezze d'onda corte diventano via via prevalenti, fino a che l'emissione più significativa si verifica su tutto lo spettro visibile.

**Per esempio...** Una lampada a filamento di tungsteno che funziona a 2900 K ( $\lambda_{\max} = 1 \mu\text{m}$ ) emette luce bianca, anche se la maggior parte delle emissioni rimane nella regione infrarossa. ■

### 18.3.3 Legge di Stefan-Boltzmann

Sostituendo la distribuzione di Planck, Equazione 18.7, nell'Equazione 18.1, si può esprimere il potere emissivo totale di un corpo nero  $E_n$

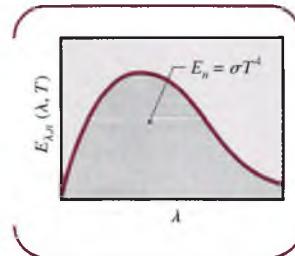
$$E_n = \int_0^{\infty} E_{\lambda,n} d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp(C_2/\lambda T) - 1]} d\lambda$$

Il risultato ottenuto dall'operazione di integrazione si chiama **legge di Stefan-Boltzmann**, e ha la forma

$$E_n = \sigma T^4 \quad (18.9)$$

dove la costante di Stefan Boltzmann, che dipende da  $C_1$  e  $C_2$ , ha il valore numerico di

$$\sigma = 5.670 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$$

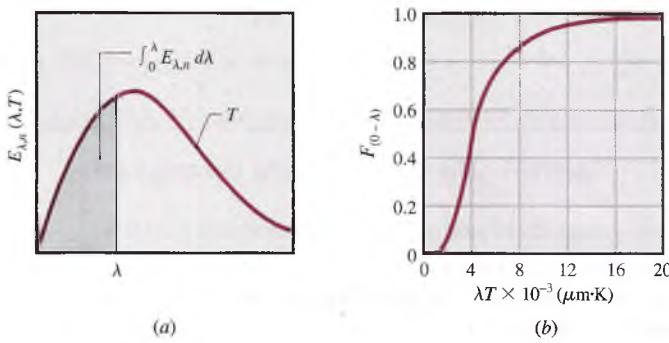


Questa legge, semplice ma importante, consente di calcolare la quantità di radiazione emessa in tutte le direzioni e su tutte le lunghezze d'onda partendo dalla conoscenza della temperatura del corpo nero.

### 18.3.4 Banda di emissione di corpo nero

Spesso è necessario conoscere la frazione dell'emissione totale prodotta da un corpo nero che avviene in un intervallo di lunghezza d'onda o banda spettrale. Tale informazione è utile per determinare l'estensione delle regioni spettrali che influenzano lo scambio radiativo, nonché per la valutazione delle proprietà radiative, come si vedrà nel prossimo paragrafo.

Per una temperatura fissata e nell'intervallo di lunghezze d'onda da 0 a  $\lambda$ , la **frazione di emissione nella banda** è data dal rapporto tra la sezione ombreggiata e l'area totale racchiusa dalla curva del corpo nero in Figura 18.14a. Di conseguenza, la frazione della banda ha la forma



**Figura 18.14** Frazione di emissione nella banda. (a) Emissione di radiazione da un corpo nero nella banda spettrale tra 0 e  $\lambda$ . (b) Frazione dell'emissione totale del corpo nero nella banda spettrale tra 0 e  $\lambda$  in funzione di  $\lambda T$ .

**Tabella 18.2** Frazioni di emissione nella banda per un corpo nero

| $\lambda T$<br>( $\mu\text{m}\cdot\text{K}$ ) | $F_{(0 \rightarrow \lambda)}$ | $\lambda T$<br>( $\mu\text{m}\cdot\text{K}$ ) | $F_{(0 \rightarrow \lambda)}$ | $\lambda T$<br>( $\mu\text{m}\cdot\text{K}$ ) | $F_{(0 \rightarrow \lambda)}$ |
|---|-------------------------------|---|-------------------------------|---|-------------------------------|
| 200   | 0.000000                      | 4,000   | 0.480877                      | 8,000   | 0.856288                      |
| 400   | 0.000000                      | 4,200   | 0.516014                      | 8,500   | 0.874608                      |
| 600   | 0.000000                      | 4,400   | 0.548796                      | 9,000   | 0.890029                      |
| 800   | 0.000016                      | 4,600   | 0.579280                      | 9,500   | 0.903085                      |
| 1,000   | 0.000321                      | 4,800   | 0.607559                      | 10,000  | 0.914199                      |
| 1,200   | 0.002134                      | 5,000   | 0.633747                      | 10,500  | 0.923710                      |
| 1,400   | 0.007790                      | 5,200   | 0.658970                      | 11,000  | 0.931890                      |
| 1,600   | 0.019718                      | 5,400   | 0.680360                      | 11,500  | 0.939959                      |
| 1,800   | 0.039341                      | 5,600   | 0.701046                      | 12,000  | 0.945098                      |
| 2,000   | 0.066728                      | 5,800   | 0.720158                      | 13,000  | 0.955139                      |
| 2,200   | 0.100888                      | 6,000   | 0.737818                      | 14,000  | 0.962898                      |
| 2,400   | 0.140256                      | 6,200   | 0.754140                      | 15,000  | 0.969981                      |
| 2,600   | 0.183120                      | 6,400   | 0.769234                      | 18,000  | 0.980860                      |
| 2,800   | 0.227897                      | 6,600   | 0.783199                      | 20,000  | 0.985602                      |
| 2,898   | 0.250108                      | 6,800   | 0.796129                      | 25,000  | 0.992215                      |
| 3,000   | 0.273232                      | 7,000   | 0.808109                      | 30,000  | 0.995340                      |
| 3,200   | 0.318102                      | 7,200   | 0.819217                      | 40,000  | 0.997967                      |
| 3,400   | 0.361735                      | 7,400   | 0.829527                      | 50,000  | 0.998953                      |
| 3,600   | 0.403607                      | 7,600   | 0.839102                      | 75,000  | 0.999713                      |
| 3,800   | 0.443382                      | 7,800   | 0.848005                      | 100,000                                       | 0.999905                      |

Nota: il valore ombreggiato corrisponde ai massimi  $\lambda_{\max}T = 2898 \mu\text{m}\cdot\text{K}$ , mostrati in Figura 18.13.

$$F_{(0 \rightarrow \lambda)} = \frac{\int_0^\lambda E_{\lambda,n} d\lambda}{\int_0^\infty E_{\lambda,n} d\lambda} = \frac{\int_0^\lambda E_{\lambda,n} d\lambda}{\sigma T^4} = \int_0^{\lambda T} \frac{E_{\lambda,n}}{\sigma T^5} d(\lambda T) = f(\lambda T) \quad (18.10a)$$

Dato che la funzione integranda ( $E_{\lambda,n}/\sigma T^5$ ) è una funzione esclusivamente del prodotto  $\lambda T$  tra la lunghezza d'onda e la temperatura, si può determinare l'integrale nell'Equazione 18.10a per ottenere  $F_{(0 \rightarrow \lambda)}$  in funzione del solo prodotto  $\lambda T$ . I risultati sono riportati nella Tabella 18.2 e in Figura 18.14b.

La frazione di emissione nella banda può essere utilizzata anche per ottenere la frazione della radiazione di corpo nero nella regione spettrale tra due lunghezze d'onda 1 e 2, utilizzando

$$F_{(\lambda_1 \rightarrow \lambda_2)} = \frac{\int_0^{\lambda_2} E_{\lambda,n} d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{\lambda,n} d\lambda}{\sigma T^4} = F_{(0 \rightarrow \lambda_2)} - F_{(0 \rightarrow \lambda_1)} \quad (18.10b)$$

### ESEMPIO 18.2

### Caratteristiche della radiazione del corpo nero

Si consideri una grande cavità isoterma che viene mantenuta a 2000 K.

- (a) Calcolare il potere emissivo della radiazione che emerge da una piccola apertura sulla superficie della cavità.

- (b) Qual è la lunghezza d'onda  $\lambda_1$  al di sotto della quale si concentra il 10% dell'emissione?  
 Qual è la lunghezza d'onda  $\lambda_2$  al di sopra della quale si concentra il 10% dell'emissione?
- (c) Determinare il massimo potere emissivo spettrale e la lunghezza d'onda di emissione a cui si verifica.
- (d) Qual è l'irradiazione incidente su un oggetto di piccole dimensioni posto all'interno della cavità?

### Soluzione

*Elementi noti* Grande cavità isoterma a 2000 K.

#### Da determinare

- (a) Potere emissivo di una piccola apertura sulla cavità.  
 (b) Lunghezze d'onda al di sotto e al di sopra delle quali si concentra il 10% della radiazione.  
 (c) Massimo potere emissivo spettrale e lunghezza d'onda corrispondente.  
 (d) Irradiazione su un piccolo oggetto all'interno della cavità.

#### Schema e dati forniti

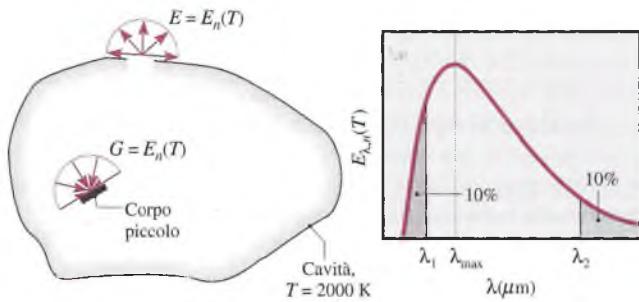


Figura E18.2

**Analisi** (a) L'emissione proveniente dall'apertura di una qualsiasi cavità isoterma avrà le caratteristiche della radiazione del corpo nero. Quindi, dall'Equazione 18.9, il potere emissivo spettrale del corpo nero è

$$E = E_n(T) = \sigma T^4 = 5.670 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{-K}^4(2000 \text{ K})^4$$

$$E = 9.07 \times 10^5 \text{ W/m}^2$$

(b) La lunghezza d'onda  $\lambda_1$  corrisponde al limite superiore della banda spettrale ( $0 \rightarrow \lambda_1$ ) contenente il 10% della radiazione emessa. Con  $F_{(0 \rightarrow \lambda_1)} = 0.10$ , dalla Tabella 18.2 risulta che  $\lambda_1 T < 2200 \mu\text{m}\cdot\text{K}$ , per cui

$$\lambda_1 = \frac{(\lambda_1 T)}{T} = \frac{2200 \mu\text{m}\cdot\text{K}}{2000 \text{ K}} = 1.1 \mu\text{m}$$

La lunghezza d'onda  $\lambda_2$  corrisponde al limite inferiore della banda spettrale ( $\lambda_2 \rightarrow \infty$ ) contenente il 10% della radiazione emessa. Con l'Equazione 18.10b

$$F_{(\lambda_2 \rightarrow \infty)} = F_{(0 \rightarrow \infty)} - F_{(0 \rightarrow \lambda_2)} = 1 - F_{(0 \rightarrow \lambda_2)} = 0.1$$

Notando che  $F_{(0 \rightarrow \lambda_2)} = 0.9$ , ne segue dalla Tabella 18.2 che  $\lambda_2 T = 9382 \mu\text{m}\cdot\text{K}$ , da cui

$$\lambda_2 = \frac{(\lambda_2 T)}{T} = \frac{9382 \mu\text{m}\cdot\text{K}}{1200 \text{ K}} = 4.69 \mu\text{m}$$

(c) Dalla legge di Wien, Equazione 18.8, quando  $T = 2000 \text{ K}$ , si trova

$$\lambda_{max} = 2898 \mu\text{m}\cdot\text{K}/2000 \text{ K} = 1.45 \mu\text{m}$$

Quindi, dall'Equazione 18.7, il potere emissivo spettrale corrispondente al picco della curva di corpo nero è

$$E_{\lambda,n}(\lambda_{\max}, T) = \frac{C_1}{\lambda_{\max}^5 [\exp(C_2/\lambda_{\max}T) - 1]}$$

$$E_{\lambda,n}(\lambda_{\max}, T) = \frac{3.742 \times 10^8 \text{ W} \cdot \mu\text{m}^4/\text{m}^2}{(1.45 \mu\text{m})^5 [\exp(1.439 \times 10^4 \mu\text{m} \cdot \text{K} / (1.45 \mu\text{m} \times 2000 \text{ K})) - 1]}$$

Un valore approssimato per il potere emissivo spettrale del corpo nero può essere letto dalla distribuzione di Planck tracciata nella Figura 18.13.

(d) L'irradiazione di qualsiasi oggetto di piccole dimensioni all'interno della cavità può essere approssimata come uguale all'emissione da parte di un corpo nero alla temperatura superficiale della cavità. Quindi, dall'Equazione 18.6,  $G = E_n(T)$ , nel qual caso, dalla parte (a)

$$G = 9.07 \times 10^5 \text{ W/m}^2$$

### ESEMPIO 18.3

### Frazione di emissione nella banda di corpo nero

Una superficie emette come un corpo nero a 1500 K. Qual è la potenza per unità di area ( $\text{W/m}^2$ ) alla quale emette radiazione nell'intervallo  $2 \mu\text{m} \leq \lambda \leq 4 \mu\text{m}$ ?

#### Soluzione

**Elementi noti** Temperatura di una superficie che emette come un corpo nero.

**Da determinare** Potenza emessa per unità di area alle lunghezze d'onda comprese tra  $\lambda = 2 \mu\text{m}$  e  $4 \mu\text{m}$ .

**Ipotesi** La superficie emette come un corpo nero.

**Analisi** Si può determinare l'emissione richiesta dall'Equazione 18.1 con i limiti dell'integrale tra  $\lambda_1 = 2 \mu\text{m}$  e  $\lambda_2 = 4 \mu\text{m}$

$$E(\lambda_1 \rightarrow \lambda_2) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda,n} d\lambda$$

Moltiplicando e dividendo per  $E_n$ , si può mettere questo risultato in una forma che consenta l'uso della Tabella 18.2 per valutare l'integrazione spettrale. In particolare

$$E(\lambda_1 \rightarrow \lambda_2) = E_b \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{E_{\lambda,n}}{E_b} d\lambda = E_b [F_{(0 \rightarrow 4)} - F_{(0 \rightarrow 2)}]$$

dove le frazioni di emissione nella banda si calcolano usando la Tabella 18.2 come

$$\lambda_1 T = 2 \mu\text{m} \times 1500 \text{ K} = 3000 \mu\text{m} \cdot \text{K}: \quad F_{(0 \rightarrow 2)} = 0.273$$

$$\lambda_2 T = 4 \mu\text{m} \times 1500 \text{ K} = 6000 \mu\text{m} \cdot \text{K}: \quad F_{(0 \rightarrow 4)} = 0.738$$

Quindi, dalla legge di Stefan-Boltzmann, Equazione 18.9, discende che

$$E(\lambda_1 \rightarrow \lambda_2) = (0.738 - 0.273)E_n = (0.465)E_n$$

$$E(\lambda_1 \rightarrow \lambda_2) = (0.465)(5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(1500 \text{ K})^4 = 1.33 \times 10^5 \text{ W/m}^2$$

- 1 Il potere emissivo nella banda spettrale tra 2 e 4  $\mu\text{m}$  è il 46.5% del potere emissivo totale  $E_n$  del corpo nero a 1500 K.

## SUPERFICI CON SELETTIVITÀ SPETTRALE

Dopo aver sviluppato il concetto di corpo nero per descrivere il comportamento ideale delle superfici, si analizza ora il comportamento delle superfici reali. In questa parte del capitolo si introducono le proprietà radiative per identificare le caratteristiche delle superfici con selettività spettrale. Gli esempi illustrano la metodologia per eseguire bilanci energetici su tali superfici.

### 18.4 Proprietà radiative delle superfici reali

Si comincia definendo l'emissività spettrale e totale, le proprietà radiative che descrivono il processo di emissione. Si introdurranno anche proprietà radiative quali il coefficiente di assorbimento, di riflessione e di trasmissione, che caratterizzano le modalità con cui le superfici reali intercettano l'irradiazione incidente, e si analizzeranno relazioni tra tali proprietà. Le proprietà radiative principali sono disponibili per differenti tipologie di materiali e si presenteranno alcune importanti applicazioni delle superfici selettive.

#### 18.4.1 Emissione superficiale: emissività

È importante comprendere che, in generale, la radiazione spettrale emessa da una superficie reale è diversa dalla distribuzione spettrale di Planck (Figura 18.15). Per questa ragione l'emissività, che verrà ora definita e studiata, assume valori diversi a seconda che si sia interessati all'emissione in una certa lunghezza d'onda (spettrale) o a quella su tutte le lunghezze d'onda (totale).

L'emissività spettrale  $\varepsilon_\lambda$  è definita come il rapporto tra il potere emissivo spettrale di una superficie e quello di un corpo nero alla stessa temperatura e alla stessa lunghezza d'onda

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T) = \frac{E_\lambda(\lambda, T)}{E_{\lambda,n}(\lambda, T)} \quad (18.11)$$

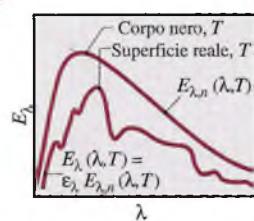


Figura 18.15

L'emissività totale  $\varepsilon$  è definita come il rapporto tra il potere emissivo totale di una superficie e quello di un corpo nero alla stessa temperatura

$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_n(T)} \quad (18.12)$$

Sostituendo dalle Equazioni 18.1 e 18.11, si trova che

$$\varepsilon(T) = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(\lambda, T) E_{\lambda,n}(\lambda, T) d\lambda}{E_n(T)} \quad (18.13)$$

Se le emissività delle superfici sono note, è semplice calcolarne i poteri emissivi. In particolare, se  $\varepsilon_\lambda(\lambda, T)$  è nota, si può utilizzarla con le Equazioni 18.7 e 18.11 per determinare il potere emissivo spettrale per qualsiasi lunghezza d'onda e temperatura.

La Figura 18.16 riporta valori tipici dell'emissività totale per alcune classi di materiali.

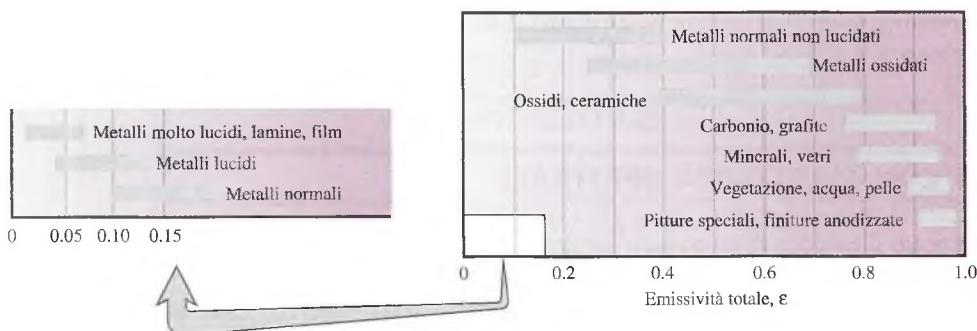


Figura 18.16 Valori rappresentativi dell'emissività totale  $\varepsilon$ .

#### ESEMPIO 18.4 Emissività totale dalla distribuzione spettrale dell'emissività

Una superficie diffusa a 1600 K ha l'emissività spettrale mostrata in figura. Determinare (a) l'emissività totale e (b) il potere emissivo totale.

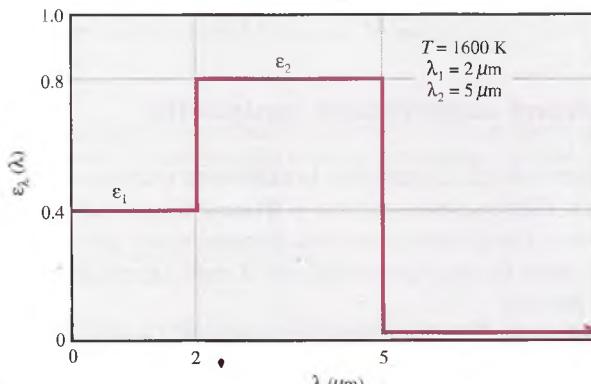


Figura E18.4a

#### Soluzione

*Elementi noti* Emissività spettrale di una superficie diffusa a 1600 K.

*Da determinare*

- (a) Emissività totale  $\varepsilon$ .
- (b) Potere emissivo totale  $E$ .

*Ipotesi* La superficie è un emettitore diffuso.

*Analisi* L'emissività totale è data dall'Equazione 18.13, in cui si può dividere l'integrale in parti

$$\varepsilon = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda} E_{\lambda,n} d\lambda}{E_n} = \frac{\varepsilon_1 \int_0^{2\mu\text{m}} E_{\lambda,n} d\lambda}{E_n} + \frac{\varepsilon_2 \int_{2\mu\text{m}}^{5\mu\text{m}} E_{\lambda,n} d\lambda}{E_n}$$

e, applicando l'Equazione 18.10a con le frazioni di emissione nella banda che rappresentano gli integrali

$$\varepsilon = \varepsilon_1 F_{(0 \rightarrow 2\mu\text{m})} + \varepsilon_2 [F_{(0 \rightarrow 5\mu\text{m})} - F_{(0 \rightarrow 2\mu\text{m})}]$$

Dalla Tabella 18.2 si ottengono le frazioni di emissione nella banda

$$\lambda_1 T = 2 \mu\text{m} \times 1600 \text{ K} = 3200 \mu\text{m}\cdot\text{K}: \quad F_{(0 \rightarrow 2\mu\text{m})} = 0.318$$

$$\lambda_2 T = 5 \mu\text{m} \times 1600 \text{ K} = 8000 \mu\text{m}\cdot\text{K}: \quad F_{(0 \rightarrow 5\mu\text{m})} = 0.856$$

Quindi, l'emissività totale per questo materiale selettivo a 1600 K è

$$\varepsilon = 0.4 \times 0.318 + 0.8[0.856 - 0.318] = 0.558$$

(b) Dall'Equazione 18.12 si ha che il potere emissivo totale vale

$$E = \varepsilon E_h = \varepsilon \sigma T^4$$

- 1 L'emissività spettrale  $\varepsilon_\lambda$  è una proprietà intrinseca del materiale che, in prima approssimazione, è indipendente dalla temperatura del materiale. L'emissività totale è invece fortemente dipendente dalla temperatura, a causa del comportamento del prodotto  $\varepsilon_\lambda(\lambda, T) \cdot E_{\lambda,n}(\lambda, T)$  nell'integrazione dell'Equazione 18.13.
  - 2 All'aumentare della temperatura, la regione spettrale in cui si concentra  $E_{\lambda,n}$  si sposta verso le lunghezze d'onda più corte, come mostrato nel grafico della Figura E18.4b per le temperature di 1000, 1600 e 2000 K. Nell'integrazione dell'Equazione 18.13,  $E_{\lambda,n}$  si comporta come funzione peso della variazione spettrale di  $\varepsilon_\lambda$ . Di conseguenza, i valori di  $\varepsilon_\lambda$  alle lunghezze d'onda più corte divengono più importanti all'aumentare della temperatura. La dipendenza dell'emissività totale dalla temperatura è stata calcolata nell'intervallo tra 1000 e 2000 K e mostrata nel grafico della Figura E18.4c.
- Si consulti il software TCI per ulteriori approfondimenti sulla valutazione della frazione di emissione spettrale di corpo nero  $F_{(0 \rightarrow \lambda)}$  utilizzata per creare il grafico.

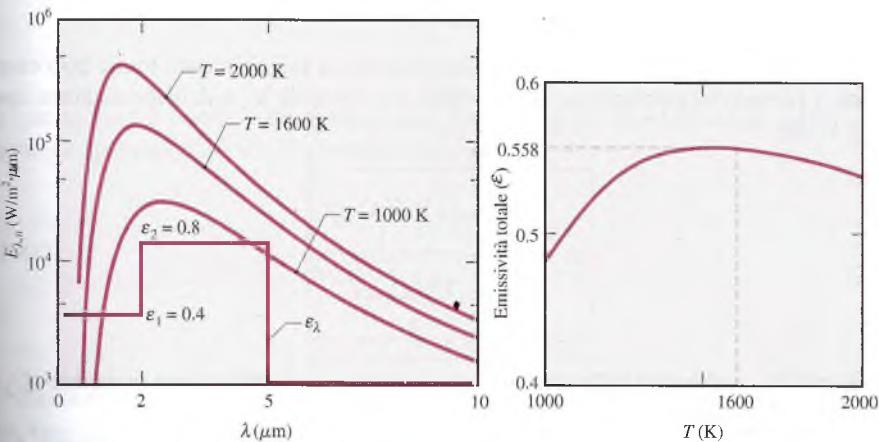


Figura E18.4b

### 18.4.2 Irradiazione: coefficienti di assorbimento, riflessione e trasmissione

Nel Paragrafo 18.2 si è definita l'irradiazione spettrale  $G_\lambda (\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}))$  come la potenza alla quale la radiazione di lunghezza d'onda  $\lambda$  incide su una superficie per unità di area della superficie e per unità di intervallo di lunghezza d'onda  $d\lambda$  attorno a  $\lambda$ . L'irradiazione totale  $G (\text{W}/\text{m}^2)$  tiene conto di tutte le componenti spettrali e può essere ricavata a partire dalla distribuzione spettrale, Equazione 18.2.

Sarà considerata ora la ricezione di tale radiazione da parte di un mezzo semitransparente, come, per esempio, una lastra di vetro (Figura 18.17). Il termine *semitrasparente* si riferisce a un mezzo in cui la radiazione che non viene riflessa è assorbita o trasmessa. In questa situazione generale, porzioni della radiazione spettrale possono essere riflesse (*ref*) e/o assorbite (*ass*) e/o trasmesse (*tr*). Da un bilancio della radiazione nel mezzo discende che

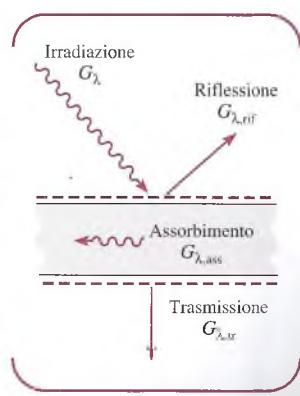


Figura 18.17

$$G_\lambda = G_{\lambda,\text{rif}} + G_{\lambda,\text{ass}} + G_{\lambda,\text{tr}} \quad (18.14)$$

Si evidenzia il fatto che non c'è nessun effetto sul mezzo da parte della radiazione riflessa o trasmessa, mentre la radiazione assorbita provoca un aumento dell'energia interna del mezzo. Per un mezzo opaco,  $G_{\lambda,\text{tr}} = 0$ , e la radiazione spettrale è sia assorbita sia riflessa sulla sua superficie. Nei sottoparagrafi seguenti si introdurranno le proprietà radiative che caratterizzano l'assorbimento, la riflessione e la trasmissione.

### Coefficiente di assorbimento

Il coefficiente di assorbimento è la frazione di irradiazione che viene assorbita dal mezzo. Dal momento che le superfici possono avere caratteristiche di assorbimento diverse a seconda della lunghezza d'onda della radiazione incidente, si definisce **coefficiente di assorbimento spettrale**  $\alpha_\lambda(\lambda)$

$$\alpha_\lambda(\lambda) = \frac{G_{\lambda,\text{ass}}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)} \quad (18.15)$$

Il **coefficiente di assorbimento totale**  $\alpha$  rappresenta il valore integrato su tutte le lunghezze d'onda e viene definito come la frazione dell'irradiazione totale che viene assorbita dalla superficie.

$$\alpha = \frac{G_{\text{ass}}}{G} \quad (18.16)$$

Applicando le Equazioni 18.2 e 18.15, il coefficiente di assorbimento totale può essere calcolato a partire dal coefficiente di assorbimento spettrale  $\alpha_\lambda$  e dall'irradiazione spettrale  $G_\lambda$  come

$$\alpha = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda) G_\lambda(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda) d\lambda} \quad (18.17)$$

Di conseguenza,  $\alpha$  dipende dalla distribuzione spettrale della radiazione incidente ( $G_\lambda$ ) e dalla natura della superficie che la assorbe ( $\alpha_\lambda$ ).

In generale,  $\alpha_\lambda$  dipende poco dalla temperatura superficiale del mezzo, e quindi il coefficiente di assorbimento  $\alpha$  può essere considerato indipendente dalla temperatura della superficie.

Di contro, l'emissività totale  $\varepsilon$  è fortemente dipendente dalla temperatura superficiale. Dall'Equazione 18.13 si osserva che  $\varepsilon$  dipende dalla distribuzione spettrale dell'emissione ( $E_{\lambda,n}$ ) e dall'emissività spettrale ( $\varepsilon_\lambda$ ). Sebbene  $\varepsilon_\lambda$  dipenda poco dalla temperatura della superficie,  $E_{\lambda,n}(\lambda, T)$  dipende fortemente da essa. Per una spiegazione di questo comportamento si veda il Commento 1 dell'Esempio 18.4.

**Coefficiente di assorbimento solare** Dal momento che  $\alpha$  dipende dalla distribuzione spettrale dell'irradiazione, il suo valore per una superficie esposta alla radiazione solare può differire in maniera apprezzabile dal valore che assume quando la stessa superficie è irradiata da radiazione di lunghezza d'onda superiore, per esempio da parte di una sorgente a bassa temperatura. Poiché la distribuzione spettrale della radiazione solare è quasi proporzionale a quella dell'emissione di un corpo nero a  $T_s = 5800$  K (si veda la Figura 18.13)

$$G_{\lambda,S} \sim E_{\lambda,n}(\lambda, T_s)$$

dall'Equazione 18.17 consegue che il coefficiente di assorbimento totale della radiazione solare, detto **coefficiente di assorbimento solare**  $\alpha_s$ , può essere approssimato come

$$\alpha_s \approx \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda}(\lambda) E_{\lambda,n}(\lambda, 5800 \text{ K}) d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{\lambda,n}(\lambda, 5800 \text{ K}) d\lambda} \quad (18.18)$$

Gli integrali delle Equazioni 18.17 e 18.18 possono essere calcolati allo stesso modo di quelli dell'emissività totale, Equazione 18.13, utilizzando le frazioni di emissione nella banda  $F_{(0 \rightarrow \infty)}$  della Tabella 18.2

### Coefficiente di riflessione

Il coefficiente di riflessione è la frazione della radiazione incidente che viene riflessa da una superficie. Il **coefficiente di riflessione spettrale**  $\rho_{\lambda}(\lambda)$  è definito come la frazione dell'irradiazione spettrale che viene riflessa dalla superficie

$$\rho_{\lambda}(\lambda) = \frac{G_{\lambda,\text{rif}}(\lambda)}{G_{\lambda}(\lambda)} \quad (18.19)$$

Il **coefficiente di riflessione totale**  $\rho$  è definito come

$$\rho = \frac{G_{\text{rif}}}{G} \quad (18.20)$$

e in questo caso il coefficiente di riflessione totale è messo in relazione al coefficiente di riflessione spettrale e all'irradiazione spettrale da

$$\rho = \frac{\int_0^{\infty} \rho_{\lambda}(\lambda) G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda} \quad (18.21)$$

La riflessione da parte delle superfici può essere rappresentata idealmente come diffusa (uniforme in tutte le direzioni, superfici ruvide) o speculare (come da uno specchio, superfici lisce). Nelle trattazioni dei processi di irradiazione e delle relative proprietà, si farà l'ipotesi di superfici diffuse, ipotesi ragionevole per la maggior parte delle applicazioni ingegneristiche.

### Coefficiente di trasmissione

Il coefficiente di trasmissione rappresenta la frazione della radiazione incidente che viene trasmessa attraverso un materiale semitransparente. Il **coefficiente di trasmissione spettrale**  $\tau_{\lambda}(\lambda)$  è definito come la frazione dell'irradiazione spettrale che viene trasmessa attraverso il mezzo

$$\tau_{\lambda} = \frac{G_{\lambda,\text{tr}}(\lambda)}{G_{\lambda}(\lambda)} \quad (18.22)$$

Il **coefficiente di trasmissione totale**  $\tau$  è quindi definito come

$$\tau = \frac{G_{\text{tr}}}{G} \quad (18.23)$$

e in questo caso il coefficiente di trasmissione totale è messo in relazione al coefficiente di trasmissione spettrale e all'irradiazione spettrale da

$$\tau = \frac{\int_0^{\infty} G_{\lambda, \text{tr}}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda} = \frac{\int_0^{\infty} \tau_{\lambda}(\lambda) G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda} \quad (18.24)$$

### 18.4.3 Relazioni tra le proprietà della radiazione

**Bilanci di radiazione superficiali** Nel Paragrafo 18.4.2 si è analizzato il caso generale di irradiazione su un mezzo semitransparente. Dal bilancio della radiazione nel mezzo, includendo i processi di riflessione, assorbimento e trasmissione, Equazione 18.14, e le precedenti definizioni delle corrispondenti proprietà spettrali, discende che

$$\rho_{\lambda} + a_{\lambda} + \tau_{\lambda} = 1 \quad (18.25)$$

e per le proprietà totali sull'intero spettro

$$\rho + a + \tau = 1 \quad (18.26)$$

Se il mezzo è opaco, non c'è trasmissione e quindi i fenomeni di assorbimento e riflessione sono processi superficiali le cui proprietà spettrali e totali sono legate da

$$\rho_{\lambda} + a_{\lambda} = 1 \quad \rho + a = 1 \quad (\text{mezzo opaco}) \quad (18.27 \text{ e } 18.28)$$

e perciò la conoscenza di una proprietà implica quella dell'altra.

**Proprietà di emissione e assorbimento** Nei paragrafi precedenti si sono analizzate separatamente le proprietà spettrali e totali associate a processi di emissione e di assorbimento. Per una superficie che emette e riflette uniformemente, detta **superficie diffusa**, l'emissività e il coefficiente di assorbimento spettrali sono uguali

$$\varepsilon_{\lambda} = a_{\lambda} \quad (\text{superficie diffusa}) \quad (18.29)$$

La dimostrazione di questa uguaglianza, detta *legge di Kirchhoff*, viene trattata in corsi più avanzati.

Ipotizzando l'esistenza di una superficie diffusa, si prendono ora in considerazione ulteriori condizioni che devono essere soddisfatte per garantire l'uguaglianza tra le proprietà totali. Dalle Equazioni 18.13 e 18.17 l'uguaglianza tra l'emissività totale e il coefficiente di assorbimento totale si applica se

$$\varepsilon = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda} E_{\lambda, n}(\lambda, T) d\lambda}{E_n(T)} \stackrel{?}{=} \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda} G_{\lambda}(\lambda) d\lambda}{G} = \alpha \quad (18.30)$$

Con  $\varepsilon_{\lambda} = \alpha_{\lambda}$  discende che

$$\varepsilon = a \quad (18.31)$$

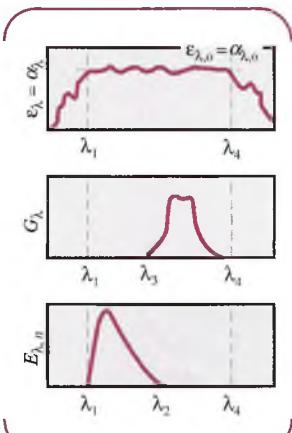
se è soddisfatta una delle seguenti condizioni:

- l'irradiazione corrisponde all'emissione di un corpo nero alla temperatura superficiale  $T$ , nel qual caso  $G_{\lambda}(\lambda) = E_{\lambda, n}(\lambda, T)$  e  $G = E_n(T)$ , oppure
- la superficie è grigia, ovvero  $\alpha_{\lambda}$  e  $\varepsilon_{\lambda}$  sono indipendenti da  $\lambda$ .

La situazione reale che maggiormente corrisponde alla prima condizione è quando un oggetto è in equilibrio termico con l'ambiente circostante. La superficie grigia è una superficie

per cui  $\alpha_\lambda$  e  $\varepsilon_\lambda$  sono indipendenti dalle regioni spettrali dell'irradiazione e dell'emissione superficiale.

Un insieme di condizioni per cui si può ipotizzare un comportamento da superficie grigia è quello illustrato in Figura 18.18. Si osservi che la distribuzione spettrale dell'irradiazione  $G_\lambda$  e l'emissione della superficie  $E_{\lambda,n}$  sono concentrate in una regione per cui le proprietà spettrali della superficie sono costanti, con  $\lambda_1 < \lambda < \lambda_4$ . Di conseguenza, dall'Equazione 18.30,  $\varepsilon = \varepsilon_{\lambda_0}$  e  $\alpha = \alpha_{\lambda_0}$ , per cui  $\alpha = \varepsilon$ . Se invece l'irradiazione e l'emissione avvengono in una regione spettrale corrispondente a  $\lambda < \lambda_1$  o  $\lambda > \lambda_4$ , non si può ipotizzare un comportamento da superficie grigia.



#### 18.4.4 Riassunto: superfici selettive e grigie

Sono necessari molti dettagli per definire le proprietà radiative spettrali e totali, così come per introdurre le loro relazioni. Si ricorda che gli obiettivi di questo capitolo riguardano l'analisi di superfici selettive e superfici grigie. Per chiarire la differenza tra di esse, si riassumono i concetti chiave.

- $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$ : questa uguaglianza vale in condizioni diffuse associate alla superficie e/o ai processi di radiazione. In questo testo si trattano esclusivamente le condizioni diffuse, Equazione 18.29.
- $\varepsilon \neq \alpha$ : mentre  $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$ , i valori di  $\varepsilon$  e di  $\alpha$  vengono determinati separatamente dalle distribuzioni spettrali dell'emissione e dell'irradiazione, Equazioni 18.13 e 18.17 o 18.18, rispettivamente. Questa superficie è detta *selettiva*.
- $\varepsilon = \alpha$ : si applica quando una qualsiasi superficie è in equilibrio termico con l'ambiente circostante, Equazione 18.31.
- $\varepsilon = \alpha$ : si applica quando la superficie non ha carattere spettrale nella regione di lunghezze d'onda d'interesse (Figura 18.18) per cui  $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda = \varepsilon = \alpha = \text{costante}$ . Tale superficie è detta **superficie diffusa e grigia**, Equazione 18.31.

Nella pratica ingegneristica, per stabilire con che tipo di superficie si ha a che fare, è necessario esaminare la dipendenza spettrale delle proprietà del materiale. La Figura 18.19 riporta i valori dell'emissività e del coefficiente di riflessione spettrale per materiali selezionati. Si illustrerà nell'Esempio 18.5 (Commento 2) e nell'Esempio 18.6 (Commento 3)

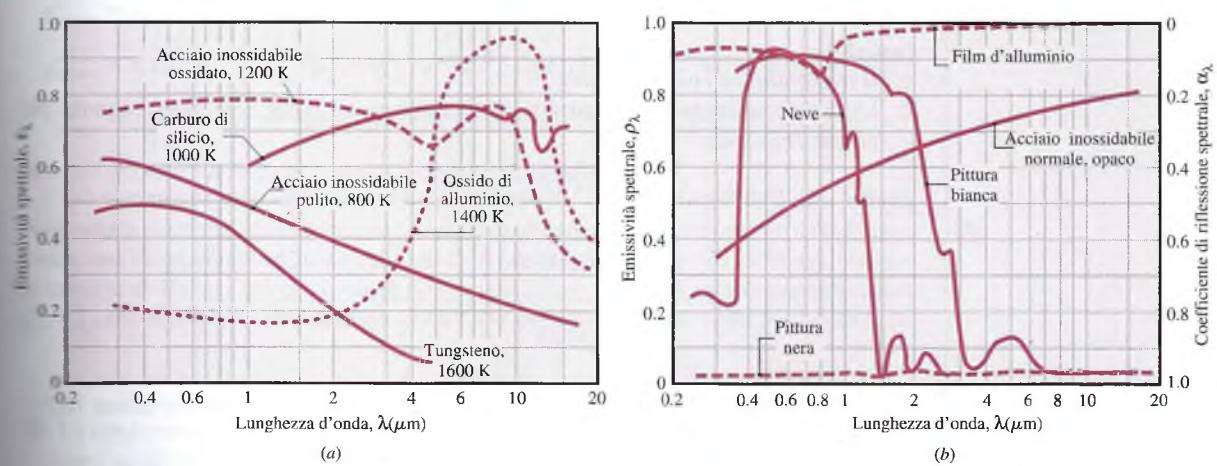


Figura 18.19 Dipendenza spettrale di (a) emissività a elevate temperature e (b) coefficiente di riflessione o assorbimento vicino alla temperatura ambiente di alcuni materiali opachi.

come approssimare il comportamento spettrale dei materiali reali selettivi in modo tale che se ne possano rapidamente determinare le proprietà totali.

Nella successiva parte di questo capitolo dedicata all'analisi delle cavità, si analizzeranno superfici diffuse e grigie. Nei prossimi esempi applicativi si illustra come eseguire bilanci energetici sulle superfici selettive.

### ESEMPIO 18.5

### Applicazioni al riscaldamento: campione selettivo

Una piccola sfera solida in metallo ha un rivestimento opaco e diffuso per cui  $\alpha_\lambda = 0.8$  per  $\lambda \leq 5 \mu\text{m}$  e  $\alpha_\lambda = 0.1$  per  $\lambda > 5 \mu\text{m}$ . La sfera, che si trova inizialmente alla temperatura uniforme di 300 K, viene inserita in una grossa fornace le cui pareti si trovano a 1200 K. Alla fine la sfera raggiunge la temperatura della fornace. (a) Determinare nelle condizioni iniziali il coefficiente di assorbimento totale, l'emissività totale del rivestimento e il flusso netto che lascia la sfera per irraggiamento. (b) Determinare nelle condizioni finali il coefficiente di assorbimento totale e l'emissività totale del rivestimento.

#### Soluzione

**Elementi noti** Una piccola sfera metallica con coefficiente di assorbimento spettrale, inizialmente a  $T_{s,i} = 300$  K, viene inserita in un grande forno a  $T_f = 1200$  K. Alla fine, la sfera raggiunge la temperatura  $T_{s,f} = 1200$  K.

#### Da determinare

- Coefficiente di assorbimento ed emissività totali del rivestimento e flusso radiativo netto che lascia la sfera nelle condizioni iniziali.
- Coefficiente di assorbimento ed emissività totali del rivestimento nelle condizioni finali.

#### Schema e dati forniti

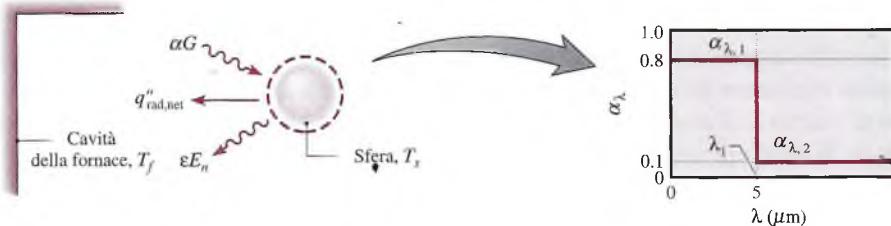


Figura E18.5

#### Ipotesi

- Il rivestimento è opaco e diffuso.
- L'irradiazione approssima l'emissione di un corpo nero a  $T_f$  poiché la fornace è molto più grande della sfera.

**Analisi** (a) Dall'Equazione 18.17, il coefficiente di assorbimento totale è espresso da

$$\alpha = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_\lambda(\lambda) G_\lambda(\lambda) d\lambda}{\int_0^{\infty} G_\lambda(\lambda) d\lambda} = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_\lambda(\lambda) E_{\lambda,n}(\lambda, 1200 \text{ K}) d\lambda}{E_n(1200 \text{ K})}$$

dove la distribuzione spettrale dell'irradiazione è quella di un corpo nero (Equazione 16.7)

$$G_\lambda = E_{\lambda,n}(\lambda, T_f) = E_{\lambda,n}(\lambda, 1200 \text{ K})$$

L'integrazione può essere condotta in parti rappresentate dalle frazioni di emissione per banda, Equazione 18.10

$$\alpha = \alpha_{\lambda,1} \frac{\int_0^{\lambda_1} E_{\lambda,n}(\lambda, 1200 \text{ K}) d\lambda}{E_n(1200 \text{ K})} + \alpha_{\lambda,2} \frac{\int_{\lambda_1}^{\infty} E_{\lambda,n}(\lambda, 1200 \text{ K}) d\lambda}{E_n(1200 \text{ K})}$$

$$\alpha = \alpha_{\lambda,1} F_{(0 \rightarrow \lambda_1)} + \alpha_{\lambda,2} [1 - F_{(0 \rightarrow \lambda_1)}]$$

Dalla Tabella 18.2, per il valore  $\lambda_1 T_f = 5 \mu\text{m} \times 1200 \text{ K} = 6000 \mu\text{m}\cdot\text{K}$ , si trova  $F_{(0 \rightarrow \lambda_1)} = 0.738$ . Quindi, il coefficiente di assorbimento totale nelle condizioni iniziali è

$$\alpha = 0.8 \times 0.738 + 0.1(1 - 0.738) = 0.62$$

Dall'Equazione 18.13, l'emissività totale del rivestimento alla temperatura iniziale della sfera  $T_{s,i}$  è espresso da

$$\varepsilon(T_{s,i}) = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda} E_{\lambda,n}(\lambda, T_{s,i}) d\lambda}{E_n(T_{s,i})}$$

dove  $\varepsilon_{\lambda} = \alpha_{\lambda}$  dal momento che il rivestimento è diffuso. L'integrazione viene condotta in parti rappresentate dalle frazioni di emissione per banda, Equazione 18.10

$$\varepsilon = \alpha_{\lambda,1} \frac{\int_0^{\lambda_1} E_{\lambda,n}(\lambda, 300 \text{ K}) d\lambda}{E_n(300 \text{ K})} + \alpha_{\lambda,2} \frac{\int_{\lambda_1}^{\infty} E_{\lambda,n}(\lambda, 300 \text{ K}) d\lambda}{E_n(300 \text{ K})}$$

$$\varepsilon = \alpha_{\lambda,1} F_{(0 \rightarrow \lambda_1)} + \alpha_{\lambda,2} [1 - F_{(0 \rightarrow \lambda_1)}]$$

Dalla Tabella 18.2, per il valore  $\lambda_1 T_{s,i} = 5 \mu\text{m} \times 300 \text{ K} = 1500 \mu\text{m}\cdot\text{K}$ , si trova  $F_{(0 \rightarrow \lambda_1)} = 0.014$ . Quindi, l'emissività totale nelle condizioni iniziali è

$$\varepsilon = 0.8 \times 0.014 + 0.1(1 - 0.014) = 0.11$$

La sfera emette e assorbe radiazioni che hanno origine dalle pareti della fornace. Dal bilancio energetico della sfera, come rappresentato in Figura E18.5 (si veda anche la Figura 18.10 e l'Equazione 18.5a), il flusso netto per irraggiamento che lascia la sfera è

$$q''_{\text{rad},\text{net}} = E - \alpha G = \varepsilon E_n(T_{s,i}) - \alpha E_n(T_f)$$

Esprimendo il potere emissivo totale del corpo nero attraverso la legge di Stefan-Boltzmann, Equazione 18.9, e sostituendo i valori numerici, si trova

$$q''_{\text{rad},\text{net}} = \varepsilon \sigma T_{s,i}^4 - \alpha \sigma T_f^4$$

$$q''_{\text{rad},\text{net}} = 0.11(5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\cdot\text{K}^4)(300 \text{ K})^4 - 0.62(5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\cdot\text{K}^4)(1200 \text{ K})^4$$

$$q''_{\text{rad},\text{net}} = (0.11 \times 459) \text{ W/m}^2 - 0.62(1.177 \times 10^5) = (50.5 - 7.29 \times 10^4) \text{ W/m}^2 = -72.8 \text{ kW/m}^2$$

Il segno negativo implica che il flusso netto è entrante nella sfera.

**3** Poiché le caratteristiche spettrali del rivestimento della fornace e la temperatura della fornace rimangono invariate, non ci sono cambiamenti nel valore di  $\alpha$  col passare del tempo. Invece, il crescere di  $T_s$  con il tempo, il valore di  $\varepsilon$  cambia. Dopo un tempo sufficientemente lungo,  $T_s = T_f$  che corrisponde all'equilibrio termico, per cui  $\varepsilon = \alpha$ . Quindi, nelle condizioni finali

$$\varepsilon = \alpha = 0.62$$

**4** La condizione di equilibrio che si raggiunge ( $T_{s,f} = T_f$ ) soddisfa la condizione necessaria per l'uguaglianza dell'Equazione 18.31, per cui  $\alpha$  deve essere uguale a  $\varepsilon$  nelle condizioni finali.

**5** La distribuzione spettrale dell'emissività del rivestimento diffuso, come mostrato in Figura E18.5, corrisponde a quella di un metallo fortemente ossidato o di un materiale non me-

tallico, la distribuzione idealizzata è rappresentativa dello spettro di acciaio ossidato o carburo di silicio di come mostrato in Figura 18.19a.

- 3 Approssimando la sfera (massa  $m$  con calore specifico  $c$ ) con il metodo a parametri concentri e trascurando la convezione, si può esprimere il bilancio energetico,  $\dot{E}_{\text{in}} - \dot{E}_{\text{out}} = \dot{E}_s$ , come

$$(\alpha G)A_s - (\varepsilon\sigma T_s^4)A_s = mc \frac{dT_s}{dt}$$

Questa equazione differenziale dovrebbe essere risolta per determinare  $T(t)$  per  $t > 0$ , però, al variare del tempo, cambia anche  $\varepsilon$  e di ciò si dovrebbe tenere conto nella soluzione, oppure utilizzare un valore medio.

### ESEMPIO 18.6 Applicazioni solari: pannello con caratteristiche selettive di un veicolo spaziale

Un pannello di un veicolo spaziale viene mantenuto a 300 K ed è rivestito da una vernice bianca opaca e diffusa che ha una distribuzione del coefficiente di riflessione spettrale mostrata poco oltre. Il veicolo spaziale è vicino all'orbita terrestre ed esposto alla radiazione solare di  $1353 \text{ W/m}^2$  e a quella dello spazio profondo a 0 K. qual è il flusso termico netto per irraggiamento che lascia il pannello?

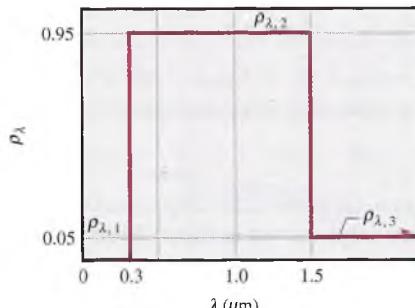


Figura E18.6a

#### Soluzione

**Elementi noti** Un pannello con proprietà radiative spettrali che opera a una certa temperatura in orbita vicino alla Terra.

**Da determinare** Flusso termico netto per irraggiamento che lascia la superficie del pannello.

- 3 Schema e dati forniti

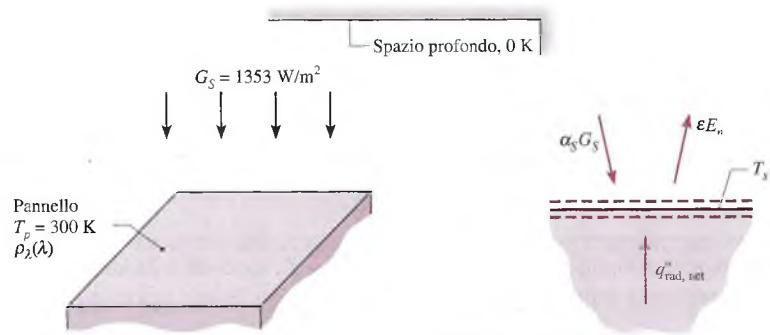


Figura E18.6b

Bilancio energetico superficiale del pannello

**Ipotesi**

1. Condizioni stazionarie.
2. Superficie del pannello opaca e diffusa.
3. Distribuzione spettrale della radiazione solare proporzionale a quella di un corpo nero a 5800 K.
4. Il pannello emette verso lo spazio profondo a 0 K.

**Analisi** Come rappresentato in Figura E18.16b, dall'Equazione 18.5a, il *bilancio energetico superficiale* sul pannello ha la forma

$$q''_{\text{rad,net}} = E - G_{\text{ass}} = \varepsilon E_b - \alpha_s G_S$$

Il coefficiente di assorbimento solare può essere ottenuto applicando l'Equazione 18.18, dove l'integrazione viene fatta in parti, rappresentate dalle frazioni di emissione per banda

$$\alpha_s = \frac{\int_0^{\infty} \alpha_{\lambda} E_{\lambda,n}(\lambda, T_S) d\lambda}{E_n(T_S)} = \frac{\int_0^{\lambda_1} \alpha_{\lambda,1} E_{\lambda,n} d\lambda}{E_n} + \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \alpha_{\lambda,2} E_{\lambda,n} d\lambda}{E_n} + \frac{\int_{\lambda_2}^{\infty} \alpha_{\lambda,3} E_{\lambda,n} d\lambda}{E_n}$$

$$\alpha_s = \alpha_{\lambda,1} F_{(0 \rightarrow \lambda_1)} + \alpha_{\lambda,2} [F_{(0 \rightarrow \lambda_2)} - F_{(0 \rightarrow \lambda_1)}] + \alpha_{\lambda,3} [1 - F_{(0 \rightarrow \lambda_2)}]$$

$$\alpha_s = (1 - 0) \times 0.03345 + (1 - 0.95)[0.8808 - 0.03345] + (1 - 0.05)[1 - 0.8808]$$

$$\alpha_s = 0.226$$

1

Dal momento che la superficie è opaca,  $\alpha_{\lambda} = 1 - \rho_{\lambda}$ . Dalla Figura E18.6a,  $\lambda_1 = 0.3 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_2 = 1.5 \mu\text{m}$  e  $T_s = 5800 \text{ K}$ . Le frazioni di emissione per banda dalla Tabella 18.2 sono

$$\lambda_1 T_S = 0.3 \times 5800 = 1740 \mu\text{m} \cdot \text{K}; \quad F_{(0 \rightarrow \lambda_1)} = 0.03345$$

$$\lambda_2 T_S = 1.5 \times 5800 = 8700 \mu\text{m} \cdot \text{K}; \quad F_{(0 \rightarrow \lambda_2)} = 0.8808$$

2

L'emissività totale è calcolata mediante l'Equazione 18.3 e l'integrazione può essere eseguita utilizzando le opportune frazioni di emissione nella banda. Quindi, notando che  $\lambda_2 T_p = 1.5 \mu\text{m} \times 300 \text{ K} = 450 \mu\text{m} \cdot \text{K}$ , dalla Tabella 18.2 risulta  $F_{(0 \rightarrow \lambda_2)} = 0.000$ . Di conseguenza, la regione spettrale rilevante è  $\lambda > \lambda_2$ , per cui

$$\varepsilon = \alpha_{\lambda,3} = 1 - \rho_{\lambda,3} = 1 - 0.05 = 0.95$$

Sostituendo i valori numerici delle proprietà radiative nel bilancio energetico e con  $E_n = \sigma T_p^4$ , il flusso netto radiativo che lascia la superficie del pannello è

$$q''_{\text{rad,net}} = 0.95(5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(300 \text{ K})^4 - 0.226 \times 1353 \text{ W/m}^2$$

3

$$q''_{\text{rad,net}} = 413 \text{ W/m}^2 - 305 \text{ W/m}^2 = 108 \text{ W/m}^2$$

- 1 Si osservi che il coefficiente di assorbimento della radiazione solare e l'emissione rispettivamente sono controllate dalle caratteristiche del coefficiente di assorbimento spettrale alle basse ed alte frequenze. Il rapporto  $\alpha_s/\varepsilon$  è un parametro importante nel controllo termico dei veicoli spaziali e dei collettori solari. Il rivestimento di questo esempio ha  $\alpha_s/\varepsilon = 0.226/0.95$  e si comporta come un radiatore. Per il pannello di un collettore solare sarebbe necessario un rivestimento con un rapporto superiore all'unità.
- 2 Dal momento che il flusso termico netto che lascia il pannello è positivo, il pannello si comporta come un radiatore, rimandando l'energia dissipata all'interno del veicolo nello spazio.
- 3 La distribuzione del coefficiente di riflessione spettrale del rivestimento diffuso e bianco, mostrata in Figura E18.6a, è una rappresentazione idealizzata di una vernice bianca come quella rappresentata in Figura 18.19b.

## SCAMBIO TERMICO RADIATIVO TRA SUPERFICI IN UNA CAVITÀ

Fino ad ora si è ristretta l'analisi ai processi di irraggiamento relativi a una sola superficie. Si prenderanno adesso in considerazione i problemi di scambio radiativo tra due o più superfici. In generale, la radiazione può lasciare una superficie a causa dell'emissione diretta e della riflessione (radiosità) e raggiungere una seconda superficie che la assorbe e riflette. Lo scambio radiativo dipende dalla geometria e dall'orientamento relativo delle due superfici, così come dalle loro proprietà radiative e dalle loro temperature.

Si inizierà stabilendo le caratteristiche geometriche dello scambio radiativo e sviluppando il concetto di fattore di vista. Utilizzando il fattore di vista, si analizzeranno gli scambi tra superfici nere, che non presentano complicazioni dovute alle riflessioni multiple che caratterizzano invece le superfici non nere. Analizzando lo scambio termico per irraggiamento tra superfici opache non nere in una cavità, si ottiene una notevole semplificazione attraverso due ipotesi: le superfici sono diffuse e grigie ( $\varepsilon = \alpha$ ) e sono caratterizzate da radiosità e irradiazione uniforme. L'importanza di tali ipotesi sarà evidente man mano che si svilupperanno i concetti necessari per il calcolo dello scambio per irraggiamento.

### 18.5 Fattore di vista

Il fattore di vista, o fattore di forma, tiene conto delle caratteristiche geometriche nello scambio termico per irraggiamento tra due superfici. Il **fattore di vista**  $F_{ij}$  è definito come la frazione della radiazione che lascia la superficie  $i$  che viene intercettata dalla superficie  $j$ . Considerando un'orientazione arbitraria delle superfici  $A_i$  e  $A_j$  della Figura 18.20

$$F_{ij} = \frac{q_{i \rightarrow j}}{A_j J_i} \quad (18.32)$$

dove  $q_{i \rightarrow j}$  è il flusso radiativo che, lasciando  $A_i$ , viene intercettato da  $A_j$ ;  $J_i$  è la radiosità della superficie  $A_i$ , che rappresenta il flusso radiativo che lascia  $A_i$  in tutte le direzioni. Si presume che le superfici siano isoterme, diffuse e che abbiano una radiosità uniforme.

Si possono considerare due relazioni importanti che coinvolgono i fattori di vista. Considerando un orientamento arbitrario delle superfici (Figura 18.20), si può scrivere

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji} \quad (18.33)$$

Questa espressione, definita **relazione di reciprocità**, è utile per determinare un fattore di vista a partire dalla conoscenza degli altri. Questa relazione è una conseguenza del carattere diffuso della radiazione proveniente dalla superficie.

Per le superfici che formano una cavità (Figura 18.21), si può applicare a ciascuna delle  $N$  superfici nella cavità la **regola della somma**

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1 \quad (18.34)$$

Questa regola deriva dal fatto che necessariamente tutta la radiazione che lascia la superficie  $i$  deve essere intercettata dalle superfici della cavità.

Il termine  $F_{ii}$  che compare nella sommatoria rappresenta la frazione della radiazione che lascia la superficie  $i$  ed è direttamente intercettata da essa. Se la superficie è concava, essa si vede da sola e  $F_{ii}$  è diverso da zero. Tuttavia, per un piano o una superficie convessa,  $F_{ii} = 0$ .

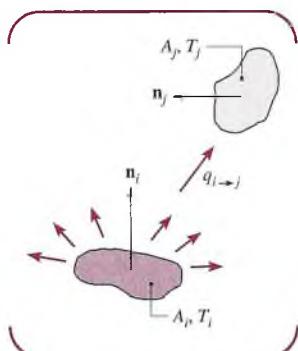


Figura 18.20

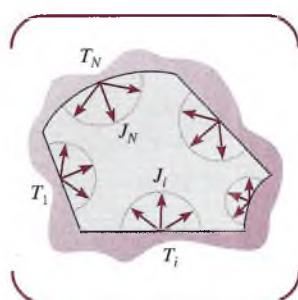
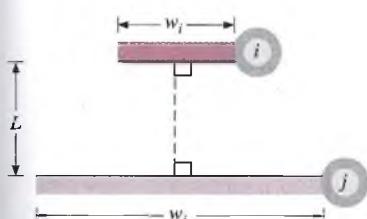


Figura 18.21

**Tabella 18.3** Fattori di vista per geometrie bidimensionali**Geometria/Relazione**

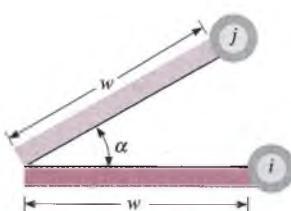
Piastre parallele con mezzeria connessa perpendicolarmente



$$F_{ij} = \frac{[(W_i + W_j)^2 + 4]^{1/2} - [(W_j - W_i)^2 + 4]^{1/2}}{2W_i} \quad (18.39)$$

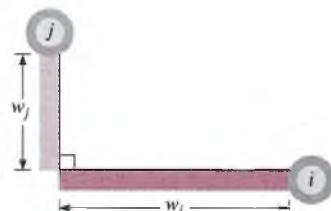
$$W_i = w_i/L, W_j = w_j/L$$

Piastre inclinate parallele di uguale larghezza con un angolo in comune



$$F_{ij} = 1 - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (18.40)$$

Piastre perpendicolari con un angolo in comune



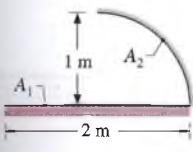
$$F_{ij} = \frac{1 + (w_j/w_i) - [1 + (w_j/w_i)^2]^{1/2}}{2} \quad (18.41)$$

Ci sono diversi approcci per valutare i fattori di vista. In alcune situazioni, è possibile determinare  $F_{ij}$  per via intuitiva. In altre parole, per intuizione derivante dall'interpretazione fisica di  $F_{ij}$  e considerando la posizione della superficie, a volte è possibile conoscere la frazione di radiazione che lascia  $A_i$  e che viene intercettata da  $A_j$ .

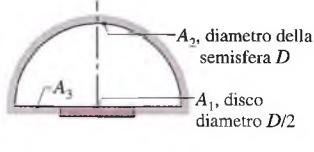
Esistono anche soluzioni analitiche per  $F_{ij}$  che sono state ottenute per molte configurazioni di superfici comuni e sono disponibili sotto forma di equazioni, grafici e tabelle. La Tabella 18.3 (Equazioni 18.39-41) presenta fattori di vista per configurazioni bidimensionali (infinitamente lunghe nella direzione perpendicolare alla pagina). La Figura 18.22 (Equazioni 18.35-38) riporta invece i fattori di vista per geometrie tridimensionali. Assieme a questi risultati, si possono anche usare il rapporto di reciprocità e la regola della somma per determinare i fattori di vista ricercati.

**Calcolare il fattore di vista per superfici diffuse****ESEMPIO 18.7**

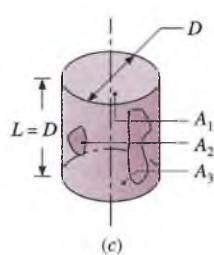
Determinare i fattori di vista  $F_{12}$  e  $F_{21}$  per le seguenti geometrie:



(a)



(b)



(c)

**Figura E18.7a,b,c**

(a) Canale lungo aperto.

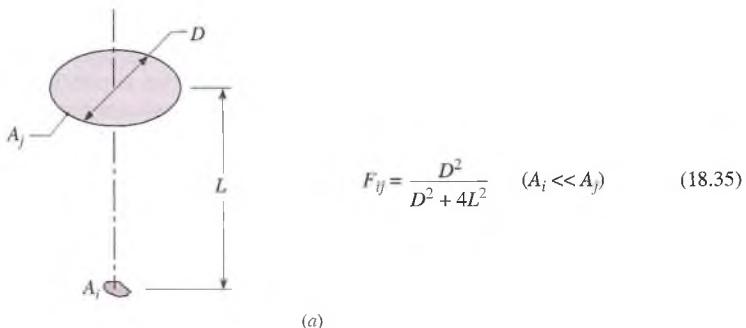
(b) Disco emisferico; in questo caso trovare anche  $F_{22}$  e  $F_{23}$ .

(c) Estremità e lato di un tubo circolare di uguale lunghezza e diametro.

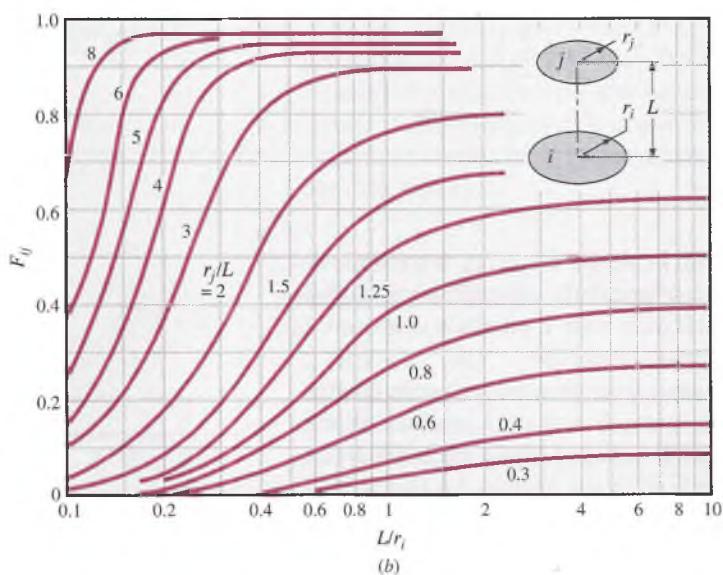
**Soluzione**

**Elementi noti** Le geometrie delle superficie.

**Da determinare** I fattori di vista.



(a)

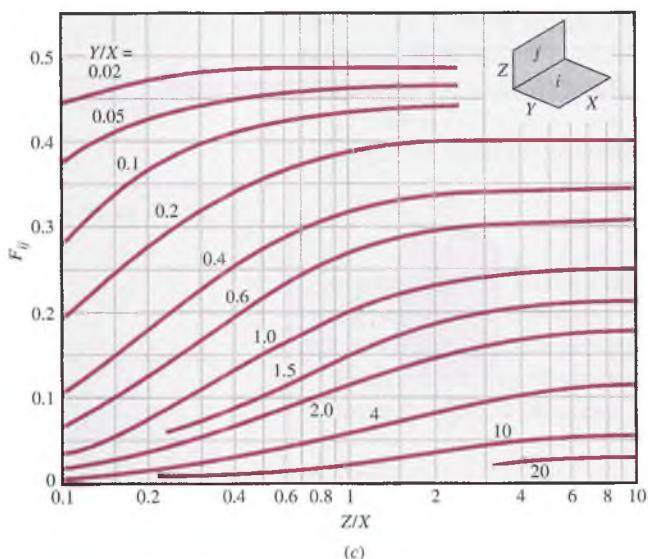


(b)

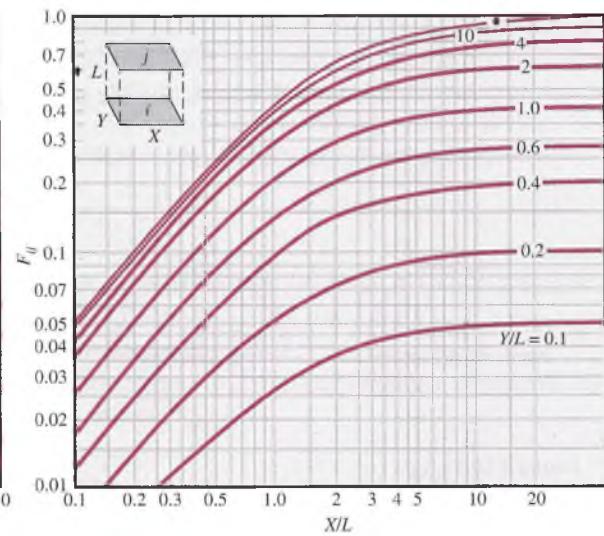
$$F_{ij} = \frac{1}{2} \left\{ S - [S^2 - 4(r_j/r_i)^2]^{1/2} \right\} \quad (18.36)$$

$$S = 1 + \frac{1 + R_j^2}{R_i^2} \quad (18.37)$$

$$R_i = r_i/L, R_j = r_j/L \quad (18.38)$$



(c)



(d)

**Figura 18.22** Fattori di vista per geometrie tridimensionali: (a) piccola superficie parallela a un disco e coassiale a esso; (b) dischi coassiali paralleli; (c) rettangoli perpendicolari con un angolo in comune; (d) rettangoli allineati paralleli.

**Ipotesi** Superfici diffuse con radiosità uniforme.

**Analisi** I fattori di vista ricercati si ottengono per via intuitiva, mediante la relazione di reciprocità, la regola della somma oppure attraverso l'uso dei grafici.

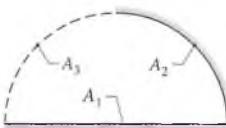


Figura E18.7d

(a) *Canale lungo aperto di lunghezza L.* Si completa la cavità definendo una superficie  $A_3$  simmetrica rispetto ad  $A_2$ . Applicando la regola della somma alla superficie  $A_1$  si ottiene

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1$$

Per via intuitiva: poiché  $A_1$  non vede se stessa, ne discende che  $F_{11} = 0$ . Allora, dal momento che  $A_2$  e  $A_3$  sono posizionate in maniera simmetrica rispetto ad  $A_1$ , per simmetria si vede che  $F_{12} = F_{13}$ , per cui

$$F_{12} = 0.5$$

Dalla relazione di reciprocità tra le superfici  $A_1$  e  $A_2$

$$F_{21} = \frac{A_1}{A_2} F_{12} = \frac{2 \text{ m} \times L}{(2\pi 1 \text{ m}/4) \times L} 0.5 = \frac{4}{\pi} 0.5 = 0.637$$

(b) *Emisfero di diametro D su un disco di diametro D/2.* Per via intuitiva, si nota che  $A_1$  vede solo  $A_2$ , per cui

$$F_{12} = 1.0$$

Dalla relazione di reciprocità tra le superfici  $A_1$  e  $A_2$

$$F_{21} = \frac{A_1}{A_2} F_{12} = \frac{\pi(D/2)^2/4}{(\pi D^2)/2} 1.0 = \frac{1}{8} 1.0 = 0.125$$

Per via intuitiva, basandosi sulla simmetria per cui  $A_2$  vede se stessa tanto quanto vede la combinazione di  $A_1$  e  $A_3$ , ne segue che

$$F_{22} = 0.50$$

Applicando la regola della somma alla superficie  $A_2$  si ottiene

$$F_{21} + F_{22} + F_{23} = 1$$

$$F_{23} = 1 - F_{21} + F_{22} = 1 - 0.125 - 0.50 = 0.375$$

(c) *Tubo circolare.* Applicando la regola della somma alla superficie  $A_1$  si ha

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1$$

Per via intuitiva,  $F_{11} = 0$  e, dal diagramma dei dischi paralleli e coassiali, Figura 18.22b, con  $(r_3/L) = 0.5$  e  $(L/r_1) = 2$ , si trova

$$F_{13} = 0.17$$

Sostituendo i valori numerici nella regola della somma, si ottiene

$$F_{12} = 1 - F_{11} - F_{13} = 1 - 0 - 0.17 = 0.83$$

Dalla relazione di reciprocità tra le superfici  $A_1$  e  $A_2$ , si trova

$$F_{21} = \frac{A_1}{A_2} F_{12} = \frac{\pi D^2/4}{\pi DL} 0.83 = 0.21$$

- ① Si noti che la regola della somma deve essere applicata a una cavità. Per completare la cavità nella parte (a), è stato necessario definire una terza superficie  $A_3$  ipotetica (indicata dalle linee tratteggiate), che si è scelta simmetrica ad  $A_2$ .
- ② Si osservi che le soluzioni seguono una procedura sistematica applicando la relazione di reciprocità e la regola della somma. Si deve sempre cercare di dedurre il fattore di vista per via intuitiva, come è stato illustrato in questo esempio.

## 18.6 Scambio per irraggiamento tra corpi neri

Per superfici che possono essere approssimate come corpi neri, le radiazioni sono dovute unicamente al fenomeno dell'emissione, essendo nulla la radiazione incidente che viene riflessa. Si svilupperà per prima la relazione valida per lo scambio netto fra due superfici nere, e successivamente si estenderà il procedimento alla radiazione netta da un corpo nero contenuto in una cavità.

Si consideri lo scambio per irraggiamento tra superfici nere di forma qualsiasi (Figura 18.23a). Riutilizzando la notazione introdotta nel Paragrafo 18.6,  $q_{i \rightarrow j}$  è la potenza con cui una radiazione lascia una superficie  $i$  e viene intercettata da una superficie  $j$ . Dall'Equazione 18.32, segue che:

$$q_{i \rightarrow j} = (A_i J_i) F_{ij} \quad (18.42)$$

oppure, poiché la radiosità di un corpo nero è uguale al suo potere emissivo,  $J_i = E_{ni}$

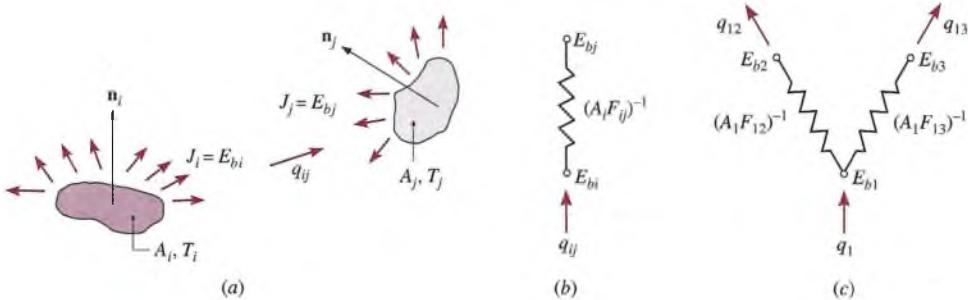
$$q_{i \rightarrow j} = A_i F_{ij} E_{ni}$$

Analogamente

$$q_{j \rightarrow i} = A_j F_{ji} E_{nj}$$

Lo scambio di radiazione netto fra due superfici può essere definito come

$$q_{ij} = q_{i \rightarrow j} - q_{j \rightarrow i} \quad (18.43)$$



**Figura 18.23** Trasmissione per irraggiamento tra superfici nere. (a) Scambio netto  $q_{ij}$  tra due superfici. Rete che rappresenta (b) lo scambio netto  $q_{ij}$  tra due superfici in funzione della resistenza radiativa spaziale e dei poteri emissivi di corpo nero, e (c) la potenza netta  $q_1$  scambiata dalla superficie  $A_1$  con le rimanenti superfici ( $A_2$  e  $A_3$ ) in una cavità di tre superfici.

da cui segue che

$$q_{ij} = A_i F_{ij} E_{ni} - A_j F_{ji} E_{nj}$$

Usando la relazione di reciprocità del fattore di vista, Equazione 18.33, e riordinando, si trova

$$q_{ij} = \frac{E_{ni} - E_{nj}}{(A_i F_{ij})^{-1}} \quad (18.44)$$

oppure, in funzione della temperatura superficiale, dall'Equazione 18.9, si ottiene

$$q_{ij} = A_i F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4) \quad (18.45)$$

Si noti che l'espressione per lo scambio netto dell'Equazione 18.44 può essere rappresentata dall'**elemento della rete** di Figura 18.23b associato con il potenziale  $(E_{ni} - E_{nj})$  e una **resistenza spaziale o geometrica alla radiazione** nella forma  $(A_i F_{ij})^{-1}$ .

I risultati precedenti possono anche essere utilizzati per valutare la radiazione netta trasferita da una qualsiasi superficie in una cavità di corpi neri. Per una cavità con tre pareti mantenute a differenti temperature, la potenza netta di radiazione emessa dalla superficie  $A_1$  è dovuta allo scambio con le rimanenti superfici  $A_2$  e  $A_3$ , e può essere espressa come

$$q_1 = q_{12} + q_{13} \quad (18.46)$$

$$q_1 = \frac{E_{n1} - E_{n2}}{(A_1 F_{12})^{-1}} + \frac{E_{n1} - E_{n3}}{(A_1 F_{13})^{-1}} \quad (18.47)$$

Queste equazioni valide per il corpo nero possono essere espresse anche con elementi di una *rete*, come mostrato in Figura 18.23c. Si osservi che si può scrivere un'equazione simile per ognuna delle superfici presenti nella cavità e che si può anche estendere il procedimento a più di tre superfici.

### Analisi delle cavità: Scambio tra superfici nere

### ESEMPIO 18.8

La cavità di una fornace, che ha la forma di un cilindro di diametro 75 mm e lunghezza 150 mm, è aperta a un'estremità verso un ambiente molto ampio a 27 °C. La superficie laterale e la base possono essere approssimati come corpi neri e sono riscaldate elettricamente, ben isolate e mantenute rispettivamente a 1350 °C e 1650 °C. Quanta potenza elettrica è necessaria per mantenere la fornace in condizioni stazionarie?

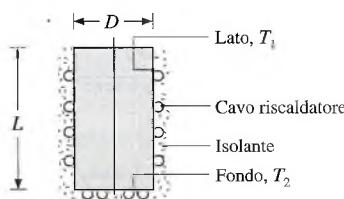
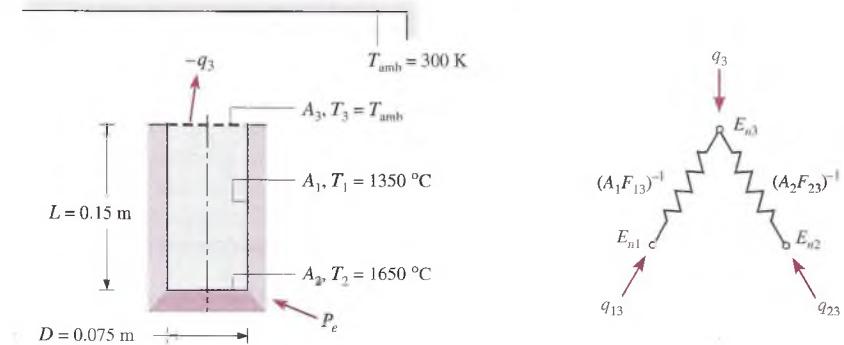


Figura E18.8a

#### Soluzione

**Elementi noti** Temperature superficiali di una fornace cilindrica.

**Da determinare** Potenza elettrica richiesta per mantenere la temperatura desiderata.

**Schema e dati forniti****Figura E18.8b,c****Ipotesi**

- Condizioni stazionarie.
- Le superfici interne si comportano come corpi neri.
- Lo scambio termico per convezione è trascurabile.
- La superficie esterna della fornace è adiabatica.

**Analisi** La potenza elettrica  $P_e$  necessaria per mantenere la fornace in condizioni stazionarie deve bilanciare il flusso termico scambiato attraverso l'apertura della fornace. Nelle ipotesi precedenti, l'unico scambio termico è per irraggiamento attraverso l'apertura, che può essere trattata come un'ipotetica superficie di area  $A_3$  che completa la cavità costituita dalla fornace ( $A_1, A_2, A_3$ ). Poiché l'ambiente circostante è ampio, lo scambio per irraggiamento tra l'apertura del forno e l'ambiente può essere trattato considerando la superficie  $A_3$  come un corpo nero a  $T_3 = T_{amb}$ . I processi associati con  $A_3$  sono rappresentati dalla rete in Figura E18.8c, da cui discende che

$$P_e = -q_3 = q_{13} + q_{23}$$

$$P_e = A_1 F_{13} \sigma (T_1^4 - T_3^4) + A_2 F_{23} \sigma (T_2^4 - T_3^4)$$

dove  $q_3$  è la potenza termica netta che lascia  $A_3$  per irraggiamento (dal lato cavità della superficie). Dalla Figura 18.22b, per i fattori di vista tra dischi coassiali e paralleli con  $(r_j/L) = (0.0375 \text{ m}/0.15 \text{ m}) = 0.25$  e  $(L/r_i) = (0.15 \text{ m}/0.0375 \text{ m}) = 4$ , si trova che

$$F_{23} = 0.06$$

Applicando la regola della somma alla superficie  $A_2$ , con  $F_{22} = 0$ , si ha

$$F_{21} = 1 - F_{22} - F_{23} = 1 - 0 - 0.06 = 0.94$$

e utilizzando la relazione di reciprocità

$$F_{12} = \frac{A_2}{A_1} F_{21} = \frac{\pi(0.075 \text{ m})^2/4}{\pi(0.075 \text{ m})(0.15 \text{ m})} \times 0.94 = 0.118$$

Tenendo conto della simmetria del problema, si trova che  $F_{13} = F_{12} = 0.118$ . Con  $A_1 = \pi DL$  e  $A_2 = \pi D^2/4$ , e sostituendo i valori numerici, la potenza elettrica necessaria è

$$\begin{aligned} P_e &= (\pi \times 0.075 \text{ m} \times 0.15 \text{ m})0.118(5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)[(1623 \text{ K})^4 - (300 \text{ K})^4] + \\ &+ (\pi(0.075 \text{ m} \times 0.15 \text{ m})0.118(5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4)[(1623 \text{ K})^4 - (300 \text{ K})^4] \\ &= 1639 \text{ W} + 205 \text{ W} = 1844 \text{ W} \end{aligned}$$

## 18.7 Scambio per irraggiamento tra superfici grigie e diffuse in una cavità

In una cavità costituita da superfici opache non nere, la radiazione può lasciare la superficie per emissione e per riflessione dell'irradiazione che ha origine dalle altre superfici nella cavità, come mostrato nella Figura 18.24a. Si inizia l'analisi delle cavità formulando i bilanci energetici superficiali per ottenere relazioni per la radiazione netta che lascia una superficie e per rappresentare i risultati con elementi di una rete. Si applicherà la rete a una cavità formata da due superfici, considerando anche il caso particolare di uno schermo radiativo e quello di una cavità costituita da tre superfici con una superficie isolata verso l'esterno, e con irraggiamento trascurabile sul lato cavità, che verrà chiamata *superficie reirradiante*.

### 18.7.1 Relazioni dello scambio radiativo: rappresentazione mediante una rete

Il termine  $q_i$ , che è la potenza netta con cui la radiazione lascia la superficie  $i$ , rappresenta l'effetto netto delle interazioni radiative alla superficie. Come mostrato in Figura 18.24b (si veda anche la Figura 18.11 e l'Equazione 18.5b), esso è uguale alla differenza tra la radiosità e l'irradiazione superficiale e può essere espresso come

$$q_i = A_i(J_i - G_i) \quad (18.48)$$

Dalla definizione di radiosità, Equazione 18.4b, con l'Equazione 18.12 per il potere emisivo e l'Equazione 18.20 per l'irradiazione riflessa, si trova

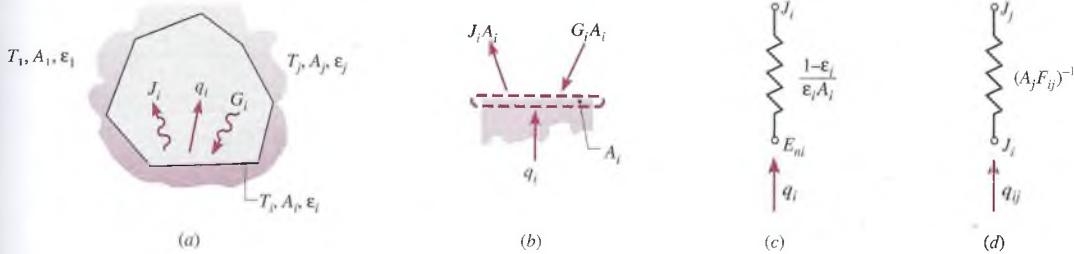
$$J_i = E_i + G_{\text{rif},i} = \varepsilon_i E_{ni} + \rho_i G_i \quad (18.49)$$

risolvendo rispetto all'irradiazione  $G_i$ , si trova

$$G_i = \frac{J_i - \varepsilon_i E_{ni}}{\rho_i} = \frac{J_i - \varepsilon_i E_{ni}}{1 - \varepsilon_i} \quad (18.50)$$

dove, dall'Equazione 18.28,  $\rho_i = 1 - \alpha_i = 1 - \varepsilon_i$ , poiché  $\varepsilon_i = \alpha_i$  per una superficie opaca grigia e diffusa (Equazione 18.31). Sostituendo l'Equazione 18.50 nella 18.48, ne consegue che la potenza termica netta che lascia per irraggiamento la superficie  $A_i$  è

$$q_i = \frac{E_{ni} - J_i}{(1 - \varepsilon_i)/\varepsilon_i A_i} \quad (18.51)$$



**Figura 18.24** Scambio radiativo netto in una cavità di superfici diffuse e grigie. (a) Schema della cavità. (b) Bilancio radiativo secondo l'Equazione 18.48. (c) Rete che rappresenta la radiazione netta  $q_i$  scambiata dalla superficie in termini di resistenza radiativa superficiale. (d) Elemento di rete che rappresenta lo scambio  $q_{ij}$  tra due superfici in funzione della resistenza radiativa spaziale o geometrica.

Questa relazione può essere rappresentata dall'elemento della rete in Figura 18.24c, in cui  $(E_{ni} - J_i)$  è il potenziale e  $(1 - \varepsilon_i)/\varepsilon_i A_i$  è interpretabile come **resistenza radiativa superficiale**. Tale elemento rappresenta una superficie grigia e diffusa; se la superficie fosse nera, l'elemento non comparirebbe nella rete; infatti in quel caso potere emissivo e radiosità sono uguali.

**Resistenza spaziale radiativa** Si consideri lo scambio per irraggiamento tra due delle superfici della cavità rappresentata in Figura 18.24a. Seguendo l'analisi compiuta per lo scambio tra corpi neri (si vedano le Equazioni 18.42-43), si ricorda che il termine  $q_{i \rightarrow j}$  era stato definito come la frazione della potenza che lascia la superficie  $i$  che viene intercettata dalla superficie  $j$ . Quindi, lo scambio netto per irraggiamento tra le due superfici può essere espresso come

$$q_{ij} = q_{i \rightarrow j} - q_{j \rightarrow i} \quad (18.52)$$

Dall'Equazione 18.42, in funzione delle radiosità superficiali (non dei poteri emissivi), discende che

$$q_{ij} = (A_i J_i) F_{ij} - (A_j J_j) F_{ji} \quad (18.53)$$

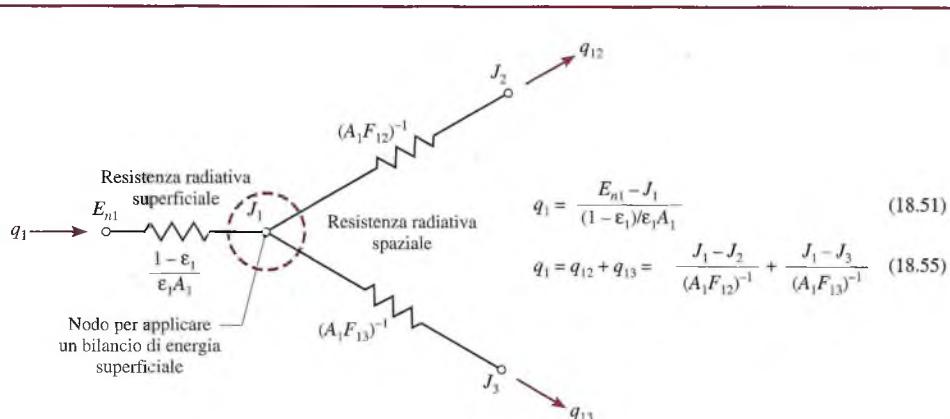
e, utilizzando la relazione di reciprocità tra i fattori di vista, si ha

$$q_{ij} = \frac{J_i - J_j}{(A_i F_{ij})^{-1}}$$

(18.54)

Il componente  $q_{ij}$  può essere rappresentato da un elemento della rete per cui  $(J_i - J_j)$  è il potenziale e  $(A_i F_{ij})^{-1}$  è la **resistenza radiativa spaziale o geometrica** (Figura 18.24d).

**Bilancio energetico al nodo  $J_1$**  Dall'Equazione 18.51 è evidente che lo scambio radiativo netto alla superficie  $i$  attraverso la resistenza superficiale  $q_i$  deve essere uguale alla potenza radiativa netta che viene trasmessa da  $i$  a tutte le altre superfici attraverso le corrispondenti resistenze radiative spaziali  $q_{ij}$ , come dato dall'Equazione 18.45. Tali equazioni sono rappresentate dalla *rete* in Figura 18.25 per la superficie  $A_1$  in una cavità di tre superfici. La rete corrisponde a un bilancio energetico al nodo che rappresenta la radiosità (potenziale). Dalla rete è evidente che lo scambio netto di radiazione  $q_1$  dalla superficie  $A_1$  è uguale alla somma dei componenti relativi allo scambio radiativo con le altre superfici nella cavità, ed è del tipo



**Figura 18.25** Resistenze radiative spaziali e superficiali in una rete che rappresenta la superficie  $A_1$  in una cavità di tre superfici. Le Equazioni 18.51 e 18.55 sono i bilanci energetici nel nodo  $J_1$ .

$$q_1 = q_{12} + q_{13} + \dots = \frac{J_1 - J_2}{(A_1 F_{12})^{-1}} + \frac{J_1 - J_3}{(A_1 F_{13})^{-1}} + \dots \quad (18.55)$$

La rappresentazione sotto forma di rete di una superficie grigia e diffusa (Figura 18.25) è un utile strumento per visualizzare e calcolare lo scambio per irraggiamento. Nel prossimo paragrafo si applicheranno le reti a una cavità di due superfici.

### 18.7.2 Cavità di due superfici

Il più semplice esempio di cavità è quella costituita da due superfici che scambiano radiazione solamente l'una con l'altra. Tale cavità è rappresentata in maniera schematica nella Figura 18.26a. Dal bilancio energetico globale sulla cavità, si nota che la potenza netta  $q_1$  trasferita per irraggiamento dalla superficie 1 deve essere uguale a quella  $q_2$  ricevuta dalla superficie 2. Dal momento che ci sono solo due superfici nella cavità, entrambe le quantità devono uguagliare la potenza netta  $q_{12}$  alla quale la radiazione viene scambiata tra 1 e 2, per cui

$$q_1 = -q_2 = q_{12} \quad (18.56)$$

Si può utilizzare la rappresentazione sotto forma di rete della Figura 18.25 per ciascuna delle superfici, allo scopo di costruire la rete che corrisponde a una cavità di due superfici mostrata in Figura 18.26b. La resistenza totale allo scambio per irraggiamento tra la superficie 1 e la superficie 2 è composta da due resistenze superficiali e dalla resistenza spaziale. Quindi, si può esprimere lo scambio radiativo netto tra le due superfici come

$$q_1 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1 - \epsilon_2}{\epsilon_2 A_2}} \quad (18.57)$$

dove  $E_n = \sigma T^4$  dall'Equazione 18.9.

Il precedente risultato può essere utilizzato per qualsiasi coppia di superfici diffuse e grigie che formino una cavità. La Tabella 18.4 riporta l'applicazione dell'Equazione 18.57 a importanti geometrie comuni. Si noti che il flusso termico netto per irraggiamento, Equazione 18.61, per un piccolo oggetto convesso in un grande ambiente isotermo corrisponde all'equazione di scambio già vista nel Capitolo 15 (Equazione 15.15).

**Schermi radiativi** Per ridurre lo scambio netto per irraggiamento tra due superfici si possono usare gli schermi radiativi, costruiti con materiali basso emissivi (altamente riflettenti). Si immagini di posizionare uno schermo, superficie 3, tra due larghe piastre parallele (Figura 18.27a). Senza lo schermo radiativo, la potenza netta trasmessa tra la superficie 1 e la 2 è data

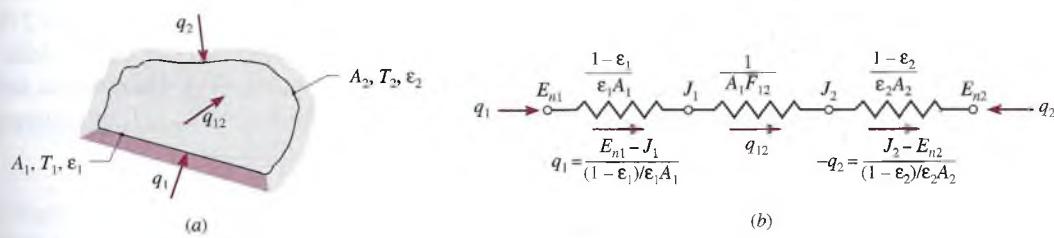


Figura 18.26 Cavità di due superfici. (a) Schema. (b) Rappresentazione come rete con due resistenze radiative superficiali e una spaziale, Equazione 18.57.

**Tavola 18.4** Equazioni per lo scambio netto per irraggiamento per cavità comuni composte da due superfici diffuse e grigie in applicazione dell'Equazione 18.57

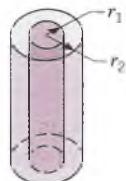
Piastre piane parallele molto larghe (infinte)



$$A_1 = A_2 = A \quad F_{12} = 1$$

$$q_{12} = \frac{A\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad (18.58)$$

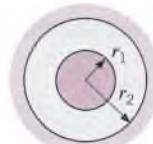
Cilindri concentrici molto lunghi (infiniti)



$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad F_{12} = 1$$

$$q_{12} = \frac{\sigma A_1(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2} \quad (18.59)$$

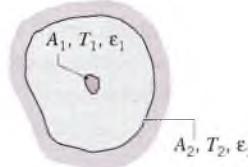
Sfere concentriche



$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \quad F_{12} = 1$$

$$q_{12} = \frac{\sigma A_1(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2} \quad (18.60)$$

Piccolo oggetto convesso in grande ambiente isotermo

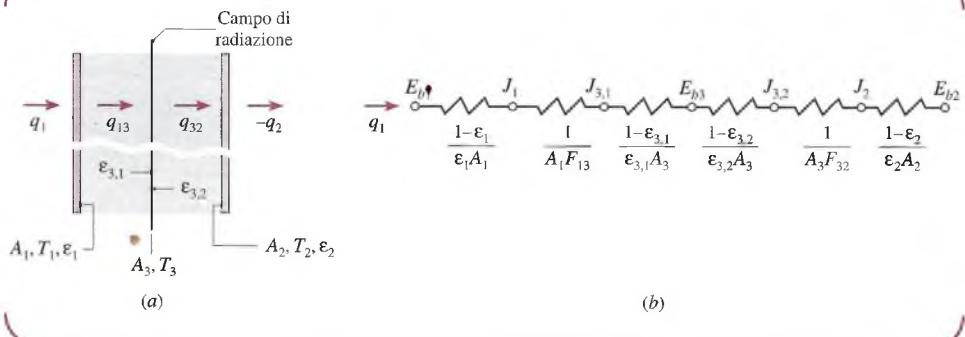


$$\frac{A_1}{A_2} \approx 0 \quad F_{12} = 1$$

$$q_{12} = \sigma A_1 \varepsilon_1 (T_1^4 - T_2^4) \quad (18.61)$$

**Figura 18.27** Scambio per irraggiamento tra piastre infinite e parallele con uno schermo radiativo. (a) Schema. (b)

Rappresentazione sotto forma di rete con quattro resistenze radiative superficiali e due spaziali.



dall'Equazione 18.57. Invece, quando si frappone tra le due superfici uno schermo radiativo, sono presenti delle resistenze termiche aggiuntive, come mostrato in Figura 18.27b, per cui la potenza termica si riduce. Si osservi che l'emissività associata con un lato dello schermo ( $\varepsilon_{3,1}$ ) può essere diversa da quella associata al lato opposto ( $\varepsilon_{3,2}$ ), e le radiosità saranno anch'esse diverse. Sommando le resistenze e notando che  $F_{13} = F_{32} = 1$ , ne conseguì che

$$q_{12} = \frac{A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_{3,1}}{\varepsilon_{3,1}} + \frac{1 - \varepsilon_{3,2}}{\varepsilon_{3,2}} + \frac{1}{\varepsilon_2}} \quad (18.62)$$

Si osservi che le resistenze dovute alla presenza dello schermo radiativo sono molto elevate se le emissività  $\varepsilon_{3,1}$  e  $\varepsilon_{3,2}$  sono molto piccole.

### Schermo radiativo per una linea di trasmissione di un fluido criogenico

#### ESEMPIO 18.9

Un fluido criogenico scorre attraverso un lungo tubo di diametro pari a 20 mm, la cui superficie esterna è diffusa e grigia, con  $\varepsilon_1 = 0.02$  e  $T_1 = 77 \text{ K}$ . Il tubo è concentrico con uno più grande avente diametro pari a 50 mm, la cui superficie interna è diffusa e grigia con  $\varepsilon_2 = 0.05$  e  $T_2 = 300 \text{ K}$ . Lo spazio tra le due superfici è vuoto. (a) Calcolare il flusso termico trasmesso al fluido criogenico per unità di lunghezza del tubo. (b) Se si introduce tra i due tubi un sottile schermo radiativo di diametro pari a 35 mm e con  $\varepsilon_3 = 0.02$  (su entrambi i lati), calcolare la variazione percentuale del flusso termico scambiato tra i due tubi.

#### Soluzione

**Elementi noti** Tubi concentrici con superfici grigie e diffuse e differenti temperature ed emissività.

#### Da determinare

- Scambio termico al fluido criogenico che attraversa il tubo interno *senza* lo schermo radiativo.
- Variazione percentuale dello scambio termico con lo schermo radiativo inserito a metà tra i due tubi.

#### Schema e dati forniti

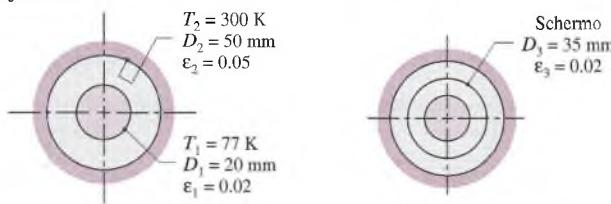


Figura E18.9 Senza schermo (ss)

Con schermo (cs)

#### Ipotesi

- Superfici diffuse e grigie.
- Spazio tra i tubi sotto vuoto.
- Resistenza conduttrice dello schermo trascurabile.
- I due tubi concentrici formano una cavità di due superfici (gli effetti di bordo sono trascurabili).

**Analisi** (a) La rappresentazione sotto forma di rete del sistema senza lo schermo (ss) è mostrata in Figura 18.26, e si può ottenere il flusso termico dall'Equazione 18.59, dove

$$q_{ss} = \frac{\sigma(\pi D_1 L)(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left( \frac{D_1}{D_2} \right)}$$

Quindi, il flusso termico dal fluido criogenico, per unità di lunghezza di tubo, è

$$q'_{ss} = \frac{q_{ss}}{L} = \frac{5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4 (\pi \times 0.02 \text{ m}) [(77 \text{ K})^4 - (300 \text{ K})^4]}{\frac{1}{0.02} + \frac{1 - 0.05}{0.05} \left( \frac{0.02 \text{ m}}{0.05 \text{ m}} \right)}$$

$$q'_{ss} = -0.50 \text{ W/m}$$

Il segno negativo implica che il flusso termico per irraggiamento è entrante nel fluido criogenico.

(b) La Figura 18.27 riporta la rete che rappresenta il sistema con lo schermo (cs), per il quale la potenza termica scambiata è ora

$$q_{cs} = \frac{E_{n1} - E_{n2}}{R_{tot}} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{R_{tot}}$$

dove la resistenza totale alla radiazione è la somma di quattro resistenze radiative superficiali e di due resistenze radiative spaziali

$$R_{\text{tot}} = \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1(\pi D_1 L)} + \frac{1}{(\pi D_1 L) F_{13}} + 2 \left[ \frac{1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_3(\pi D_3 L)} \right] + \frac{1}{(\pi D_3 L) F_{32}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2(\pi D_2 L)}$$

Sostituendo i valori numerici, si trova

$$R_{\text{tot}} = \frac{1}{L} \left\{ \frac{1 - 0.02}{0.02(\pi \times 0.02 \text{ m})} + \frac{1}{(\pi \times 0.02 \text{ m})} \right. \\ \left. + 2 \left[ \frac{1 - 0.02}{0.02(\pi \times 0.035 \text{ m})} \right] + \frac{1}{(\pi \times 0.035 \text{ m})} + \frac{1 - 0.05}{0.05(\pi \times 0.05 \text{ m})} \right\}$$

$$R_{\text{tot}} = \frac{1}{L} (779.9 + 15.9 + 891.3 + 9.1 + 121.0) = \frac{1817}{L} \text{ m}^{-2}$$

Quindi, il flusso termico con lo schermo radiativo è

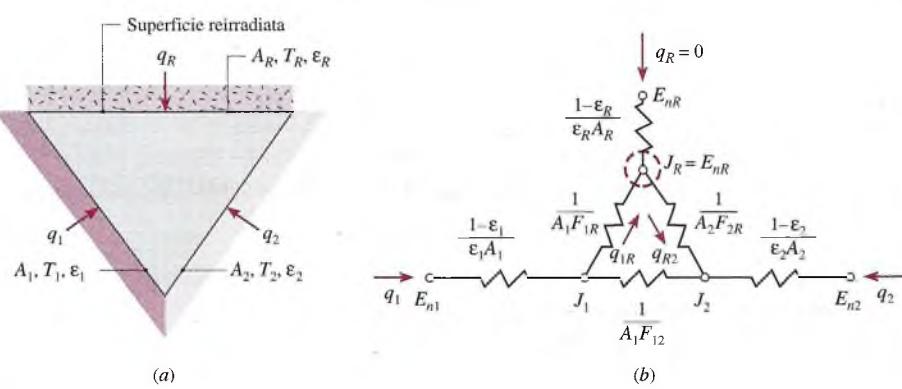
$$q'_{cs} = \frac{q_{cs}}{L} = \frac{5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4 [(77 \text{ K})^4 - (300 \text{ K})^4]}{1817 \text{ m}^{-1}} = -0.25 \text{ W/m}$$

La variazione percentuale della potenza termica trasmessa al fluido criogenico è allora

$$\frac{q'_{cs} - q'_{ss}}{q'_{ss}} \times 100 = \frac{(-0.25 \text{ W/m}) - (-0.50 \text{ W/m})}{-0.50 \text{ W/m}} \times 100 = -50 \%$$

### 18.7.3 Cavità di tre superfici con una superficie reirradiante

Si può utilizzare una rappresentazione simile a quella della Figura 18.25 per studiare lo scambio termico per irraggiamento in una cavità costituita da tre superfici. Si analizzerà il caso particolare (Figura 18.28) in cui una delle superfici è perfettamente isolata nella parte posteriore, con irraggiamento (e convezione) trascurabile sul lato cavità. La superficie idealizzata, detta **superficie reirradiante**, è caratterizzata da scambio termico per irraggiamento nullo ( $q_i = 0$ ). Tale situazione è comune in molte applicazioni industriali, in particolare le fornaci e i forni in cui l'irraggiamento è la modalità dominante di scambio termico.



**Figura 18.28** Cavità con tre superfici con una superficie reirradiante. (a) Schema. (b)

Rappresentazione come rete con tre resistenze radiative superficiali e tre spaziali.

La cavità di tre superfici, per cui la terza superficie R è reirradiante, è mostrata in Figura 18.28a, mentre la rete corrispondente è rappresentata in Figura 18.28b. Poiché la superficie R è ben isolata e con effetti convettivi trascurabili, la radiazione netta scambiata deve essere nulla, per cui  $q_R = 0$ , e dal bilancio energetico globale per la cavità discende che  $q_1 = -q_2$ .

Dal momento che  $q_R = 0$ , in accordo con l'Equazione 18.51, il potenziale per l'elemento corrispondente alla resistenza radiativa superficiale deve essere zero, e quindi il potere emissivo di corpo nero per la superficie reirradiante deve uguagliare la radiosità

$$E_{nR} = J_R$$

Se la radiosità  $J_R$  della superficie reirradiante è nota, allora se ne può determinare facilmente la temperatura. In questa cavità, la temperatura della superficie reirradiante è determinata dalla sua interazione con le altre superfici ed è indipendente dall'emissività della superficie stessa.

La rete che rappresenta la cavità, Figura 18.26b, è una semplice rete serie-parallelo e dall'analisi si mostra facilmente che la potenza netta radiativa trasmessa è

$$q_1 = \frac{E_{n1} - E_{n2}}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12} + [(1/A_1 F_{1R}) + (1/A_2 F_{2R})]^{-1}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} \quad (18.63)$$

Sapendo che  $q_1 = -q_2$ , si può applicare l'Equazione 18.51 alle superfici 1 e 2 per determinarne le radiosità  $J_1$  e  $J_2$ . Note  $J_1$  e  $J_2$  e le resistenze geometriche, la radiosità  $J_R$  della superficie reirradiante può essere determinata dal bilancio della radiazione sul nodo R ( $q_{1R} - q_{2R} = 0$ ):

$$\frac{J_1 - J_R}{(1/A_1 F_{1R})} - \frac{J_R - J_2}{(1/A_2 F_{2R})} = 0 \quad (18.64)$$

La temperatura  $T_R$  della superficie reirradiante può essere ricavata dalla condizione  $\sigma T_R^4 = J_R$ .

Come si è visto per le cavità di due e tre superfici (con una superficie reirradiante), la rappresentazione con la rete è conveniente per impostare l'analisi. Per cavità complicate è più utile un approccio più diretto applicando le relazioni dei bilanci energetici, Equazioni 18.51 e 18.55. Per una cavità di N superfici con N radiosità incognite (o una combinazione di N radiosità e temperature) l'analisi richiede la soluzione simultanea di un sistema di N equazioni di bilancio energetico. I metodi per condurre tale analisi sono però trattati in corsi più avanzati.

### Analisi di una cavità con tre superfici: forno di cottura per vernici

#### ESEMPIO 18.10

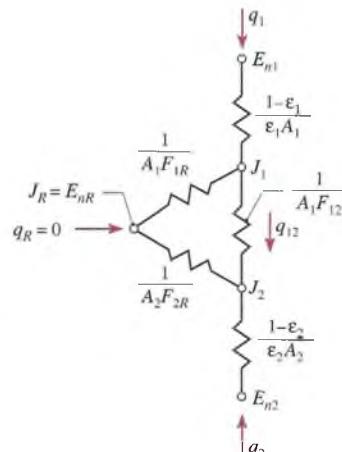
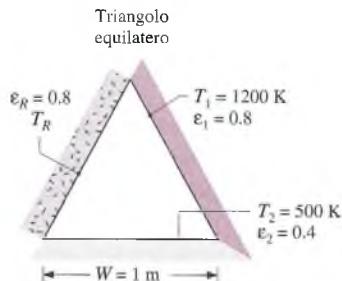
Un forno per la cottura di prodotti verniciati consiste in un lungo condotto la cui sezione ha la forma di un triangolo equilatero, nel quale una superficie è riscaldata e mantenuta a 1200 K, mentre un'altra superficie è isolata. I pannelli Pitturati, che sono mantenuti a 500 K, occupano la terza superficie. Il triangolo ha ogni lato di larghezza  $W = 1$  m, e le superfici riscaldata e isolata hanno un'emissività di 0.8. L'emissività dei pannelli è invece 0.4. (a) In condizioni stazionarie, quale potenza deve essere fornita al lato riscaldato, per unità di lunghezza del condotto, per mantenere la sua temperatura a 1200 K? (b) Qual è la temperatura della superficie isolata?

#### Soluzione

**Elementi noti** Proprietà superficiali di un lungo condotto triangolare che è isolato su un lato e riscaldato e raffreddato sugli altri.

**Da determinare**

- (a) Potenza da fornire per unità di lunghezza del condotto.  
 (b) Temperatura della superficie isolata.

**Schema e dati forniti****Figura E18.10****Ipotesi**

- Condizioni stazionarie.
- Tutte le superfici sono opache, diffuse e grigie, con radiosità uniforme.
- Gli effetti della convezione sono trascurabili.
- La superficie R è reirradiante.
- Gli effetti di bordo sono trascurabili.

**Analisi** (a) Il sistema può essere modellato come una cavità di tre superfici con una superficie reirradiante. La potenza che deve essere fornita alla superficie riscaldata si ricava dall'Equazione 18.63

$$q_1 = \frac{E_{n1} - E_{n2}}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12} + [(1/A_1 F_{1R}) + (1/A_2 F_{2R})]^{-1}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$

Per la simmetria del problema,  $F_{12} = F_{1R} = F_{2R} = 0.5$ . Inoltre,  $A_1 = A_2 = WL$ , dove L è la lunghezza del condotto. Sostituendo i valori numerici, si trova la potenza termica trasmessa al condotto per unità di lunghezza

$$q'_1 = \frac{q_1}{L} = \frac{5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4 (1200^4 - 500^4) \text{ K}^4}{\frac{1 - 0.8}{0.8 \times 1 \text{ m}} + \frac{1}{1 \text{ m} \times 0.5 + (2 + 2)^{-1} \text{ m}} + \frac{1 - 0.4}{0.4 \times 1 \text{ m}}}$$

ossia

$$q'_1 = 37 \text{ kW/m}$$

(b) Si può ricavare la temperatura della superficie isolata dal fatto che  $J_R = E_{nR}$  dove  $J_R$  è determinata a partire dall'Equazione 18.64. Tuttavia, per poter utilizzare tale espressione, è necessario conoscere  $J_1$  e  $J_2$ . Applicando il bilancio energetico superficiale, Equazione 18.51, alle superfici 1 e 2 e notando dalla rete, Figura 18.10, che  $q'_2 = -q'_1$ , discende che

$$\begin{aligned} J_1 &= E_{n1} - \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 W} q'_1 = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{K}^4 (1200 \text{ K})^4 - \\ &- \frac{1 - 0.8}{0.8 \times 1 \text{ m}} \times 37,000 \text{ W/m} = 108,323 \text{ W/m}^2 \end{aligned}$$

$$J_2 = E_{n2} - \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 W} q'_2 = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4 (500 \text{ K})^4 - \\ - \frac{1 - 0.4}{0.4 \times 1 \text{ m}} (-37,000 \text{ W/m}) = 59,043 \text{ W/m}^2$$

Dal bilancio energetico per la superficie reirradiante, Equazione 18.64, si ha che

$$\frac{\frac{108,323 - J_R}{1}}{W \times L \times 0.5} - \frac{\frac{J_R - 59,043}{1}}{W \times L \times 0.5} = 0$$

Quindi la radiosità della superficie reirradiante è

$$J_R = 83,683 \text{ W/m}^2$$

Dal momento che, per la superficie reirradiante,  $J_R = E_{nR} = \sigma T_R^4$ , la sua temperatura è

$$T_R = \left( \frac{J_R}{\sigma} \right)^{1/4} = \left( \frac{83,683 \text{ W/m}^2}{5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4} \right)^{1/4} = 1102 \text{ K}$$

## Sommario e guida allo studio

In questo capitolo si sono studiati i fenomeni di irraggiamento e le relative proprietà, e si sono applicati questi concetti fondamentali ai metodi per la determinazione dello scambio radiativo da superfici selettive e tra superfici grigie e diffuse che formano una cavità.

Si è descritta la natura della radiazione termica e si sono introdotti i processi radiativi di emissione e di irradiazione. Il concetto di corpo nero, assorbitore perfetto ed emettitore ideale, fornisce una base per la comprensione della distribuzione spettrale della radiazione in funzione della lunghezza d'onda e della temperatura. Le proprietà della radiazione, definite in funzione del comportamento del corpo nero, descrivono l'interazione tra i processi radiativi e le superfici reali. Nella trattazione, si sono considerate le superfici diffuse, per le quali si applica l'uguaglianza delle proprietà spettrali. Per le superfici grigie e diffuse, un utile modello in molte applicazioni ingegneristiche, l'uguaglianza vale su base totale. L'uguaglianza non è invece applicabile alle superfici selettive, le quali hanno proprietà spettrali differenti nell'intervallo di valori di lunghezza d'onda associato ai processi di emissione e irradiazione.

Le ipotesi di superficie diffusa e grigia ci permettono di esprimere le caratteristiche geometriche di scambio radiativo tra le superfici di una cavità in funzione di fattori di vista. Basandosi sulle relazioni di bilancio dell'energia, si è introdotta una rappresentazione a rete per le cavità di due superfici, trattando gli schermi radiativi come un caso speciale, e per le cavità di tre superfici con una superficie reirradiante.

Si sono introdotti molti concetti e termini nuovi in questo capitolo; per avere una maggior sicurezza nella loro applicazione, il lettore dovrà quindi leggere molto attentamente il materiale. Si consiglia di riguardare il sommario dei ter-

mini nella Tabella 18.1, le caratteristiche del corpo nero elencate nel Paragrafo 18.3 e il sommario delle relazioni tra proprietà nel Paragrafo 18.4.4.

La seguente checklist ha il compito di fornire una guida allo studio per questo capitolo. Una volta terminati lo studio del testo e i problemi alla fine del capitolo, si deve essere in grado di:

- interpretare il significato dei termini chiave evidenziati nel testo;
- descrivere la natura delle radiazioni e le caratteristiche più importanti che caratterizzano l'irraggiamento;
- definire i poteri emissivi spettrale e totale e spiegare che ruolo gioca quest'ultimo in un bilancio energetico superficiale;
- definire l'irradiazione totale e la radiosità totale e spiegare che ruolo rivestono in un bilancio energetico superficiale;
- elencare le caratteristiche di un corpo nero e spiegare il principale ruolo del comportamento del corpo nero in una analisi delle radiazioni;
- descrivere la distribuzione di Planck e spiegare l'uso della legge dello spostamento di Wien, della legge di Stefan-Boltzmann e delle frazioni di emissione nella banda nella risoluzione dei problemi;
- elencare le caratteristiche più importanti delle superfici selettive e grigie e spiegare cos'è una superficie diffusa;
- spiegare il concetto di fattore di vista e l'utilizzo della relazione di reciprocità e della regola della somma;
- applicare la rappresentazione come rete per calcolare lo scambio radiativo netto tra due superfici grigie e diffuse in una cavità;
- spiegare l'utilizzo dello schermo radiativo e se sia più vantaggioso che abbia una superficie a elevato assorbimento o a elevato coefficiente di riflessione.

## Esercizi

**Nota:** ove non diversamente specificato nel testo del problema, utilizzare i valori delle proprietà termofisiche riportati nelle opportune tabelle dell'Appendice HT per risolvere i problemi.

### Quantità e processi radiativi

- 18.1** La distribuzione spettrale della radiazione emessa da una superficie diffusa può essere approssimata come mostrato in Figura P18.1. La superficie ha un'irradiazione totale di  $1500 \text{ W/m}^2$ , 70% della quale è assorbito e 30% riflesso.

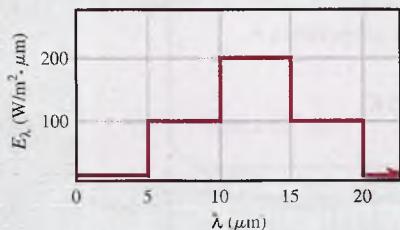


Figura P18.1

- (a) Qual è il potere emissivo totale?  
(b) Qual è la radiosità?  
(c) Qual è il flusso radiativo netto che lascia la superficie? Mostrare uno schema del bilancio energetico superficiale ed etichettare i processi radiativi.

- 18.2** Una superficie è soggetta all'irradiazione spettrale mostrata in Figura P18.2. La superficie riflette il 40% dell'irradiazione e ha un potere emissivo di  $600 \text{ W/m}^2$ .

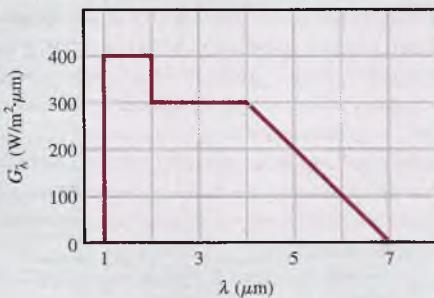


Figura P18.2

- (a) Qual è l'irradiazione?  
(b) Qual è la radiosità?  
(c) Qual è il flusso radiativo netto che lascia la superficie? Mostrare uno schema del bilancio energetico superficiale ed etichettare i processi radiativi.

- 18.3** Si consideri una piastra ben isolata nella parte posteriore e mantenuta a  $200^\circ\text{C}$  da una resistenza elettrica in essa contenuta. La superficie esposta ha un potere emissivo di  $1200 \text{ W/m}^2$ , un'irradiazione di  $2500 \text{ W/m}^2$  e un coefficiente di riflessione del 30%. La su-

perficie è esposta a una corrente d'aria a  $20^\circ\text{C}$  il cui coefficiente convettivo è  $15 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K})$ .

- (a) Qual è la radiosità  $J$ ?  
(b) Determinare il flusso radiativo netto che lascia la superficie in funzione della radiosità e dell'irradiazione.  
(c) Determinare il flusso di calore combinato dovuto a scambio termico per convezione e irraggiamento.  
(d) Rappresentare il bilancio energetico superficiale in maniera schematica, etichettando i processi radiativi.  
(e) Qual è la potenza elettrica  $P$  ( $\text{W}/\text{m}^2$ ) necessaria per mantenere la piastra nelle condizioni specificate?

### Radiazione di corpo nero

- 18.4** Un sottile guscio sferico in alluminio con diametro interno  $D = 2 \text{ m}$  è vuoto e viene utilizzato come cavità per test sulle radiazioni. Se la superficie interna è rivestita di carbonio nero e mantenuta a  $600 \text{ K}$ , qual è l'irradiazione su una piccola superficie di prova che viene posizionata nella cavità? Se la superficie interna non fosse ricoperta, ma comunque mantenuta a  $600 \text{ K}$ , quale sarebbe l'irradiazione?

- 18.5** Una cavità nera ha un'area interna di  $100 \text{ m}^2$  ed è mantenuta a temperatura costante. Sulla cavità è presente una piccola apertura con area  $0.02 \text{ m}^2$ . Il potere emissivo che attraversa l'apertura è di  $70 \text{ W}$ . Qual è la temperatura interna della cavità? Se la superficie interna fosse mantenuta alla stessa temperatura ma venisse lucidata, quale sarebbe il valore del potere emissivo emesso dall'apertura?

- 18.6** Il flusso di energia associato alla radiazione solare incidente su una superficie esterna all'atmosfera terrestre è stato misurato accuratamente ed è pari a  $1353 \text{ W/m}^2$ . I diametri del sole e della terra sono rispettivamente  $1.39 \times 10^9$  e  $1.29 \times 10^7 \text{ m}$ , e la distanza tra di essi è di  $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$ .

- (a) Qual è il potere emissivo del sole?  
(b) Approssimando la superficie del sole come nera, qual è la sua temperatura?  
(c) A quale lunghezza d'onda si ha il massimo potere emissivo spettrale del sole?  
(d) Ipotizzando che la superficie della terra sia nera e che il sole sia l'unica sorgente di energia per la terra, stimare la temperatura superficiale della terra.

- 18.7** Stimare la lunghezza d'onda corrispondente alla massima emissione di corpo nero per ciascuna delle seguenti superfici: il sole, un filamento in tungsteno a  $2500 \text{ K}$ , un metallo riscaldato a  $1500 \text{ K}$ , la pelle umana a  $305 \text{ K}$  e la superficie di un metallo raffreddato criogenicamente a  $60 \text{ K}$ . Stimare la frazione dell'emissione solare nelle seguenti regioni spettrali: ultravioletto, visibile e infrarosso.

- 18.8** Una sorgente luminosa da  $100 \text{ W}$  consiste in un filamento a forma di striscia rettangolare sottile, lunga 5

mm e larga 2 mm, ed emette come un corpo nero a 2900 K.

- (a) Ipotizzando che il bulbo di vetro trasmetta tutta la radiazione incidente visibile, qual è l'efficienza?

L'efficienza è definita come il rapporto tra il potere emissivo nella radiazione del visibile e la potenza elettrica consumata.

- (b) Determinare l'efficienza in funzione della temperatura del filamento nell'intervallo tra 1300 e 3300 K.

- 18.9** La superficie scura di una stufa in ceramica si può approssimare come un corpo nero. I fornelli, integrati nella parte superiore della stufa, sono riscaldati dal basso da resistenze elettriche come illustrato in Figura P18.9.

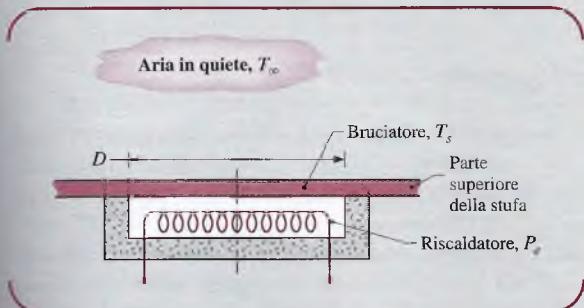


Figura P18.9

Si consideri un fornello con diametro  $D = 200$  mm che opera a temperatura uniforme  $T_s = 250^\circ\text{C}$  in un ambiente con aria a  $T_\infty$  e coefficiente convettivo pari a  $10 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ .

- (a) Senza pentole o padelle sul fornello, quali sono le potenze termiche scambiate per convezione e irraggiamento?  
 (b) Se l'efficienza associata all'energia trasmessa ai fornelli è del 90%, qual è la potenza elettrica richiesta?  
 (c) A che lunghezza d'onda si ha la massima emissione spettrale?

### Proprietà – Emissività

- 18.10** L'emissività spettrale del tungsteno può essere approssimata dalla distribuzione riportata in Figura P18.10. Si consideri un filamento cilindrico di tungsteno del diametro  $D = 0.8$  mm e lungo  $L = 20$  mm. Il filamento è racchiuso in un bulbo sotto vuoto e viene

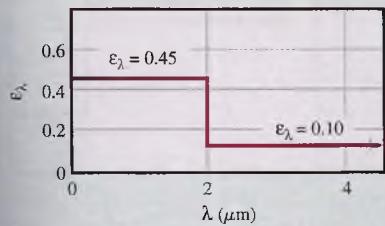


Figura P18.10

riscaldato da una corrente elettrica alla temperatura stazionaria di 2900 K.

- (a) Qual è l'emissività totale quando la temperatura del filamento è di 2900 K?

- (b) Tracciare un grafico dell'emissività in funzione della temperatura del filamento nell'intervallo da 1300 a 2900 K.

- 18.11** Una ceramica allo zirconio ha l'emissività emisferica spettrale mostrata in Figura P18.11 e potrebbe essere usata per il filamento del bulbo di una lampada.

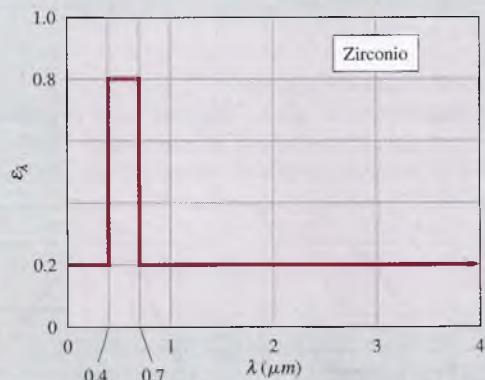


Figura P18.11

- (a) Qual è l'emissività totale di un filamento in zirconio che opera a 3000 K?

- (b) Utilizzando la distribuzione spettrale riportata nel Problema 18.10, determinare l'emissività totale di un filamento in tungsteno a 3000 K e confrontare il risultato con quello ottenuto per lo zirconio. Quale filamento richiede maggior consumo di energia se usato a 3000 K all'interno di un bulbo?  
 (c) Rispetto alla produzione di radiazione visibile, quale dei due filamenti è il più efficace? Giustificare il risultato qualitativamente.

- 18.12** L'emissività spettrale di un materiale diffuso a 2000 K è mostrata in Figura P18.12.

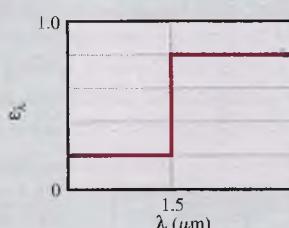


Figura P18.12

- (a) Determinare l'emissività totale a 2000 K.

- (b) Determinare il potere emissivo nell'intervallo spettrale tra 0.8 e 2.5 μm.

- 18.13** Come varia l'emissività totale in funzione della temperatura, per i materiali A e B, le cui emissività spet-

trali variano con la lunghezza d'onda come mostrato nella figura sottostante? Commentare la risposta. 13.

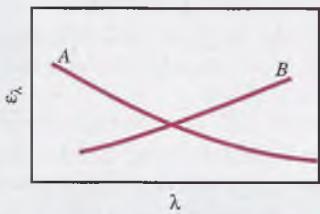


Figura P18.13

#### Proprietà e bilanci energetici

18.14 Una superficie opaca, con una certa distribuzione spettrale del coefficiente di riflessione, è soggetta all'irradiazione spettrale mostrata in Figura P18.14.

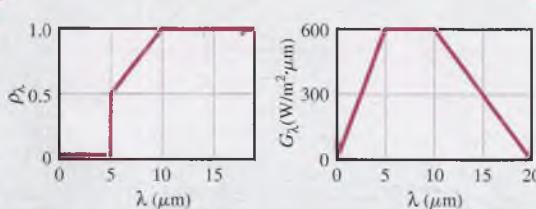


Figura P18.14

- Disegnare il grafico della distribuzione spettrale del coefficiente di assorbimento.
- Determinare l'irradiazione totale sulla superficie.
- Determinare il flusso termico per irraggiamento assorbito dalla superficie.
- Qual è il coefficiente di assorbimento totale della superficie?

18.15 Una superficie opaca di  $2\text{m} \times 2\text{m}$  è mantenuta a 400 K e simultaneamente esposta alla radiazione solare con  $G = 1200 \text{ W/m}^2$ . La superficie è diffusa e il suo coefficiente di assorbimento spettrale è  $\alpha_\lambda = 0, 0.8, 0$  e  $0.9$  per  $0 \leq \lambda \leq 0.5 \mu\text{m}$ ,  $0.5 < \lambda \leq 1 \mu\text{m}$ ,  $1 < \lambda \leq 2 \mu\text{m}$ , e  $\lambda > 2 \mu\text{m}$  rispettivamente. Determinare l'irradiazione assorbita, il potere emissivo, la radiosità e il flusso termico netto scambiato dalla superficie.

18.16 Il coefficiente di assorbimento spettrale di una superficie opaca è mostrato in Figura P18.16. Qual è il co-

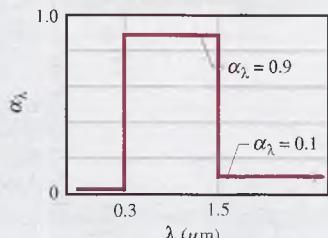


Figura P18.16

efficiente di assorbimento solare  $\alpha_S$ ? Se si assume che  $\alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda$  e che la superficie sia a 340 K, qual è l'emissività totale?

18.17 Il coefficiente di assorbimento spettrale di una superficie opaca e la distribuzione spettrale della radiazione incidente sono tracciate nei grafici seguenti.

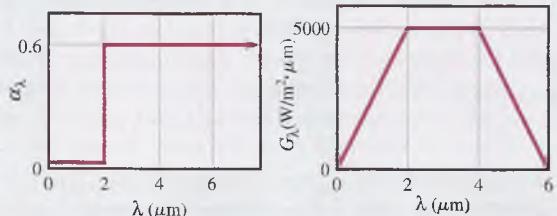


Figura P18.17

Qual è il coefficiente di assorbimento totale della superficie? Se si ipotizza  $\alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda$  e che la superficie sia a 1000 K, qual è l'emissività totale? Qual è il flusso termico netto per irraggiamento?

18.18 La distribuzione spettrale del coefficiente di riflessione di una vernice bianca (Figura 18.19b) può essere approssimata dalla seguente funzione a gradini.

|                        |      |         |      |
|------------------------|------|---------|------|
| $\alpha_\lambda$       | 0.75 | 0.15    | 0.96 |
| $\lambda(\mu\text{m})$ | <0.4 | 0.4-3.0 | >3.0 |

Una piccola piastra piana rivestita da questa vernice viene sospesa all'interno di una grossa cavità e la sua temperatura viene mantenuta a 400 K. La superficie della cavità è a 3000 K e la distribuzione spettrale della sua emissività ha le seguenti caratteristiche:

|                        |      |      |
|------------------------|------|------|
| $\varepsilon_\lambda$  | 0.2  | 0.9  |
| $\lambda(\mu\text{m})$ | <2.0 | >2.0 |

- Determinare l'emissività totale della superficie della cavità.
- Determinare l'emissività e il coefficiente di assorbimento totali della piastra.

18.19 L'emissività spettrale di una superficie opaca e diffusa è mostrata qui di seguito.

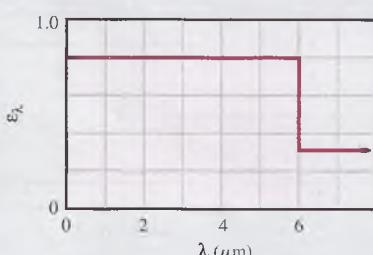


Figura P18.19

- (a) Se la superficie viene mantenuta a 1000 K, qual è l'emissività totale?
- (b) Qual è il coefficiente di assorbimento totale della superficie quando viene irradiata da un ampio ambiente circostante con emissività 0.8 e temperatura 1500 K?
- (c) Qual è la radiosità della superficie se viene mantenuta a 1000 K ed è soggetta all'irradiazione della domanda (b)?
- (d) Determinare il flusso netto radiativo che lascia la superficie nelle ipotesi della domanda (c).
- 18.20** Il coefficiente di trasmissione spettrale di un vetro semplice e di uno colorato può essere approssimato nel modo seguente:

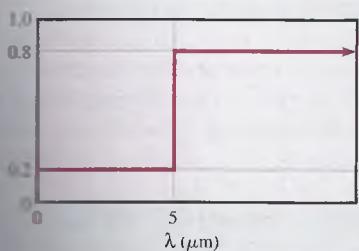
$$\begin{aligned} \text{vetro semplice } \tau_\lambda &= 0.9 \quad 0.3 \leq \lambda \leq 2.5 \mu\text{m} \\ \text{vetro colorato } \tau_\lambda &= 0.9 \quad 0.5 \leq \lambda \leq 1.5 \mu\text{m} \end{aligned}$$

Al di fuori degli intervalli di lunghezza d'onda riportati, il coefficiente di trasmissione spettrale è nullo per entrambe le tipologie di vetro. Confrontare l'energia solare che potrebbe essere trasmessa attraverso i due vetri. Confrontare l'energia radiante visibile che potrebbero trasmettere i due vetri.

### Applicazioni del bilancio energetico

- 18.21** Una piastra piana orizzontale opaca ha l'area della superficie superiore pari a  $3 \text{ m}^2$ ; i suoi bordi e la parte inferiore sono ben isolati. La piastra è irradiata uniformemente sulla superficie superiore con una potenza di 1300 W. In condizioni operative stazionarie per cui 1000 W della radiazione incidente sono assorbiti, la temperatura della piastra è di 500 K e il calore trasferito per convezione dalla superficie superiore della piastra è di 300 W. Determinare l'irradiazione G, il potere emissivo E, la radiosità J, il coefficiente di assorbimento  $\alpha$ , il coefficiente di riflessione  $\rho$  e l'emissività  $\varepsilon$ .

- 18.22** Un piccolo campione viene posizionato in un grande forno con pareti isoterme a  $T_f = 1000 \text{ K}$  ed emissività  $\varepsilon_f = 0.5$ . Il campione è soggetto a convezione da parte dell'aria a 600 K e con coefficiente convettivo  $h = 60 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . La superficie del pezzo ha un rivestimento spettralmente selettivo per cui l'emissività presenta la seguente distribuzione spettrale:



- (a) Iniziando con l'identificare tutti i processi coinvolti per una superficie di controllo attorno al campione, condurre un bilancio energetico sul pezzo e determinare la temperatura di equilibrio  $T_s$ .
- (b) Tracciare il grafico della temperatura  $T_s$  in funzione del coefficiente convettivo tra 10 e 120  $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Sullo stesso grafico disegnare anche l'andamento della temperatura superficiale in funzione del coefficiente convettivo per superfici grigie e diffuse con emissività compresa tra 0.2 e 0.8.

- 18.23** Una termocoppia, la cui superficie è diffusa e grigia con emissività 0.6, indica una temperatura di 180 °C quando viene utilizzata per misurare la temperatura di un gas che scorre attraverso un ampio condotto le cui pareti hanno un'emissività di 0.85 e una temperatura uniforme di 450 °C.

- (a) Se il coefficiente di scambio termico convettivo tra la termocoppia e il gas è  $h = 125 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  e le perdite per conduzione della termocoppia sono trascurabili, determinare la temperatura del gas.
- (b) Si consideri il gas a 125 °C. Calcolare e tracciare il grafico dell'andamento dell'*errore di misura* della termocoppia in funzione del coefficiente convettivo per  $10 \leq h \leq 1000 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Quali sono le conseguenze del risultato ottenuto?

- 18.24** Un'irradiazione solare di  $1100 \text{ W}/\text{m}^2$  colpisce un tetto piano orizzontale metallico in una giornata in cui il vento soffia sulla copertura con un coefficiente convettivo pari a  $25 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . La temperatura esterna è di 27 °C, il coefficiente di assorbimento del metallo rispetto alla radiazione incidente è 0.60, mentre la sua emissività è 0.2; il tetto è ben isolato nella parte inferiore.

- (a) Stimare la temperatura del tetto in condizioni stazionarie.
- (b) Spiegare qualitativamente gli effetti delle variazioni del coefficiente di assorbimento, dell'emissività e del coefficiente convettivo sulla temperatura di equilibrio.

- 18.25** Una sfera con diametro 30 mm, la cui superficie è diffusa e grigia, con emissività 0.8, viene posizionata in un grande forno le cui pareti sono alla temperatura uniforme di 600 K; la temperatura dell'aria nel forno è 400 K; il coefficiente di scambio termico convettivo tra sfera e aria vale  $15 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ .

- (a) Determinare il calore netto trasmesso alla sfera quando essa si trova a 300 K.
- (b) Quale sarà la temperatura di equilibrio della sfera?

- 18.26** Un pannello solare montato su un veicolo spaziale ha un'area di  $1 \text{ m}^2$  e un rendimento di conversione da energia solare in elettrica del 12%. Il lato del pannello contenente le celle fotovoltaiche ha un'emissività pari a 0.8 e un coefficiente di assorbimento solare di 0.8. La parte posteriore del pannello ha emissività 0.7. La schiera di celle è orientata perpendicolarmente all'irradiazione solare di  $1500 \text{ W}/\text{m}^2$ .

(a) Determinare la temperatura di equilibrio del pannello e la potenza elettrica (W) prodotta.

(b) Determinare la temperatura della piastra nell'ipotesi che il pannello fosse una sottile piastra senza celle solari, ma con le stesse proprietà radiative. Confrontare il risultato con quello ottenuto precedentemente: coincidono? Spiegare perché.

- 18.27** Delle piastre piane spruzzate con una vernice epoxidica devono essere vulcanizzate a  $140\text{ }^{\circ}\text{C}$  per un certo intervallo di tempo. Le piastre sono posizionate in un'ampia cavità e vengono riscaldate con una serie di lampade a infrarossi come illustrato in Figura P18.27. La superficie superiore di ogni piastra ha un'emissività  $\epsilon = 0.8$  ed è sottoposta a convezione tramite una corrente d'aria a  $T_{\infty} = 27\text{ }^{\circ}\text{C}$  e con un coefficiente convettivo  $h = 20\text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . L'irradiazione da parte delle pareti della cavità è circa  $G_{\text{pareti}} = 450\text{ W/m}^2$ , con un coefficiente di assorbimento della piastra pari a  $\alpha_{\text{piastra}} = 0.7$ .

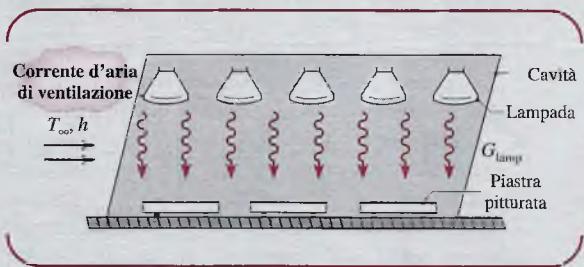


Figura P18.27

Determinare l'irradiazione  $G_{\text{lamp}}$  necessaria da parte delle lampade. Il coefficiente di assorbimento della superficie della piastra nei confronti di questa radiazione è  $\alpha_{\text{lamp}} = 0.6$ .

- 18.28** Uno strumento trasmettitore è costituito da una scatola che contiene circuiti elettronici e un'alimentazione elettrica per inviare i segnali dei sensori al ricevitore alla base in cui vengono registrati. Tale contenitore è posizionato su un sistema trasportatore che attraversa un grosso forno per la brasatura, come mostrato in figura. Le superfici esposte hanno un rivestimento speciale opaco con emissività spettrale riportata in Figura P18.28. Per stabilizzare la temperatura del contenitore e prevenire il surriscaldamento dei circuiti elettronici, si circonda la superficie inferiore del contenitore con uno strato di materiale a cambiamento di fase (PCM) con temperatura di fusione  $87\text{ }^{\circ}\text{C}$  e calore latente di fusione  $25\text{ kJ/kg}$ . Il contenitore ha un'area della superficie esposta pari a  $0.040\text{ m}^2$  e la massa del PCM è  $1.6\text{ kg}$ . Inoltre, è noto che la potenza dissipata dai circuiti elettronici è di  $50\text{ W}$ . Se il contenitore entra nel forno alla temperatura uniforme di  $87\text{ }^{\circ}\text{C}$  con il PCM allo stato solido, quanto tempo è necessario affinché il PCM passi allo stato liquido?

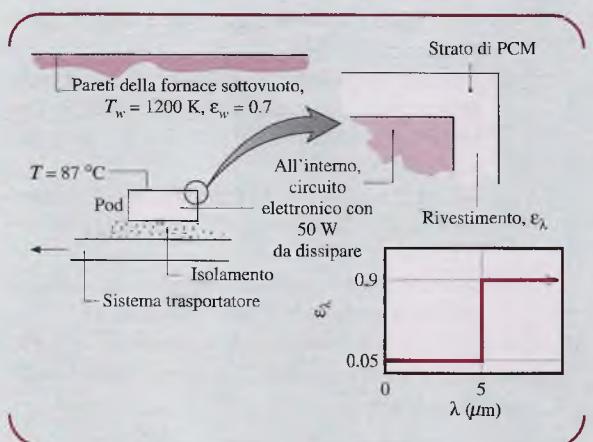


Figura P18.28

### Radiazione dell'ambiente e spaziale

- 18.29** Un imprenditore deve scegliere il rivestimento di un tetto tra due rivestimenti diffusi e opachi con  $\alpha_{\lambda}$  ( $\lambda$ ) riportato in Figura P18.29. Quale dei due rivestimenti consentirà di avere la più bassa temperatura del tetto? Qual è preferibile per un uso estivo? E invernale? Tracciare la distribuzione spettrale di  $\alpha_{\lambda}$  che sarebbe ideale per l'applicazione estiva e per quella invernale.

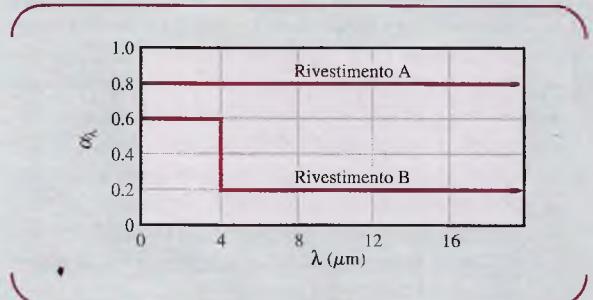


Figura P18.29

- 18.30** Un radiatore su una stazione satellitare a energia solare deve trasferire per irraggiamento allo spazio profondo la potenza elettrica dissipata all'interno del satellite. La superficie del radiatore ha un coefficiente di assorbimento solare di  $0.5$  e un'emissività di  $0.95$ . Qual è la temperatura superficiale di equilibrio quando l'irradiazione solare è di  $1000\text{ W/m}^2$  e la potenza elettrica dissipata è di  $1500\text{ W/m}^2$ ?

- 18.31** La superficie esposta di un amplificatore di potenza per un ricevitore satellitare terrestre con area  $130\text{ mm}$  per  $130\text{ mm}$  ha un rivestimento diffuso, grigio e opaco con emissività  $0.5$ . Nelle tipiche condizioni di funzionamento di un amplificatore, la temperatura superficiale è di  $58\text{ }^{\circ}\text{C}$ , nelle seguenti condizioni ambienti: temperatura dell'aria  $T_{\infty} = 27\text{ }^{\circ}\text{C}$ , temperatura della volta celeste  $T_{\text{cielo}} = -20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , irradiazione solare  $G_S = 800\text{ W/m}^2$  e coefficiente convettivo  $h = 15\text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ .

- (a) Determinare, nelle precedenti condizioni, la potenza elettrica che viene dissipata dall'amplificatore.  
 (b) Si desidera ridurre la temperatura superficiale applicando uno dei comuni rivestimenti (A, B e C) mostrati in Figura P18.31. Quale rivestimento garantirà la più bassa temperatura superficiale considerando le medesime condizioni ambientali e operative?

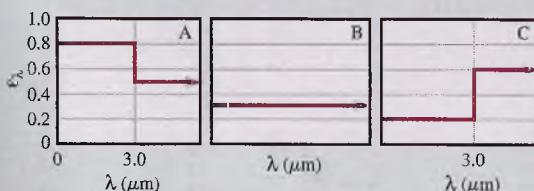


Figura P18.31

- 18.32 Non è insolito che la temperatura della volta celeste nelle regioni desertiche raggiunga i  $-40^{\circ}\text{C}$ . Se la temperatura dell'ambiente è di  $20^{\circ}\text{C}$  e il coefficiente convettivo dell'aria in quiete è  $5 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ , è possibile che un contenitore d'acqua poco profondo congeli?

#### Fattori di vista

- 18.33 Determinare  $F_{12}$  e  $F_{21}$  per le configurazioni mostrate in Figura P18.33 utilizzando il teorema di reciprocità e le altre relazioni di base per i fattori di forma. Non utilizzare tabelle e diagrammi.

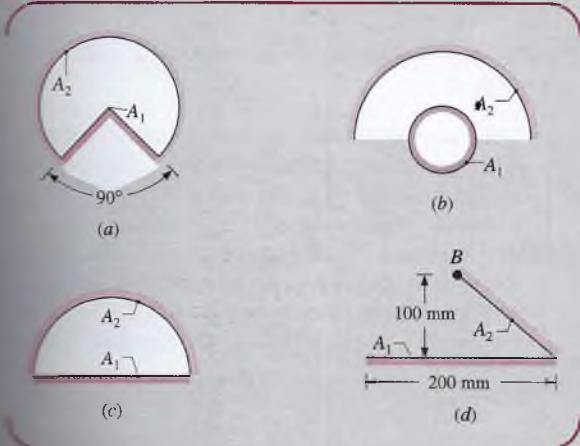


Figura P18.33

- (a) Lungo condotto.  
 (b) Piccola sfera di area  $A_1$  sotto un emisfero concentrico di area  $A_2 = 2A_1$ .  
 (c) Lungo condotto. Qual è  $F_{22}$  in questo caso?  
 (d) Piastre inclinate lunghe (punto B direttamente sotto il centro di  $A_1$ ).

- 18.34 Si considerino le seguenti scanalature, ciascuna di larghezza  $W$ , ricavate da un blocco solido di materiale.

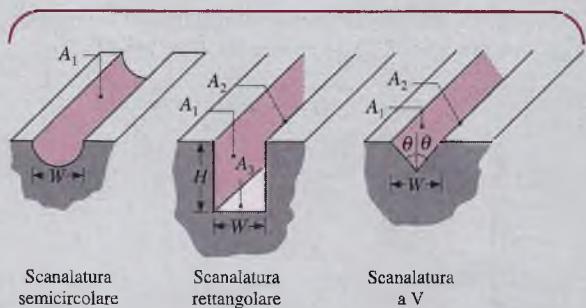


Figura P18.34

- (a) Ottenere in ciascun caso un'espressione del fattore di vista della scanalatura rispetto all'ambiente circostante esterno.

- (b) Per la scanalatura a V, ricavare un'espressione per il fattore di vista  $F_{12}$ , dove  $A_1$  e  $A_2$  sono le superfici opposte.

- (c) Se  $H = 2W$  nella scanalatura rettangolare, qual è il fattore di vista  $F_{12}$ ?

- 18.35 Calcolare tutti i fattori di vista associati a (a) un tetraedro regolare, le cui facce sono triangoli equilateri, e (b) una cavità cubica.

- 18.36 Si considerino dei cilindri lunghi e concentrici con diametri  $D_1$  e  $D_2$  e aree superficiali  $A_1$  e  $A_2$ .

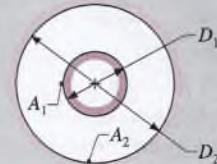


Figura P18.36

- (a) Qual è il fattore di vista  $F_{12}$ ?

- (b) Ricavare delle espressioni per i fattori di vista  $F_{22}$  e  $F_{21}$  in funzione dei diametri dei cilindri.

- 18.37 Si considerino due dischi coassiali con diametri  $D = 250 \text{ mm}$  separati da una distanza  $L = 150 \text{ mm}$ . Il disco superiore ha un foro di  $125 \text{ mm}$ . Determinare il fattore di vista  $F_{12}$ .

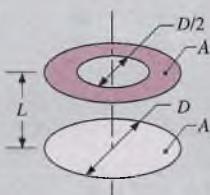


Figura P18.37

- 18.38** Si considerino i rettangoli perpendicolari mostrati in Figura P18.38. Determinare il fattore di vista  $F_{12}$ .

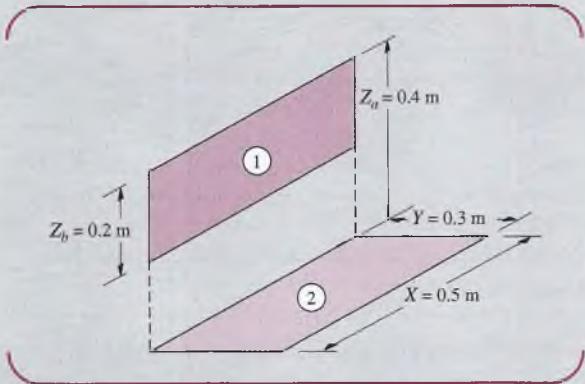


Figura P18.38

- 18.39** Determinare il fattore di vista  $F_{12}$  per i rettangoli perpendicolari con uno spigolo in comune.

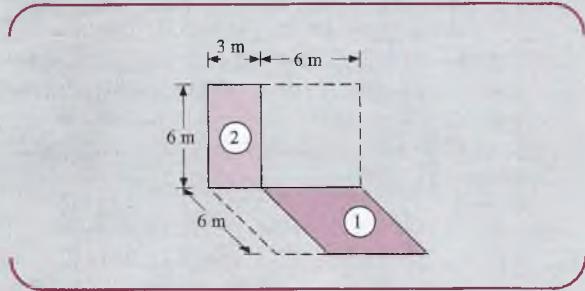


Figura P18.39

#### Scambio radiativo di corpo nero

- 18.40** Un forno di asciugatura è costituito da un lungo condotto semicircolare di diametro  $D = 1 \text{ m}$ , come mostrato in Figura P18.40. I materiali che devono essere asciugati occupano la base del forno, le cui pareti sono mantenute a  $1200 \text{ K}$ . Qual è la potenza di asciugatura per unità di lunghezza del forno ( $\text{kg}/\text{s} \cdot \text{m}$ ) se i materiali sono ricoperti da uno strato d'acqua mantenuto a  $325 \text{ K}$  durante il processo? Si ipotizzi un comportamento da corpo nero sia per la superficie dell'acqua sia per le pareti del forno.

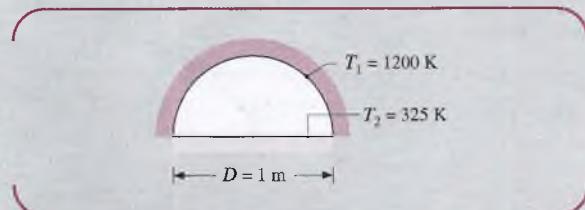


Figura P18.40

- 18.41** Si consideri la configurazione formata dalle tre superfici mostrata in Figura P18.41, dove  $A_1$  è piccola rispetto ad  $A_2$  o  $A_3$ . Determinare il valore di  $F_{13}$ . Cal-

colare la potenza termica netta scambiata per irraggiamento tra  $A_1$  e  $A_3$  se  $A_1 = 0.05 \text{ m}^2$ ,  $T_1 = 1000 \text{ K}$  e  $T_3 = 500 \text{ K}$ .

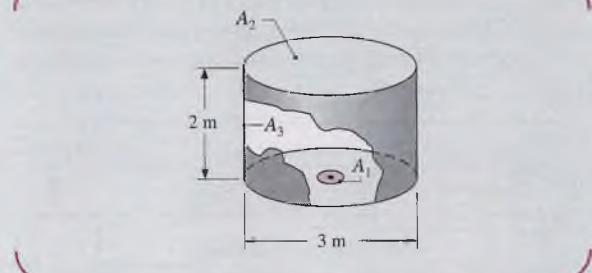


Figura P18.41

- 18.42** Un disco circolare di diametro  $D_1 = 20 \text{ mm}$  è collocato alla base di una cavità con pareti cilindriche e copertura emisferica. La cavità ha diametro  $D = 0.5 \text{ m}$  e l'altezza della sezione cilindrica è  $L = 0.3 \text{ m}$ . Il disco e le superfici della cavità sono neri, alla temperatura di  $1000 \text{ K}$  e  $300 \text{ K}$  rispettivamente.

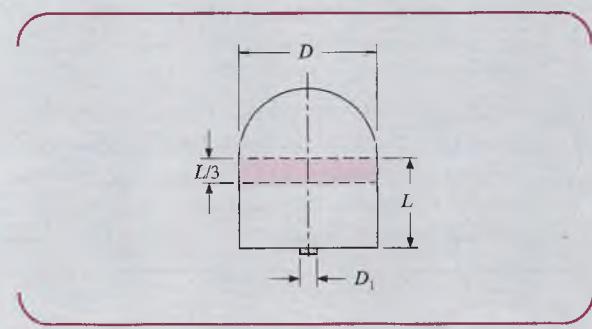


Figura P18.42

Qual è lo scambio netto per irraggiamento tra il disco e la copertura emisferica? Qual è lo scambio netto radiativo tra il disco e la porzione superiore di altezza  $L/3$  della sezione cilindrica?

- 18.43** Si considerino i dischi coassiali, paralleli e neri separati da una distanza di  $0.20 \text{ m}$  mostrati in Figura 18.P43. Il disco inferiore di diametro  $0.40 \text{ m}$  viene mantenuto a  $500 \text{ K}$ , e l'ambiente circostante è a  $300$

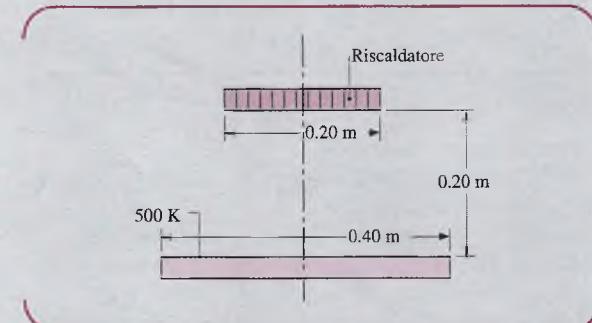


Figura P18.43

K. Quale temperatura avrà il disco superiore di diametro 0.20 m se riceve una potenza elettrica di 17.5 W dal riscaldatore posizionato sulla sua parte posteriore?

- 18.44** Nella configurazione mostrata, il disco inferiore ha diametro 30 mm e temperatura 500 K. La superficie superiore, a 1000 K, è un disco anulare con diametro interno ed esterno di 0.15 e 0.2 m rispettivamente. La superficie superiore è coassiale e parallela al disco inferiore, da cui dista 1 m. Ipotizzando che entrambe le superfici siano corpi neri, calcolare lo scambio radiativo netto tra di esse.

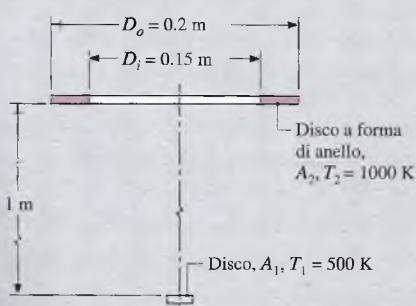


Figura P18.44

- 18.45** Si considerino le superfici molto lunghe e inclinate ( $A_1$  e  $A_2$ ) mantenute alle temperature uniformi  $T_1 = 1000$  K e  $T_2 = 800$  K.

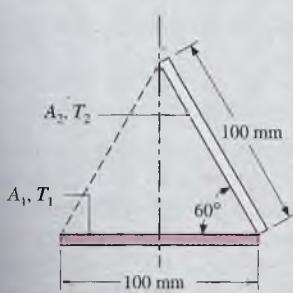


Figura P18.45

- (a) Determinare lo scambio netto per irraggiamento tra le superfici, per unità di lunghezza delle stesse.  
 (b) Si consideri la configurazione in cui una superficie nera ( $A_3$ ), con parte posteriore isolata, viene posizionata lungo la linea tratteggiata. Calcolare la potenza netta trasmessa per irraggiamento alla superficie  $A_2$ , per unità di lunghezza della stessa, e determinare la temperatura della superficie isolata  $A_3$ .  
**18.46** Un riscaldatore tubolare con superficie interna nera di temperatura uniforme  $T_s = 1000$  K irradia un disco coassiale.  
 Determinare la potenza radiante  $q_{s \rightarrow 1}$  proveniente dal riscaldatore che incide sul disco. Qual è l'irradiazione  $G_1$  sul disco?

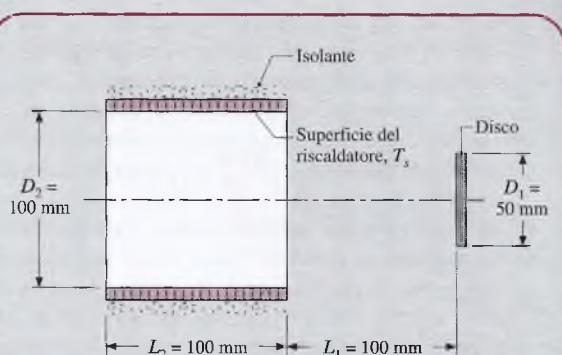


Figura P18.46

- (b)** Tracciare il grafico di  $q_{s \rightarrow 1}$  e  $G_1$  rispetto alla distanza di separazione  $L_1$  nell'intervallo  $0 \leq L_1 \leq 200$  mm, per diametri del disco  $D_1 = 25, 50$  e  $100$  mm.

### Cavità di due superfici

- 18.47** Si considerino due piastre parallele molto larghe con superfici diffuse e grigie. Determinare l'irradiazione e la radiosità della piastra superiore. Qual è la radiosità della piastra inferiore? Qual è lo scambio radiativo netto tra le due piastre per unità di area delle stesse?

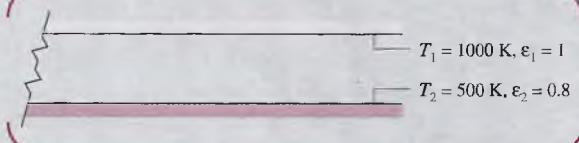


Figura P18.47

- 18.48** Viene praticato un pozzetto con base piatta di 6 mm di diametro fino a una profondità di 24 mm in un materiale grigio e diffuso con emissività 0.8 e temperatura uniforme 1000 K.

- (a)** Determinare la potenza termica che lascia per irraggiamento l'apertura della cavità.  
**(b)** L'emissività effettiva  $\epsilon_c$  della cavità è definita come il rapporto tra la potenza termica che lascia la cavità per irraggiamento rispetto a quella di un corpo nero con la medesima area dell'apertura e con la stessa temperatura delle pareti della cavità. Calcolare l'emissività effettiva della cavità considerata.  
**(c)** Se si aumenta la profondità del foro,  $\epsilon_c$  aumenta o diminuisce? Qual è il limite di  $\epsilon_c$  man mano che la profondità aumenta?

- 18.49** Un circuito elettronico che dissipava 50 W è collegato alla superficie inferiore di un contenitore cubico isotermo che ha il lato di 120 mm. Il contenitore è posizionato in un più grande vano tecnico sottovuoto di una stazione spaziale, con pareti a 150 K. Se la superficie esterna del contenitore ha emissività 0.8 e la resistenza termica tra la superficie e il dispositivo è di 0.1 K/W, quali sono

le temperature delle superfici del dispositivo? Tutte le superfici del contenitore scambiano per irraggiamento con il vano tecnico, mentre si può trascurare lo scambio termico attraverso l'alloggiamento del contenitore.

- 18.50** Un tubo sottile, orizzontale e lungo, avente diametro 100 mm, è mantenuto a 120 °C dal passaggio di vapore attraverso di esso. Uno schermo radiativo è installato attorno al tubo, con un'intercapedine d'aria di 10 mm tra il tubo e lo schermo. Quest'ultimo raggiunge la temperatura superficiale di 35 °C. Il tubo e lo schermo sono superfici diffuse e grigie con emissività 0.8 e 0.10 rispettivamente. Qual è la potenza trasmessa per irraggiamento dal tubo per unità di lunghezza dello stesso?

- 18.51** Un conduttore elettrico molto lungo, di 10 mm di diametro, è concentrico a un tubo cilindrico raffreddato, di diametro 50 mm, le cui superfici sono diffuse e grigie con emissività 0.9 e temperatura 27 °C. Il conduttore elettrico ha una superficie diffusa e grigia con emissività 0.6 e dissipata 6.0 W per metro di lunghezza. Ipotizzando che lo spazio tra le due superfici sia vuoto, calcolare la temperatura superficiale del conduttore.

- 18.52** Dell'ossigeno liquido è immagazzinato in un contenitore sferico a parete sottile con diametro 0.8 m, racchiuso in un secondo contenitore sferico a parete sottile di 1.2 m di diametro. Le superfici opache, diffuse e grigie hanno emissività 0.05 e sono separate da spazio vuoto. Se la superficie esterna si trova a 280 K e la superficie interna a 95 K, qual è la portata di ossigeno che viene persa a causa dell'evaporazione? (Il calore latente di evaporazione dell'ossigeno è  $2.13 \times 10^5 \text{ J/kg}$ ).

- 18.53** Due sfere concentriche di diametri  $D_1 = 0.8 \text{ m}$  e  $D_2 = 1.2 \text{ m}$  sono separate da aria e hanno temperature superficiali  $T_1 = 400 \text{ K}$  e  $T_2 = 300 \text{ K}$ .

- (a) Se le superfici sono nere, qual è lo scambio radiativo netto tra le sfere?  
 (b) Qual è lo scambio netto radiativo fra le due superfici grigie e diffuse con  $\varepsilon_2 = 0.05$ ,  $\varepsilon_1 = 0.5$ ?  
 (c) Qual è lo scambio netto per irraggiamento se  $D_2$  viene portato a 20 m, con  $\varepsilon_2 = 0.05$ ,  $\varepsilon_1 = 0.5$  e  $D_1 = 0.8 \text{ m}$ ? Quale errore si introduce ipotizzando un comportamento da corpo nero per la superficie esterna ( $\varepsilon_2 = 1$ ), mantenendo le medesime condizioni?

### Schermi radiativi

- 18.54** Determinare le temperature di equilibrio per due schermi radiativi posizionati nello spazio vuoto tra due piastre infinite a 600 e 325 K. Tutte le superfici sono diffuse e grigie con emissività 0.7.

- 18.55** Si considerino due superfici parallele ampie, grigie e diffuse separate da una piccola distanza. Se le emissività superficiali sono 0.8, quale emissività dovrebbe avere un sottile schermo radiativo per ridurre lo scambio per irraggiamento tra le due superfici di un fattore 10?

- 18.56** Tra due larghe piastre, mantenute alle temperature  $T_1 > T_2$ , avviene uno scambio termico per irraggiamento. Per ridurre la potenza trasmessa tra di esse, si propone di separarle con un sottile schermo che ha emis-

sività differenti sulle superfici opposte. In particolare, una superficie ha emissività  $\varepsilon_s < 0.5$ , mentre la superficie opposta ha emissività  $2\varepsilon_s$ .

- (a) Come dovrebbe essere orientato lo schermo per ottenere la massima riduzione di scambio termico tra le piastre? Si deve affacciare verso la piastra a  $T_1$  la superficie con emissività  $\varepsilon_s$  o quella con emissività  $2\varepsilon_s$ ?  
 (b) Quale orientamento provoca la massima temperatura  $T_s$  dello schermo?

- 18.57** Nello spazio, l'estremità di un serbatoio cilindrico contenente propellente liquido criogenico è protetta dalla radiazione solare da uno schermo radiativo sottile posizionato di fronte a esso (Figura P18.57). Ipotizzando che il fattore di vista  $F_{ss}$  tra il serbatoio e lo schermo sia unitario, che tutte le superfici siano diffuse e grigie e che l'ambiente circostante si trovi a 0 K, trovare la temperatura  $T_s$  dello schermo e il flusso termico ( $\text{W/m}^2$ ) scambiato dall'estremità del serbatoio.

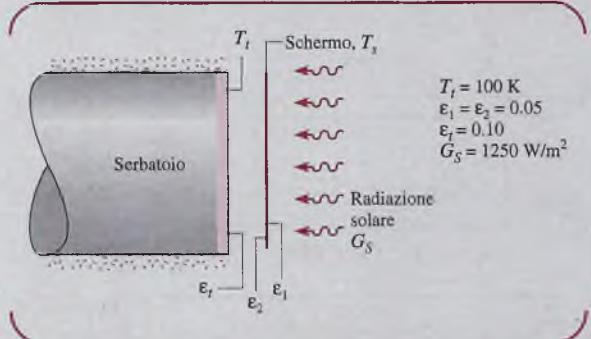


Figura P18.57

- 18.58** Un pannello nero di 0.1 m di diametro, mantenuto a 77 K, è posizionato alla base di una camera a vuoto molto ampia, le cui pareti sono a 300 K. Per ridurre lo scambio di calore del pannello, si inserisce uno schermo radiativo, con lo stesso diametro D ed emissività 0.05, molto vicino al pannello. Calcolare lo scambio termico del pannello.

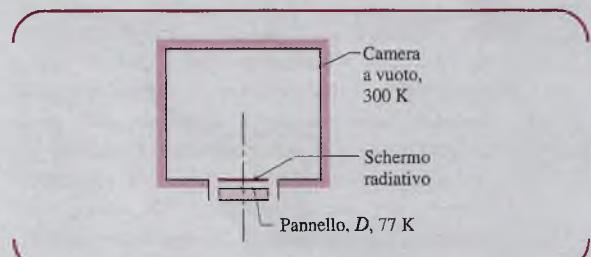


Figura P18.58

- 18.59** Uno schermo radiativo diffuso e grigio, con diametro 60 mm ed emissività  $\varepsilon_{2,i} = 0.01$  e  $\varepsilon_{2,e} = 0.1$  sulle superfici interna ed esterna rispettivamente, è concen-

trico a un lungo tubo che trasporta un fluido di processo caldo. La superficie esterna del tubo è nera e con diametro 20 mm. La regione interna allo schermo è vuota. La superficie esterna dello schermo è esposta a una grande stanza le cui pareti sono a  $27^\circ\text{C}$  con un coefficiente convettivo di  $10 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ . Determinare la temperatura operativa del tubo interno sapendo che la temperatura dello schermo viene mantenuta a  $42^\circ\text{C}$ .

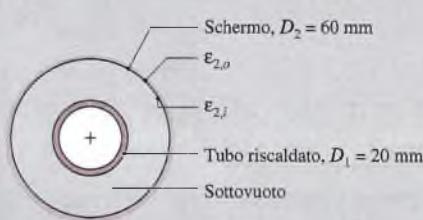


Figura P18.59

#### Cavità con superficie reirradiante

**18.60** Due dischi paralleli e coassiali, con diametro 0.4 m e separati da 0.1 m, sono posizionati in un grande ambiente le cui pareti sono mantenute a 300 K. Uno dei dischi è mantenuto alla temperatura uniforme di 500 K con emissività 0.6, mentre la parte posteriore del secondo disco è ben isolata. Nell'ipotesi che le superfici dei dischi siano diffuse e grigie, determinare la temperatura del disco isolato.

**18.61** Si considerino due piani paralleli allineati e quadrati (0.4 m per 0.4 m), separati da 0.8 m e mantenuti a  $T_1 = 500 \text{ K}$  e  $T_2 = 800 \text{ K}$ . Calcolare la potenza termica netta trasmessa per irraggiamento dalla superficie 1 nelle seguenti condizioni particolari:

- Entrambe le superfici sono nere e l'ambiente circostante è a 0 K.
- Entrambi i piani sono neri con pareti connesse reirradianti.
- Entrambi i piani sono diffusi e grigi con  $\epsilon_1 = 0.6$  e  $\epsilon_2 = 0.8$ , e l'ambiente circostante è a 0 K.
- Entrambi i piani sono diffusi e grigi ( $\epsilon_1 = 0.6$  e  $\epsilon_2 = 0.8$ ) con pareti connesse reirradianti.

**18.62** Si consideri la cavità di tre superfici mostrata in figura. La piastra inferiore ( $A_1$ ) è un disco nero di 200 mm di diametro alimentato con una potenza elettrica di 10 000 W. La piastra superiore ( $A_2$ ), un disco coassiale ad  $A_1$ , è una superficie grigia e diffusa con  $\epsilon_2 = 0.8$  e viene mantenuta a  $T_2 = 473 \text{ K}$ . I lati diffusi e grigi tra le piastre sono perfettamente isolati. Si ipotizzi che lo scambio termico per convezione sia trascurabile. Determinare la temperatura di funziona-

mento  $T_1$  della piastra inferiore e la temperatura  $T_3$  del lato isolato.

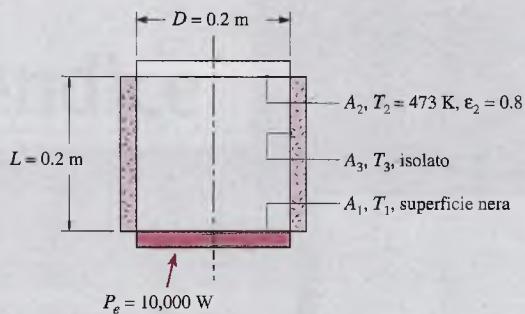


Figura P18.62

**18.63** Un forno lungo e semicilindrico (raggio 1 m) viene utilizzato per trattare termicamente dei prodotti metallici ed è composto da tre zone. La zona di riscaldamento (1) è costituita da una piastra ceramica con emissività 0.85 e viene mantenuta a 1600 K da dei bruciatori a gas. La zona di carico (2) consiste in fogli di prodotti metallici, che possono essere considerati superfici nere, mantenuti a 500 K. La zona refrattaria (3) è fabbricata con mattoni isolati con emissività 0.6. Ipotizzare condizioni stazionarie, superfici diffuse e grigie e convezione trascurabile.

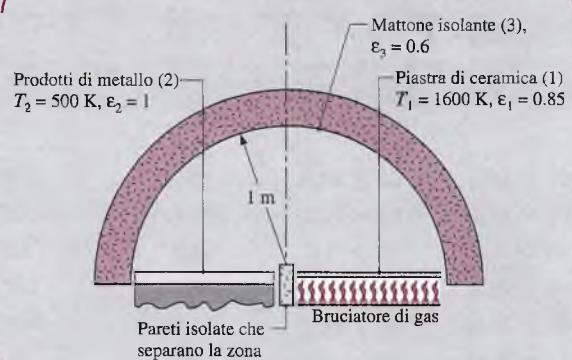


Figura P18.63

- Qual è la potenza termica che deve essere fornita al forno dai bruciatori, per unità di lunghezza del forno (perpendicolare alla pagina) in queste condizioni?
- Qual è la temperatura della superficie dei mattoni isolanti nelle condizioni descritte?



# Appendice

Le Tabelle HT-6, HT-7, T-12, T-13, T-14, T-15, T-16, T-17, T-18, T-19, T-20, T-2E, T-3E, T-4E, T-5E, T-6E, T-7E, T-8E, T-9E, T-10E, T-11E, T-12E, T-13E, T-14E, T-15E, T-16E, T-17E, T-18E, T-19E, T-20E sono disponibili sul sito web del volume [www.ateneonline.it/moran](http://www.ateneonline.it/moran).

**Tabella FM-1** Proprietà dei fluidi comuni

(a) Proprietà fisiche approssimate di alcuni fluidi comuni (Unità SI)

|   | Temperatura<br>(°C) | Densità $\rho$<br>(kg/m <sup>3</sup> ) | Peso specifico<br>$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> ) | Viscosità<br>dinamica $\mu$<br>(N · s/m <sup>2</sup> ) | Viscosità<br>cinematica<br>$v$ (m <sup>2</sup> /s) |
|---|---------------------|--|---|--|--|
| <i>Liquidi</i>  |                     |  |   |  |  |
| Tetracloruro di carbonio (freon 10)                     | 20                  | 1,590                                  | 15.6  | $9.58 \times 10^{-4}$                                  | $6.03 \times 10^{-7}$                              |
| Alcool etilico  | 20                  | 789                                    | 7.74  | $1.19 \times 10^{-3}$                                  | $1.51 \times 10^{-6}$                              |
| Benzina   | 15.6                | 680                                    | 6.67  | $3.1 \times 10^{-4}$                                   | $4.6 \times 10^{-7}$                               |
| Glicerina   | 20                  | 1,260                                  | 12.4  | $1.50 \times 10^{+0}$                                  | $1.19 \times 10^{-3}$                              |
| Mercurio  | 20                  | 13,600                                 | 133   | $1.57 \times 10^{-3}$                                  | $1.15 \times 10^{-7}$                              |
| Olio SAE 30   | 15.6                | 912                                    | 8.95  | $3.8 \times 10^{-1}$                                   | $4.2 \times 10^{-4}$                               |
| Acqua di mare   | 15.6                | 1,030                                  | 10.1  | $1.20 \times 10^{-3}$                                  | $1.17 \times 10^{-6}$                              |
| Acqua   | 15.6                | 999                                    | 9.80  | $1.12 \times 10^{-3}$                                  | $1.12 \times 10^{-6}$                              |
| <i>Gas a pressione atmosferica standard<sup>1</sup></i> |                     |  |   |  |  |
| Aria (standard)   | 15                  | 1.23                                   | 12.0  | $1.79 \times 10^{-5}$                                  | $1.46 \times 10^{-5}$                              |
| Anidride carbonica                                      | 20                  | 1.83                                   | 18.0  | $1.47 \times 10^{-5}$                                  | $8.03 \times 10^{-6}$                              |
| Elio  | 20                  | 0.166                                  | 1.63  | $1.94 \times 10^{-5}$                                  | $1.15 \times 10^{-4}$                              |
| Idrogeno  | 20                  | 0.0838                                 | 0.822   | $8.84 \times 10^{-6}$                                  | $1.05 \times 10^{-4}$                              |
| Metano (gas naturale)                                   | 20                  | 0.667                                  | 6.54  | $1.10 \times 10^{-5}$                                  | $1.65 \times 10^{-5}$                              |
| Azoto   | 20                  | 1.16                                   | 11.4  | $1.76 \times 10^{-5}$                                  | $1.52 \times 10^{-5}$                              |
| Ossigeno  | 20                  | 1.33                                   | 13.0  | $2.04 \times 10^{-5}$                                  | $1.53 \times 10^{-5}$                              |

(segue)

**Tabella FM-1** Proprietà dei fluidi comuni (*continua*)

(b) Proprietà fisiche approssimate di alcuni fluidi comuni (altre Unità)

|   | Temperatura<br>(°C) | Densità $\rho$<br>(kg/m <sup>3</sup> ) | Peso specifico<br>$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> ) | Viscosità<br>dinamica $\mu$<br>(N · s/m <sup>2</sup> ) | Viscosità<br>cinematica<br>$\nu$ (m <sup>2</sup> /s) |
|---|---------------------|--|---|--|--|
| <i>Liquidi</i>  |                     |  |   |  |  |
| Tetracoloruro di carbonio (freon 10)                    | 68                  | 3.09                                   | 99.5  | $2.00 \times 10^{-5}$                                  | $6.47 \times 10^{-6}$                                |
| Alcool etilico  | 68                  | 1.53                                   | 49.3  | $2.49 \times 10^{-5}$                                  | $1.63 \times 10^{-5}$                                |
| Benzina   | 60                  | 1.32                                   | 42.5  | $6.5 \times 10^{-6}$                                   | $4.9 \times 10^{-6}$                                 |
| Glicerina   | 68                  | 2.44                                   | 78.6  | $3.13 \times 10^{-2}$                                  | $1.28 \times 10^{-2}$                                |
| Mercurio  | 68                  | 26.3                                   | 847   | $3.28 \times 10^{-5}$                                  | $1.25 \times 10^{-6}$                                |
| Olio SAE 30   | 60                  | 1.77                                   | 57.0  | $8.0 \times 10^{-3}$                                   | $4.5 \times 10^{-3}$                                 |
| Acqua di mare   | 60                  | 1.99                                   | 64.0  | $2.51 \times 10^{-5}$                                  | $1.26 \times 10^{-5}$                                |
| Acqua   | 60                  | 1.94                                   | 62.4  | $2.34 \times 10^{-5}$                                  | $1.21 \times 10^{-5}$                                |
| <i>Gas a pressione atmosferica standard<sup>1</sup></i> |                     |  |   |  |  |
| Aria (standard)   | 59                  | $2.38 \times 10^{-3}$                  | $7.65 \times 10^{-2}$                           | $3.74 \times 10^{-7}$                                  | $1.57 \times 10^{-4}$                                |
| Anidride carbonica                                      | 68                  | $3.55 \times 10^{-3}$                  | $1.14 \times 10^{-1}$                           | $3.07 \times 10^{-7}$                                  | $8.65 \times 10^{-5}$                                |
| Elio  | 68                  | $3.23 \times 10^{-4}$                  | $1.04 \times 10^{-2}$                           | $4.09 \times 10^{-7}$                                  | $1.27 \times 10^{-3}$                                |
| Idrogeno  | 68                  | $1.63 \times 10^{-4}$                  | $5.25 \times 10^{-3}$                           | $1.85 \times 10^{-7}$                                  | $1.13 \times 10^{-3}$                                |
| Metano (gas naturale)                                   | 68                  | $1.29 \times 10^{-3}$                  | $4.15 \times 10^{-2}$                           | $2.29 \times 10^{-7}$                                  | $1.78 \times 10^{-4}$                                |
| Azoto   | 68                  | $2.26 \times 10^{-3}$                  | $7.28 \times 10^{-2}$                           | $3.68 \times 10^{-7}$                                  | $1.63 \times 10^{-4}$                                |
| Ossigeno  | 68                  | $2.58 \times 10^{-3}$                  | $8.31 \times 10^{-2}$                           | $4.25 \times 10^{-7}$                                  | $1.65 \times 10^{-4}$                                |

<sup>1</sup> Per i gas a pressione atmosferica standard, vale il modello di gas ideale e  $\rho = \pi/RT$ .

## Proprietà a diverse temperature (K)

| Composizione (K)                        | Punto di fusione (K) | Proprietà a 300 K      |                           |             |   |     |      | λ (W/m · K) / c <sub>p</sub> (J/kg · K) |      |      |      |      |      |      |
|---|----------------------|------------------------|---------------------------|-------------|---|-----|------|---|------|------|------|------|------|------|
|   |                      | ρ (kg/m <sup>3</sup> ) | c <sub>p</sub> (J/kg · K) | λ (W/m · K) | α · 10 <sup>6</sup> (m <sup>2</sup> /s) | 100 | 200  | 400                                     | 600  | 800  | 1000 | 1200 | 1500 | 2000 |
| <i>Solidi metallici</i>                 |                      |                        |                           |             |   |     |      |   |      |      |      |      |      |      |
| Aluminio Puro                           | 933                  | 2702                   | 903                       | 237         | 97.1                                    | 302 | 237  | 240                                     | 231  | 218  | 1146 |      |      |      |
| Lega 2024-T6                            | 775                  | 2770                   | 875                       | 177         | 73.0                                    | 65  | 163  | 186                                     | 186  | 186  |      |      |      |      |
| Berillio                                | 1550                 | 1850                   | 1825                      | 200         | 59.2                                    | 990 | 301  | 161                                     | 126  | 106  | 90.8 | 78.7 |      |      |
| Rame Puro                               | 1358                 | 8933                   | 385                       | 401         | 117                                     | 482 | 413  | 393                                     | 379  | 366  | 352  | 339  |      |      |
| Ottone (70% Cu, 30% Zn)                 | 1188                 | 8530                   | 380                       | 110         | 33.9                                    | 75  | 95   | 137                                     | 149  | 149  | 480  |      |      |      |
| Germanio                                | 1211                 | 5360                   | 322                       | 59.9        | 34.7                                    | 232 | 96.8 | 43.2                                    | 27.3 | 19.8 | 17.4 | 17.4 |      |      |
| Oro                                     | 1336                 | 19300                  | 129                       | 317         | 127                                     | 190 | 290  | 337                                     | 348  | 357  | 375  | 395  |      |      |
| Ferro Puro                              | 1810                 | 7870                   | 447                       | 80.2        | 23.1                                    | 134 | 94.0 | 69.5                                    | 54.7 | 43.3 | 32.8 | 28.3 | 32.1 |      |
| Lastre di acciaio al carbonio AISI 1010 | 7854                 | 434                    | 60.5                      | 17.7        | 216                                     | 384 | 490  | 574                                     | 680  | 975  | 609  | 654  |      |      |
| Acciaio inossidabile AISI 316           | 8238                 | 468                    | 63.9                      | 18.8        | 487                                     | 559 | 685  | 685                                     | 685  | 1168 |      |      |      |      |
| Molibdeno                               | 2894                 | 10240                  | 251                       | 138         | 53.7                                    | 179 | 143  | 134                                     | 126  | 118  | 105  | 98   | 90   | 86   |
|   |                      |                        |                           |             | 141                                     | 224 | 261  | 275                                     | 285  | 295  | 308  | 330  | 380  | 459  |

(segue)

**Tabella HT-1** Proprietà termofisiche di alcuni materiali comuni (*continua*)

Tavella H1-1 Proprietà termiche di alcuni materiali comuni (continua)

| Composizione (K)                                  | Punto di fusione (K) | Proprietà a 300 K           |                  |                     |   |      |      | Proprietà a diverse temperature (K) |      |      |      |      |      |
|---|----------------------|-----------------------------|------------------|---------------------|---|------|------|-------------------------------------|------|------|------|------|------|
|   |                      | $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> ) | $c_p$ (J/kg · K) | $\lambda$ (W/m · K) | $\alpha \cdot 10^6$ (m <sup>2</sup> /s) | 100  | 200  | 400                                 | 600  | 800  | 1000 | 1200 | 1500 |
| Vetroceramica, Corning 9606                       | 1623                 | 2600                        | 808              | 3.98                | 1.89                                    | 5.25 | 4.78 | 3.64                                | 3.28 | 3.08 | 2.96 | 2.87 | 2.79 |
| Carburo di silicio                                | 3100                 | 3160                        | 675              | 490                 | 230                                     | —    | —    | 908                                 | 1038 | 1122 | 1197 | 1264 | 1498 |
| Biossido di silicio, policristallino (slice fuso) | 1883                 | 2220                        | 745              | 1.38                | 0.834                                   | 0.69 | 1.14 | 1.51                                | 1.75 | —    | —    | 87   | 58   |
| Nituro di silicio                                 | 2173                 | 2400                        | 691              | 16.0                | 9,65                                    | —    | —    | 905                                 | 1040 | 1105 | 1155 | 1243 | 1310 |
| Biossido di torio                                 | 3573                 | 9110                        | 235              | 13                  | • 6,1                                   | —    | —    | 578                                 | 778  | 937  | 1063 | 1155 | 1306 |
|   |                      |                             |                  |                     |   | 10.2 | 10.2 | 10.2                                | 6.6  | 4.7  | 3.68 | 3.12 | 2.73 |
|   |                      |                             |                  |                     |   | 255  | 274  | 285                                 | 295  | 303  | 315  | 330  | 2.5  |

**Tabella HT-2** Proprietà termofisiche di alcuni materiali comuni

| Descrizione/Composizione  | Temperatura<br>(K) | Densità $\rho$<br>(kg/m <sup>3</sup> ) | Conduttività<br>termica $\lambda$<br>(W/m · K) | Calore<br>specifico $c_p$<br>(J/kg · K) |
|---|--------------------|--|--|---|
| <i>Materiali e sistemi isolanti</i>   |                    |  |  |   |
| Guaina e pannello   |                    |  |  |   |
| Fibra di vetro, ricoperta di carta  | —                  | 16                                     | 0.046  | —                                       |
|   | —                  | 28                                     | 0.038  | —                                       |
|   | —                  | 40                                     | 0.035  | —                                       |
| Pannello e lastra   |                    |  |  |   |
| Vetro a cella   | —                  | 145                                    | 0.058  | 1000                                    |
| Fibra di vetro, con legante organico  | —                  | 105                                    | 0.036  | 795                                     |
| Polistirene, espanso  |                    |  |  |   |
| Estruso (R-12)  | —                  | 55                                     | 0.027  | 1210                                    |
| In grani  | —                  | 16                                     | 0.040  | 1210                                    |
| Materiale da riempimento  |                    |  |  |   |
| Fibra di vetro, colata o soffiata   | —                  | 16                                     | 0.043  | 835                                     |
| Vermiculite, scaglia  | —                  | 80                                     | 0.068  | 835                                     |
|   | —                  | 160                                    | 0.063  | 1000                                    |
| Formato o espanso in opera  |                    |  |  |   |
| Sughero in legante polivinilico acetato;<br>spruzzato o impastato   | —                  | —                                      | 0.100  | —                                       |
| Uretano, miscela di due parti; schiuma rigida   | —                  | 70                                     | 0.026  | 1045                                    |
| Riflettente   |                    |  |  |   |
| Foglio di alluminio separante lana di vetro;<br>10-12 strati, sotto vuoto; per applicazioni<br>criogeniche (150 K)      | —                  | 40                                     | 0.00016  | —                                       |
| Foglio di alluminio e laminato di lana di vetro;<br>75-150 strati, sotto vuoto; per applicazioni<br>criogeniche (150 K) | —                  | 120                                    | 0.000017                                       | —                                       |
| Polvere di silicio standard, sotto vuoto  | —                  | 160                                    | 0.0017   | —                                       |
| <i>Materiali da costruzione strutturali</i>   |                    |  |  |   |
| Pannelli da costruzione   | —                  |  |  |   |
| Pannello di gesso o stucco  | —                  | 800                                    | 0.17   | —                                       |
| Pannello rigido, rivestimento   | —                  | 640                                    | 0.094  | 1170                                    |
| Pannello di truciolato, bassa densità   | —                  | 590                                    | 0.078  | 1300                                    |
| Pannello di truciolato, alta densità  | —                  | 1000                                   | 0.170  | 1300                                    |
| Compensato  | —                  | 545                                    | 0.12   | 1215                                    |
| Legni   |                    |  |  |   |
| Latifoglie (quercia, acero)   | —                  | 720                                    | 0.16   | 1255                                    |
| Conifere (abete, pino)  | —                  | 510                                    | 0.12   | 1380                                    |
| Materiali da muratura   |                    |  |  |   |
| Mattone, comune   | —                  | 1920                                   | 0.72   | 835                                     |
| Calcestruzzo (mix di pietre)  | —                  | 2300                                   | 1.4  | 880                                     |
| <i>Altri materiali</i>  |                    |  |  |   |
| Asfalto   | 300                | 2115                                   | 0.062  | 920                                     |
| Carbone, antracite  | 300                | 1350                                   | 0.26   | 1260                                    |

(segue)

Tavola 11-2 Proprietà termofisiche di alcuni materiali comuni (continua)

| Materiali / Composizione                | Temperatura (K) | Densità $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> ) | Conduttività termica $\lambda$ (W/m · K) | Calore specifico $c_p$ (J/kg · K) |
|---|-----------------|-------------------------------------|--|-----------------------------------|
| Cottura                                 | 300             | 80                                  | 0.06                                     | 1300                              |
| Generi alimentari                       |                 |                                     |  |                                   |
| Mela, rossa (75% acqua)                 | 300             | 840                                 | 0.513                                    | 3600                              |
| Torta, impasto                          | 300             | 720                                 | 0.223                                    | —                                 |
| Torta, perfettamente cotta              | 300             | 280                                 | 0.121                                    | —                                 |
| Carne di pollo, bianca<br>(74.4% acqua) | 198             | —                                   | 1.60                                     | —                                 |
|   | 273             |                                     | 0.476                                    |                                   |
| Vetro                                   |                 |                                     |  |                                   |
| Piano (sodalime)                        | 300             | 2500                                | 1.4                                      | 750                               |
| Pyrex                                   | 300             | 2225                                | 1.4                                      | 835                               |
| Ghiaccio                                | 273             | 920                                 | 1.88                                     | 2040                              |
|   | 253             | —                                   | 2.03                                     | 1945                              |
| Coccio (suola)                          | 300             | 998                                 | 0.159                                    | —                                 |
| Carta                                   | 300             | 930                                 | 0.180                                    | 1340                              |
| Paraffina                               | 300             | 900                                 | 0.240                                    | 2890                              |
| Rocce                                   |                 |                                     |  |                                   |
| Granito                                 | 300             | 2630                                | 2.79                                     | 775                               |
| Marmo                                   | 300             | 2680                                | 2.80                                     | 830                               |
| Arenaria                                | 300             | 2150                                | 2.90                                     | 745                               |
| Gomma, vulcanizzata                     |                 |                                     |  |                                   |
| Morbida                                 | 300             | 1100                                | 0.13                                     | 2010                              |
| Dura                                    | 300             | 1190                                | 0.16                                     | —                                 |
| Sabbia                                  | 300             | 1515                                | 0.27                                     | 800                               |
| Terreno                                 | 300             | 2050                                | 0.52                                     | 1840                              |
| Neve                                    | 273             | 110                                 | 0.049                                    | —                                 |
|   |                 | 500                                 | 0.190                                    | —                                 |
| Teflon                                  | 300             | 2200                                | 0.35                                     | —                                 |
|   | 400             |                                     | 0.45                                     | —                                 |
| Tessuto, umano                          |                 |                                     |  |                                   |
| Pelle                                   | 300             | —                                   | 0.37                                     | —                                 |
| Strato di grasso (adiposo)              | 300             | —                                   | 0.2                                      | —                                 |
| Muscolo                                 | 300             | —                                   | 0.41                                     | —                                 |
| Legno, venatura trasversale             |                 |                                     |  |                                   |
| Abete                                   | 300             | 415                                 | 0.11                                     | 2720                              |
| Quercia                                 | 300             | 545                                 | 0.17                                     | 2385                              |
| Legno, venatura radiale                 |                 |                                     |  |                                   |
| Quercia                                 | 300             | 545                                 | 0.19                                     | 2385                              |
| Abete                                   | 300             | 420                                 | 0.14                                     | 2720                              |

**Tabella HT-3** Proprietà termofisiche dei gas a pressione atmosferica<sup>1</sup>

| T<br>(K)         | $\rho$<br>(kg/m <sup>3</sup> ) | $c_p$<br>(kJ/k · K) | $\mu \cdot 10^7$<br>(N · s/m <sup>2</sup> ) | $\nu \cdot 10^6$<br>(m <sup>2</sup> /s) | $\lambda \cdot 10^3$<br>(W/m · K) | $\alpha \cdot 10^6$<br>(m <sup>2</sup> /s) | Pr    |
|------------------|--------------------------------|---------------------|---|---|-----------------------------------|--|-------|
| <b>Aria</b>      |                                |                     |   |   |                                   |  |       |
| 100              | 3.5562                         | 1.032               | 71.1  | 2.00                                    | 9.34                              | 2.54                                       | 0.786 |
| 150              | 2.3364                         | 1.012               | 103.4                                       | 4.426                                   | 13.8                              | 5.84                                       | 0.758 |
| 200              | 1.7458                         | 1.007               | 132.5                                       | 7.590                                   | 18.1                              | 10.3                                       | 0.737 |
| 250              | 1.3947                         | 1.006               | 159.6                                       | 11.44                                   | 22.3                              | 15.9                                       | 0.720 |
| 300              | 1.1614                         | 1.007               | 184.6                                       | 15.89                                   | 26.3                              | 22.5                                       | 0.707 |
| 350              | 0.9950                         | 1.009               | 208.2                                       | 20.92                                   | 30.0                              | 29.9                                       | 0.700 |
| 400              | 0.8711                         | 1.014               | 230.1                                       | 26.41                                   | 33.8                              | 38.3                                       | 0.690 |
| 450              | 0.7740                         | 1.021               | 250.7                                       | 32.39                                   | 37.3                              | 47.2                                       | 0.686 |
| 500              | 0.6964                         | 1.030               | 270.1                                       | 38.79                                   | 40.7                              | 56.7                                       | 0.684 |
| 550              | 0.6329                         | 1.040               | 288.4                                       | 45.57                                   | 43.9                              | 66.7                                       | 0.683 |
| 600              | 0.5804                         | 1.051               | 305.8                                       | 52.69                                   | 46.9                              | 76.9                                       | 0.685 |
| 650              | 0.5356                         | 1.063               | 322.5                                       | 60.21                                   | 49.7                              | 87.3                                       | 0.690 |
| 700              | 0.4975                         | 1.075               | 338.8                                       | 68.10                                   | 52.4                              | 98.0                                       | 0.695 |
| 750              | 0.4643                         | 1.087               | 354.6                                       | 76.37                                   | 54.9                              | 109  | 0.702 |
| 800              | 0.4354                         | 1.099               | 369.8                                       | 84.93                                   | 57.3                              | 120  | 0.709 |
| 850              | 0.4097                         | 1.110               | 384.3                                       | 93.80                                   | 59.6                              | 131  | 0.716 |
| 900              | 0.3868                         | 1.121               | 398.1                                       | 102.9                                   | 62.0                              | 143  | 0.720 |
| 950              | 0.3666                         | 1.131               | 411.3                                       | 112.2                                   | 64.3                              | 155  | 0.723 |
| 1000             | 0.3482                         | 1.141               | 424.4                                       | 121.9                                   | 66.7                              | 168  | 0.726 |
| 1100             | 0.3166                         | 1.159               | 449.0                                       | 141.8                                   | 71.5                              | 195  | 0.728 |
| <b>Elio (He)</b> |                                |                     |   |   |                                   |  |       |
| 100              | 0.4871                         | 5.193               | 96.3  | 19.8                                    | 73.0                              | 28.9                                       | 0.686 |
| 120              | 0.4060                         | 5.193               | 107   | 26.4                                    | 81.9                              | 38.8                                       | 0.679 |
| 140              | 0.3481                         | 5.193               | 118   | 33.9                                    | 90.7                              | 50.2                                       | 0.676 |
| 180              | 0.2708                         | 5.193               | 139   | 51.3                                    | 107.2                             | 76.2                                       | 0.673 |
| 220              | 0.2216                         | 5.193               | 160   | 72.2                                    | 123.1                             | 107  | 0.675 |
| 260              | 0.1875                         | 5.193               | 180   | 96.0                                    | 137                               | 141  | 0.682 |
| 300              | 0.1625                         | 5.193               | 199   | 122                                     | 152                               | 180  | 0.680 |
| 400              | 0.1219                         | 5.193               | 243   | 199                                     | 187                               | 295  | 0.675 |
| 500              | 0.09754                        | 5.193               | 283   | 290                                     | 220                               | 434  | 0.668 |
| 700              | 0.06969                        | 5.193               | 350   | 502                                     | 278                               | 768  | 0.654 |
| 1000             | 0.04879                        | 5.193               | 446   | 914                                     | 354                               | 1400                                       | 0.654 |

<sup>1</sup> Per i gas a pressione atmosferica, vale il modello di gas ideale e  $\rho = \pi/RT$ .

Tavola AT-4 Proprietà termofisiche dei liquidi saturi

| Liquido saturo  | T (K)  | $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> ) | $c_p$ (kJ/kg · K) | $\mu \cdot 10^2$ (N · s/m <sup>2</sup> ) | $\nu \cdot 10^6$ (m <sup>2</sup> /s) | $\lambda \cdot 10^3$ (W/m · K) | $\alpha \cdot 10^7$ (m <sup>2</sup> /s) | Pr   | $\beta \cdot 10^3$ (K <sup>-1</sup> ) |
|---|--------|-----------------------------|-------------------|--|--------------------------------------|--------------------------------|---|------|---------------------------------------|
| <b>Olio da motore (non usato)</b>                                 |        |                             |                   |  |                                      |                                |   |      |                                       |
| 273   | 899.1  | 1.796                       | 385               | 4280                                     | 147                                  | 0.910                          | 47 000                                  | 0.70 |                                       |
| 280   | 895.3  | 1.827                       | 217               | 2430                                     | 144                                  | 0.880                          | 27 500                                  | 0.70 |                                       |
| 290   | 890.0  | 1.868                       | 99.9              | 1120                                     | 145                                  | 0.872                          | 12 900                                  | 0.70 |                                       |
| 300   | 884.1  | 1.909                       | 48.6              | 550                                      | 145                                  | 0.859                          | 6400                                    | 0.70 |                                       |
| 310   | 877.9  | 1.951                       | 25.3              | 288                                      | 145                                  | 0.847                          | 3400                                    | 0.70 |                                       |
| 320   | 871.8  | 1.993                       | 14.1              | 161                                      | 143                                  | 0.823                          | 1965                                    | 0.70 |                                       |
| 330   | 865.8  | 2.035                       | 8.36              | 96.6                                     | 141                                  | 0.800                          | 1205                                    | 0.70 |                                       |
| 340   | 859.9  | 2.076                       | 5.31              | 61.7                                     | 139                                  | 0.779                          | 793                                     | 0.70 |                                       |
| 350   | 853.9  | 2.118                       | 3.56              | 41.7                                     | 138                                  | 0.763                          | 546                                     | 0.70 |                                       |
| 360   | 847.8  | 2.161                       | 2.52              | 29.7                                     | 138                                  | 0.753                          | 395                                     | 0.70 |                                       |
| 370   | 841.8  | 2.206                       | 1.86              | 22.0                                     | 137                                  | 0.738                          | 300                                     | 0.70 |                                       |
| 380   | 836.0  | 2.250                       | 1.41              | 16.9                                     | 136                                  | 0.723                          | 233                                     | 0.70 |                                       |
| 390   | 830.6  | 2.294                       | 1.10              | 13.3                                     | 135                                  | 0.709                          | 187                                     | 0.70 |                                       |
| 400   | 825.1  | 2.337                       | 0.874             | 10.6                                     | 134                                  | 0.695                          | 152                                     | 0.70 |                                       |
| 410   | 818.9  | 2.381                       | 0.698             | 8.52                                     | 133                                  | 0.682                          | 125                                     | 0.70 |                                       |
| 420   | 812.1  | 2.427                       | 0.564             | 6.94                                     | 133                                  | 0.675                          | 103                                     | 0.70 |                                       |
| 430   | 806.5  | 2.471                       | 0.470             | 5.83                                     | 132                                  | 0.662                          | 88                                      | 0.70 |                                       |
| <b>Etilenglicole [C<sub>2</sub>H<sub>4</sub>(OH)<sub>2</sub>]</b> |        |                             |                   |  |                                      |                                |   |      |                                       |
| 273   | 1130.8 | 2.294                       | 6.51              | 57.6                                     | 242                                  | 0.933                          | 617                                     | 0.65 |                                       |
| 280   | 1125.8 | 2.323                       | 4.20              | 37.3                                     | 244                                  | 0.933                          | 400                                     | 0.65 |                                       |
| 290   | 1118.8 | 2.368                       | 2.47              | 22.1                                     | 248                                  | 0.936                          | 236                                     | 0.65 |                                       |
| 300   | 1114.4 | 2.415                       | 1.57              | 14.1                                     | 252                                  | 0.939                          | 151                                     | 0.65 |                                       |
| 310   | 1103.7 | 2.460                       | 1.07              | 9.65                                     | 255                                  | 0.939                          | 103                                     | 0.65 |                                       |
| 320   | 1096.2 | 2.505                       | 0.757             | 6.91                                     | 258                                  | 0.940                          | 73.5                                    | 0.65 |                                       |
| 330   | 1089.5 | 2.549                       | 0.561*            | 5.15                                     | 260                                  | 0.936                          | 55.0                                    | 0.65 |                                       |
| 340   | 1083.8 | 2.592                       | 0.431             | 3.98                                     | 261                                  | 0.929                          | 42.8                                    | 0.65 |                                       |
| 350   | 1079.0 | 2.637                       | 0.342             | 3.17                                     | 261                                  | 0.917                          | 34.6                                    | 0.65 |                                       |
| 360   | 1074.0 | 2.682                       | 0.278             | 2.59                                     | 261                                  | 0.906                          | 28.6                                    | 0.65 |                                       |
| 370   | 1066.7 | 2.728                       | 0.228             | 2.14                                     | 262                                  | 0.900                          | 23.7                                    | 0.65 |                                       |
| 373   | 1058.5 | 2.742                       | 0.215             | 2.03                                     | 263                                  | 0.906                          | 22.4                                    | 0.65 |                                       |
| <b>Glicerina [C<sub>3</sub>H<sub>8</sub>(OH)<sub>3</sub>]</b>     |        |                             |                   |  |                                      |                                |   |      |                                       |
| 273   | 1276.0 | 2.261                       | 1060              | 8310                                     | 282                                  | 0.977                          | 85 000                                  | 0.47 |                                       |
| 280   | 1271.9 | 2.298                       | 534               | 4200                                     | 284                                  | 0.972                          | 43 200                                  | 0.47 |                                       |
| 290   | 1265.8 | 2.367                       | 185               | 1460                                     | 286                                  | 0.955                          | 15 300                                  | 0.48 |                                       |
| 300   | 1259.9 | 2.427                       | 79.9              | 634                                      | 286                                  | 0.935                          | 6780                                    | 0.48 |                                       |
| 310   | 1253.9 | 2.490                       | 35.2              | 281                                      | 286                                  | 0.916                          | 3060                                    | 0.49 |                                       |
| 320   | 1247.2 | 2.564                       | 21.0              | 168                                      | 287                                  | 0.897                          | 1870                                    | 0.50 |                                       |

Tabella HT-5 Proprietà termofisiche dell'acqua satura<sup>1</sup>

| Temperatura<br><i>T</i> (K) | Peso specifico<br>(kJ/kg · K) |                        | Viscosità<br>(N · s/m <sup>2</sup> ) |                    | Conduttività<br>termica<br>(W/m · K) |                        | Numero<br>di Prandtl  |                       | Coefficiente<br>di espansione<br>$\beta_f \cdot 10^6$<br>(K <sup>-1</sup> ) |
|-----------------------------|-------------------------------|------------------------|--------------------------------------|--------------------|--------------------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|---|
|                             | <i>c<sub>p,f</sub></i>        | <i>c<sub>p,g</sub></i> | $\mu_f \cdot 10^6$                   | $\mu_g \cdot 10^6$ | $\lambda_f \cdot 10^3$               | $\lambda_g \cdot 10^3$ | <i>Pr<sub>f</sub></i> | <i>Pr<sub>g</sub></i> |   |
| 273.15                      | 4.217                         | 1.854                  | 1750                                 | 8.02               | 569                                  | 18.2                   | 12.99                 | 0.815                 | -68.05  |
| 275                         | 4.211                         | 1.855                  | 1652                                 | 8.09               | 574                                  | 18.3                   | 12.22                 | 0.817                 | -32.74  |
| 280                         | 4.198                         | 1.858                  | 1422                                 | 8.29               | 582                                  | 18.6                   | 10.26                 | 0.825                 | 46.04   |
| 285                         | 4.189                         | 1.861                  | 1225                                 | 8.49               | 590                                  | 18.9                   | 8.81                  | 0.833                 | 114.1   |
| 290                         | 4.184                         | 1.864                  | 1080                                 | 8.69               | 598                                  | 19.3                   | 7.56                  | 0.841                 | 174.0   |
| 295                         | 4.181                         | 1.868                  | 959                                  | 8.89               | 606                                  | 19.5                   | 6.62                  | 0.849                 | 227.5   |
| 300                         | 4.179                         | 1.872                  | 855                                  | 9.09               | 613                                  | 19.6                   | 5.83                  | 0.857                 | 276.1   |
| 305                         | 4.178                         | 1.877                  | 769                                  | 9.29               | 620                                  | 20.1                   | 5.20                  | 0.865                 | 320.6   |
| 310                         | 4.178                         | 1.882                  | 695                                  | 9.49               | 628                                  | 20.4                   | 4.62                  | 0.873                 | 361.9   |
| 315                         | 4.179                         | 1.888                  | 631                                  | 9.69               | 634                                  | 20.7                   | 4.16                  | 0.883                 | 400.4   |
| 320                         | 4.180                         | 1.895                  | 577                                  | 9.89               | 640                                  | 21.0                   | 3.77                  | 0.894                 | 436.7   |
| 325                         | 4.182                         | 1.903                  | 528                                  | 10.09              | 645                                  | 21.3                   | 3.42                  | 0.901                 | 471.2   |
| 330                         | 4.184                         | 1.911                  | 489                                  | 10.29              | 650                                  | 21.7                   | 3.15                  | 0.908                 | 504.0   |
| 335                         | 4.186                         | 1.920                  | 453                                  | 10.49              | 656                                  | 22.0                   | 2.88                  | 0.916                 | 535.5   |
| 340                         | 4.188                         | 1.930                  | 420                                  | 10.69              | 660                                  | 22.3                   | 2.66                  | 0.925                 | 566.0   |
| 345                         | 4.191                         | 1.941                  | 389                                  | 10.89              | 665                                  | 22.6                   | 2.45                  | 0.933                 | 595.4   |
| 350                         | 4.195                         | 1.954                  | 365                                  | 11.09              | 668                                  | 23.0                   | 2.29                  | 0.942                 | 624.2   |
| 355                         | 4.199                         | 1.968                  | 343                                  | 11.29              | 671                                  | 23.3                   | 2.14                  | 0.951                 | 652.3   |
| 360                         | 4.203                         | 1.983                  | 324                                  | 11.49              | 674                                  | 23.7                   | 2.02                  | 0.960                 | 697.9   |
| 365                         | 4.209                         | 1.999                  | 306                                  | 11.69              | 677                                  | 24.1                   | 1.91                  | 0.969                 | 707.1   |
| 370                         | 4.214                         | 2.017                  | 289                                  | 11.89              | 679                                  | 24.5                   | 1.80                  | 0.978                 | 728.7   |
| 373.15                      | 4.217                         | 2.029                  | 279                                  | 12.02              | 680                                  | 24.8                   | 1.76                  | 0.984                 | 750.1   |

<sup>1</sup> Si veda la Tabella T-2 per il volume specifico,  $v_f$  and  $v_g$ .

Tabella T-1 – Tabella T-1E Pesi atomici o molecolari e proprietà critiche di elementi e composti selezionati

| Sostanza              | Formula chimica | $M$<br>(kg/kmol)<br>(lb/lbmol) | SI        |             | E          |             |
|-----------------------|-----------------|--------------------------------|-----------|-------------|------------|-------------|
|                       |                 |                                | $T_c$ (K) | $p_c$ (bar) | $T_c$ (°R) | $p_c$ (atm) |
| Acetilene             | $C_2H_2$        | 26.04                          | 309       | 62.8        | 556        | 62          |
| Aria (equivalente)    | —               | 28.97                          | 133       | 37.7        | 239        | 37.2        |
| Ammoniaca             | $NH_3$          | 17.03                          | 406       | 112.8       | 730        | 111.3       |
| Argon                 | Ar              | 39.94                          | 151       | 48.6        | 272        | 47.97       |
| Benzene               | $C_6H_6$        | 78.11                          | 563       | 49.3        | 1013       | 48.7        |
| Butano                | $C_4H_{10}$     | 58.12                          | 425       | 38.0        | 765        | 37.5        |
| Carbonio              | C               | 12.01                          | —         | —           | —          | —           |
| Anidride carbonica    | $CO_2$          | 44.01                          | 304       | 73.9        | 548        | 72.9        |
| Monossido di carbonio | CO              | 28.01                          | 133       | 35.0        | 239        | 34.5        |
| Rame                  | Cu              | 63.54                          | —         | —           | —          | —           |
| Etano                 | $C_2H_6$        | 30.07                          | 305       | 48.8        | 549        | 48.2        |
| Alcool etilico        | $C_2H_5OH$      | 46.07                          | 516       | 63.8        | 929        | 63.0        |
| Etilene               | $C_2H_4$        | 28.05                          | 283       | 51.2        | 510        | 50.5        |
| Elio                  | He              | 4.003                          | 5.2       | 2.3         | 9.33       | 2.26        |
| Idrogeno              | $H_2$           | 2.016                          | 33.2      | 13.0        | 59.8       | 12.8        |
| Metano                | $CH_4$          | 16.04                          | 191       | 46.4        | 344        | 45.8        |
| Metanolo              | $CH_3OH$        | 32.04                          | 513       | 79.5        | 924        | 78.5        |
| Azoto                 | $N_2$           | 28.01                          | 126       | 33.9        | 227        | 33.5        |
| Ottano                | $C_8H_{18}$     | 114.22                         | 569       | 24.9        | 1025       | 24.6        |
| Ossigeno              | $O_2$           | 32.00                          | 154       | 50.5        | 278        | 49.8        |
| Propano               | $C_3H_8$        | 44.09                          | 370       | 42.7        | 666        | 42.1        |
| Propilene             | $C_3H_6$        | 42.08                          | 365       | 46.2        | 657        | 45.6        |
| Refrigerante 12       | $CCl_2F_2$      | 120.92                         | 385       | 41.2        | 693        | 40.6        |
| Refrigerante 22       | $CHClF_2$       | 86.48                          | 369       | 49.8        | 665        | 49.1        |
| Refrigerante 134a     | $CF_3CH_2F$     | 102.03                         | 374       | 40.7        | 673        | 40.2        |
| Biossido di zolfo     | $SO_2$          | 64.06                          | 431       | 78.7        | 775        | 77.7        |
| Acqua                 | $H_2O$          | 18.02                          | 647.3     | 220.9       | 1165       | 218.0       |

Fonte: adattato da *International Critical Tables* e Nelson L. C., Obert E. F., Generalized Compressibility Charts, *Chem. Eng.*, 61: 203 (1954).

Tabella T-2 Proprietà dell'acqua satura (liquido-vapore); tabella della temperatura

| Temp.<br>°C | Press.<br>bar | Volume specifico<br>m <sup>3</sup> /kg                      |                                       | Energia interna<br>kJ/kg               |                                       | Entalpia<br>kJ/kg                      |                                       | Entropia<br>kJ/kg · K       |  | Temp.<br>°C |
|-------------|---------------|---|---------------------------------------|--|---------------------------------------|--|---------------------------------------|-----------------------------|--|-------------|
|             |               | Liquido<br>satuvo <i>v<sub>f</sub></i><br>× 10 <sup>3</sup> | Vapore<br>satuvo <i>v<sub>g</sub></i> | Liquido<br>satuvo <i>u<sub>f</sub></i> | Vapore<br>satuvo <i>u<sub>g</sub></i> | Liquido<br>satuvo <i>h<sub>f</sub></i> | Vapore<br>satuvo <i>h<sub>g</sub></i> | Evap. <i>h<sub>fg</sub></i> | Liquido<br>satuvo <i>s<sub>f</sub></i> |             |
| .01         | 0.00611       | 1.0002  | 206.136                               | 0.00                                   | 2375.3                                | 0.01                                   | 2501.3                                | 2501.4                      | 0.0000                                 | 9.1562      |
| 4           | 0.00813       | 1.0001  | 157.232                               | 16.77                                  | 2380.9                                | 16.78                                  | 2491.9                                | 2508.7                      | 0.0610                                 | 9.0514      |
| 5           | 0.00872       | 1.0001  | 147.120                               | 20.97                                  | 2382.3                                | 20.98                                  | 2489.6                                | 2510.6                      | 0.0761                                 | 9.0257      |
| 6           | 0.00935       | 1.0001  | 137.734                               | 25.19                                  | 2383.6                                | 25.20                                  | 2487.2                                | 2512.4                      | 0.0912                                 | 9.0003      |
| 8           | 0.01072       | 1.0002  | 120.917                               | 33.59                                  | 2386.4                                | 33.60                                  | 2482.5                                | 2516.1                      | 0.1212                                 | 8.9501      |
| 10          | 0.01228       | 1.0004  | 106.379                               | 42.00                                  | 2389.2                                | 42.01                                  | 2477.7                                | 2519.8                      | 0.1510                                 | 8.9008      |
| 11          | 0.01312       | 1.0004  | 99.857                                | 46.20                                  | 2390.5                                | 46.20                                  | 2475.4                                | 2521.6                      | 0.1658                                 | 8.8765      |
| 12          | 0.01402       | 1.0005  | 93.784                                | 50.41                                  | 2391.9                                | 50.41                                  | 2473.0                                | 2523.4                      | 0.1806                                 | 8.8524      |
| 13          | 0.01497       | 1.0007  | 88.124                                | 54.60                                  | 2393.3                                | 54.60                                  | 2470.7                                | 2525.3                      | 0.1953                                 | 8.8285      |
| 14          | 0.01598       | 1.0008  | 82.848                                | 58.79                                  | 2394.7                                | 58.80                                  | 2468.3                                | 2527.1                      | 0.2099                                 | 8.8048      |
| 15          | 0.01705       | 1.0009  | 77.926                                | 62.99                                  | 2396.1                                | 62.99                                  | 2465.9                                | 2528.9                      | 0.2245                                 | 8.7814      |
| 16          | 0.01818       | 1.0011  | 73.333                                | 67.18                                  | 2397.4                                | 67.19                                  | 2463.6                                | 2530.8                      | 0.2390                                 | 8.7582      |
| 17          | 0.01938       | 1.0012  | 69.044                                | 71.38                                  | 2398.8                                | 71.38                                  | 2461.2                                | 2532.6                      | 0.2535                                 | 8.7351      |
| 18          | 0.02064       | 1.0014  | 65.038                                | 75.57                                  | 2400.2                                | 75.58                                  | 2458.8                                | 2534.4                      | 0.2679                                 | 8.7123      |
| 19          | 0.02198       | 1.0016  | 61.293                                | 79.76                                  | 2401.6                                | 79.77                                  | 2456.5                                | 2536.2                      | 0.2823                                 | 8.6897      |
| 20          | 0.02339       | 1.0018  | 57.791                                | 83.95                                  | 2402.9                                | 83.96                                  | 2454.1                                | 2538.1                      | 0.2966                                 | 8.6672      |
| 21          | 0.02487       | 1.0020  | 54.514                                | 88.14                                  | 2404.3                                | 88.14                                  | 2451.8                                | 2539.9                      | 0.3109                                 | 8.6450      |
| 22          | 0.02645       | 1.0022  | 51.447                                | 92.32                                  | 2405.7                                | 92.33                                  | 2449.4                                | 2541.7                      | 0.3251                                 | 8.6229      |
| 23          | 0.02810       | 1.0024  | 48.574                                | 96.51                                  | 2407.0                                | 96.52                                  | 2447.0                                | 2543.5                      | 0.3393                                 | 8.6011      |
| 24          | 0.02985       | 1.0027  | 45.883                                | 100.70                                 | 2408.4                                | 100.70                                 | 2444.7                                | 2545.4                      | 0.3534                                 | 8.5794      |
| 25          | 0.03169       | 1.0029  | 43.360                                | 104.88                                 | 2409.8                                | 104.89                                 | 2442.3                                | 2547.2                      | 0.3674                                 | 8.5580      |
| 26          | 0.03363       | 1.0032  | 40.994                                | 109.06                                 | 2411.1                                | 109.07                                 | 2439.9                                | 2549.0                      | 0.3814                                 | 8.5367      |
| 27          | 0.03567       | 1.0035  | 38.774                                | 113.25                                 | 2412.5                                | 113.25                                 | 2437.6                                | 2550.8                      | 0.3954                                 | 8.5156      |
| 28          | 0.03782       | 1.0037  | 36.690                                | 117.42                                 | 2413.9                                | 117.43                                 | 2435.2                                | 2552.6                      | 0.4093                                 | 8.4946      |
| 29          | 0.04008       | 1.0040  | 34.733                                | 121.60                                 | 2415.2                                | 121.61                                 | 2432.8                                | 2554.5                      | 0.4231                                 | 8.4739      |
| 30          | 0.04246       | 1.0043  | 32.894                                | 125.78                                 | 2416.6                                | 125.79                                 | 2430.5                                | 2556.3                      | 0.4369                                 | 8.4533      |
| 31          | 0.04496       | 1.0046  | 31.165                                | 129.96                                 | 2418.0                                | 129.97                                 | 2428.1                                | 2558.1                      | 0.4507                                 | 8.4329      |
| 32          | 0.04759       | 1.0050  | 29.540                                | 134.14                                 | 2419.3                                | 134.15                                 | 2425.7                                | 2559.9                      | 0.4644                                 | 8.4127      |
| 33          | 0.05034       | 1.0053  | 28.011                                | 138.32                                 | 2420.7                                | 138.33                                 | 2423.4                                | 2561.7                      | 0.4781                                 | 8.3927      |

(segue)

Tabella T-2 Proprietà dell'acqua satura (liquido-vapore): tabella della temperatura (continua)

| Temp.<br>°C | Press.<br>bar | Volume specifico<br>m <sup>3</sup> /kg       |                        | Energia interna<br>kJ/kg |                        | Entalpia<br>kJ/kg       |                        | Entropia<br>kJ/kg · K   |                        | Temp.<br>°C |
|-------------|---------------|--|------------------------|--------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------|
|             |               | Liquido<br>saturo $v_f$<br>× 10 <sup>3</sup> | Vapore<br>saturo $v_g$ | Liquido<br>saturo $u_f$  | Vapore<br>saturo $u_g$ | Liquido<br>saturo $h_f$ | Vapore<br>saturo $h_g$ | Liquido<br>saturo $s_f$ | Vapore<br>saturo $s_g$ |             |
| 34          | 0.05324       | 1.0056                                       | 26.571                 | 142.50                   | 2422.0                 | 142.50                  | 2421.0                 | 2563.5                  | 0.4917                 | 8.3728      |
| 35          | 0.05628       | 1.0060                                       | 25.216                 | 146.67                   | 2423.4                 | 146.68                  | 2418.6                 | 2565.3                  | 0.5053                 | 8.3531      |
| 36          | 0.05947       | 1.0063                                       | 23.940                 | 150.85                   | 2424.7                 | 150.86                  | 2416.2                 | 2567.1                  | 0.5188                 | 8.3336      |
| 38          | 0.06632       | 1.0071                                       | 21.602                 | 159.20                   | 2427.4                 | 159.21                  | 2411.5                 | 2570.7                  | 0.5458                 | 8.2950      |
| 40          | 0.07384       | 1.0078                                       | 19.523                 | 167.56                   | 2430.1                 | 167.57                  | 2406.7                 | 2574.3                  | 0.5725                 | 8.2570      |
| 45          | 0.09593       | 1.0099                                       | 15.258                 | 188.44                   | 2436.8                 | 188.45                  | 2394.8                 | 2583.2                  | 0.6387                 | 8.1648      |
| 50          | 0.12355       | 1.0121                                       | 12.032                 | 209.32                   | 2443.5                 | 209.33                  | 2382.7                 | 2592.1                  | 0.7038                 | 8.0763      |
| 55          | 0.1576        | 1.0146                                       | 9.568                  | 230.21                   | 2450.1                 | 230.23                  | 2370.7                 | 2600.9                  | 0.7679                 | 7.9913      |
| 60          | 0.1994        | 1.0172                                       | 7.671                  | 251.11                   | 2456.6                 | 251.13                  | 2358.5                 | 2609.6                  | 0.8312                 | 7.9096      |
| 65          | 0.2503        | 1.0199                                       | 6.197                  | 272.02                   | 2463.1                 | 272.06                  | 2346.2                 | 2618.3                  | 0.8935                 | 7.8310      |
| 70          | 0.3119        | 1.0228                                       | 5.042                  | 292.95                   | 2469.6                 | 292.98                  | 2333.8                 | 2626.8                  | 0.9549                 | 7.7553      |
| 75          | 0.3858        | 1.0259                                       | 4.131                  | 313.90                   | 2475.9                 | 313.93                  | 2321.4                 | 2635.3                  | 1.0155                 | 7.6824      |
| 80          | 0.4739        | 1.0291                                       | 3.407                  | 334.86                   | 2482.2                 | 334.91                  | 2308.8                 | 2643.7                  | 1.0753                 | 7.6122      |
| 85          | 0.5783        | 1.0325                                       | 2.828                  | 355.84                   | 2488.4                 | 355.90                  | 2296.0                 | 2651.9                  | 1.1343                 | 7.5445      |
| 90          | 0.7014        | 1.0360                                       | 2.361                  | 376.85                   | 2494.5                 | 376.92                  | 2283.2                 | 2660.1                  | 1.1925                 | 7.4791      |
| 95          | 0.8455        | 1.0397                                       | 1.982                  | 397.88                   | 2500.6                 | 397.96                  | 2270.2                 | 2668.1                  | 1.2500                 | 7.4159      |
| 100         | 1.014         | 1.0435                                       | 1.673                  | 418.94                   | 2506.5                 | 419.04                  | 2257.0                 | 2676.1                  | 1.3069                 | 7.3549      |
| 110         | 1.433         | 1.0516                                       | 1.210                  | 461.14                   | 2518.1                 | 461.30                  | 2230.2                 | 2691.5                  | 1.4185                 | 7.2387      |
| 120         | 1.985         | 1.0603                                       | 0.8919                 | 503.50                   | 2529.3                 | 503.71                  | 2202.6                 | 2706.3                  | 1.5276                 | 7.1296      |
| 130         | 2.701         | 1.0697                                       | 0.6685                 | 546.02                   | 2539.9                 | 546.31                  | 2174.2                 | 2720.5                  | 1.6344                 | 7.0269      |
| 140         | 3.613         | 1.0797                                       | 0.5089                 | 588.74                   | 2550.0                 | 589.13                  | 2144.7                 | 2733.9                  | 1.7391                 | 6.9299      |
| 150         | 4.758         | 1.0905                                       | 0.3928                 | 631.68                   | 2559.5                 | 632.20                  | 2114.3                 | 2746.5                  | 1.8418                 | 6.8379      |
| 160         | 6.178         | 1.1020                                       | 0.3071                 | 674.86                   | 2568.4                 | 675.55                  | 2082.6                 | 2758.1                  | 1.9427                 | 6.7502      |
| 170         | 7.917         | 1.1143                                       | 0.2428                 | 718.33                   | 2576.5                 | 719.21                  | 2049.5                 | 2768.7                  | 2.0419                 | 6.6663      |
| 180         | 10.02         | 1.1274                                       | 0.1941                 | 762.09                   | 2583.7                 | 763.22                  | 2015.0                 | 2778.2                  | 2.1396                 | 6.5857      |
| 190         | 12.54         | 1.1414                                       | 0.1565                 | 806.19                   | 2590.0                 | 807.62                  | 1978.8                 | 2786.4                  | 2.2359                 | 6.5079      |
| 200         | 15.54         | 1.1565                                       | 0.1274                 | 850.65                   | 2595.3                 | 852.45                  | 1940.7                 | 2793.2                  | 2.3309                 | 6.4323      |
| 210         | 19.06         | 1.1726                                       | 0.1044                 | 895.53                   | 2599.5                 | 897.76                  | 1900.7                 | 2798.5                  | 2.4248                 | 6.3585      |
| 220         | 23.18         | 1.1900                                       | 0.08619                | 940.87                   | 2602.4                 | 943.62                  | 1858.5                 | 2802.1                  | 2.5178                 | 6.2861      |

(segue)

Tabella T-2 Proprietà dell'acqua satura (liquido-vapore); tabella della temperatura (continua)

| Temp.<br>°C | Press.<br>bar | Volume specifico<br>m <sup>3</sup> /kg   |                        | Energia interna<br>kJ/kg |                        | Entalpia<br>kJ/kg       |                | Entropia<br>kJ/kg · K  |                         |                        |
|-------------|---------------|--|------------------------|--------------------------|------------------------|-------------------------|----------------|------------------------|-------------------------|------------------------|
|             |               | Liquido<br>saturo $v_f$<br>$\times 10^3$ | Vapore<br>saturo $v_g$ | Liquido<br>saturo $u_f$  | Vapore<br>saturo $u_g$ | Liquido<br>saturo $h_f$ | Evap. $h_{fg}$ | Vapore<br>saturo $h_g$ | Liquido<br>saturo $s_f$ | Vapore<br>saturo $s_g$ |
| 230         | 27.95         | 1.2088                                   | 0.07158                | 986.74                   | 2603.9                 | 990.12                  | 1813.8         | 2804.0                 | 2.6099                  | 6.2146                 |
| 240         | 33.44         | 1.2291                                   | 0.05976                | 1033.2                   | 2604.0                 | 1037.3                  | 1766.5         | 2803.8                 | 2.7015                  | 6.1437                 |
| 250         | 39.73         | 1.2512                                   | 0.05013                | 1080.4                   | 2602.4                 | 1085.4                  | 1716.2         | 2801.5                 | 2.7927                  | 6.0730                 |
| 260         | 46.88         | 1.2755                                   | 0.04221                | 1128.4                   | 2599.0                 | 1134.4                  | 1662.5         | 2796.6                 | 2.8838                  | 6.0019                 |
| 270         | 54.99         | 1.3023                                   | 0.03564                | 1177.4                   | 2593.7                 | 1184.5                  | 1605.2         | 2789.7                 | 2.9751                  | 5.9301                 |
| 280         | 64.12         | 1.3321                                   | 0.03017                | 1227.5                   | 2586.1                 | 1236.0                  | 1543.6         | 2779.6                 | 3.0668                  | 5.8571                 |
| 290         | 74.36         | 1.3656                                   | 0.02557                | 1278.9                   | 2576.0                 | 1289.1                  | 1477.1         | 2766.2                 | 3.1594                  | 5.7821                 |
| 300         | 85.81         | 1.4036                                   | 0.02167                | 1332.0                   | 2563.0                 | 1344.0                  | 1404.9         | 2749.0                 | 3.2534                  | 5.7045                 |
| 320         | 112.7         | 1.4988                                   | 0.01549                | 1444.6                   | 2525.5                 | 1461.5                  | 1238.6         | 2700.1                 | 3.4480                  | 5.5362                 |
| 340         | 145.9         | 1.6379                                   | 0.01080                | 1570.3                   | 2464.6                 | 1594.2                  | 1027.9         | 2622.0                 | 3.6594                  | 5.3357                 |
| 360         | 186.5         | 1.8925                                   | 0.006945               | 1725.2                   | 2351.5                 | 1760.5                  | 720.5          | 2481.0                 | 3.9147                  | 5.0526                 |
| 374.14      | 220.9         | 3.155                                    | 0.003155               | 2029.6                   | 2029.6                 | 2099.3                  | 0              | 2099.3                 | 4.4298                  | 4.4298                 |

Fonte: Le Tabelle T-2, T-3, T-4 e T-5 sono estratte da Keenan J. H., Keyes F. G., Hill P. G., Moore J. G., *Steam Tables*, Wiley, New York, 1969.

Tavola 1-3 Proprietà dell'acqua satura (liquido-vapore): tabella della pressione

| Press.<br>bar | Temp.<br>°C | Volume specifico<br>m <sup>3</sup> /kg |                           | Energia interna<br>kJ/kg   |                           | Entalpia<br>kJ/kg          |                           | Entropia<br>kJ/kg · K |                            |
|---------------|-------------|--|---------------------------|----------------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------|-----------------------|----------------------------|
|               |             | Liquido<br>saturo<br>$v_f \times 10^3$ | Vapore<br>saturo<br>$v_g$ | Liquido<br>saturo<br>$u_f$ | Vapore<br>saturo<br>$u_g$ | Liquido<br>saturo<br>$h_f$ | Vapore<br>saturo<br>$h_g$ | Evap.<br>$h_{fg}$     | Liquido<br>saturo<br>$s_f$ |
| 0.04          | 28.96       | 1.0040                                 | 34.800                    | 121.45                     | 2415.2                    | 121.46                     | 2432.9                    | 2554.4                | 0.4226                     |
| 0.06          | 36.16       | 1.0064                                 | 23.739                    | 151.53                     | 2425.0                    | 151.53                     | 2415.9                    | 2567.4                | 0.5210                     |
| 0.08          | 41.51       | 1.0084                                 | 18.103                    | 173.87                     | 2432.2                    | 173.88                     | 2403.1                    | 2577.0                | 0.5926                     |
| 0.10          | 45.81       | 1.0102                                 | 14.674                    | 191.82                     | 2437.9                    | 191.83                     | 2392.8                    | 2584.7                | 0.6493                     |
| 0.20          | 60.06       | 1.0172                                 | 7.649                     | 251.38                     | 2456.7                    | 251.40                     | 2358.3                    | 2609.7                | 0.8320                     |
| 0.30          | 69.10       | 1.0223                                 | 5.229                     | 289.20                     | 2468.4                    | 289.23                     | 2336.1                    | 2625.3                | 0.9439                     |
| 0.40          | 75.87       | 1.0265                                 | 3.993                     | 317.53                     | 2477.0                    | 317.58                     | 2319.2                    | 2636.8                | 1.0259                     |
| 0.50          | 81.33       | 1.0300                                 | 3.240                     | 340.44                     | 2483.9                    | 340.49                     | 2305.4                    | 2645.9                | 1.0910                     |
| 0.60          | 85.94       | 1.0331                                 | 2.732                     | 359.79                     | 2489.6                    | 359.86                     | 2293.6                    | 2653.5                | 1.1453                     |
| 0.70          | 89.95       | 1.0360                                 | 2.365                     | 376.63                     | 2494.5                    | 376.70                     | 2283.3                    | 2660.0                | 1.1919                     |
| 0.80          | 93.50       | 1.0380                                 | 2.087                     | 391.58                     | 2498.8                    | 391.66                     | 2274.1                    | 2665.8                | 1.2329                     |
| 0.90          | 96.71       | 1.0410                                 | 1.869                     | 405.06                     | 2502.6                    | 405.15                     | 2265.7                    | 2670.9                | 1.2695                     |
| 1.00          | 99.63       | 1.0432                                 | 1.694                     | 417.36                     | 2506.1                    | 417.46                     | 2258.0                    | 2675.5                | 1.3026                     |
| 1.50          | 111.4       | 1.0528                                 | 1.159                     | 466.94                     | 2519.7                    | 467.11                     | 2226.5                    | 2693.6                | 1.4336                     |
| 2.00          | 120.2       | 1.0605                                 | 0.8857                    | 504.49                     | 2529.5                    | 504.70                     | 2201.9                    | 2706.7                | 1.5301                     |
| 2.50          | 127.4       | 1.0672                                 | 0.7187                    | 535.10                     | 2537.2                    | 535.37                     | 2181.5                    | 2716.9                | 1.6072                     |
| 3.00          | 133.6       | 1.0732                                 | 0.6058                    | 561.15                     | 2543.6                    | 561.47                     | 2163.8                    | 2725.3                | 1.6718                     |
| 3.50          | 138.9       | 1.0786                                 | 0.5243                    | 583.95                     | 2546.9                    | 584.33                     | 2148.1                    | 2732.4                | 1.7275                     |
| 4.00          | 143.6       | 1.0836                                 | 0.4625                    | 604.31                     | 2553.6                    | 604.74                     | 2133.8                    | 2738.6                | 1.7766                     |
| 4.50          | 147.9       | 1.0882                                 | 0.4140                    | 622.25                     | 2557.6                    | 623.25                     | 2120.7                    | 2743.9                | 1.8207                     |
| 5.00          | 151.9       | 1.0926                                 | 0.3749                    | 639.68                     | 2561.2                    | 640.23                     | 2108.5                    | 2748.7                | 1.8607                     |
| 6.00          | 158.9       | 1.1066                                 | 0.3157                    | 669.90                     | 2567.4                    | 670.56                     | 2086.3                    | 2756.8                | 1.9312                     |
| 7.00          | 165.0       | 1.1080                                 | 0.2729                    | 696.44                     | 2572.5                    | 697.22                     | 2066.3                    | 2763.5                | 1.9922                     |
| 8.00          | 170.4       | 1.1148                                 | 0.2404                    | 720.22                     | 2576.8                    | 721.11                     | 2048.0                    | 2769.1                | 2.0462                     |
| 9.00          | 175.4       | 1.1212                                 | 0.2150                    | 741.83                     | 2580.5                    | 742.83                     | 2031.1                    | 2773.9                | 2.0946                     |
| 10.0          | 179.9       | 1.1273                                 | 0.1944                    | 761.68                     | 2583.6                    | 762.81                     | 2015.3                    | 2778.1                | 2.1387                     |
| 15.0          | 198.3       | 1.1539                                 | 0.1318                    | 843.16                     | 2594.5                    | 844.84                     | 1947.3                    | 2792.2                | 2.3150                     |
| 20.0          | 212.4       | 1.1767                                 | 0.09963                   | 906.44                     | 2600.3                    | 908.79                     | 1890.7                    | 2799.5                | 2.4474                     |
| 25.0          | 224.0       | 1.1973                                 | 0.07998                   | 959.11                     | 2603.1                    | 962.11                     | 1841.0                    | 2803.1                | 2.5547                     |

(segue)

**Tabella T-3** Proprietà dell'acqua satura (liquido-vapore): tabella della pressione (*continua*)

| Press.<br>bar | Temp.<br>°C | Volume specifico<br>m <sup>3</sup> /kg |                           |                            | Energia interna<br>kJ/kg  |                            |                           | Entalpia<br>kJ/kg |                           |                            | Entropia<br>kJ/kg · K     |               |  |
|---------------|-------------|--|---------------------------|----------------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------|-------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------|---------------|--|
|               |             | Liquido<br>saturo<br>$v_f \times 10^3$ | Vapore<br>saturo<br>$v_g$ | Liquido<br>saturo<br>$u_f$ | Vapore<br>saturo<br>$u_g$ | Liquido<br>saturo<br>$h_f$ | Vapore<br>saturo<br>$h_g$ | Evap.<br>$h_{fg}$ | Vapore<br>saturo<br>$h_v$ | Liquido<br>saturo<br>$s_f$ | Vapore<br>saturo<br>$s_g$ | Press.<br>bar |  |
| 30.0          | 233.9       | 1.2165                                 | 0.06668                   | 1004.8                     | 2604.1                    | 1008.4                     | 1795.7                    | 2804.2            | 2.6457                    | 6.1869                     | 30.0                      |               |  |
| 35.0          | 242.6       | 1.2347                                 | 0.05707                   | 1045.4                     | 2603.7                    | 1049.8                     | 1753.7                    | 2803.4            | 2.7253                    | 6.1253                     | 35.0                      |               |  |
| 40.0          | 250.4       | 1.2522                                 | 0.04978                   | 1082.3                     | 2602.3                    | 1087.3                     | 1714.1                    | 2801.4            | 2.7964                    | 6.0701                     | 40.0                      |               |  |
| 45.0          | 257.5       | 1.2692                                 | 0.04406                   | 1116.2                     | 2600.1                    | 1121.9                     | 1676.4                    | 2798.3            | 2.8610                    | 6.0199                     | 45.0                      |               |  |
| 50.0          | 264.0       | 1.2859                                 | 0.03944                   | 1147.8                     | 2597.1                    | 1154.2                     | 1640.1                    | 2794.3            | 2.9202                    | 5.9734                     | 50.0                      |               |  |
| 60.0          | 275.6       | 1.3187                                 | 0.03244                   | 1205.4                     | 2589.7                    | 1213.4                     | 1571.0                    | 2784.3            | 3.0267                    | 5.8892                     | 60.0                      |               |  |
| 70.0          | 285.9       | 1.3513                                 | 0.02737                   | 1257.6                     | 2580.5                    | 1267.0                     | 1505.1                    | 2772.1            | 3.1211                    | 5.8133                     | 70.0                      |               |  |
| 80.0          | 295.1       | 1.3842                                 | 0.02352                   | 1305.6                     | 2569.8                    | 1316.6                     | 1441.3                    | 2758.0            | 3.2068                    | 5.7432                     | 80.0                      |               |  |
| 90.0          | 303.4       | 1.4178                                 | 0.02048                   | 1350.5                     | 2557.8                    | 1363.3                     | 1378.9                    | 2742.1            | 3.2858                    | 5.6772                     | 90.0                      |               |  |
| 100.          | 311.1       | 1.4524                                 | 0.01803                   | 1393.0                     | 2544.4                    | 1407.6                     | 1317.1                    | 2724.7            | 3.3596                    | 5.6141                     | 100.                      |               |  |
| 110.          | 318.2       | 1.4886                                 | 0.01599                   | 1433.7                     | 2529.8                    | 1450.1                     | 1255.5                    | 2705.6            | 3.4295                    | 5.5527                     | 110.                      |               |  |
| 120.          | 324.8       | 1.5267                                 | 0.01426                   | 1473.0                     | 2513.7                    | 1491.3                     | 1193.6                    | 2684.9            | 3.4962                    | 5.4924                     | 120.                      |               |  |
| 130.          | 330.9       | 1.5671                                 | 0.01278                   | 1511.1                     | 2496.1                    | 1531.5                     | 1130.7                    | 2662.2            | 3.5606                    | 5.4323                     | 130.                      |               |  |
| 140.          | 336.8       | 1.6107                                 | 0.01149                   | 1548.6                     | 2476.8                    | 1571.1                     | 1066.5                    | 2637.6            | 3.6232                    | 5.3717                     | 140.                      |               |  |
| 150.          | 342.2       | 1.6581                                 | 0.01034                   | 1585.6                     | 2455.5                    | 1610.5                     | 1000.0                    | 2610.5            | 3.6848                    | 5.3098                     | 150.                      |               |  |
| 160.          | 347.4       | 1.7107                                 | 0.009306                  | 1622.7                     | 2431.7                    | 1650.1                     | 930.6                     | 2580.6            | 3.7461                    | 5.2455                     | 160.                      |               |  |
| 170.          | 352.4       | 1.7702                                 | 0.008364                  | 1660.2                     | 2405.0                    | 1690.3                     | 856.9                     | 2547.2            | 3.8079                    | 5.1777                     | 170.                      |               |  |
| 180.          | 357.1       | 1.8397                                 | 0.007489                  | 1698.9                     | 2374.3                    | 1732.0                     | 777.1                     | 2509.1            | 3.8715                    | 5.1044                     | 180.                      |               |  |
| 190.          | 361.5       | 1.9243                                 | 0.006657                  | 1739.9                     | 2338.1                    | 1776.5                     | 688.0                     | 2464.5            | 3.9388                    | 5.0228                     | 190.                      |               |  |
| 200.          | 365.8       | 2.036                                  | 0.005834                  | 1785.6                     | 2293.0                    | 1826.3                     | 583.4                     | 2409.7            | 4.0139                    | 4.9269                     | 200.                      |               |  |
| 220.9         | 374.1       | 3.155                                  | 0.003155                  | 2029.6                     | 2099.3                    | 0                          | 2099.3                    | 2099.3            | 4.4298                    | 4.4298                     | 220.9                     |               |  |

Tabella T-4 Proprietà del vapore acqueo suriscaldato

| $T$<br>°C  | $v$<br>$\text{m}^3/\text{kg}$ | $u$<br>$\text{kJ/kg}$ | $h$<br>$\text{kJ/kg}$ | $k_J/k_g$ | $s$<br>$\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$ | $v$<br>$\text{m}^3/\text{kg}$ | $u$<br>$\text{kJ/kg}$ | $h$<br>$\text{kJ/kg}$ | $k_J/k_g$ | $s$<br>$\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$ | $v$<br>$\text{m}^3/\text{kg}$ | $u$<br>$\text{kJ/kg}$ | $h$<br>$\text{kJ/kg}$ | $k_J/k_g$ | $s$<br>$\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$ |
|--|-------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------|--------------------------------------|-------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------|--------------------------------------|-------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------|--------------------------------------|
| $p = 0.06 \text{ bar} = 0.006 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = 36.16^\circ\text{C}$ ) |                               |                       |                       |           |                                      |                               |                       |                       |           |                                      |                               |                       |                       |           |                                      |
| Sat.   | 23,739                        | 2425,0                | 2567,4                | 8,3304    | 4,526                                | 2473,0                        | 2631,4                | 7,7158                | 2,365     | 2494,5                               | 2660,0                        | 7,4797                |                       |           |                                      |
| 80   | 27,132                        | 2487,3                | 2650,1                | 8,5804    | 4,625                                | 2483,7                        | 2645,6                | 7,7564                | 2,434     | 2509,7                               | 2680,0                        | 7,5341                |                       |           |                                      |
| 120  | 30,219                        | 2544,7                | 2726,0                | 8,7840    | 5,163                                | 2542,4                        | 2723,1                | 7,9644                | 2,571     | 2539,7                               | 2719,6                        | 7,6375                |                       |           |                                      |
| 160  | 33,302                        | 2602,7                | 2802,5                | 8,9693    | 5,696                                | 2601,2                        | 2800,6                | 8,1519                | 2,841     | 2599,4                               | 2798,2                        | 7,8279                |                       |           |                                      |
| 200  | 36,383                        | 2661,4                | 2879,7                | 9,1398    | 6,228                                | 2660,4                        | 2878,4                | 8,3237                | 3,108     | 2659,1                               | 2876,7                        | 8,0012                |                       |           |                                      |
| 240  | 39,462                        | 2721,0                | 2957,8                | 9,2982    | 6,758                                | 2720,3                        | 2956,8                | 8,4828                | 3,374     | 2719,3                               | 2955,5                        | 8,1611                |                       |           |                                      |
| 280  | 42,540                        | 2781,5                | 3036,8                | 9,4464    | 7,287                                | 2780,9                        | 3036,0                | 8,6314                | 3,640     | 2780,2                               | 3035,0                        | 8,3162                |                       |           |                                      |
| 320  | 45,618                        | 2843,0                | 3116,7                | 9,5859    | 7,815                                | 2842,5                        | 3116,1                | 8,7712                | 3,905     | 2842,0                               | 3115,3                        | 8,4504                |                       |           |                                      |
| 360  | 48,696                        | 2905,5                | 3197,7                | 9,7180    | 8,344                                | 2905,1                        | 3197,1                | 8,9034                | 4,170     | 2904,6                               | 3196,5                        | 8,5828                |                       |           |                                      |
| 400  | 51,774                        | 2969,0                | 3279,6                | 9,8435    | 8,872                                | 2968,6                        | 3279,2                | 9,0291                | 4,434     | 2968,2                               | 3278,6                        | 8,7086                |                       |           |                                      |
| 440  | 54,851                        | 3033,5                | 3362,6                | 9,9633    | 9,400                                | 3033,2                        | 3362,2                | 9,1490                | 4,698     | 3032,9                               | 3361,8                        | 8,8286                |                       |           |                                      |
| 500  | 59,467                        | 3132,3                | 3489,1                | 10,1336   | 10,192                               | 3132,1                        | 3488,8                | 9,3194                | 5,095     | 3,311,8                              | 3488,5                        | 8,9991                |                       |           |                                      |
| $p = 1.0 \text{ bar} = 0.10 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = 99.63^\circ\text{C}$ )   |                               |                       |                       |           |                                      |                               |                       |                       |           |                                      |                               |                       |                       |           |                                      |
| Sat.   | 1,694                         | 2506,1                | 2675,5                | 7,3594    | 1,159                                | 2519,7                        | 2693,6                | 7,2233                | 0,606     | 2543,6                               | 2725,3                        | 6,9919                |                       |           |                                      |
| 100  | 1,696                         | 2506,7                | 2676,2                | 7,3614    |                                      |                               |                       |                       |           |                                      |                               |                       |                       |           |                                      |
| 120  | 1,793                         | 2537,3                | 2716,6                | 7,4668    | 1,188                                | 2533,3                        | 2711,4                | 7,2693                |           |                                      |                               |                       |                       |           |                                      |
| 160  | 1,984                         | 2597,8                | 2796,2                | 7,6597    | 1,317                                | 2595,2                        | 2792,8                | 7,4665                | 0,651     | 2587,1                               | 2782,3                        | 7,1276                |                       |           |                                      |
| 200  | 2,172                         | 2658,1                | 2875,3                | 7,8343    | 1,444                                | 2656,2                        | 2872,9                | 7,6433                | 0,716     | 2650,7                               | 2865,5                        | 7,3115                |                       |           |                                      |
| 240  | 2,359                         | 2718,5                | 2954,5                | 7,9949    | 1,570                                | 2717,2                        | 2952,7                | 7,8052                | 0,781     | 2713,1                               | 2947,3                        | 7,4774                |                       |           |                                      |
| 280  | 2,546                         | 2779,6                | 3034,2                | 8,1445    | 1,695                                | 2778,6                        | 3032,8                | 7,9555                | 0,844     | 2775,4                               | 3028,6                        | 7,6299                |                       |           |                                      |
| 320  | 2,732                         | 2841,5                | 3114,6                | 8,2849    | 1,819                                | 2840,6                        | 3113,5                | 8,0964                | 0,907     | 2838,1                               | 3110,1                        | 7,7722                |                       |           |                                      |
| 360  | 2,917                         | 2904,2                | 3195,9                | 8,4175    | 1,943                                | 2903,5                        | 3195,0                | 8,2293                | 0,969     | 2901,4                               | 3192,2                        | 7,9061                |                       |           |                                      |
| 400  | 3,103                         | 2967,9                | 3278,2                | 8,5435    | 2,067                                | 2967,3                        | 3277,4                | 8,3555                | 1,032     | 2965,6                               | 3275,0                        | 8,0330                |                       |           |                                      |
| 440  | 3,288                         | 3032,6                | 3361,4                | 8,6636    | 2,191                                | 3032,1                        | 3360,7                | 8,4757                | 1,094     | 3030,6                               | 3358,7                        | 8,1538                |                       |           |                                      |
| 500  | 3,565                         | 3131,6                | 3488,1                | 8,8342    | 2,376                                | 3131,2                        | 3487,6                | 8,6466                | 1,187     | 3130,0                               | 3486,0                        | 8,3251                |                       |           |                                      |

(segue)

Tabella T-4 Proprietà del vapore acqueo surriscaldato (continua)

| $T$<br>°C   | $v$<br>$\text{m}^3/\text{kg}$ | $u$<br>$\text{kJ/kg}$ | $h$<br>$\text{kJ/kg}$ | $s$<br>$\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$ | $v$<br>$\text{m}^3/\text{kg}$ | $u$<br>$\text{kJ/kg}$ | $h$<br>$\text{kJ/kg}$ | $s$<br>$\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$ | $v$<br>$\text{m}^3/\text{kg}$ | $u$<br>$\text{kJ/kg}$ | $h$<br>$\text{kJ/kg}$ | $s$<br>$\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$ |  |
|---|-------------------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------------------|-------------------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------------------|-------------------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------------------|--|
| $p = 5.0 \text{ bar} = 0.50 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = 151.86^\circ\text{C}$ ) |                               |                       |                       |                                      |                               |                       |                       |                                      |                               |                       |                       |                                      |  |
| Sat.  | 0.3749                        | 2561.2                | 2748.7                | 6.8213                               | 0.2729                        | 2572.5                | 2763.5                | 6.7080                               | 0.1944                        | 2583.6                | 2778.1                | 6.5865                               |  |
| 180   | 0.4045                        | 2609.7                | 2812.0                | 6.9656                               | 0.2847                        | 2599.8                | 2799.1                | 6.7880                               | 0.2060                        | 2621.9                | 2827.9                | 6.6940                               |  |
| 200   | 0.4249                        | 2642.9                | 2855.4                | 7.0592                               | 0.2999                        | 2634.8                | 2844.8                | 6.8865                               | 0.2275                        | 2692.9                | 2920.4                | 6.8817                               |  |
| 240   | 0.4646                        | 2707.6                | 2939.9                | 7.2307                               | 0.3292                        | 2701.8                | 2932.2                | 7.0641                               | 0.2480                        | 2760.2                | 3008.2                | 7.0465                               |  |
| 280   | 0.5034                        | 2771.2                | 3022.9                | 7.3865                               | 0.3574                        | 2766.9                | 3017.1                | 7.2233                               | 0.2678                        | 2826.1                | 3093.9                | 7.1962                               |  |
| 320   | 0.5416                        | 2834.7                | 3105.6                | 7.5308                               | 0.3852                        | 2831.3                | 3100.9                | 7.3697                               | 0.2873                        | 2891.6                | 3178.9                | 7.3349                               |  |
| 360   | 0.5796                        | 2898.7                | 3188.4                | 7.6660                               | 0.4126                        | 2895.8                | 3184.7                | 7.5063                               | 0.3066                        | 2957.3                | 3263.9                | 7.4651                               |  |
| 400   | 0.6173                        | 2963.2                | 3271.9                | 7.7938                               | 0.4397                        | 2960.9                | 3268.7                | 7.6350                               | 0.3257                        | 3023.6                | 3349.3                | 7.5883                               |  |
| 440   | 0.6548                        | 3028.6                | 3356.0                | 7.9152                               | 0.4667                        | 3026.6                | 3353.3                | 7.7571                               | 0.3541                        | 3124.4                | 3478.5                | 7.7622                               |  |
| 500   | 0.7109                        | 3128.4                | 3483.9                | 8.0873                               | 0.5070                        | 3126.8                | 3481.7                | 7.9299                               | 0.4011                        | 3296.8                | 3697.9                | 8.0290                               |  |
| 600   | 0.8041                        | 3299.6                | 3701.7                | 8.3522                               | 0.5738                        | 3298.5                | 3700.2                | 8.1956                               |                               |                       |                       |                                      |  |
| $p = 15.0 \text{ bar} = 1.5 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = 198.32^\circ\text{C}$ ) |                               |                       |                       |                                      |                               |                       |                       |                                      |                               |                       |                       |                                      |  |
| Sat.  | 0.1318                        | 2594.5                | 2792.2                | 6.4448                               | 0.0996                        | 2600.3                | 2799.5                | 6.3409                               | 0.0667                        | 2604.1                | 2804.2                | 6.1869                               |  |
| 200   | 0.1325                        | 2598.1                | 2796.8                | 6.4546                               |                               |                       |                       |                                      |                               |                       |                       |                                      |  |
| 240   | 0.1483                        | 2676.9                | 2899.3                | 6.6628                               | 0.1085                        | 2659.6                | 2876.5                | 6.4952                               | 0.0682                        | 2619.7                | 2824.3                | 6.2265                               |  |
| 280   | 0.1627                        | 2748.6                | 2992.7                | 6.8381                               | 0.1200                        | 2736.4                | 2976.4                | 6.6828                               | 0.0771                        | 2709.9                | 2941.3                | 6.4462                               |  |
| 320   | 0.1765                        | 2817.1                | 3081.9                | 6.9938                               | 0.1308                        | 2807.9                | 3069.5                | 6.8452                               | 0.0850                        | 2788.4                | 3043.4                | 6.6245                               |  |
| 360   | 0.1899                        | 2884.4                | 3169.2                | 7.1363                               | 0.1411                        | 2877.0                | 3159.3                | 6.9917                               | 0.0923                        | 2861.7                | 3138.7                | 6.7801                               |  |
| 400   | 0.2030                        | 2951.3                | 3255.8                | 7.2690                               | 0.1512                        | 2945.2                | 3247.6                | 7.1271                               | 0.0994                        | 2932.8                | 3230.9                | 6.9212                               |  |
| 440   | 0.2160                        | 3018.5                | 3342.5                | 7.3940                               | 0.1611                        | 3013.4                | 3335.5                | 7.2540                               | 0.1062                        | 3002.9                | 3321.5                | 7.0520                               |  |
| 500   | 0.2352                        | 3120.3                | 3473.1                | 7.5698                               | 0.1757                        | 3116.2                | 3467.6                | 7.4317                               | 0.1162                        | 3108.0                | 3456.5                | 7.2338                               |  |
| 540   | 0.2478                        | 3189.1                | 3560.9                | 7.6805                               | 0.1853                        | 3185.6                | 3556.1                | 7.5434                               | 0.1227                        | 3178.4                | 3546.6                | 7.3474                               |  |
| 600   | 0.2668                        | 3293.9                | 3694.0                | 7.8385                               | 0.1996                        | 3290.9                | 3690.1                | 7.7024                               | 0.1324                        | 3285.0                | 3682.3                | 7.5085                               |  |
| 640   | 0.2793                        | 3364.8                | 3783.8                | 7.9391                               | 0.2091                        | 3362.2                | 3780.4                | 7.8035                               | 0.1388                        | 3357.0                | 3773.5                | 7.6106                               |  |
| $p = 40 \text{ bar} = 4.0 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = 250.4^\circ\text{C}$ )    |                               |                       |                       |                                      |                               |                       |                       |                                      |                               |                       |                       |                                      |  |
| Sat.  | 0.04978                       | 2602.3                | 2801.4                | 6.0701                               | 0.03244                       | 2589.7                | 2784.3                | 5.8892                               | 0.02352                       | 2569.8                | 2758.0                | 5.7432                               |  |
| $p = 60 \text{ bar} = 6.0 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = 275.64^\circ\text{C}$ )   |                               |                       |                       |                                      |                               |                       |                       |                                      |                               |                       |                       |                                      |  |
| $p = 80 \text{ bar} = 8.0 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = 295.06^\circ\text{C}$ )   |                               |                       |                       |                                      |                               |                       |                       |                                      |                               |                       |                       |                                      |  |

(segue)

Tabella I-4 Proprietà del vapore acqueo suriscaldato (continua)

| $T$<br>°C   | $v$<br>$\text{m}^3/\text{kg}$ | $h$<br>$\text{kJ/kg}$ | $u$<br>$\text{kJ/kg}$ | $k_J/\text{kg}$ | $s$<br>$\text{m}^3/\text{kg}$   | $h$<br>$\text{kJ/kg}$ | $u$<br>$\text{kJ/kg}$ | $s$<br>$\text{m}^3/\text{kg}$ | $h$<br>$\text{kJ/kg}$ | $u$<br>$\text{kJ/kg}$   | $s$<br>$\text{kJ/kg}$ |
|---|-------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------|---|-----------------------|-----------------------|-------------------------------|-----------------------|---|-----------------------|
| 280   | 0.05546                       | 2680.0                | 2901.8                | 6.2568          | 0.03317   | 2605.2                | 2804.2                | 5.9252                        | 2662.7                | 2877.2  | 5.9489                |
| 320   | 0.06199                       | 2767.4                | 3015.4                | 6.4553          | 0.03876   | 2720.0                | 2952.6                | 6.1846                        | 0.02682               | 2772.7  | 3019.8                |
| 360   | 0.06788                       | 2845.7                | 3117.2                | 6.6215          | 0.04331   | 2811.2                | 3071.1                | 6.3782                        | 0.03089               | 2863.8  | 3138.3                |
| 400   | 0.07341                       | 2919.9                | 3213.6                | 6.7690          | 0.04739   | 2892.9                | 3177.2                | 6.5408                        | 0.03432               | 2946.7  | 3246.1                |
| 440   | 0.07872                       | 2992.2                | 3307.1                | 6.9041          | 0.05122   | 2970.0                | 3277.3                | 6.6853                        | 0.03742               | 3064.3  | 3398.3                |
| 500   | 0.08643                       | 3099.5                | 3445.3                | 7.0901          | 0.05665   | 3082.2                | 3422.2                | 6.8803                        | 0.04175               | 3140.8  | 3496.7                |
| 540   | 0.09145                       | 3171.1                | 3536.9                | 7.2056          | 0.06015   | 3156.1                | 3517.0                | 6.9999                        | 0.04448               | 3254.4  | 3642.0                |
| 600   | 0.09885                       | 3279.1                | 3674.4                | 7.3688          | 0.06525   | 3266.9                | 3658.4                | 7.1677                        | 0.05102               | 3330.1  | 3738.3                |
| 640   | 0.1037                        | 3351.8                | 3766.6                | 7.4720          | 0.06859   | 3341.0                | 3752.6                | 7.2731                        | 0.05481               | 3443.9  | 3882.4                |
| 700   | 0.1110                        | 3462.1                | 3905.9                | 7.6198          | 0.07352   | 3453.1                | 3894.1                | 7.4234                        | 0.05729               | 3520.4  | 3978.7                |
| 740   | 0.1157                        | 3536.6                | 3999.6                | 7.7141          | 0.07677   | 3528.3                | 3989.2                | 7.5190                        | 0.06047               | 3605.7  | 4000.0                |
| $p = 100 \text{ bar} = 10.0 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = 311.06^\circ\text{C}$ ) |                               |                       |                       |                 | $p = 120 \text{ bar} = 12.0 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = 324.75^\circ\text{C}$ ) |                       |                       |                               |                       | $p = 140 \text{ bar} = 14.0 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = 336.75^\circ\text{C}$ ) |                       |
| Sat.  | 0.01803                       | 2544.4                | 2724.7                | 5.6141          | 0.01426   | 2513.7                | 2684.9                | 5.4924                        | 0.01149               | 2476.8  | 2637.6                |
| 320   | 0.01925                       | 2588.8                | 2781.3                | 5.7103          |   |                       |                       |                               |                       |   |                       |
| 360   | 0.02331                       | 2729.1                | 2962.1                | 6.0060          | 0.01811   | 2678.4                | 2895.7                | 5.8361                        | 0.01422               | 2617.4  | 2816.5                |
| 400   | 0.02641                       | 2832.4                | 3096.5                | 6.2120          | 0.02108   | 2798.3                | 3051.3                | 6.0747                        | 0.01722               | 2760.9  | 3001.9                |
| 440   | 0.02911                       | 2922.1                | 3213.2                | 6.3805          | 0.02355   | 2896.1                | 3178.7                | 6.2586                        | 0.01954               | 2868.6  | 3142.2                |
| 480   | 0.03160                       | 3005.4                | 3321.4                | 6.5282          | 0.02576   | 2984.4                | 3293.5                | 6.4154                        | 0.02157               | 2962.5  | 3264.5                |
| 520   | 0.03394                       | 3085.6                | 3425.1                | 6.6622          | 0.02781   | 3068.0                | 3401.8                | 6.5555                        | 0.02343               | 3049.8  | 3377.8                |
| 560   | 0.03619                       | 3164.1                | 3526.0                | 6.7864          | 0.02977   | 3149.0                | 3506.2                | 6.6840                        | 0.02517               | 3133.6  | 3486.0                |
| 600   | 0.03837                       | 3241.7                | 3625.3                | 6.9029          | 0.03164   | 3228.7                | 3608.3                | 6.8037                        | 0.02683               | 3215.4  | 3591.1                |
| 640   | 0.04048                       | 3318.9                | 3723.7                | 7.0131          | 0.03345   | 3307.5                | 3709.0                | 6.9164                        | 0.02843               | 3296.0  | 3694.1                |
| 700   | 0.04358                       | 3434.7                | 3870.5                | 7.1687          | 0.03610   | 3425.2                | 3858.4                | 7.0749                        | 0.03075               | 3415.7  | 3846.2                |
| 740   | 0.04560                       | 3512.1                | 3968.1                | 7.2670          | 0.03781   | 3503.7                | 3957.4                | 7.1746                        | 0.03225               | 3495.2  | 3946.7                |

(segue)

**Tabella T-4** Proprietà del vapore acqueo surriscaldato (*continua*)

| T<br>°C  | v<br>m <sup>3</sup> /kg | u<br>kJ/kg | h<br>kJ/kg | s<br>kJ/kg · K | v<br>m <sup>3</sup> /kg | u<br>kJ/kg | h<br>kJ/kg | s<br>kJ/kg · K |
|--|-------------------------|------------|------------|----------------|-------------------------|------------|------------|----------------|
| <i>p = 160 bar = 16.0 MPa</i><br><i>(T<sub>sat</sub> = 347.44°C)</i> |                         |            |            |                |                         |            |            |                |
| <i>p = 180 bar = 18.0 MPa</i><br><i>(T<sub>sat</sub> = 357.06°C)</i> |                         |            |            |                |                         |            |            |                |
| Sat.   | 0.00931                 | 2431.7     | 2580.6     | 5.2455         | 0.00749                 | 2374.3     | 2509.1     | 5.1044         |
| 360  | 0.01105                 | 2539.0     | 2715.8     | 5.4614         | 0.00809                 | 2418.9     | 2564.5     | 5.1922         |
| 400  | 0.01426                 | 2719.4     | 2947.6     | 5.8175         | 0.01190                 | 2672.8     | 2887.0     | 5.6887         |
| 440  | 0.01652                 | 2839.4     | 3103.7     | 6.0429         | 0.01414                 | 2808.2     | 3062.8     | 5.9428         |
| 480  | 0.01842                 | 2939.7     | 3234.4     | 6.2215         | 0.01596                 | 2915.9     | 3203.2     | 6.1345         |
| 520  | 0.02013                 | 3031.1     | 3353.3     | 6.3752         | 0.01757                 | 3011.8     | 3378.0     | 6.2960         |
| 560  | 0.02172                 | 3117.8     | 3465.4     | 6.5132         | 0.01904                 | 3101.7     | 3444.4     | 6.4392         |
| 600  | 0.02323                 | 3201.8     | 3573.5     | 6.6399         | 0.02042                 | 3188.0     | 3555.6     | 6.5696         |
| 640  | 0.02467                 | 3284.2     | 3678.9     | 6.7580         | 0.02174                 | 3272.3     | 3663.6     | 6.6905         |
| 700  | 0.02674                 | 3406.0     | 3833.9     | 6.9224         | 0.02362                 | 3396.3     | 3821.5     | 6.8580         |
| 740  | 0.02808                 | 3486.7     | 3935.9     | 7.0251         | 0.02483                 | 3478.0     | 3925.0     | 6.9623         |
| <i>p = 200 bar = 20.0 MPa</i><br><i>(T<sub>sat</sub> = 365.81°C)</i> |                         |            |            |                |                         |            |            |                |
| <i>p = 240 bar = 24.0 MPa</i>  |                         |            |            |                |                         |            |            |                |
| Sat.   | 0.00583                 | 2293.0     | 2409.7     | 4.9269         | 0.00673                 | 2477.8     | 2639.4     | 5.2393         |
| 400  | 0.00994                 | 2619.3     | 2818.1     | 5.5540         | 0.00929                 | 2700.6     | 2923.4     | 5.6506         |
| 440  | 0.01222                 | 2774.9     | 3019.4     | 5.8450         | 0.01100                 | 2838.3     | 3102.3     | 5.8950         |
| 480  | 0.01399                 | 2891.2     | 3170.8     | 6.0518         | 0.01241                 | 2950.5     | 3248.5     | 6.0842         |
| 520  | 0.01551                 | 2992.0     | 3302.2     | 6.2218         | 0.01366                 | 3051.1     | 3379.0     | 6.2448         |
| 560  | 0.01689                 | 3085.2     | 3423.0     | 6.3705         | 0.01481                 | 3145.2     | 3500.7     | 6.3875         |
| 600  | 0.01818                 | 3174.0     | 3537.6     | 6.5048         | 0.01588                 | 3235.5     | 3616.7     | 6.5174         |
| 640  | 0.01940                 | 3260.2     | 3648.1     | 6.6286         | 0.01739                 | 3366.4     | 3783.8     | 6.6947         |
| 700  | 0.02113                 | 3386.4     | 3809.0     | 6.7993         | 0.01835                 | 3451.7     | 3892.1     | 6.8038         |
| 740  | 0.02224                 | 3469.3     | 3914.1     | 6.9052         | 0.01974                 | 3578.0     | 4051.6     | 6.9567         |
| <i>p = 280 bar = 28.0 MPa</i>  |                         |            |            |                |                         |            |            |                |
| <i>p = 320 bar = 32.0 MPa</i>  |                         |            |            |                |                         |            |            |                |
| 400  | 0.00383                 | 2223.5     | 2330.7     | 4.7494         | 0.00236                 | 1980.4     | 2055.9     | 4.3239         |
| 440  | 0.00712                 | 2613.2     | 2812.6     | 5.4494         | 0.00544                 | 2509.0     | 2683.0     | 5.2327         |
| 480  | 0.00885                 | 2780.8     | 3028.5     | 5.7446         | 0.00722                 | 2718.1     | 2949.2     | 5.5968         |
| 520  | 0.01020                 | 2906.8     | 3192.3     | 5.9566         | 0.00853                 | 2860.7     | 3133.7     | 5.8357         |
| 560  | 0.01136                 | 3015.7     | 3333.7     | 6.1307         | 0.00963                 | 2979.0     | 3287.2     | 6.0246         |
| 600  | 0.01241                 | 3115.6     | 3463.0     | 6.2823         | 0.01061                 | 3085.3     | 3424.6     | 6.1858         |
| 640  | 0.01338                 | 3210.3     | 3584.8     | 6.4187         | 0.01150                 | 3184.5     | 3552.5     | 6.3290         |
| 700  | 0.01473                 | 3346.1     | 3758.4     | 6.6029         | 0.01273                 | 3325.4     | 3732.8     | 6.5203         |
| 740  | 0.01558                 | 3433.9     | 3870.0     | 6.7153         | 0.01350                 | 3415.9     | 3847.8     | 6.6361         |
| 800  | 0.01680                 | 3563.1     | 4033.4     | 6.8720         | 0.01460                 | 3548.0     | 4015.1     | 6.7966         |
| 900  | 0.01873                 | 3774.3     | 4298.8     | 7.1084         | 0.01633                 | 3762.7     | 4285.1     | 7.0372         |

**Tabella T-5** Proprietà dell'acqua come liquido compresso

| T<br>°C   | v × 10³<br>m³/kg | u<br>kJ/kg | h<br>kJ/kg | s<br>kJ/kg · K | v × 10³<br>m³/kg  | u<br>kJ/kg | h<br>kJ/kg | s<br>kJ/kg · K |
|---|------------------|------------|------------|----------------|---|------------|------------|----------------|
| $p = 25 \text{ bar} = 2.5 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = 223.99^\circ\text{C}$ )   |                  |            |            |                | $p = 50 \text{ bar} = 5.0 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = 263.99^\circ\text{C}$ )   |            |            |                |
| 20  | 1.0006           | 83.80      | 86.30      | .2961          | .9995   | 83.65      | 88.65      | .2956          |
| 40  | 1.0067           | 167.25     | 169.77     | .5715          | 1.0056  | 166.95     | 171.97     | .5705          |
| 80  | 1.0280           | 334.29     | 336.86     | 1.0737         | 1.0268  | 333.72     | 338.85     | 1.0720         |
| 100   | 1.0423           | 418.24     | 420.85     | 1.3050         | 1.0410  | 417.52     | 422.72     | 1.3030         |
| 140   | 1.0784           | 587.82     | 590.52     | 1.7369         | 1.0768  | 586.76     | 592.15     | 1.7343         |
| 180   | 1.1261           | 761.16     | 763.97     | 2.1375         | 1.1240  | 759.63     | 765.25     | 2.1341         |
| 200   | 1.1555           | 849.9      | 852.8      | 2.3294         | 1.1530  | 848.1      | 853.9      | 2.3255         |
| 220   | 1.1898           | 940.7      | 943.7      | 2.5174         | 1.1866  | 938.4      | 944.4      | 2.5128         |
| Sat.  | 1.1973           | 959.1      | 962.1      | 2.5546         | 1.2859  | 1147.8     | 1154.2     | 2.9202         |
| $p = 75 \text{ bar} = 7.5 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = 290.59^\circ\text{C}$ )   |                  |            |            |                | $p = 100 \text{ bar} = 10.0 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = 311.06^\circ\text{C}$ ) |            |            |                |
| 20  | .9984            | 83.50      | 90.99      | .2950          | .9972   | 83.36      | 93.33      | .2945          |
| 40  | 1.0045           | 166.64     | 174.18     | .5696          | 1.0034  | 166.35     | 176.38     | .5686          |
| 80  | 1.0256           | 333.15     | 340.84     | 1.0704         | 1.0245  | 332.59     | 342.83     | 1.0688         |
| 100   | 1.0397           | 416.81     | 424.62     | 1.3011         | 1.0385  | 416.12     | 426.50     | 1.2992         |
| 140   | 1.0752           | 585.72     | 593.78     | 1.7317         | 1.0737  | 584.68     | 595.42     | 1.7292         |
| 180   | 1.1219           | 758.13     | 766.55     | 2.1308         | 1.1199  | 756.65     | 767.84     | 2.1275         |
| 220   | 1.1835           | 936.2      | 945.1      | 2.5083         | 1.1805  | 934.1      | 945.9      | 2.5039         |
| 260   | 1.2696           | 1124.4     | 1134.0     | 2.8763         | 1.2645  | 1121.1     | 1133.7     | 2.8699         |
| Sat.  | 1.3677           | 1282.0     | 1292.2     | 3.1649         | 1.4524  | 1393.0     | 1407.6     | 3.3596         |
| $p = 150 \text{ bar} = 15.0 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = 342.24^\circ\text{C}$ ) |                  |            |            |                | $p = 200 \text{ bar} = 20.0 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = 365.81^\circ\text{C}$ ) |            |            |                |
| 20  | .9950            | 83.06      | 97.99      | .2934          | .9928   | 82.77      | 102.62     | .2923          |
| 40  | 1.0013           | 165.76     | 180.78     | .5666          | .9992   | 165.17     | 185.16     | .5646          |
| 80  | 1.0222           | 331.48     | 346.81     | 1.0656         | 1.0199  | 330.40     | 350.80     | 1.0624         |
| 100   | 1.0361           | 414.74     | 430.28     | 1.2955         | 1.0337  | 413.39     | 434.06     | 1.2917         |
| 140   | 1.0707           | 582.66     | 598.72     | 1.7242         | 1.0678  | 580.69     | 602.04     | 1.7193         |
| 180   | 1.1159           | 753.76     | 770.50     | 2.1210         | 1.1120  | 750.95     | 773.20     | 2.1147         |
| 220   | 1.1748           | 929.9      | 947.5      | 2.4953         | 1.1693  | 925.9      | 949.3      | 2.4870         |
| 260   | 1.2550           | 1114.6     | 1133.4     | 2.8576         | 1.2462  | 1108.6     | 1133.5     | 2.8459         |
| 300   | 1.3770           | 1316.6     | 1337.3     | 3.2260         | 1.3596  | 1306.1     | 1333.3     | 3.2071         |
| Sat.  | 1.6581           | 1585.6     | 1610.5     | 3.6848         | 2.036   | 1785.6     | 1826.3     | 4.0139         |
| $p = 250 \text{ bar} = 25 \text{ MPa}$  |                  |            |            |                | $p = 300 \text{ bar} = 30.0 \text{ MPa}$  |            |            |                |
| 20  | .9907            | 82.47      | 107.24     | .2911          | .9886   | 82.17      | 111.84     | .2899          |
| 40  | .9971            | 164.60     | 189.52     | .5626          | .9951   | 164.04     | 193.89     | .5607          |
| 100   | 1.0313           | 412.08     | 437.85     | 1.2881         | 1.0290  | 410.78     | 441.66     | 1.2844         |
| 200   | 1.1344           | 834.5      | 862.8      | 2.2961         | 1.1302  | 831.4      | 865.3      | 2.2893         |
| 300   | 1.3442           | 1296.6     | 1330.2     | 3.1900         | 1.3304  | 1287.9     | 1327.8     | 3.1741         |

**Tabella T-6** Proprietà del refrigerante 134a saturo (liquido-vapore): tabella della temperatura

| Temp.<br>°C | Press.<br>bar | Volume specifico<br>m <sup>3</sup> /kg |                           | Energia interna<br>kJ/kg   |                           | Entalpia<br>kJ/kg          |                   |                           | Entropia<br>kJ/kg · K      |                           |  | Temp.<br>°C |
|-------------|---------------|--|---------------------------|----------------------------|---------------------------|----------------------------|-------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------|--|-------------|
|             |               | Liquido<br>saturo<br>$v_f \times 10^3$ | Vapore<br>saturo<br>$v_g$ | Liquido<br>saturo<br>$u_f$ | Vapore<br>saturo<br>$u_g$ | Liquido<br>saturo<br>$h_f$ | Evap.<br>$h_{fg}$ | Vapore<br>saturo<br>$h_g$ | Liquido<br>saturo<br>$s_f$ | Vapore<br>saturo<br>$s_g$ |  |             |
| -40         | 0.5164        | 0.7055                                 | 0.3569                    | -0.04                      | 204.45                    | 0.00                       | 222.88            | 222.88                    | 0.0000                     | 0.9560                    |  | -40         |
| -36         | 0.6332        | 0.7113                                 | 0.2947                    | 4.68                       | 206.73                    | 4.73                       | 220.67            | 225.40                    | 0.0201                     | 0.9506                    |  | -36         |
| -32         | 0.7704        | 0.7172                                 | 0.2451                    | 9.47                       | 209.01                    | 9.52                       | 218.37            | 227.90                    | 0.0401                     | 0.9456                    |  | -32         |
| -28         | 0.9305        | 0.7233                                 | 0.2052                    | 14.31                      | 211.29                    | 14.37                      | 216.01            | 230.38                    | 0.0600                     | 0.9411                    |  | -28         |
| -26         | 1.0199        | 0.7265                                 | 0.1882                    | 16.75                      | 212.43                    | 16.82                      | 214.80            | 231.62                    | 0.0699                     | 0.9390                    |  | -26         |
| -24         | 1.1160        | 0.7296                                 | 0.1728                    | 19.21                      | 213.57                    | 19.29                      | 213.57            | 232.85                    | 0.0798                     | 0.9370                    |  | -24         |
| -22         | 1.2192        | 0.7328                                 | 0.1590                    | 21.68                      | 214.70                    | 21.77                      | 212.32            | 234.08                    | 0.0897                     | 0.9351                    |  | -22         |
| -20         | 1.3299        | 0.7361                                 | 0.1464                    | 24.17                      | 215.84                    | 24.26                      | 211.05            | 235.31                    | 0.0996                     | 0.9332                    |  | -20         |
| -18         | 1.4483        | 0.7395                                 | 0.1350                    | 26.67                      | 216.97                    | 26.77                      | 209.76            | 236.53                    | 0.1094                     | 0.9315                    |  | -18         |
| -16         | 1.5748        | 0.7428                                 | 0.1247                    | 29.18                      | 218.10                    | 29.30                      | 208.45            | 237.74                    | 0.1192                     | 0.9298                    |  | -16         |
| -12         | 1.8540        | 0.7498                                 | 0.1068                    | 34.25                      | 220.36                    | 34.39                      | 205.77            | 240.15                    | 0.1388                     | 0.9267                    |  | -12         |
| -8          | 2.1704        | 0.7569                                 | 0.0919                    | 39.38                      | 222.60                    | 39.54                      | 203.00            | 242.54                    | 0.1583                     | 0.9239                    |  | -8          |
| -4          | 2.5274        | 0.7644                                 | 0.0794                    | 44.56                      | 224.84                    | 44.75                      | 200.15            | 244.90                    | 0.1777                     | 0.9213                    |  | -4          |
| 0           | 2.9282        | 0.7721                                 | 0.0689                    | 49.79                      | 227.06                    | 50.02                      | 197.21            | 247.23                    | 0.1970                     | 0.9190                    |  | 0           |
| 4           | 3.3765        | 0.7801                                 | 0.0600                    | 55.08                      | 229.27                    | 55.35                      | 194.19            | 249.53                    | 0.2162                     | 0.9169                    |  | 4           |
| 8           | 3.8756        | 0.7884                                 | 0.0525                    | 60.43                      | 231.46                    | 60.73                      | 191.07            | 251.80                    | 0.2354                     | 0.9150                    |  | 8           |
| 12          | 4.4294        | 0.7971                                 | 0.0460                    | 65.83                      | 233.63                    | 66.18                      | 187.85            | 254.03                    | 0.2545                     | 0.9132                    |  | 12          |
| 16          | 5.0416        | 0.8062                                 | 0.0405                    | 71.29                      | 235.78                    | 71.69                      | 184.52            | 256.22                    | 0.2735                     | 0.9116                    |  | 16          |
| 20          | 5.7160        | 0.8157                                 | 0.0358                    | 76.80                      | 237.91                    | 77.26                      | 181.09            | 258.36                    | 0.2924                     | 0.9102                    |  | 20          |
| 24          | 6.4566        | 0.8257                                 | 0.0317                    | 82.37                      | 240.01                    | 82.90                      | 177.55            | 260.45                    | 0.3113                     | 0.9089                    |  | 24          |
| 26          | 6.8530        | 0.8309                                 | 0.0298                    | 85.18                      | 241.05                    | 85.75                      | 175.73            | 261.48                    | 0.3208                     | 0.9082                    |  | 26          |
| 28          | 7.2675        | 0.8362                                 | 0.0281                    | 88.00                      | 242.08                    | 88.61                      | 173.89            | 262.50                    | 0.3302                     | 0.9076                    |  | 28          |
| 30          | 7.7006        | 0.8417                                 | 0.0265                    | 90.84                      | 243.10                    | 91.49                      | 172.00            | 263.50                    | 0.3396                     | 0.9070                    |  | 30          |
| 32          | 8.1528        | 0.8473                                 | 0.0250                    | 93.70                      | 244.12                    | 94.39                      | 170.09            | 264.48                    | 0.3490                     | 0.9064                    |  | 32          |
| 34          | 8.6247        | 0.8530                                 | 0.0236                    | 96.58                      | 245.12                    | 97.31                      | 168.14            | 265.45                    | 0.3584                     | 0.9058                    |  | 34          |
| 36          | 9.1168        | 0.8590                                 | 0.0223                    | 99.47                      | 246.11                    | 100.25                     | 166.15            | 266.40                    | 0.3678                     | 0.9053                    |  | 36          |
| 38          | 9.6298        | 0.8651                                 | 0.0210                    | 102.38                     | 247.09                    | 103.21                     | 164.12            | 267.33                    | 0.3772                     | 0.9047                    |  | 38          |
| 40          | 10.164        | 0.8714                                 | 0.0199                    | 105.30                     | 248.06                    | 106.19                     | 162.05            | 268.24                    | 0.3866                     | 0.9041                    |  | 40          |
| 42          | 10.720        | 0.8780                                 | 0.0188                    | 108.25                     | 249.02                    | 109.19                     | 159.94            | 269.14                    | 0.3960                     | 0.9035                    |  | 42          |
| 44          | 11.299        | 0.8847                                 | 0.0177                    | 111.22                     | 249.96                    | 112.22                     | 157.79            | 270.01                    | 0.4054                     | 0.9030                    |  | 44          |
| 48          | 12.526        | 0.8989                                 | 0.0159                    | 117.22                     | 251.79                    | 118.35                     | 153.33            | 271.68                    | 0.4243                     | 0.9017                    |  | 48          |
| 52          | 13.851        | 0.9142                                 | 0.0142                    | 123.31                     | 253.55                    | 124.58                     | 148.66            | 273.24                    | 0.4432                     | 0.9004                    |  | 52          |
| 56          | 15.278        | 0.9308                                 | 0.0127                    | 129.51                     | 255.23                    | 130.93                     | 143.75            | 274.68                    | 0.4622                     | 0.8990                    |  | 56          |
| 60          | 16.813        | 0.9488                                 | 0.0114                    | 135.82                     | 256.81                    | 137.42                     | 138.57            | 275.99                    | 0.4814                     | 0.8973                    |  | 60          |
| 70          | 21.162        | 1.0027                                 | 0.0086                    | 152.22                     | 260.15                    | 154.34                     | 124.08            | 278.43                    | 0.5302                     | 0.8918                    |  | 70          |
| 80          | 26.324        | 1.0766                                 | 0.0064                    | 169.88                     | 262.14                    | 172.71                     | 106.41            | 279.12                    | 0.5814                     | 0.8827                    |  | 80          |
| 90          | 32.435        | 1.1949                                 | 0.0046                    | 189.82                     | 261.34                    | 193.69                     | 82.63             | 276.32                    | 0.6380                     | 0.8655                    |  | 90          |
| 100         | 39.742        | 1.5443                                 | 0.0027                    | 218.60                     | 248.49                    | 224.74                     | 34.40             | 259.13                    | 0.7196                     | 0.8117                    |  | 100         |

Fonte: Le Tabelle T-6, T-7 e T-8 sono calcolate in base alle equazioni estratte da Wilson D. P., Basu R. S., "Thermodynamic Properties of a New Stratospherically Safe Working Fluid – Refrigerant 134a," ASHRAE Trans., Vol. 94, Pt. 2, 1988, pp. 2095–2118.

**Tabella T-7** Proprietà del refrigerante 134a saturo (liquido-vapore): tabella della pressione

| Press.<br>bar | Temp.<br>°C | Volume specifico<br>m <sup>3</sup> /kg |                           | Energia interna<br>kJ/kg   |                           | Entalpia<br>kJ/kg          |                   |                           | Entropia<br>kJ/kg · K      |                           | Press.<br>bar |
|---------------|-------------|--|---------------------------|----------------------------|---------------------------|----------------------------|-------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------|---------------|
|               |             | Liquido<br>saturo<br>$v_f \times 10^3$ | Vapore<br>saturo<br>$v_g$ | Liquido<br>saturo<br>$u_f$ | Vapore<br>saturo<br>$u_g$ | Liquido<br>saturo<br>$h_f$ | Evap.<br>$h_{fg}$ | Vapore<br>saturo<br>$h_g$ | Liquido<br>saturo<br>$s_f$ | Vapore<br>saturo<br>$s_g$ |               |
| 0.6           | -37.07      | 0.7097                                 | 0.3100                    | 3.41                       | 206.12                    | 3.46                       | 221.27            | 224.72                    | 0.0147                     | 0.9520                    | 0.6           |
| 0.8           | -31.21      | 0.7184                                 | 0.2366                    | 10.41                      | 209.46                    | 10.47                      | 217.92            | 228.39                    | 0.0440                     | 0.9447                    | 0.8           |
| 1.0           | -26.43      | 0.7258                                 | 0.1917                    | 16.22                      | 212.18                    | 16.29                      | 215.06            | 231.35                    | 0.0678                     | 0.9395                    | 1.0           |
| 1.2           | -22.36      | 0.7323                                 | 0.1614                    | 21.23                      | 214.50                    | 21.32                      | 212.54            | 233.86                    | 0.0879                     | 0.9354                    | 1.2           |
| 1.4           | -18.80      | 0.7381                                 | 0.1395                    | 25.66                      | 216.52                    | 25.77                      | 210.27            | 236.04                    | 0.1055                     | 0.9322                    | 1.4           |
| 1.6           | -15.62      | 0.7435                                 | 0.1229                    | 29.66                      | 218.32                    | 29.78                      | 208.19            | 237.97                    | 0.1211                     | 0.9295                    | 1.6           |
| 1.8           | -12.73      | 0.7485                                 | 0.1098                    | 33.31                      | 219.94                    | 33.45                      | 206.26            | 239.71                    | 0.1352                     | 0.9273                    | 1.8           |
| 2.0           | -10.09      | 0.7532                                 | 0.0993                    | 36.69                      | 221.43                    | 36.84                      | 204.46            | 241.30                    | 0.1481                     | 0.9253                    | 2.0           |
| 2.4           | -5.37       | 0.7618                                 | 0.0834                    | 42.77                      | 224.07                    | 42.95                      | 201.14            | 244.09                    | 0.1710                     | 0.9222                    | 2.4           |
| 2.8           | -1.23       | 0.7697                                 | 0.0719                    | 48.18                      | 226.38                    | 48.39                      | 198.13            | 246.52                    | 0.1911                     | 0.9197                    | 2.8           |
| 3.2           | 2.48        | 0.7770                                 | 0.0632                    | 53.06                      | 228.43                    | 53.31                      | 195.35            | 248.66                    | 0.2089                     | 0.9177                    | 3.2           |
| 3.6           | 5.84        | 0.7839                                 | 0.0564                    | 57.54                      | 230.28                    | 57.82                      | 192.76            | 250.58                    | 0.2251                     | 0.9160                    | 3.6           |
| 4.0           | 8.93        | 0.7904                                 | 0.0509                    | 61.69                      | 231.97                    | 62.00                      | 190.32            | 252.32                    | 0.2399                     | 0.9145                    | 4.0           |
| 5.0           | 15.74       | 0.8056                                 | 0.0409                    | 70.93                      | 235.64                    | 71.33                      | 184.74            | 256.07                    | 0.2723                     | 0.9117                    | 5.0           |
| 6.0           | 21.58       | 0.8196                                 | 0.0341                    | 78.99                      | 238.74                    | 79.48                      | 179.71            | 259.19                    | 0.2999                     | 0.9097                    | 6.0           |
| 7.0           | 26.72       | 0.8328                                 | 0.0292                    | 86.19                      | 241.42                    | 86.78                      | 175.07            | 261.85                    | 0.3242                     | 0.9080                    | 7.0           |
| 8.0           | 31.33       | 0.8454                                 | 0.0255                    | 92.75                      | 243.78                    | 93.42                      | 170.73            | 264.15                    | 0.3459                     | 0.9066                    | 8.0           |
| 9.0           | 35.53       | 0.8576                                 | 0.0226                    | 98.79                      | 245.88                    | 99.56                      | 166.62            | 266.18                    | 0.3656                     | 0.9054                    | 9.0           |
| 10.0          | 39.39       | 0.8695                                 | 0.0202                    | 104.42                     | 247.77                    | 105.29                     | 162.68            | 267.97                    | 0.3838                     | 0.9043                    | 10.0          |
| 12.0          | 46.32       | 0.8928                                 | 0.0166                    | 114.69                     | 251.03                    | 115.76                     | 155.23            | 270.99                    | 0.4164                     | 0.9023                    | 12.0          |
| 14.0          | 52.43       | 0.9159                                 | 0.0140                    | 123.98                     | 253.74                    | 125.26                     | 148.14            | 273.40                    | 0.4453                     | 0.9003                    | 14.0          |
| 16.0          | 57.92       | 0.9392                                 | 0.0121                    | 132.52                     | 256.00                    | 134.02                     | 141.31            | 275.33                    | 0.4714                     | 0.8982                    | 16.0          |
| 18.0          | 62.91       | 0.9631                                 | 0.0105                    | 140.49                     | 257.88                    | 142.22                     | 134.60            | 276.83                    | 0.4954                     | 0.8959                    | 18.0          |
| 20.0          | 67.49       | 0.9878                                 | 0.0093                    | 148.02                     | 259.41                    | 149.99                     | 127.95            | 277.94                    | 0.5178                     | 0.8934                    | 20.0          |
| 25.0          | 77.59       | 1.0562                                 | 0.0069                    | 165.48                     | 261.84                    | 168.12                     | 111.06            | 279.17                    | 0.5687                     | 0.8854                    | 25.0          |
| 30.0          | 86.22       | 1.1416                                 | 0.0053                    | 181.88                     | 262.16                    | 185.30                     | 92.71             | 278.01                    | 0.6156                     | 0.8735                    | 30.0          |

Tabella T-8 Proprietà del vapore surriscaldato del refrigerante 134a

| $T$<br>°C   | $v$<br>$\text{m}^3/\text{kg}$ | $u$<br>$\text{kJ/kg}$ | $h$<br>$\text{kJ/kg}$ | $s$<br>$\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$ | $m^3/\text{kg}$ | $u$<br>$\text{kJ/kg}$ | $h$<br>$\text{kJ/kg}$ | $s$<br>$\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$ | $v$<br>$\text{kJ/kg}$ | $h$<br>$\text{m}^3/\text{kg}$ | $u$<br>$\text{kJ/kg}$ | $h$<br>$\text{kJ/kg}$ | $s$<br>$\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$ |  |
|---|-------------------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------------------|-----------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------------------|-----------------------|-------------------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------------------|--|
| $p = 0.6 \text{ bar} = 0.06 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = -37.07^\circ\text{C}$ ) |                               |                       |                       |                                      |                 |                       |                       |                                      |                       |                               |                       |                       |                                      |  |
| Sat.  | 0.31003                       | 206.12                | 224.72                | 0.9520                               | 0.19170         | 212.18                | 231.35                | 0.9395                               | 0.13945               | 216.52                        | 236.04                | 0.9322                |                                      |  |
| -20   | 0.335536                      | 217.86                | 237.98                | 1.0062                               | 0.19770         | 216.77                | 236.54                | 0.9602                               |                       |                               |                       |                       |                                      |  |
| -10   | 0.34992                       | 224.97                | 245.96                | 1.0371                               | 0.20686         | 224.01                | 244.70                | 0.9918                               | 0.14549               | 223.03                        | 243.40                | 0.9606                |                                      |  |
| 0   | 0.36433                       | 232.24                | 254.10                | 1.0675                               | 0.21587         | 231.41                | 252.99                | 1.0227                               | 0.15219               | 230.55                        | 251.86                | 0.9922                |                                      |  |
| 10  | 0.37861                       | 239.69                | 262.41                | 1.0973                               | 0.22473         | 238.96                | 261.43                | 1.0531                               | 0.15875               | 238.21                        | 260.43                | 1.0230                |                                      |  |
| 20  | 0.39279                       | 247.32                | 270.89                | 1.1267                               | 0.23349         | 246.67                | 270.02                | 1.0829                               | 0.16520               | 246.01                        | 269.13                | 1.0532                |                                      |  |
| 30  | 0.40688                       | 255.12                | 279.53                | 1.1557                               | 0.24216         | 254.54                | 278.76                | 1.1122                               | 0.17155               | 253.96                        | 277.97                | 1.0828                |                                      |  |
| 40  | 0.42091                       | 263.10                | 288.35                | 1.1844                               | 0.25076         | 262.58                | 287.66                | 1.1411                               | 0.17783               | 262.06                        | 286.96                | 1.1120                |                                      |  |
| 50  | 0.43487                       | 271.25                | 297.34                | 1.2126                               | 0.25930         | 270.79                | 296.72                | 1.1696                               | 0.18404               | 270.32                        | 296.09                | 1.1407                |                                      |  |
| 60  | 0.44879                       | 279.58                | 306.51                | 1.2405                               | 0.26779         | 279.16                | 305.94                | 1.1977                               | 0.19020               | 278.74                        | 305.37                | 1.1690                |                                      |  |
| 70  | 0.46246                       | 288.08                | 315.84                | 1.2681                               | 0.27623         | 287.70                | 315.32                | 1.2254                               | 0.19633               | 287.32                        | 314.80                | 1.1969                |                                      |  |
| 80  | 0.47650                       | 296.75                | 325.34                | 1.2954                               | 0.28464         | 296.40                | 324.87                | 1.2528                               | 0.20241               | 296.06                        | 324.39                | 1.2244                |                                      |  |
| 90  | 0.49031                       | 305.58                | 335.00                | 1.3224                               | 0.29302         | 305.27                | 334.57                | 1.2799                               | 0.20846               | 304.95                        | 334.14                | 1.2516                |                                      |  |
| $p = 1.8 \text{ bar} = 0.18 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = -12.73^\circ\text{C}$ ) |                               |                       |                       |                                      |                 |                       |                       |                                      |                       |                               |                       |                       |                                      |  |
| Sat.  | 0.10983                       | 219.94                | 239.71                | 0.9273                               | 0.09933         | 221.43                | 241.30                | 0.9253                               | 0.08343               | 224.07                        | 244.09                | 0.9222                |                                      |  |
| -10   | 0.11135                       | 222.02                | 242.06                | 0.9362                               | 0.09938         | 221.50                | 241.38                | 0.9256                               |                       |                               |                       |                       |                                      |  |
| 0   | 0.11678                       | 229.67                | 250.69                | 0.9684                               | 0.10438         | 229.23                | 250.10                | 0.9582                               | 0.08574               | 228.31                        | 248.89                | 0.9399                |                                      |  |
| 10  | 0.12207                       | 237.44                | 259.41                | 0.9998                               | 0.10922         | 237.05                | 258.89                | 0.9898                               | 0.08993               | 236.26                        | 257.84                | 0.9721                |                                      |  |
| 20  | 0.12723                       | 245.33                | 268.23                | 1.0304                               | 0.11394         | 244.99                | 267.78                | 1.0206                               | 0.09399               | 244.30                        | 266.85                | 1.0034                |                                      |  |
| 30  | 0.13230                       | 253.36                | 277.17                | 1.0604                               | 0.11856         | 253.06                | 276.77                | 1.0508                               | 0.09794               | 252.45                        | 275.95                | 1.0339                |                                      |  |
| 40  | 0.13730                       | 261.53                | 286.24                | 1.0898                               | 0.12311         | 261.26                | 285.88                | 1.0804                               | 0.10181               | 260.72                        | 285.16                | 1.0637                |                                      |  |
| 50  | 0.14222                       | 269.85                | 295.45                | 1.1187                               | 0.12758         | 269.61                | 295.12                | 1.1094                               | 0.10562               | 269.12                        | 294.47                | 1.0930                |                                      |  |
| 60  | 0.14710                       | 278.31                | 304.79                | 1.1472                               | 0.13201         | 278.10                | 304.50                | 1.1380                               | 0.10937               | 277.67                        | 303.91                | 1.1218                |                                      |  |
| 70  | 0.15193                       | 286.93                | 314.28                | 1.1753                               | 0.13639         | 286.74                | 314.02                | 1.1661                               | 0.11307               | 286.35                        | 313.49                | 1.1501                |                                      |  |
| 80  | 0.15672                       | 295.71                | 323.92                | 1.2030                               | 0.14073         | 295.53                | 323.68                | 1.1939                               | 0.11674               | 295.18                        | 323.19                | 1.1780                |                                      |  |
| 90  | 0.16148                       | 304.63                | 333.70                | 1.2303                               | 0.14504         | 304.47                | 333.48                | 1.2212                               | 0.12037               | 304.15                        | 333.04                | 1.2055                |                                      |  |
| 100   | 0.16622                       | 313.72                | 343.63                | 1.2573                               | 0.14932         | 313.57                | 343.43                | 1.2483                               | 0.12398               | 313.27                        | 343.03                | 1.2326                |                                      |  |
| $p = 2.0 \text{ bar} = 0.20 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = -10.09^\circ\text{C}$ ) |                               |                       |                       |                                      |                 |                       |                       |                                      |                       |                               |                       |                       |                                      |  |
| Sat.  | 0.10983                       | 219.94                | 239.71                | 0.9273                               | 0.09933         | 221.43                | 241.30                | 0.9253                               | 0.08343               | 224.07                        | 244.09                | 0.9222                |                                      |  |
| -10   | 0.11135                       | 222.02                | 242.06                | 0.9362                               | 0.09938         | 221.50                | 241.38                | 0.9256                               |                       |                               |                       |                       |                                      |  |
| 0   | 0.11678                       | 229.67                | 250.69                | 0.9684                               | 0.10438         | 229.23                | 250.10                | 0.9582                               | 0.08574               | 228.31                        | 248.89                | 0.9399                |                                      |  |
| 10  | 0.12207                       | 237.44                | 259.41                | 0.9998                               | 0.10922         | 237.05                | 258.89                | 0.9898                               | 0.08993               | 236.26                        | 257.84                | 0.9721                |                                      |  |
| 20  | 0.12723                       | 245.33                | 268.23                | 1.0304                               | 0.11394         | 244.99                | 267.78                | 1.0206                               | 0.09399               | 244.30                        | 266.85                | 1.0034                |                                      |  |
| 30  | 0.13230                       | 253.36                | 277.17                | 1.0604                               | 0.11856         | 253.06                | 276.77                | 1.0508                               | 0.09794               | 252.45                        | 275.95                | 1.0339                |                                      |  |
| 40  | 0.13730                       | 261.53                | 286.24                | 1.0898                               | 0.12311         | 261.26                | 285.88                | 1.0804                               | 0.10181               | 260.72                        | 285.16                | 1.0637                |                                      |  |
| 50  | 0.14222                       | 269.85                | 295.45                | 1.1187                               | 0.12758         | 269.61                | 295.12                | 1.1094                               | 0.10562               | 269.12                        | 294.47                | 1.0930                |                                      |  |
| 60  | 0.14710                       | 278.31                | 304.79                | 1.1472                               | 0.13201         | 278.10                | 304.50                | 1.1380                               | 0.10937               | 277.67                        | 303.91                | 1.1218                |                                      |  |
| 70  | 0.15193                       | 286.93                | 314.28                | 1.1753                               | 0.13639         | 286.74                | 314.02                | 1.1661                               | 0.11307               | 286.35                        | 313.49                | 1.1501                |                                      |  |
| 80  | 0.15672                       | 295.71                | 323.92                | 1.2030                               | 0.14073         | 295.53                | 323.68                | 1.1939                               | 0.11674               | 295.18                        | 323.19                | 1.1780                |                                      |  |
| 90  | 0.16148                       | 304.63                | 333.70                | 1.2303                               | 0.14504         | 304.47                | 333.48                | 1.2212                               | 0.12037               | 304.15                        | 333.04                | 1.2055                |                                      |  |
| 100   | 0.16622                       | 313.72                | 343.63                | 1.2573                               | 0.14932         | 313.57                | 343.43                | 1.2483                               | 0.12398               | 313.27                        | 343.03                | 1.2326                |                                      |  |
| $p = 2.4 \text{ bar} = 0.24 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = -5.37^\circ\text{C}$ )  |                               |                       |                       |                                      |                 |                       |                       |                                      |                       |                               |                       |                       |                                      |  |

(segue)

Tavola 1.11 Proprietà del vapore sottocalidato del refrigerante 134a (continua)

| $T$<br>°C  | $v$<br>$\text{m}^3/\text{kg}$ | $u$<br>$\text{kJ/kg}$ | $h$<br>$\text{kJ/kg}$ | $s$<br>$\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$ | $m^3/\text{kg}$ | $u$<br>$\text{kJ/kg}$ | $h$<br>$\text{kJ/kg}$ | $s$<br>$\text{kJ/kg}$ | $v$<br>$\text{kJ/kg}$ | $u$<br>$\text{m}^3/\text{kg}$ | $h$<br>$\text{kJ/kg}$ | $s$<br>$\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$ |
|--|-------------------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------------------|-----------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------------------|-----------------------|--------------------------------------|
| $p = 2.8 \text{ bar} = 0.28 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = -1.23^\circ\text{C}$ ) |                               |                       |                       |                                      |                 |                       |                       |                       |                       |                               |                       |                                      |
| Sat.   | 0.07193                       | 226.38                | 246.52                | 0.9197                               | 0.06322         | 228.43                | 248.66                | 0.9177                | 0.05089               | 231.97                        | 252.32                | 0.9145                               |
| 0  | 0.07240                       | 227.37                | 247.64                | 0.9238                               |                 |                       |                       |                       |                       |                               |                       |                                      |
| 10   | 0.07613                       | 235.44                | 256.76                | 0.9566                               | 0.06576         | 234.61                | 255.65                | 0.9427                | 0.05119               | 232.87                        | 253.35                | 0.9182                               |
| 20   | 0.07972                       | 243.59                | 265.91                | 0.9883                               | 0.06901         | 242.87                | 264.95                | 0.9749                | 0.05397               | 241.37                        | 262.96                | 0.9515                               |
| 30   | 0.08320                       | 251.83                | 275.12                | 1.0192                               | 0.07214         | 251.19                | 274.28                | 1.0062                | 0.05662               | 249.89                        | 272.54                | 0.9837                               |
| 40   | 0.08660                       | 260.17                | 284.42                | 1.0494                               | 0.07518         | 259.61                | 283.67                | 1.0367                | 0.05917               | 258.47                        | 282.14                | 1.0148                               |
| 50   | 0.08992                       | 268.64                | 293.81                | 1.0789                               | 0.07815         | 268.14                | 293.15                | 1.0665                | 0.06164               | 267.13                        | 291.79                | 1.0452                               |
| 60   | 0.09319                       | 277.23                | 303.32                | 1.1079                               | 0.08106         | 276.79                | 302.72                | 1.0957                | 0.06405               | 275.89                        | 301.51                | 1.0748                               |
| 70   | 0.09641                       | 285.96                | 312.95                | 1.1364                               | * 0.08392       | 285.56                | 312.41                | 1.1243                | 0.06641               | 284.75                        | 311.32                | 1.1038                               |
| 80   | 0.09960                       | 294.82                | 322.71                | 1.1644                               | 0.08674         | 294.46                | 322.22                | 1.1525                | 0.06873               | 293.73                        | 321.23                | 1.1322                               |
| 90   | 0.10275                       | 303.83                | 332.60                | 1.1920                               | 0.08953         | 303.50                | 332.15                | 1.1802                | 0.07102               | 302.84                        | 331.25                | 1.1602                               |
| 100  | 0.10587                       | 312.98                | 342.62                | 1.2193                               | 0.09229         | 312.68                | 342.21                | 1.2076                | 0.07327               | 312.07                        | 341.38                | 1.1878                               |
| 110  | 0.10897                       | 322.27                | 352.78                | 1.2461                               | 0.09503         | 322.00                | 352.40                | 1.2345                | 0.07550               | 321.44                        | 351.64                | 1.2149                               |
| 120  | 0.11205                       | 331.71                | 363.08                | 1.2727                               | 0.09774         | 331.45                | 362.73                | 1.2611                | 0.07771               | 330.94                        | 362.03                | 1.2417                               |
| $p = 5.0 \text{ bar} = 0.50 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = 15.74^\circ\text{C}$ ) |                               |                       |                       |                                      |                 |                       |                       |                       |                       |                               |                       |                                      |
| Sat.   | 0.04086                       | 235.64                | 256.07                | 0.9117                               | 0.03408         | 238.74                | 259.19                | 0.9097                | 0.02918               | 241.42                        | 261.85                | 0.9080                               |
| 20   | 0.04188                       | 239.40                | 260.34                | 0.9264                               |                 |                       |                       |                       |                       |                               |                       |                                      |
| 30   | 0.04416                       | 248.20                | 270.28                | 0.9597                               | 0.03581         | 246.41                | 267.89                | 0.9288                | 0.02979               | 244.51                        | 265.37                | 0.9197                               |
| 40   | 0.04633                       | 256.99                | 280.16                | 0.9918                               | 0.03774         | 255.45                | 278.09                | 0.9719                | 0.03157               | 253.83                        | 275.93                | 0.9539                               |
| 50   | 0.04842                       | 265.83                | 290.04                | 1.0229                               | 0.03958         | 264.48                | 288.23                | 1.0037                | 0.03324               | 263.08                        | 286.35                | 0.9867                               |
| 60   | 0.05043                       | 274.73                | 299.95                | 1.0531                               | 0.04134         | 273.54                | 298.35                | 1.0246                | 0.03482               | 272.31                        | 296.69                | 1.0182                               |
| 70   | 0.05240                       | 283.72                | 309.92                | 1.0825                               | 0.04304         | 282.66                | 308.48                | 1.0645                | 0.03624               | 281.57                        | 307.01                | 1.0487                               |
| 80   | 0.05432                       | 292.80                | 319.96                | 1.1114                               | 0.04469         | 291.86                | 318.67                | 1.0938                | 0.03781               | 290.88                        | 317.35                | 1.0784                               |
| 90   | 0.05620                       | 302.00                | 330.10                | 1.1397                               | 0.04631         | 301.14                | 328.93                | 1.1225                | 0.03924               | 300.27                        | 327.74                | 1.1074                               |
| 100  | 0.05805                       | 311.31                | 340.33                | 1.1675                               | 0.04790         | 310.53                | 339.27                | 1.1505                | 0.04064               | 309.74                        | 338.19                | 1.1358                               |
| 110  | 0.05988                       | 320.74                | 350.68                | 1.1949                               | 0.04946         | 320.03                | 349.70                | 1.1781                | 0.04201               | 319.31                        | 348.71                | 1.1637                               |
| 120  | 0.06168                       | 330.30                | 361.14                | 1.2218                               | 0.05099         | 329.64                | 360.24                | 1.2053                | 0.04335               | 328.98                        | 359.33                | 1.1910                               |
| 130  | 0.06347                       | 339.98                | 371.72                | 1.2484                               | 0.05251         | 339.38                | 370.88                | 1.2220                | 0.04468               | 338.76                        | 370.04                | 1.2179                               |

(segue)

Tabella T-8 Proprietà del vapore surriscaldato del refrigerante 134a (*continua*)

| $T$<br>°C   | $v$<br>$\text{m}^3/\text{kg}$ | $u$<br>$\text{kJ/kg}$ | $h$<br>$\text{kJ/kg}$ | $s$<br>$\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$ | $v$<br>$\text{m}^3/\text{kg}$ | $u$<br>$\text{kJ/kg}$ | $h$<br>$\text{kJ/kg}$ | $s$<br>$\text{kJ/kg}$ | $u$<br>$\text{m}^3/\text{kg}$ | $h$<br>$\text{kJ/kg}$ | $s$<br>$\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$ |
|---|-------------------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------------------------|-------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-------------------------------|-----------------------|--------------------------------------|
| 140   | 0.06524                       | 349.79                | 382.42                | 1.2746                               | 0.05402                       | 349.23                | 381.64                | 1.2584                | 0.04599                       | 348.66                | 380.86                               |
| $p = 8.0 \text{ bar} = 0.80 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = 31.33^\circ\text{C}$ )  |                               |                       |                       |                                      |                               |                       |                       |                       |                               |                       |                                      |
| Sat.  | 0.02547                       | 243.78                | 264.15                | 0.9066                               | 0.02255                       | 245.88                | 266.18                | 0.9054                | 0.02020                       | 247.77                | 267.97                               |
| 40  | 0.02691                       | 252.13                | 273.66                | 0.9374                               | 0.02325                       | 250.32                | 271.25                | 0.9217                | 0.02029                       | 248.39                | 268.68                               |
| 50  | 0.02846                       | 261.62                | 284.39                | 0.9711                               | 0.02472                       | 260.09                | 282.34                | 0.9566                | 0.02171                       | 258.48                | 280.19                               |
| 60  | 0.02992                       | 271.04                | 294.98                | 1.0034                               | 0.02609                       | 269.72                | 293.21                | 0.9897                | 0.02301                       | 268.35                | 291.36                               |
| 70  | 0.03131                       | 280.45                | 305.50                | 1.0345                               | 0.02738                       | 279.30                | 303.94                | 1.0214                | 0.02423                       | 278.11                | 302.34                               |
| 80  | 0.03264                       | 289.89                | 316.00                | 1.0647                               | 0.02861                       | 288.87                | 314.62                | 1.0521                | 0.02538                       | 287.82                | 313.20                               |
| 90  | 0.03393                       | 299.37                | 326.52                | 1.0940                               | 0.02980                       | 298.46                | 325.28                | 1.0819                | 0.02649                       | 297.53                | 324.01                               |
| 100   | 0.03519                       | 308.93                | 337.08                | 1.1227                               | 0.03095                       | 308.11                | 335.96                | 1.1109                | 0.02755                       | 307.27                | 334.82                               |
| 110   | 0.03642                       | 318.57                | 347.71                | 1.1508                               | 0.03207                       | 317.82                | 346.68                | 1.1392                | 0.02858                       | 317.06                | 345.65                               |
| 120   | 0.03762                       | 328.31                | 358.40                | 1.1784                               | 0.03316                       | 327.62                | 357.47                | 1.1670                | 0.02959                       | 326.93                | 356.52                               |
| 130   | 0.03881                       | 338.14                | 369.19                | 1.2055                               | 0.03423                       | 337.52                | 368.33                | 1.1943                | 0.03058                       | 336.88                | 367.46                               |
| 140   | 0.03997                       | 348.09                | 380.07                | 1.2321                               | 0.03529                       | 347.51                | 379.27                | 1.2211                | 0.03154                       | 346.92                | 378.46                               |
| 150   | 0.04113                       | 358.15                | 391.05                | 1.2584                               | 0.03633                       | 357.61                | 390.31                | 1.2475                | 0.03250                       | 357.06                | 389.56                               |
| 160   | 0.04227                       | 368.32                | 402.14                | 1.2843                               | 0.03736                       | 367.82                | 401.44                | 1.2735                | 0.03344                       | 367.31                | 400.74                               |
| 170   | 0.04340                       | 378.61                | 413.33                | 1.3098                               | 0.03838                       | 378.14                | 412.68                | 1.2992                | 0.03436                       | 377.66                | 412.02                               |
| 180   | 0.04452                       | 389.02                | 424.63                | 1.3351                               | 0.03939                       | 388.57                | 424.02                | 1.3245                | 0.03528                       | 388.12                | 423.40                               |
| $p = 12.0 \text{ bar} = 1.20 \text{ MPa}$<br>( $T_{\text{sat}} = 46.32^\circ\text{C}$ ) |                               |                       |                       |                                      |                               |                       |                       |                       |                               |                       |                                      |
| Sat.  | 0.01663                       | 251.03                | 270.99                | 0.9023                               | 0.01405                       | 253.74                | 273.40                | 0.9003                | 0.01208                       | 256.00                | 275.33                               |
| 50  | 0.01712                       | 254.98                | 275.52                | 0.9164                               | 0.01495                       | 262.17                | 283.10                | 0.9297                | 0.01233                       | 258.48                | 278.20                               |
| 60  | 0.01835                       | 265.42                | 287.44                | 0.9527                               | 0.01603                       | 272.87                | 295.31                | 0.9658                | 0.01340                       | 269.89                | 291.33                               |
| 70  | 0.01947                       | 275.59                | 298.96                | 0.9868                               | 0.01701                       | 283.29                | 307.10                | 0.9997                | 0.01435                       | 280.78                | 303.74                               |
| 80  | 0.02051                       | 285.62                | 310.24                | 1.0192                               | 0.01792                       | 293.55                | 318.63                | 1.0319                | 0.01521                       | 291.39                | 315.72                               |
| 90  | 0.02150                       | 295.59                | 321.39                | 1.0503                               | 0.01878                       | 303.73                | 330.02                | 1.0628                | 0.01601                       | 301.84                | 327.46                               |
| 100   | 0.02244                       | 305.54                | 332.47                | 1.0804                               | 0.01960                       | 313.88                | 341.32                | 1.0927                | 0.01677                       | 312.20                | 339.04                               |
| 110   | 0.02335                       | 315.50                | 343.52                | 1.1096                               | 0.02039                       | 324.05                | 352.59                | 1.1218                | 0.01750                       | 322.53                | 350.53                               |
| 120   | 0.02423                       | 325.51                | 354.58                | 1.1381                               | 0.02115                       | 334.25                | 363.86                | 1.1501                | 0.01820                       | 332.87                | 361.99                               |
| 130   | 0.02508                       | 335.58                | 365.68                | 1.1660                               |                               |                       |                       |                       |                               |                       |                                      |

 $p = 10.0 \text{ bar} = 1.00 \text{ MPa}$  $(T_{\text{sat}} = 39.39^\circ\text{C})$  $p = 16.0 \text{ bar} = 1.60 \text{ MPa}$  $(T_{\text{sat}} = 57.92^\circ\text{C})$ 

(segue)

TABLE A-6 Propriedades das propriedades termodinâmicas do refrigerante 134a (continua)

| <i>T</i><br>°C | <i>v</i><br>$\text{m}^3/\text{kg}$ | <i>u</i><br>$\text{kJ/kg}$ | <i>h</i><br>$\text{kJ/kg}$ | <i>s</i><br>$\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$ | <i>v</i><br>$\text{m}^3/\text{kg}$ | <i>u</i><br>$\text{kJ/kg}$ | <i>h</i><br>$\text{kJ/kg}$ | <i>s</i><br>$\text{kJ/kg}$ | <i>v</i><br>$\text{m}^3/\text{kg}$ | <i>u</i><br>$\text{kJ/kg}$ | <i>h</i><br>$\text{kJ/kg}$ | <i>s</i><br>$\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$ |
|----------------|------------------------------------|----------------------------|----------------------------|---|------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|------------------------------------|----------------------------|----------------------------|---|
| 140            | 0.02592                            | 345.73                     | 376.83                     | 1.1933                                    | 0.02189                            | 344.50                     | 375.15                     | 1.1777                     | 0.01887                            | 343.24                     | 373.44                     | 1.1638                                    |
| 150            | 0.02674                            | 355.95                     | 388.04                     | 1.2201                                    | 0.02262                            | 354.82                     | 386.49                     | 1.2048                     | 0.01953                            | 353.66                     | 384.91                     | 1.1912                                    |
| 160            | 0.02754                            | 366.27                     | 399.33                     | 1.2465                                    | 0.02333                            | 365.22                     | 397.89                     | 1.2315                     | 0.02017                            | 364.15                     | 396.43                     | 1.2181                                    |
| 170            | 0.02834                            | 376.69                     | 410.70                     | 1.2724                                    | 0.02403                            | 375.71                     | 409.36                     | 1.2576                     | 0.02080                            | 374.71                     | 407.99                     | 1.2445                                    |
| 180            | 0.02912                            | 387.21                     | 422.16                     | 1.2980                                    | 0.02472                            | 386.29                     | 420.90                     | 1.2834                     | 0.02142                            | 385.35                     | 419.62                     | 1.2704                                    |

**Tabella T-9** Proprietà dell'aria considerata come gas ideale

| T(K), $h$ e $u$ (kJ/kg), $s^\circ$ (kJ/kg · K) |        |        |           |                         |       |      |         |        |           |                       |        |
|--|--------|--------|-----------|-------------------------|-------|------|---------|--------|-----------|-----------------------|--------|
|  |        |        |           | quando $\Delta s = 0^1$ |       |      |         |        |           | quando $\Delta s = 0$ |        |
| $T$  | $h$    | $u$    | $s^\circ$ | $p_r$                   | $v_r$ | $T$  | $h$     | $u$    | $s^\circ$ | $p_r$                 | $v_r$  |
| 200  | 199.97 | 142.56 | 1.29559   | 0.3363                  | 1707. | 600  | 607.02  | 434.78 | 2.40902   | 16.28                 | 105.8  |
| 210  | 209.97 | 149.69 | 1.34444   | 0.3987                  | 1512. | 610  | 617.53  | 442.42 | 2.42644   | 17.30                 | 101.2  |
| 220  | 219.97 | 156.82 | 1.39105   | 0.4690                  | 1346. | 620  | 628.07  | 450.09 | 2.44356   | 18.36                 | 96.92  |
| 230  | 230.02 | 164.00 | 1.43557   | 0.5477                  | 1205. | 630  | 638.63  | 457.78 | 2.46048   | 19.84                 | 92.84  |
| 240  | 240.02 | 171.13 | 1.47824   | 0.6355                  | 1084. | 640  | 649.22  | 465.50 | 2.47716   | 20.64                 | 88.99  |
| 250  | 250.05 | 178.28 | 1.51917   | 0.7329                  | 979.  | 650  | 659.84  | 473.25 | 2.49364   | 21.86                 | 85.34  |
| 260  | 260.09 | 185.45 | 1.55848   | 0.8405                  | 887.8 | 660  | 670.47  | 481.01 | 2.50985   | 23.13                 | 81.89  |
| 270  | 270.11 | 192.60 | 1.59634   | 0.9590                  | 808.0 | 670  | 681.14  | 488.81 | 2.52589   | 24.46                 | 78.61  |
| 280  | 280.13 | 199.75 | 1.63279   | 1.0889                  | 738.0 | 680  | 691.82  | 496.62 | 2.54175   | 25.85                 | 75.50  |
| 285  | 285.14 | 203.33 | 1.65055   | 1.1584                  | 706.1 | 690  | 702.52  | 504.45 | 2.55731   | 27.29                 | 72.56  |
| 290  | 290.16 | 206.91 | 1.66802   | 1.2311                  | 676.1 | 700  | 713.27  | 512.33 | 2.57277   | 28.80                 | 69.76  |
| 295  | 295.17 | 210.49 | 1.68515   | 1.3068                  | 647.9 | 710  | 724.04  | 520.23 | 2.58810   | 30.38                 | 67.07  |
| 300  | 300.19 | 214.07 | 1.70203   | 1.3860                  | 621.2 | 720  | 734.82  | 528.14 | 2.60319   | 32.02                 | 64.53  |
| 305  | 305.22 | 217.67 | 1.71865   | 1.4686                  | 596.0 | 730  | 745.62  | 536.07 | 2.61803   | 33.72                 | 62.13  |
| 310  | 310.24 | 221.25 | 1.73498   | 1.5546                  | 572.3 | 740  | 756.44  | 544.02 | 2.63280   | 35.50                 | 59.82  |
| 315  | 315.27 | 224.85 | 1.75106   | 1.6442                  | 549.8 | 750  | 767.29  | 551.99 | 2.64737   | 37.35                 | 57.63  |
| 320  | 320.29 | 228.42 | 1.76690   | 1.7375                  | 528.6 | 760  | 778.18  | 560.01 | 2.66176   | 39.27                 | 55.54  |
| 325  | 325.31 | 232.02 | 1.78249   | 1.8345                  | 508.4 | 770  | 789.11  | 568.07 | 2.67595   | 41.31                 | 53.39  |
| 330  | 330.34 | 235.61 | 1.79783   | 1.9352                  | 489.4 | 780  | 800.03  | 576.12 | 2.69013   | 43.35                 | 51.64  |
| 340  | 340.42 | 242.82 | 1.82790   | 2.149                   | 454.1 | 790  | 810.99  | 584.21 | 2.70400   | 45.55                 | 49.86  |
| 350  | 350.49 | 250.02 | 1.85708   | 2.379                   | 422.2 | 800  | 821.95  | 592.30 | 2.71787   | 47.75                 | 48.08  |
| 360  | 360.58 | 257.24 | 1.88543   | 2.626                   | 393.4 | 820  | 843.98  | 608.59 | 2.74504   | 52.59                 | 44.84  |
| 370  | 370.67 | 264.46 | 1.91313   | 2.892                   | 367.2 | 840  | 866.08  | 624.95 | 2.77170   | 57.60                 | 41.85  |
| 380  | 380.77 | 271.69 | 1.94001   | 3.176                   | 343.4 | 860  | 888.27  | 641.40 | 2.79783   | 63.09                 | 39.12  |
| 390  | 390.88 | 278.93 | 1.96633   | 3.481                   | 321.5 | 880  | 910.56  | 657.95 | 2.82344   | 68.98                 | 36.61  |
| 400  | 400.98 | 286.16 | 1.99194   | 3.806                   | 301.6 | 900  | 932.93  | 674.58 | 2.84856   | 75.29                 | 34.31  |
| 410  | 411.12 | 293.43 | 2.01699   | 4.153                   | 283.3 | 920  | 955.38  | 691.28 | 2.87324   | 82.05                 | 32.18  |
| 420  | 421.26 | 300.69 | 2.04142   | 4.522                   | 266.6 | 940  | 977.92  | 708.08 | 2.89748   | 89.28                 | 30.22  |
| 430  | 431.43 | 307.99 | 2.06533   | 4.915                   | 251.1 | 960  | 1000.55 | 725.02 | 2.92128   | 97.00                 | 28.40  |
| 440  | 441.61 | 315.30 | 2.08870   | 5.332                   | 236.8 | 980  | 1023.25 | 741.98 | 2.94468   | 105.2                 | 26.73  |
| 450  | 451.80 | 322.62 | 2.11161   | 5.775                   | 223.6 | 1000 | 1046.04 | 758.94 | 2.96770   | 114.0                 | 25.17  |
| 460  | 462.02 | 329.97 | 2.13407   | 6.245                   | 211.4 | 1020 | 1068.89 | 776.10 | 2.99034   | 123.4                 | 23.72  |
| 470  | 472.24 | 337.32 | 2.15604   | 6.742                   | 200.1 | 1040 | 1091.85 | 793.36 | 3.01260   | 133.3                 | 22.39  |
| 480  | 482.49 | 344.70 | 2.17760   | 7.268                   | 189.5 | 1060 | 1114.86 | 810.62 | 3.03449   | 143.9                 | 21.14  |
| 490  | 492.74 | 352.08 | 2.19876   | 7.824                   | 179.7 | 1080 | 1137.89 | 827.88 | 3.05608   | 155.2                 | 19.98  |
| 500  | 503.02 | 359.49 | 2.21952   | 8.411                   | 170.6 | 1100 | 1161.07 | 845.33 | 3.07732   | 167.1                 | 18.896 |
| 510  | 513.32 | 366.92 | 2.23993   | 9.031                   | 162.1 | 1120 | 1184.28 | 862.79 | 3.09825   | 179.7                 | 17.886 |
| 520  | 523.63 | 374.36 | 2.25997   | 9.684                   | 154.1 | 1140 | 1207.57 | 880.35 | 3.11883   | 193.1                 | 16.946 |
| 530  | 533.98 | 381.84 | 2.27967   | 10.37                   | 146.7 | 1160 | 1230.92 | 897.91 | 3.13916   | 207.2                 | 16.064 |
| 540  | 544.35 | 389.34 | 2.29906   | 11.10                   | 139.7 | 1180 | 1254.34 | 915.57 | 3.15916   | 222.2                 | 15.241 |
| 550  | 554.74 | 396.86 | 2.31809   | 11.86                   | 133.1 | 1200 | 1277.79 | 933.33 | 3.17888   | 238.0                 | 14.470 |
| 560  | 565.17 | 404.42 | 2.33685   | 12.66                   | 127.0 | 1220 | 1301.31 | 951.09 | 3.19834   | 254.7                 | 13.747 |
| 570  | 575.59 | 411.97 | 2.35531   | 13.50                   | 121.2 | 1240 | 1324.93 | 968.95 | 3.21751   | 272.3                 | 13.069 |
| 580  | 586.04 | 419.55 | 2.37348   | 14.38                   | 115.7 | 1260 | 1348.55 | 986.90 | 3.23638   | 290.8                 | 12.435 |

(segue)

**Tabella T-9** Proprietà dell'aria considerata come gas ideale (*continua*)

| T(K), $h$ e $u$ (kJ/kg), $s^\circ$ (kJ/kg · K) |         |         |           |                         |        |      |         |         |           |                       |        |
|--|---------|---------|-----------|-------------------------|--------|------|---------|---------|-----------|-----------------------|--------|
|  |         |         |           | quando $\Delta s = 0^1$ |        |      |         |         |           | quando $\Delta s = 0$ |        |
| $T$  | $h$     | $u$     | $s^\circ$ | $p_r$                   | $v_r$  | $T$  | $h$     | $u$     | $s^\circ$ | $p_r$                 | $v_r$  |
| 590  | 596.52  | 427.15  | 2.39140   | 15.31                   | 110.6  | 1280 | 1372.24 | 1004.76 | 3.25510   | 310.4                 | 11.835 |
| 1300   | 1395.97 | 1022.82 | 3.27345   | 330.9                   | 11.275 | 1600 | 1757.57 | 1298.30 | 3.52364   | 791.2                 | 5.804  |
| 1320   | 1419.76 | 1040.88 | 3.29160   | 352.5                   | 10.747 | 1620 | 1782.00 | 1316.96 | 3.53879   | 834.1                 | 5.574  |
| 1340   | 1443.60 | 1058.94 | 3.30959   | 375.3                   | 10.247 | 1640 | 1806.46 | 1335.72 | 3.55381   | 878.9                 | 5.355  |
| 1360   | 1467.49 | 1077.10 | 3.32724   | 399.1                   | 9.780  | 1660 | 1830.96 | 1354.48 | 3.56867   | 925.6                 | 5.147  |
| 1380   | 1491.44 | 1095.26 | 3.34474   | 424.2                   | 9.337  | 1680 | 1855.50 | 1373.24 | 3.58335   | 974.2                 | 4.949  |
| 1400   | 1515.42 | 1113.52 | 3.36200   | 450.5                   | 8.919  | 1700 | 1880.1  | 1392.7  | 3.5979    | 1025                  | 4.761  |
| 1420   | 1539.44 | 1131.77 | 3.37901   | 478.0                   | 8.526  | 1750 | 1941.6  | 1439.8  | 3.6336    | 1161                  | 4.328  |
| 1440   | 1563.51 | 1150.13 | 3.39586   | 506.9                   | 8.153  | 1800 | 2003.3  | 1487.2  | 3.6684    | 1310                  | 3.944  |
| 1460   | 1587.63 | 1168.49 | 3.41247   | 537.1                   | 7.801  | 1850 | 2065.3  | 1534.9  | 3.7023    | 1475                  | 3.601  |
| 1480   | 1611.79 | 1186.95 | 3.42892   | 568.8                   | 7.468  | 1900 | 2127.4  | 1582.6  | 3.7354    | 1655                  | 3.295  |
| 1500   | 1635.97 | 1205.41 | 3.44516   | 601.9                   | 7.152  | 1950 | 2189.7  | 1630.6  | 3.7677    | 1852                  | 3.022  |
| 1520   | 1660.23 | 1223.87 | 3.46120   | 636.5                   | 6.854  | 2000 | 2252.1  | 1678.7  | 3.7994    | 2068                  | 2.776  |
| 1540   | 1684.51 | 1242.43 | 3.47712   | 672.8                   | 6.569  | 2050 | 2314.6  | 1726.8  | 3.8303    | 2303                  | 2.555  |
| 1560   | 1708.82 | 1260.99 | 3.49276   | 710.5                   | 6.301  | 2100 | 2377.4  | 1775.3  | 3.8605    | 2559                  | 2.356  |
| 1580   | 1733.17 | 1279.65 | 3.50829   | 750.0                   | 6.046  | 2150 | 2440.3  | 1823.8  | 3.8901    | 2837                  | 2.175  |
|  |         |         |           | 2200                    |        | 2200 | 2503.2  | 1872.4  | 3.9191    | 3138                  | 2.012  |
|  |         |         |           | 2250                    |        | 2250 | 2566.4  | 1921.3  | 3.9474    | 3464                  | 1.864  |

I dati  $p_r$  e  $v_r$  sono da usare, rispettivamente, con le Equazioni 7.32 e 7.33.

*Note:* La Tabella T-9 è basata su Keenan J. H., Kaye J., *Gas Tables*, Wiley, New York, 1945.

**Tabella T-10** Calore specifico di alcuni gas considerati come gas ideali (kJ/kg · K)

| Temp.<br>K | $c_p$ | $c_v$                 | $c_p$                    | $c_v$                                  | $c_p$                        | $c_v$                    | $c_p$ | $c_v$ | $c_p$ | $c_v$ | Temp.<br>K |
|------------|-------|-----------------------|--------------------------|--|------------------------------|--------------------------|-------|-------|-------|-------|------------|
|            | Aria  | Azoto, N <sub>2</sub> | Ossigeno, O <sub>2</sub> | Anidride<br>carbonica, CO <sub>2</sub> | Monossido di<br>carbonio, CO | Idrogeno, H <sub>2</sub> |       |       |       |       |            |
| 250        | 1.003 | 0.716                 | 1.039                    | 0.742                                  | 0.913                        | 0.653                    | 0.791 | 0.602 | 1.039 | 0.743 | 14.051     |
| 300        | 1.005 | 0.718                 | 1.039                    | 0.743                                  | 0.918                        | 0.658                    | 0.846 | 0.657 | 1.040 | 0.744 | 14.307     |
| 350        | 1.008 | 0.721                 | 1.041                    | 0.744                                  | 0.928                        | 0.668                    | 0.895 | 0.706 | 1.043 | 0.746 | 14.427     |
| 400        | 1.013 | 0.726                 | 1.044                    | 0.747                                  | 0.941                        | 0.681                    | 0.939 | 0.750 | 1.047 | 0.751 | 14.476     |
| 450        | 1.020 | 0.733                 | 1.049                    | 0.752                                  | 0.956                        | 0.696                    | 0.978 | 0.790 | 1.054 | 0.757 | 14.501     |
| 500        | 1.029 | 0.742                 | 1.056                    | 0.759                                  | 0.972                        | 0.712                    | 1.014 | 0.825 | 1.063 | 0.767 | 14.513     |
| 550        | 1.040 | 0.753                 | 1.065                    | 0.768                                  | 0.988                        | 0.728                    | 1.046 | 0.857 | 1.075 | 0.778 | 14.530     |
| 600        | 1.051 | 0.764                 | 1.075                    | 0.778                                  | 1.003                        | 0.743                    | 1.075 | 0.886 | 1.087 | 0.790 | 14.546     |
| 650        | 1.063 | 0.776                 | 1.086                    | 0.789                                  | 1.017                        | 0.758                    | 1.102 | 0.913 | 1.100 | 0.803 | 14.571     |
| 700        | 1.075 | 0.788                 | 1.098                    | 0.801                                  | 1.031                        | 0.771                    | 1.126 | 0.937 | 1.113 | 0.816 | 14.604     |
| 750        | 1.087 | 0.800                 | 1.110                    | 0.813                                  | 1.043                        | 0.783                    | 1.148 | 0.959 | 1.126 | 0.829 | 14.645     |
| 800        | 1.099 | 0.812                 | 1.121                    | 0.825                                  | 1.054                        | 0.794                    | 1.169 | 0.980 | 1.139 | 0.842 | 14.695     |
| 900        | 1.121 | 0.834                 | 1.145                    | 0.849                                  | 1.074                        | 0.814                    | 1.204 | 1.015 | 1.163 | 0.866 | 14.822     |
| 1000       | 1.142 | 0.855                 | 1.167                    | 0.870                                  | 1.090                        | 0.830                    | 1.234 | 1.045 | 1.185 | 0.888 | 14.983     |

*Note:* La Tabella T-10 è adattata da Wark K., *Thermodynamics*, 4<sup>a</sup> e., McGraw-Hill, New York, 1983, basato su "Tables of Thermal Properties of Gases," NBS Circular 564, 1955.

Tabella T-11 Proprietà di alcuni gas considerati come gas ideali

T(K),  $h$  e  $u$  (kJ/kmol),  $s^\circ$  (kJ/kmolK)

| $T$ | Anidride carbonica CO <sub>2</sub> |           |                 | Monossido di carbonio CO |           |                 | Vapore acqueo H <sub>2</sub> O |           |                 | Ossigeno O <sub>2</sub> |           |                 | Azoto N <sub>2</sub> |           |                 |
|-----|------------------------------------|-----------|-----------------|--------------------------|-----------|-----------------|--------------------------------|-----------|-----------------|-------------------------|-----------|-----------------|----------------------|-----------|-----------------|
|     | $\bar{h}$                          | $\bar{u}$ | $\bar{s}^\circ$ | $\bar{h}$                | $\bar{u}$ | $\bar{s}^\circ$ | $\bar{h}$                      | $\bar{u}$ | $\bar{s}^\circ$ | $\bar{h}$               | $\bar{u}$ | $\bar{s}^\circ$ | $\bar{h}$            | $\bar{u}$ | $\bar{s}^\circ$ |
| 220 | 6601                               | 4772      | 202.966         | 6391                     | 4562      | 188.683         | 7295                           | 5466      | 178.576         | 6404                    | 4575      | 196.171         | 6391                 | 4562      | 182.638         |
| 230 | 6938                               | 5026      | 204.464         | 6683                     | 4771      | 189.980         | 7628                           | 5715      | 180.054         | 6694                    | 4782      | 197.461         | 6683                 | 4770      | 183.938         |
| 240 | 7280                               | 5285      | 205.920         | 6975                     | 4979      | 191.221         | 7961                           | 5965      | 181.471         | 6984                    | 4989      | 198.696         | 6975                 | 4979      | 185.180         |
| 250 | 7627                               | 5548      | 207.337         | 7266                     | 5188      | 192.411         | 8294                           | 6215      | 182.831         | 7275                    | 5197      | 199.885         | 7266                 | 5188      | 186.370         |
| 260 | 7979                               | 5817      | 208.717         | 7558                     | 5396      | 193.554         | 8627                           | 6466      | 184.139         | 7566                    | 5405      | 201.027         | 7558                 | 5396      | 187.514         |
| 270 | 8335                               | 6091      | 210.062         | 7849                     | 5604      | 194.654         | 8961                           | 6716      | 185.399         | 7858                    | 5613      | 202.128         | 7849                 | 5604      | 188.614         |
| 280 | 8697                               | 6369      | 211.376         | 8140                     | 5812      | 195.173         | 9296                           | 6968      | 186.616         | 8150                    | 5822      | 203.191         | 8141                 | 5813      | 189.673         |
| 290 | 9063                               | 6651      | 212.660         | 8432                     | 6020      | 196.735         | 9631                           | 7219      | 187.791         | 8443                    | 6032      | 204.218         | 8432                 | 6021      | 190.695         |
| 300 | 9431                               | 6939      | 213.915         | 8723                     | 6229      | 197.723         | 9966                           | 7472      | 188.928         | 8736                    | 6242      | 205.213         | 8723                 | 6229      | 191.682         |
| 310 | 9807                               | 7230      | 215.146         | 9014                     | 6437      | 198.678         | 10302                          | 7725      | 190.030         | 9030                    | 6453      | 206.177         | 9014                 | 6437      | 192.638         |
| 320 | 10186                              | 7526      | 216.351         | 9306                     | 6645      | 199.603         | 10639                          | 7978      | 191.098         | 9325                    | 6664      | 207.112         | 9306                 | 6645      | 193.562         |
| 330 | 10570                              | 7826      | 217.534         | 9597                     | 6854      | 200.500         | 10976                          | 8232      | 192.136         | 9620                    | 6877      | 208.020         | 9597                 | 6853      | 194.459         |
| 340 | 10959                              | 8131      | 218.694         | 9839                     | 7062      | 201.371         | 11314                          | 8487      | 193.144         | 9916                    | 7090      | 208.904         | 9888                 | 7061      | 195.328         |
| 350 | 11351                              | 8439      | 219.831         | 10181                    | 7271      | 202.217         | 11652                          | 8742      | 194.125         | 10213                   | 7303      | 209.765         | 10180                | 7270      | 196.173         |
| 360 | 11748                              | 8752      | 220.948         | 10473                    | 7480      | 203.040         | 11992                          | 8998      | 195.081         | 10511                   | 7518      | 210.604         | 10471                | 7478      | 196.995         |
| 370 | 12148                              | 9068      | 222.044         | 10765                    | 7689      | 203.842         | 12331                          | 9255      | 196.012         | 10809                   | 7733      | 211.423         | 10763                | 7687      | 197.794         |
| 380 | 12552                              | 9392      | 223.122         | 11058                    | 7899      | 204.622         | 12672                          | 9513      | 196.920         | 11109                   | 7949      | 212.222         | 11055                | 7895      | 198.572         |
| 390 | 12960                              | 9718      | 224.182         | 11351                    | 8108      | 205.383         | 13014                          | 9771      | 197.807         | 11409                   | 8166      | 213.002         | 11347                | 8104      | 199.331         |
| 400 | 13372                              | 10046     | 225.225         | 11644                    | 8319      | 206.125         | 13356                          | 10030     | 198.673         | 11711                   | 8384      | 213.765         | 11640                | 8314      | 200.071         |
| 410 | 13787                              | 10378     | 226.250         | 11938                    | 8529      | 206.850         | 13699                          | 10290     | 199.521         | 12012                   | 8603      | 214.510         | 11932                | 8523      | 200.794         |
| 420 | 14206                              | 10714     | 227.258         | 12232                    | 8740      | 207.549         | 14043                          | 10551     | 200.350         | 12314                   | 8822      | 215.241         | 12225                | 8733      | 201.499         |
| 430 | 14628                              | 11053     | 228.252         | 12526                    | 8951      | 208.252         | 14388                          | 10813     | 201.160         | 12618                   | 9043      | 215.955         | 12518                | 8943      | 202.189         |
| 440 | 15054                              | 11393     | 229.230         | 12821                    | 9163      | 208.929         | 14734                          | 11075     | 201.955         | 12923                   | 9264      | 216.656         | 12811                | 9153      | 202.863         |
| 450 | 15483                              | 11742     | 230.194         | 13116                    | 9375      | 209.593         | 15080                          | 11339     | 202.734         | 13228                   | 9487      | 217.342         | 13105                | 9363      | 203.523         |
| 460 | 15916                              | 12091     | 231.144         | 13412                    | 9587      | 210.243         | 15428                          | 11603     | 203.497         | 13535                   | 9710      | 218.016         | 13399                | 9574      | 204.170         |
| 470 | 16351                              | 12444     | 232.080         | 13708                    | 9800      | 210.880         | 15777                          | 11869     | 204.247         | 13842                   | 9935      | 218.676         | 13693                | 9786      | 204.803         |
| 480 | 16791                              | 12800     | 233.004         | 14005                    | 10014     | 211.504         | 16126                          | 12135     | 204.982         | 14151                   | 10160     | 219.326         | 13988                | 9997      | 205.424         |
| 490 | 17232                              | 13158     | 233.916         | 14302                    | 10228     | 212.117         | 16477                          | 12403     | 205.705         | 14460                   | 10386     | 219.963         | 14285                | 10210     | 206.033         |
| 500 | 17678                              | 13521     | 234.814         | 14600                    | 10443     | 212.719         | 16828                          | 12671     | 206.413         | 14770                   | 10614     | 220.589         | 14581                | 10423     | 206.630         |
| 510 | 18126                              | 13885     | 235.700         | 14898                    | 10658     | 213.310         | 17181                          | 12940     | 207.112         | 15082                   | 10842     | 221.206         | 14876                | 10635     | 207.216         |

(segue)

Tavella T.11 Proprietà di alcuni gas considerati come gas idiali (continua)

| $T$ | Anidride carbonica CO <sub>2</sub> |           |                 | Monossido di carbonio CO |           |                 | Vapore acqueo H <sub>2</sub> O |           |                 | Ossigeno O <sub>2</sub> |           |                 | Azoto N <sub>2</sub> |           |                 |
|-----|------------------------------------|-----------|-----------------|--------------------------|-----------|-----------------|--------------------------------|-----------|-----------------|-------------------------|-----------|-----------------|----------------------|-----------|-----------------|
|     | $\bar{h}$                          | $\bar{u}$ | $\bar{s}^\circ$ | $\bar{h}$                | $\bar{u}$ | $\bar{s}^\circ$ | $\bar{h}$                      | $\bar{u}$ | $\bar{s}^\circ$ | $\bar{h}$               | $\bar{u}$ | $\bar{s}^\circ$ | $\bar{h}$            | $\bar{u}$ | $\bar{s}^\circ$ |
| 520 | 18.576                             | 14.253    | 236.575         | 15.197                   | 10.874    | 213.890         | 17.534                         | 13.211    | 207.799         | 15.395                  | 11.071    | 221.812         | 15.172               | 10.848    | 207.792         |
| 530 | 19.029                             | 14.622    | 237.439         | 15.497                   | 11.090    | 214.460         | 17.889                         | 13.482    | 208.475         | 15.708                  | 11.301    | 222.409         | 15.469               | 11.062    | 208.358         |
| 540 | 19.485                             | 14.996    | 238.292         | 15.797                   | 11.307    | 215.020         | 18.245                         | 13.735    | 209.139         | 16.022                  | 11.533    | 222.997         | 15.766               | 11.277    | 208.914         |
| 550 | 19.945                             | 15.372    | 239.135         | 16.097                   | 11.524    | 215.572         | 18.601                         | 14.028    | 209.795         | 16.338                  | 11.765    | 223.576         | 16.064               | 11.492    | 209.461         |
| 560 | 20.407                             | 15.751    | 239.962         | 16.399                   | 11.743    | 216.115         | 18.959                         | 14.303    | 210.440         | 16.654                  | 11.998    | 224.146         | 16.363               | 11.707    | 209.999         |
| 570 | 20.870                             | 16.131    | 240.789         | 16.701                   | 11.961    | 216.649         | 19.318                         | 14.579    | 211.075         | 16.971                  | 12.232    | 224.708         | 16.662               | 11.923    | 210.528         |
| 580 | 21.337                             | 16.515    | 241.602         | 17.003                   | 12.181    | 217.175         | 19.678                         | 14.856    | 211.702         | 17.290                  | 12.467    | 225.262         | 16.962               | 12.139    | 211.049         |
| 590 | 21.807                             | 16.902    | 242.405         | 17.307                   | 12.401    | 217.693         | 20.039                         | 15.134    | 212.320         | 17.609                  | 12.703    | 225.808         | 17.262               | 12.356    | 211.562         |
| 600 | 22.280                             | 17.291    | 243.199         | 17.611                   | 12.622    | 218.204         | 20.402                         | 15.413    | 212.920         | 17.929                  | 12.940    | 226.346         | 17.563               | 12.574    | 212.066         |
| 610 | 22.754                             | 17.683    | 243.983         | 17.915                   | 12.843    | 218.708         | 20.765                         | 15.693    | 213.529         | 18.250                  | 13.178    | 226.877         | 17.864               | 12.792    | 212.564         |
| 620 | 23.231                             | 18.076    | 244.758         | 18.221                   | 13.066    | 219.205         | 21.130                         | 15.975    | 214.122         | 18.572                  | 13.417    | 227.400         | 18.166               | 13.011    | 213.055         |
| 630 | 23.709                             | 18.471    | 245.524         | 18.527                   | 13.289    | 219.695         | 21.495                         | 16.257    | 214.707         | 18.895                  | 13.657    | 227.918         | 18.468               | 13.230    | 213.541         |
| 640 | 24.190                             | 18.869    | 246.282         | 18.833                   | 13.512    | 220.179         | 21.862                         | 16.541    | 215.285         | 19.219                  | 13.898    | 228.429         | 18.772               | 13.450    | 214.018         |
| 650 | 24.674                             | 19.270    | 247.032         | 19.141                   | 13.736    | 220.656         | 22.230                         | 16.826    | 215.856         | 19.544                  | 14.140    | 228.932         | 19.075               | 13.671    | 214.489         |
| 660 | 25.160                             | 19.672    | 247.773         | 19.449                   | 13.962    | 221.127         | 22.600                         | 17.112    | 216.419         | 19.870                  | 14.383    | 229.430         | 19.380               | 13.892    | 214.954         |
| 670 | 25.648                             | 20.078    | 248.507         | 19.758                   | 14.187    | 221.592         | 22.970                         | 17.399    | 216.976         | 20.197                  | 14.626    | 229.920         | 19.685               | 14.114    | 215.413         |
| 680 | 26.138                             | 20.484    | 249.233         | 20.068                   | 14.414    | 222.052         | 23.342                         | 17.688    | 217.527         | 20.524                  | 14.871    | 230.405         | 19.991               | 14.337    | 215.866         |
| 690 | 26.631                             | 20.894    | 249.952         | 20.378                   | 14.641    | 222.505         | 23.714                         | 17.978    | 218.071         | 20.854                  | 15.116    | 230.885         | 20.297               | 14.560    | 216.314         |
| 700 | 27.125                             | 21.305    | 250.663         | 20.690                   | 14.870    | 222.953         | 24.088                         | 18.268    | 218.610         | 21.184                  | 15.364    | 231.358         | 20.604               | 14.784    | 216.756         |
| 710 | 27.622                             | 21.719    | 251.368         | 21.002                   | 15.099    | 223.396         | 24.464                         | 18.561    | 219.142         | 21.514                  | 15.611    | 231.827         | 20.912               | 15.008    | 217.192         |
| 720 | 28.121                             | 22.134    | 252.065         | 21.315                   | 15.328    | 223.833         | 24.840                         | 18.854    | 219.668         | 21.845                  | 15.859    | 232.291         | 21.220               | 15.234    | 217.624         |
| 730 | 28.622                             | 22.552    | 252.755         | 21.628                   | 15.558    | 224.265         | 25.218                         | 19.148    | 220.189         | 22.177                  | 16.107    | 232.748         | 21.529               | 15.460    | 218.059         |
| 740 | 29.124                             | 22.972    | 253.439         | 21.943                   | 15.789    | 224.692         | 25.597                         | 19.444    | 220.707         | 22.510                  | 16.357    | 233.201         | 21.839               | 15.686    | 218.472         |
| 750 | 29.629                             | 23.393    | 254.117         | 22.258                   | 16.022    | 225.115         | 25.977                         | 19.741    | 221.215         | 22.844                  | 16.607    | 233.649         | 22.149               | 15.913    | 218.889         |
| 760 | 30.135                             | 23.817    | 254.787         | 22.573                   | 16.255    | 225.533         | 26.358                         | 20.039    | 221.720         | 23.178                  | 16.859    | 234.091         | 22.460               | 16.141    | 219.301         |
| 770 | 30.644                             | 24.242    | 255.452         | 22.890                   | 16.488    | 225.947         | 26.741                         | 20.339    | 222.221         | 23.513                  | 17.111    | 234.528         | 22.772               | 16.370    | 219.709         |
| 780 | 31.154                             | 24.669    | 256.110         | 23.208                   | 16.723    | 226.357         | 27.125                         | 20.639    | 222.717         | 23.850                  | 17.364    | 234.960         | 23.085               | 16.599    | 220.113         |
| 790 | 31.665                             | 25.097    | 256.762         | 23.526                   | 16.957    | 226.762         | 27.510                         | 20.941    | 223.207         | 24.186                  | 17.618    | 235.387         | 23.398               | 16.830    | 220.512         |
| 800 | 32.179                             | 25.527    | 257.408         | 23.844                   | 17.193    | 227.162         | 27.896                         | 21.245    | 223.693         | 24.523                  | 17.872    | 235.810         | 23.714               | 17.061    | 220.907         |
| 810 | 32.694                             | 25.959    | 258.048         | 24.164                   | 17.429    | 227.559         | 28.284                         | 21.549    | 224.174         | 24.861                  | 18.126    | 236.230         | 24.027               | 17.292    | 221.298         |

(s/m<sup>3</sup>)

Tabella T-11 Proprietà di alcuni gas considerati come gas ideali (continua)

| T    | Anidride carbonica CO <sub>2</sub> |           |                 | Monossido di carbonio CO |           |                 | Vapore acqueo H <sub>2</sub> O |           |                 | Ossigeno O <sub>2</sub> |           |                 | Azoto N <sub>2</sub> |           |                 |
|------|------------------------------------|-----------|-----------------|--------------------------|-----------|-----------------|--------------------------------|-----------|-----------------|-------------------------|-----------|-----------------|----------------------|-----------|-----------------|
|      | $\bar{h}$                          | $\bar{u}$ | $\bar{s}^\circ$ | $\bar{h}$                | $\bar{u}$ | $\bar{s}^\circ$ | $\bar{h}$                      | $\bar{u}$ | $\bar{s}^\circ$ | $\bar{h}$               | $\bar{u}$ | $\bar{s}^\circ$ | $\bar{h}$            | $\bar{u}$ | $\bar{s}^\circ$ |
| 820  | 33212                              | 26394     | 258.682         | 24483                    | 17665     | 227.952         | 28672                          | 21855     | 224.651         | 25199                   | 18382     | 236.644         | 24342                | 17524     | 221.684         |
| 830  | 33730                              | 26829     | 259.311         | 24803                    | 17902     | 228.339         | 29062                          | 22162     | 225.123         | 25537                   | 18637     | 237.055         | 24658                | 17757     | 222.067         |
| 840  | 34251                              | 27267     | 259.934         | 25124                    | 18140     | 228.724         | 29454                          | 22470     | 225.592         | 25877                   | 18893     | 237.462         | 24974                | 17990     | 222.447         |
| 850  | 34773                              | 27706     | 260.551         | 25446                    | 18379     | 229.106         | 29846                          | 22779     | 226.057         | 26218                   | 19150     | 237.864         | 25292                | 18224     | 222.822         |
| 860  | 35296                              | 28125     | 261.164         | 25768                    | 18617     | 229.482         | 30240                          | 23090     | 226.517         | 26559                   | 19408     | 238.264         | 25610                | 18459     | 223.194         |
| 870  | 35821                              | 28588     | 261.770         | 26091                    | 18858     | 229.856         | 30635                          | 23402     | 226.973         | 26899                   | 19666     | 238.660         | 25928                | 18695     | 223.562         |
| 880  | 36347                              | 29031     | 262.371         | 26415                    | 19099     | 230.227         | 31032                          | 23715     | 227.426         | 27242                   | 19925     | 239.051         | 26248                | 18931     | 223.927         |
| 890  | 36876                              | 29476     | 262.968         | 26740                    | 19341     | 230.593         | 31429                          | 24029     | 227.875         | 27584                   | 20185     | 239.439         | 26568                | 19168     | 224.288         |
| 900  | 37405                              | 29922     | 263.559         | 27066                    | 19583     | 230.957         | 31828                          | 24345     | 228.321         | 27928                   | 20445     | 239.823         | 26890                | 19407     | 224.647         |
| 910  | 37935                              | 30369     | 264.146         | 27392                    | 19826     | 231.317         | 32228                          | 24662     | 228.763         | 28272                   | 20706     | 240.203         | 27210                | 19644     | 225.002         |
| 920  | 38467                              | 30818     | 264.728         | 27719                    | 20070     | 231.674         | 32629                          | 24980     | 229.202         | 28616                   | 20967     | 240.580         | 27532                | 19883     | 225.353         |
| 930  | 39000                              | 31268     | 265.304         | 28046                    | 20314     | 232.028         | 33032                          | 25300     | 229.637         | 28960                   | 21228     | 240.953         | 27854                | 20122     | 225.701         |
| 940  | 39535                              | 31719     | 265.877         | 28375                    | 20559     | 232.379         | 33436                          | 25621     | 230.070         | 29306                   | 21491     | 241.323         | 28178                | 20362     | 226.047         |
| 950  | 40070                              | 32171     | 266.444         | 28703                    | 20805     | 232.727         | 33841                          | 25943     | 230.499         | 29652                   | 21754     | 241.689         | 28501                | 20603     | 226.389         |
| 960  | 40607                              | 32625     | 267.007         | 29033                    | 21051     | 233.072         | 34247                          | 26265     | 230.924         | 29999                   | 22017     | 242.052         | 28826                | 20844     | 226.728         |
| 970  | 41145                              | 33081     | 267.566         | 29362                    | 21298     | 233.413         | 34653                          | 26588     | 231.347         | 30345                   | 22280     | 242.411         | 29151                | 21086     | 227.064         |
| 980  | 41685                              | 33537     | 268.119         | 29693                    | 21545     | 233.752         | 35061                          | 26913     | 231.767         | 30692                   | 22544     | 242.768         | 29476                | 21328     | 227.398         |
| 990  | 42226                              | 33995     | 268.670         | 30024                    | 21793     | 234.088         | 35472                          | 27240     | 232.184         | 31041                   | 22809     | 243.120         | 29803                | 21571     | 227.728         |
| 1000 | 42769                              | 34455     | 269.215         | 30355                    | 22041     | 234.421         | 35882                          | 27568     | 232.597         | 31389                   | 23075     | 243.471         | 30129                | 21815     | 228.057         |

Fonte: La Tabella T-11 è basata su JANAF Thermochemical Tables, NSRDS-NBS-37, 1971.

# Indice analitico

## A

- aletta, 511
  - efficienza di un', 519
  - infinita, 515
  - prestazioni di un', 519
  - rendimento di un', 519
  - resistenza di un', 519

altezza

- cinetica, 375
- geodetica, 375
- piezometrica, 345, 375

ambiente, 15

analisi

- dimensionale, 407

aria

- condizionamento dell', 320
- umida, 311

attrito

- coefficiente di, 455
- fattore di, 435

## B

barometro, 348

bilancio

- energetico, 60
- portata massica, 117

bilancio energetico

- per i cicli, 60

Biot

- numero di, 525

Blasius

- formula di, 436

Buckingham

- Teorema pi greco di, 411

## C

calore, 46

- equazione del, 490
- scambiatori di, 606
  - – tipologie degli, 607

calori

- specifici, 90

carico alare, 459

cavità isoterma, 641

cicli

- bilancio energetico per, 60
- frigoriferi, 60, 61
- motore, 60
- pompe di calore, 61
- ciclo
  - a vapore, 253
  - Brayton, 290
  - di Carnot, 168
  - Diesel, 285
  - Otto, 280
  - Rankine, 235
  - – ideale, 237
  - – risurriscaldamento, 247
  - – surriscaldamento, 247
  - termodinamico, 18
- ciclo a vapore
  - con rigenerazione, 253

ciclo Brayton

- ad aria standard, 290

ciclo di Carnot, 168

- – inverso, 260

ciclo Diesel

- ad aria standard, 285

ciclo Otto

- ad aria standard, 280

coefficiente

- di assorbimento, 650

- – solare, 650

- di dilatazione cubica, 598

- di riflessione, 651

- di trasmissione, 651

coefficiente convettivo, 561

- locale, 561

- medio, 562

coefficiente di scambio termico

- per convezione, 468

- per irraggiamento, 470

coefficienti di prestazione, 62

Colebrook

- formula di, 435

compressori, 132

- conduttività  
– termica, 466
- conduzione, 465  
– con generazione di energia, 504  
– in regime variabile, 522
- contorno, 15
- contropressione, 387
- convezione  
– forzata, 566
- corollari  
– per cicli frigoriferi e a pompa di calore, 162  
– di Carnot, 159
- corpo  
– grigio, 470  
– nero, 640
- corpo nero, 640  
– distribuzione spettrale, 641
- costante universale dei gas, 93
- D**
- densità, 24
- deumidificazione, 325
- diagramma  
– delle fasi, 71  
– di Mollier, 180  
– di Moody, 435  
– entalpia-entropia, 180  
– p-v, 72  
– psicrometrico, 319  
– T-v, 72  
– temperatura-entropia, 179
- diametro idraulico, 591
- diffusività termica, 490
- diffusore, 127
- distribuzione  
– diffusa, 637  
– direzionale, 637  
– spettrale, 637
- disuguaglianza di Clausius, 173
- E**
- emissività, 647
- energia, 35  
– cinetica, 35  
– interna, 46  
– meccanica, 377  
– potenziale, 36
- energia meccanica  
– equazione della, 377
- entalpia, 82
- entropia, 173, 176
- equazione  
– del calore, 490  
– dell'energia meccanica, 377
- della quantità di moto, 365  
– di Bernoulli, 372  
– di Darcy-Weisbach, 435
- equazioni  
– TdS, 180
- F**
- fase, 19
- fattore  
– di comprimibilità, 93  
– di vista, 658
- fluidi  
– newtoniani, 363
- fluido, 361
- flussi  
– comprimibili, 382
- flusso  
– completamente sviluppato, 429  
– di calore, 466  
– – specifico, 466  
– esterno, 566  
– incomprimibile, 364  
– interno, 578  
– stazionario, 364
- formula  
– di Blasius, 436  
– di Colebrook, 435
- forze  
– di superficie, 361  
– di volume, 361
- Fourier  
– legge di, 487  
– numero di, 526
- freon, 272
- G**
- gas ideale  
– trasformazioni politropiche, 109
- gas ideali  
– ugelli e diffusori, 391
- gas perfetti  
– equazione di stato dei, 97
- Grashof  
– numero di, 565
- H**
- Hagen-Poiseuille  
– regime di, 433
- I**
- Impianti di potenza  
– a vapore, 233
- irradiazione, 637  
– spettrale, 638  
– totale, 638

irraggiamento  
 – tra corpi neri, 662  
 – tra superfici grigie e diffuse in una cavità, 665

**L**

lavoro, 37  
 – di espansione o compressione, 40  
 – di pulsione, 124  
 legge  
 – dello spostamento di Wien, 642  
 – di Fourier, 487  
 – di Newton per la convezione, 468  
 – di Poiseuille, 430  
 – di Stefan-Boltzmann, 643  
 linea  
 – di Fanno, 390  
 – di Rayleigh, 390  
 linee di flusso, 371  
 liquido, 90  
 – compresso, 73  
 – sottoraffreddato, 73

**M**

macchine frigorifere  
 – a compressione di vapore, 260  
 manometro, 348  
 – a U, 349  
 – di Bourdon, 351  
 media logaritmica di temperatura (LMTD), 611  
 miscela  
 – entalpia, 313  
 miscele bifase liquido-vapore, 73  
 – titolo, 73  
 modello, 419  
 motori  
 – a combustione interna, 277  
 – ad accensione comandata (o a scintilla), 277  
 – ad accensione per compressione (o spontanea), 277  
 – pressione media effettiva, 279  
 – rapporto di compressione, 278  
 Newton  
 – legge per la convezione, 468  
 numero  
 – di Biot, 525  
 – di Fourier, 526  
 – di Grashof, 565  
 – di Nusselt, 563  
 – di Prandtl, 564  
 – di Rayleigh, 565  
 – di Reynolds, 564  
 – di Mach, 384

Nusselt  
 – numero di, 563

**O**

organi di laminazione, 141

**P**

perdita di carico, 222, 377, 435  
 – concentrate, 435  
 – distribuite, 435  
 peso specifico, 343  
 piezometro, 348  
 Poiseuille  
 – legge di, 430  
 pompe, 132  
 pompe di calore  
 – a compressione di vapore, 270  
 portanza, 448, 458  
 portata  
 – massica, 117  
 – misura della, 445  
 – misuratore di pressione a diaframma, 445  
 portata massica  
 – bilancio della, 117  
 potenza, 39  
 – elettrica, 40  
 – frigorifera, 263  
 – trasmessa da un albero, 40  
 potere emissivo, 637  
 – spettrale, 637  
 – totale, 637  
 Prandtl  
 – numero di, 564  
 pressione, 25  
 – assoluta, 25, 347  
 – di ristagno, 373  
 – di saturazione, 71  
 – dinamica, 373  
 – idrostatica, 345  
 – relativa, 347  
 – statica, 373  
 – totale, 373, 374  
 prevalenza, 375  
 – della pompa, 378  
 – della turbina, 378  
 primo principio della termodinamica, 48  
 principio  
 – di Archimede, 356  
 – di stato, 69  
 processo, 18  
 – adiabatico, 47  
 – internamente reversibile, 158  
 – irreversibile, 156  
 – quasi-statico (o di quasi-equilibrio), 20

- reversibile, 156
  - proprietà, 17
    - dei liquidi e dei solidi, 90
    - estensiva, 18
    - intensiva, 18, 24
  - psicrometria, 317
  - punto
    - critico, 71
    - di ristagno, 374
    - di rugiada, 315
    - triplo, 71
    - dell'acqua, 27
- Q**
- quantità di moto
  - equazione della, 365
- R**
- radiazione termica, 635
  - radiosità, 638
    - spettrale, 638
    - totale, 638
  - raffreddamento
    - torri di, 337
  - raffrescamento evaporativo, 331
  - Rayleigh
    - numero di, 565
  - regime
    - di Hagen-Poiseuille, 433
    - di transizione, 428
    - laminare, 428
    - turbolento, 428
  - regione
    - bifase, 71
    - delle miscele sature liquido-vapore, 71
    - d'ingresso, 428
  - rendimento, 61
    - di Carnot, 163
    - isoentropico, 209
    - termico, 61
  - resistenza, 448
    - radiativa spaziale, 666
    - radiativa superficiale, 666
    - spaziale alla radiazione, 663
  - resistenza termica
    - di conduzione, 493
    - di contatto, 496
    - in una parete cilindrica, 500
    - in una parete sferica, 502
    - per convezione, 494
    - per irraggiamento, 494
    - totale, 494
  - Reynolds
    - numero di, 564
  - rigeneratori
- a miscela (o aperti), 253
  - a superficie (o chiusi), 258
  - risurriscaldamento, 247
- S**
- saturazione, 71
    - pressione di, 71
    - temperatura di, 71
  - scambiatori di calore, 136
  - schermo radiativo, 667
  - secondo principio della termodinamica, 155
    - corollari di Carnot, 159
    - corollari per cicli frigoriferi e a pompa di calore, 162
    - enunciato di Clausius, 155
    - enunciato di Kelvin-Planck, 155
  - sforzo di taglio alla parete, 432
  - sistema, 15
    - chiuso, 16
    - isolato, 16
  - sistemi
    - semplici comprimibili, 69
  - sistemi chiusi
    - bilancio energetico per, 48
  - sistemi di potenza
    - a vapore – Ciclo Rankine, 235
  - sistemi frigoriferi
    - a compressione di vapore, 262
  - sorgente termica, 155
  - sostanza
    - incomprimibile, 91
    - pura, 19
  - spettro elettromagnetico, 636
  - spinta idrostatica o di galleggiamento, 356
  - stato, 18
    - di equilibrio, 19
    - di riferimento, 83
    - stazionario, 18
  - Stefan-Boltzmann
    - legge di, 643
  - strato limite
    - termico, 560
    - separazione dello, 454
  - superficie
    - grigia, 652
    - reirradiante, 670
  - surriscaldamento, 247
- T**
- temperatura, 26
    - critica, 71
    - di bulbo secco, 317
    - di bulbo umido, 317
    - di mescolamento, 580

- di rugiada, 315
  - di saturazione, 71
  - equilibrio termico, 26
  - media logaritmica di (LMTD), 611
  - scala Celsius, 27
  - scala Fahrenheit, 28
  - scala Kelvin, 27
  - scala Rankine, 28
  - trasformazione isoterma, 26
- temperature
- Scala Termodinamica (scala Kelvin), 162

#### Teorema

- pi greco di Buckingham, 411
- trasformazione, 18
- isoentropica, 185
  - politropica, 43
  - quasi-statica, 42
- trasformazioni
- isoentropiche, 204
- trasmittanza termica, 495
- tubo di Pitot, 374
- turbina, 130
- turbine a gas, 289
- con rigenerazione, 299
  - per propulsione aeronautica, 303

#### U

- ugello, 127
  - strozzato, 388
- umidificazione, 329
- umidità
- assoluta, 313
  - relativa, 313
- unità di misura, 20
- derivate, 20
  - fondamentali, 20, 21
- urto normale, 389

#### V

- vapore, 73
  - satura secco, 73
  - surriscaldato, 74
- velocità del suono, 383
- viscosità, 362, 363
- cinematica, 363
- volume
- di controllo, 16
  - specifico, 24

#### W

- Wien
- legge dello spostamento di, 644

