* EQUAZIONE DI CONSERVAZIONE x SISTEMI APERTI * → POSSIBILE LO SCAMBI DI MASSA

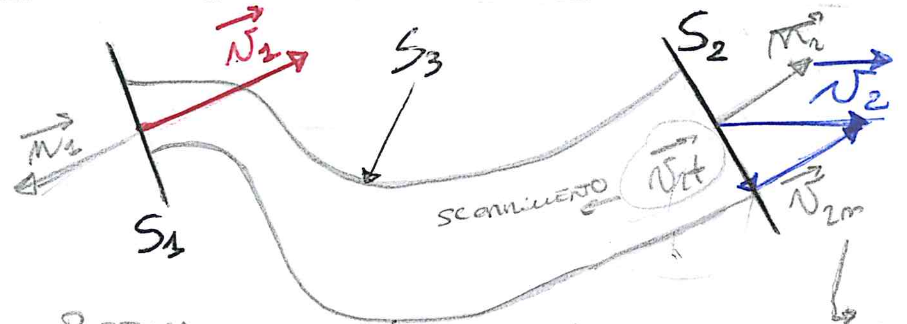
CONSERVAZIONE DELLA MASSA — CONSERVAZIONE QUANTITÀ DI MOTO — CONSERVAZIONE ENERGIA

NEL SEGUITO CONSIDERIAMO IL FLUIDO COME UN CONTINUO (CAMMINO MEDIO DELLE PARTICELLE << DIMENSIONI FENOMENI STUDIATI)

⇓

SISTEMA RIFERIMENTO FISSO ⟹ STUDIAMO IL VALORE DELLA GRANDEZZA IN UN CERTO PUNTO DELLO SPAZIO IN FUNZIONE DEL TEMPO (APPR. EULERI... (NON INSEGUIAMO LA SINGOLA PARTICELLA)

CONDOTTO GENERICO x LA SCRITTURA DELLE EQUAZIONI:



NORMALE POSITIVA USCENTE

→ SUPERFICIE CHE NON PERMETTE LO SCAMBIO DI MASSA (IMPERVIA)

S_1 → SUP. ATTRAVERSO LA QUALE IL FLUIDO ENTRA NEL CONDOTTO

S_2 → SUP. ATTRAVERSO LA QUALE IL FLUIDO ESCE DAL CONDOTTO

S_3 → SUP. LATERALE (NO ATTRAVERSAMENTO MASSA)

$S = S_1 + S_2 + S_3$ (SUPERFICIE CHIUSA CHE DELIMITA V)

V → VOLUME CONTENUTO NEL CONDOTTO (VOLUME DI CONTROLLO)

CONCETTO DI MONODIMENSIONALITÀ: ASCISSA CURVILINEA X → LA SUPERFICIE DI UNA GENERICA SEZIONE LUNGO X = $S(x)$

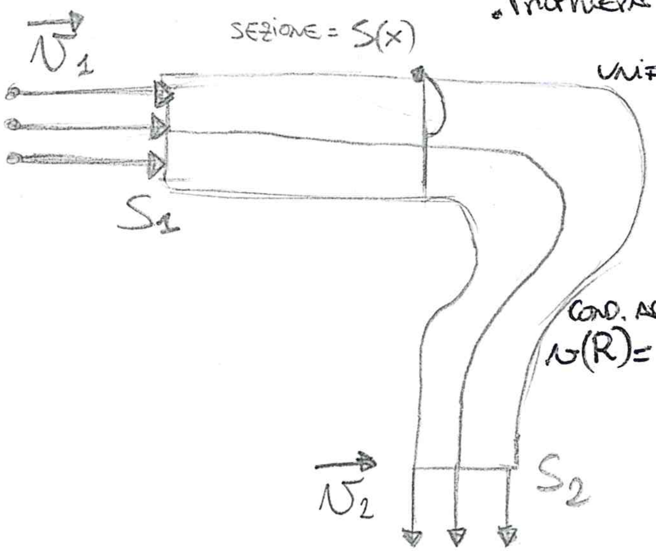
- PROPRIETÀ DEL FLUSSO FUNZIONE SOLO DI X (VELOCITÀ, TEM...

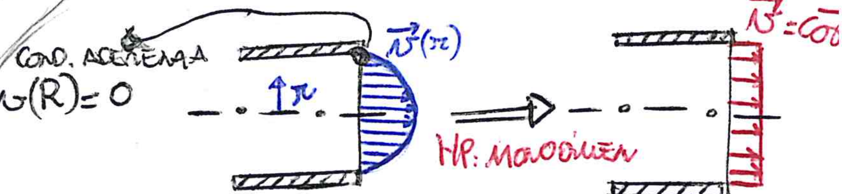
↓

UNIFORMI x OGNI SEZIONE DEL CONDOTTO

↓

NELLA REALTÀ IL PROFILO DI VELOCITÀ NON È UNIFORME (ES. TUBO SEZ. CIRCOLARE)





$$v_M = \frac{\int_S v \cdot dS}{\int_S dS}$$ VELOCITÀ MEDIA

- SE VALIDA HP DI MONODIMENSIONALITÀ

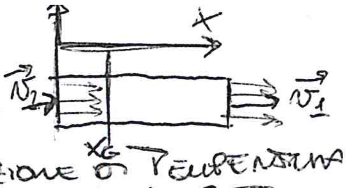
⇓

TUTTI I PUNTI DELLA SEZIONE SONO RAPPRESENTATI DA UN UNICO VALORE DELLE PROPRIETÀ (MEDIO) ⟹ GRANDEZZE ESPRIMIBILI COME FUNZIONE (x, t)

ES. DENSITÀ $\rho(x,t) = \rho$ $[kg/m^3]$

VELOCITÀ → CAMPO DI MOTO $\vec{v} = \vec{v}(x,t)$ [m/s]

ESEMPIO TEMPERATURA DEL FLUIDO $T = T(x, t)$



POSIZIONE NEL CONDOTTO

ISTANTE DI TEMPO

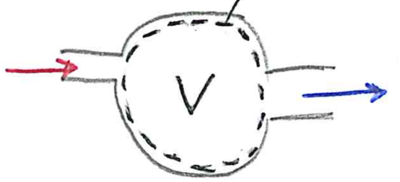
× $t = t_G$ LA FUNZIONE RIPORTA LA VARIAZIONE DI TEMPERATURA LUNGO IL CONDOTTO

× $x = x_G$ VARIAZIONE DI TEMPERATURA NEL TEMPO IN QUEL DETERMINATO PUNTO DELL'ASCISSA CURVILINEA

→ NEL CASO DI MONODIMENSIONALITÀ, LE COORDINATE SPAZIALI $\underline{x}$ POSSONO ESSERE SOSTITUITE CON x ASCISSA CURVILINEA

EQUAZIONE DI CONSERVAZIONE DELLA MASSA *

→ CONTORNO DEL VOLUME DI CONTROLLO (V)



$\boxed{\text{VARIAZIONE DELLA MASSA IN } V \text{ NELL'UNITÀ DI TEMPO} = \text{FLUSSO DI MASSA NETTO ENTRANTE}}$ $\left[\frac{kg}{s}\right]$

CONSIDERANDO IL CONDOTTO GENERICO DI PRIMA → S_3 IMPERVIA ALLA MASSA

⇓

- FLUSSO MASSA NETTO ENTRANTE = FLUSSO DI MASSA ENTRANTE IN S_1 − FLUSSO MASSA USCENTE DA S_2

- TERMINE DI ACCUMULO DELLA MASSA: CONSIDERO VOLUME INFINITESIMO dV

MASSA INFINITESIMA IN $\boxed{dV \rightarrow \rho\, dV}$ $\frac{kg}{m^3} m^3$ → VARIAZIONE NELL'UNITÀ DI TEMPO $\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} dV}$ → × VOLUME DI CONTROLLO INTEGRO $\boxed{\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV}$

- NEL CASO LA VELOCITÀ ABBIA DIREZIONE GENERICA SCOMPONGO → TANGENZIALE $\vec{v}_t$; NORMALE $\vec{v}_n$ (RESPONSABILE ~~[illegible]~~ TRASPORTO DI MASSA)

- CONSIDERO S_2 → VOLUME INFINITESIMO USCENTE DA dS NELL'INTERVALLO DI TEMPO INFINITESIMO dt

⇓

$$v_n\, dS\, dt \left[\frac{m}{s}\, m^2\, s\right] = m^3$$

v_n: COMPONENTE NORMALE ALLA SEZIONE

NELL'UNITÀ DI TEMPO $\frac{v_n\, dS\, dt}{dt} = v_n\, dS \left[\frac{m^3}{s}\right]$

↳ MASSA USCENTE NELL'UNITÀ DI TEMPO $\rho\, v_n\, dS \left[\frac{kg}{s}\right]$

MASSA USCENTE DA S_2 NELL'UNITÀ DI TEMPO $[kg/s]$: $\int_{S_2} \rho v_n dS$ MASSA ENTRANTE IN S_1 : $\int_{S_1} \rho v_n dS$

$\Downarrow$

EQUAZIONE DI CONSERVAZIONE DELLA MASSA (EQ. CONTINUITÀ) $\Rightarrow$

$$\boxed{\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = \int_{S_1} \rho v_n dS - \int_{S_2} \rho v_n dS}$$

IL FLUSSO NETTO ENTRANTE NEL VOLUME V È UGUALE ALLA VELOCITÀ DI ACCUMULO DI MASSA IN V

DEFINIZIONI:

- PORTATA VOLUMETRICA $\int_S v_n dS \left[\frac{m^3}{s}\right]$ $\dot{V}$
- PORTATA MASSICA $\int_S \rho v_n dS \left[\frac{kg}{s}\right]$ $\dot{m}$
- VALORE MEDIO VELOCITÀ NORMALE $v_{n,M} = \frac{\int_S v_n dS}{\int_S dS} = \frac{\dot{V}}{S} \left[\frac{m^3/s}{m^2}\right]$
- VALORE MEDIO DENSITÀ $\rho_M = \frac{\int_S \rho v_n dS}{\int_S v_n dS} = \frac{\dot{m}}{\dot{V}} \left[\frac{kg/s}{m^3/s}\right]$

NEL CASO SIA VALIDA L'IPOTESI DI MONODIMENSIONALITÀ: (VELOCITÀ UGUALE IN TUTTI I PUNTI DELLA SEZIONE S_2, S_1)

$$\int \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = \boxed{\int_{S_1} \rho v_n dS} - \boxed{\int_{S_2} \rho v_n dS}$$

$$\int \frac{\partial \rho}{\partial t} (S \cdot dx) = \rho_1 v_{1n} S_1 - \rho_2 v_{2n} S_2$$

$\rightarrow$ RISOLUBILE SE SONO NOTI $\rho(x,t)$, $\vec{v}_1 = \vec{v}_1(t)$, $\vec{v}_2 = \vec{v}_2(t)$

L $\rightarrow$ MONODIMENSIONALITÀ

ESPRESSO IN FORMA VETTORIALE: $\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = \underbrace{-\rho_1 \vec{v}_1 \cdot \vec{n}_1 S_1 - \rho_2 \vec{v}_2 \cdot \vec{n}_2 S_2}_{\text{POSITIVA LA NORMALE USCENTE}}$

NON DIPENDE DAL SISTEMA DI RIFERIMENTO ADOTTATO

$\underbrace{\vec{v}_1 \cdot \vec{n}_1}_{\text{VERSO OPPOSTO}} = -v_1 \qquad \underbrace{\vec{v}_2 \cdot \vec{n}_2}_{\text{VERSO CONCORDE}} = v_2$

– NEL CASO DI SISTEMA CHIUSO ⇒ FLUSSI DI MASSA NULLI

$$\Downarrow$$

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = 0 \Rightarrow \text{MASSA} = \text{COSTANTE}$$

APPLICANDO IL TEOREMA DELLA DIVERGENZA:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = 0$$

NEL CASO REGIME STAZIONARIO: TUTTE LE GRANDEZZE SONO COSTANTI NEL TEMPO

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = \int_{S_1} \rho v_n dS - \int_{S_2} \rho v_n dS$$

$$\|$$

$$0 = \int_{S_1} \rho v_n dS - \int_{S_2} \rho v_n dS$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\dot m_1 = \dot m_2} = \dot m \text{ COSTANTE}$$

(PORTATA MASSICA COSTANTE IN CASO STAZIONARIO)

$$\Downarrow$$

$$\rho_{1m} v_{1m,m} S_1 - \rho_{2m} v_{2m,m} S_2 = 0$$

$\Downarrow$ MONODIMENSIONALE

$$\rho_1 v_{1m} S_1 - \rho_2 v_{2m} S_2 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\rho_1 \dot V_1 - \rho_2 \dot V_2 = 0$$

$\dot V_2 \rightarrow$ PORTATA VOLUMETRICA $\left[\frac{m^3}{s}\right]$

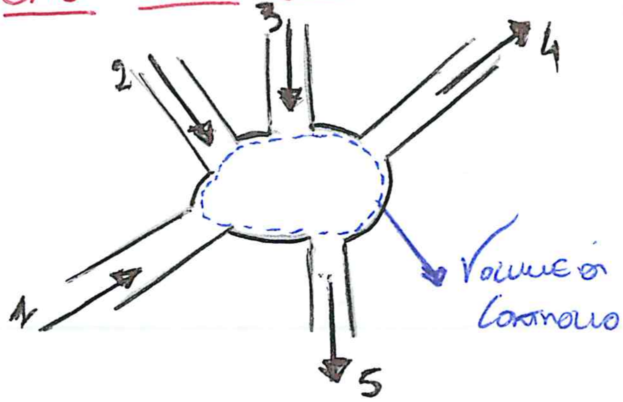
NEL CASO FLUIDO INCOMPRIMIBILE $\rho_1 = \rho_2 = \rho$

$$v_n S = \dot V = cost$$

(SI CONSERVA LA PORTATA VOLUMETRICA)

SOLO X FLUIDO INCOMPRIMIBILE E IN REGIME STAZIONARIO

NEL CASO SIANO PRESENTI N SEZIONI DI INGRESSO E M SEZIONI DI USCITA



$$\boxed{\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = \underbrace{\sum_{i=1}^{N} \dot{m}_i}_{\text{ENTRANTE}} - \underbrace{\sum_{j=1}^{M} \dot{m}_j}_{\text{USCENTE}}}$$

$\Downarrow$

CASO GENERALE

→ FORMA DIFFERENZIALE DELL' EQUAZIONE DI CONTINUITÀ x FLUSSO STAZIONARIO

$$\rho v_m S = \text{cost} = \dot{m} \quad \begin{pmatrix}\text{PORTATA MASSICA} \\ \text{COSTANTE}\end{pmatrix}$$

↓ FACCIO IL LOGARITMO (PROPRIETÀ LOGARITMI $\ln(a \cdot b \cdot c) = \ln a + \ln b + \ln c$)

$$\ln \rho + \ln v_m + \ln S = \ln \dot{m} = \text{cost}$$

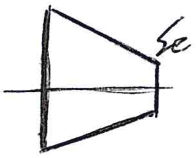
↓ DIFFERENZIO

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dv_m}{v_m} + \frac{dS}{S} = 0$$

— x FLUIDO INCOMPRIMIBILE $\boxed{\frac{d\rho}{\rho} = 0}$ * $\boxed{\frac{dv_m}{v_m} + \frac{dS}{S} = 0}$ *

↓ COSA CI DICE QUESTA RELAZIONE?

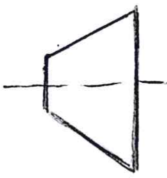
CONDOTTO CONVERGENTE $\frac{dS}{S} < 0$



Se $\frac{dS}{S} < 0 \Rightarrow \frac{dv_m}{v_m} > 0$

AUMENTA LA VELOCITÀ

CONDOTTO DIVERGENTE $\frac{dS}{S} > 0$



Se $\frac{dS}{S} > 0 \Rightarrow \frac{dv_m}{v_m} < 0$

DIMINUISCE LA VELOCITÀ

CONDOTTO SENZA VARIAZIONI

$\frac{dS}{S} = 0 \Rightarrow \frac{dv_m}{v_m} = 0$

VELOCITÀ COSTANTE

* EQUAZIONE DI CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO *

- CONSIDERIAMO UN VOLUME DI CONTROLLO (ES. TRATTO DI CONDOTTO) V DELIMITATO DALLA SUP. S
- LA VARIAZIONE DI QUANTITÀ DI MOTO IN V DIPENDE DA → TRASPORTO DI MASSA IN/OUT
  → RISULTANTE DELLE FORZE AGENTI SUL FLUIDO

VARIAZIONE QUANTITÀ DI MOTO IN V NELL'UNITÀ DI TEMPO = FLUSSO Q. MOTO NETTO ENTRANTE + RISULTANTE FORZE AGENTI SUL FLUIDO

INFINITESIMO $\frac{\partial}{\partial t}(\rho dV)\vec{v}$

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho dV)\vec{v}$$

$$\int_{S_1}(\rho v_n dS)\cdot\vec{v} - \int_{S_2}(\rho v_n dS)\cdot\vec{v}$$

S_1 → SUP. ENTRANTE

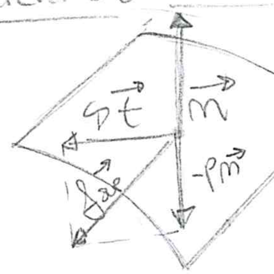
S_2 → SUP. USCENTE

- FORZE A DISTANZA
- FORZE DI SUPERFICIE

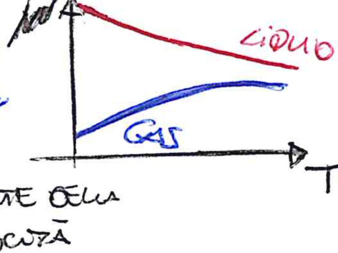
- **FORZE A DISTANZA:** SI ESERCITANO SU TUTTE LE PARTICELLE DEL SISTEMA PROPORZIONALMENTE ALLA LORO MASSA. (FORZE DI MASSA) (ES. FORZA PESO)
  ↳ DEFINITE x UNITÀ DI MASSA $\left[\frac{N}{kg}\right]$ $\vec{f}_{DIST}$

- **FORZE DI SUPERFICIE:** AGISCONO SUL SISTEMA ATTRAVERSO LE SUPERFICI CHE DELIMITANO IL V
  SFORZI
  ↳ DEFINITE x UNITÀ DI SUPERFICIE $\left[\frac{N}{m^2}\right]$ $\vec{f}_{SUP}$

SUPERFICIE INFINITESIMA FLUIDO



- FLUIDO FERMO ⇒ SFORZO SOLO COMPONENTE NORMALE (PRESSIONE)
- FLUIDO MOTO ⇒ PRESENZA DI UNO SFORZO ANCHE CON COMPONENTE TANGENZIALE (// ALLA SUP) (SFORZO VISCOSO)
  ↓
  ATTRITI INTERNI AL FLUIDO



FLUIDO NEWTONIANO ⇐ $\boxed{\tau = \mu \frac{dv}{dy}}$

(es. acqua, aria, gas, olio)

10^{-3} ; 10^{-1} ; $\simeq 2\cdot 10^{-5}$ → A T = 20,2°C

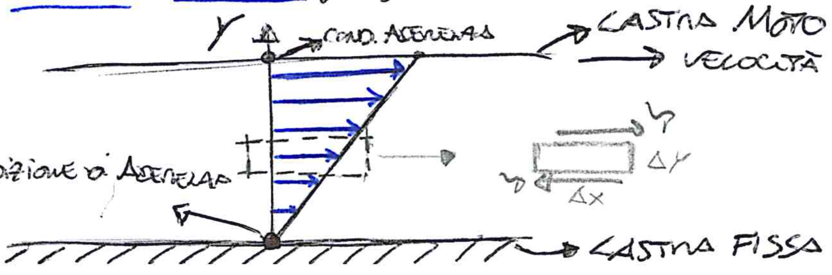
τ → SFORZO TANGENZIALE

$\frac{dv}{dy}$ → GRADIENTE DELLA VELOCITÀ

RESISTENZA DI UN FLUIDO ALLO SCORRIMENTO ← VISCOSITÀ DINAMICA [Pa·s]

VISCOSITÀ CINEMATICA

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}\left[\frac{m^2}{s}\right]$$



$$\vec{f}_{SUP} = \underbrace{-p\vec{m}}_{\text{SFORZO NORMALE}} + \underbrace{\tau\vec{t}}_{\text{SFORZO TANGENZIALE (DI TAGLIO, SFORZO)}}$$

SFORZO NORMALE → PRESSIONE ⊥ ALLA SUP (SEGNO MENO PERCHÉ LA NORMALE È USCENTE)

SFORZO TANGENZIALE (DI TAGLIO, SFORZO)

MASSA [Kg]

$$\underbrace{\text{RISULTANTE FORZE}}_{\text{AGENTI SUL FLUIDO}} = \vec{F}_{DIST} + \vec{F}_{SUP} = \underbrace{\int_V \rho \vec{f}_{DIST}\, dV}_{[N]} + \underbrace{\int_{S_1+S_2+S_3} (-p\vec{m} + \tau\vec{t})\, dS}_{[N]}$$

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} \rho \vec{v}\, dV = \int_V \rho \vec{f}_{DIST}\, dV + \int_{S_1+S_2+S_3} (-p\vec{m} + \tau\vec{t})\, dS + \int_{S_1} (\rho v_N \vec{v}\, dS) - \int_{S_2} (\rho v_N \vec{v}\, dS)$$

$$\Downarrow$$

$$\int_V \rho \vec{f}_{DIST}\, dV + \int_{S_1+S_2+S_3} (-p\vec{m} + \tau\vec{t})\, dS = \underbrace{\int_{S_2} (\rho v_N \vec{v}\, dS) - \int_{S_1} (\rho v_N \vec{v}\, dS)} + \int_V \frac{\partial}{\partial t} \rho \vec{v}\, dV$$

- UNICA FORZA A DISTANZA ⟹ FORZA GRAVITÀ $\vec{f}_{DIST} = \vec{g}$ $[m/s^2]$ (ACCELERAZIONE GRAVITÀ)

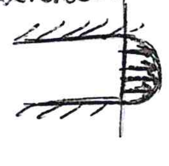
$$\Downarrow$$

$$\int_V \rho \vec{g}\, dV = \vec{g} \int_V \rho\, dV = m\vec{g}$$ PESO DEL FLUIDO CONTENUTO IN V

$\vec{g}$: $[N/Kg]$ $[m/s^2]$

- $$\int_{S_2} \rho v_N \vec{v}\, dS = \dot{m}_2 \vec{v}_{2,m} \qquad \int_{S_1} \rho v_N \vec{v}\, dS = \dot{m}_1 \vec{v}_{1,m}$$

$\Downarrow$ A CAUSA DEL PROFILO DI VELOCITÀ CHE NON È UNIFORME A RIGORE SAREBBE $\int_S \rho v_n \vec{v}\, dS = \beta \dot{m}_2 \vec{v}_{2,m}$



β: NELLA MAGGIOR PARTE DEI CASI DI POCO MAGGIORE DI 1

$$\Downarrow$$

MASSA

$$\boxed{m\vec{g} + \int_{S_1+S_2+S_3} (-p\vec{m} + \tau\vec{t})\, dS = \dot{m}_2 \vec{v}_{2,m} - \dot{m}_1 \vec{v}_{1,m} + \int_V \frac{\partial}{\partial t} \rho \vec{v}\, dV}$$

Regime Stazionario : $\dfrac{\partial}{\partial t} = 0$

- X Equazione di Continuità $\dot{m}_2 = \dot{m}_1 = \dot{m}$ (Portata Massica Costante)

$$m\vec{g} + \int_{S_1+S_2+S_3} \left(-p\vec{n} + \tau\vec{t}\right) dS = \dot{m}\left(\vec{v}_{2,m} - \vec{v}_{1,m}\right)$$

Monodimensionalità : implica sforzo di taglio nullo sulle superfici S_1, S_2 (ingresso, uscita) $\tau \simeq 0 \; (S_1, S_2)$

⇓

L'integrale di superficie viene modificato :

$$\int_{S_1+S_2+S_3} \left(-p\vec{n} + \tau\vec{t}\right) dS = \underbrace{\int_{S_1} -p\vec{n}\, dS}_{\text{ingresso}} + \underbrace{\int_{S_2} -p\vec{n}\, dS}_{\text{uscita}} + \int_{S_3} \left(-p\vec{n} + \tau\vec{t}\right) dS$$

S_3 → sup. laterale condotto

⇓

nel caso S_1 e S_2 siano superfici piane

$$\int_{S_1} -p\vec{n}\, dS = -P_1 S_1 \vec{n}_1 \qquad \int_{S_2} -p\vec{n}\, dS = -P_2 S_2 \vec{n}_2$$

⇓

Massa contenuta nel volume [Kg]

$$\boxed{m\vec{g} - P_1 S_1 \vec{n}_1 - P_2 S_2 \vec{n}_2 + \underbrace{\int_{S_3} \left(-p\vec{n} + \tau\vec{t}\right) dS}_{\vec{R}_3} = \dot{m}\left(\vec{v}_2 - \vec{v}_1\right)}$$

Eq. conservazione quantità di moto
- HP: monodimensionalità
- HP: regime stazionario
- HP: campo di forze a distanza solo gravitazionale
- HP: sforzi tangenziali trascurabili su S_1 e S_2
- S_1 e S_2 superfici piane

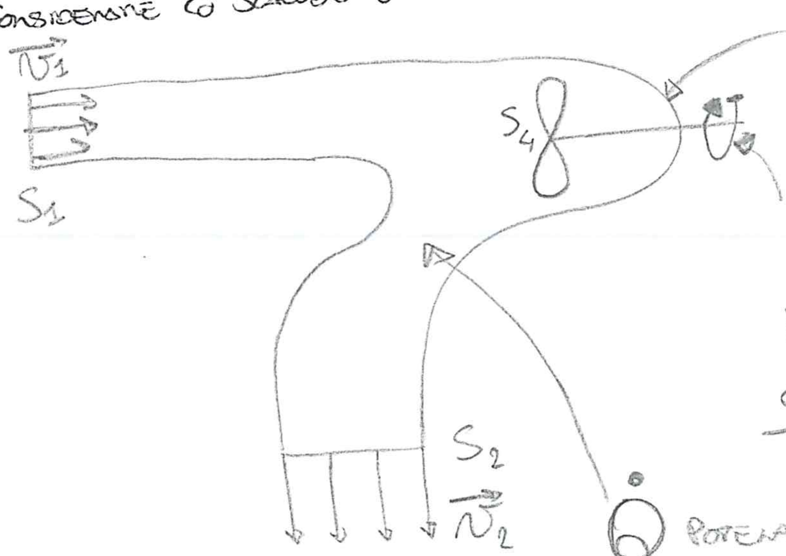
$$\int_{S_3} \left(-p\vec{n} + \tau\vec{t}\right) dS = \vec{R}_3 \quad \text{forza parete su fluido}$$

$-\vec{R}_3$ forza fluido su parete

$$\boxed{m\vec{g} - P_1 S_1 \vec{n}_1 - P_2 S_2 \vec{n}_2 + \vec{R}_3 = \dot{m}\left(\vec{v}_2 - \vec{v}_1\right) \quad [N]}$$

EQUAZIONE DI CONSERVAZIONE DELL' ENERGIA

- AL CONDOTTO CONSIDERATO PRIMA, AGGIUNGO UN ORGANO MOBILE (es. elica) IN MODO DA POTER CONSIDERARE LO SCAMBIO DI LAVORO CON L'ESTERNO.



$\dot{L}$ POTENZA ENTRANTE ORGANI MECCANICI MOBILI [W]

V = VOLUME RACCHIUSO DA

$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$

$\dot{Q}$ POTENZA ENTRANTE ATTRAVERSO LO SCAMBIO DI CALORE [W]

- CONVENZIONE DI SEGNO $\xrightarrow{\dot{L}} \boxed{+} \xleftarrow{\dot{Q}}$ (POTENZA MECCANICA E POTENZA TERMICA POSITIVA SE ENTRANTE)

- CONSERVAZIONE ENERGIA ALL' ISTANTE t

[VARIAZIONE ENERGIA NEL VOLUME V NELL'UNITÀ DI TEMPO] = $\dot{Q}$ + [POTENZA FORZE AGENTI SUL FLUIDO] + [FLUSSO NETTO DI ENERGIA ENTRANTE IN V (SUP. S_1, S_2)]

1 — 2 — 3 — 4

1 • ENERGIA NEL VOLUME V [J/kg]
- ENERGIA INTERNA U (MOTO "DISORDINATO" DELLE MOLECOLE)
- ENERGIA CINETICA $\frac{v^2}{2}$ (MOTO "ORDINATO" DELLE MOLECOLE)
- ~~[illegible]~~ POTENZIALE DOVUTE AI CAMPI DI FORZE ~~[illegible]~~ CONSERVATIVE $\sum \phi_i$

• VARIAZIONE ENERGIA IN V NELL'UNITÀ DI TEMPO $= \int_V \frac{\partial \rho \left(u + \frac{v^2}{2} + \sum \phi_i\right)}{\partial t} dV$ [W]

2 • POTENZA ATTRAVERSO LO SCAMBIO DI CALORE (es. fiamma, riscaldatore elettrico, scambio termico con sorgente + caldo + fredd)

3 • FORZE A DISTANZA
- NON CONSERVATIVA $\vec{f}'_{DIST}$
- CONSERVATIVA CHE AMMETTE POTENZIALE $\vec{f}''_{DIST}$

$\vec{f}_{DIST} = \vec{f}'_{DIST} + \vec{f}''_{DIST}$

- IL LAVORO COMPIUTO DA $\vec{f}''_{DIST}$ PUÒ ESSERE ESPRESSO COME VARIAZIONE DI UN POTENZIALE

$\Downarrow$

INCLUDIAMO QUESTO CONTRIBUTO NELL'ENERGIA CONTENUTA DAL FLUIDO

– RIMANE IL CONTRIBUTO DELLE FORZE NON CONSERVATIVE A DISTANZA

$$\vec{f}'_{DIST} (\rho \cdot dV) \cdot \vec{v} \Longrightarrow \int_V \vec{f}'_{DIST} \rho \vec{v} \, dV$$

- **FORZE DI SUPERFICIE**

$$(-p\vec{m} + \vec{\tau}\vec{t}) \, dS \, \vec{v}$$ → POTENZA DELLE FORZE DI SUPERFICIE AGENTI SU dS

$$\int_{S_1+S_2+S_3+S_4} (-p\vec{m} + \vec{\tau}\vec{t}) \, \vec{v} \, dS$$ → " " $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$

4) **FLUSSO NETTO DI ENERGIA**

$$\left(U + \frac{v^2}{2} + \sum \phi_i\right) \rho \, \vec{v} \, \vec{m} \, dS \Longrightarrow \int_{S_1} \left(U + \frac{v^2}{2} + \sum \phi_i\right) \rho \, v_m \, dS$$

S_1 (SUP. INGRESSO) (ENERGIA CHE ENTRA NELL'UNITÀ DI TEMPO ATTRAVERSO S)

$$\Downarrow \quad \int_{S_2} \left(U + \frac{v^2}{2} + \sum \phi_i\right) \rho \, v_m \, dS$$

S_2 (SUP. USCITA)

$$\Downarrow$$

EQ. CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

$$\int_V \frac{\partial \rho \left(U + \frac{v^2}{2} + \sum \phi_i\right)}{\partial t} dV = \dot{Q} + \int_V \vec{f}'_{DIST} \, \vec{v} \, \rho \, dV + \int_{S_1+S_2+S_3+S_4} (-p\vec{m} + \vec{\tau}\vec{t}) \, \vec{v} \, dS \, +$$

$$+ \int_{S_1} \left(U + \frac{v^2}{2} + \sum \phi_i\right) \rho \, v_m \, dS - \int_{S_2} \left(U + \frac{v^2}{2} + \sum \phi_i\right) \rho \, v_m \, dS$$

- "CONDIZIONE DI ADERENZA" DEL FLUIDO ($v = 0$) SU S_3 (PARETE CONDOTTO)

$$\int_{S_3} (-p\vec{m} + \vec{\tau}\vec{t}) \, \vec{v} \, dS = 0$$

- INTEGRALE DELLE FORZE DI SUPERFICIE SU S_4 = POTENZA SCAMBIATA CON L'ESTERNO DAGLI ORGANI MECCANICI (es. PALE ELICA)

$$\int_{S_4} (-p\vec{m} + \vec{\tau}\vec{t}) \, \vec{v} \, dS = \dot{L}$$

[W]

- X LE SUPERFICI S_1, S_2 (INGRESSO, USCITA), RICORDIAMO CHE:

$$-\vec{n}\cdot\vec{v} = v_n \quad (\text{su } S_1)$$
$$-\vec{n}\cdot\vec{v} = -v_n \quad (\text{su } S_2)$$

{ NORMALE POSITIVA USCENTE }

$\Downarrow$ MOLTIPLICO E DIVIDO PER ρ SOLO IL TERMINE DELLA POTENZA DEGLI SFORZI DOVUTI ALLA PRESSIONE

$$\int_{S_1+S_2} -p\vec{n}\,\vec{v}\,dS = \int_{S_1} \frac{p}{\rho}\rho v_n\,dS - \int_{S_2} \frac{p}{\rho}\rho v_n\,dS$$

$\Downarrow$ POSSO INGLOBARE QUESTO TERMINE NEL FLUSSO NETTO DI ENERGIA

$$\int_V \frac{\partial \rho\left(u+\frac{v^2}{2}+\sum\phi_i\right)}{\partial t}dV = \dot{L} + \dot{\varphi} + \int_V \vec{f}^{\,i}_{DIST}\,\rho\vec{v}\,dV + \int_{S_1+S_2} \varphi\vec{t}\,\vec{v}\,dS +$$
$$+ \int_{S_1}\left(u+\frac{p}{\rho}+\frac{v^2}{2}+\sum\phi_i\right)\rho v_n\,dS - \int_{S_2}\left(u+\frac{p}{\rho}+\frac{v^2}{2}+\sum\phi_i\right)\rho v_n\,dS$$

DEFINIZIONE DI ENTALPIA

~~ENTALPIA~~ $h = u + pv = u + \frac{p}{\rho}$ $\Rightarrow$ FUNZIONE DI STATO

LAVORO DI PULSIONE

$\Downarrow$

$$\boxed{\begin{aligned}\int_V \frac{\partial \rho\left(u+\frac{v^2}{2}+\sum\phi_i\right)}{\partial t}dV &= \dot{L} + \dot{\varphi} + \int_V \vec{f}^{\,i}_{DIST}\,\rho\vec{v}\,dV + \int_{S_1+S_2} \varphi\vec{t}\,\vec{v}\,dS + \\ &+ \int_{S_1}\left(h+\frac{v^2}{2}+\sum\phi_i\right)\rho v_n\,dS - \int_{S_2}\left(h+\frac{v^2}{2}+\sum\phi_i\right)\rho v_n\,dS \quad [W]\end{aligned}}$$

POTENZE ESPRESSE IN WATT

- $\varphi \simeq 0$ SU S_1 E S_2 (NO SFORZI TANGENZIALI) $\Rightarrow \int_{S_1+S_2}\varphi\vec{t}\,\vec{v}\,dS = 0$

- SUPPONIAMO ASSENTI CAMPI DI FORZA NON CONSERVATIVI $\Rightarrow \int_V \vec{f}^{\,i}_{DIST}\,\rho\vec{v}\,dV = 0$

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t}\rho\left(u+\frac{v^2}{2}+\sum\phi_i\right)dV = \mathring{L}+\dot{\Phi}+\int_{S_1}\left(h+\frac{v^2}{2}+\sum\phi_i\right)\rho v_n dS-\int_{S_2}\left(h+\frac{v^2}{2}+\sum\phi_i\right)\rho v_n dS$$

MONODIMENSIONALITÀ:

$$\int_L \frac{\partial}{\partial t}\rho\left(u+\frac{v^2}{2}+\sum\phi_i\right)S\,dx = \mathring{L}+\dot{\Phi}+\left(h_1+\frac{v_1^2}{2}+\sum\phi_{i,1}\right)\rho_1 v_{n1} S_1-\left(h_2+\frac{v_2^2}{2}+\sum\phi_{i,2}\right)\rho_2 v_{n2} S_2$$

COORDINATA CURVILINEA x

STAZIONARIO: $\frac{\partial}{\partial t}=0$ (GRANDEZZE COSTANTI NEL TEMPO)

$$\mathring{L}+\dot{\Phi}=\left(h_2+\frac{v_2^2}{2}+\sum\phi_{i,2}\right)\dot{m}_2-\left(h_1+\frac{v_1^2}{2}+\sum\phi_{i,1}\right)\dot{m}_1$$

$\Downarrow$ $\dot{m}_2=\dot{m}_1=\dot{m}$ (STAZIONARIETÀ)

$$\mathring{L}+\dot{\Phi}=\dot{m}\left[\left(h+\frac{v^2}{2}+\sum\phi_i\right)_2-\left(h+\frac{v^2}{2}+\sum\phi_i\right)_1\right]$$

$\Downarrow$ GENERALE x N INGRESSI E M USCITE

$$\mathring{L}+\dot{\Phi}=\sum_{k=1}^{M}\left(h_k+\frac{v_k^2}{2}+\sum\phi_{i,k}\right)\dot{m}_k-\sum_{j=1}^{N}\left(h_j+\frac{v_j^2}{2}+\sum\phi_{j,N}\right)\dot{m}_j$$

$\Downarrow$ HP: UNICO CAMPO DI FORZE CONSERVATIVE È QUELLO GRAVITAZIONALE

$$\sum\phi_i=\phi_{GRAV}=gz$$

DIVIDENDO PER $\dot{m}$

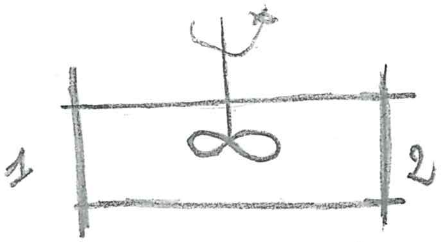
$$*\left[\mathring{L}^{m}+\dot{\Phi}^{m}+h_1+\frac{v_1^2}{2}+gz_1=h_2+\frac{v_2^2}{2}+gz_2\right]*\ [J/kg]$$

VALE x TUTTI i FLUIDI COMPRIMIBILI O INCOMPRIMIBILI

CONDOTTO CON 1 INGRESSO E UN'USCITA IN CONDIZIONI STAZIONARIE

C1

— APPLICAZIONE PER UNA MACCHINA [illegible]



$$L = (h_2 - h_1) + \left(\frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2}\right) + (g z_2 - g z_1) - Q \quad [J/kg]$$

- RICORDANDO LA DEFINIZIONE DI ENTALPIA $h = U + PV = U + \frac{P}{\rho}$ E LE RELAZIONI Tds

$$Tds = dh - v\,dP = dh - \frac{dP}{\rho} \quad \text{E SOSTITUENDO}$$

$$L = \int_1^2 T\,ds + \int_1^2 \frac{dP}{\rho} + \left(\frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2}\right) + g(z_2 - z_1) - Q$$

$$\downarrow$$

$$ds = \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{INT,REV} = \underbrace{\left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{1\to 2}}_{\text{VARIAZIONE DI ENTROPIA CONNESSA CON IL CALORE SCAMBIATO CON L'ESTERNO}} + \sigma$$

σ → > 0 SE PROCESSO IRREVERSIBILE

→ GENERAZIONE INTERNA DI ENTROPIA A CAUSA DELLE IRREVERSIBILITÀ

NEL CASO IN ESAME LE IRREVERSIBILITÀ SONO ORIGINATE DAGLI ATTRITI INTERNI AL FLUIDO

$$ds = \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{1\to 2} + \left(\frac{\delta L_w}{T}\right)$$

L_w → LAVORO DELLE FORZE DI ATTRITO ALL'INTERNO DEL FLUIDO (SULLE SUPERFICI DEL CONDOTTO L'ATTRITO NON COMPIE LAVORO)

CALORE INTRODOTTO DALL'INTERNO

$$\int_S \tau \cdot \vec{t} \cdot \vec{v}\, dS = 0 \qquad \vec{v} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$L = \int_1^2 \cancel{T}\left(\frac{\cancel{\delta Q}}{\cancel{T}} + \frac{\delta L_w}{\cancel{T}}\right) + \int_1^2 \frac{dP}{\rho} + \left(\frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2}\right) + g(z_2 - z_1) - \cancel{Q}$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{L = L_w + \int_1^2 v\,dP + \left(\frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2}\right) + g(z_2 - z_1)}$$

CONFRONTANDO CON LA RELAZIONE PRECEDENTE SI RICAVA L_w x FLUIDI INCOMPRIMIBILI $\rho = cost$ * A PAG. 14

$$\boxed{L_w = U_2 - U_1 - Q} = Y$$

↳ x FLUIDI INCOMPRIMIBILI

- Il lavoro dissipato è la differenza tra il lavoro interno ... e il lavoro scambiato con l'esterno

$\Downarrow$

la differenza si trasforma in energia cinetica delle particelle

$\Downarrow$

decade in energia interna

— nel caso $\rho = cost$ e $c = cost$ $\Rightarrow \Delta U = c\,\Delta T = \Phi + L_w =$

$$= c\,\Delta T_{\Phi} + c\,\Delta T_{L_w} = c\left(\Delta T_{\Phi} + \Delta T_{L_w}\right)$$

$$\Delta T = \Delta T_{\Phi_E} + \Delta T_{L_w}$$

ΔT_{Φ_E}: incremento di temperatura dovuto all'introduzione di calore

ΔT_{L_w} → incremento di temperatura dovuto alle dissipazioni per attrito

— se flusso adiabatico $\Phi = 0$ $\quad \Delta u = L_w = Y = c\,\Delta T_{L_w} \Rightarrow \Delta T_{L_w} = \dfrac{Y}{c}$

$$\Delta T_{L_w} = \frac{1}{c}\left\{ L - \underbrace{\left[\frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + g\left(z_2 - z_1\right)\right]}_{\text{energia ideale}} \right\}$$

ΔT_{L_w} → misura l'inefficienza della trasformazione

$\Downarrow$

+ è alto maggiori sono state le dissipazioni interne al fluido

L → lavoro reale totale conferito al fluido

---

* $h = u + Pv \rightarrow h_2 - h_1 = u_2 + P_2 v_2 - u_1 - P_1 v_1 = (u_2 - u_1) + v(P_2 - P_1)$

$\Downarrow$ x fluido incomprimibile $v = cost$

$$\underbrace{(h_2 - h_1)} + \cancel{\left(\frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2}\right)} + \cancel{g\left(z_2 - z_1\right)} - \Phi = L_w + \int_1^2 v\,dP + \cancel{\left(\frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2}\right)} + \cancel{g\left(z_2 - z_1\right)} = L$$

$$(U_2 - U_1) + v(P_2 - P_1) - \Phi = L_w + v(P_2 - P_1) \quad \leftarrow v = cost$$

$$\Downarrow$$

$$L_w = (U_2 - U_1) - \Phi = Y$$

→ dissipazioni all'interno del fluido (sulle superfici del condotto gli attriti non generano calore)

---

x fluidi incomprimibili

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + g z_1 + L = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + g z_2 + Y$$

→ trinomio di Bernoulli (energia meccanica x unità di massa associata al flusso)

x fluido incomprimibile la storia "meccanica" e quella "termica" sono indipendenti