TRASMISSIONE CALORE

TERMODINAMICA: INTRODOTTO IL CONCETTO DI SCAMBIO TERMICO TRA SISTEMI

⇓

2° PR. TDN ⟹ { IL FLUSSO DI CALORE AVVIENE SPONTANEAMENTE DA SISTEMI A TEMPERATURA + ALTA VERSO SISTEMI A TEMPERATURA INFERIORE

- LA TRASMISSIONE DI CALORE È IL TRANSITO DI ENERGIA CHE AVVIENE A CAUSA DI UNA DIFFERENZA DI TEMPERATURA

⇓

3 MECCANISMI FISICI

① CONDUZIONE
② CONVEZIONE
③ IRRAGGIAMENTO

① CONDUZIONE

CONDUZIONE: TRASFERIMENTO DI ENERGIA DOVUTA ALL'INTERAZIONE TRA PARTICELLE CON MAGGIORE ENERGIA E QUELLE ADIACENTI DOTATE DI MINORE ENERGIA.

- PUÒ AVVENIRE IN SOLIDI, LIQUIDI, GAS

SOLIDI:
- VIBRAZIONE MOLECOLE ALL'INTERNO DEL RETICOLO CRISTALLINO
- TRASPORTO ENERGIA DA PARTE DEGLI ELETTRONI LIBERI

↓

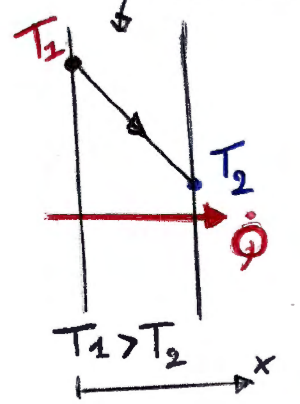
Sono responsabili anche del trasporto delle cariche elettriche (es. Cu, Ag, Au) sono ottimi conduttori elettrici e ottimi conduttori termici

LIQUIDI, GAS: DOVUTA A COLLISIONI TRA MOLECOLE DURANTE IL MOTO CASUALE

↓

NEL CASO DI ASSENZA DI TRASPORTO DI MASSA

ESEMPIO:



② CONVEZIONE

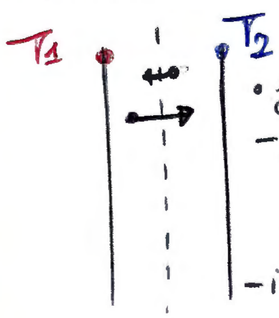
CONVEZIONE: SCAMBIO DI CALORE TRA UNA SUPERFICIE SOLIDA E IL FLUIDO ADIACENTE (GAS O LIQUIDO) IN MOVIMENTO

↳ IN ASSENZA DI MOTO LO SCAMBIO TERMICO AVVIENE PER CONDUZIONE

CONVEZIONE FORZATA: IL FLUIDO È FORZATO A SCORRERE DA DISPOSITIVI ESTERNI (VENTILATORE)

CONVEZIONE NATURALE: IL MOVIMENTO DEL FLUIDO È INDOTTO DA DIFFERENZA DI DENSITÀ LEGATE A VARIAZIONI DI TEMPERATURA DEL FLUIDO (es. effetto camino)

- NELLA CONVEZIONE SONO COMBINATI EFFETTI DI CONDUZIONE E TRASPORTO DI MASSA (AVVEZIONE)

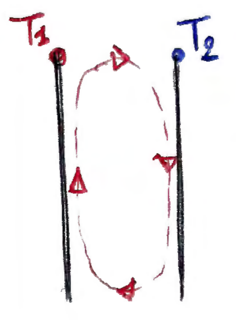


- MOLECOLE DI GAS ATTRAVERSANO CASUALMENTE LA LINEA TRATTEGGIATA
- LE MOLECOLE PROVENIENTI DA SINISTRA HANNO ENERGIA SUPERIORE

↓

ENERGIZZATI DAL CONTATTO CON LA PARETE A T_1

- IL CALORE DIFFONDE DA SX A DX



- DIFFERENZA DI T CAUSA UNA DIFFERENZA DI ρ

↓

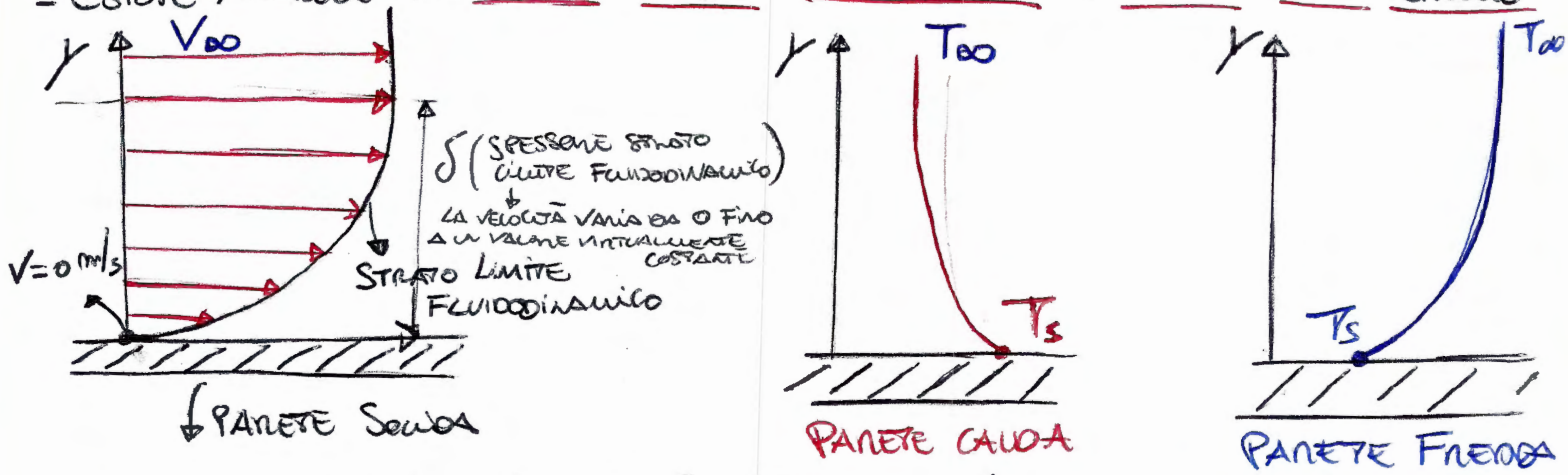
INSTAURARSI DI MOTO DOVUTO ALLE FORZE DI GALLEGGIAMENTO

↓

CONV. NATURALE

CONVEZIONE: SCAMBIO TERMICO TRA UNA PARETE E UN FLUIDO IN MOVIMENTO A DIVERSA TEMPERATURA

- ESISTE ANALOGIA TRA STRATO LIMITE FLUIDODINAMICO E STRATO LIMITE TERMICO



- NELLO STRATO LIMITE TERMICO È CONFINATA LA VARIAZIONE DI TEMPERATURA TRA LA TEMPERATURA DELLA PARETE T_s E LA TEMPERATURA DEL FLUIDO T_∞
- IL FLUSSO TERMICO SCAMBIATO TRA PARETE E FLUIDO DIPENDE DALLA DIFFERENZA DI TEMPERATURA TRA PARETE E FLUIDO $(T_s - T_\infty)$

$\Downarrow$

$$\left[\frac{\dot{\Phi}}{A} = \phi\left[\frac{W}{m^2}\right] = h\,(T_s - T_\infty)\right] \Longrightarrow$$ **LEGGE DI NEWTON**

h: COEFFICIENTE DI SCAMBIO TERMICO CONVETTIVO $\left[\frac{W}{m^2K}\right]$ $\Longrightarrow$ DIPENDE DAL FLUIDO E DALLA NATURA MOTO (es. REGIME), CONFIGURAZIONE GEOMETRICA

3° IRRAGGIAMENTO:

ENERGIA EMESSA SOTTOFORMA DI RADIAZIONE ELETTROMAGNETICA DA PARTE DI QUALUNQUE CORPO CON $T > 0K$

↓

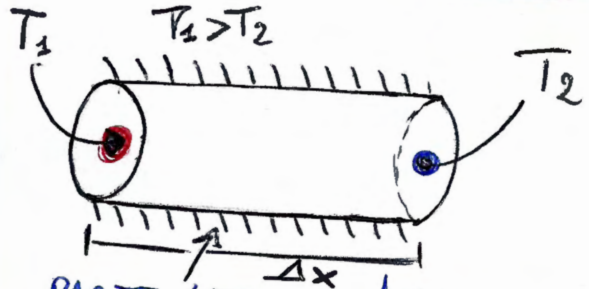
NON È NECESSARIO UN MEZZO (es. per convezione c'è bisogno di un fluido)

↓

AVVIENE ALLA VELOCITÀ DELLA LUCE E NON SUBISCE ATTENUAZIONI NEL VUOTO
(es. energia del Sole raggiunge la terra per irraggiamento)

CONDUZIONE:

LA LEGGE CHE DESCRIVE LA TRASMISSIONE DEL CALORE PER CONDUZIONE È STATA DERIVATA DA FOURIER A VALLE DI OSSERVAZIONI SPERIMENTALI



PARETE LATERALE ADIABATICA

ES. • BARRA CILINDRICA DI MATERIALE OMOGENEO
• ISOLATO TERMICAMENTE SUL BORDO LATERALE
• LE 2 FACCE FRONTALI SONO MANTENUTE A TEMPERATURE DIFFERENTI $T_1 > T_2$

– LA POTENZA TERMICA TRASFERITA IN CONDIZIONI STAZIONARIE ATTRAVERSO LA SBARRA:

$$\dot{\varphi} = KA\frac{\Delta T}{\Delta x}$$ DOVE:

A → SEZIONE DELLA SBARRA $[m^2]$

Δx → LUNGHEZZA DELLA SBARRA $[m]$

ΔT → DIFFERENZA DI TEMPERATURA $T_1 - T_2$ $[°C, K]$

K → PROPRIETÀ CARATTERISTICA DEL MATERIALE DELLA SBARRA $\left[\frac{W}{mK}\right]$

⇓

CONDUCIBILITÀ TERMICA

→ SE $\Delta x \rightarrow 0$ OTTENGO LA FORMA GENERALE:

$$\dot{\varphi} = -K(x)\,A\frac{dT}{dx} \xrightarrow{\text{FLUSSO TERMICO}} \phi = \frac{\dot{\varphi}}{A}\left[\frac{W}{m^2}\right] = -K(x)\frac{dT}{dx}$$

IL SEGNO "–" È NECESSARIO POICHÉ IL FLUSSO TERMICO È DIRETTO SEMPRE NEL SENSO DELLE T DECRESCENTI

LA CONDUTTIVITÀ TERMICA ESPRIME L'ATTITUDINE DEL MATERIALE A LASCIARSI ATTRAVERSARE DA UN FLUSSO TERMICO

⇓

• BUONI CONDUTTORI TERMICI $K\uparrow$
• DIPENDE DAL MATERIALE E DA T

ESEMPIO MATERIALI ISOLANTI (K BASSO)

– POLISTIRENE ESPANSO	0,027 W/mK
– MATTONI	0,72 W/mK
– CEMENTO	1 W/mK
– LEGNO	0,16 W/mK
– VETRO	1,4 W/mK

MATERIALI CONDUTTORI

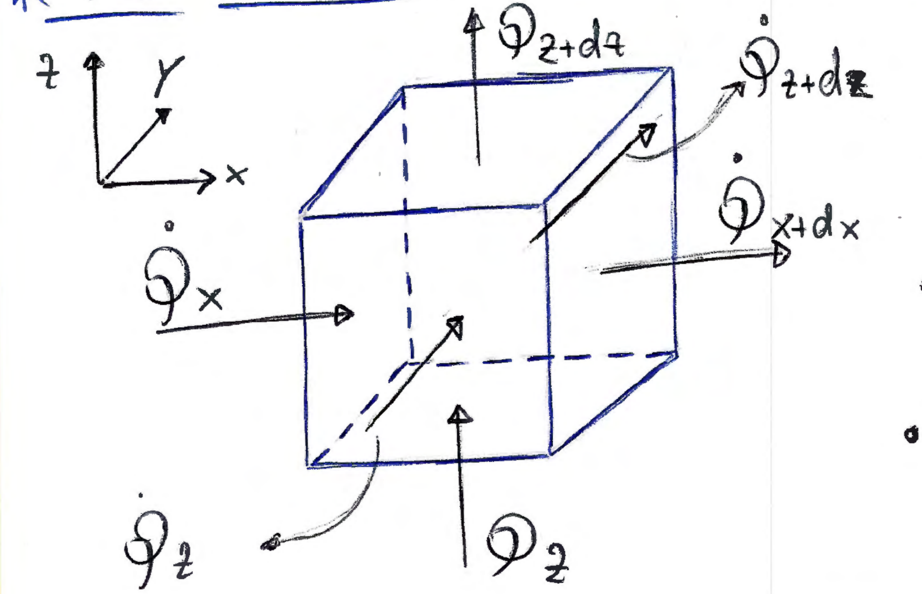
– RAME	401 W/mK
– ALLUMINIO	237 W/mK
– ARGENTO	229 W/mK

ACQUA: $K = 0,606 \ \frac{W}{mK}$ LIQUIDO $\quad$ $K = 0,0195 \ \frac{W}{mK}$ VAPORE SATURO 300K

ARIA: $K = 0,026 \ \frac{W}{mK}$ a 300K e 1 atm

GAS $K\uparrow$ e $T\uparrow$ NEI LIQUIDI IL COMPORTAMENTO È + COMPLESSO

CASO GENERALE IN REGIME VARIABILE



- VOLUME DI CONTROLLO INFINITESIMO DI VOLUME $dV = dx\,dy\,dz$
- $\rho \left[\frac{Kg}{m^3}\right]$ DENSITÀ DEL MATERIALE
- $c \left[\frac{J}{Kg}\right]$ CALORE SPECIFICO DEL MATERIALE
- $\dot{q} \left[\frac{W}{m^3}\right]$ POTENZA GENERATA PER UNITÀ DI VOLUME (es. REAZ. CHIMICHE, REAZ. NUCLEARI, RISCALDAMENTO ELETTRICO (EFFETTO JOULE))

- POTENZA SCAMBIATA SULLA FACCIA ALLA COORDINATA $x + dx$

$$\dot{Q}_{x+dx} = \dot{Q}_x + \frac{\partial \dot{Q}_x}{\partial x} dx$$

(RELAZIONE APPLICABILE ALLE ALTRE FACCE)

APPLICO IL PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA AL VOLUME DI CONTROLLO (1° PR. TDN)

$$\dot{Q}_{IN} + \dot{U}_{GEN} - \dot{Q}_{OUT} = \dot{U}_{ACC}$$

$\dot{U}_{ACC}$: ENERGIA INTERNA ACCUMULATA NEL VOLUME DI CONTROLLO PER UNITÀ DI TEMPO

$\dot{Q}_{IN}$: POTENZA ENTRANTE x CONDUZIONE

$\dot{U}_{GEN}$: POTENZA TERMICA GENERATA NEL VOLUME

$\dot{Q}_{OUT}$: POTENZA TERMICA USCENTE x CONDUZIONE DAL VOLUME DI CONTROLLO

$$\dot{Q}_{IN} = \dot{Q}_x + \dot{Q}_y + \dot{Q}_z$$

$$\dot{U}_{GEN} = \dot{q}\,\underbrace{dx\,dy\,dz}_{dV}$$

$$\dot{Q}_{OUT} = \dot{Q}_{x+dx} + \dot{Q}_{y+dy} + \dot{Q}_{z+dz}$$

$$\dot{U}_{ACC} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}\,\underbrace{dx\,dy\,dz}_{dV}$$

$\rho\, dV = dm$

SOSTITUENDO LE RELAZIONI SOPRA NEL 1° PR. TDN:

$$\dot{Q}_x + \dot{Q}_y + \dot{Q}_z + \dot{q}\,dx\,dy\,dz - \dot{Q}_{x+dx} - \dot{Q}_{y+dy} - \dot{Q}_{z+dz} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx\,dy\,dz$$

CASO 2

LA POTENZA TERMICA SCAMBIATA x CONDUZIONE ⟹ ESPRIMIBILE CON LEGGE DI FOURIER

$$\dot{Q}_x = -K\underbrace{dy\,dz}_{dS}\,\frac{\partial T}{\partial x} \qquad \dot{Q}_{x+dx} = -K\,dy\,dz\,\frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(K\frac{\partial T}{\partial x}\right)dx\,dy\,dz$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{Q}_{x+dx} = -dy\,dz\left[K\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(K\frac{\partial T}{\partial x}\right)dx\right]$$

↳ Valida per $\dot{Q}_{y+dy}$ e per $\dot{Q}_{z+dz}$

SOSTITUENDO:

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial x}\left(K\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q} = \rho c\frac{\partial T}{\partial t}}$$

$$\Downarrow$$

- EQUAZIONE GENERALE DELLA CONDUZIONE (3D, GENERAZIONE INTERNA, REGIME VARIABILE)
- DATE LE CONDIZIONI INIZIALI $T = f(x,y,z,t=0)$ E LE CONDIZIONI AL CONTORNO (es. T imposta, flusso termico imposto ecc) POSSO DETERMINARE LA DISTRIBUZIONE DI TEMPERATURA NEL TEMPO ⟹ $T = f(x,y,z,t)$

$$\Downarrow$$

- LA SOLUZIONE ANALITICA È POSSIBILE SOLO x CASI PARTICOLARI
- NEL CASO GENERALE È RISOLVIBILE CON METODI NUMERICI (DIFFERENZE FINITE ECC)

→ PARETE PIANA IN REGIME STAZIONARIO ($\dot{q}_{GEN} = 0$)

1 → MONODIMENSIONALE $\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0$

2 → STAZIONARIETÀ $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{\frac{d}{dx}\left(K\frac{dT}{dx}\right) = 0}$$

(EQUAZIONE DIFFERENZIALE INTEGRABILE)

$$\downarrow$$

$$K\frac{dT}{dx} = C_1$$

↓ se $K = \text{cost}$ (caso comune)

$$\int dT = \int \frac{C_1}{K}dx \Longrightarrow \boxed{T = \frac{C_1}{K}x + C_2}$$

x DETERMINARE IL VALORE DELLE COSTANTI DI INTEGRAZIONE ⟹ COND. CONTORNO

- $x = 0 \quad T(0) = T_{s,1}$
- $x = L \quad T(L) = T_{s,2}$

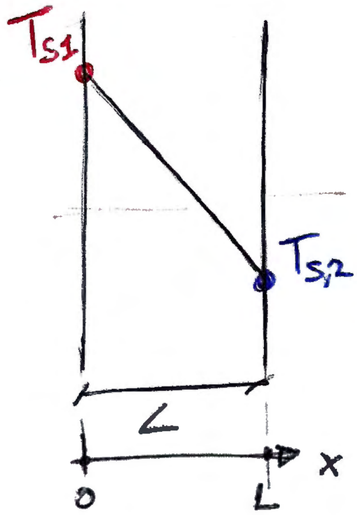
} TEMPERATURA IMPOSTA SULLE 2 FACCE DELLA PARETE

$$C_2 = T_{s,1} \Rightarrow T(0) = T_{s,1}$$

$$T_{s,2} = \frac{C_1}{K} L + T_{s,1} \Rightarrow C_1 = \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{L} K$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{T = \frac{T_{s,2} - T_{s,1}}{L} x + T_{s,1}} \rightarrow$$ Profilo di temperatura lineare



x il calcolo del flusso termico $\Longrightarrow$ Legge di Fourier

$$\boxed{\Phi = -K \frac{dT}{dx} = -K \frac{T_{s2} - T_{s1}}{L}} = K \frac{\Delta T}{L} \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

ricavata sperimentalmente

$$\Downarrow$$

La potenza termica scambiata

$$\boxed{\dot{\Phi} = \Phi \cdot A = KA \frac{T_{s2} - T_{s1}}{L}} [W]$$

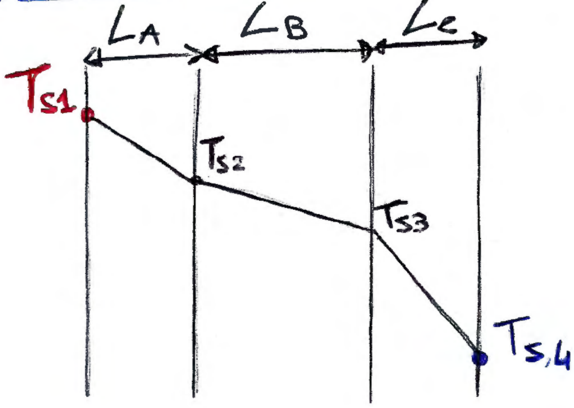
Resistenza allo scambio termico: $R = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{\dot{\Phi}} = \frac{L}{KA}$

Forza motrice dello scambio termico

$$\dot{\Phi} = \frac{T_{s1} - T_{s2}}{R}$$ Analogia elettrica $\dot{\Phi} \rightarrow I$

$T_{s1} - T_{s2} \rightarrow \Delta V$

$\rightarrow$ Parete multistrato (utile considerare il concetto di resistenza termica)



es. 3 strati di spessore e K diversi

$$\dot{\Phi} = \frac{K_A A}{L_A}(T_{s1} - T_{s2}) = \frac{K_B A}{L_B}(T_{s2} - T_{s3}) =$$

$$= \frac{K_C A}{L_C}(T_{s3} - T_{s4})$$

$$T_{S1}-T_{S4} = \dot{Q}\left(\frac{L_A}{K_A A}+\frac{L_B}{K_B A}+\frac{L_C}{K_C A}\right) = \dot{Q}\left(R_A+R_B+R_C\right) = \dot{Q}\cdot R_{TOT}$$

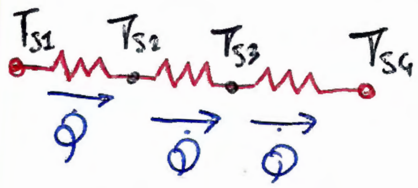
$$R_{TOT} = \sum_i R_i$$

$$\dot{Q} = \frac{T_{S1}-T_{S4}}{R_{TOT}}$$

$$\dot{Q} = UA\left(T_{S1}-T_{S4}\right) \quad \text{DOVE} \quad U = \frac{1}{R_{TOT}A}$$ ⇒ COEFFICIENTE GLOBALE DI SCAMBIO TERMICO

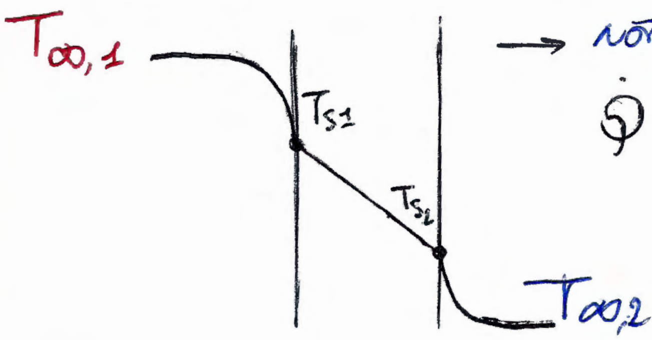
– NEL CASO PRECEDENTE LE RESISTENZE TERMICHE DEI 3 STRATI SONO IN SERIE

⇓



TRAMITE L'ANALOGIA ELETTRICA SAREI ARRIVATO ALLA STESSA CONCLUSIONE POICHÉ LA RESISTENZA EQUIVALENTE DI N RESISTENZE IN SERIE È PARI ALLA SOMMA DI R $\quad R_{TOT} = \sum_i^N R_i$

– LO STESSO PROCEDIMENTO SI PUÒ APPLICARE AL CASO IN CUI NON SIANO NOTE LE TEMPERATURE SULLE PARETI MA LA CONDIZIONE AL CONTORNO SIA DETERMINATA DALLO SCAMBIO CONVETTIVO CON UN FLUIDO



→ NOTE LE TEMPERATURE DEI 2 FLUIDI $T_{\infty,1}, T_{\infty,2}$

$$\dot{Q} = UA\left(T_{\infty 1}-T_{\infty 2}\right)$$

↓

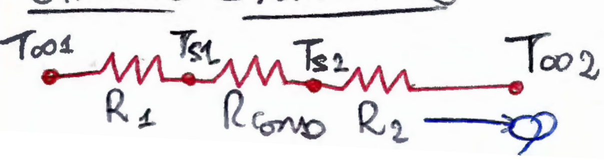
$$U = \frac{1}{R_{TOT}A} = \frac{1}{\frac{1}{h_1}+\frac{L}{K}+\frac{1}{h_2}}$$

$$\dot{Q} = h_1 A\left(T_{\infty 1}-T_{S1}\right) = \dot{Q} = h_2 A\left(T_{S2}-T_{\infty 2}\right)$$

⇓

$$\underbrace{R_1 = \frac{\left(T_{\infty 1}-T_{S1}\right)}{\dot{Q}} = \frac{1}{h_1 A}}_{\text{RESISTENZA TERMICA DOVUTA ALLO SCAMBIO CONVETTIVO}} \qquad R_2 = \frac{T_{S2}-T_{\infty 2}}{\dot{Q}} = \frac{1}{h_2 A}$$

CIRCUITO EQUIVALENTE

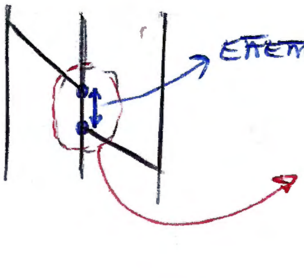


– NEL CASO DI PARETI MULTISTRATO DEVO CONSIDERARE LE **RESISTENZE DI CONTATTO**

TRA SUPERFICI DIVERSE NON SI HA ADERENZA ASSOLUTA

↓

A CAUSA DELLA RUGOSITÀ IL CONTATTO PRESENTA DELLE MICROCAVITÀ CON ARIA → ISOLANTE



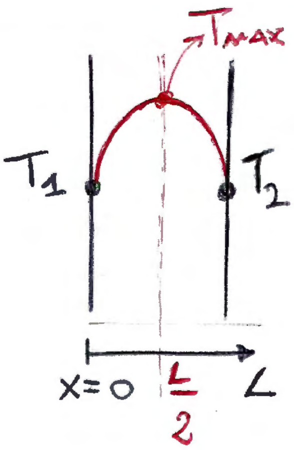
→ PARETE PIANA CON GENERAZIONE DI ENERGIA

→ MONODIMENSIONALE

→ CONDUCIBILITÀ TERMICA COSTANTE $K = cost$

$$\boxed{\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot q}{K} = 0} \longrightarrow dT = -\frac{\dot q}{K}x + C_1 \Longrightarrow T = -\frac{\dot q}{2K}x^2 + C_1 x + C_2$$

→ AGGIUNGO LE CONDIZIONI AL CONTORNO $T_1 = T_2$



$$x = 0 \quad T(0) = T_1 \Longrightarrow C_2 = T_1$$

$$x = L \quad T(L) = T_2 \Longrightarrow C_1 = \frac{q}{2K}L$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{T(x) = -\frac{\dot q}{2K}x^2 + \frac{q}{2K}Lx + T_1 = T_1 + \frac{q}{2K}x(L - x)}$$

⇓ PROFILO PARABOLICO

× TROVARE IL MASSIMO DERIVO $T(x)$

$$\frac{dT}{dx} = +\frac{\dot q}{K}\left(\frac{L}{2} - x\right) \Longrightarrow \underbrace{\frac{dT}{dx} = 0 \text{ per } x = \frac{L}{2}}$$

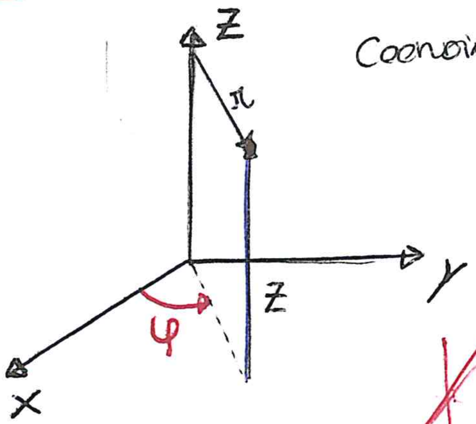
- MASSIMO NELLA LINEA DI MEZZERIA
- LINEA DI MEZZERIA È ADIABATICA

$$\Downarrow$$

$$T_{MAX} = T_1 + \frac{qL}{8K}$$

Cono 6

CASO GEOMETRIA CILINDRICA (es. TUBI, BARRE)



COORDINATE r, φ, z NECESSARIE x LOCALIZZARE UN PUNTO

- L'EQUAZIONE GENERALE DELLA CONDUZIONE IN COORDINATE CA[RTESIANE]
x, y, z

⇓ VIENE APPLICATO UN CAMBIAMENTO DI VARIABILI

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(K r \frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(K\frac{\partial T}{\partial \phi}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(K\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\dot{q}=$$
$$= \rho c \frac{\partial T}{\partial T}$$

- È POSSIBILE INTEGRARE ANALITICAMENTE SOLO IN CASI SEMPLIFICATI

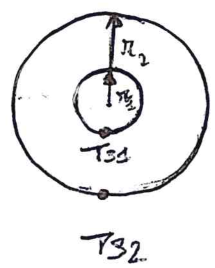
→ CASO MONODIMENSIONALE ASSIALSIMMETRICO (VARIAZIONE DI TEMPERATURA IN DIREZIONE RADIALE r)

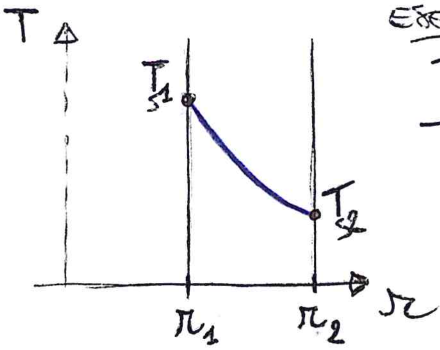
- K COSTANTE
- STAZIONARIO
- SENZA GENERAZIONE INTERNA $\dot{q}_{GEN} = 0$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(K r \frac{dT}{dr}\right) = 0 \xRightarrow{\text{INTEGRO}} K r \frac{dT}{dr} = C_1 \xRightarrow{\text{INTEGRO}} \int dT = \int \frac{C_1}{Kr} dr$$

$$\boxed{T = \frac{C_1}{K}\ln r + C_2}$$

→ C_1, C_2 DETERMINATE CON LE CONDIZIONI CONTORNO





ESEMPIO FISSATE LE TEMPERATURE SULLE PARETI

$T = T_{S1}$ per $r = r_1$

$T = T_{S2}$ per $r = r_2$

⇓

$$T(r) = \frac{T_{S1} - T_{S2}}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \ln\left(\frac{r}{r_2}\right) + T_{S2}$$

LA POTENZA TERMICA

$$\dot{Q} = -KA\frac{dT}{dr} = -K(2\pi r L)\frac{dT}{dr} = \frac{T_{S1}-T_{S2}}{\ln\frac{r_1}{r_2}} \cdot \frac{1}{r}\left(-K 2\pi r L\right) =$$

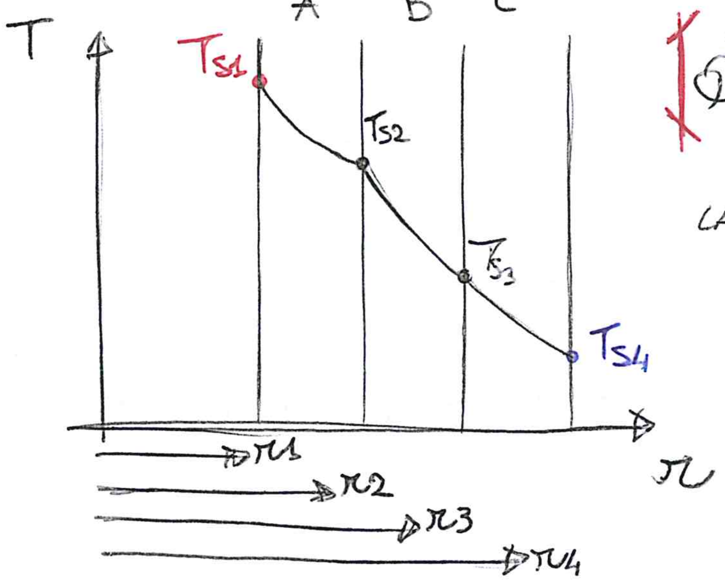
L → LUNGHEZZA TUBO

$$= \frac{2\pi K L}{\ln\frac{r_2}{r_1}}\left(T_{S1}-T_{S2}\right) \Longrightarrow \dot{Q} = \frac{T_{S1}-T_{S2}}{R}$$

$$R \rightarrow \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2K\pi L}$$ → RESISTENZA DELLA PARETE CILINDRICA

CONO 7

PARETE CILINDRICA MULTISTRATO → si sommano le resistenze in serie



$$\dot{Q} = U_1 A_1 (T_{s1} - T_{s4}) = \frac{T_{s1} - T_{s4}}{R_{TOT}}$$

↓

la superficie varia con r

↓

ci si riferisce ad una superficie arbitraria (es. A_1) a cui corrisponde U_1

↓

si è liberi di assumere A_2, A_3, A_4

↓ deve essere valido

$$A_1 U_1 = A_2 U_2 = A_3 U_3 = A_4 U_4 = \frac{1}{R_{TOT}}$$

$$R_{TOT} = \sum R_i = \frac{\ln\frac{r_2}{r_1}}{K_A 2\pi L} + \frac{\ln\frac{r_3}{r_2}}{K_B 2\pi L} + \frac{\ln\frac{r_4}{r_3}}{K_C 2\pi L}$$ → RESISTENZE IN SERIE

⇓

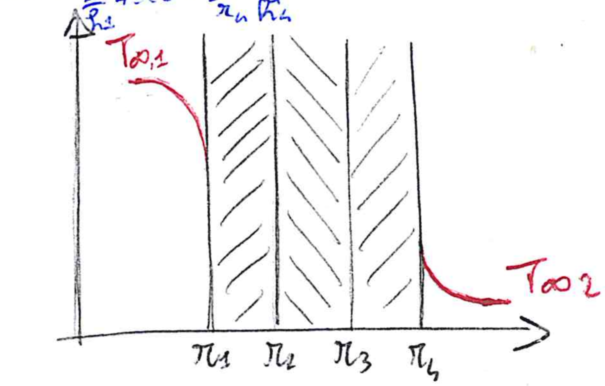
$$U_1 = \frac{1}{R_{TOT} A_1} = \frac{1}{2\pi r_1 L R_{TOT}} = \frac{1}{\frac{r_1}{K_A}\ln\frac{r_2}{r_1} + \frac{r_1}{K_B}\ln\frac{r_3}{r_2} + \frac{r_1}{K_C}\ln\frac{r_4}{r_3}}$$

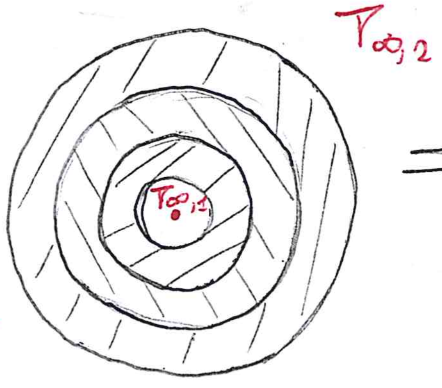
– nel caso sia presente scambio termico convettivo all'interno e all'esterno del tubo → devo considerare la resistenza relativa

$$R_{conv,int} = \frac{1}{h_1 A_{int}} = \frac{1}{h_1 2\pi r_1 L} \qquad \dot{Q} = 2\pi r_1 L h_1 (T_{\infty,1} - T_{s1})$$

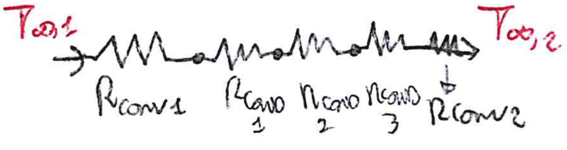
$$R_{conv,est} = \frac{1}{h_4 A_{est}} = \frac{1}{h_4 2\pi r_4 L} \qquad \dot{Q} = 2\pi r_4 L h_4 (T_{s4} - T_{\infty,4})$$

$$U_1 = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \dots + \frac{r_1}{r_4}\frac{1}{h_4}}$$





⟹ es. tubo in cui scorre un liquido mentre all'esterno scambia con aria



⟹ RESISTENZE in SERIE

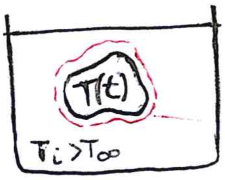
*CONDUZIONE IN REGIME NON STAZIONARIO *

LA TEMPERATURA DEL CORPO VARIA NEL TEMPO $T = T(\underline{x}, t)$ → ES. BARRA DI ME CALDA IMMERSA IN BAGNO DI ACQUA

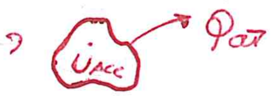
LA TEMPERATURA DELLA BARRA VARIA NEL TEMPO FINO A RAGGIUNGERE L'EQUILIBRIO CON IL LIQUIDO

- NEL CASO IN CUI LA TEMPERATURA DEL CORPO POSSA ESSERE CONSIDERATA UNIFORME ⟹ APPROCCIO A PARAMETRI CONCENTRATI (LUMPED CAPACITANCE METHOD)

- CONSIDERIAMO UN SOLIDO OMOGENEO A TEMPERATURA T_i CHE ALL'ISTANTE INIZIALE VENGA IMMERSO IN UN LIQUIDO A TEMPERATURA $T_\infty < T_i$



$T = T_i \quad t = 0 \quad$ C.I



⇓ APPLICO IL PR. CONS. ENERGIA AL SOLIDO

$$\underbrace{\dot{Q}_{IN}}_{=0} + \underbrace{\dot{U}_{GEN}}_{=0} - \dot{Q}_{OUT} = \dot{U}_{ACC}$$

⇓

$$\dot{U}_{ACC} = -\dot{Q}_{OUT} \Longrightarrow \rho V c \frac{dT}{dt} = -hA(T - T_\infty)$$

ρ: DENSITÀ MATERIALE $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$

V: VOLUME CORPO $[m^3]$

c: CALORE SPECIFICO $\left[\frac{J}{kgK}\right]$

h: COEFF. SCAMBIO CONVETTIVO $\frac{W}{m^2K}$

A: SUPERFICIE DI CONTORNO DEL CORPO $[m^2]$

T: TEMPERATURA DEL CORPO

T_∞: TEMPERATURA DEL FLUIDO $[K]$

$\frac{dT}{dt}$: LA TEMPERATURA DIPENDE SOLO DA T POICHÉ NELL'APPROCCIO A PARAMETRI CONCENTRATI LA TEMPERATURA SI CONSIDERA UNIFORME IN OGNI ISTANTE DI TEMPO

- APPLICHIAMO LA SOSTITUZIONE DI VARIABILI

$$\theta = T - T_\infty \Longrightarrow d\theta = dT$$

⇓

$$-hA\theta = \rho V c \frac{d\theta}{dt} \Longrightarrow$$ EQ. DIFFERENZIALE A VARIABILI SEPARABILI (INTEGRAZIONE ANALITICA)

⇓ INTEGRO

$$\int_{\theta_i}^{\theta} -\frac{\rho V c}{hA}\frac{d\theta}{\theta} = \int_0^t dt \Longrightarrow -\frac{\rho V c}{hA} \ln\frac{\theta}{\theta_i} = t$$

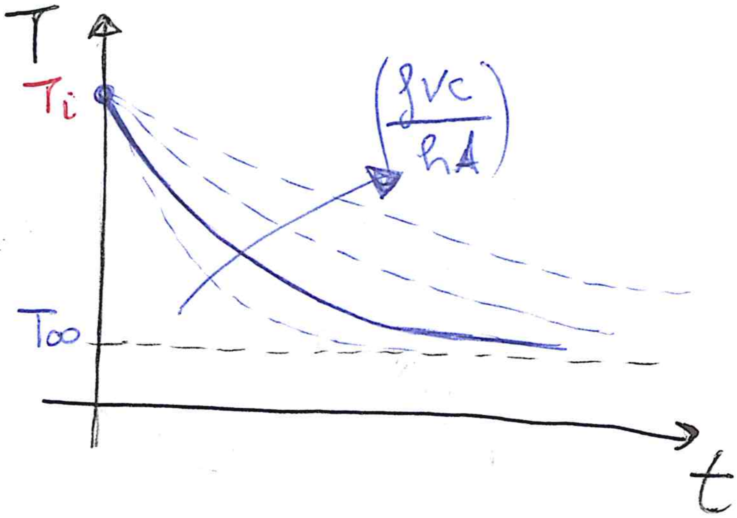
θ_i ↳ CONDIZIONE INIZIALE

CONTINUA...

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{\left(-\frac{hA}{\rho V c} \cdot t\right)}$$

→ RELAZIONE PER VALUTARE LA TEMPERATURA DEL CORPO NEL TEMPO

Per $t \to \infty$ $T \to T_\infty$ con ANDAMENTO ESPONENZIALE



L'ENERGIA TOTALE SCAMBIATA

$$Q = \int_{t=0}^{t} q\,dt = hA \int_0^t \theta\,dt$$

$$\Downarrow$$

$$Q = (\rho V c)\,\theta_i \left[1 - e^{-\frac{t\,hA}{\rho V c}}\right]$$

*CONSIDERAZIONI SULLA VALIDITÀ DELL'APPROCCIO A PARAMETRI CONCENTRATI

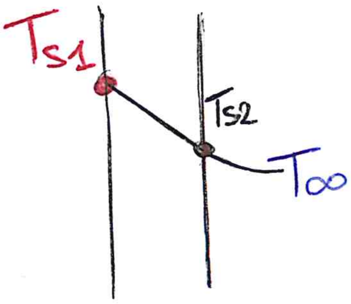
↳ È IMPORTANTE IDENTIFICARE LE CONDIZIONI NELLE QUALI L'APPROCCIO A PARAMETRI CONCENTRATI PUÒ ESSERE USATO CON RAGIONEVOLE ACCURATEZZA

$\Downarrow$

QUANTO PESA IN TERMINI DI ACCURATEZZA L'IPOTESI DI TEMPERATURA UNIFORME?

→ CONSIDERIAMO UNA LASTRA PIANA CON UNA PARETE A TEMPERATURA T_{S1} CHE SCAMBIA CALORE CON LA PARETE OPPOSTA CON UN FLUIDO A TEMPERATURA T_∞

$\Downarrow$ IN CASO STAZIONARIO LA POTENZA TERMICA SCAMBIATA PER



$$\dot{Q}_{cond} = \dot{Q}_{conv}$$

$$\frac{K}{L} A (T_{S1} - T_{S2}) = hA (T_{S2} - T_\infty)$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{T_{S1} - T_{S2}}{T_{S2} - T_\infty} = \frac{\frac{L}{KA}}{1/hA} = \frac{R_{cond}}{R_{conv}} = \frac{hL}{K}$$

→ NUMERO DI BIOT (ADIMENSIONALE)

$$\boxed{Bi = \frac{hL}{K}}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\frac{W}{m^2K} \cdot m}{\frac{W}{mK}} = [-]$$

IL NUMERO DI BIOT (Bi) FORNISCE UN INDICAZIONE SULL'UNIFORMITÀ DELLA TEMPERATURA DI UN CORPO RELATIVAMENTE ALLA DIFFERENZA DI TEMPERATURA TRA LA SUPERFICIE DEL FLUIDO E LA PARETE SOLIDA **

$\Downarrow$

UTILE X IDENTIFICARE SE L'APPROCCIO A PARAMETRI CONCENTRATI È UTILIZZABILE in Particolare se $Bi << 1$ la temperatura della lastra è quasi uniforme → Parametri concentrati è un'approssimazione accettabile

$h \downarrow$ basso $\qquad \frac{K}{L}$ alto $\uparrow$

$\Downarrow$

$\boxed{Bi < 0,1}$ → Soglia generalmente accettata

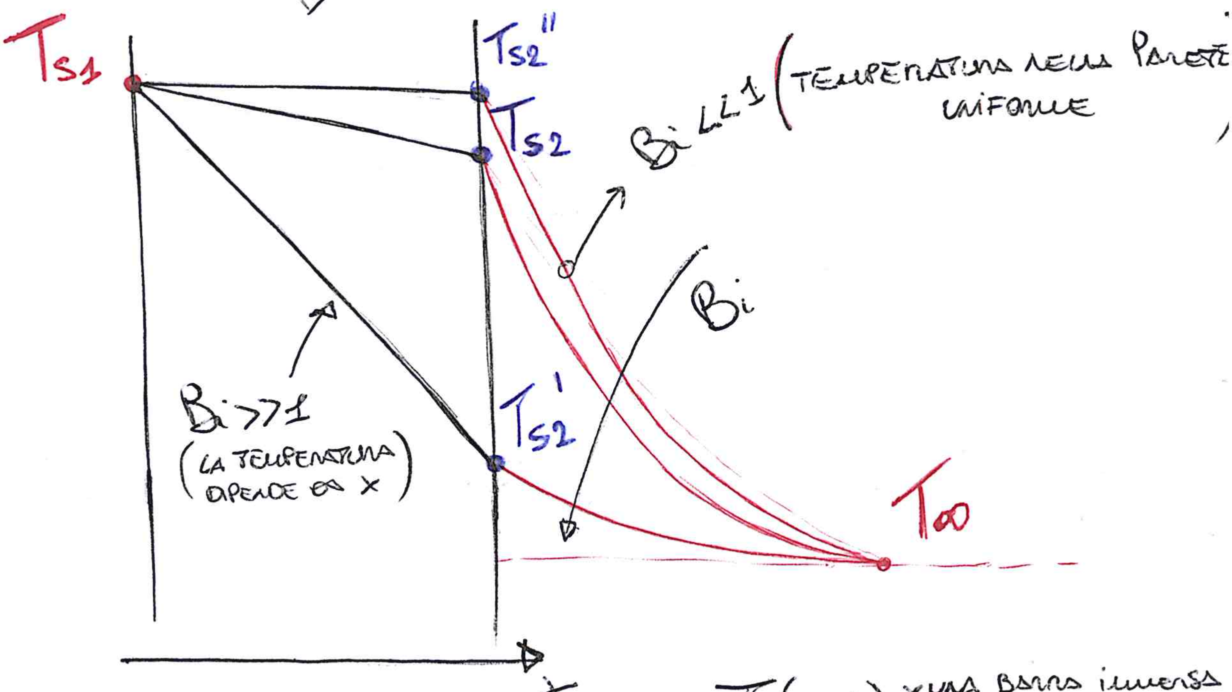
Se $Bi > 0,1$ il corpo presenta una temperatura disuniforme e di conseguenza abbandono l'approccio a parametri concentrati

⇒ devo risolvere l'equazione completa della conduzione

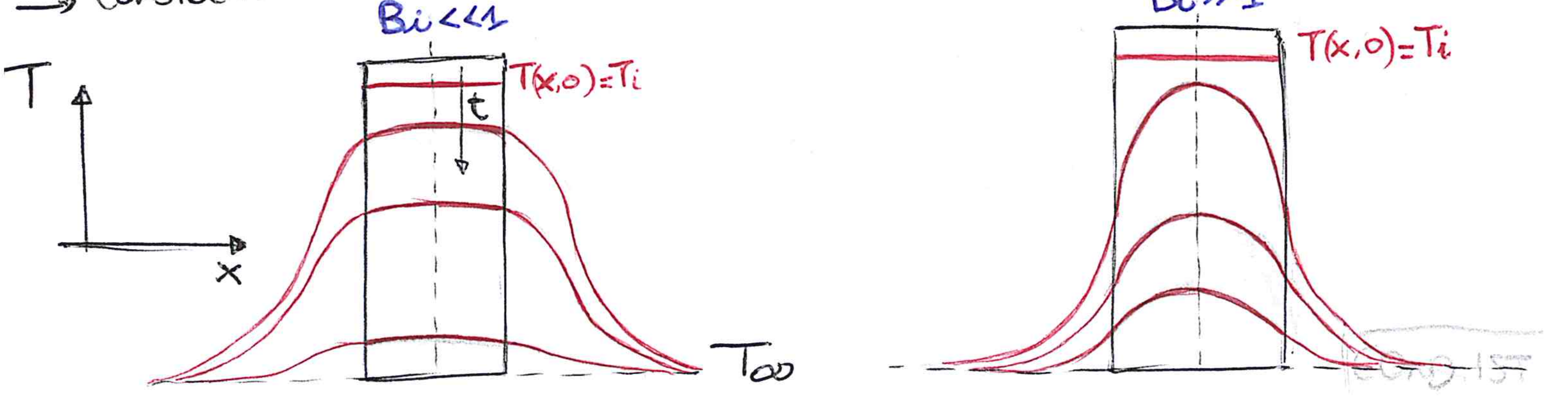
$$T = T(\underline{x};t)$$

<u>Esempio</u>: Lastra piana inizialmente a temperatura uniforme T_i in un fluido a T_∞

$\Downarrow$



→ Consideriamo i profili di temperatura nel tempo $T(\underline{x},t)$ x una barra immersa in un fluido x 2 Biot diversi



NELLA DEFINIZIONE DEL NUMERO DI BIOT SI FA RIFERIMENTO AD UNA LUNGHEZZA CARATTERISTICA $L_c = \dfrac{V}{A_s}$ → VOLUME DEL SOLIDO / → AREA SUPERFICIE

es. Cilindro lungo $L_c = r/2$

x sfera $L_c = r/3$

x lastra piana di spessore $2L$
$L_c = L$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{Bi = \frac{h L_c}{K}}$$

→ RICORDANDO LA RELAZIONE x VALUTARE LA TEMPERATURA DEL CORPO NEL TEMPO:

$$\frac{\theta}{\theta_i} = \frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{\overbrace{(-hAt/\rho V c)}}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{hAt}{\rho V c} = \frac{ht}{\rho L_c c} = \frac{h L_c}{K} \cdot \frac{K}{\rho c} \frac{t}{L_c^2} =$$

$\dfrac{A}{V} \to \dfrac{1}{L_c}$

$$= \underbrace{\frac{h L_c}{K}}_{Bi} \; \underbrace{\alpha \frac{t}{L_c^2}}_{Fo} = Bi\, Fo$$

$\left(\alpha \to \text{DIFFUSIVITÀ TERMICA} \left[\dfrac{m^2}{s}\right] \right)$ PROPR. MATERIALE

Fo → NUMERO DI FOURIER (ADIMENSIONALE)

$$\Downarrow$$

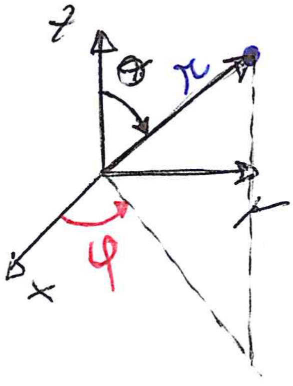
$$\frac{\theta}{\theta_i} = f(Bi \cdot Fou)$$

→ Relazione espressa in termini adimensionali. Tutte le situazioni con stesso prodotto tra numero di Biot e numero di Fourier hanno la stessa soluzione.

EQUAZIONE GENERALE CONDUZIONE IN COORDINATE SFERICHE

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(K r^2 \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(K \frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(K \sin\theta \frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \dot{q}$$

$$= \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$



$\Downarrow$ CASO MONODIMENSIONALE (TEMPERATURA VARIA SOLO LUNGO r)

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(K r^2 \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \dot{q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$