Metodo delta

Da Wikipedia, l'enciclopedia libera.

In <u>statistica</u> ed <u>econometria</u>, il <u>metodo delta</u> è un modo per derivare la <u>distribuzione di probabilità</u> approssimata di una <u>funzione</u> di uno stimatore asintoticamente <u>normalmente distribuito</u>, conoscendo la <u>varianza</u> asintotica di tale stimatore. In termini generali, il <u>metodo delta</u> può considerarsi una versione generalizzata del teorema del limite <u>centrale</u>.

Indice

Formulazioni del risultato

Caso univariato
Dimostrazione

Bibliografia

Formulazioni del risultato

Caso univariato

Il metodo delta può essere applicato senza problemi al caso di variabili casuali multidimensionali; una dimostrazione di immediata comprensione può darsi tuttavia nel caso univariato, come segue. Sia $\{X_n\}_n$ una successione di variabili casuali che soddisfano:

$$\sqrt{n}\left(X_n-artheta
ight)\stackrel{\mathcal{D}}{
ightarrow}\mathcal{N}(0,\sigma^2)$$

dove θ e σ^2 sono costanti reali e $\stackrel{\mathcal{D}}{\longrightarrow}$ denota la <u>convergenza in distribuzione</u>; sia inoltre g una funzione continua, e tale che $g'(\theta) \neq 0$. Risulta allora:

$$\sqrt{n}\left(g(X_n)-g(\vartheta)
ight) \stackrel{\mathcal{D}}{ o} \mathcal{N}\left(0,\sigma^2(g'(\vartheta))^2
ight)$$

Dimostrazione

Supponendo che $g'(\vartheta)$ sia continua, si può dare una dimostrazione elementare del risultato nel caso univariato come segue. Si consideri lo sviluppo in serie di Taylor, arrestato al primo ordine, di $g(X_n)$, centrato in ϑ :

$$g(X_n) = g(\vartheta) + g'(\tilde{\vartheta})(X_n - \vartheta)$$

dove $\tilde{\vartheta}$ giace in un qualche punto intermedio tra X_n e ϑ . Chiaramente $X_n \to \vartheta$ (dove $\xrightarrow{\mathcal{P}}$ denota la <u>convergenza in probabilità</u>) implica $\tilde{\vartheta} \to \vartheta$; dal momento che si è ipotizzato che $g'(\vartheta)$ sia continua, da un'applicazione immediata del teorema di Slutsky segue:

$$g'(ilde{artheta}) {\stackrel{\mathcal{P}}{
ightarrow}} g'(artheta)$$

Riorganizzando i termini nello sviluppo di Taylor e moltiplicando per la costante positiva \sqrt{n} si ha:

$$\sqrt{n}\left(g(X_n)-g(\vartheta)
ight)pprox g'(ilde{artheta})\sqrt{n}\left(X_n-artheta
ight)$$

Essendo infine noto che:

$$\sqrt{n} \left(X_n - \vartheta \right) \stackrel{\mathcal{D}}{\longrightarrow} \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

invocando ulteriormente il teorema di Slutsky si ha:

$$\sqrt{n}\left(g(X_n)-g(\vartheta)
ight) {\overset{\mathcal{D}}{\longrightarrow}} \mathcal{N}\left(0,\sigma^2(g'(\vartheta))^2
ight)$$

con cui la dimostrazione è conclusa.

Bibliografia

■ Greene, W.H. (1993), Econometric Analysis, Prentice-Hall, ISBN 0-13-013297-7.

Estratto da "https://it.wikipedia.org/w/index.php?title=Metodo_delta&oldid=67094096"

Questa pagina è stata modificata per l'ultima volta il 18 lug 2014 alle 16:41.