

## **2. Esercizi sul LIVELLO FISICO**

## Esercizio 2.1

---

Un segnale analogico ha una banda che si estende fino alla frequenza di 120 Hz. Dopo il campionamento il segnale è quantizzato con 256 livelli. Il segnale è infine convertito in una sequenza digitale e trasmesso in banda base attraverso un mezzo trasmissivo. Si calcoli la banda del mezzo necessaria per trasmettere il segnale nel caso di:

1. modulazione di ampiezza a 2 livelli di tipo 2-PAM.
2. modulazione di ampiezza a 8 livelli di tipo 8-PAM.

---

Il rate di campionamento che rispetta il teorema di Nyquist è  $f_{\text{campionamento}} = 2 f_{\text{max}}$ .

I 256 livelli di quantizzazione sono rappresentati mediante  $\log_2(256) = 8$  bit.

Il rate di trasmissione all'uscita del convertitore analogico/digitale è quindi è:

$$R_b = (240 \text{ sample/s}) \times (8 \text{ bits/sample}) = 1,92 \text{ kb/s}$$

Nel caso 1 il formato è binario: si trasmette quindi 1 bit per simbolo. Il rate di trasmissione resta  $R_{\text{TX}} = 1,92 \text{ kb/s}$ . La banda passante necessaria al mezzo trasmissivo deve quindi essere maggiore di  $B_{\text{canale}} = 1,92 \text{ kHz}$ .

Nel caso 2, ogni livello di ampiezza del formato di modulazione 8-PAM corrisponde a  $\log_2(8) = 3$  bit. Vengono trasmessi simboli, ognuno dei quali corrisponde a 3 bit. Quindi il rate di trasmissione dei simboli è  $R_{\text{TX}} = 1920/3 = 640 \text{ b/s}$ . La banda passante necessaria al mezzo trasmissivo deve quindi essere maggiore di  $B_{\text{canale}} = 640 \text{ Hz}$ .

## Esercizio 2.2

---

Un segnale musicale analogico con banda  $B = 20 \text{ kHz}$  è quantizzato su 1024 livelli dopo essere stato campionato e trasmesso in banda base su un canale trasmissivo sfruttando il formato di modulazione binario 2-PAM. Il campionamento rispetta il teorema di Nyquist. Si calcoli la banda del mezzo trasmissivo richiesta per la trasmissione digitale del segnale.

---

Per soddisfare il teorema di Nyquist la frequenza di campionamento deve essere maggiore del doppio della banda massima del segnale  $\rightarrow f_{\text{campionamento}} > 2 \times 20 \text{ kHz} = 40 \text{ kHz}$ .

I 1024 livelli di quantizzazione sono rappresentati mediante  $\log_2(1024) = 10 \text{ bit}$ .

Il rate di trasmissione all'uscita del convertitore analogico/digitale è quindi è:

$$R_b = (40 \text{ ksample/s}) \times (10 \text{ bits/sample}) = 400 \text{ kb/s}.$$

In caso di modulazione 2-PAM, ciascun impulso corrisponde ad 1 bit.

Il rate di trasmissione degli impulsi resta  $R_{TX} = 400 \text{ kb/s}$ . La banda passante necessaria al mezzo trasmissivo deve quindi essere maggiore di  $B_{\text{canale}} = 400 \text{ kHz}$ .

## Esercizio 2.3

---

Un segnale analogico con banda  $B = 4$  kHz è campionato alla frequenza 10 kHz e quantizzato con 256 livelli. I campioni sono convertiti in segnale binario e trasmessi in banda traslata su un canale con banda passante  $B_c = 50$  kHz. Si valuti se la banda passante del canale trasmissivo è sufficiente a trasmettere il segnale in forma digitale nel caso di:

1. modulazione a 16 livelli di fase e di ampiezza di tipo 16QAM.
2. modulazione di fase a 4 livelli di tipo QPSK.

IMPORTANTE: nel caso di trasmissione in banda passante, si consideri che la banda passante del canale sia almeno il doppio rispetto a quella necessaria nel caso di trasmissione in banda base.

---

Il rate di campionamento rispetta il teorema di Nyquist poiché  $f_{\text{campionamento}} > 2 f_{\text{max}}$ .

I 256 livelli di quantizzazione sono rappresentati mediante  $\log_2(256) = 8$  bit.

Il rate di trasmissione all'uscita del convertitore analogico/digitale è quindi è:

$$R_b = (10 \text{ ksample/s}) \times (8 \text{ bits/sample}) = 80 \text{ kb/s}.$$

In caso 1 di modulazione 16QAM, ciascun impulso corrisponde a  $\log_2(16) = 4$  bit. Il rate di trasmissione degli impulsi è quindi  $R_{TX} = 80/4 = 20 \text{ kb/s}$ . La banda passante necessaria al mezzo trasmissivo deve quindi essere  $> 40 \text{ Hz}$  e quindi  $B_c$  risulta sufficiente.

In caso 2 di modulazione QPSK, ciascun impulso corrisponde a  $\log_2(4) = 2$  bit. Il rate di trasmissione degli impulsi è quindi  $R_{TX} = 80/2 = 40 \text{ kb/s}$ . La banda passante necessaria al mezzo trasmissivo deve quindi essere  $> 80 \text{ Hz}$  e quindi  $B_c$  risulta non sufficiente.

## Esercizio 2.4

---

Un CD audio è un sistema binario, dove il segnale musicale è campionato a 44,1 kHz e poi quantizzato per mezzo di 16 bit.

1. Si trovi la banda ideale (in banda base) del canale di trasmissione necessaria nel caso di modulazione binaria.

2. Si consideri che sul supporto ottico del CD (di dimensioni 86 cm<sup>2</sup>) siano registrati 20,4 Gbit di informazione (che includono i 2 canali stereofonici e anche il codice di correzione dell'errore). Sono necessari 74 minuti per riprodurre tutti i bit registrati. Si trovi la banda reale utilizzata dal canale di riproduzione del CD audio nel caso di trasmissione binaria.

---

Il rate di trasmissione ideale dopo il campionamento e la quantizzazione sarebbe:

$$R_b = (44,1 \text{ sample/s}) \times (16 \text{ bits/sample}) = 705,6 \text{ kb/s.}$$

Nel caso di modulazione binaria il rate di trasmissione degli impulsi resta  $R_{TX} = 705,6 \text{ kb/s}$ . La banda ideale deve essere almeno 705,6 kHz.

Nel CD sono memorizzate però molte più informazioni da trasmettere. Il rate di trasmissione reale è infatti:

$$R_{TX} = (20,4 \text{ Gbit}) / (74 \times 60 \text{ sec}) = 4,594 \text{ Mb/s.}$$

In banda base la banda reale necessaria deve quindi essere maggiore di 4,594 Mb/s.

## Esercizio 2.5

---

Sfruttando un formato di modulazione multilivello di tipo M-QAM si vuole trasmettere in banda base un segnale numerico con un bit rate di 100 Mb/s usando un mezzo trasmissivo con banda disponibile  $B_c = 25$  MHz. Quanti livelli M del formato di modulazione M-QAM sono richiesti?

---

La banda passante richiesta deve essere almeno  $B_c = R_b / \log_2(M)$ .

Quindi si ottiene  $M = 24 = 16$  livelli del formato di modulazione di tipo QAM.

## Esercizio 2.6

---

Si consideri un collegamento in fibra ottica lungo  $L = 20$  km, caratterizzato da un'attenuazione per km  $\alpha = 0,2$  dB/km. Se la potenza del segnale in ingresso è  $P_{IN} = 10$  mW, si calcoli la potenza ottenuta in uscita.

---

Ragioniamo in dB. Convertiamo la potenza da mW a dBm, considerando 1mW come riferimento:

$$P_{IN_{dBm}} = 10 \log_{10} \frac{P_{IN}}{1mW} = 10 \log_{10} \frac{10}{1} = 10dBm$$

Le perdite complessive di tratta dovute all'attenuazione sono pari a  $L = \alpha \times l = 0,2 \times 20 = 4$  dB

$$P_{OUT} \text{ in dBm} = P_{IN} - L = 10 - 4 = 6 \text{ dBm}$$

$$P_{OUT} = 1mW \cdot 10^{\frac{P_{dB}}{10}} = 10^{\frac{6}{10}} \cdot 1mW = 4mW$$

## Esercizio 2.7

---

Si consideri una rete in fibra ottica punto-a-punto caratterizzata da un'attenuazione per km  $\alpha = 0,2$  dB/km, le cui perdite complessive della tratta corrispondono a  $L = 30$  dB. Quanto è lunga la rete? Se la potenza del segnale in uscita è pari a  $-17$  dBm, quanta potenza ha il segnale in ingresso alla rete?

Se le perdite complessive  $L$  sono 30 dB, allora la rete è lunga  $L = 30 / 0,2 = 150$  km.

$$P_{OUT} = 1mW \cdot 10^{\frac{P_{dB}}{10}} = 10^{\frac{-17}{10}} \cdot 1mW = 20\mu W$$

$$P_{IN_{dBm}} = P_{out_{dBm}} + perdite = -17 + 30 = +13dBm$$

$$P_{OUT} = 1mW \cdot 10^{\frac{P_{dB}}{10}} = 10^{\frac{+13}{10}} \cdot 1mW = 20mW$$



## Esercizio 2.8

---

Si consideri una rete in fibra ottica punto-a-punto lunga  $l = 45$  km. La potenza del segnale all'uscita del trasmettitore è pari a  $P_{TX} = -8$  dBm. Il segnale è trasmesso su una portante ottica a 1310 nm, dove la fibra ottica presenta un'attenuazione per km pari a  $\alpha = 0,35$  dB/km. A causa della presenza di connettori e filtri, la rete presenta ulteriori  $A = 7,2$  dB di perdite. La potenza necessaria al ricevitore per ottenere le prestazioni volute è pari a  $P_{RX}^* = -35$  dBm. Se il costruttore vuole tenersi almeno  $M = 3,8$  dB di margine per future modifiche, la rete sta funzionando con le prestazioni richieste dal punto di vista fisico?

---

E' necessario calcolare il power budget della rete in dB.

La condizione richiesta è che la potenza ottenuta al ricevitore dopo la propagazione sia maggiore del valore richiesto per ottenere certe prestazioni.

Quindi:  $P_{RX} = P_{TX} - \alpha l - A - M \geq P_{RX}^*$

Svolgendo i calcoli, si ottiene:  $P_{RX} = -8 - 15,75 - 7,2 - 3,8 = -34,75$  dBm

La potenza ricevuta alla fine della rete  $P_{RX} = -34,75$  dBm risulta maggiore della potenza richiesta  $P_{RX}^* = -35$  dBm

Quindi la rete sta funzionando dal punto di vista fisico secondo le prestazioni richieste.