Tutorium 6

Parametrische lineare Optimierung

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + x_2 + (4+t)x_3 \\ \text{s.t.} \quad & 6x_1 + 3x_2 + 5x_3 \le 25 \\ & 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 \le 20 \\ & x_1, x_2, x_3 \ge 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + 4x_2 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + 2x_2 \le 28+t \\ & 3x_1 + x_2 \le 48 \\ & x_2 \le 9 \\ & x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

Erweiterung der Zielfunktion / rechten Seite um einen Parameter t.

$\Rightarrow$ Erweiterung des Simplex Tableaus, um eine Zeile (t in ZF) oder Spalte (t auf rechter Seite).

	x_4	x_2	x_5	
$\bar{c}$	$\frac{1}{5}$	2	$\frac{3}{5}$	17
$\bar{\gamma}$	$-\frac{1}{5}$	1	$\frac{2}{5}$	3
x_1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$
x_3	$-\frac{1}{5}$	1	$\frac{2}{5}$	3

$\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{5}t\right)x_4 + \dots$

	x_3	x_4	b	β
z	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	66	$\frac{3}{2}$
x_1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	10	$-\frac{1}{2}$
x_5	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	$-\frac{3}{4}$
x_2	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$	9	$\frac{3}{4}$

$\le 9 + \frac{3}{4}t$

Lösen durch festhalten von t.

1. Problem für $t=0$ lösen.
2. Grenzen von t für optimale Lösung berechnen
3. Simplex-Schritt für die Grenzen von t.
4. Alle Lösungen aufschreiben $(t \in \mathbb{R})$

Multikriterielle lineare Optimierung

(mit Zieldominanz)

1. Problem mit Zielfunktion, die dominiert wird, lösen
2. Dem Problem neue Nebenbedingung hinzufügen
   => Kriterium für Mindestgrenze von dominierten ZF
3. Angepasstes Problem lösen

Aufgabe 1

a) Betrachten Sie das folgende in t parametrische lineare Optimierungsproblem und das mit $\gamma = (0,0,1)^\intercal$ zugehörige Optimaltableau für $t = 0$:

$$\begin{array}{llllllll} \max & 3x_1 + x_2 + (4+t)x_3 & & & & & & \\ \text{s.t.} & 6x_1 & + & 3x_2 & + & 5x_3 & \leq & 25 \\ & 3x_1 & + & 4x_2 & + & 5x_3 & \leq & 20 \\ & & & & x_1,\, x_2,\, & x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

	x_4	x_2	x_5	
$\bar{c}$	$\frac{1}{5}$	2	$\frac{3}{5}$	17
$\bar{\gamma}$	$-\frac{1}{5}$	1	$\frac{2}{5}$	3
x_1	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$
x_3	$-\frac{1}{5}$	1	$\frac{2}{5}$	3

In welchem Bereich kann der Zielfunktionskoeffizient von x_3 variiert werden, ohne dass die angegebene ermittelte optimale Basislösung ihre Optimalität verliert?

A1a) Die Basislösung ist optimal für

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{5}t \geq 0,\quad 2+t \geq 0,\quad \frac{3}{5} + \frac{2}{5}t \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \quad t \leq 1,\quad t \geq -2,\quad t \geq -\frac{3}{2} \quad \leftarrow \text{engsten Schranken beachten}$$

$$\Leftrightarrow \quad t \in \left[-\frac{3}{2}, 1\right]$$

Der Zielfunktionskoeffizient von x_3 kann im Bereich von $4 + (-\frac{3}{2}) = \frac{5}{2}$ und $4 + 1 = 5$ variieren, ohne dass sich die Basis ändert.

b) Betrachten Sie das folgende in t parametrische lineare Optimierungsproblem und das mit $\beta = (1,0,0)^\intercal$ zugehörige Optimaltableau für $t = 0$:

$$\begin{array}{llllll} \max & 3x_1 & + & 4x_2 & & \\ \text{s.t.} & x_1 & + & 2x_2 & \leq & 28+t \\ & 3x_1 & + & 2x_2 & \leq & 48 \\ & & & x_2 & \leq & 9 \\ & & x_1, & x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

	x_3	x_4	b	β
z	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	66	$\frac{3}{2}$
x_1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	10	$-\frac{1}{2}$
x_5	$-\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	0	$-\frac{3}{4}$
x_2	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$	9	$\frac{3}{4}$

In welchem Bereich kann die rechte Seite der ersten Nebenbedingung variiert werden, ohne dass es zu einem Basistausch in der optimalen Basislösung kommt?

A1b) Es kommt nicht zu einem Basistausch für

$$10 - \frac{1}{2}t \geq 0,\quad 0 - \frac{3}{4}t \geq 0,\quad 9 + \frac{3}{4}t \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \quad t \leq 20,\quad t \leq 0,\quad t \geq -12$$

$$\Leftrightarrow \quad t \in [-12, 0]$$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie für die folgenden linearen Optimierungsprobleme mit parametrischer Zielfunktion alle Optimalitätsbereiche für den Parameter t sowie die jeweils zugehörigen Optimalpunktmengen $\mathbb{M}^*(t)$ und den zugehörigen optimalen Wert $z^*(t)$. Geben Sie zu Beginn die Zielfunktionskoeffizienten in der Form $c(t) = c + t\gamma$ an.

a)
$$\begin{array}{llllllll} \max & (-1+3t)x_1 & + & (-1-t)x_2 & + & (1+2t)x_3 & & \\ \text{s.t.} & -x_1 & + & x_2 & - & 2x_3 & \leq & 2 \\ & -x_1 & & & + & x_3 & \leq & 2 \\ & & & & & x_1,\ x_2,\ x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

A2a) Es ist $c(t) = c + t\gamma$

$$= (-1,-1,1)^T + t\,(3,-1,2)^T$$

- Berechne optimalen Punkt für $t = 0$

	x_1	x_2	x_3	
$\bar{c}$	1	1	-1	0
$\bar{\gamma}$	-3	1	-2	0
x_4	-1	1	-2	2
x_5	-1	0	1	2

$\Rightarrow$

	x_1	x_2	x_5	
$\bar{c}$	0	1	1	2
$\bar{\gamma}$	-5	1	2	4
x_4	-3	1	2	6
x_3	-1	0	1	2

$x^* = (0,0,2)$ optimal für

$$0-5t \geq 0, \quad 1-t \geq 0, \quad 1+2t \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \quad t \leq 0, \quad t \geq -1, \quad t \geq -\tfrac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad t \in [-\tfrac{1}{2}, 0]$$

Prüfe den restlichen Wertebereich von t:

- Berechne optimalen Punkt für $t < -\frac{1}{2}$ durch primalen Austauschschritt, wobei x_5 in die Basis kommt und x_3 die Basis verlässt

für $t < -\frac{1}{2}$ ist $1-2t<0$ und somit Pivotzeile

	x_1	x_2	x_5	
$\bar{c}$	0	1	1	2
$\bar{\gamma}$	-5	1	2	4
x_4	-3	1	2	6
x_3	-1	0	1	2

$\Longrightarrow$

	x_1	x_2	x_3	
$\bar{c}$	1	1	-1	0
$\bar{\gamma}$	-3	1	-2	0
x_4	-1	1	-2	2
x_5	1	0	1	2

$x^* = (0,0,0)$ ist optimal für

$$1-3t \geq 0, \quad 1+t \geq 0, \quad -1-2t \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \quad t \leq \frac{1}{3}, \quad t \geq -1, \quad t \leq -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad t \in [-1, -\tfrac{1}{2}]$$

- Berechne optimalen Punkt für $t > 0$ durch primalen Austauschschritt $\Longrightarrow$ ↯ Problem unbeschränkt, da x_1 nicht eingeschränkt wird, d.h. kein Austauschschritt möglich

	x_1	x_2	x_5	
$\bar{c}$	0	1	1	2
$\bar{\gamma}$	-5	1	2	4
x_4	-3	1	2	6
x_3	-1	0	1	2

- Berechne optimalen Punkt für $t < -1$ durch primalen Austauschschritt, wobei x_2 in die Basis kommt und x_4 die Basis verlässt.

	x_1	x_2	x_3	
$\bar{c}$	1	1	-1	0
$\bar{\gamma}$	-3	1	-2	0
x_4	-1	1	-2	2
x_5	1	0	1	2

$\Rightarrow$

	x_1	x_4	x_3	
$\bar{c}$	2	-1	1	-2
$\bar{\gamma}$	-2	-1	0	-2
x_2	-1	1	-2	2
x_5	-1	0	1	2

$x^* = (0,2,0)$ optimal für

$$2-2t \geq 0, \quad -1-t \geq 0, \quad 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \quad t \leq 1, \quad t \leq -1$$

$$\Leftrightarrow \quad t \in (-\infty, -1]$$

Zusammenfassung

t	$M^*(t)$	$z^*(t)$
$(-\infty,-1)$	$\{(0,2,0)\}$	$-2-2t$
-1	$[(0,2,0),(0,0,0)]$	0
$(-1,-\frac{1}{2})$	$\{(0,0,0)\}$	0
$-\frac{1}{2}$	$[(0,0,0),(0,0,2)]$	0

Verbindungsstrecke zw. (0,0,2) und (0,0,0)

$(-\frac{1}{2}, 0]$	$\{(0,0,2)\}$	$2+4t$
$(0,\infty)$	$\emptyset$	$-\infty$

b)

$$\begin{array}{llllllll} \max & tx_1 & + & x_2 & + & x_3 & & \\ \text{s.t.} & 3x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & \leq & 10 \\ & 3x_1 & + & 5x_2 & + & 3x_3 & \leq & 13 \\ & & & & & x_1,\ x_2,\ x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

A2b)

b) Es ist $c(t) = c + t\gamma = (0,1,1)^\intercal + t(1,0,0)^\intercal$

- Berechne optimalen Punkt für $t = 0$

	x_1	x_2	x_3	
$\bar{c}$	0	-1	-1	0
$\bar{\gamma}$	-1	0	0	0
x_4	3	3	1	10
x_5	3	$\boxed{5}$	3	13

	x_1	x_5	x_3	
$\bar{c}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	$-\frac{2}{5}$	$\frac{13}{5}$
$\bar{\gamma}$	-1	0	0	0
x_4	$\frac{6}{5}$	$-\frac{3}{5}$	$-\frac{4}{5}$	$\frac{11}{5}$
x_2	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\boxed{\frac{3}{5}}$	$\frac{13}{5}$

$(*)$	x_1	x_5	x_2	
$\bar{c}$	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{13}{3}$
$\bar{\gamma}$	-1	0	0	0
x_4	2	$-\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{17}{3}$
x_3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{13}{3}$

$x^* = (0, 0, \frac{13}{3})$ optimal für

$$1 - t \geq 0,\ \frac{1}{3} \geq 0,\ \frac{2}{3} \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad t \leq 1 \quad \Leftrightarrow \quad t \in (-\infty, 1]$$

- Berechne optimalen Punkt für $t > 1$ durch primalen Austauschschritt in (*), wobei x_1 in Basis kommt und x_4 Basis verlässt

$(**)$	x_4	x_5	x_2	
$\bar{c}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{3}{2}$
$\bar{\gamma}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{17}{6}$
x_1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{17}{6}$
x_3	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$

$x^* = (\frac{17}{6}, 0, \frac{3}{2})$ optimal für

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}t \geq 0,\ \frac{1}{2} - \frac{1}{6}t \geq 0,\ \frac{2}{3}t \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad t \geq 1,\ t \leq 3,\ t \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad t \in [1, 3]$$

- Berechne optimalen Punkt für $t > 3$ durch primalen Austauschschritt in (**), wobei x_5 in Basis kommt und x_3 Basis verlässt

	x_4	x_3	x_2	
$\bar{c}$	0	-1	-1	0
$\bar{\gamma}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{10}{3}$
x_1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	1	$\frac{10}{3}$
x_5	-1	2	2	3

$x^* = (\frac{10}{3}, 0, 0)$ optimal für

$$0 + \frac{1}{3}t \geq 0,\ -1 + \frac{1}{3}t \geq 0,\ -1 + t \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad t \geq 0,\ t \geq 3,\ t \geq 1 \quad \Leftrightarrow \quad t \in [3, \infty)$$

Zusammenfassung

t	$\mathbb{M}^*(t)$	$z^*(t)$
$(-\infty, 1)$	$\{(0, 0, \frac{13}{3})\}$	$\frac{13}{3}$
1	$[(0, 0, \frac{13}{3}), (\frac{17}{6}, 0, \frac{3}{2})]$	$\frac{13}{3}$
$(1, 3)$	$\{(\frac{17}{6}, 0, \frac{3}{2})\}$	$\frac{3}{2} + \frac{17}{6}t$
3	$[(\frac{17}{6}, 0, \frac{3}{2}), (\frac{10}{3}, 0, 0)]$	10
$(3, \infty)$	$\{(\frac{10}{3}, 0, 0)\}$	$\frac{10}{3}t$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie für die folgenden linearen Optimierungsprobleme mit parametrischer rechter Seite alle Optimalitätsbereiche für den Parameter t sowie die jeweils zugehörigen Optimalpunktmengen $\mathbb{M}^*(t)$ und den zugehörigen optimalen Wert $z^*(t)$. Geben Sie zu Beginn die rechte Seite in der Form $b(t) = b + t\beta$ an.

a)
$$\begin{array}{llcrcl} \max & x_1 & + & x_2 & & \\ \text{s.t.} & 2x_1 & - & x_2 & \leq & 1 \\ & x_1 & + & 2x_2 & \leq & 3 \\ & 2x_1 & + & x_2 & \leq & 2+t \\ & & & x_1,\ x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

A3a) Es ist $b(t) = (1,3,2)^T + t\,(0,0,1)^T$

• Berechne optimalen Punkt für $t = 0$

	x_1	x_2	b	β
z	-1	-1	0	0
x_3	2	-1	1	0
x_4	1	2	3	0
x_5	2	1	2	1

$\Rightarrow$

	x_3	x_2	b	β
z	$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
x_1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
x_4	$-\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{5}{2}$	0
x_5	-1	2	1	1

	x_3	x_5	b	β
z	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{4}$
x_1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$
x_4	$\frac{3}{4}$	$-\frac{5}{4}$	$\frac{5}{4}$	$-\frac{5}{4}$
x_2	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$\Rightarrow$

	x_4	x_5	b	β
z	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{1}{3}$
x_1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
x_3	$\frac{4}{3}$	$-\frac{5}{3}$	$\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}$
x_2	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$

$x^* = (\frac{1}{3}+\frac{2}{3}t, \frac{4}{3}-\frac{1}{3}t)$ ist optimal für

$\frac{1}{3}+\frac{2}{3}t \geq 0, \quad \frac{5}{3}-\frac{5}{3}t \geq 0, \quad \frac{4}{3}-\frac{1}{3}t \geq 0$

$\Leftrightarrow \quad t \geq -\frac{1}{2}, \quad t \leq 1, \quad t \leq 4$

$\Leftrightarrow \quad t \in [-\frac{1}{2}, 1]$

- Berechne optimalen Punkt für $t > 1$ durch dualen Austauschschritt, wobei x_5 in die Basis kommt und x_3 die Basis verlässt

	x_4	x_5	b	β
z	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{1}{3}$
x_1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
x_3	$\frac{4}{3}$	$-\frac{5}{3}$	$\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}$
x_2	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$

$\Rightarrow$

	x_1	x_3	b	β
z	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	2	0
x_1	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	1	0
x_5	$-\frac{4}{5}$	$-\frac{3}{5}$	-1	1
x_2	$\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{5}$	1	0

$x^* = (1,1)$ ist optimal für

$1 \geq 0, \; -1+t \geq 0, \; 1 \geq 0$

$\Leftrightarrow \quad t \geq 1$

$\Leftrightarrow \quad t \in [1, \infty)$

- Berechne optimalen Punkt für $t < -\frac{1}{2}$ durch dualen Austauschschritt, wobei x_4 in die Basis kommt und x_1 die Basis verlässt

	x_4	x_5	b	β
z	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{1}{3}$
x_1	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
x_3	$\frac{4}{3}$	$-\frac{5}{3}$	$\frac{5}{3}$	$-\frac{5}{3}$
x_2	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$-\frac{1}{3}$

$\Rightarrow$

	x_1	x_5	b	β
z	1	1	2	1
x_4	-3	-2	-1	-2
x_3	4	1	3	1
x_2	2	1	2	1

$x^* = (0, 2+t)$ ist optimal für

$$-1 - 2t \geq 0, \quad 3 + t \geq 0, \quad 2 + t \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \quad t \leq -\frac{1}{2}, \quad t \geq -3, \quad t \geq -2$$

$$\Leftrightarrow \quad t \in [-2, -\frac{1}{2}]$$

- Berechne optimalen Punkt für $t < -2$ durch dualen Austauschschritt $\Rightarrow$ ↯ Problem unzulässig, da x_2 nicht aus Basis heraus gebracht werden kann, d.h.

	x_1	x_5	b	β
z	1	1	2	1

x_4	-3	-2	-1	-2
x_3	4	1	3	1
x_2	2	1	2	1

kein Austauschschritt möglich

Zusammenfassung:

t	$M^*(t)$	$z^*(t)$
$(-\infty, -2)$	$\emptyset$	$-\infty$
$[-2, -\frac{1}{2}]$	$\{(0, 2+t)\}$	$2+t$
$[-\frac{1}{2}, 1]$	$\{(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}t, \frac{4}{3}-\frac{1}{3}t)\}$	$\frac{5}{3}+\frac{1}{3}t$
$[1, \infty)$	$\{(1,1)\}$	2

b)

$$\begin{array}{lrcrcl} \max & -3x_1 & - & 2x_2 & & \\ \text{s.t.} & x_1 & + & x_2 & \leq & 1+t \\ & 2x_1 & - & x_2 & \leq & 4-t \\ & & & x_1,\ x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

A2b)

b) Es ist $b(t) = b + t\beta = (1,4)^\intercal + t(1,-1)^\intercal$

- Berechne optimalen Punkt für $t = 0$

$(*)$	x_1	x_2	b	β
z	3	2	0	0
x_3	1	1	1	1
x_4	2	-1	4	-1

$x^* = (0,0)$ optimal für

$$1+t \geq 0,\ 4-t \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad t \geq -1,\ t \leq 4 \quad \Leftrightarrow \quad t \in [-1,4]$$

- Berechne optimalen Punkt für $t < -1$ durch dualen Austauschschritt in (*)

  $\Rightarrow$ Problem unzulässig, da x_3 nicht aus Basis heraus gebracht werden kann; d.h. kein Austauschschritt möglich

- Berechne optimalen Punkt für $t > 4$ durch dualen Austauschschritt in (*), wobei x_2 in Basis kommt und x_4 Basis verlässt

$(*)$	x_1	x_4	b	β
z	7	2	8	-2
x_3	3	1	5	0
x_2	-2	-1	-4	1

$x^* = (0, -4+t)$ optimal für

$$5 \geq 0,\ -4+t \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad t \geq 4 \quad \Leftrightarrow \quad t \in [4, \infty)$$

Zusammenfassung

t	$\mathbb{M}^*(t)$	$z^*(t)$
$(-\infty, -1)$	$\emptyset$	$-\infty$
$[-1, 4]$	$\{(0,0)\}$	0
$[4, \infty)$	$\{(0, -4+t)\}$	$8-2t$

Aufgabe 4

Gegeben sei das folgende multikriterielle lineare Optimierungsproblem:

$$\begin{array}{lrcrcrcrcr}
\max & F_1(x) & = & 2x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & & \\
\max & F_2(x) & = & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & & \\
\text{s.t.} & 4x_1 & + & 4x_2 & + & 2x_3 & \leq & 20 & & \\
 & 3x_1 & + & 5x_2 & + & 2x_3 & \leq & 40 & & \\
 & & & x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4 & & & \geq & 0 & &
\end{array}$$

Bestimmen Sie einen optimalen Punkt des Problems bzgl. der Zielfunktion $F_2(x)$ unter der Bedingung, dass mindestens 80% des optimalen Zielfunktionswertes von $F_1(x)$ erreicht werden (Optimierung bei Zieldominanz).

Schritt 1: Löse bzgl. $F_1(x)$ mit primalem Simplex

	x_1	x_2	x_3	
z	-2	-3	-1	0
x_4	4	4	2	20
x_5	3	5	2	40

	x_1	x_4	x_3	
z	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	15
x_2	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	5
x_5	-2	$-\frac{5}{4}$	$-\frac{1}{2}$	15

$x^* = (0, 5, 0)$ mit $z^* = 15$

Schritt 2:

Füge neue Nebenbedingung $2x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 12$ $(80\% \cdot 15)$ hinzu und löse bzgl. $F_2(x)$.

	x_1	x_2	x_3	
z	-1	-1	-1	0
x_4	4	4	2	20
x_5	3	5	2	40
x_6	-2	-3	-1	-12

$\Rightarrow$

	x_1	x_2	x_6	
z	1	2	-1	12
x_4	0	-2	2	-4
x_5	-1	-1	2	16
x_3	2	3	-1	12

	x_1	x_4	x_6	
z	1	1	1	8
x_2	0	$-\frac{1}{2}$	-1	2
x_5	-1	$-\frac{1}{2}$	1	18
x_3	2	$\frac{3}{2}$	2	6

$x^* = (0, 2, 6)$

mit $z^* = 8$

(und $F_1(x) = 12$)

$\Rightarrow$ Kompromisslösung $x = (0, 2, 6)$ mit $z = (12, 8)$

nächstes Tutorium:

Multikriterielle Optimierung

Pareto-Optimalität

Online Test

Mo, 10.06. – So, 16.06.