

## Hamilton - Kreis:

(und keine Kante doppelt)

Kreis, der jeden Knoten des Graphen genau einmal enthält

## Strukturplanung

Knoten = Vorgänge

Vorgangsdauer am Knoten (Kosten)

## Zeitplanung in einem Netzplan

i	$d_i$
FAZ <sub>i</sub>	SAZ <sub>i</sub>
FEZ <sub>i</sub>	SEZ <sub>i</sub>

i: Knoten

$d_i$ : Kosten des Knoten i

FAZ<sub>i</sub>: frühester Anfangzeitpunkt von Knoten i

FEZ<sub>i</sub>: frühester Endzeitpunkt von Knoten i

SAZ<sub>i</sub>: späterster Anfangzeitpunkt von Knoten i

SEZ<sub>i</sub>: späterster Endzeitpunkt von Knoten i

zuerst FAZ + FEZ berechnen

$$FAZ_i = \max \{ FEZ_j + t_{ji} \mid j \in V(i) \}$$

$$FEZ_i = FAZ_i + d_i$$

Setze  $FAZ_k = SAZ_k$  und  $FEZ_k = SEZ_k$

für den Zielknoten k.

danach

SAZ + SEZ

Berechnen

$$SAZ_i = SEZ_i - d_i$$

$$SEZ = \min \{SAZ_j - t_{ij} \mid j \in N(i)\}$$

## Pufferzeiten in der Netzplanung

Pufferzeiten sind Reserven, die eine Verschiebung eines Vorgangs erlauben, ohne dass es zu einer Beeinflussung zeitlich angrenzender Vorgänge kommt.

- Gesamt-pufferzeit (GP) gibt an, um wieviel ein Vorgang ohne Erhöhung der Projektdauer verschoben werden kann
- Freie Pufferzeit (FP) gibt an, um wieviel man einen Vorgang verschieben kann, so dass der frühest mögliche Beginn aller nachfolgenden Vorgänge unverändert bleibt  
(→ nett zu Vorgängen)
- Freie Rückwärts-pufferzeit (FRP) gibt die Zeitdauer an, die verbleibt, wenn alle vorhergehenden Vorgänge zu ihrem spätesten Zeitpunkt terminieren  
(→ nicht sauer auf Vorgänger)
- Unabhängige Pufferzeit (UP) gibt den Zeitpuffer an, wenn alle vorherigen Vorgänge spätestmöglich enden und alle nachfolgenden Vorgänge frühestmöglich beginnen

Es gilt:  $GP \geq FP \geq UP$

$$GP \geq FP \geq UP$$

- Gesamte Pufferzeit eines Vorgangs  $i$

$$GP_i := SEZ_i - FAZ_i - d_i = SAZ_i - FAZ_i$$

- Freie Pufferzeit eines Vorgangs  $i$

$$FP_i := \min\{FAZ_j - t_{ij} \mid j \in N(i)\} - FEZ_i$$

- Freie Rückwärtspufferzeit eines Vorgangs  $i$

$$FRP_i := SAZ_i - \max\{SEZ_k + t_{ki} \mid k \in V(i)\}$$

- Unabhängige Pufferzeit eines Vorgangs  $i$

$$UP_i := \max\{0, \min\{FAZ_j - t_{ij} \mid j \in N(i)\} - \max\{SEZ_k + t_{ki} \mid k \in V(i)\} - d_i\}$$

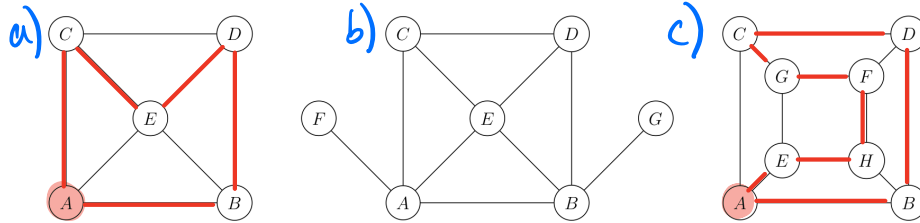
## kritische Wege auf Netzplänen

Auf dem kritischen Weg gilt  $FAZ = SAZ$  und  $FEZ = SEZ$ .

$\Rightarrow$  also ablebar von Gesamtpufferzeit

## Aufgabe 1

Welche der folgenden Graphen sind Hamiltonsche Graphen und welche nicht?



Al)

a) Hamilton-Kreis :  $A-B-D-E-C-A$

b) kein Hamilton-Kreis

→ Um zu Knoten F/G zu gelangen, müssten Knoten A/B jeweils 2 mal besucht werden

c) Hamilton-Kreis:

$A-B-D-C-G-F-H-E-A$

(Ore's Theorem nicht erfüllt)

## Ore's Theorem

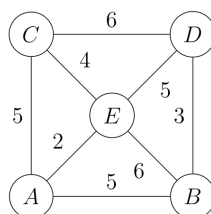
### ■ Ore's Theorem Hinreichende Bedingung

Sei  $G = [V, E]$  ein schlichter zusammenhängender und ungerichteter Graph mit  $|V| \geq 3$  und  $\deg(v) + \deg(w) \geq |V|$  für alle Knotenpaare  $v, w \in V$ , die nicht durch eine Kante verbunden sind, dann ist  $G$  ein Hamiltonscher Graph

→ fast vollständiger Graph

## Aufgabe 2

Betrachten Sie den folgenden Graphen:



a) Versuchen Sie einen Hamiltonschen Kreis minimaler Länge in dem Graphen zu finden.

a) Hamiltonsche Kreis: A-E-C-D-B-A mit Länge 20  
 → minimal, durch Enumeration aller Hamilton Kreise

b) Welches praktische Problem verbirgt sich dahinter?

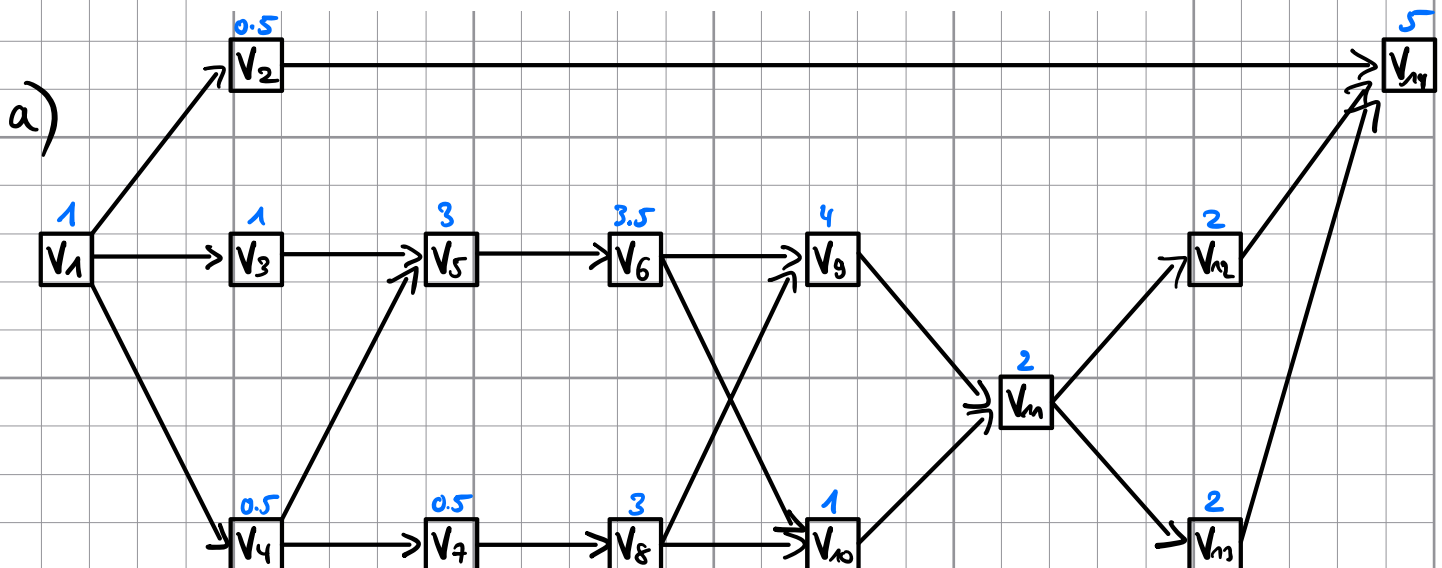
b) Traveling Salesman Problem (TSP)

### Aufgabe 3

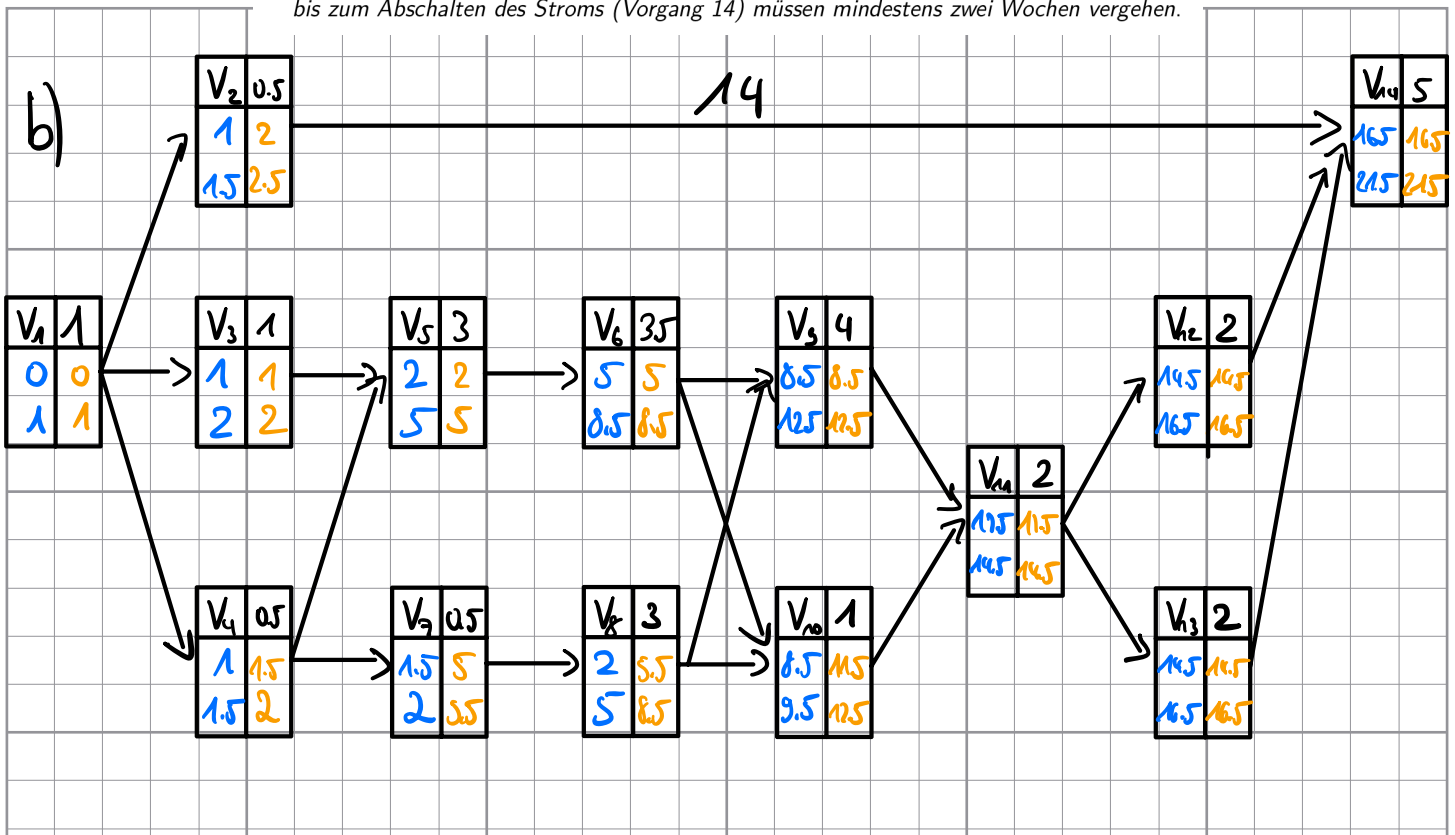
Wegen der Verbreiterung einer Bundesstraße muss ein Teil der Hochspannungsleitung, die an der Straße vorbeiführt, verlegt werden. Folgende Vorgangsliste fasst dieses Projekt zusammen:

Vorgang	Beschreibung	Vorgänger	Dauer (in Tagen)
1	Besprechung der einzelnen Aufgaben	—	1
2	Information der Kunden über den zeitweiligen Stromausfall	1	0.5
3	Überprüfung der Lagerbestände	1	1
4	Ortsbegehung	1	0.5
5	Bestellung der neuen Masten	3,4	3
6	Verteilung der neuen Masten	5	3.5
7	Festlegung der Standorte für die neuen Masten	4	0.5
8	Ausheben der Löcher	7	3
9	Setzen der neuen Masten	6,8	4
10	Isolierung der alten Stromleitung	6,8	1
11	Spannen der neuen Stromleitung	9,10	2
12	Anbringen des restlichen Materials	11	2
13	Ablassen der alten Stromleitung	11	2
14	Abschalten des Stroms, Wechsel der Stromleitungen, Aufräumen	2,12,13	5

a) Stellen Sie einen Vorgangsknotennetzplan für dieses Projekt auf.

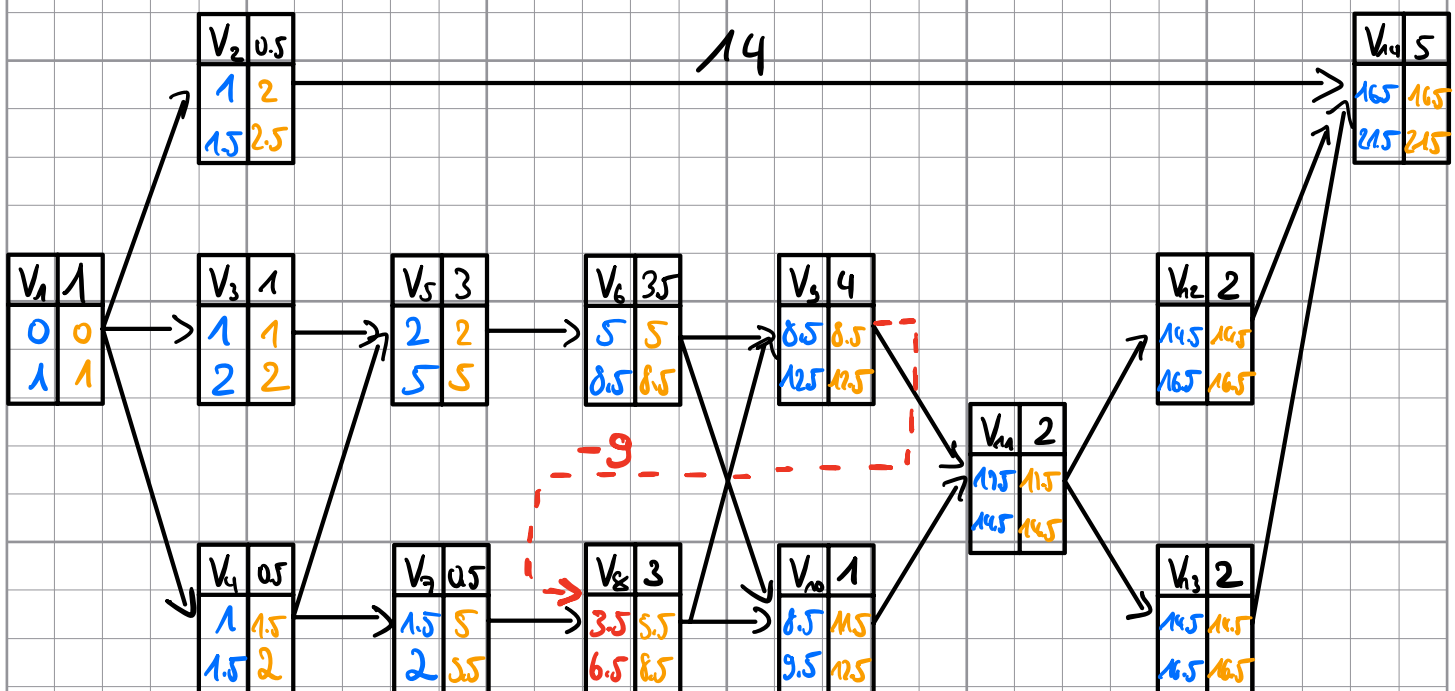


- b) Ermitteln Sie die frühesten und spätesten Anfangs- und Endzeitpunkte unter Beachtung der zusätzlichen Ende-Anfang-Bedingung Zwischen der Information der Kunden (Vorgang 2) bis zum Abschalten des Stroms (Vorgang 14) müssen mindestens zwei Wochen vergehen.



- c) Ermitteln Sie die frühesten und spätesten Anfangs- und Endzeitpunkte unter Beachtung der Bedingung aus b) und der zusätzlichen Ende-Anfang-Bedingung Zwischen dem Ausheben der Löcher (Vorgang 8) und dem Setzen der neuen Masten (Vorgang 9) dürfen höchstens zwei Tage vergehen.  $\uparrow$

c) Wegen  $\bar{t}_{89} = 2$  folgt  $t_{98} = -2 - d_8 - d_9 = -2 - 3 - 4 = -9$



Zeitplanung mit Kreis  $\Rightarrow$  Breitenwuche

# → Musterlösung im Ilias

d) Bestimmen Sie für den Projektplan aus b) alle Pufferzeiten.

d)	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$V_7$	$V_8$	$V_9$	$V_{10}$	$V_{11}$	$V_{12}$	$V_{13}$	$V_{14}$
GP	0	1	0	0.5	0	0	3.5	3.5	0	3	0	0	0	0
FP	0	1	0	0	0	0	0	3.5	0	3	0	0	0	0
FRP	0	1	0	0.5	0	0	3	0	0	3	0	0	0	0
UP	0	1	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0

- Gesamte Pufferzeit eines Vorgangs  $i$   
 $GP_i := SEZ_i - FAZ_i - d_i = SAZ_i - FAZ_i$
- Freie Pufferzeit eines Vorgangs  $i$   
 $FP_i := \min\{FAZ_j - t_{ij} \mid j \in N(i)\} - FEZ_i$
- Freie Rückwärtspufferzeit eines Vorgangs  $i$   
 $FRP_i := SAZ_i - \max\{SEZ_j + t_{ji} \mid j \in V(i)\}$
- Unabhängige Pufferzeit eines Vorgangs  $i$   
 $UP_i := \max\{0, \min\{FAZ_j - t_{ij} \mid j \in N(i)\} - \max\{SEZ_k + t_{ki} \mid k \in V(i)\} - d_i\}$

→ GP leicht ablesen

Bsp.:  $FP(V_8): \min(8.5, 8.5) - 5 = 3.5$

Bsp.:  $FRP(V_7): 5 - 2 = 3$

Bsp.:  $UP(V_2): \max\{0, 2.5 - 1 - 0.5\} = 1$

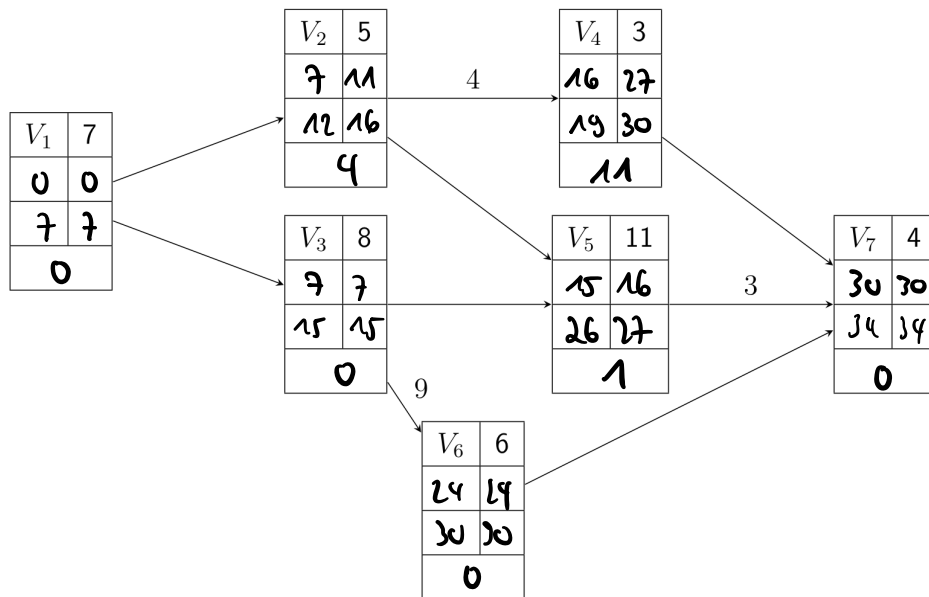
e) Welche Vorgänge bilden einen kritischen Weg? Am 22. August müssen die Arbeiten auf jeden Fall beendet sein, da an diesem Tag ein Einkaufszentrum eröffnet wird, welches durchgehend mit Strom versorgt werden muss. Wann muss das Projekt in b) spätestens begonnen werden, damit dieser Termin eingehalten werden kann?

e) Kritischer Weg 1:  $V_1 \rightarrow V_3 \rightarrow V_4 \rightarrow V_6 \rightarrow V_9 \rightarrow V_{12} \rightarrow V_{14}$   
 Kritischer Weg 2:  $V_1 \rightarrow V_3 \rightarrow V_4 \rightarrow V_6 \rightarrow V_9 \rightarrow V_{13} \rightarrow V_{14}$

→ Länge der Wege 21.5, so dass spätestens am Mittag des 1. August mit der Arbeit begonnen werden muss.

#### Aufgabe 4

Führen Sie im folgenden MPM-Netzplan eine Zeitplanung durch und bestimmen Sie die kritischen Vorgänge.



nächstes Tutorium  
mehr Netzplantechnik

Online - Test

heute (19.07.) - So, 28.07.