

课程名称:量化交易技术与方法

作业名称:风险平价策略对比分析

组员姓名: ___ 周一飞 2174214110 ___

姜鸿任 2173711663

刘晓 2176122500

马毓婕 2176223611

学院: 经济与金融学院

日期: 2020年6月25日

目录

1. 风险平价资产配置模型介绍	2
1.1 风险平价模型(Risk Parity) 1.2 主成分风险平价模型	
1.3 全天候模型	
2.实证分析	5
2.1 数据采集与处理	5
2.2 统计性描述	
2.3 基于三种模型的资产配置策略	7
3.总结与展望	9
附录	10

1. 风险平价资产配置模型介绍

"风险平价"(Risk Parity)这一词汇最早出现于 Qian(2005),本报告提到的风险平价理论采取 Qian 的定义。本质上,风险平价组合属于一种 beta 组合。 它放弃了对回报率的预测,重点放在对风险编制预算(Risk Budget)的环节。通过使每个风险因子对组合整体的风险贡献权重相等来达到真正意义上的分散风险。

本报告从风险平价角度出发,利用三个相关模型,分别是普通的风险平价模型,主成分风险平价模型,和全天候风险平价模型,进行资产组合权重的计算与配置。下面介绍三个模型的核心算法。

1.1 风险平价模型 (Risk Parity)

风险平价(Risk Parity or Equal Risk Contribution, RP)是一种新型资产配置策略,该策略在确定组合中各类资产权重时,要求组合总风险平均分配在各类资产上,即组合对每类资产的风险暴露程度相同。

假设投资组合中共有 n个资产,第i个资产的收益率为 r_i ,假定 $w = [w_1, w_2, ..., w_n]$ '表示资产的投资权重向量,则投资组合的波动率可以定义为: $\sigma_p = \sqrt{w' \sum w}$

其中: σ_p 表示投资组合波动率,用以衡量组合的整体风险; Σ 表示投资组合收益率的协方差矩阵,为对称阵。由此,我们可以得到每个资产对投资组合的风险贡献 RC_i 为:

$$RC_i = w_i \frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i} = \frac{w_i(\sum w)_i}{\sqrt{w'\sum w}}$$

而所有资产的总风险贡献TRC为:

$$TRC = \sum_{i=1}^{n} RC_i = \sum_{i=1}^{n} w_i \frac{(\sum w)_i}{\sqrt{w' \sum w}} = \sqrt{w' \sum w} = \sigma_p$$

从而,我们可以认为,组合的波动率可以分解为各项资产的边际风险之和,即

$$Risk(r_n) = \sigma_n = RC_1 + RC_2 + \cdots + RC_n$$

为了能够消除不同资产对组合风险贡献的不平衡,得到风险更加分散化的组合。研究 者提出等风险的组合,以保证各资产的风险贡献相等。具体的

$$RC_{i} = RC_{j} \text{ for all } i \neq j$$

$$\iff w_{i} \frac{(\sum w)_{i}}{\sqrt{w'\sum w}} = w_{j} \frac{(\sum w)_{j}}{\sqrt{w'\sum w}} \text{ for all } i \neq j$$

$$\iff \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (RC_{i} - RC_{j})^{2} = 0$$

$$\iff \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (w_{i}(\sum w)_{i} - w_{j}(\sum w)_{j})^{2} = 0$$

上述等式可以转化为优化模型求解最优权重,即:

$$\min_{w} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left(w_i (\sum w)_i - w_j (\sum w)_j \right)^2$$

$$s.t. \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} w_i = 1\\ 0 \le w_i \le 1, i = 1, 2, ..., n \end{cases}$$

当目标函数等于 0 时,有 $\forall i,j \in \{1,2,...,n\}$, $RC_i = RC_j$,该数值解即为风险平价模型的投资组合权重。

风险平价模型适用范围从资产配置到单个资产类别,到基于因子组合或模型,具有较强的普适性。风险平价模型从风险角度出发优化投资权重,追求不同类型资产的风险均衡。但是,资产间的内在关联性可能影响最终投资权重的优化。只要资产存在波动,风险平价模型都会给该资产分配投资权重,这就会使得资产选择的好坏直接决定资产配置的优劣。

1.2 主成分风险平价模型

针对现有的风险平价模型,为了应对相关性资产的资产配置问题,我们希望寻找因子背后不相关的风险因子,使得风险因子满足风险均衡。因此,本报告试图通过对原资产进行线性组合形成互不相关的投资组合,针对不相关的投资组合进行风险平价模型的资产配置,最终确定原资产的投资权重。考虑到数据线性变换的特性,

本报告选取的是主成分分析方法。主成分分析(Principal Component Analysis, PCA) 最初由 Pearson 于 1901 年提出,后由 Wold、Hotelling 等进一步研究至现在版本。主成分 分析是一种基于降维思想把多个资产利用数学变换转化为少数几个主成分(即综合变量)的 多元统计分析方法,这些主成分能够反映原始资产的大部分信息,更具有现实意义,通常表现为原始资产的线性组合,为使得这些主成分所包含的信息互不重叠,要求各主成分之间互不相关。本报告模型的基本思路是运用主成分分析对投资组合中的标的资产进行旋转,提取所有不相关的资产进行风险平价模型分析,最后反推确定原资产的投资权重。

假设投资组合中共有 N 个资产,资产的收益率为 $R = [r_1, r_2, ..., r_N]'$,针对投资组合权重

 $w = [w_1, w_2, ..., w_N]'$, 投资组合的总收益为:

$$R_W = w'R$$

可利用 N 个资产的收益率计算资产的协方差矩阵 $\Sigma = Cov(R)$,因协方差阵 Σ 的对称性,可将 Σ 分解为N个正交的特征向量:

$$E\Lambda E' = \sum$$

其中 $\Lambda = diag(\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_N)$ 为 Σ 特征值构建的对角阵,且 λ_i 满足 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ... \geq \lambda_N$; E为 λ_i 对应特征向量 e_i 列排列构成的特征向量矩阵,且E为正交矩阵,所以 $E' = E^{-1}$ 且E'E = I。因此,协方差阵可分解为:

$$\sum = \lambda_1 e_1 e_1' + \lambda_2 e_2 e_2' + \dots + \lambda_N e_N e_N'$$

特征向量可形成 N 个正交的投资组合,又被称作主成分因子(Principal Component Bets)。 主成分因子的收益率可定义为:

$$R_{PC} = E'R$$

同时,

$$Cov(R_{PC}) = Cov(E'R) = E'Cov(R)E = E'\sum E = E'E\Lambda E'E = \Lambda$$

针对单个主成分投资组合有 $Var(\tilde{r_i}) = e_i' \sum e_i = \lambda_i$ 。对于任意两个主成分因子 $\tilde{r_i}$ 和 $\tilde{r_j}$ 有 $Cov(\tilde{r_i},\tilde{r_j}) = e_i' \sum e_j = 0$ 。可以发现,N个主成分因子是不相关的且他们的方差分别与 $\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_N$ 相等。因此,主成分因子的权重可由原权重的线性组合构成,即

$$w_{PC} = E'w$$

主成分因子的总收益为:

$$R_w = w'_{PC}R_{PC} = (E'w)'(E'R) = w'EE'R = w'R$$

对主成分因子进应用风险平价模型,由风险贡献 RCi 的定义可得

$$w_{PC,i} \frac{(\Lambda w_{PC})_i}{\sqrt{w_{PC}' \Lambda w_{PC}}} = \frac{(E'w)_i (\Lambda E'w)_i}{\sqrt{w' E \Lambda E'w}} = \frac{(E'w)_i (E^{-1} \Sigma w)_i}{\sqrt{w' \Sigma w}} = \frac{(E'w)_i (E' \Sigma w)_i}{\sqrt{w' \Sigma w}}$$

所以主成分因子的风险平价模型可转化为

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} ((E'w)_{i} (E'\sum w)_{i} - (E'w)_{j} (E'\sum w)_{j}))^{2} = 0$$

本报告将这种方法称为主成分风险平价模型(Principal Components Risk Parity, PCRP)。 上 述等式可以转化为优化模型求解最优权重,即:

$$\min_{w} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left((E'w)_{i} (E'\Sigma w)_{i} - (E'w)_{j} (E'\Sigma w)_{j}) \right)^{2}$$

$$s.t. \begin{cases} \sum_{i=1}^{n} w_i = 1\\ 0 \le w_i \le 1, i = 1, 2, ..., n \end{cases}$$

当目标函数等于 0 时,有 $\forall i,j \in \{1,2,...,n\}$, $RC_i = RC_j$,该数值解即为主成分风险平价模型的投资组合权重。

主成分风险平价模型通过对原资产进行线性变换确定互不相关的主成分因子,针对主成分因子进行风险均衡的优化,由于主成分分析是线性变换,所以可以很容易通过模型反推出原资产的最优投资权重。因主成分风险平价模型是对原资产进行分解变换,可以很好地反推原资产的投资权重。

1.3 全天候模型

全天候模型分为三个步骤:

步骤一:从经济增长和通胀两个维度,将宏观环境分为四种状态,为每种状态挑选适合的资产: 1)增长超预期,此时应配臵股票、大宗商品、信用债和新兴市场信用债; 2)通胀超预期,此时应配置抗通胀债券、大宗商品和新兴市场信用债; 3)增长低于预期,此时应配置国债、抗通胀债券; 4)通胀低于预期,此时应配臵股票和国债。

步骤二:给予每种状态 25%的风险权重。该步骤通过风险平价模型来实现,即每种状态对应的资产或组合对整体组合风险的贡献为 25%。

步骤三: 求解等风险权重下每种资产对应的权重。 区别

尽管在理念上全天候策略与风险平价模型基本相同,但两者应用上还是存在一些差异, 而这些差异很有可能导致最终组合的表现不尽相同。

- (1) 风险状态的划分。虽然两者都是从经济增长和通胀两个维度给予状态/风险因子相等的权重,但是全天候策略基于市场预期划分四种状态,而风险平价模型从风险来源着手,区分三个主要的风险因子。
- (2) 杠杆的使用。Qian(2009)中提出,建立有目标风险的风险平价组合应该先根据风险平价模型计算资产的最优配置权重,形成一个保守的风险平价组合(Conservative Risk Parity

Portfolio),然后在此基础上,我们可以使用杠杆提高组合的风险至目标风险,从而也提高了组合的预期回报率,最终建立实现目标风险的风险平价组合。而全天候策略并未强调是与Qian(2009)一样,先根据风险贡献等权重建立组合,再加杠杆至目标风险;还是对资产加杆杠将低风险低回报的资产调整为高风险高回报的资产,然后再根据风险贡献等权重建立组合。不过从桥水基金的报告中,举的例子通常是采用后一种方法。

(3) 对波动率的观点。全天候策略的目的是建立一个穿越周期的组合,它在构建完成后基本不会因为对市场短期预期的改变而主动管理组合的头寸,是一个纯粹的被动的 beta 策略 (Dalio,2015)。其深层的含义是,长期来看资产间的方差协方差矩阵是恒定的、不随时间变化的。而风险平价模型尽管本质上也是 beta 策略,但其会通过动态的风险预算管理应对资产间方差和协方差的时变。

2.实证分析

2.1 数据采集与处理

本报告从经济增长和通胀两个维度,将宏观环境分为四种状态,为四种状态挑选适合的资产,这里选取每一类资产所对应的 ETF 或 LOF。

- (1) 股票 510310.XSHG HS300ETF
- (2) 商品 510170.XSHG 商品 ETF(2011/1/25)
- (3) 国债 159926.XSHE 国债 ETF(2013/8/5)
- (4) 企业债 160720.XSHE 中期企业债 LOF(2013/04/01)
- (5) 黄金 518880.XSHG 黄金 ETF(2013/7/29)

本报告从聚宽(JionQuant)数据库中选取 2014 年 12 月至 2020 年 5 月期间上述标的资产的收盘价数据,数据缺失值用前一日填补。经统计和检验,共获得 1576 条有效交易日数据。

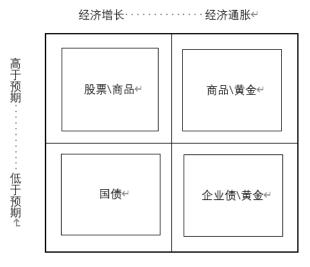


图 资产类别配置

2.2 统计性描述

为了更好地认识不同资产的统计特性,下面将对所有标的资产进行统计性描述,主要从收益风险方面展开。

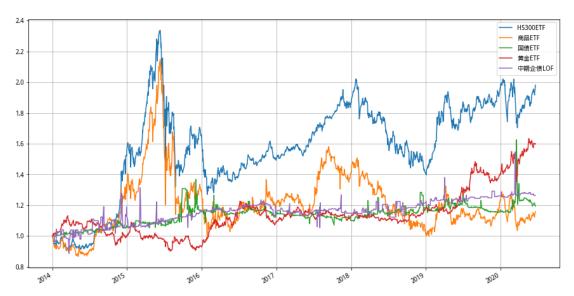


图 1 标的资产价格走势图

	H\$300ETF	商品ETF	国债ETF	黄金ETF	中期企债LOF
累计收益率	22.802001	-15.270414	13.972205	61.809045	6.868132
年化收益率	3.973008	-3.094238	2.511763	9.557958	1.267938
年化波动率	25.858084	32.332546	24.087655	12.906568	22.548115
最大回撤	45.657222	54.149177	25.814958	17.290076	19.734660
夏普比率	3.762877	-18.848619	-2.026920	50.811014	-7.681625
Calmar比率	8.701817	-5.714285	9.729873	55.280022	6.424931

图 2 标的资产收益风险统计表

图绘制了从 2014 年以来, 五种不同类别的 ETF 的净值走势图。可以发现, 2014 年以来不同类别 ETF 走势存在明显差异性。沪深 300 ETF 的收益和波动最大, 年化波动率可达 25%, 最大回撤达 45%, 2015 年牛市大涨随后大跌, 总体呈现震荡上涨趋势。其次是商品 ETF, 波动性也非常明显,但与股票相比,总体呈下跌趋势,累计收益率为负值。而黄金 ETF 则非常稳健,年化波动率和最大回撤在五类资产中都是最小的,年化波动率 12%左右,最大回撤达 17%左右,呈现稳步上升趋势。国债和中期企业债也相对稳健,走势相近,波动率较小,但收益也较小。

从上述五类资产的走势图和收益风险统计表中可以发现,单一配置某一类资产将面临较大的年化波动率和最大回撤,但不同资产类别的相关性较小,所以可以考虑通过资产组合配置将单一资产的风险分散。

2.3 基于三种模型的资产配置策略

本节将基于前文所述的三种风险平价模型进行权益资产的投资策略研究。

- 1.具体参数设置为:
- (1) 回测区间: 2014 年 12 月 31 日至 2020 年 5月 30 日;
- (2) 投资标的: '159926.XSHE', '160720.XSHE', '510170.XSHG', '510310.XSHG', '518880.XSHG'
- (3) 调仓时间:每月末最后一个交易日;
- (4) 样本窗:每个调仓前 90 个交易日;

1 ▼ weight_aw.describe()

(5)资产配置模型:风险平价资产配置模型(RP)、主成分风险平价资产配置模型(PCRP)全天候资产配置模型

2.回测结果如下:



图 3 三种风险平价模型回测结果对比

从三种风险平价模型回测结果对比中可以发现,在 2014 年 12 月 31 日至 2020 年 5 月 30 日的回测区间,主成分风险平价模型的收益表现最好,其次是普通风险平价模型,最后是全天候模型。而三种模型的走势都是稳步上升,波动率较小,非常好的对冲了不同单一资产的波动风险,适合风险厌恶的保守投资者。

再进一步观察三个模型内部配置资产的比例(出现重复列是因为不同状态下有重复资产,即使列名相同,但两者表达的意义不同),主成分风险平价模型在国债,企业债和黄金上配置的权重较大,全天候模型在国债和黄金上配置的权重较大,普通风险平价模型在股票和国债上配置的权重较大,三种模型各有侧重,但整体差别不是特别明显,都偏好稳健型的债券和黄金,对商品 ETF 的权重最小,这或许可以在一定程度上解释为什么风险平价模型能够较好的对抗风险获得稳定收益。

	-	**					
	510310.XSHG	510170.XSHG	159926.XSHE	510170.XSHG	518880.XSHG	160720.XSHE	518880.XSHG
count	1318.000000	1318.000000	1318.000000	1318.000000	1318.000000	1318.000000	1318.000000
mean	0.120870	0.063113	0.255158	0.064239	0.165100	0.152745	0.178775
std	0.032361	0.026095	0.081225	0.033524	0.030419	0.064591	0.037298
min	0.053477	0.011978	0.129576	0.000000	0.088509	0.000000	0.061526
25%	0.098449	0.044279	0.204786	0.037735	0.148663	0.114030	0.156868
50%	0.118110	0.063885	0.240439	0.064616	0.160622	0.164775	0.174951
75%	0.148300	0.082845	0.310513	0.091827	0.190763	0.198268	0.204342
max	0.185467	0.113433	0.452080	0.124912	0.233478	0.270107	0.271273

图 4 全天候 all_weather 模型权重配置

1 ▼ weight aw3.describe()

	510310.XSHG	510170.XSHG	159926.XSHE	510170.XSHG	518880.XSHG	160720.XSHE	518880.XSHG
count	1318.000000	1318.000000	1318.000000	1318.000000	1318.000000	1318.000000	1318.000000
mean	0.159005	0.026690	0.232148	0.026690	0.182836	0.189795	0.182836
std	0.119950	0.025925	0.133419	0.025925	0.079795	0.128161	0.079795
min	0.000000	0.000000	0.024976	0.000000	0.000639	0.000000	0.000639
25%	0.063114	0.002193	0.143548	0.002193	0.120363	0.093542	0.120363
50%	0.134065	0.023495	0.188966	0.023495	0.170014	0.151750	0.170014
75%	0.228158	0.042344	0.328721	0.042344	0.247007	0.285616	0.247007
max	0.433662	0.124295	0.578609	0.124295	0.385112	0.519708	0.385112

图 5 普通风险平价模型权重配置

	1 🔻	weight	aw2.describe()
--	-----	--------	---------------	---

	510310.XSHG	510170.X\$HG	159926.XSHE	510170.X\$HG	518880.X\$HG	160720.XSHE	518880.X\$HG
count	1318.000000	1318.000000	1318.000000	1318.000000	1318.000000	1318.000000	1318.000000
mean	0.124489	0.063206	0.187435	0.063206	0.189801	0.182062	0.189801
std	0.044735	0.016419	0.076507	0.016419	0.056794	0.097706	0.056794
min	0.047345	0.035262	0.079370	0.035262	0.079407	0.068652	0.079407
25%	0.092149	0.050822	0.125446	0.050822	0.137521	0.104390	0.137521
50%	0.120717	0.059321	0.159794	0.059321	0.198431	0.156645	0.198431
75%	0.157407	0.070853	0.250762	0.070853	0.235683	0.243663	0.235683
max	0.218149	0.108750	0.351325	0.108750	0.289923	0.433619	0.289923

图 6 主成分风险平价模型权重配置

将三种风险平价模型内部对比后,我们再将其与每种单一资产的累计净值进行对比,图中的三个红色箭头指向三种模型(灰色曲线,粉色曲线,褐色曲线),可以明显发现,经过风险平价模型求最优权重进行资产配置后的组合,能够显著超越单一资产的收益,获得高收益低风险的回报,三种模型的年化收益率可达 7.9%,9.1%,10.7%,高于单一资产平均年化收益,而年化波动率平均在 10%,最大回撤平均在 11%,远低于股票和商品 ETF 的波动率和最大回撤。可以说,风险平价模型有效的管理了资产组合的风险。

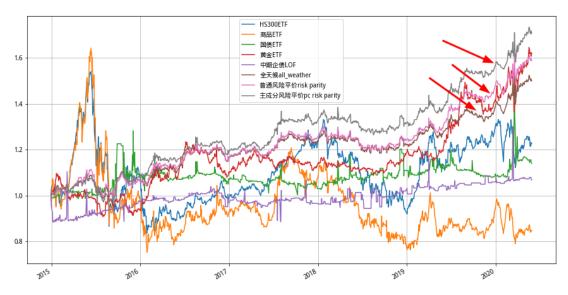


图 7 三种风险平价模型与单一资产收益对比

	H\$300ETF	商品ETF	国债ETF	黄金ETF	中期企债LOF	全天候all_weather	普通风险平价risk parity	主成分风险平价pc risk parity
累计收益率	22.802001	-15.270414	13.972205	61.809045	6.868132	49.931445	58.810865	70.920757
年化收益率	3.973008	-3.094238	2.511763	9.557958	1.267938	7.985033	9.169979	10.702347
年化波动率	25.858084	32.332546	24.087655	12.906568	22.548115	10.363008	10.001319	10.592477
最大回撤	45.657222	54.149177	25.814958	17.290076	19.734660	11.359325	12.911175	11.128379
夏普比率	3.762877	-18.848619	-2.026920	50.811014	-7.681625	48.104116	61.691652	72.715263
Calmar比率	8.701817	-5.714285	9.729873	55.280022	6.424931	70.294964	71.023579	96.171663

图 三种风险平价模型与单一资产指标评价

3.总结与展望

在当前全球负利率、高波动和低收益的大时代背景下,资产配置的时代已悄然来临。资产配置(Asset Allocation)以资产类别历史表现和投资者风险偏好为基础,决定不同类别资产在投资组合中的投资权重,以期消除投资者对收益所承担的不必要的额外风险。传统单一市场下的投资,无法满足现阶段复杂的投资环境。投资者需要寻找更具收益风险比的资产组合,以获取预期的收益回报。

资产配置追求的是低风险的投资组合,更多地希望在低风险情境下获取稳定的财富增值,传统那些追求高风险高收益的投资组合模型并不适合大类资产配置的需求。本报告基于风险角度构建资产配置模型,并进行了三种风险平价模型的效果对比。

本报告从我国金融市场中选取了五类资产,分别是股票,商品,国债,企业债,黄金,并取每一类资产的 ETF 或 LOF 作为标的资产代表,具体为'159926.XSHE', '160720.XSHE', '510170.XSHG', '510310.XSHG', '518880.XSHG'。分别用三个模型进行回测分析,结果表明:在 2014年12月30日至2020年5月30日的回测区间内,基于风险平价模型优化后的投资组合,要比进行单一资产种类投资获得更高的收益,更低的波动风险,三种模型的平均年化收益率为9%,平均年化波动率为10%,平均最大回撤在11.5%,收益表现明显优于单一资产,能够对抗大幅波动。其中,主成分风险平价模型的表现略好于其他两种模型。基于风险平价的思想,我们很好的管理了资产波动的风险,实现了较为稳定的收益。

当然,本报告还有许多可以改进的地方,譬如从模型算法角度,可以基于半衰期的思想计算资产收益率的协方差矩阵,或是改变求解优化组合的方法;从资产种类的角度,不同类别的资产可以增加至多个;从调仓周期的角度,可以将每月月末定期调仓改变成根据某种市场信号进行调仓;从杠杆的角度,还可以增加低风险资产的杠杆以求更好的模拟全天候模型等等。总之,革命尚未成功,同志仍需努力。

附录

参考文献

```
中金公司——4 资产配臵方法论系列之四: 从桥水全天候策略看风险平价
天风证券——2017-09-18 基于半衰主成分风险平价模型的全球资产配置策略研究
```

```
import numpy as np
import pandas as pd
from scipy.optimize import minimize
import datetime as dt
from jqdata import *
import seaborn as sns
import matplotlib as mpl
```

growth inflation

 rising
 股票\商品
 国债\商品\黄金

 falling
 金融债\国债\黄金
 企业债\黄金

[ETF]

股票 159912.XSHE 深 300ETF 510310.XSHG HS300ETF 159919.XSHE 300ETF

商品 510170.XSHG 商品 ETF(2011/1/25)

国债 159926.XSHE 国债 ETF(2013/8/5) 511010.XSHG 国债 ETF(2013/3/25)

金融债

企业债 511210.XSHG 企业债 ETF(2013/3/25) 160720.XSHE 中期企业债 LOF(2013/04/01)

黄金 159934.XSHE 黄金 ETF(2013/12/16) 518880.XSHG 黄金 ETF(2013/7/29)

[指数]

```
股票 000300.XSHG 沪深 300
商品 399366.XSHE 国正大宗
国债 000012.XSHG 国债指数
金融债
企业债 000013.XSHG 上证企业债指数 20030609
```

サム ALTONO VCCE サム比粉人仏

黄金 AU8888.XSGE 黄金指数合约

"

#备选股票池,这里用的是ETF

```
security_dict={
    'growth_rising':['510310.XSHG', '510170.XSHG'],
    'growth_falling':['159926.XSHE'],
    'inflation_rising':['510170.XSHG','518880.XSHG'],
    'inflation_falling':['160720.XSHE','518880.XSHG']
}
```

 $start_date = '2014-01-01'$